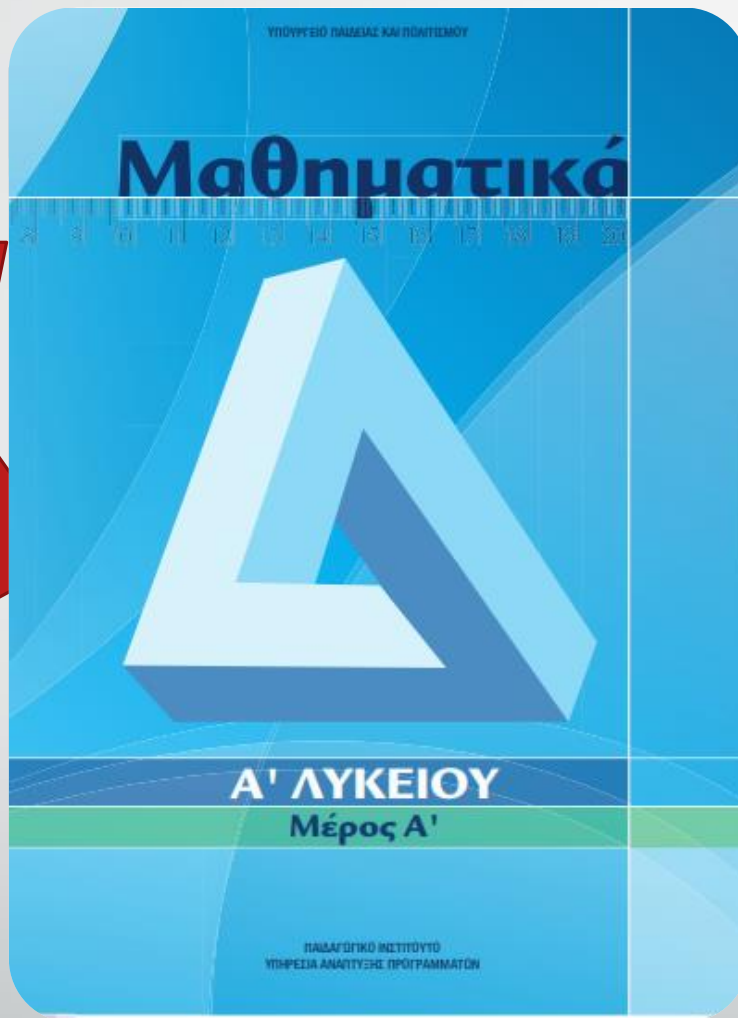


Α' ΛΥΚΕΙΟΥ 2013-2014

Αναρτημένος
στην
ιστοσελίδα του
ΥΠΠ



Εντός των
ημερών θα
αναρτηθούν ο
ενδεικτικός
προγραμματι-
σμός ,οι λύσεις
των
δραστηριοτήτων
και ο Β' Τόμος

http://www.schools.ac.cy/eyliko/mesi/themata/mathimatika/ekp_yliko_a_lykeiou.html

Αρχές Ανάπτυξης του Αναλυτικού Προγράμματος

Αρχή 1: Οι μαθηματικές έννοιες διερευνούνται με τρόπο που υποκινεί το ενδιαφέρον και την περιέργεια των μαθητών.

ΑΡΧΗ 2: Το αναλυτικό πρόγραμμα δίνει έμφαση στη λύση προβλήματος

ΑΡΧΗ 3: Η τεχνολογία αποτελεί αναπόσπαστο μέρος της μαθηματικής εκπαίδευσης

ΑΡΧΗ 4: Όλοι οι μαθητές πρέπει να αποκτήσουν εμπειρίες μέσα από ένα ποιοτικό πρόγραμμα μαθηματικών

ΔΟΜΗ ΥΛΙΚΟΥ ΒΙΒΛΙΩΝ

1

- ΣΤΗΝ ΕΝΟΤΗΤΑ ΑΥΤΗ ΘΑ ΜΑΘΟΥΜΕ:

2

- ΕΧΟΥΜΕ ΜΑΘΕΙ...

