ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

ΑΠΟΤΕΛΈΣΜΑΤΑ ΚΟΙΝΟΎ ΚΟΡΜΟΥ 2015-2017

ΕΤΟΣ	ΑΡ. Υποψ	Μ.Ο.	Τ.Α
2017	4286	11.31	5.47
2016	4397	11.71	5.09
2015	4477	10.53	5.71

ΑΣΚΗΣΗ 4 ΜΈΡΟΣ Α

α) Τι ονομάζουμε δειγματικό χώρο ενός πειράματος τύχης;

α) Δειγματικός χώρος λέγεται το σύνολο όλων των δυνατών αποτελεσμάτων του πειράματος τύχης

- Μ1: «1,2,3,4,5,6»
- Μ2: Το Ν(Ω) ή Ω
- Μ3: Τα ζητούμενα αποτελέσματα
- Μ4: Ένα δείγμα του πειράματος

ΑΣΚΗΣΗ 4Β ΜΈΡΟΣ Α

Ρίχνουμε ένα αμερόληπτο ζάρι μια φορά. Να βρείτε
(i) Το δειγματικό χώρο Ω του πειράματος τύχης

β) i) $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

- M1: Ω=6
- M2: Ω={2,4,6}

(β) Την πιθανότητα του ενδεχομένου A: «το ζάρι να φέρει άρτια ένδειξη»

ii) $P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

- M3: P(A)=2,4,6
- M4: N(A)=3
- M5: P(A)=3

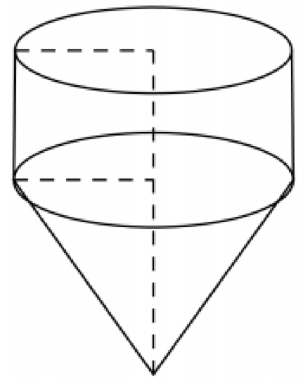
5. Ο όμιλος φωτογραφίας ενός σχολείου αποτελείται από 10 μαθήτριες και 8 μαθητές. Πρόκειται να επιλεγεί μια ομάδα πέντε ατόμων από τα μέλη του ομίλου, για να πραγματοποιηθεί μια φωτογράφηση.
Να βρείτε με πόσους τρόπους μπορεί να επιλεγεί η ομάδα:
α) Αν δεν υπάρχει κανένας περιορισμός.
β) Αν θα αποτελείται από τρεις μαθήτριες και δύο μαθητές.

α) $\binom{18}{5} = \frac{18!}{5!\cdot 13!} = 8568$

β) $\binom{10}{3}\cdot\binom{8}{2} = \frac{10!}{7!3!}\cdot\frac{8!}{2!6!} = 120\cdot 28 = 3360$

- M1: $\binom{18}{5} = 8568$
- M2: $\binom{18}{3}\binom{18}{2}$
- M3: $\binom{8}{3}\binom{10}{2}$
- M4: $\binom{8}{2} + \binom{10}{3}$

Μια εταιρεία θα κατασκευάσει με λαμαρίνα ένα σιλό για αποθήκευση σιτηρών όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Για την κατασκευή θα χρησιμοποιηθούν ένας κώνος και ένας κύλινδρος με ανοικτές και ίσες βάσεις. Το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας του κώνου είναι ίσο με $60\pi m^2$ και η γενέτειρα του είναι ίση με 10m. Το ύψος του κυλίνδρου είναι ίσο με 5m.



