ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

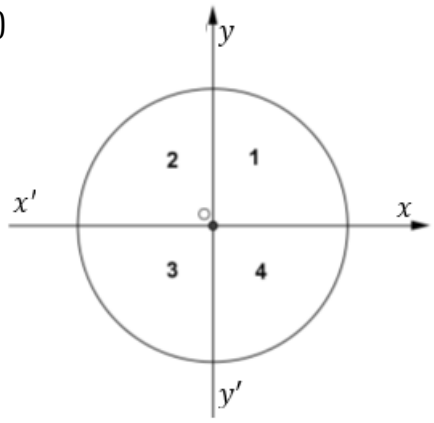
ΤΑΞΗ Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

ΕΝΟΤΗΤΑ 2: Τριγωνομετρία - Τριγωνομετρικός κύκλος

Ορισμός: **Τριγωνομετρικός κύκλος** ονομάζεται ο κύκλος που έχει κέντρο την αρχή των αξόνων και ακτίνα ίση με μία μονάδα.

Δραστηριότητα 1

Οι άξονες xx', yy' χωρίζουν τον τριγωνομετρικό κύκλο σε τέσσερα ίσα μέρη τα όποια ονομάζονται τεταρτημόρια (ακολουθώντας τη θετική φορά)

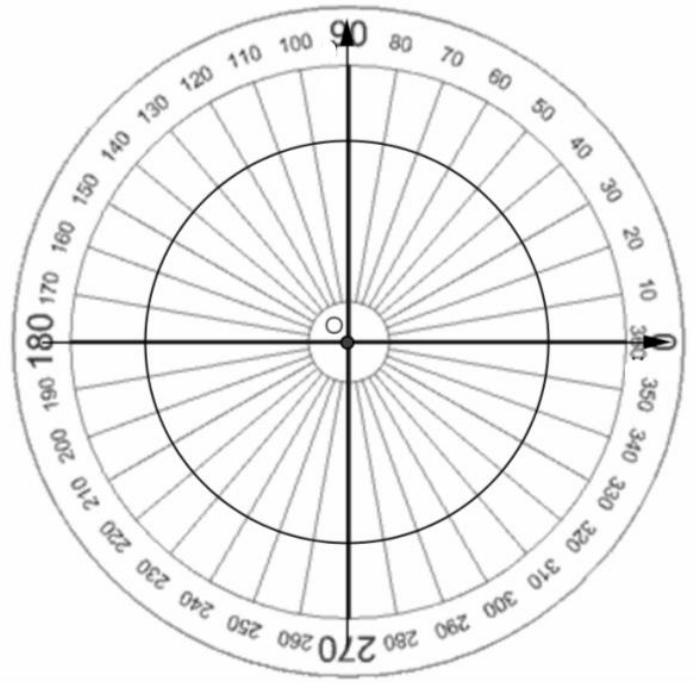


- Το 1ο τεταρτημόριο ορίζεται από ..... μέχρι .....
- Το 2ο τεταρτημόριο ορίζεται από ..... μέχρι .....
- Το 3ο τεταρτημόριο ορίζεται από ..... μέχρι .....
- Το 4ο τεταρτημόριο ορίζεται από ..... μέχρι .....

Δραστηριότητα 2

Να κατασκευάσετε τις πιο κάτω γωνίες και να βρείτε σε πιο τεταρτημόριο βρίσκεται η τελική πλευρά καθεμιάς από αυτές.

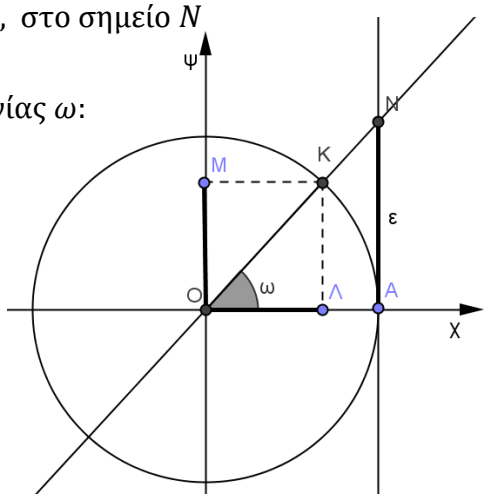
Γωνία	Τεταρτημόριο
75°	
200°	
145°	
$-\frac{\pi}{3}$	
400°	
−160°	



Δραστηριότητα 3

Δίνεται τριγωνομετρικός κύκλος και γωνία ω που βρίσκεται σε κανονική θέση.

