

Α' Λυκείου 2015 – 2016

Α' Λυκείου (3-ωρο): Ασκήσεις εκτός ύλης

Α' ΛΥΚΕΙΟΥ (3-ΩΡΟ)	Σελίδα
2. Πραγματικοί Αριθμοί	
▪ Δραστηριότητες Υποενότητας «Ιδιότητες Διάταξης Πραγματικών Αριθμών»	64-66
▪ Δραστηριότητες Ενότητας Ασκήσεις: 3, 6, 7, 8β, 9β, 11, 12	67-68
▪ Δραστηριότητες Εμπλουτισμού Ασκήσεις: 5, 6, 8, 9, 10, 11, 13, 14, 15	69-70
4. Γραμμικά Συστήματα	
▪ Δραστηριότητες Υποενότητας «Λύση-Διερεύνηση Γραμμικών Συστημάτων»	110-112
▪ Δραστηριότητες Ενότητας Ασκήσεις: 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18	113-115
▪ Δραστηριότητες Εμπλουτισμού Ασκήσεις: 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16	116-118
5. Τριγωνομετρία	
▪ Δραστηριότητες Υποενότητας «Τριγωνομετρικές Συναρτήσεις»	142-143
▪ Δραστηριότητες Υποενότητας «Τριγωνομετρικές Ταυτότητες»	147-149
▪ Δραστηριότητες Ενότητας Ασκήσεις: 1, 2, 3, 5, 6δ, 8, 9, 13, 14, 15, 16, 18, 19, 20	150-152
▪ Δραστηριότητες Εμπλουτισμού Ασκήσεις: 3, 4, 6, 7, 10	153-154
6. Συνάρτηση $f(x) = ax^2 + \beta x + \gamma$ Εξισώσεις – Ανισώσεις	
▪ Δραστηριότητες Υποενότητας «Ανισώσεις Ανώτερου Βαθμού-Κλασματικές Ανισώσεις»	42
▪ Δραστηριότητες Ενότητας Ασκήσεις: 29β, 29γ, 29δ, 30	43-47
▪ Δραστηριότητες Εμπλουτισμού Ασκήσεις: 12, 14, 19, 20, 23, 24	48-52

Μαθηματικά

Α΄
ΛΥΚΕΙΟΥ
(3-ΩΡΟ)

ΣΥΝΟΠΤΙΚΟΣ ΟΔΗΓΟΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟΥ



ΟΜΑΔΑ ΣΤΗΡΙΞΗΣ ΝΕΩΝ ΑΝΑΛΥΤΙΚΩΝ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΩΝ



ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Τα μαθηματικά είναι ένα συστηματικό, συνεκτικό, συνεπές και συνεχώς αναπτυσσόμενο σύνολο εννοιών και μεθόδων. Ως επιστήμη, τα μαθηματικά χρησιμοποιούν δική τους γλώσσα και σύμβολα με στόχο τη μοντελοποίηση, την ανάλυση και την ερμηνεία του κόσμου. Τα μαθηματικά ως ανθρώπινη δραστηριότητα εμπεριέχουν δημιουργικότητα και φαντασία που είναι απαραίτητα στοιχεία για την ανακάλυψη μοτίβων σχημάτων και αριθμών, την κατανόηση και απόδειξη σχέσεων, την κατασκευή μοντέλων, την ερμηνεία δεδομένων και την επικοινωνία ιδεών και εννοιών. Το αναλυτικό πρόγραμμα των μαθηματικών εδράζεται σε τέσσερις αρχές:

ΑΡΧΗ 1:

Οι μαθηματικές έννοιες διερευνούνται με τρόπο που υποκινεί το ενδιαφέρον και την περιέργεια των μαθητών.

ΑΡΧΗ 2:

Το αναλυτικό πρόγραμμα δίνει έμφαση στη λύση προβλήματος.

ΑΡΧΗ 3:

Η τεχνολογία αποτελεί αναπόσπαστο μέρος της μαθηματικής εκπαίδευσης.

ΑΡΧΗ 4:

Όλοι οι μαθητές πρέπει να αποκτήσουν εμπειρίες μέσα από ένα ποιοτικό πρόγραμμα μαθηματικών.

Οι γενικοί σκοποί της μαθηματικής παιδείας, όπως αναπτύσσονται στο αναλυτικό πρόγραμμα, μπορούν να συνοψιστούν ως εξής:

Οι μαθητές, μέσω της διδασκαλίας των μαθηματικών:

- Εκτιμούν την αξία των μαθηματικών και τη χρησιμότητά τους σε όλους τους τομείς της ανθρώπινης δραστηριότητας.
- Αναπτύσσουν την αυτοπεποίθησή τους ότι είναι ικανοί να «κάνουν» μαθηματικά και να αντιλαμβάνονται τα μαθηματικά ως μια δημιουργική απασχόληση.
- Αναπτύσσουν τις στάσεις, γνώσεις και δεξιότητες και κατανοούν έννοιες που θα τους βοηθήσουν να χρησιμοποιούν τα μαθηματικά στην καθημερινή τους ζωή και απασχόληση και στην ερμηνεία προβλημάτων από διάφορα γνωστικά αντικείμενα.
- Αναπτύσσουν την ικανότητα να επιλύουν προβλήματα με πολλαπλούς τρόπους και την ικανότητα να σκέφτονται και να αποφασίζουν με δημιουργικό και λογικό τρόπο.



- Αναπτύσσουν τις απαραίτητες γνώσεις που απαιτούνται στη σύγχρονη κοινωνία της πληροφορίας.
- Αναπτύσσουν τις γνώσεις και τις δεξιότητες που είναι απαραίτητες στο χώρο της εργασίας.
- Αναπτύσσουν τις γνώσεις και τις δεξιότητες, για να συνεχίσουν σπουδές σε αντικείμενα στα οποία η χρήση των μαθηματικών είναι απαραίτητη.

Κάθε νέα ενότητα είναι δομημένη ως εξής:

➤ Τι θα μάθουμε

Στην αρχή κάθε ενότητας παρατίθενται οι στόχοι οι οποίοι είναι συγκεκριμένοι και μετρήσιμοι. Οι στόχοι κάθε ενότητας προκύπτουν από τους δείκτες επιτυχίας του Αναλυτικού Προγράμματος. Οι καθηγητές με βάση τους στόχους αυτούς θα προγραμματίσουν και θα σχεδιάσουν τη διδασκαλία της κάθε ενότητας. Με το τέλος της ενότητας οι μαθητές και οι καθηγητές μπορούν να επανέλθουν στους στόχους και να ελέγξουν ποιους από αυτούς έχουν πετύχει και σε ποιο βαθμό.

➤ Έχουμε Μάθει

Στην αρχή κάθε ενότητας είναι συγκεντρωμένη η προαπαιτούμενη γνώση την οποία πρέπει να έχουν οι μαθητές για τη νέα ενότητα.

➤ Εξερεύνηση

Στις εξερευνήσεις υπάρχουν δραστηριότητες στις οποίες οι μαθητές εξερευνούν ελεύθερα μαθηματικές έννοιες. Οι δραστηριότητες αυτές συμβάλλουν:

- στη διαφοροποίηση και εξατομίκευση της διδασκαλίας,
- στην παροχή κινήτρων και στη χαρά της μάθησης,
- στην εννοιολογική διασύνδεση εννοιών,
- στην ανάπτυξη του μαθηματικού συλλογισμού, της δημιουργικότητας και της φαντασίας στα μαθηματικά.

Είναι ανοικτού τύπου.

- Ικανοποιούν τις ανάγκες των μαθητών ανάλογα με το επίπεδό τους.
- Αναπτύσσει την αποκλίνουσα σκέψη.



Διαμέσου των εξερευνήσεων επιτυγχάνεται η σύνδεση των μαθηματικών εννοιών με άλλα αντικείμενα του αναλυτικού προγράμματος, αναπτύσσεται η ικανότητα των μαθητών για λύση προβλήματος, επεκτείνεται και ολοκληρώνεται η έννοια, παρατίθενται ιστορικά στοιχεία και δίνονται εφαρμογές μαθηματικών εννοιών.

➤ Διερεύνηση

Οι διερευνήσεις περιλαμβάνουν δραστηριότητες στις οποίες οι μαθητές διερευνούν μαθηματικές ιδέες σε ένα συγκεκριμένο πλαίσιο και στις οποίες έχουν τη δυνατότητα:

- να διατυπώσουν υποθέσεις,
- να ελέγξουν την εγκυρότητα των υποθέσεών τους και
- να αιτιολογήσουν τις απαντήσεις τους.

Αυτό μπορεί να επιτευχθεί με παραδείγματα, με εποπτικά μέσα ή και ψηφιακά εποπτικά μέσα και με προβλήματα. Οι μαθητές οδηγούνται να κάνουν υποθέσεις, να επαληθεύουν και να καταλήγουν σε συμπεράσματα.

➤ Μαθαίνω

Στο «Μαθαίνω» παρατίθεται η νέα γνώση που πρέπει να κατακτήσει ο μαθητής με το πέρας της μαθησιακής διαδικασίας της κάθε υποενότητας.

➤ Παραδείγματα

Τα παραδείγματα που περιέχονται στο διδακτικό βιβλίο έχουν ως σκοπό την καλύτερη κατανόηση και εμπέδωση της έννοιας στην οποία αναφέρονται.

➤ Δραστηριότητες

Οι δραστηριότητες που προτείνονται απευθύνονται σε διαφορετικά επίπεδα μαθητών και αντιστοιχούν, ως επί το πλείστον, στη διδακτέα ύλη της συγκεκριμένης ενότητας. Αποφεύγουν τις πολύπλοκες διαδικασίες υπολογισμών, οι οποίες επιβραδύνουν τον ρυθμό της διδασκαλίας και δεν συμβάλλουν στην επίτευξη των σκοπών της διδασκαλίας. Οι καθηγητές πρέπει κατά τη διδασκαλία μιας ενότητας να λαμβάνουν υπόψη τις ατομικές διαφορές των μαθητών και τα ιδιαίτερα γνωρίσματα που μπορεί να έχει η τάξη τους και κάθε φορά να επιλέγουν τις κατάλληλες



δραστηριότητες τόσο για την κατανόηση της ενότητας, όσο και για την περαιτέρω εμβάθυνσή της.

Οι δραστηριότητες των υποενοτήτων, όπως και οι δραστηριότητες Ενότητας, δεν περιορίζονται σε απλούς υπολογισμούς, αλλά περιλαμβάνουν διάφορα είδη δραστηριοτήτων.

Υπάρχουν δραστηριότητες στις οποίες οι μαθητές καλούνται να αποφανθούν κατά πόσο οι προτάσεις είναι ορθές ή ακόμη κατά πόσο οι προτάσεις αυτές είναι κάποτε ορθές. Πολλές δραστηριότητες, επίσης, επιδέχονται περισσότερες από μία λύσεις, οπότε είναι αναγκαίο οι μαθητές να εξετάζουν κατά πόσο υπάρχουν περισσότερες από μία λύσεις πριν δώσουν την τελική τους απάντηση.