3

- ΕΞΕΡΕΥΝΗΣΗ-ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ

4

- ΜΑΘΑΙΝΩ

5

- ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ

6

- ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ

7

- ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ ΕΝΟΤΗΤΑΣ

8

- ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ ΕΜΠΛΟΥΤΙΣΜΟΥ

Εξερεύνηση vs Διερεύνηση

Ανοικτά
προβλήματα -
Μοντελοποίηση

Πρόκληση

Οι μαθηματικές
ιδέες
αντιμετωπίζονται
μέσα σε ένα πιο
συγκεκριμένο
πλαίσιο.

Διατύπωση
εικασιών,
υποθέσεων

Αντιμέτωπιση των
μαθηματικών εννοιών
με διαθεματικό τρόπο.

Δημιουργικότητα -
Φαντασία

Αιτιολόγηση
απαντήσεων.

Έλεγχος εγκυρότητας
υποθέσεων /
Γενίκευση

Ανάπτυξη μαθηματικού
συλλογισμού

Διαφοροποίηση

Αναστοχασμός και
αξιολόγηση της
πορείας λύσης.

Επαγωγική ή
παραγωγική σκέψη

Ελεύθερη έρευνα των
μαθηματικών εννοιών.

Παροχή κινήτρων
και ευκαιριών σε
όλους τους μαθητές.

Πολλαπλές
αναπαραστάσεις.

Κανόνας-
αντιπαράδειγμα

Εξερεύνηση

Διερεύνηση

1. ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ-ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ Α΄ ΒΑΘΜΟΥ
✓ Γραφική επίλυση εξίσωσης α΄ βαθμού
✓ Ιδιότητες διάταξης πραγματικών αριθμών

2. ΓΡΑΜΜΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

✓ Λύση – Διερεύνηση γραμμικού συστήματος
✓ Γραμμικά συστήματα με δύο ή περισσότερες εξισώσεις

3. ΡΙΖΕΣ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ
✓ Ρίζες πραγματικών αριθμών
✓ Δυνάμεις ρητών αριθμών

4. ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΑ

✓ Γωνία σε κανονική θέση
✓ Το ακτίνιο
✓ Τριγωνομετρικοί αριθμοί γωνίας σε κανονική θέση
✓ Τριγωνομετρικός κύκλος
✓ Τριγωνομετρικές Ταυτότητες
✓ Σχέσεις τριγωνομετρικών διαφορά 0° , 90° , 180° , 270°

5. ΣΤΕΡΕΟΜΕΤΡΙΑ

✓ Ευθείες και επίπεδα στο χώρο
✓ Εμβαδόν και όγκος πρίσματος
✓ Εμβαδόν και όγκος τετραγωνικής πυραμίδας
✓ Εμβαδόν και όγκος κυλίνδρου
✓ Εμβαδόν και όγκος κώνου
✓ Εμβαδόν και όγκος σφαίρας

6. Κύκλος

✓ Θέση δύο κύκλων
✓ Εγγεγραμμένες γωνίες
✓ Θεώρημα χορδής εφαπτομένης

7. ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

- ✓ Κλίση Ευθείας – λ=εφω.
- ✓ Μέσο ευθύγραμμου τμήματος
- ✓ Απόσταση σημείου από σημείο

8. Η ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΤΗΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$

- ✓ Μελέτη συνάρτησης $y = ax^2$
- ✓ Μελέτη συνάρτησης $y = ax^2 + bx + \gamma$

9. ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ – ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ ΔΕΥΤΕΡΟΥ

