

ΕΝΟΤΗΤΑ 4: Εξισώσεις-Γραμμικά Συστήματα

Δείκτες επιτυχίας:

- Επιλύουν και διερευνούν γραμμικές εξισώσεις και ανισώσεις μιας μεταβλητής, αναπαριστούν γραφικά τις λύσεις τους και αναγνωρίζουν τις ιδιότητές τους. A5.10
- Επιλύουν και διερευνούν προβλήματα γραμμικών εξισώσεων και ανισώσεων μιας μεταβλητής και αναπαριστούν γραφικά τις λύσεις τους. A5.11
- Επιλύουν και διερευνούν εξισώσεις και ανισώσεις α' και β' βαθμού καθώς και συστήματα δύο και τριών εξισώσεων και επιλύουν σχετικά προβλήματα. A6.12

Τι θα μάθουμε:

- Να επιλύουμε και να διερευνούμε εξισώσεις α' βαθμού.
- Να επιλύουμε και να διερευνούμε γραμμικά συστήματα.
- Να ερμηνεύουμε γραφικά τη λύση ενός γραμμικού συστήματος.

Περιεχόμενα ενότητας:

- **Επίλυση Εξίσωσης α' Βαθμού**
- **Λύση-Διερεύνηση Γραμμικών Συστημάτων**

Εισηγήσεις:

Ο βασικός στόχος της ενότητας είναι οι μαθητές να επιλύουν και να διερευνούν εξισώσεις α' βαθμού και γραμμικά συστήματα με ή χωρίς παράμετρο. Η λύση-διερεύνηση εξίσωσης α' βαθμού θα αποτελέσει τη βάση στην οποία οι μαθητές θα επεκτείνουν τις γνώσεις τους στη λύση-διερεύνηση γραμμικών συστημάτων αλγεβρικά και γραφικά. Επίσης, οι μαθητές θα γνωρίσουν την έννοια του συμβιβαστού συστήματος. Η ενότητα μπορεί να οργανωθεί ως εξής:



➤ **Επίλυση Εξίσωσης α' Βαθμού**

- Στόχος της διερεύνησης είναι οι μαθητές να αντιληφθούν την έννοια της παραμέτρου σε εξίσωση α' βαθμού της μορφής $ax = \beta$, $a, \beta \in \mathbb{R}$. Στη συνέχεια, οι μαθητές συνδέουν το είδος της λύσης μιας παραμετρικής εξίσωσης με τη θέση που έχει η αντίστοιχη ευθεία ως προς τον άξονα των x , χρησιμοποιώντας το προτεινόμενο εφαρμογίδιο.
- Στη δραστηριότητα 1 οι μαθητές επιλύουν εξισώσεις α' βαθμού.

Στη δραστηριότητα 2 οι μαθητές διερευνούν εξισώσεις α' βαθμού.

Στις δραστηριότητες 3, 4, 5 και 6 οι μαθητές υπολογίζουν συγκεκριμένες τιμές των παραμέτρων, ώστε να προκύπτουν εξισώσεις α' βαθμού που να είναι αδύνατες, ταυτότητες ή να έχουν μοναδική λύση.

Τέλος, στις δραστηριότητες 7, 8 και 9 οι μαθητές διερευνούν πλήρως μια παραμετρική εξίσωση, επεξηγώντας το είδος της λύσης για κάθε τιμή της παραμέτρου.

➤ **Λύση Διερεύνηση Γραμμικών Συστημάτων**

- Στη διερεύνηση (1) οι μαθητές κατανοούν και συνδέουν το είδος της λύσης ενός γραμμικού συστήματος δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους με την αντίστοιχη γραφική παράσταση που προκύπτει σε κάθε περίπτωση, χρησιμοποιώντας το προτεινόμενο εφαρμογίδιο.

Η διερεύνηση (2) εισάγει τους μαθητές στον αλγοριθμικό τρόπο επίλυσης γραμμικού συστήματος περισσότερων των δύο εξισώσεων και αγνώστων που γνωρίζουν μέχρι τώρα.

- Στις δραστηριότητες 1 και 2 οι μαθητές διερευνούν γραμμικά συστήματα 2×2 .

Στη δραστηριότητα 3 οι μαθητές υπολογίζουν τις τιμές των παραμέτρων για τις οποίες ένα σύστημα έχει συγκεκριμένο είδος λύσης.

Στη δραστηριότητα 4 οι μαθητές διερευνούν το γραμμικό σύστημα για όλες τις πιθανές τιμές της παραμέτρου.



Στη δραστηριότητα 5 οι μαθητές κατασκευάζουν ένα γραμμικό σύστημα 2×2 , ώστε να έχει συγκεκριμένο είδος λύσης.

Στις δραστηριότητες 6 και 7 οι μαθητές υπολογίζουν τιμές των παραμέτρων σε ένα γραμμικό σύστημα, ώστε να δέχεται συγκεκριμένη λύση.

Στη δραστηριότητα 8 οι μαθητές εξετάζουν κατά πόσο ένα σύστημα είναι συμβιβαστό.

Στη δραστηριότητα 9 οι μαθητές υπολογίζουν την τιμή της παραμέτρου, ώστε ένα σύστημα να είναι συμβιβαστό.