Οι δραστηριότητες είναι ενδεικτικές και αντιστοιχούν στους δείκτες επιτυχίας και αποτελούν παραδείγματα εμπειριών που οι μαθητές αναμένεται να αποκτήσουν από την καθημερινή επαφή τους με τις μαθηματικές έννοιες. Στόχος των ενδεικτικών δραστηριοτήτων είναι από τη μια η αποσαφήνιση των δεικτών επιτυχίας και από την άλλη αποτελούν εισηγήσεις προς τους εκπαιδευτικούς για έννοιες και προβλήματα που είναι δυνατό να χρησιμοποιήσουν κατά τη διάρκεια των μαθημάτων τους. Τονίζεται ότι η αντιστοίχιση των ενδεικτικών δραστηριοτήτων με τους δείκτες επιτυχίας δεν είναι αποκλειστική ή μοναδική, με την έννοια ότι οι ίδιες δραστηριότητες είναι δυνατό να χρησιμοποιηθούν για την ανάπτυξη πολλαπλών δεικτών επιτυχίας. Σε καμιά όμως περίπτωση οι ενδεικτικές δραστηριότητες δεν πρέπει να θεωρηθούν ότι περιορίζουν τους εκπαιδευτικούς στη διαδικασία της διδασκαλίας - μάθησης. Αντίθετα, οι εκπαιδευτικοί παροτρύνονται να σχεδιάζουν και να εφαρμόζουν δραστηριότητες που πιστεύουν ότι εξυπηρετούν τις ανάγκες των μαθητών τους.

➤ Δραστηριότητες Ενότητας

Οι δραστηριότητες Ενότητας έχουν σχεδιαστεί έτσι ώστε όλοι οι μαθητές να έχουν μία ακόμη ευκαιρία να εφαρμόσουν τις έννοιες που έχουν διδαχθεί.

Οι δραστηριότητες ενότητας αποτελούν παραδείγματα δραστηριοτήτων που μπορούν να χρησιμοποιηθούν από τους εκπαιδευτικούς κατά την αξιολόγηση των αποτελεσμάτων της διδασκαλίας τους. Οι δραστηριότητες αυτές μπορούν να διαφοροποιηθούν από τους εκπαιδευτικούς και να χρησιμοποιηθούν με πολλούς άλλους τρόπους. Επιπρόσθετα, οι δραστηριότητες ενότητας μπορούν να χρησιμοποιηθούν από τους εκπαιδευτικούς για την αξιολόγηση ενός εύρους ικανοτήτων των μαθητών τους, όπως η ικανότητα των μαθητών να συλλέγουν δεδομένα, η ικανότητα να παρουσιάζουν τα επιχειρήματά τους, η ικανότητα να



προσεγγίζουν διαισθητικά τη λύση προβλημάτων. Πολλές από τις δραστηριότητες συνδυάζουν διαφορετικές περιοχές των Μαθηματικών (π.χ. Γεωμετρία – Άλγεβρα). Υπάρχουν, επίσης, θέματα τα οποία απευθύνονται σε διαφορετικά επίπεδα μαθητών, καθώς η προαγωγή της διαφοροποίησης αποτελεί στόχο του Α.Π..

Με βάση τις δραστηριότητες αυτές οι εκπαιδευτικοί αναμένεται να κατασκευάσουν τις δικές τους δραστηριότητες για συντρέχουσα και τελική αξιολόγηση των μαθητών τους.

➤ Δραστηριότητες Εμπλουτισμού

Οι δραστηριότητες εμπλουτισμού περιλαμβάνουν όχι μόνο επέκταση ενός συγκεκριμένου θέματος, αλλά κυρίως αναφέρονται σε ευκαιρίες που δίνονται στους μαθητές να εμβαθύνουν σε θέματα που τους ενδιαφέρουν. Στις δραστηριότητες εμπλουτισμού δίνεται, επίσης, η ευκαιρία στους μαθητές να ασχοληθούν με πρότζεκτ διαφορετικής θεματολογίας ανάλογα με τα ενδιαφέροντα των μαθητών. Ο κατάλογος των θεμάτων που προτείνονται στις δραστηριότητες εμπλουτισμού είναι ενδεικτικός και επομένως οι εκπαιδευτικοί, κάνοντας χρήση της σύγχρονης τεχνολογίας, μπορούν να προτείνουν τόσο δραστηριότητες όσο και άλλα θέματα για πρότζεκτ στους μαθητές τους.

Επιπρόσθετα, οι δραστηριότητες εμπλουτισμού δίνουν τη δυνατότητα στους εκπαιδευτικούς να ασχοληθούν με δραστηριότητες και ευρύτερα θέματα σχετικά με τις υπό ανάπτυξη μαθηματικές έννοιες. Για το σκοπό αυτό, οι εκπαιδευτικοί ενθαρρύνονται σε πολλές περιπτώσεις να χρησιμοποιήσουν τις δραστηριότητες εμπλουτισμού, για να παροτρύνουν τους μαθητές τους στη διερεύνηση μαθηματικών εννοιών σε ένα ευρύτερο πλαίσιο. Τέλος, πολλές από τις δραστηριότητες εμπλουτισμού δίνουν τη δυνατότητα στους χαρισματικούς μαθητές να επιλύσουν πιο ελκυστικά προβλήματα, συμβάλλοντας με αυτό τον τρόπο στην περαιτέρω ανάπτυξη των μαθηματικών τους ικανοτήτων.



ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ: Από το Γυμνάσιο στο Λύκειο

Εισηγήσεις:

Οι μαθητές ανακαλούν προαπαιτούμενες γνώσεις από το Γυμνάσιο αναγκαίες για την οικοδόμηση και θεμελίωση των Μαθηματικών εννοιών του Λυκείου. Οι προτεινόμενες δραστηριότητες περιορίζονται στις πιο βασικές πυρηνικές γνώσεις.

● **Ρίζες – Εφαρμογές ριζών (Πυθαγόρειο Θεώρημα)**

Στις δραστηριότητες 1, 2 και 3 οι μαθητές ανακαλούν τις έννοιες της τετραγωνικής και κυβικής ρίζας μη αρνητικού αριθμού και τις εφαρμόζουν σε άλλα πεδία των μαθηματικών.

● **Μέτρηση**

Στη δραστηριότητα 4 οι μαθητές ανακαλούν τις έννοιες της περιμέτρου και του εμβαδού κύκλου.

● **Εξισώσεις Α' Βαθμού – Διερεύνηση εξισώσεων Α' Βαθμού**

Στις δραστηριότητες 5, 6 και 7 οι μαθητές ανακαλούν τη διαδικασία επίλυσης εξισώσεων Α' βαθμού και διερευνούν απλές εξισώσεις Α' βαθμού.

● **Ανισώσεις Α' Βαθμού – Εφαρμογές ανισώσεων Α' Βαθμού**

Στις δραστηριότητες 8 και 9 οι μαθητές ανακαλούν τη διαδικασία επίλυσης ανισώσεων Α' Βαθμού και την εφαρμόζουν σε άλλα πεδία των μαθηματικών.

● **Εξίσωση Ευθείας**

Στις δραστηριότητες 10, 11, 12 και 13 οι μαθητές ανακαλούν τις γνώσεις τους για την ευθεία (κλίση, γραφική παράσταση, τομές με άξονες, εξίσωση).

● **Συστήματα Εξισώσεων**

Στις δραστηριότητες 14 και 15 οι μαθητές ανακαλούν τις γνώσεις τους ως προς την λύση συστήματος δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους και τη γραφική λύση συστήματος.



● **Ταυτότητες – Εφαρμογές των Ταυτοτήτων**

Στις δραστηριότητες 16, 17 και 18 οι μαθητές ανακαλούν τις γνώσεις τους γύρω από τις αξιοσημείωτες ταυτότητες και τις εφαρμογές τους.

● **Παραγοντοποίηση – Εφαρμογές**

Στις δραστηριότητες 19, 20, 21, 22 και 23 οι μαθητές ανακαλούν τις μεθόδους παραγοντοποίησης αλγεβρικών παραστάσεων και τις εφαρμογές της παραγοντοποίησης στην απλοποίηση αλγεβρικών κλασμάτων, στη λύση εξίσωσης και στη λύση προβλήματος.

● **Γεωμετρία**

Στις δραστηριότητες 24 και 25 οι μαθητές ανακαλούν τις γνώσεις τους γύρω από την ισότητα τριγώνων και τις εφαρμογές της.

● **Τριγωνομετρία**

Στις δραστηριότητες 26, 27, 28 και 29 οι μαθητές ανακαλούν τις γνώσεις τους γύρω από την τριγωνομετρία (τριγωνομετρικοί αριθμοί οξείας γωνίας και εφαρμογές).



ΕΝΟΤΗΤΑ 1: Διανύσματα

Δείκτες επιτυχίας:

- Ορίζουν και εφαρμόζουν την έννοια του διανύσματος (ορισμός διανύσματος, συντεταγμένες διανύσματος, πρόσθεση και αφαίρεση διανυσμάτων, πολλαπλασιασμός αριθμού με διάνυσμα).Γ5.16.
- Υπολογίζουν το άθροισμα και τη διαφορά διανυσμάτων, το γινόμενο αριθμού επί διάνυσμα, το μέτρο διανύσματος, όταν δίνονται οι συντεταγμένες των άκρων του, τη γωνία δύο διανυσμάτων, την απόσταση μεταξύ δύο σημείων και σημείου από ευθεία και τη γωνία δύο ευθειών.Μ6.4.
- Ορίζουν, αναπαριστούν και εφαρμόζουν ιδιότητες των διανυσμάτων, βρίσκουν το μέτρο διανύσματος, κάνουν πράξεις με διανύσματα (άθροισμα, διαφορά διανυσμάτων, γινόμενο αριθμού επί διάνυσμα) και εξετάζουν τη συνθήκη παραλληλίας διανυσμάτων.Γ6.11.

Τι θα μάθουμε:

- Να ορίζουμε το διάνυσμα.
- Να ορίζουμε και να υπολογίζουμε τις συντεταγμένες διανύσματος.
- Να πολλαπλασιάζουν ένα διάνυσμα με αριθμό.
- Να ορίζουμε τις σχέσεις μεταξύ διανυσμάτων (παράλληλα, ομόρροπα, αντίρροπα, ίσα και αντίθετα διανύσματα).
- Να προσθέτουμε και να αφαιρούμε διανύσματα.

Περιεχόμενα ενότητας:

- **Η Έννοια του Διανύσματος**
- **Πράξεις με Διανύσματα**

Εισηγήσεις:

Στην ενότητα αυτή οι μαθητές:

- Θα έχουν μια πρώτη επαφή με την έννοια του διανύσματος. Μέσα από τις δύο διερευνήσεις (σελ.17 και 19) θα προσπαθήσουν να περιγράψουν την κίνηση τόσο των αντικειμένων στη σκακίερα όσο και του αυτοκινήτου στην πίστα. Με αυτό τον



τρόπο γίνεται ένας πρώτος διαχωρισμός των μονόμετρων και διανυσματικών μεγεθών, δίνοντας την ευκαιρία στους μαθητές, με κατάλληλη παρατήρηση, να αντιληφθούν άτυπα τα στοιχεία τα οποία χαρακτηρίζουν ένα διάνυσμα.