- ✓ Μέθοδος συμπλήρωσης τέλειου τετραγώνου
- ✓ Είδος ριζών τριωνύμου
- ✓ Γραφική λύση εξίσωσης Β' βαθμού
- ✓ Γραφική-αλγεβρική επίλυση συστήματος Β' βαθμού
- ✓ Διτετράγωνη εξίσωση
- ✓ Μορφές τριωνύμου
- ✓ Συμμετρικές παραστάσεις ριζών
- ✓ Κατασκευή εξίσωσης Β' βαθμού όταν δίνονται οι ρίζες της
- ✓ Πρόσημο τιμών του τριωνύμου-Ανισώσεις Β' βαθμού
- ✓ Επίλυση ανισώσεων ανωτέρου βαθμού

10. ΘΕΩΡΗΜΑ ΘΑΛΗ – ΟΜΟΙΟΤΗΤΑ

- ✓ Θεώρημα Θαλή
- ✓ Όμοια πολύγωνα
- ✓ Όμοια τρίγωνα
- ✓ Δύναμη σημείου ως προς κύκλο.

11. ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ

- ✓ Μέτρα Θέσης και Διασποράς

Επανάληψη



Περίπου
3-4
μαθήματα

από το γυμνάσιο στο λύκειο.

ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ ΑΠΟ ΤΟ ΓΥΜΝΑΣΙΟ

1

ΑΚΕΡΑΙΕΣ ΚΑΙ ΚΛΑΣΜΑΤΙΚΕΣ ΑΛΓΕΒΡΙΚΕΣ
ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΙΣ
(ΠΡΑΞΕΙΣ, ΤΑΥΤΟΤΗΤΕΣ, ΠΑΡΑΓΟΝΤΟΠΟΙΗΣΗ)

2

ΕΠΙΛΥΣΗ ΕΞΙΣΩΣΗΣ Α' ΒΑΘΜΟΥ,
Β' ΒΑΘΜΟΥ

3

ΕΠΙΛΥΣΗ ΑΝΙΣΩΣΕΩΝ Α' ΒΑΘΜΟΥ

4

ΕΠΙΛΥΣΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ 2 ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ

5

ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ (Π.Ο, Π.Τ, ΓΡΑΦΙΚΗ
ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΕΥΘΕΙΑΣ)

6

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ (ΙΣΑ ΤΡΙΓΩΝΑ,
ΠΑΡΑΛΛΗΛΟΓΡΑΜΜΑ)

ΓΙΑ ΤΟΝ
ΚΑΘΗΓΗΤΗ
ΠΡΙΝ ΤΟ
ΜΑΘΗΜΑ

Στην ενότητα αυτή θα μάθουμε:

- Να επιλύουμε και να διερευνούμε την εξίσωση $ax + \beta = 0$, με βάση τη γραφική παράσταση της ευθείας $y = ax + \beta$.
- Να επιλύουμε την ανίσωση $ax + \beta \geq 0$ ή $ax + \beta \leq 0$ με βάση τη γραφική παράσταση της ευθείας $y = ax + \beta$.
- Να αποδεικνύουμε και να χρησιμοποιούμε τις βασικές ιδιότητες διάταξης των πραγματικών αριθμών.

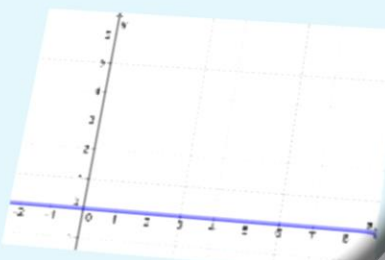
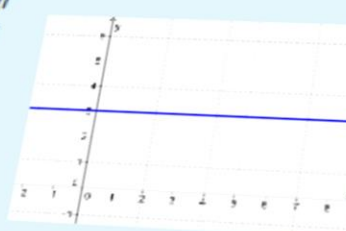
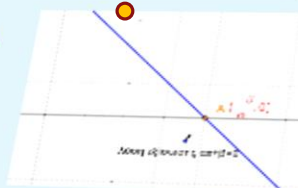
ΓΙΑ ΤΟΝ
ΚΑΘΗΓΗΤΗ
ΠΡΙΝ ΤΟ
ΜΑΘΗΜΑ

Γραφική Επίλυση Εξίσωσης α' Βαθμού

Μαθαίνω

Για να βρούμε γραφικά τη λύση της εξίσωσης $ax + \beta = 0$, κατασκευάζουμε την ευθεία με εξίσωση $y = ax + \beta$.

