

ΕΝΟΤΗΤΑ 3: Κύκλος

Δείκτες επιτυχίας:

- Ορίζουν και κατασκευάζουν τον κύκλο, κυκλικό δίσκο και τα στοιχεία τους και διερευνούν τις σχέσεις μεταξύ τους (κύκλος, κυκλικός δίσκος, ακτίνα κύκλου, χορδή κύκλου, απόστημα χορδής, κυκλικός τομέας, κυκλικό τμήμα, σχετικές θέσεις ευθείας και κύκλου, σχετικές θέσεις δύο κύκλων, μέτρο τόξου και γωνίας, επίκεντρες γωνίες, εγγεγραμμένες γωνίες, γωνία που σχηματίζεται από χορδή και εφαπτομένη).Γ5.7
- Διερευνούν, αναγνωρίζουν και εφαρμόζουν τις σχετικές θέσεις δύο κύκλων με τη χρήση κατάλληλων λογισμικών δυναμικής γεωμετρίας.Γ6.6
- Ανακαλύπτουν τις σχέσεις μεταξύ διακέντρου και ακτινών μεταξύ δύο κύκλων.Γ6.12

Τι θα μάθουμε:

- Να βρίσκουμε τις σχετικές θέσεις δύο κύκλων, όταν γνωρίζουμε τις ακτίνες τους και το μήκος της διακέντρου.
- Να αποδεικνύουμε και να εφαρμόζουμε τις σχέσεις εγγεγραμμένων και επίκεντρων γωνιών.
- Να αποδεικνύουμε και να εφαρμόζουμε το Θεώρημα Χορδής και Εφαπτομένης.

Περιεχόμενα ενότητας:

- **Θέση Δύο Κύκλων**
- **Εγγεγραμμένες Γωνίες**
- **Θεώρημα Χορδής και Εφαπτομένης**

Εισηγήσεις:

Βασικός στόχος της ενότητας είναι η απόδειξη και η εφαρμογή θεωρημάτων και προτάσεων, σχετικά με τη θέση δύο κύκλων και με γωνίες που σχηματίζονται σε κύκλο. Αρχικά, οι μαθητές παρατηρούν και διατυπώνουν εικασίες. Στη συνέχεια, αποδεικνύουν θεωρήματα και προτάσεις. Δίνεται έμφαση στην κατασκευή



σχημάτων, στην απόδειξη θεωρημάτων και προτάσεων και στη χρήση τους για την απόδειξη άλλων προτάσεων. Η κατασκευή γεωμετρικών σχημάτων γίνεται με τη χρήση γεωμετρικών οργάνων ή δυναμικών λογισμικών γεωμετρίας. Η ενότητα αυτή μπορεί να οργανωθεί ως εξής:

➤ **Θέση Δύο Κύκλων**

- ◆ Στην προτεινόμενη εξερεύνηση οι μαθητές προβληματίζονται, εντοπίζουν και αναφέρουν πιθανές θέσεις που έχουν οποιοιδήποτε δύο κύκλοι μεταξύ τους, όπως αυτοί εμφανίζονται σε ένα μεσαιωνικό ρολόι.
- ◆ Στην προτεινόμενη διερεύνηση οι μαθητές παρατηρούν και διατυπώνουν εικασίες για τη σχέση που συνδέει το μήκος της διακέντρου δύο κύκλων με το άθροισμα ή τη διαφορά της ακτίνας τους, χρησιμοποιώντας το προτεινόμενο εφαρμογίδιο.
- ◆ Στις δραστηριότητες 1 και 8 οι μαθητές καλούνται να βρουν τη θέση δύο κύκλων, όταν γνωρίζουν τις ακτίνες και το μήκος της διακέντρου τους. Επιπλέον, στη δραστηριότητα 8 οι μαθητές κατασκευάζουν τους δύο κύκλους.

Στη δραστηριότητα 2 ζητείται η ακτίνα του ενός από τους δύο κύκλους με γνωστή διάκεντρο, ώστε οι κύκλοι να έχουν συγκεκριμένη θέση.

Στη δραστηριότητα 3 οι μαθητές υπολογίζουν την ελάχιστη και μέγιστη τιμή που μπορεί να πάρει η διάκεντρος δύο τεμνόμενων κύκλων, με τη χρήση του κατάλληλου θεωρήματος.

Στη δραστηριότητα 4 οι μαθητές αναφέρουν παραδείγματα από το περιβάλλον της καθημερινής τους ζωής για τη πιθανή θέση μεταξύ δύο κύκλων.

Στη δραστηριότητα 5 ζητείται το μήκος της διακέντρου δύο κύκλων, ώστε οι κύκλοι να έχουν συγκεκριμένη θέση.

Οι δραστηριότητες 6 και 7 είναι αποδείξεις που σχετίζονται με συγκεκριμένες θέσεις δύο κύκλων.



Οι δραστηριότητες 9 και 10 είναι προβλήματα αποδείξεων που αντιμετωπίζονται με τη χρήση των ήδη γνωστών θεωρημάτων που αφορούν τη θέση δύο κύκλων.