- Θα μελετήσουν την προσομοίωση στη διερεύνηση (σελ. 27), υπολογίζοντας το άθροισμα δύο ή περισσότερων διαδοχικών διανυσμάτων, και το άθροισμα διανυσμάτων με τη μέθοδο του παραλληλογράμμου. Στη συνέχεια θα μάθουν την αφαίρεση διανυσμάτων ως την αντίθετη πράξη της πρόσθεσης και τον πολλαπλασιασμό ενός αριθμού με διάνυσμα. Σε κάθε περίπτωση οι μαθητές θα μάθουν να υπολογίζουν τις συντεταγμένες του διανύσματος που προκύπτει.

Η ενότητα μπορεί να οργανωθεί ως εξής:

➤ **Η Έννοια του Διανύσματος**

- Βασικός στόχος της διερεύνησης (1) είναι να ανακαλύψουν οι μαθητές την έννοια του διανύσματος και τις συντεταγμένες ενός διανύσματος μέσα από την κίνηση συγκεκριμένων κομματιών στην σκακιέρα (οριζόντια, κατακόρυφα και διαγώνια).

Βασικός στόχος της διερεύνησης (2) είναι να ανακαλύψουν οι μαθητές την έννοια του διανύσματος, περιγράφοντας την κίνηση ενός αυτοκινήτου σε πίστα στην οποία καθορίζουμε το μέτρο της ταχύτητας και την κατεύθυνση του.

- Η δραστηριότητα 1 έχει στόχο να διαχωρίσουν οι μαθητές τα μονόμετρα από τα διανυσματικά μεγέθη.

Οι δραστηριότητες 2, 3 και 4 έχουν στόχο να βοηθήσουν τους μαθητές να μελετήσουν τα στοιχεία των διανυσμάτων (διεύθυνση, φορά, μέτρο) και να αναγνωρίσουν πότε δύο διανύσματα είναι ομόρροπα ή αντίρροπα, ίσα, αντίθετα.

Στη δραστηριότητα 3 θα ασχοληθούν με τις συντεταγμένες διανύσματος και θα υπολογίσουν το μέτρο ενός διανύσματος.

Στη δραστηριότητα 5 οι μαθητές κατασκευάζουν διανύσματα με βάση συγκεκριμένες οδηγίες.

Τέλος, στη δραστηριότητα 6 οι μαθητές αναγνωρίζουν διανύσματα τα οποία έχουν συγκεκριμένη σχέση, στα πλαίσια ενός γεωμετρικού σχήματος.



➤ **Πράξεις με Διανύσματα**

- Βασικός στόχος της διερεύνησης είναι να ανακαλύψουν οι μαθητές την πρόσθεση δύο διανυσμάτων, μελετώντας την κίνηση ενός καρτσιού το οποίο έλκεται από δύο άτομα.
- Στη δραστηριότητα 1 οι μαθητές προσθέτουν δύο ή περισσότερα διανύσματα.

Οι δραστηριότητες 2 και 3 έχουν στόχο να βοηθήσουν τους μαθητές να κατασκευάζουν το διάνυσμα που αντιστοιχεί στο άθροισμα ή τη διαφορά δύο ή περισσότερων διανυσμάτων, αλλά και να εκφράζουν διανύσματα ως άθροισμα ή διαφορά άλλων διανυσμάτων.

Στις δραστηριότητες 4, 5, 6, 7, 8 και 9 οι μαθητές χρησιμοποιούν τις συντεταγμένες σημείου ή τις συντεταγμένες διανύσματος, για να υπολογίσουν τις συντεταγμένες του διανύσματος που αντιστοιχεί στο άθροισμα ή τη διαφορά δεδομένων διανυσμάτων.

Στις δραστηριότητες 10 και 11 οι μαθητές εκφράζουν διανύσματα ως άθροισμα ή διαφορά δεδομένων διανυσμάτων.

Στη δραστηριότητα 12 οι μαθητές κατασκευάζουν το συγκεκριμένο γεωμετρικό σχήμα και στη συνέχεια εκτελούν τις πράξεις των διανυσμάτων.

Τέλος, η δραστηριότητα 13 έχει στόχο να συνδυάσει δεδομένες σχέσεις μεταξύ διανυσμάτων με το γεωμετρικό σχήμα. Οι μαθητές εκφράζουν τα ζητούμενα διανύσματα με βάση τα δεδομένα διανύσματα.

➤ **Δραστηριότητες Ενότητας**

Στη δραστηριότητα 1 οι μαθητές συγκρίνουν διανύσματα και καταγράφουν τις παρατηρήσεις τους.

Στις δραστηριότητες 2, 4, 8, 9 και 10 οι μαθητές εκφράζουν και αποδεικνύουν σχέσεις μεταξύ διανυσμάτων, χρησιμοποιώντας ιδιότητες γεωμετρικών σχημάτων.



Στις δραστηριότητες 3 και 5 οι μαθητές κατασκευάζουν διανύσματα και περιγράφουν τον τρόπο με τον οποίο έχουν εργαστεί.

Στη δραστηριότητα 6 οι μαθητές υπολογίζουν το άθροισμα τριών διαδοχικών διανυσμάτων, χρησιμοποιώντας τη διαδικασία υπολογισμού του αθροίσματος δύο διαδοχικών διανυσμάτων.

Στη δραστηριότητα 7 οι μαθητές υπολογίζουν το μέτρο ενός διανύσματος, χρησιμοποιώντας τις συντεταγμένες των μοναδιαίων διανυσμάτων (να μην γίνει ιδιαίτερη αναφορά στα μοναδιαία διανύσματα).

➤ **Δραστηριότητες Εμπλουτισμού**

Στη δραστηριότητα 1 οι μαθητές εφαρμόζουν τις γνώσεις τους στη συμμετρία με τις συντεταγμένες διανύσματος και τις πράξεις διανυσμάτων.

Στις δραστηριότητες 2, 3 και 4 οι μαθητές χρησιμοποιούν τα διανύσματα για να αποδείξουν γεωμετρικές προτάσεις.

Στις δραστηριότητες 5 και 6 οι μαθητές χρησιμοποιούν τα διανύσματα για να αποδείξουν προτάσεις στην αναλυτική γεωμετρία.

Σημείωση:

Στην ενότητα αυτή δεν ενδείκνυται να γίνει διαγώνισμα.



ΕΝΟΤΗΤΑ 2: Πραγματικοί Αριθμοί

Δείκτες επιτυχίας:

- Ορίζουν την έννοια της νιοστής ρίζας ενός αριθμού α και αποδεικνύουν τις ιδιότητες ριζών, όταν $n \in \mathbb{N}$, $n \neq 0, 1$, $\alpha \in \mathbb{R}^+$. Αρ.6.2
- Ορίζουν δυνάμεις με ρητό εκθέτη και παριστάνουν δύναμη με εκθέτη ρητό αριθμό ως ρίζα και αντίστροφα. Αρ.6.4
- Μετασχηματίζουν αριθμητικές παραστάσεις με άρρητο παρονομαστή σε ισοδύναμες με ρητό παρονομαστή. Αρ.6.9.
- Εκτελούν πράξεις ριζών και υπολογίζουν την τιμή αριθμητικών παραστάσεων. Αρ.6.11.
- Υπολογίζουν την αριθμητική τιμή αλγεβρικών παραστάσεων. Αρ.6.12
- Εφαρμόζουν τις ιδιότητες της n -οστής ρίζας πραγματικού αριθμού και δυνάμεων με ρητό εκθέτη στην επίλυση προβλημάτων. Αρ.6.13.
- Επιλύουν άρρητες, εκθετικές και λογαριθμικές εξισώσεις. Αρ.6.15.

Θα μάθουμε:

- Να υπολογίζουμε τη n -οστή ρίζα ενός μη αρνητικού αριθμού.
- Να υπολογίζουμε τη ρίζα ενός πολυωνύμου της μορφής $P(x) = x^n - \alpha$ και τη λύση της εξίσωσης της μορφής $x^n - \alpha = 0$.
- Τις ιδιότητες των ριζών θετικού πραγματικού αριθμού.
- Να αναγνωρίζουμε και να υπολογίζουμε δυνάμεις με ρητό εκθέτη.

Περιεχόμενα ενότητας:

- **Ρίζες Πραγματικών Αριθμών**
- **Δυνάμεις με Ρητό Εκθέτη**



Εισηγήσεις:

Στόχος της ενότητας είναι οι μαθητές:

- να συνδέσουν τις γνώσεις τους για την τετραγωνική και κυβική ρίζα μη αρνητικού αριθμού με τη n -οστή ρίζα μη αρνητικού αριθμού και να διακρίνουν τη n -οστή ρίζα μη αρνητικού αριθμού από τη ρίζα πολυωνύμου. Επίσης, θα συνδέσουν τις γνώσεις τους στις δυνάμεις και στις ρίζες με τη δύναμη με ρητό εκθέτη. Στη συνέχεια, θα μάθουν βασικές ιδιότητες των ριζών και θα τις αποδείξουν.

Συγκεκριμένα, η ενότητα μπορεί να οργανωθεί ως εξής:

➤ **Ρίζες Πραγματικών Αριθμών**

- Βασικός στόχος της διερεύνησης (1) είναι η επανάληψη γνώσεων των μαθητών για την τετραγωνική και κυβική ρίζα μη αρνητικού αριθμού μέσα από το γεωμετρικό μοντέλο που προτείνεται (εμβαδόν τετραγώνου, όγκος κύβου).

Στη διερεύνηση (2) οι μαθητές, μέσω του εφαρμογιδίου, κατασκευάζουν τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων που αντιστοιχούν στα πολυώνυμα της πρώτης στήλης του πίνακα της σελίδας 45 και στη συνέχεια συμπληρώνουν τον πίνακα. Σε αυτό το σημείο δεν μας ενδιαφέρει η παραγοντοποίηση των πολυωνύμων, αλλά ούτε και ο τρόπος υπολογισμού των ριζών ενός πολυωνύμου. Στη συνέχεια με βάση τις παρατηρήσεις τους θα συμπληρώσουν το δεύτερο πίνακα, χωρίς να κατασκευάσουν τις γραφικές παραστάσεις. Οι μαθητές αναμένεται να διακρίνουν τη n -οστή ρίζα μη αρνητικού αριθμού από τη ρίζα πολυωνύμου.

- Στις δραστηριότητες 1, 2, 3 και 4 οι μαθητές εφαρμόζουν τις γνώσεις που έχουν αποκτήσει για τη n -οστή ρίζα μη αρνητικού αριθμού και τις ιδιότητες των ριζών.

Στις δραστηριότητες 5 και 6 εφαρμόζουν τις ιδιότητες των ριζών στην εκτέλεση πράξεων και στη μετατροπή κλασμάτων με άρρητο παρονομαστή σε κλάσματα με ρητό παρονομαστή.

Στις δραστηριότητες 7 και 8 εφαρμόζουν τις γνώσεις που έχουν αποκτήσει σε πράξεις με αλγεβρικές παραστάσεις.



