

**ΔΕΙΓΜΑΤΙΚΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ 2015**

ΜΑΘΗΜΑ: Μαθηματικά

ΤΑΞΗ: Α΄

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: / 5 / 2015

ΧΡΟΝΟΣ: 2,5 Ώρες

Βαθμός: .....

Ολογρ.: .....

Υπογραφή: .....

Όνοματεπώνυμο: ..... Τμήμα: ..... Αριθ.: .....

**ΟΔΗΓΙΕΣ:** α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.  
 β) Να γράψετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).  
 γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

**ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4) ΣΕΛΙΔΕΣ**

**ΜΕΡΟΣ Α΄** Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α΄.  
 Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να μετατρέψετε, τα πιο κάτω κλάσματα σε ισοδύναμα κλάσματα με ρητό παρονομαστή, χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής :

α)  $\frac{2}{\sqrt{3}}$

β)  $\frac{3}{\sqrt{5} + 2}$

2. Ο πίνακας παρουσιάζει τον αριθμό των παιδιών που έχουν οι οικογένειες μιας πολυκατοικίας της Λευκωσίας.

Αριθμός παιδιών $\chi_i$	Οικογένειες $f_i$
0	2
1	3
2	3
3	5
4	1

Να υπολογίσετε:

α) τη μέση τιμή, και

β) την τυπική απόκλιση των παρατηρήσεων

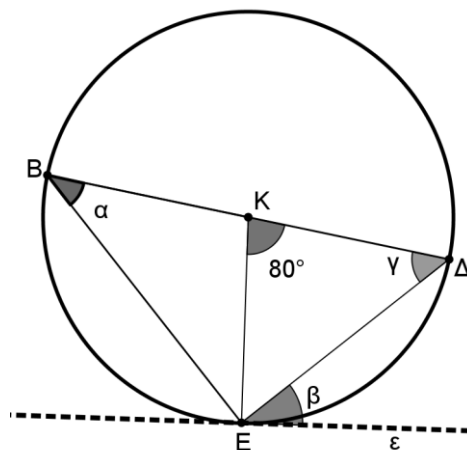
3. Να λύσετε την ανίσωση:  $3\chi^2 - 5\chi - 2 > 0$ .

4. Δίνονται τα διανύσματα  $\vec{\alpha} = \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \end{pmatrix}$  και  $\vec{\beta} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$ . Να υπολογίσετε :

α) τις συντεταγμένες του διανύσματος  $\vec{\gamma} = \vec{\alpha} + \vec{\beta}$ , και

β) το μέτρο του διανύσματος  $\vec{\beta}$ .

5. Δίνεται ο κύκλος με κέντρο Κ και η διάμετρος του ΒΔ. Αν ευθεία ε είναι εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο Ε να υπολογίσετε τις γωνίες α, β, γ και  $B\hat{E}\Delta$  δικαιολογώντας πλήρως τις απαντήσεις σας.



6. Αν  $\sigma\omega = \frac{5}{13}$  και  $\frac{3\pi}{2} < \omega < 2\pi$ , να βρείτε την τιμή της παράστασης:

$$A = \frac{13\eta\omega - 10\tau\epsilon\omega + 12\sigma\phi\omega}{5\epsilon\phi\omega}$$

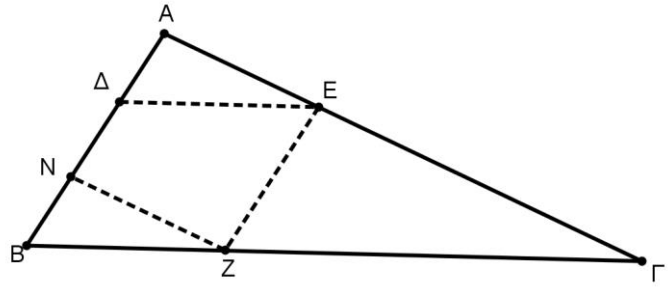
7. Να λύσετε την ανίσωση :  $\frac{(\chi + 2)^2(6 - \chi)(\chi^2 - 6\chi + 10)}{\chi^2 - 9} \leq 0$

8. Να αποδείξετε ότι :  $\frac{1}{\sigma\tau\epsilon\mu\theta - 1} - \frac{\epsilon\phi\theta}{\tau\epsilon\mu\theta + \epsilon\phi\theta} = 2\epsilon\phi^2\theta$

9. α) Αν οι ευθείες  $\psi = \chi + 5$  και  $\psi = \frac{\mu - 4}{4}\chi + 3\mu$  με  $\mu \in R$ , είναι παράλληλες να υπολογίσετε την τιμή του  $\mu$ .