- Αν $\alpha \neq 0$, η ευθεία τέμνει τον άξονα των x σε ένα μόνο σημείο. Το σημείο τομής με τον άξονα των x , είναι το $(-\frac{\beta}{\alpha}, 0)$.
Η λύση της εξίσωσης $ax + \beta = 0$ είναι η τετμημένη $x = -\frac{\beta}{\alpha}$, $\alpha \neq 0$ του σημείου τομής της ευθείας με τον άξονα των τετμημένων.
- Αν $\alpha = 0$ και $\beta \neq 0$ η ευθεία είναι παράλληλη με τον άξονα των x . Η αντίστοιχη εξίσωση $ax + \beta = 0$ δεν έχει λύση (είναι αδύνατη).
- Αν $\alpha = 0$ και $\beta = 0$ η ευθεία συμπίπτει με τον άξονα των x . Η αντίστοιχη εξίσωση $ax + \beta = 0$ έχει άπειρες λύσεις (είναι αόριστη).



Έχουμε μάθει ...

- Κάθε εξίσωση της μορφής $ax = \beta$, με x να είναι ο άγνωστος της εξίσωσης και $a, \beta \in \mathbb{R}$, ονομάζεται εξίσωση α' βαθμού.
- Η εξίσωση $ax = \beta$, $a, \beta \in \mathbb{R}$, έχει μοναδική λύση τη $x = \frac{\beta}{a}$ όταν $a \neq 0$.
- Η εξίσωση $ax = \beta$, όπου $a, \beta \in \mathbb{R}$, ονομάζεται αδύνατη εξίσωση στο \mathbb{R} (δεν έχει καμιά λύση), όταν $a = 0$ και $\beta \neq 0$.
- Η εξίσωση $ax = \beta$ ονομάζεται αόριστη (έχει άπειρες λύσεις), όταν $a = 0$ και $\beta = 0$.
- Η γραφική παράσταση της γραμμικής συνάρτησης $f(x) = ax + \beta$ παριστάνει ευθεία.
- Η ευθεία $y = ax + \beta$ έχει κλίση a και τέμνει τον άξονα των y στο σημείο $(0, \beta)$.
- Δύο ευθείες $e_1: y = \lambda_1 x + \beta_1$ είναι παράλληλες, όταν έχουν ίσες κλίσεις ($\lambda_1 = \lambda_2$) και διαφορετικές σταθερές β_1 και β_2 .

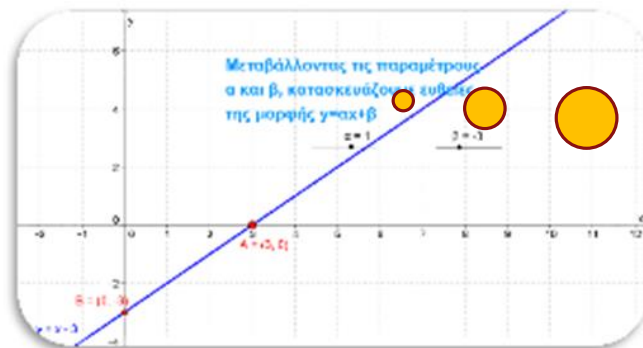
Στόχος του
μαθήματος

ΓΡΑΦΙΚΗ ΕΠΙΛΥΣΗ ΕΞΙΣΩΣΗΣ Α΄ ΒΑΘΜΟΥ

Διερεύνηση



- Να ανοίξετε το αρχείο «Alyk_En1_GrafikiEpilysi1.ggb».
- (α) Να μετακινήσετε τους δρομείς α και β για να κατασκευάσετε τις ευθείες της 1^{ης} στήλης του πιο κάτω πίνακα.