Στις δραστηριότητες 9 και 10 οι μαθητές ασχολούνται με απλές αποδείξεις.

Τέλος, στις δραστηριότητες 11 και 12 συνδέουν τις γνώσεις τους με τη λύση εξίσωσης.

➤ **Δυνάμεις με ρητό εκθέτη**

- Στόχος της διερεύνησης είναι να ανακαλύψουν οι μαθητές πως μετατρέπεται μια δύναμη με ρητό εκθέτη σε ρίζα και αντίστροφα.
- Στη δραστηριότητα 1 οι μαθητές μετατρέπουν δύναμη με ρητό εκθέτη σε ρίζα και αντίστροφα.

Στις δραστηριότητες 2 και 4 οι μαθητές εφαρμόζουν την μετατροπή από δύναμη με ρητό εκθέτη σε ρίζα και αντίστροφα, για να εκτελέσουν πράξεις και να απλοποιήσουν παραστάσεις.

Στη δραστηριότητα 3 εφαρμόζουν την μετατροπή από δύναμη με ρητό εκθέτη σε ρίζα και αντίστροφα, για να επιλύσουν εξισώσεις.

Στη δραστηριότητα 5 εφαρμόζουν την μετατροπή από δύναμη με ρητό εκθέτη σε ρίζα και αντίστροφα, για να λύσουν ένα πρόβλημα.

Τέλος, στη δραστηριότητα 6 εφαρμόζουν την μετατροπή από δύναμη με ρητό εκθέτη σε ρίζα και αντίστροφα, για να αποδείξουν μια ισότητα.

➤ **Δραστηριότητες Ενότητας**

Στις δραστηριότητες 1, 2 και 5, οι μαθητές εκτελούν πράξεις, για να απλοποιήσουν παραστάσεις.

Στη δραστηριότητα 4 οι μαθητές επιλύουν εξισώσεις με ρίζες.

Στις δραστηριότητες 8α, 9α, 10 και 13 οι μαθητές απλοποιούν παραστάσεις με ρίζες και συγκρίνουν αριθμούς.

Τέλος, στη δραστηριότητα 14 οι μαθητές αποδεικνύουν μια ισότητα που περιέχει ρίζες, ενώ στη δραστηριότητα 15 οι μαθητές επιλύουν μια εξίσωση με ρίζες, αφού



δημιουργήσουν πρώτα ένα απλό γραμμικό σύστημα τριών εξισώσεων με τρεις αγνώστους.

➤ **Δραστηριότητες Εμπλουτισμού**

Στη δραστηριότητα 1 οι μαθητές απλοποιούν μια παράσταση με ρίζες, ενώ στη δραστηριότητα 2 επιλύουν εξισώσεις με ρίζες.

Στη δραστηριότητα 3, οι μαθητές μετατρέπουν μια παράσταση σε ισοδύναμη με ρητό παρονομαστή.

Η δραστηριότητα 4 είναι εφαρμογή του ορισμού της κυβικής ρίζας μη αρνητικού αριθμού.

Στη δραστηριότητα 7, οι μαθητές επιλύουν εξισώσεις που περιέχουν δυνάμεις με ρητό εκθέτη.

Στη δραστηριότητα 12, οι μαθητές αποδεικνύουν μια ισότητα που περιέχει ρίζες και τη χρησιμοποιούν για να υπολογίσουν την τιμή μιας παράστασης.

Τέλος, στη δραστηριότητα 16, οι μαθητές αποδεικνύουν δύο ισότητες που περιέχουν ρίζες και χρησιμοποιούν την πρώτη από αυτές για να δείξουν ότι ένας αριθμός μπορεί να γραφεί σε μια άλλη μορφή.

Σημείωση:

Η ενότητα αυτή μπορεί να αξιολογηθεί με γραπτό τελικό διαγώνισμα.



ΕΝΟΤΗΤΑ 3: Κύκλος

Δείκτες επιτυχίας:

- Χρησιμοποιούν επαγωγικό συλλογισμό, για να διερευνήσουν υποθέσεις και να δώσουν αντιπαραδείγματα.Γ5.1.
- Αποδεικνύουν γεωμετρικές παραστάσεις με παραγωγικό συλλογισμό.Γ5.2.
- Ορίζουν και κατασκευάζουν τον κύκλο, κυκλικό δίσκο και τα στοιχεία τους και διερευνούν τις σχέσεις μεταξύ τους (κύκλος, κυκλικός δίσκος, ακτίνα κύκλου, χορδή κύκλου, απόστημα χορδής, κυκλικός τομέας, κυκλικό τμήμα, σχετικές θέσεις ευθείας και κύκλου, σχετικές θέσεις δύο κύκλων, μέτρο τόξου και γωνίας, επίκεντρες γωνίες, εγγεγραμμένες γωνίες, γωνία που σχηματίζεται από χορδή και εφαπτομένη).Γ5.7.
- Διερευνούν, αναγνωρίζουν και εφαρμόζουν τις σχετικές θέσεις δύο κύκλων με τη χρήση κατάλληλων λογισμικών δυναμικής γεωμετρίας.Γ6.6.
- Ανακαλύπτουν τις σχέσεις μεταξύ διακέντρου και ακτινών μεταξύ δύο κύκλων.Γ6.12

Τι θα μάθουμε:

- Να βρίσκουμε τις σχετικές θέσεις δύο κύκλων, όταν γνωρίζουμε τις ακτίνες τους και το μήκος της διακέντρου.
- Να αποδεικνύουμε και να εφαρμόζουμε τις σχέσεις εγγεγραμμένων και επίκεντρων γωνιών.
- Να αποδεικνύουμε και να εφαρμόζουμε το Θεώρημα Χορδής και Εφαπτομένης.



Περιεχόμενα ενότητας:

- **Θέση Δύο Κύκλων**
- **Εγγεγραμμένες Γωνίες**
- **Θεώρημα Χορδής και Εφαπτομένης**

Εισηγήσεις:

Βασικός στόχος της ενότητας είναι η απόδειξη και η εφαρμογή θεωρημάτων και προτάσεων, σχετικά με τη θέση δύο κύκλων και με γωνίες που σχηματίζονται σε κύκλο. Αρχικά, οι μαθητές παρατηρούν και διατυπώνουν εικασίες. Στη συνέχεια, αποδεικνύουν θεωρήματα και προτάσεις. Δίνεται έμφαση στην κατασκευή σχημάτων, στην απόδειξη θεωρημάτων και προτάσεων και στη χρήση τους για την απόδειξη άλλων προτάσεων. Η κατασκευή γεωμετρικών σχημάτων γίνεται με τη χρήση γεωμετρικών οργάνων ή δυναμικών λογισμικών γεωμετρίας. Η ενότητα αυτή μπορεί να οργανωθεί ως εξής:

➤ **Θέση Δύο Κύκλων**

- Στην προτεινόμενη εξερεύνηση οι μαθητές προβληματίζονται, εντοπίζουν και αναφέρουν πιθανές θέσεις που έχουν οποιοδήποτε δύο κύκλοι μεταξύ τους, όπως αυτοί εμφανίζονται σε ένα μεσαιωνικό ρολόι.
- Στην προτεινόμενη διερεύνηση οι μαθητές παρατηρούν και διατυπώνουν εικασίες για τη σχέση που συνδέει το μήκος της διακέντρου δύο κύκλων με το άθροισμα ή τη διαφορά της ακτίνας τους, χρησιμοποιώντας το προτεινόμενο εφαρμογίδιο.
- Στις δραστηριότητες 1 και 8 οι μαθητές καλούνται να βρουν τη θέση δύο κύκλων, όταν γνωρίζουν τις ακτίνες και το μήκος της διακέντρου τους. Επιπλέον, στη δραστηριότητα 8 οι μαθητές κατασκευάζουν τους δύο κύκλους.

Στη δραστηριότητα 2 ζητείται η ακτίνα του ενός από τους δύο κύκλους με γνωστή διάκεντρο, ώστε οι κύκλοι να έχουν συγκεκριμένη θέση.

Στη δραστηριότητα 3 οι μαθητές υπολογίζουν την ελάχιστη και μέγιστη τιμή που μπορεί να πάρει η διάκεντρος δύο τεμνόμενων κύκλων, με τη χρήση του κατάλληλου θεωρήματος.



Στη δραστηριότητα 4 οι μαθητές αναφέρουν παραδείγματα από το περιβάλλον της καθημερινής τους ζωής για τη πιθανή θέση μεταξύ δύο κύκλων.

Στη δραστηριότητα 5 ζητείται το μήκος της διακέντρου δύο κύκλων, ώστε οι κύκλοι να έχουν συγκεκριμένη θέση.

Οι δραστηριότητες 6 και 7 είναι αποδείξεις που σχετίζονται με συγκεκριμένες θέσεις δύο κύκλων.

Οι δραστηριότητες 9 και 10 είναι προβλήματα αποδείξεων που αντιμετωπίζονται με τη χρήση των ήδη γνωστών θεωρημάτων που αφορούν τη θέση δύο κύκλων.

➤ **Εγγεγραμμένες Γωνίες**

- Στην προτεινόμενη εξερεύνηση οι μαθητές προβληματίζονται και κάνουν εικασίες αναφορικά με τη θέση που πιθανόν να τοποθετηθεί μια φωτογραφική μηχανή σε έναν κινηματογράφο ώστε να καλύπτει ολόκληρη την οθόνη.
- Στη διερεύνηση (1) οι μαθητές παρατηρούν τις πιθανές θέσεις ενός σημείου Γ ώστε η γωνία Γ του τριγώνου ΑΒΓ να γίνει ορθή, χρησιμοποιώντας το προτεινόμενο εφαρμογίδιο. Το εφαρμογίδιο είναι κατασκευασμένο, ώστε η αναμενόμενη παρατήρηση-εικασία για τη σχέση που συνδέει μια εγγεγραμμένη γωνία με το αντίστοιχο τόξο να γίνει από τους μαθητές.

Στη διερεύνηση (2) αναμένονται ανάλογες παρατηρήσεις και εικασίες σε προτάσεις που αναφέρονται στη σχέση μεταξύ μιας εγγεγραμμένης γωνίας και της αντίστοιχης επίκεντρής της, καθώς και τη σχέση που συνδέει τις εγγεγραμμένες γωνίες που βαίνουν στο ίδιο τόξο σε ένα κύκλο.

- Στη δραστηριότητα 1 οι μαθητές υπολογίζουν το μέτρο εγγεγραμμένων και επίκεντρων γωνιών, με τη χρήση των θεωρημάτων της υποενότητας.

Στη δραστηριότητα 2 οι μαθητές χαρακτηρίζουν ΣΩΣΤΟ–ΛΑΘΟΣ προτάσεις σχετικά με τη γνωστή θεωρία, δικαιολογώντας πάντοτε το είδος του χαρακτηρισμού που έχουν δώσει.



Στη δραστηριότητα 3 οι μαθητές κατασκευάζουν το ανάλογο γεωμετρικό σχήμα και χρησιμοποιούν γνωστές προτάσεις για να υπολογίσουν το μήκος της ακτίνας ενός κύκλου.

