Φύλλο Εργασίας

ΤΑΞΗ Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ Κατεύθυνσης

ΕΝΟΤΗΤΑ 6: ΕΙΔΙΚΕΣ ΑΚΟΛΟΥΘΙΕΣ – ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΠΡΟΟΔΟΣ

Δραστηριότητα 1:

Δίνονται οι ακολουθίες:

α) 2, 5, 8, 11, 14, 17, …

β) 12, 8, 4, 0, −4, −8, …

- Ποιο μοτίβο παρατηρείτε σε καθεμία από τις ακολουθίες;

- Πώς προκύπτει κάθε όρος από τον προηγούμενό του, εκτός από τον πρώτο;

Δραστηριότητα 2:

Μια ακολουθία αριθμών αρχίζει από το 5. Κάθε επόμενος όρος προκύπτει αν προσθέσουμε 2 στον προηγούμενο.

α) Να γράψετε τους έξι πρώτους όρους της ακολουθίας.

β) Πώς μπορείτε να υπολογίσετε τον δέκατο όρο χωρίς να γράψετε όλους τους προηγούμενους;

Ερώτηση:

Τι κοινό έχουν οι τρεις ακολουθίες των δύο δραστηριοτήτων ως προς τον τρόπο με τον οποίο προκύπτει κάθε όρος από τον προηγούμενό του;

Ορισμός: **Αριθμητική πρόοδος** λέγεται η ακολουθία $(\alpha_\nu), \nu \in \mathbb{N}$, της οποίας ……, εκτός από τον πρώτο, προκύπτει αν …… στον προηγούμενό του τον …… σταθερό αριθμό. Ο σταθερός αυτός αριθμός ονομάζεται …… της αριθμητικής προόδου και συμβολίζεται με …… .

Αριθμητική Πρόοδος: $\alpha_1, \overset{+\delta}{\alpha_2}, \overset{+\delta}{\alpha_3}, \overset{+\delta}{\alpha_4}, \overset{+\delta}{\alpha_5}, \ldots \overset{+\delta}{\alpha_{\nu-1}}, \alpha_\nu, \ldots$

- ✓ Μια αριθμητική πρόοδος ορίζεται πλήρως όταν είναι γνωστά ο πρώτος όρος (α_1) και η διαφορά της (δ).
- ✓ Η διαφορά $\alpha_\nu - \alpha_{\nu-1}$ είναι σταθερή, ανεξάρτητη του ν.
- ✓ Η μονοτονία της ακολουθίας εξαρτάται από το δ.

Μια αριθμητική πρόοδος είναι:

α) Γνησίως αύξουσα όταν ……

β) Γνησίως φθίνουσα όταν ……

γ) Σταθερή όταν ……

ΓΕΝΙΚΟΣ ΟΡΟΣ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗΣ ΠΡΟΟΔΟΥ

Μια Αριθμητική Πρόοδος έχει πρώτο όρο α_1 και διαφορά δ, να εκφράσετε τους πιο κάτω όρους της προόδου σε συνάρτηση του α_1 και του δ.

$\alpha_1 =$

$\alpha_2 =$

$\alpha_3 =$

$\alpha_4 =$

.

$\alpha_{21} =$

- Ο γενικός όρος α_ν αριθμητικής προόδου με πρώτο όρο α_1 και διαφορά δ είναι:

- Να αποδείξετε τη σχέση για τον γενικό όρο α_ν με τη μέθοδο της τέλειας επαγωγής.

Εφαρμογές

1. Να συμπληρώσετε τους όρους που λείπουν, ώστε κάθε ακολουθία να είναι αριθμητική πρόοδος. Να γράψετε τη διαφορά δ σε κάθε περίπτωση.

   α) 3, 7, …, 15, …, 23

   β) 18, …, 10, …, 2

   γ) −5, −2, …, …, 7

2. Να γράψετε τους 4 πρώτους όρους μιας αριθμητικής προόδου αν $\alpha_1 = 2$ και $\delta = -1$. Να αναφέρετε αν η αριθμητική πρόοδος είναι γνησίως αύξουσα, γνησίως φθίνουσα ή σταθερή και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

3. Να εξετάσετε αν η ακολουθία $-2, -\frac{5}{2}, -3, -\frac{7}{2}$ είναι αριθμητική πρόοδος.

4. Να σχηματίσετε την αριθμητική πρόοδο στην οποία ο τέταρτος όρος ισούται με 12 και ο δέκατος όρος της ισούται με 42.