- $K(x, y)$ είναι το σημείο τομής της τελικής πλευράς της γωνίας με τον κύκλο
- $K\Lambda$ και KM είναι κάθετα ευθύγραμμα τμήματα από το σημείο K στους δυο άξονες
- Η ευθεία (ε), με εξίσωση $x = 1$, είναι η εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο $A(1,0)$
- Η τελική πλευρά της γωνίας ω τέμνει την ευθεία (ε), στο σημείο N



Να γράψετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας ω:

- $\eta\mu\omega =$
- $\sigma\upsilon\nu\omega =$
- $\varepsilon\varphi\omega =$

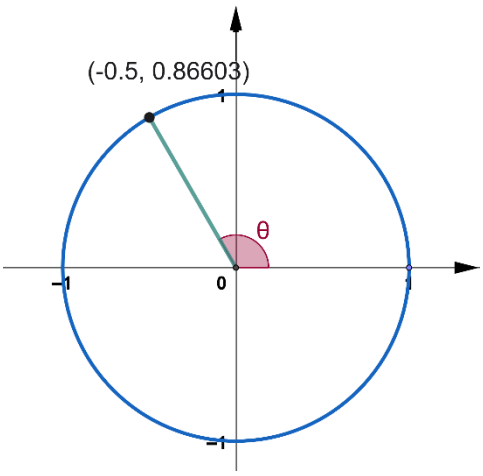
ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ:

Το $\boldsymbol{\eta\mu\omega}$ είναι η …… και το $\boldsymbol{\sigma\upsilon\nu\omega}$ είναι η …… του σημείου στο οποίο η τελική πλευρά μιας γωνίας τέμνει τον τριγωνομετρικό κύκλο.

Η $\boldsymbol{\varepsilon\varphi\omega}$ είναι η …… του σημείου τομής της ευθείας $x = 1$ με την τελική πλευρά μιας γωνίας.

- Ο άξονας $\boldsymbol{xx'}$ ονομάζεται άξονας των ……
- Ο άξονας $\boldsymbol{yy'}$ονομάζεται άξονας των ……
- Η ευθεία $\boldsymbol{x = 1}$ ονομάζεται άξονας των ……

Εφαρμογή: Στον τριγωνομετρικό κύκλο δίνεται η γωνία $\theta = 120°$ και το σημείο τομής της τελικής πλευράς της με τον τριγωνομετρικό κύκλο $(-0{,}5, 0{,}86603)$. Να βρείτε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς:



$\eta\mu 120° =$ ……

$\sigma\upsilon\nu 120° =$ ……

$\varepsilon\varphi 120° =$ ……

Δραστηριότητα 4

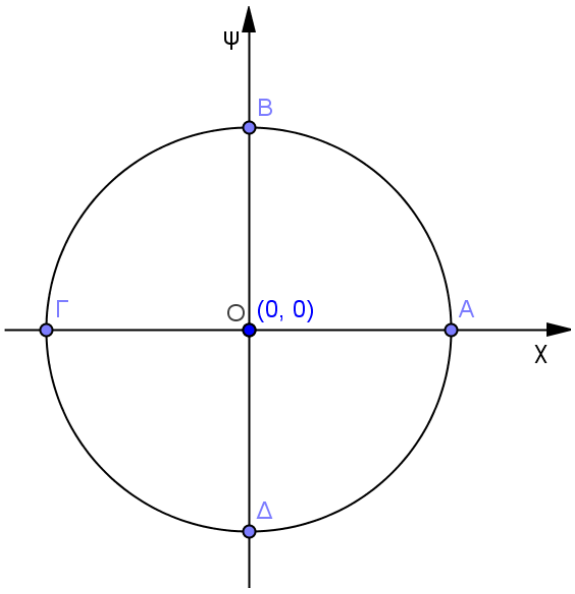
- Να αναφέρετε την ελάχιστη και τη μέγιστη τιμή του ημιτόνου και του συνημιτόνου μιας γωνίας και να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

$$\ldots\ldots \leq \ \eta\mu\theta \ \leq \ldots\ldots$$

$$\ldots\ldots \leq \ \sigma\upsilon\nu\theta \ \leq \ldots\ldots$$

- Ισχύει το ίδιο και για την εφαπτομένη μιας γωνίας;

- Να σημειώσετε τις συντεταγμένες των σημείων A, B, Γ και Δ στον τριγωνομετρικό κύκλο.