Στις δραστηριότητες 4, 5 και 6 οι μαθητές κατασκευάζουν το ανάλογο σχήμα (δραστηριότητα 4) και αποδεικνύουν σχέσεις, εφαρμόζοντας τα θεωρήματα της υποενότητας.

➤ **Θεώρημα Χορδής και Εφαπτομένης**

- Στη διερεύνηση οι μαθητές ανακαλύπτουν τη σχέση που να συνδέει τη γωνία που σχηματίζεται μεταξύ μιας χορδής και της εφαπτομένης στο ένα άκρο της χορδής αυτής, με την αντίστοιχη εγγεγραμμένη γωνία που βαίνει στα άκρα της χορδής αυτής.
- Στις δραστηριότητες 1, 3 και 6 οι μαθητές υπολογίζουν γωνίες, με τη βοήθεια του Θεωρήματος Χορδής και Εφαπτομένης.

Στις δραστηριότητες 2 και 4 οι μαθητές κατασκευάζουν τα ανάλογα σχήματα και υπολογίζουν τα μέτρα γωνιών.

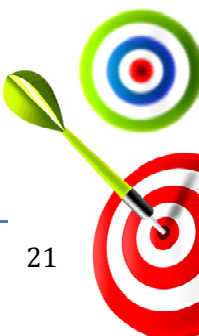
Οι δραστηριότητες 5 και 7 είναι αποδείξεις και χρειάζεται η γνώση του Θεωρήματος Χορδής και Εφαπτομένης, ως το δεδομένο που θα οδηγήσει τους μαθητές στην απόδειξη.

➤ **Δραστηριότητες Ενότητας**

Οι δραστηριότητες 1, 2, 4, 6, 9 και 15 είναι περιπτώσεις υπολογισμού γωνιών που σχετίζονται με όλα τα θεωρήματα που αναφέρονται σε εγγεγραμμένες-επίκεντρες γωνίες, αλλά και σε γωνίες μεταξύ χορδής και εφαπτομένης.

Στη δραστηριότητα 3 οι μαθητές αποδεικνύουν μια σχέση μεταξύ δύο εγγεγραμμένων γωνιών σε ομόκεντρους κύκλους.

Στη δραστηριότητα 5 οι μαθητές υπολογίζουν το μέτρο μιας εγγεγραμμένης γωνίας, στα πλαίσια της αναλυτικής γεωμετρίας.



Στις δραστηριότητες 7 και 10 οι μαθητές αποδεικνύουν σχέσεις μεταξύ ευθυγράμμων τμημάτων, με τη βοήθεια θεωρημάτων του κύκλου και υπολογίζουν μέτρα γωνιών.

Οι δραστηριότητες 8, 11, 12, 13, 14 και 16 είναι αποδεικτικές, στις οποίες οι μαθητές εφαρμόζουν τα θεωρήματα που έχουν διδαχθεί στην ενότητα.

➤ **Δραστηριότητες Εμπλουτισμού**

Όλες οι δραστηριότητες είναι αποδεικτικές. Οι μαθητές κατασκευάζουν κατάλληλα σχήματα και εφαρμόζουν τα θεωρήματα της ενότητας, για να αποδείξουν σχέσεις μεταξύ ευθυγράμμων τμημάτων ή γωνιών.

Σημείωση:

Η ενότητα αυτή μπορεί να αξιολογηθεί με γραπτό τελικό διαγώνισμα.



ΕΝΟΤΗΤΑ 4: Εξισώσεις-Γραμμικά Συστήματα

Δείκτες επιτυχίας:

- Επιλύουν και διερευνούν γραμμικές εξισώσεις και ανισώσεις μιας μεταβλητής, αναπαριστούν γραφικά τις λύσεις τους και αναγνωρίζουν τις ιδιότητές τους. Α5.10.

Τι θα μάθουμε:

- Να επιλύουμε και να διερευνούμε εξισώσεις α' βαθμού.

Περιεχόμενα ενότητας:

- **Επίλυση Εξίσωσης α' Βαθμού**

Εισηγήσεις:

Ο βασικός στόχος της ενότητας είναι οι μαθητές να επιλύουν και να διερευνούν εξισώσεις α' βαθμού με ή χωρίς παράμετρο.

Η ενότητα μπορεί να οργανωθεί ως εξής:

- **Επίλυση Εξίσωσης α' Βαθμού**

- Στόχος της διερεύνησης είναι οι μαθητές να αντιληφθούν την έννοια της παραμέτρου σε εξίσωση α' βαθμού της μορφής $ax = b, a, b \in \mathbb{R}$. Στη συνέχεια, οι μαθητές συνδέουν το είδος της λύσης μιας παραμετρικής εξίσωσης με τη θέση που έχει η αντίστοιχη ευθεία ως προς τον άξονα των x , χρησιμοποιώντας το προτεινόμενο εφαρμογίδιο.

- Στη δραστηριότητα 1 οι μαθητές επιλύουν εξισώσεις α' βαθμού.

Στη δραστηριότητα 2 οι μαθητές διερευνούν εξισώσεις α' βαθμού.

Στις δραστηριότητες 3, 4, 5 και 6 οι μαθητές υπολογίζουν συγκεκριμένες τιμές των παραμέτρων, ώστε να προκύπτουν εξισώσεις α' βαθμού που να είναι αδύνατες, ταυτότητες ή να έχουν μοναδική λύση.



Τέλος, στις δραστηριότητες 7, 8 και 9 οι μαθητές διερευνούν πλήρως μια παραμετρική εξίσωση, επεξηγώντας το είδος της λύσης για κάθε τιμή της παραμέτρου.

➤ **Δραστηριότητες Ενότητας**

Στις δραστηριότητες 1 και 2 οι μαθητές επιλύουν παραμετρικές εξισώσεις α' βαθμού και αναφέρουν το είδος της λύσης τους, όταν η παράμετρος παίρνει συγκεκριμένες τιμές.

Οι δραστηριότητες 3, 4 και 5 έχουν στόχο οι μαθητές να εμπεδώσουν τη λύση-διερεύνηση μιας παραμετρικής εξίσωσης α' βαθμού.

Η δραστηριότητα 6 είναι πρόβλημα από τη Φυσική. Οι μαθητές πρέπει να συνδέσουν την έννοια της παραμετρικής εξίσωσης με συγκεκριμένο τύπο από το κεφάλαιο του ηλεκτρισμού και να υπολογίσουν άγνωστες ποσότητες, όταν δίνονται οι τιμές κάποιων παραμέτρων.

Στη δραστηριότητα 7 οι μαθητές κατασκευάζουν και επιλύουν εξίσωση α' βαθμού σε ένα γεωμετρικό πρόβλημα.

➤ **Δραστηριότητες Εμπλουτισμού.**

Στις δραστηριότητες 1 και 5 οι μαθητές υπολογίζουν τις τιμές παραμέτρων ή αλγεβρικών παραστάσεων, όταν μία εξίσωση έχει συγκεκριμένη λύση.

Στις δραστηριότητες 2 και 3 οι μαθητές διακρίνουν πότε μία εξίσωση είναι αδύνατη, αόριστη ή έχει μοναδική λύση.

Στη δραστηριότητα 4 οι μαθητές διερευνούν και επιλύουν εξισώσεις α' βαθμού.

Σημείωση:

Στην ενότητα αυτή δεν ενδείκνυται να γίνει διαγώνισμα.



ΕΝΟΤΗΤΑ 5: Τριγωνομετρία

Δείκτες επιτυχίας:

- Ορίζουν τον τριγωνομετρικό κύκλο, τις τριγωνομετρικές συναρτήσεις, κατασκευάζουν τη γραφική τους παράσταση (εξετάζουν αν είναι άρτιες ή περιττές ή/και περιοδικές) και αποδεικνύουν τριγωνομετρικές ταυτότητες.Α6.10.
- Εφαρμόζουν τις έννοιες και τις μεθόδους της τριγωνομετρίας στην επίλυση πραγματικών προβλημάτων.Α6.18.
- Επιλύουν προβλήματα με βάση τον ορισμό των τριγωνομετρικών αριθμών.Μ6.1.

Θα μάθουμε:

- Τη γωνία σε κανονική θέση και τους τριγωνομετρικούς αριθμούς γωνίας σε κανονική θέση.
- Το ακτίνιο ως μονάδα μέτρησης γωνιών.
- Τον τριγωνομετρικό κύκλο και τους τριγωνομετρικούς αριθμούς οποιασδήποτε γωνίας στον τριγωνομετρικό κύκλο.

Περιεχόμενα ενότητας:

- **Γωνία σε Κανονική Θέση-Το Ακτίνιο ως Μονάδα Μέτρησης Γωνιών-Τριγωνομετρικοί Αριθμοί Γωνίας σε Κανονική Θέση**
- **Τριγωνομετρικός Κύκλος**

Εισηγήσεις:

Στην ενότητα αυτή οι μαθητές:

- Ασχολούνται με την προσανατολισμένη γωνία και τους τριγωνομετρικούς αριθμούς των προσανατολισμένων γωνιών.
- Συνδέουν τις γνώσεις τους από προηγούμενη τάξη για τους τριγωνομετρικούς αριθμούς οξείας γωνίας με τους τριγωνομετρικούς αριθμούς οποιασδήποτε γωνίας.



Η ενότητα αυτή μπορεί να οργανωθεί ως εξής:

➤ **Γωνία σε Κανονική Θέση-Το Ακτίνο ως Μονάδα Μέτρησης Γωνιών-Τριγωνομετρικοί Αριθμοί Γωνίας σε Κανονική Θέση**

- Στόχος της διερεύνησης (1) είναι οι μαθητές να οδηγηθούν στη θετική και την αρνητική φορά μέτρησης γωνιών, παρατηρώντας την κίνηση των δύο μοτοσικλετιστών στην περιφέρεια ενός κύκλου.

Στόχος της διερεύνησης (2) είναι οι μαθητές να παρατηρήσουν ότι το μήκος του τόξου είναι αριθμητικά ίσο με το μήκος της ακτίνας του κύκλου, όταν η επίκεντρη γωνία είναι σταθερή.

- Στις δραστηριότητες 1, 2 και 5 οι μαθητές εφαρμόζουν τις γνώσεις που έχουν αποκτήσει για τις γωνίες σε κανονική θέση.

Στις δραστηριότητες 3 και 4 οι μαθητές ασχολούνται με τη μετατροπή γωνιών από μοίρες σε ακτίνια και αντίστροφα.

Στη δραστηριότητα 6 οι μαθητές υπολογίζουν τους τριγωνομετρικούς αριθμούς μίας γωνίας.

Στις δραστηριότητες 7 και 8 οι μαθητές χρησιμοποιούν τριγωνομετρικούς αριθμούς γωνίας στα πλαίσια της αναλυτικής γεωμετρίας.