β) Αν  $\mu = 8$  να δείξετε ότι το σύστημα  $\begin{cases} \mu\chi - 4\psi = \frac{\mu}{2} \\ -2\chi + \psi = -1 \end{cases}$  έχει άπειρες λύσεις.

10. Δίνεται τρίγωνο  $AB\Gamma$ . Από ένα τυχαίο σημείο  $\Delta$  της πλευράς  $AB$  φέρουμε την  $\Delta E // B\Gamma$ , όπου  $E$  σημείο της  $A\Gamma$ . Από το σημείο  $E$  φέρουμε την  $EZ // AB$ , όπου  $Z$  σημείο της  $B\Gamma$  και από το σημείο  $Z$  φέρουμε τη  $ZN // A\Gamma$  όπου  $N$  σημείο της  $AB$ . Να



αποδείξετε ότι  $\frac{A\Delta}{B\Delta} = \frac{NB}{NA}$ .

**ΜΕΡΟΣ Β'** Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β'. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Δίνεται η πιο κάτω γραφική παράσταση της παραβολής με τύπο  $f(x) = \alpha x^2 + \beta x + \gamma$ .

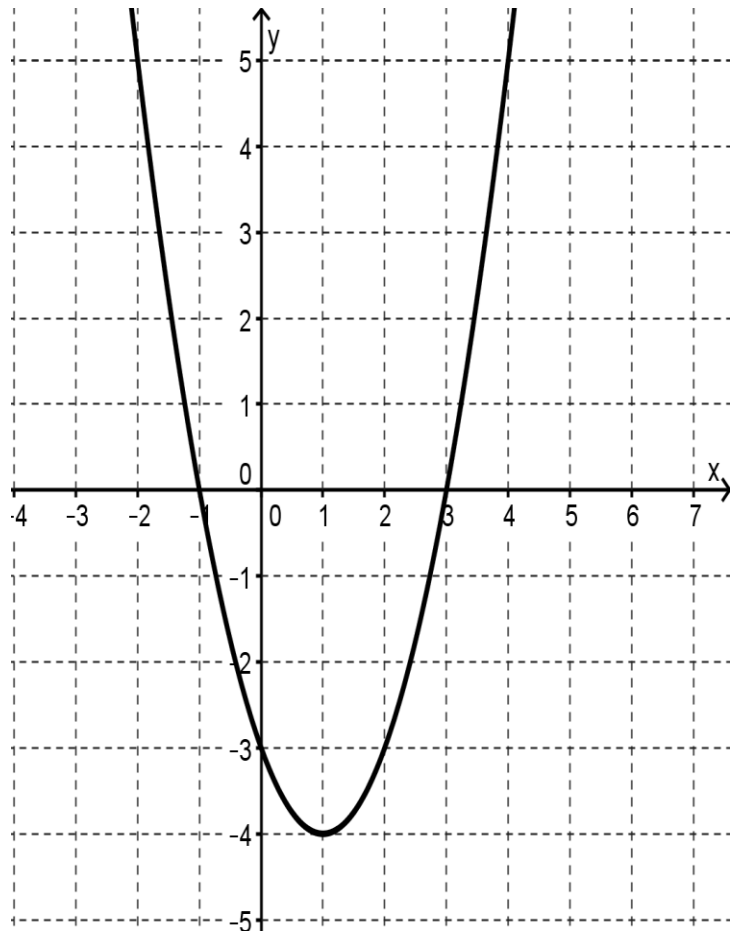
Να βρείτε :

α) το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της  $f(x)$ .

β) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας και τις συντεταγμένες της κορυφής της παραβολής.

γ) τις λύσεις της ανίσωσης  $f(x) < 0$ .

δ) τις ρίζες της εξίσωσης  $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$ .