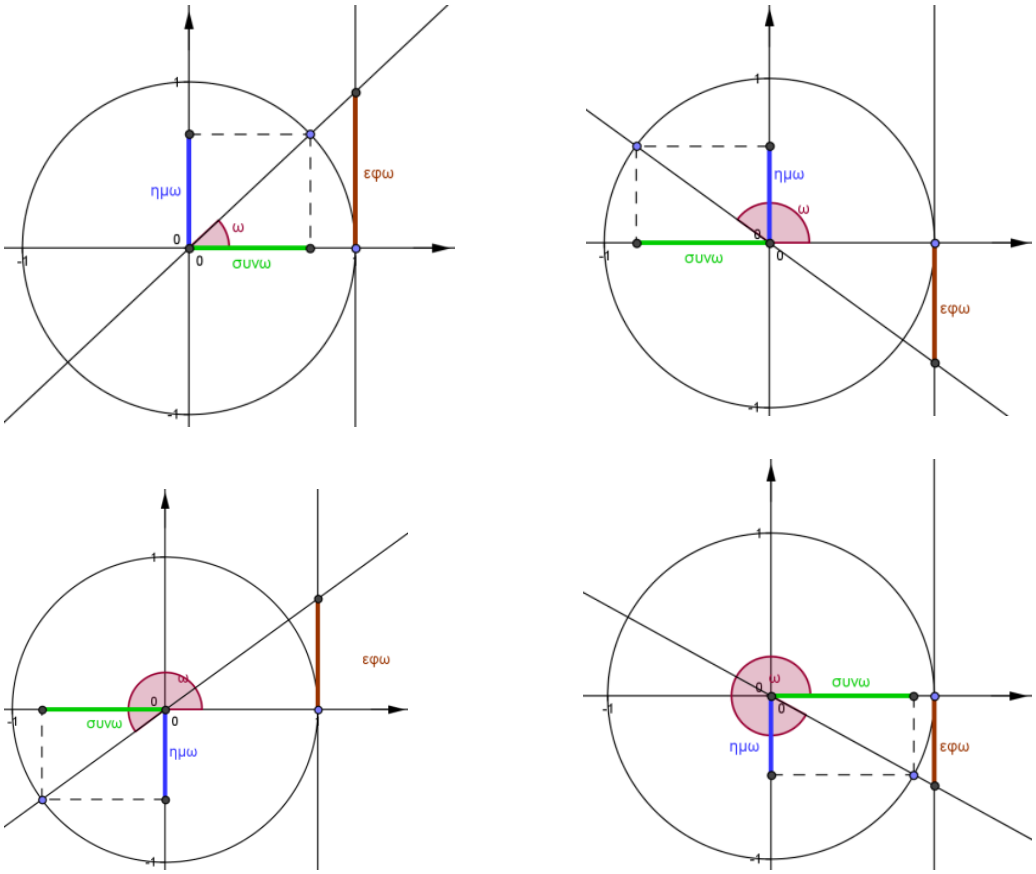


Στη συνέχεια να συμπληρώσετε τον πιο κάτω πίνακα:

ΜΕΤΡΟ ΓΩΝΙΑΣ	0°	90°	180°	270°	360°
ΗΜΙΤΟΝΟ					
ΣΥΝΗΜΙΤΟΝΟ					

Δραστηριότητα 5

Να παρατηρήσετε τα πιο κάτω σχήματα και να συμπληρώσετε τον πίνακα που ακολουθεί:

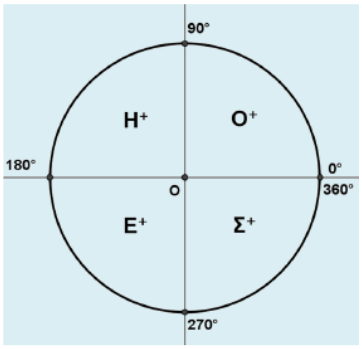


Να συμπληρώσετε το πρόσημο που έχει ο κάθε τριγωνομετρικός αριθμός ανάλογα με το τεταρτημόριο στο οποίο βρίσκεται η τελική πλευρά της γωνίας ω.

	$1^{ο}$	$2^{ο}$	$3^{ο}$	$4^{ο}$
ημω / στεμω				
συνω / τεμω				
εφω / σφω				

Από τα προηγούμενα προκύπτουν τα εξής:

Μνημονικός κανόνας για την εύρεση προσήμου των τριγωνομετρικών αριθμών:



O+: Όλοι οι τριγωνομετρικοί αριθμοί θετικοί

H+: Μόνο ημίτονο και συντέμνουσα θετικά

E+: Μόνο εφαπτομένη και συνεφαπτομένη θετικές

Σ+: Μόνο συνημίτονο και τέμνουσα θετικά

Εφαρμογές

1. Να βρείτε το πρόσημο των τριγωνομετρικών αριθμών της γωνίας με μέτρο 213°.

$\eta\mu 213° \ldots\ldots\ldots 0$ $\quad$ $\sigma\upsilon\nu 213° \ldots\ldots\ldots 0$ $\quad$ $\varepsilon\varphi 213° \ldots\ldots\ldots 0$

$\tau\varepsilon\mu 213^o \ldots\ldots\ldots 0$ $\quad$ $\sigma\tau\varepsilon\mu 213° \ldots\ldots\ldots 0$ $\quad$ $\sigma\varphi 213° \ldots\ldots\ldots 0$

2. Να βρείτε σε ποιο τεταρτημόριο βρίσκεται η τελική πλευρά της γωνίας ω, αν:

α) $\sigma\upsilon\nu\omega > 0$ και $\eta\mu\omega < 0$

β) $\eta\mu\omega > 0$ και $\tau\varepsilon\mu\omega < 0$

γ) $\varepsilon\varphi\omega > 0$ και $\sigma\tau\varepsilon\mu\omega < 0$