➤ **Τριγωνομετρικός Κύκλος**

- Στόχος της διερεύνησης είναι οι μαθητές να παρατηρήσουν τον τρόπο με τον οποίο ορίζονται οι τριγωνομετρικοί αριθμοί στον τριγωνομετρικό κύκλο. Στη συνέχεια, οι μαθητές συνδέουν την πιο πάνω παρατήρηση με τον τριγωνομετρικό κύκλο, όπως δίνεται στο «Μαθαίνω».

- Στις δραστηριότητες 1, 2, 3 και 4 οι μαθητές χρησιμοποιούν τον τριγωνομετρικό κύκλο, για να υπολογίσουν το πρόσημο τριγωνομετρικών αριθμών και τριγωνομετρικούς αριθμούς γωνίας.



Στη δραστηριότητα 5 οι μαθητές αποδεικνύουν μια ανισοτική σχέση, χρησιμοποιώντας τον τριγωνομετρικό κύκλο.

➤ **Δραστηριότητες Ενότητας**

Στις δραστηριότητες 4 και 7 οι μαθητές εφαρμόζουν τις γνώσεις που έχουν αποκτήσει στην ενότητα σε προβλήματα και σε άλλα πεδία των μαθηματικών.

Στις δραστηριότητες 6α, 6β, 6γ και 17 οι μαθητές χρησιμοποιούν τον τριγωνομετρικό κύκλο, για να ελέγξουν την ορθότητα ισοτήτων και να υπολογίσουν γωνίες.

Στις δραστηριότητες 10, 11 και 12 οι μαθητές χρησιμοποιούν τον τριγωνομετρικό κύκλο, για να αποδείξουν ανισοτικές σχέσεις και σχέσεις διάταξης αριθμών.

Στις δραστηριότητες 21 και 22 οι μαθητές εφαρμόζουν την έννοια της κλίσης ευθείας σε προβλήματα.

Τέλος, στη δραστηριότητα 23 οι μαθητές αποδεικνύουν ότι η κλίση μίας ευθείας ισούται με την εφαπτομένη της γωνίας που σχηματίζει η ευθεία αυτή με τον άξονα των τετμημένων.

➤ **Δραστηριότητες Εμπλουτισμού**

Στις δραστηριότητες 1 και 11 οι μαθητές συνδυάζουν γνώσεις από τη γεωμετρία και την τριγωνομετρία.

Στις δραστηριότητες 2, 5 και 8 οι μαθητές υπολογίζουν τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή παραστάσεων, χρησιμοποιώντας τον τριγωνομετρικό κύκλο .

Τέλος, στη δραστηριότητα 9 οι μαθητές εφαρμόζουν γνώσεις τριγωνομετρίας, για να επιλύσουν ένα πρόβλημα.

Σημείωση:

Η ενότητα αυτή μπορεί να αξιολογηθεί και με γραπτό τελικό διαγώνισμα.



ΕΝΟΤΗΤΑ 6: Συνάρτηση $f(x) = ax^2 + \beta x + \gamma$ Εξισώσεις-Ανισώσεις

Δείκτες επιτυχίας:

- Αναπαριστούν γραφικά τη συνάρτηση $y = ax^2 + \beta x + \gamma$ και αναγνωρίζουν πώς προκύπτει από την παραβολή $y = ax^2$ με μετατόπιση.Α5.9.
- Κατασκευάζουν συναρτήσεις, χρησιμοποιώντας τους μετασχηματισμούς $f(x + h)$, $f(x) + \kappa$, $cf(x)$, $f(cx)$.Α6.5.
- Επιλύουν και διερευνούν εξισώσεις και ανισώσεις α' και β' βαθμού, καθώς και συστήματα δύο και τριών εξισώσεων και επιλύουν σχετικά προβλήματα.Α6.12.
- Διερευνούν το είδος και το πλήθος των ριζών τριωνύμου δεύτερου βαθμού και τις μεταξύ τους σχέσεις (τύποι Vieta) και τις εφαρμόζουν στη λύση προβλημάτων.Α6.13.
- Αποδεικνύουν και εφαρμόζουν τον τύπο $f(x) = ax^2 + \beta x + \gamma = a(x - x_1) \cdot (x - x_2)$, όπου x_1, x_2 οι ρίζες του τριωνύμου $f(x)$.Α6.14.

Τι θα μάθουμε:

- Να μελετούμε και να κατασκευάζουμε γραφικές παραστάσεις της μορφής:
 - ✓ $f(x) = ax^2, a \neq 0$
 - ✓ $f(x) = a(x + \kappa)^2 + \lambda, a \neq 0$
- Να κατασκευάζουμε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + \beta x + \gamma$.
- Να υπολογίζουμε τη μέγιστη ή ελάχιστη τιμή της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + \beta x + \gamma$.
- Να υπολογίζουμε γραφικά τις λύσεις της εξίσωσης $ax^2 + \beta x + \gamma = 0$ (αν υπάρχουν).
- Να υπολογίζουμε το άθροισμα S και το γινόμενο P των ριζών της εξίσωσης $ax^2 + \beta x + \gamma = 0$, χωρίς να λύουμε την εξίσωση.
- Να μελετούμε το πρόσημο των τιμών του τριωνύμου $f(x) = ax^2 + \beta x + \gamma$ και να λύουμε ανισώσεις δεύτερου βαθμού.

Περιεχόμενα Ενότητας

- **Μελέτη της Συνάρτησης $f(x) = a(x + \kappa)^2 + \lambda, a \neq 0$**
- **Πρόσημο Τιμών Τριωνύμου-Ανισώσεις Δεύτερου Βαθμού**

Εισηγήσεις:

- Ο βασικός στόχος της ενότητας είναι η μελέτη και η κατασκευή της γραφικής παράστασης της συνάρτησης $f(x) = a(x + \kappa)^2 + \lambda, a \neq 0$ για τις διάφορες τιμές των a, κ και λ . Οι μαθητές αναγνωρίζουν τα χαρακτηριστικά στοιχεία της (μέγιστη ή ελάχιστη τιμή, τομές με άξονες). Στη συνέχεια, παρατηρούν το είδος των ριζών της εξίσωσης $ax^2 + \beta x + \gamma = 0, a \neq 0$ γραφικά και αποδεικνύουν σχέσεις μεταξύ των ριζών. Τέλος, οι μαθητές μελετούν το πρόσημο τιμών του τριωνύμου $f(x) = ax^2 + \beta x + \gamma, a \neq 0$ και επιλύουν ανισώσεις δεύτερου βαθμού, ανώτερου βαθμού καθώς και κλασματικές ανισώσεις.

Η ενότητα αυτή μπορεί να οργανωθεί ως εξής:

➤ **Μελέτη της Συνάρτησης $f(x) = a(x + \kappa)^2 + \lambda, a \neq 0$**

- Βασικός στόχος της διερεύνησης είναι η μελέτη της συνάρτησης $f(x) = a(x + \kappa)^2 + \lambda, a \neq 0$. Μελετώντας αρχικά την $y = ax^2$, οι μαθητές παρατηρούν το ρόλο του a στη γραφική παράσταση της συνάρτησης και συγκρίνουν σε κάθε περίπτωση με τις γραφικές παραστάσεις των «γνωστών» συναρτήσεων $y = x^2$ και $y = -x^2$. Στη συνέχεια, μελετούν διαδοχικά τις γραφικές παραστάσεις συναρτήσεων της μορφής $y = ax^2 + \lambda$, $y = a(x + \kappa)^2$ και $y = a(x + \kappa)^2 + \lambda$, συμπεραίνοντας το είδος της μετατόπισης σε κάθε περίπτωση.
- Στις δραστηριότητες 1-4 οι μαθητές μελετούν και κατανοούν τον ρόλο του a στη συνάρτηση $y = ax^2$. Συγκεκριμένα, υπολογίζουν για ποιες τιμές του a η συνάρτηση παρουσιάζει μέγιστη-ελάχιστη τιμή ή για ποιες τιμές του a ένα συγκεκριμένο σημείο ανήκει σε αυτή.

Στις δραστηριότητες 5, 6 και 11 οι μαθητές μελετούν το είδος της μετατόπισης της $y = ax^2$ (οριζόντια-κατακόρυφη).

Στις δραστηριότητες 7-10 και 29 οι μαθητές βρίσκουν βασικά στοιχεία της παραβολής, όπως άξονας συμμετρίας, κορυφή και μέγιστη-ελάχιστη τιμή που παρουσιάζει το τριώνυμο $f(x) = ax^2 + \beta x + \gamma$.

Στις δραστηριότητες 12 και 13 οι μαθητές επιλύουν προβλήματα μέγιστων ή ελάχιστων τιμών συναρτήσεων της μορφής $f(x) = ax^2 + \beta x + \gamma$.



Οι δραστηριότητες 14, 15 και 16 έχουν στόχο να βοηθήσουν τους μαθητές να κατανοήσουν πώς μπορούν να υπολογίσουν τις λύσεις της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$ και το πρόσημο της διακρίνουσας Δ , από την αντίστοιχη γραφική παράσταση της f .

Στη δραστηριότητα 17 οι μαθητές χρησιμοποιούν τη μέθοδο συμπλήρωσης του τέλειου τετραγώνου για το τριώνυμο $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$, για να υπολογίσουν την ελάχιστη τιμή της f και να αποφασίσουν για το πρόσημο της διακρίνουσας.

Οι δραστηριότητες 18-21, 28, 31 και 32 στοχεύουν στον άμεσο υπολογισμό του $S = x_1 + x_2$, $P = x_1x_2$ και άλλων συμμετρικών παραστάσεων των ριζών x_1, x_2 της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$. Οι μαθητές χρησιμοποιούν τις τιμές των S και P , για να επιλύσουν προβλήματα που αναφέρονται στις σχέσεις μεταξύ των ριζών, όπως αντίθετες και αντίστροφες.

Οι δραστηριότητες 22-24 οι μαθητές επιλύουν συστήματα 2^{ου} βαθμού δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους .

Στη δραστηριότητα 25 οι μαθητές παραγοντοποιούν ένα τριώνυμο $ax^2 + bx + \gamma$.

Στις δραστηριότητες 26 και 30 οι μαθητές αντιμετωπίζουν το αντίστροφο του προβλήματος της επίλυσης μίας εξίσωσης 2^{ου} βαθμού, δηλαδή κατασκευάζουν εξίσωση 2^{ου} βαθμού, όταν δίνονται οι ρίζες της εξίσωσης.

Στη δραστηριότητα 27 οι μαθητές απλοποιούν κλάσματα που έχουν όρους τριώνυμα.

➤ **Πρόσημο Τιμών Τριωνύμου-Ανισώσεις Δεύτερου Βαθμού**

- Στόχος της διερεύνησης είναι να μελετήσουν οι μαθητές το πρόσημο των τιμών του τριωνύμου $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$, μέσα από τη γραφική παράσταση της συνάρτησης f . Οι μαθητές παρατηρούν τις διάφορες περιπτώσεις που προκύπτουν ανάλογα με το είδος των ριζών του τριωνύμου, χρησιμοποιώντας το προτεινόμενο εφαρμογίδιο.
- Στις δραστηριότητες 1 και 2 οι μαθητές βρίσκουν το πρόσημο των τιμών τριωνύμου της μορφής $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$ για διάφορες τιμές του x .