**ΕΛΕΓΧΟΣ/
ΜΕΤΑΤΡΟΠΗ
ΠΡΙΝ ΤΟ
ΜΑΘΗΜΑ**

- (β) Να επιλύσετε αλγεβρικά τις εξισώσεις της 2^{ης} στήλης.
- (γ) Να συνδέσετε τη γραφική παράσταση της $y = \alpha x + \beta$ με τη λύση της εξίσωσης $\alpha x + \beta = 0$.

Εξίσωση ευθείας $y = \alpha x + \beta$.	Λύση της εξίσωσης $\alpha x + \beta = 0$
$(\varepsilon_1): y = x - 3$	Εξίσωση: $x - 3 = 0$ Λύση:
$(\varepsilon_2): y = 2x + 5$	Εξίσωση: $2x + 5 = 0$ Λύση:
$(\varepsilon_3): y = -3x + 9$	Εξίσωση: $-3x + 9 = 0$ Λύση:
$(\varepsilon_4): y = 4$	Εξίσωση: $0x + 4 = 0$ Λύση:
$(\varepsilon_5): y = 0$	Εξίσωση: $0x + 0 = 0$

ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ

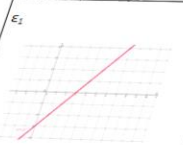
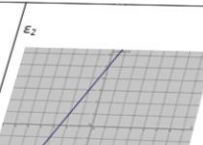
ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ:

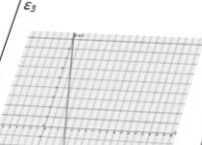
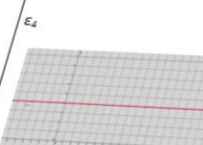
1. Να λύσετε την εξίσωση $5x + 1 = 0$ και να ερμηνεύσετε το αποτέλεσμα γραφικά.
2. Για ποιες τιμές του μ η ευθεία με εξίσωση $y = (\mu - 1)x - (\mu + 4)$
 - (α) δεν τέμνει τον άξονα των τετμημένων;
 - (β) τέμνει τον άξονα των τετμημένων;

Εναλλακτικά χρησιμοποιείται φύλλο εργασίας (εξαρτάται από τον καθηγητή)

ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Διακρίνωση (σελ. 15)

Ε₁  **Ε₂** 

Ε₃  **Ε₄** 

Εξίσωση ευθείας $\alpha x + \beta y = \gamma$	Λύση της εξίσωσης $\alpha x + \beta y = \gamma$
$(\alpha_1): y = 4x - 3$	Εξίσωση: $x - 3 = 0$ Λύση:
$(\alpha_2): y = 2x + 5$	Εξίσωση: $2x + 5 = 0$ Λύση:
$(\alpha_3): y = -3x + 9$	Εξίσωση: $-3x + 9 = 0$ Λύση:
$(\alpha_4): y = 4$	Εξίσωση: $0x + 4 = 0$ Λύση:
$(\alpha_5): y = 0$	Εξίσωση: $0x + 0 = 0$ Λύση:

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ:

Η εξίσωση $\alpha x + \beta y = \gamma$ συνδέεται με τη λύση της εξίσωσης $\alpha x + \beta y = \gamma$ ως εξής:

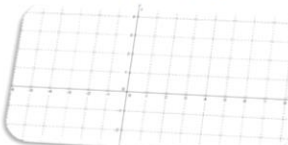
1) Αν $\alpha \neq 0$ και $\beta \neq 0$ τότε:

μια $\alpha = 0$ και $\beta \neq 0$ τότε:

μια $\alpha = 0$ και $\beta = 0$ τότε:

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ:

1. Να λύσετε την εξίσωση $2x + 6 = 0$ και να ερμηνεύσετε το αποτέλεσμα γραφικά;



