

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΝΕΟΛΑΙΑΣ
ΔΕΙΓΜΑΤΙΚΗ ΕΝΙΑΙΑ ΤΕΛΙΚΗ ΓΡΑΠΤΗ ΕΞΕΤΑΣΗ 2023 – 2024

Μάθημα: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

Διάρκεια: 90 λεπτά

Το δοκίμιο αποτελείται από τέσσερις (4) σελίδες

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.
- Να γράψετε με μπλε μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού ή διορθωτικής ταινίας.
- Στη λύση των ασκήσεων πρέπει να φαίνεται όλη η αναγκαία εργασία.

ΜΕΡΟΣ Α: Αποτελείται από 6 ασκήσεις. Βαθμολογείται με 60 μονάδες.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.
Να λύσετε και τις 6 ασκήσεις.

A1. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$ και $\vec{\beta} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$ (2022 – 2023 Α΄ Τετρ.)

Να βρείτε:

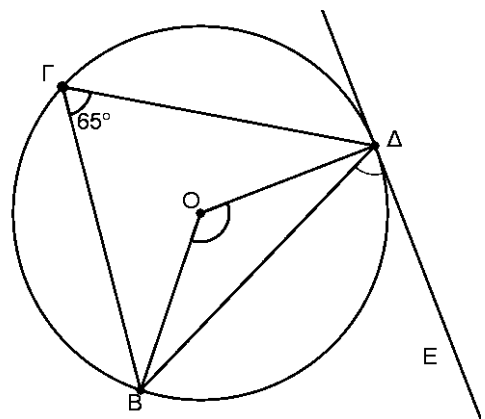
α) Το μέτρο του διανύσματος $\vec{\alpha}$

β) Τις συντεταγμένες του διανύσματος $\vec{\gamma} = 3\vec{\alpha} + 2\vec{\beta}$

A2. Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος (O, R) και τα σημεία του B, Γ και Δ . Η ευθεία ΔE είναι εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο Δ .

Αν $\widehat{B\Gamma\Delta} = 65^\circ$, να υπολογίσετε τα μέτρα των γωνιών $\widehat{B\Delta E}$ και $\widehat{B\hat{O}\Delta}$.

(Να δικαιολογήσετε πλήρως τις απαντήσεις σας) (2022 – 2023 Α΄ Τετρ.)



A3. Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις: (2019 – 2020)

α) $A = \sqrt{8} + 2\sqrt{18} - 3\sqrt{32} + \sqrt{50}$

β) $B = \frac{\sqrt{9\alpha^2\beta}}{\sqrt[3]{\alpha^6}}$, $\alpha > 0$ και $\beta \geq 0$

A4. Να λύσετε την ανίσωση: (2021 – 2022 Β΄ Τετρ.)

$$\frac{(x-3)^2}{2x^2+7x+3} < 0$$

A5. Δίνονται τα σημεία $A(2,4)$, $B(-6,2)$, $\Gamma(0,10)$. Να υπολογίσετε: (2021 – 2022 Β΄ Τετρ.)

α) το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$

β) το μήκος του ύψους AD του τριγώνου $AB\Gamma$

A6. Τον περασμένο μήνα οι δώδεκα μαθητές ενός τμήματος, ξόδεψαν στο κυλικείο του σχολείου τους τα ακόλουθα ποσά, σε ευρώ: (2022 – 2023 Α΄ Τετρ.)

18, 15, 10, 9, 10, 10, 13, 9, 14, 15, 15, 18

Να υπολογίσετε:

(α) τη μέση τιμή (\bar{x}) και την επικρατούσα τιμή (x_ε) των παρατηρήσεων.

(2,5 μον.)

(β) τη διάμεσο (Q_2), το πρώτο τεταρτημόριο (Q_1) και το τρίτο τεταρτημόριο (Q_3) των παρατηρήσεων.

(3,5 μον.)

(γ) το εύρος (R) και το ενδοτεταρτημοριακό εύρος (IQR), των πιο πάνω παρατηρήσεων.

(2 μον.)

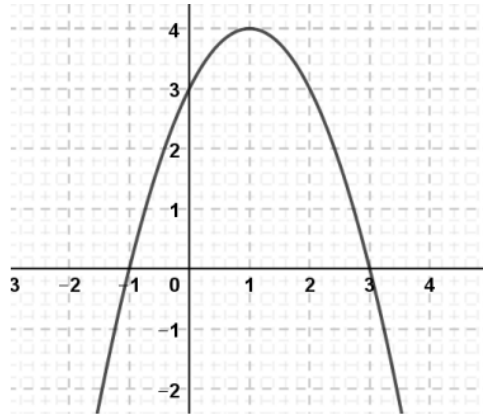
(δ) τον συντελεστή μεταβολής (CV), αν η τυπική απόκλιση (S) των παρατηρήσεων είναι $S = 3,19$

(2 μον.)