Στη δραστηριότητα 3 οι μαθητές επιλύουν ανισώσεις 2^{ου} βαθμού, χρησιμοποιώντας τη γραφική παράσταση του τριωνύμου $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$.

Στις δραστηριότητες 4 και 5 οι μαθητές επιλύουν ανισώσεις 2^{ου} βαθμού.

Στις δραστηριότητες 6-14 οι μαθητές επιλύουν προβλήματα με τη βοήθεια ανισώσεων 2^{ου} βαθμού.

➤ **Δραστηριότητες Ενότητας**

Στις δραστηριότητες 1-5 οι μαθητές κατασκευάζουν γραφικές παραστάσεις συναρτήσεων της μορφής $f(x) = ax^2, a \neq 0$ και υπολογίζουν τις τιμές του a , όταν η συνάρτηση έχει μέγιστη-ελάχιστη τιμή ή διέρχεται από συγκεκριμένο σημείο.

Στις δραστηριότητες 6 και 7 οι μαθητές επιλύουν προβλήματα με τη βοήθεια συνάρτησης της μορφής $f(x) = ax^2, a \neq 0$.

Στις δραστηριότητες 8-16 οι μαθητές βρίσκουν τα βασικά στοιχεία της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + \gamma, a \neq 0$, όπως πεδίο ορισμού και πεδίο τιμών, ελάχιστη ή μέγιστη τιμή, άξονα συμμετρίας και κατασκευάζουν τη γραφική της παράσταση (δραστηριότητες 8 και 12).

Στη δραστηριότητα 17 οι μαθητές βρίσκουν τα βασικά στοιχεία της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + \gamma, a \neq 0$, όταν δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης.

Με τις δραστηριότητες 18 και 19 οι μαθητές κατασκευάζουν τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + \gamma, a \neq 0$, όταν τους δίνονται βασικά στοιχεία της όπως άξονας συμμετρίας και κάποια σημεία που ανήκουν στην καμπύλη της.

Στη δραστηριότητα 20 οι μαθητές ανακαλούν τις γνώσεις τους για το άθροισμα και το γινόμενο των ριζών της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$ (χωρίς να επιλύσουν την εξίσωση).

Στις δραστηριότητες 21, 22 και 33 οι μαθητές επιλύουν προβλήματα με τη βοήθεια εξίσωσης δεύτερου βαθμού.



Στη δραστηριότητα 23 οι μαθητές υπολογίζουν συμμετρικές παραστάσεις των ριζών x_1, x_2 μίας συγκεκριμένης εξίσωσης.

Στις δραστηριότητες 24-26 οι μαθητές σχηματίζουν εξίσωση δεύτερου βαθμού, όταν είναι γνωστές οι ρίζες της.

Στις δραστηριότητες 27 και 32 οι μαθητές αποφασίζουν πότε μία εξίσωση έχει ρίζες πραγματικές και βρίσκουν σχέσεις που συνδέουν τα S και P .

Στη δραστηριότητα 28 οι μαθητές βρίσκουν σημεία τομής με τους άξονες της γραφικής παράστασης της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$ και σχεδιάζουν τη γραφική της παράσταση.

Στη δραστηριότητα 29α οι μαθητές επιλύουν μίαν ανίσωση 2^{ου} βαθμού.

Η δραστηριότητα 31 αναφέρεται σε πρόβλημα που καταλήγει στην εύρεση του πρόσημου τιμών του τριωνύμου $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$.

➤ **Δραστηριότητες Εμπλουτισμού**

Στη δραστηριότητα 1 οι μαθητές βρίσκουν τις αντίστοιχες τεταγμένες σημείων μίας παραβολής, όταν δίνονται οι τετμημένες τους και σχεδιάζουν τη παραβολή.

Στη δραστηριότητα 2 οι μαθητές διατυπώνουν λεκτικά μία ιδιότητα που έχει η παραβολή $y = \frac{x^2}{4}$ και στη συνέχεια επεκτείνουν την ιδιότητα και για την $y = x^2$.

Στις δραστηριότητες 3, 4, 6 και 13 οι μαθητές επιλύουν προβλήματα εύρεσης ελάχιστης ή μέγιστης τιμής ενός τριωνύμου $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$.

Στη δραστηριότητα 5 οι μαθητές σχεδιάζουν γραφική παράσταση καμπύλης που είναι κατά τμήματα παραβολή και αναφέρουν βασικά στοιχεία της (άξονας συμμετρίας, τομές με άξονες, μέγιστη ή ελάχιστη τιμή και πεδίο τιμών).

Στη δραστηριότητα 7 οι μαθητές συμπληρώνουν μοτίβο και βρίσκουν τον γενικό τύπο που αντιπροσωπεύει τον κάθε όρο του, παρατηρώντας ότι ανήκει σε τριώνυμο δεύτερου βαθμού.



Στη δραστηριότητα 8 οι μαθητές συνδέουν το είδος των ριζών ενός τριωνύμου με τον μετασχηματισμό του τριωνύμου σε διαφορά δύο τετραγώνων.

Στις δραστηριότητες 9 και 22 οι μαθητές βρίσκουν το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών συνάρτησης, εφαρμόζοντας τις γνώσεις τους στο πρόσημο τριωνύμου.

Στη δραστηριότητα 10 οι μαθητές επιλύουν πρόβλημα με τη βοήθεια συστήματος 2^{ου} βαθμού.

Στη δραστηριότητα 11 οι μαθητές εφαρμόζουν τις γνώσεις τους για τη διακρίνουσα της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$ και για το είδος των ριζών της.

Στη δραστηριότητα 15 οι μαθητές μετατρέπουν το τριώνυμο $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$ σε άλλη μορφή με τη συμπλήρωση τέλειου τετραγώνου.

Στις δραστηριότητες 16, 17 και 18 οι μαθητές επιλύουν προβλήματα που σχετίζονται με το πρόσημο τριωνύμου.

Τέλος, στη δραστηριότητα 21 οι μαθητές επιλύουν ένα πρόβλημα ανισώσεων.

Σημείωση:

Η ενότητα αυτή μπορεί να αξιολογηθεί και με γραπτό τελικό διαγώνισμα.



ΕΝΟΤΗΤΑ 7: Θεώρημα Θαλή-Ομοιότητα

Δείκτες επιτυχίας:

- Διατυπώνουν υποθέσεις για σχέσεις ισότητας και ομοιότητας μεταξύ γεωμετρικών σχημάτων και ελέγχουν τις υποθέσεις τους, χρησιμοποιώντας επαγωγικό και παραγωγικό συλλογισμό.Γ4.8.
- Χρησιμοποιούν επαγωγικό συλλογισμό, για να διερευνήσουν υποθέσεις και να δώσουν αντιπαραδείγματα.Γ5.1.
- Αποδεικνύουν γεωμετρικές προτάσεις με παραγωγικό συλλογισμό.Γ5.2.
- Ορίζουν το γινόμενο ευθύγραμμου τμήματος με αριθμό, διαιρούν ευθύγραμμο τμήμα σε n ίσα μέρη, βρίσκουν τον λόγο των ευθύγραμμων τμημάτων, ορίζουν την αναλογία ευθύγραμμων τμημάτων, διαιρούν ευθύγραμμο τμήματα εσωτερικά και εξωτερικά ως προς δεδομένο λόγο, αποδεικνύουν και εφαρμόζουν το Θεώρημα του Θαλή και τα θεωρήματα εσωτερικής και εσωτερικής διχοτόμου.Γ5.12.
- Ορίζουν, αποδεικνύουν και εφαρμόζουν στην επίλυση προβλημάτων την έννοια της ομοιότητας ευθύγραμμων

Τι θα μάθουμε:

- Να αποδεικνύουμε και να εφαρμόζουμε το Θεώρημα του Θαλή.
- Να εντοπίζουμε πότε δύο σχήματα είναι όμοια και να υπολογίζουμε τον λόγο ομοιότητας δύο σχημάτων.
- Να υπολογίζουμε τα στοιχεία ενός σχήματος, όταν γνωρίζουμε τα στοιχεία ενός άλλου σχήματος όμοιου με αυτό.
- Να αποδεικνύουμε και να υπολογίζουμε τη δύναμη σημείου ως προς κύκλο.
- Να εντοπίζουμε τη θέση ενός σημείου ως προς τον κύκλο.



σχημάτων, αποδεικνύουν και χρησιμοποιούν τα κριτήρια ομοιότητας τριγώνων και του λόγου περιμέτρων και εμβαδών όμοιων σχημάτων.Γ5.13.

- Αναγνωρίζουν την ομοιότητα σχημάτων, υπολογίζουν το λόγο ομοιότητας και εφαρμόζουν την ομοιότητα στη λύση προβλημάτων.Γ5.19.
- Αποδεικνύουν και εφαρμόζουν τις μετρικές σχέσεις σε κύκλο (τη δύναμη σημείου ως προς κύκλο, την ιδιότητα της τέμνουσας ενός κύκλου, τη διαίρεση τμήματος εσωτερικά και εξωτερικά με δεδομένο λόγο, το χρυσό λόγο, τα συζυγή αρμονικά σημεία και τα θεωρήματα διχοτόμων).Γ6.8.
- Βρίσκουν το λόγο των περιμέτρων δύο όμοιων ευθύγραμμων σχημάτων και το λόγο δύο ομόλογων στοιχείων σε δύο όμοια τρίγωνα, αποδεικνύουν το λόγο των εμβαδών δύο όμοιων τριγώνων και κυρτών πολυγώνων και το θεώρημα Θαλή στο επίπεδο.Γ6.9.

Περιεχόμενα ενότητας:

- **Θεώρημα Θαλή**
- **Όμοια Ευθύγραμμα Σχήματα**
- **Όμοια Τρίγωνα**
- **Δύναμη Σημείου ως προς Κύκλο**



Εισηγήσεις:

Στην ενότητα αυτή οι μαθητές διερευνούν και αποδεικνύουν το θεώρημα του Θαλή. Στη συνέχεια αναγνωρίζουν τότε δύο σχήματα είναι όμοια. Ειδικότερα, αναγνωρίζουν τότε δύο τρίγωνα είναι όμοια και αποδεικνύουν τα κριτήρια ομοιότητας τριγώνων. Τέλος, γνωρίζουν τη δύναμη σημείου ως προς κύκλο, ως εφαρμογή της ομοιότητας τριγώνων, και αποδεικνύουν τα σχετικά θεωρήματα και πορίσματα.

Η ενότητα μπορεί να οργανωθεί ως εξής:

➤ **Θεώρημα Θαλή**

- Βασικός στόχος της διερεύνησης (1) είναι να ανακαλύψουν οι μαθητές τη σχέση που συνδέει τους λόγους ευθυγράμμων σχημάτων που βρίσκονται μεταξύ παράλληλων ευθειών και να οδηγηθούν στο θεώρημα του Θαλή.

Στη διερεύνηση (2) οι μαθητές ανακαλύπτουν το αντίστροφο του πορίσματος του θεωρήματος του Θαλή, συγκρίνοντας τους λόγους ευθυγράμμων τμημάτων.