2. Για ποιες τιμές του μ η ευθεία με εξίσωση $y = (\mu - 3)x + \mu + 2$:
 - α) τέμνει τον άξονα των τετμημένων σε ένα μόνο σημείο
 - β) είναι παράλληλη με τον άξονα των τετμημένων
 - γ) συμπίπτει με τον άξονα των τετμημένων

- Σωστή επιλογή!
- Διαφοροποίηση

Δραστηριότητες

1. Να λύσετε την εξίσωση $-3x = 7$ και να ερμηνεύσετε το αποτέλεσμα γραφικά.
2. Δίνεται η εξίσωση $(1 - \alpha^2)x = \alpha + 1$
 - (α) Για ποια τιμή του α , η εξίσωση είναι αδύνατη;
 - (β) Ποια είναι η λύση της εξίσωσης: $(1 - \alpha^2)x = \alpha + 1$, όταν $\alpha = 3$;
 - (γ) Ποια είναι η θέση της ευθείας $y = (1 - \alpha^2)x - (\alpha + 1)$ ως προς τον άξονα των x , όταν
 - i. $\alpha = -1$
 - ii. $\alpha = 1$;
3. Να χαρακτηρίσετε ΣΩΣΤΟ ή ΛΑΘΟΣ τις πιο κάτω προτάσεις :

(α) Η ευθεία με εξίσωση $y = 2x + 10$ δεν τέμνει το άξονα των τετμημένων.	
(β) Η εξίσωση $-(x - 6) - x = 2(3 - x)$ είναι αόριστη.	
(γ) Η ευθεία με εξίσωση $y = -2$ τέμνει τον άξονα των τετμημένων.	
(δ) Η ευθεία $y = (\lambda + 2)x + 10\lambda + 20$ συμπίπτει με τον άξονα των τετμημένων, όταν $\lambda = -2$.	
(ε) Η ευθεία με εξίσωση $y = (\lambda^2 - 1)x + 2\lambda + 2$ είναι παράλληλη με τον άξονα των τετμημένων, όταν $\lambda = -1$.	
(στ) Η λύση της εξίσωσης $2x + 7 = 0$ είναι η τετμημένη του σημείου τομής των ευθειών $y = 2x$ και $y = -7$.	
(ζ) Η εξίσωση $\alpha x = \beta$, $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ έχει πάντα λύση.	
(η) Αν η εξίσωση $\alpha x = \beta$ έχει λύση το $x = 3$ και το $x = -3$, τότε είναι αόριστη.	
(θ) Αν η εξίσωση $(\lambda - 8)x = \kappa + 8$ είναι αόριστη, τότε οι ευθείες $y = (\lambda - 8)x$ και $y = \kappa + 8$, συμπίπτουν.	

4. Να βρείτε για ποια τιμή του μ , $\mu \in \mathbb{R}$ η ευθεία με εξίσωση $y = (4 - \mu)x - 6 - 13\mu$ τέμνει τον άξονα των τετμημένων στο σημείο $(1, 0)$.
5. Να βρείτε για ποιες τιμές της παραμέτρου μ , $\mu \in \mathbb{R}$ η ευθεία $y = (\mu^2 - 4)x - (\mu^2 - 3\mu + 2)$
 - (α) τέμνει τον άξονα των τετμημένων σε ένα μόνο σημείο,
 - (β) είναι παράλληλη με τον άξονα των x ,
 - (γ) συμπίπτει με τον άξονα των τετμημένων.
6. Να αποδείξετε ότι για οποιοδήποτε τιμές των $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ η εξίσωση: $(x + 2\alpha)^2 - (x - 2\beta)^2 = 4\alpha(2\alpha + 2\beta)$ έχει πάντα λύση.
7. Να λύσετε και να διερευνήσετε την εξίσωση $\lambda x + 9 = \lambda^2 - 3x$ για τις διάφορες τιμές το $\lambda \in \mathbb{R}$.