Στη δραστηριότητα 10 οι μαθητές συνδέουν την έννοια του συμβιβαστού συστήματος με τις αντίστοιχες γραφικές παραστάσεις που παριστάνουν οι εξισώσεις του συστήματος.

Στη δραστηριότητα 11 οι μαθητές κατασκευάζουν ένα συμβιβαστό και ένα μη-συμβιβαστό σύστημα τριών εξισώσεων με δύο αγνώστους, όταν είναι γνωστές ήδη οι δύο εξισώσεις.

Στις δραστηριότητες 12, 13 και 14 οι μαθητές επιλύουν προβλήματα που καταλήγουν σε γραμμικό σύστημα τριών εξισώσεων με τρεις αγνώστους.

Στη δραστηριότητα 15 οι μαθητές επιλύουν γραμμικά συστήματα 3×3 .

➤ **Δραστηριότητες Ενότητας**

Στις δραστηριότητες 1 και 2 οι μαθητές επιλύουν παραμετρικές εξισώσεις α' βαθμού και αναφέρουν το είδος της λύσης τους, όταν η παράμετρος παίρνει συγκεκριμένες τιμές

Οι δραστηριότητες 3, 4 και 5 έχουν στόχο οι μαθητές να εμποδώσουν τη λύση-διερεύνηση μιας παραμετρικής εξίσωσης α' βαθμού.

Η δραστηριότητα 6 είναι πρόβλημα από τη Φυσική. Οι μαθητές πρέπει να συνδέσουν την έννοια της παραμετρικής εξίσωσης με συγκεκριμένο τύπο από το κεφάλαιο του ηλεκτρισμού και να υπολογίσουν άγνωστες ποσότητες, όταν δίνονται οι τιμές κάποιων παραμέτρων.



Στη δραστηριότητα 7 οι μαθητές κατασκευάζουν και επιλύουν εξίσωση α' βαθμού σε ένα γεωμετρικό πρόβλημα.

Στη δραστηριότητα 8 οι μαθητές συνδέουν τις έννοιες της γραφικής παράστασης ευθειών-σημείου τομής τους με τις έννοιες των γραμμικών συστημάτων.

Στις δραστηριότητες 9 και 10 οι μαθητές υπολογίζουν τιμές των παραμέτρων σε γραμμικά συστήματα, όταν αυτά έχουν μοναδική, καμία ή άπειρες λύσεις.

Στη δραστηριότητα 11 οι μαθητές διερευνούν και επιλύουν παραμετρικά συστήματα.

Οι δραστηριότητες 12-14 είναι προβλήματα που καταλήγουν σε κατασκευή και λύση γραμμικών συστημάτων.

Η δραστηριότητα 15 έχει στόχο οι μαθητές να εξετάσουν κατά πόσο ένα σύστημα είναι συμβιβαστό.

Στις δραστηριότητες 16 και 17 οι μαθητές υπολογίζουν τη τιμή μιας παραμέτρου ή βρίσκουν μια σχέση μεταξύ των παραμέτρων, για να είναι ένα σύστημα συμβιβαστό.

Τέλος, στη δραστηριότητα 18 οι μαθητές επιλύουν συστήματα τριών εξισώσεων με τρεις αγνώστους.

➤ **Δραστηριότητες Εμπλουτισμού.**

Στις δραστηριότητες 1 και 5 οι μαθητές υπολογίζουν τις τιμές παραμέτρων ή αλγεβρικών παραστάσεων, όταν μία εξίσωση έχει συγκεκριμένη λύση.

Στις δραστηριότητες 2 και 3 οι μαθητές διακρίνουν πότε μία εξίσωση είναι αδύνατη, αόριστη ή έχει μοναδική λύση.

Στη δραστηριότητα 4 οι μαθητές διερευνούν και επιλύουν εξισώσεις α' βαθμού.

Στις δραστηριότητες 6 και 7 οι μαθητές συνδέουν το είδος της λύσης ενός γραμμικού συστήματος με τη γραφική αναπαράσταση των εξισώσεων σε ευθείες.



Στη δραστηριότητα 8 οι μαθητές διερευνούν και επιλύουν παραμετρικά συστήματα.

Οι δραστηριότητες 9, 14 και 15 είναι προβλήματα που οδηγούν σε γραμμικά συστήματα 3×3 .

Στη δραστηριότητα 10 οι μαθητές επιλύουν «ασυνήθιστα» γραμμικά συστήματα, γιατί παρουσιάζονται λιγότερες εξισώσεις από τους αγνώστους.

Στη δραστηριότητα 11 οι μαθητές κατασκευάζουν γραμμικά συστήματα 3×3 που έχει συγκεκριμένο είδος λύσης.

Στη δραστηριότητα 12 οι μαθητές βρίσκουν μία σχέση μεταξύ των παραμέτρων ενός συμβιβαστού συστήματος με δύο εξισώσεις και ένα άγνωστο.

Τέλος, η δραστηριότητα 13 αναφέρεται σε 3×3 σύστημα που δεν είναι γραμμικό, αλλά ανάγεται σε γραμμικό.

Σημείωση:

Η ενότητα αυτή μπορεί να αξιολογηθεί με γραπτό τελικό διαγώνισμα.