Οι οδηγίες της διερεύνησης (2) να αντικατασταθούν με τις πιο κάτω:

- Να ανοίξετε το αρχείο «[Alyk_en7_ThalisTrigono](#)».
 - Να μετακινήσετε τα σημεία Δ και E σε διάφορες θέσεις και να καταγράψετε τις τιμές των λόγων $\frac{A\Delta}{\Delta B}$ και $\frac{AE}{E\Gamma}$.
 - Να μετακινήσετε τα σημεία Δ και E σε διάφορες θέσεις, ώστε οι λόγοι $\frac{A\Delta}{\Delta B}$ και $\frac{AE}{E\Gamma}$ να είναι ίσοι. Τι παρατηρείτε;
- Στις δραστηριότητες 1 και 3 οι μαθητές εφαρμόζουν το θεώρημα του Θαλή, για να υπολογίσουν μήκη ευθυγράμμων τμημάτων.

Στις δραστηριότητες 2 και 5 οι μαθητές εφαρμόζουν το θεώρημα του Θαλή, για να επιλύσουν προβλήματα.

Τέλος, στις δραστηριότητες 4, 6, 7, 8, 9, 10 και 11 οι μαθητές εφαρμόζουν το θεώρημα του Θαλή σε αποδεικτικές ασκήσεις.



➤ **Όμοια Ευθύγραμμα Σχήματα**

- Βασικός στόχος της διερεύνησης είναι να οδηγηθούν οι μαθητές, μέσα από εικασίες, στη σχέση που έχουν οι πλευρές και οι γωνίες όμοιων σχημάτων, αφού πρώτα συγκρίνουν τις διαστάσεις δοσμένων σχημάτων.
- Στις δραστηριότητες 1 και 3 οι μαθητές εφαρμόζουν το κριτήριο ομοιότητας πολυγώνων για να συγκρίνουν πολύγωνα.

Στις δραστηριότητες 2, 6 και 7 οι μαθητές εφαρμόζουν το κριτήριο ομοιότητας πολυγώνων και χρησιμοποιούν τον λόγο των περιμέτρων τους και τον λόγο των εμβαδών τους.

Στις δραστηριότητες 4 και 5 οι μαθητές εφαρμόζουν το κριτήριο ομοιότητας πολυγώνων για να συγκρίνουν πολύγωνα και να υπολογίσουν τις διαστάσεις τους.

➤ **Όμοια Τρίγωνα**

- Βασικός στόχος της εξερεύνησης είναι να οδηγηθούν οι μαθητές σε μια εικασία για τα όμοια τρίγωνα, ως ειδική περίπτωση ομοιότητας πολυγώνων.
- Στις διερευνήσεις (1), (2) και (3) οι μαθητές γνωρίζουν τα κριτήρια ομοιότητας τριγώνων με τη χρήση των προτεινόμενων εφαρμογιδίων.
- Στις δραστηριότητα 1 οι μαθητές εξετάζουν κατά πόσο δύο τρίγωνα είναι όμοια, εφαρμόζοντας τα κριτήρια ομοιότητας τριγώνων.

Στις δραστηριότητες 2 και 9 οι μαθητές χρησιμοποιούν την ομοιότητα τριγώνων, για να υπολογίσουν τα μήκη ευθυγράμμων τμημάτων.

Στη δραστηριότητα 3 οι μαθητές επιλύουν ένα πρόβλημα, χρησιμοποιώντας τα κριτήρια ομοιότητας.

Στις δραστηριότητες 4, 5, 6, 7, 8, 11, 12 και 14 οι μαθητές αποδεικνύουν σχέσεις και θεωρήματα, χρησιμοποιώντας τα κριτήρια ομοιότητας τριγώνων.

Τέλος, στις δραστηριότητες 10 και 13 οι μαθητές εφαρμόζουν την ομοιότητα τριγώνων και τις γνώσεις που έχουν αποκτήσει στα διανύσματα.



➤ **Δύναμη Σημείου ως προς Κύκλο**

- Στόχος της διερεύνησης είναι να καταλήξουν οι μαθητές σε συμπεράσματα σχετικά με τη δύναμη σημείου ως προς κύκλο, συμπληρώνοντας τον σχετικό πίνακα με τη βοήθεια ενός εφαρμογιδίου.
- Στη δραστηριότητα 1 οι μαθητές υπολογίζουν τα μήκη των άγνωστων τμημάτων, χρησιμοποιώντας τα δεδομένα σχήματα.

Στις δραστηριότητες 2, 3, 4 και 5 αποδεικνύουν σχέσεις, χρησιμοποιώντας τη δύναμη σημείου ως προς κύκλο.

➤ **Δραστηριότητες Ενότητας**

Στις δραστηριότητες 1, 7 και 10 οι μαθητές υπολογίζουν μήκη ευθύγραμμων τμημάτων, χρησιμοποιώντας την ομοιότητα τριγώνων.

Στις δραστηριότητες 2-6, 8, 9, 11-13 οι μαθητές αποδεικνύουν σχέσεις, χρησιμοποιώντας την ομοιότητα.

Τέλος, στη δραστηριότητα 14 οι μαθητές εφαρμόζουν την ομοιότητα τριγώνων και τις γνώσεις που έχουν αποκτήσει στα διανύσματα.

➤ **Δραστηριότητες Εμπλουτισμού**

Στη δραστηριότητα 1 οι μαθητές αποδεικνύουν μαθηματικές προτάσεις σχετικές με τα όμοια πολύγωνα.

Στις δραστηριότητες 2-10 οι μαθητές αξιοποιούν γεωμετρικά σχήματα για να αποδείξουν σχέσεις.

Σημείωση:

Η ενότητα αυτή μπορεί να αξιολογηθεί και με γραπτό τελικό διαγώνισμα.



ΕΝΟΤΗΤΑ 8: Στατιστική**Δείκτες επιτυχίας:**

- Περιγράφουν στατιστικά δεδομένα (για διακριτές μη ομαδοποιημένες μεταβλητές), υπολογίζοντας μέτρα θέσης και διασποράς (μέση τιμή, διάμεσος, επικρατούσα τιμή, εύρος, τυπική απόκλιση) και συζητούν για την καταλληλότητα χρήσης του κάθε μέτρου (με ή και χωρίς τη χρήση λογισμικού).ΣΠ5.4.
- Συγκρίνουν χαρακτηριστικά δύο ή περισσότερων πληθυσμών με βάση τα μέτρα θέσης και διασποράς δεδομένων.ΣΠ5.5.
- Υπολογίζουν το ενδοτεταρτημοριακό εύρος, τη διασπορά, την τυπική απόκλιση και το συντελεστή μεταβολής διακριτών μεταβλητών (μη ομαδοποιημένων) και συγκρίνουν δυο ή περισσότερα δείγματα (με ή χωρίς τη χρήση λογισμικού).ΣΠ6.3

Τι θα μάθουμε:

- Να αποδεικνύουμε βασικές ιδιότητες της Μέσης Τιμής και να τις χρησιμοποιούμε σε προβλήματα.
- Να υπολογίζουμε τον σταθμισμένο Μέσο Όρο.
- Να υπολογίζουμε και να ερμηνεύουμε Μέτρα Διασποράς.

Περιεχόμενα Ενότητας

- **Μέτρα Θέσης και Διασποράς**

Εισηγήσεις:

Ο βασικός στόχος της ενότητας είναι η μελέτη των βασικών ιδιοτήτων της Μέσης Τιμής και ο υπολογισμός του σταθμισμένου Μέσου Όρου και των μέτρων Διασποράς.

Η ενότητα αυτή μπορεί να οργανωθεί ως εξής:



➤ **Μέτρα Θέσης και Διασποράς**

- Η διερεύνηση (1) έχει στόχο να παρατηρήσουν και να διαπιστώσουν οι μαθητές τον τρόπο με τον οποίο είναι δυνατό να μεταβληθεί η Μέση Τιμή παρατηρήσεων, όταν η καθεμία από τις παρατηρήσεις αυξηθεί, μειωθεί ή πολλαπλασιαστεί επί κάποιο σταθερό αριθμό.

Στη διερεύνηση (2) οι μαθητές παρατηρούν ότι είναι αναγκαίο να οριστούν και νέα μέτρα, εκτός από τα μέτρα θέσης, ώστε να μπορέσουν να περιγράψουν πιο αποτελεσματικά συγκεκριμένα δεδομένα.

- Στη δραστηριότητα 1 οι μαθητές διακρίνουν τα μέτρα θέσης από τα μέτρα διασποράς.

Στη δραστηριότητα 2 οι μαθητές υπολογίζουν μέτρα θέσης και μέτρα διασποράς μιας μεταβλητής.

Στις δραστηριότητες 3, 5 και 11 οι μαθητές υπολογίζουν τον σταθμισμένο Μέσο Όρο.

Στις δραστηριότητες 4, 6, 10 και 16 οι μαθητές υπολογίζουν τον Μέσο Όρο, χρησιμοποιώντας ιδιότητες της Μέσης Τιμής.

Στις δραστηριότητες 7 και 8 οι μαθητές χρησιμοποιούν τη λογική της έννοιας της τυπικής απόκλισης, για να καταλήξουν σε συμπεράσματα.

Στις δραστηριότητες 9 και 12 οι μαθητές υπολογίζουν την τυπική απόκλιση.

Τέλος, στις δραστηριότητες 13-15 οι μαθητές υπολογίζουν τον συντελεστή μεταβλητότητας και αποφασίζουν για την ομοιογένεια ενός δείγματος.

➤ **Δραστηριότητες Ενότητας**

Στη δραστηριότητα 1 οι μαθητές ελέγχουν τις γνώσεις τους σε υπολογισμούς και ιδιότητες των μέτρων θέσης και διασποράς.

Στις δραστηριότητες 2 και 5 οι μαθητές υπολογίζουν την τυπική απόκλιση.



Στις δραστηριότητες 3, 4, 6 και 7 οι μαθητές επιλύουν προβλήματα, εφαρμόζοντας ιδιότητες για τον Μέσο Όρο και την τυπική απόκλιση.

➤ **Δραστηριότητες Εμπλουτισμού**

Στη δραστηριότητα 1 οι μαθητές υπολογίζουν την τυπική απόκλιση πέντε οποιονδήποτε διαδοχικών αριθμών.

Στη δραστηριότητα 2 και 3 οι μαθητές επιλύουν προβλήματα Μέσου Όρου και τυπικής απόκλισης.

Στη δραστηριότητα 4 οι μαθητές αποδεικνύουν εναλλακτικό τύπο για την Διασπορά πεπερασμένου πλήθους τιμών.

Στις δραστηριότητες 5 και 6 οι μαθητές επιλύουν προβλήματα, χρησιμοποιώντας ιδιότητες της Μέσης τιμής και τυπικής απόκλισης.

Στη δραστηριότητα 7 οι μαθητές υπολογίζουν μέτρα θέσης και διασποράς και τα ερμηνεύουν με τη βοήθεια λογισμικού.

Σημείωση:

Στην ενότητα αυτή μπορεί να γίνει μια μικρή άσκηση αξιολόγησης.