Να υπολογίσετε: α) Τον όγκο του σιλό.

$$E_\kappa = \pi R\lambda \Rightarrow 60\pi = \pi R \cdot 10 \Leftrightarrow R = 6$$

$$\upsilon_{\kappa\omega\nu} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$$

$$V_{\kappa\upsilon\lambda} = \pi \cdot 6^2 \cdot 5 = 180\pi$$

$$V_{\kappa\omega\nu} = \frac{\pi \cdot 6^2 \cdot 8}{3} = 96\pi$$

$$V = V_{\kappa\upsilon\lambda} + V_{\kappa\omega\nu} = 180\pi + 96\pi = 276\pi m^3$$

Μ1: Ο όγκος του κυλίνδρου είναι τριπλάσιος από τον όγκο του Κώνου άρα $V = 3 \cdot 60\pi = 180\pi$

Μ2: λ=10cm άρα υ=6cm και R=8cm

Μ3: $V = \pi R^2 \upsilon + \frac{\pi R^2 \upsilon}{3} = \pi 6^2 \cdot 5 + \frac{\pi 6^2 \cdot 5}{3} = 240\pi$

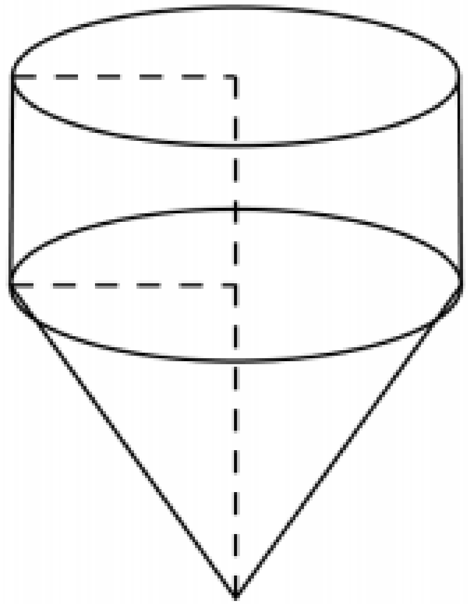
- Μ4: $V = V\kappa\upsilon\lambda + \mathrm{V}\kappa\omega\nu = \mathrm{E}\beta \cdot \upsilon_1 + \frac{\mathrm{E}\beta \cdot \upsilon_2}{3} =$
- $60\pi \cdot 5 + \frac{60\pi \cdot .8}{3} = 460\pi cm^3$

β) Πόσα λίτρα μπογιάς θα χρειαστούμε για να βάψουμε την εξωτερική επιφάνεια της κατασκευής, αν με κάθε λίτρο μπογιάς μπορούμε να βάψουμε $9{,}42m^2$ (Δίνεται π=3,14).

β) $E_{ολ.} = E_{Kκωνου} + E_{Kκυλινδρου}$

$E_{ολ.} = 2\pi \cdot 6 \cdot 5 + 60\pi = 120\pi = 376{,}8m^2$

$\Rightarrow 376{,}8 \div 9{,}42 = 40$ λίτρα μπογιάς



- M1: $E = Eολ_{κυλ} + \text{Εολ}_{κων}$
- M2: ……E=120π

$$\frac{120\pi}{9.42} = 12{,}73 \text{ λίτρα}$$

- M3: $V = 276\pi = 866{,}64$

$$866{,}64/9{,}42 = 92 \text{ λίτρα}$$

M4: ………E=120π

$120 \times 9{,}42$=1130,4

ΑΣΚΗΣΗ 2Α ΜΈΡΟΣ Β

Δίνεται η λέξη **ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ**.

α) Να βρείτε το πλήθος των αναγραμματισμών της πιο πάνω λέξης.

α) (i) $M_9^{\varepsilon} = \dfrac{9!}{3!\cdot 2!} = 30240$

- M1: $\dfrac{8!}{3!2!}$
- M2: $9!$
- M3 $3 \cdot 2 \cdot 6!$

Δίνεται η λέξη **ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ**.

α) Να βρείτε το πλήθος των αναγραμματισμών της πιο πάνω λέξης.

β) Παίρνουμε τυχαία ένα από τους πιο πάνω αναγραμματισμούς.