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ

ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΣΗ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ

Γραφική επίλυση εξίσωσης α' βαθμού

Δίνεται η εξίσωση
 $y=(\kappa+2)x+2\mu-1.$

Μορφή $y=\alpha x+\beta$

Για ποιες τιμές των κ και μ η πάνω εξίσωση:

Συντελεστές α και β

Τέμνει τον άξονα των τετμημένων σε ένα μόνο σημείο.

ΜΙΑ ΜΟΝΟ ΛΥΣΗ

Είναι παράλληλη με τον άξονα των x .

ΑΔΥΝΑΤΗ

Συμπίπτει με τον άξονα των x .

ΑΟΡΙΣΤΗ

**ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ
ΓΙΝΟΝΤΑΙ ΟΙ
ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΕΙΣ;**

**ΤΙ ΓΙΝΕΤΑΙ ΑΝ ΟΙ
ΠΕΡΙΣΣΟΤΕΡΟΙ
ΜΑΘΗΤΕΣ ΔΕΝ
ΓΝΩΡΙΖΟΥΝ ΤΙΣ
ΠΡΟΫΠΑΡΧΟΥΣΕΣ
ΓΝΩΣΕΙΣ**

**ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ
ΓΙΝΕΤΑΙ ΧΡΗΣΗ
ΕΦΑΡΜΟΓΙΔΙΩΝ**

**ΔΕΝ
ΥΠΑΡΧΟΥΝ
ΣΥΝΤΑΓΕΣ**

ΕΡΩΤΗΜΑΤΑ

ΠΡΟΣΠΑΘΩ ΝΑ ...



- **ΑΝΙΧΝΕΥΩ ΤΙΣ ΠΡΟΪΠΑΡΧΟΥΣΕΣ ΓΝΩΣΕΙΣ ΤΩΝ ΜΑΘΗΤΩΝ ΜΟΥ.**
- **ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΩ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑ ΟΠΟΥ ΧΡΕΙΑΖΕΤΑΙ ΚΑΙ ΟΠΟΥ ΘΕΩΡΩ ΟΤΙ ΕΧΕΙ ΠΡΟΣΘΕΤΙΚΗ ΑΞΙΑ ΣΤΟ ΜΑΘΗΜΑ ΜΟΥ.**
- **ΑΞΙΟΠΟΙΩ ΤΙΣ ΕΞΕΡΕΥΝΗΣΕΙΣ-ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΕΙΣ ΟΣΟ ΤΟ ΔΥΝΑΤΟ ΣΤΟ ΜΕΓΙΣΤΟ ΒΑΘΜΟ.**
- **ΔΕΝ <ΔΙΑΒΑΖΩ> ΤΑ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΜΕ ΤΟΥΣ ΜΑΘΗΤΕΣ ΑΛΛΑ ΤΑ ΛΥΩ ΜΑΖΙ ΤΟΥΣ (ή ΤΟΥΣ ΑΦΗΝΩ ΝΑ ΤΑ ΛΥΣΟΥΝ ΑΥΤΟΙ) ΣΤΟ ΠΙΝΑΚΑ ΑΝ ΔΕΝ ΕΧΩ ΕΤΟΙΜΟ ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ.**
- **ΒΑΖΩ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ ΓΙΑ ΣΠΙΤΙ ΠΟΥ ΝΑ ΜΠΟΡΟΥΝ ΝΑ ΛΥΣΟΥΝ ΟΙ ΜΑΘΗΤΕΣ ΜΟΥ.**
- **ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΖΩ ,ΕΛΕΓΧΩ ΚΑΙ ΑΞΙΟΠΟΙΩ ΤΟ ΧΡΟΝΟ ΜΟΥ ΣΤΗΝ ΤΑΞΗ ΟΣΟ ΤΟ ΔΥΝΑΤΟ ΠΙΟ ΠΟΙΟΤΙΚΑ.**