➤ **Εγγεγραμμένες Γωνίες**

- Στην προτεινόμενη εξερεύνηση οι μαθητές προβληματίζονται και κάνουν εικασίες αναφορικά με τη θέση που πιθανόν να τοποθετηθεί μια φωτογραφική μηχανή σε έναν κινηματογράφο ώστε να καλύπτει ολόκληρη την οθόνη.
- Στη διερεύνηση (1) οι μαθητές παρατηρούν τις πιθανές θέσεις ενός σημείου Γ ώστε η γωνία Γ του τριγώνου $AB\Gamma$ να γίνει ορθή, χρησιμοποιώντας το προτεινόμενο εφαρμογίδιο. Το εφαρμογίδιο είναι κατασκευασμένο, ώστε η αναμενόμενη παρατήρηση-εικασία για τη σχέση που συνδέει μια εγγεγραμμένη γωνία με το αντίστοιχο τόξο να γίνει από τους μαθητές.

Στη διερεύνηση (2) αναμένονται ανάλογες παρατηρήσεις και εικασίες σε προτάσεις που αναφέρονται στη σχέση μεταξύ μιας εγγεγραμμένης γωνίας και της αντίστοιχης επίκεντρής της, καθώς και τη σχέση που συνδέει τις εγγεγραμμένες γωνίες που βαίνουν στο ίδιο τόξο σε ένα κύκλο.

- Στη δραστηριότητα 1 οι μαθητές υπολογίζουν το μέτρο εγγεγραμμένων και επίκεντρων γωνιών, με τη χρήση των θεωρημάτων της υποενότητας.

Στη δραστηριότητα 2 οι μαθητές χαρακτηρίζουν ΣΩΣΤΟ–ΛΑΘΟΣ προτάσεις σχετικά με τη γνωστή θεωρία, δικαιολογώντας πάντοτε το είδος του χαρακτηρισμού που έχουν δώσει.

Στη δραστηριότητα 3 οι μαθητές κατασκευάζουν το ανάλογο γεωμετρικό σχήμα και χρησιμοποιούν γνωστές προτάσεις για να υπολογίσουν το μήκος της ακτίνας ενός κύκλου.

Στις δραστηριότητες 4, 5 και 6 οι μαθητές κατασκευάζουν το ανάλογο σχήμα (δραστηριότητα 4) και αποδεικνύουν σχέσεις, εφαρμόζοντας τα θεωρήματα της υποενότητας.



➤ **Θεώρημα Χορδής και Εφαπτομένης**

- ◆ Στη διερεύνηση οι μαθητές ανακαλύπτουν τη σχέση που να συνδέει τη γωνία που σχηματίζεται μεταξύ μιας χορδής και της εφαπτομένης στο ένα άκρο της χορδής αυτής, με την αντίστοιχη εγγεγραμμένη γωνία που βαίνει στα άκρα της χορδής αυτής.
- ◆ Στις δραστηριότητες 1, 3 και 6 οι μαθητές υπολογίζουν γωνίες, με τη βοήθεια του Θεωρήματος Χορδής και Εφαπτομένης.

Στις δραστηριότητες 2 και 4 οι μαθητές κατασκευάζουν τα ανάλογα σχήματα και υπολογίζουν τα μέτρα γωνιών.

Οι δραστηριότητες 5 και 7 είναι αποδείξεις και χρειάζεται η γνώση του Θεωρήματος Χορδής και Εφαπτομένης, ως το δεδομένο που θα οδηγήσει τους μαθητές στην απόδειξη.

➤ **Δραστηριότητες Ενότητας**

Οι δραστηριότητες 1, 2, 4, 6, 9 και 15 είναι περιπτώσεις υπολογισμού γωνιών που σχετίζονται με όλα τα θεωρήματα που αναφέρονται σε εγγεγραμμένες-επίκεντρες γωνίες, αλλά και σε γωνίες μεταξύ χορδής και εφαπτομένης.

Στη δραστηριότητα 3 οι μαθητές αποδεικνύουν μια σχέση μεταξύ δύο εγγεγραμμένων γωνιών σε ομόκεντρους κύκλους.

Στη δραστηριότητα 5 οι μαθητές υπολογίζουν το μέτρο μιας εγγεγραμμένης γωνίας, στα πλαίσια της αναλυτικής γεωμετρίας.

Στις δραστηριότητες 7 και 10 οι μαθητές αποδεικνύουν σχέσεις μεταξύ ευθυγράμμων τμημάτων, με τη βοήθεια θεωρημάτων του κύκλου και υπολογίζουν μέτρα γωνιών.



Οι δραστηριότητες 8, 11, 12, 13, 14, 16 και 17 είναι αποδεικτικές, στις οποίες οι μαθητές εφαρμόζουν τα θεωρήματα που έχουν διδαχθεί στην ενότητα.

➤ **Δραστηριότητες Εμπλουτισμού**

Όλες οι δραστηριότητες είναι αποδεικτικές. Οι μαθητές κατασκευάζουν κατάλληλα σχήματα και εφαρμόζουν τα θεωρήματα της ενότητας, για να αποδείξουν σχέσεις μεταξύ ευθυγράμμων τμημάτων ή γωνιών.

Σημείωση:

Η ενότητα αυτή μπορεί να αξιολογηθεί με γραπτό τελικό διαγώνισμα.