Να βρείτε την πιθανότητα των ενδεχομένων:

Α: «Ο αναγραμματισμός αρχίζει με Ρ και τελειώνει σε Γ»

Β: «Ο αναγραμματισμός έχει όλα τα φωνήεντα μαζί»

Γ: «Ο αναγραμματισμός αρχίζει με φωνήεν»

β) i.

ii. (Ι Α Α Α) _ _ _ _ _ _

$$N(B) = M_6^{\varepsilon} \cdot M_4^{\varepsilon} = \frac{6!}{2!} \cdot \frac{4!}{3!} = 1440$$

$$P(B) = \frac{N(B)}{N(\Omega)} = \frac{1440}{30240} = \frac{1}{21}$$

iii. Ι _ _ _ _ _ _ _ _ $\quad M_8^{\varepsilon} = \frac{8!}{3! \cdot 2!} = 3360$

Α _ _ _ _ _ _ _ _ $\quad M_8^{\varepsilon} = \frac{8!}{2! \cdot 2!} = 10080$

$$N(\Gamma) = 3360 + 10080 = 13440$$

$$P(\Gamma) = \frac{N(\Gamma)}{N(\Omega)} = \frac{13440}{30240} = \frac{4}{9}$$

- Μ1: $P(A) = \frac{7!}{3!2!} = 420$
- Μ2: ΔΓΡΜΜ-ΙΑΑΑ $\quad N(B) = \frac{5! \cdot 4!}{2! \cdot 3!}$
- Μ3: Με Ι $\quad \frac{8!}{3!2!} = 3360$
  - Με Α $\quad 3 \times \frac{8!}{2!2!} = 30240$

$N(\Gamma) = 3360 + 30240 = 33600$

ΑΣΚΗΣΗ 3Β ΜΈΡΟΣ Β

Να βρείτε το πλήθος των διαφορετικών τετραψήφιων αριθμών που μπορούμε να σχηματίσουμε με τα ψηφία 0, 4, 7 και 8, **αν επιτρέπεται η επανάληψη** ψηφίου.

Φ	Χ	Ε	Δ	Μ
Τ	3	4	4	4

$\Rightarrow 3 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 192$ αριθμοί

- Γενικά σχόλια (Δεν διαβάζουν ορθά τις οδηγίες)

Μ1

Χ	Ε	Δ	Μ
3	3	2	1

Μ2

Χ	Ε	Δ	Μ
4	4	4	4

Να βρείτε το πλήθος των διαφορετικών τετραψήφιων αριθμών που μπορούμε να σχηματίσουμε με τα ψηφία 0, 4, 7 και 8, **αν επιτρέπεται η επανάληψη** ψηφίου.

β) Πόσοι από τους πιο πάνω αριθμούς:

i. Αρχίζουν και τελειώνουν με το ψηφίο 7.

ii. Είναι άρτιοι.

iii. Έχουν το γινόμενο των ψηφίων τους ίσο με 0.

β. i. ο αριθμός αρχίζει και τελειώνει με 7

Φ	Χ	Ε	Δ	Μ
Τ	1	4	4	1

$\Rightarrow 1 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 1 = 16$ αριθμοί

	Χ	Ε	Δ	Μ
ΜΙ	Ι	3	3	Ι

Να βρείτε το πλήθος των διαφορετικών τετραψήφιων αριθμών που μπορούμε να σχηματίσουμε με τα ψηφία 0, 4, 7 και 8, **αν επιτρέπεται η επανάληψη** ψηφίου.

β) Πόσοι από τους πιο πάνω αριθμούς:

i. Αρχίζουν και τελειώνουν με το ψηφίο 7.

ii. Είναι άρτιοι.

iii. Έχουν το γινόμενο των ψηφίων τους ίσο με 0.

ο αριθμός περιέχει ένα μηδενικό:

3	1	3	3

x 3=81 αριθμοί

ο αριθμός περιέχει δύο μηδενικά:

3	1	1	3

x3=27 αριθμοί

ο αριθμός περιέχει τρία μηδενικά:

3	1	1	1

=3 αριθμοί

Συνολικά: 81+27+3=111 αριθμοί

M1 : Υπολογίζει τους αριθμούς που τελειώνουν σε 0

M2: Υπολογίζει τους αριθμούς που περιέχουν ένα μηδενικό

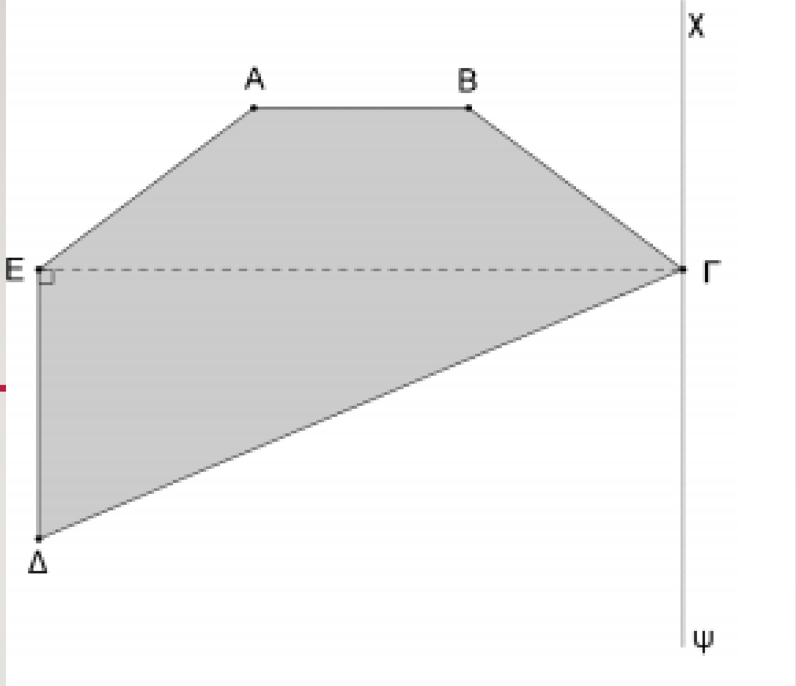
M3: Αποδέχονται το 0000 ως τετραψήφιο

M4: Δεν λαμβάνουν υπόψιν τον περιορισμό στο πρώτο ψηφίο

Στο διπλανό σχήμα δίνεται πολύγωνο ΑΒΓΔΕ. Το ΑΒΓΕ είναι ισοσκελές τραπέζιο με ΒΓ=ΑΕ=5cm και ΑΒ=4cm. Το ΓΔΕ είναι ορθογώνιο τρίγωνο $(\hat{E} = 90^\circ)$ με ΓΕ=12cm και ΔΕ=5cm. Το σκιασμένο πολύγωνο ΑΒΓΔΕ περιστρέφεται ολόκληρη στροφή γύρω από τον άξονα χψ, που είναι παράλληλος προς την ΔΕ
Να υπολογίσετε:

α) Το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του παραγόμενου στερεού.

β) Τον όγκο του παραγόμενου στερεού.



- Αδυναμία υπολογισμού άγνωστων πλευρών
- Χρήση της ΑΒ ως ακτίνας του κόλουρου
- Μ1: Υπολογίζουν Εμβαδόν ολικής επιφάνειας για κάθε στερεό που προκύπτει
  - $\mathrm{E} = \mathrm{E}_{\mathrm{AB}(\delta\alpha\kappa\tau)} + \mathrm{E}o\lambda_{\kappa\acute{\omega}\nu o\upsilon(\mathrm{B\Gamma})} + \mathrm{E}o\lambda_{\kappa\acute{\omega}\nu o\upsilon(\Gamma\Delta)} + \mathrm{E}o\lambda_{\kappa\upsilon\lambda(\mathrm{E}\Delta)} + \mathrm{E}o\lambda_{\kappa o\lambda o\upsilon\rho(\mathrm{AE})}$
- Μ2: Στο Εμβαδόν προσθέτουν το $\mathrm{E}\kappa\acute{\upsilon}\kappa\lambda o\upsilon(\mathrm{E}\Gamma)$
- Μ3: Υπολογισμός Εμβαδού πολυγώνου ΑΒΓΔΕ
- Μ4: Στον υπολογισμό του όγκου προσθέτουν τους όγκους όλων των στερεών που προκύπτουν.