ΜΕΡΟΣ Β: Αποτελείται από 3 ασκήσεις. Βαθμολογείται με 40 μονάδες.
 Οι ασκήσεις B2 και B3 βαθμολογούνται με 15 μονάδες η κάθε μία
 ενώ η άσκηση B1 βαθμολογείται με 10 μονάδες.
 Να λύσετε και τις 3 ασκήσεις.

B1. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης

$$f(x) = ax^2 + bx + \gamma$$



Να απαντήσετε στα πιο κάτω ερωτήματα δικαιολογώντας πλήρως τις απαντήσεις σας. (2022 – 2023 Β΄ Τετρ.)

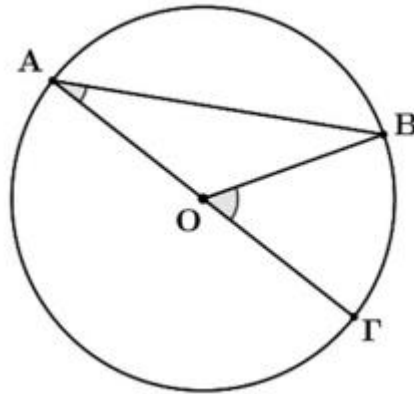
- α) Να βρείτε το σύνολο τιμών της συνάρτησης f (2 μον.)
 β) Να βρείτε τις λύσεις της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$ (2 μον.)
 γ) Να βρείτε τις λύσεις της ανίσωσης $f(x) \geq 3$ (2 μον.)
 δ) Να βρείτε τη διακρίνουσα και το είδος των λύσεων της εξίσωσης:
 $ax^2 + bx + \gamma = (x - 1)^2 + 4$,
 όπου $ax^2 + bx + \gamma$ είναι η συνάρτηση $f(x)$ (4 μον.)

B2. Δίνονται οι παραστάσεις A και B με $0 < \omega < \frac{\pi}{2}$, όπου: (2022 – 2023 Α΄ Τετρ.)

$$A = \frac{\eta\mu(\pi - \omega) \cdot \sigma\upsilon\nu(\pi + \omega) \cdot \eta\mu\left(\frac{\pi}{2} + \omega\right)}{\sigma\phi\left(\frac{3\pi}{2} + \omega\right) \cdot \sigma\upsilon\nu(-\omega)} \quad \text{και} \quad B = \frac{\epsilon\phi\omega - \sigma\phi\omega}{\tau\epsilon\mu\omega \cdot \sigma\tau\epsilon\mu\omega}$$

- α) Να δείξετε ότι $A = \sigma\upsilon\nu^2\omega$ (7 μον.)
 β) Να δείξετε ότι $B = 2\eta\mu^2\omega - 1$ (5 μον.)
 γ) Αν $4A + 4B = 3$ να δείξετε ότι $\epsilon\phi^2\omega = 3$ (3 μον.)

- B3.** α) Με βάση το πιο κάτω σχήμα, να αποδείξετε ότι η εγγεγραμμένη γωνία ΓAB , κύκλου (O, ρ) , ισούται με το μισό της αντίστοιχης επίκεντρης γωνίας ΓOB . (5 μον.)
(2020 – 2021)



- β) Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ εγγεγραμμένο σε κύκλο. Φέρουμε το ύψος $A\Delta$ του τριγώνου και τη διάμετρο του κύκλου AE . Να αποδείξετε ότι:
- i) τα τρίγωνα $AB\Delta$ και $A\Gamma E$ είναι όμοια (7 μον.)
 - ii) $(AB) \cdot (A\Gamma) = (AE) \cdot (A\Delta)$ (3 μον.)

Στο Δειγματικό Δοκίμιο περιλαμβάνονται ερωτήσεις/ασκήσεις απ' όλη την Διδακτέα ύλη όπως έχει καθοριστεί στα Πλαίσια Μάθησης. Η Εξεταστέα ύλη θα ανακοινωθεί σε μεταγενέστερο στάδιο.

ΤΕΛΟΣ ΔΕΙΓΜΑΤΙΚΟΥ ΔΟΚΙΜΙΟΥ