2. Δίνεται η συνάρτηση:  $f(x) = (\beta - 2)x^2 - (3\mu + \alpha)x + (\gamma - 2)\mu + 7$  με  $\mu \in R$  και οι σταθερές  $\alpha$ ,  $\beta$  και  $\gamma$  αποτελούν τη λύση του συστήματος:

$$\begin{cases} \alpha + 2\beta = 7 \\ 3\alpha - 4\gamma = -13 \\ \alpha + \beta + \gamma = 8 \end{cases}$$

α) Να λύσετε το σύστημα .

(μον. 5)

β) Αν δίνεται ότι  $\alpha = 1$ ,  $\beta = 3$  και  $\gamma = 4$  και  $x_1, x_2$  είναι οι ρίζες της εξίσωσης  $f(x) = 0$  να υπολογίσετε τις τιμές του  $\mu$ ,  $\mu \in R$  ώστε :

ι) η εξίσωση  $f(x) = 0$  να έχει ρίζες αντίθετες, (μον. 2)

ιι) να ισχύει η σχέση:  $x_1^2 + x_2^2 = x_1x_2 \cdot (x_1x_2 - 2)$  (μον. 3)

3. Από σημείο A εκτός κύκλου  $(K, R)$  φέρουμε το εφαπτόμενο τμήμα του AB (B σημείο του κύκλου) και την τέμνουσα  $A\Delta E$  ( $\Delta$  και E σημεία του κύκλου). Δικαιολογώντας πλήρως τις απαντήσεις σας να αποδείξετε ότι :

α) τα τρίγωνα  $AB\Delta$  και  $ABE$  είναι όμοια. (μον. 6)

β)  $(AB)^2 = (A\Delta) \cdot (AE)$  (μον. 4)

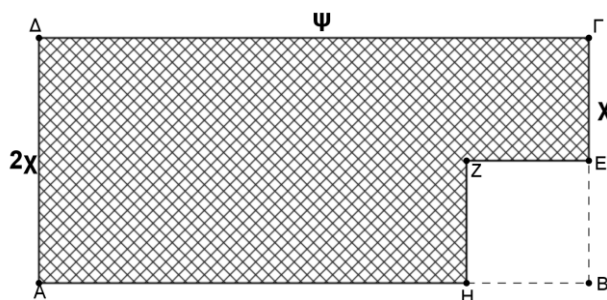
4. Δίνονται οι παραστάσεις:  $A = \frac{\eta\mu(\frac{\pi}{2} + \theta) \cdot \epsilon\phi(180^\circ + \theta) \cdot \sigma\upsilon\nu(\theta - 90^\circ)}{\eta\mu(180^\circ + \theta) \cdot \sigma\upsilon\nu(\theta - \frac{3\pi}{2}) \cdot \sigma\upsilon\nu(-\theta)}$  και

$$B = \sigma\upsilon\nu^4\theta + \eta\mu^2\theta \cdot \sigma\upsilon\nu^2\theta + \eta\mu^2\theta$$

α) Να δείξετε ότι  $A = \tau\epsilon\mu\theta$  και  $B = 1$  . (μον. 8)

β) Αν ισχύει ότι  $A = B + 1$  να βρείτε την τιμή του  $\theta$  στο διάστημα  $270^\circ < \theta < 360^\circ$  . (μον. 2)

5. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται το ορθογώνιο  $AB\Gamma\Delta$  με διαστάσεις  $A\Delta = 2\chi$  και  $\Gamma\Delta = \psi$ , από το οποίο αφαιρείται το τετράγωνο  $HBEZ$  με πλευρά  $\chi$ .



α) Να αποδείξετε ότι η περίμετρος και το εμβαδόν του σκιασμένου μέρους δίνονται από τις σχέσεις  $\Pi = 4\chi + 2\psi$  και  $E = \chi(2\psi - \chi)$  αντίστοιχα. (μον.3)

β) Αν ισχύει ότι  $1 < \chi < 3$  και  $7 < \psi < 9$ , να αποδείξετε ότι:  $18 < \Pi < 30$

(μον.3)

γ) Αν το εμβαδόν του σκιασμένου χωρίου είναι  $E = 21 \text{ m}^2$  και η περίμετρος του  $\Pi = 22 \text{ m}$ , να υπολογίσετε τις τιμές των  $\chi$  και  $\psi$  με βάση τα δεδομένα του προβλήματος. (μον.4)

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