ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ

ΦΥΣΙΚΗ Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ

ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ
ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΩΝ

Φυσική Β΄ Λυκείου Κοινού Κορμού

Συγγραφή:	**Σάββας Πολυδωρίδης**, Φυσικός, Εκπαιδευτικός Μέσης Εκπαίδευσης
Συντονισμός:	**Παναγιώτης Ελευθερίου**, Επιθεωρητής Μέσης Εκπαίδευσης Φυσικής
	Γιαννάκης Χατζηκωστής, Επιθεωρητής Μέσης Εκπαίδευσης Φυσικής
Επιμέλεια Έκδοσης:	**Μαρίνα Άστρα Ιωάννου** Λειτουργός Υπηρεσίας Ανάπτυξης Προγραμμάτων
Συντονισμός Έκδοσης:	**Χρίστος Παρπούνας** Συντονιστής Υπηρεσίας Ανάπτυξης Προγραμμάτων

Α΄ Έκδοση 2018 (Δοκιμαστική)

Εκτύπωση: Proteas Press Ltd

ISBN: 978-9963-54-178-2

ΕΝΟΤΗΤΑ 1: Οι Νόμοι του Νεύτωνα και Εφαρμογές τους

1.1. Εισαγωγή

Το 1687, ο Άγγλος Φυσικός Ισαάκ Νεύτωνας κατέληξε σε τρία βασικά και γενικά συμπεράσματα για την κίνηση των σωμάτων, που είναι γνωστά ως «Νόμοι του Νεύτωνα». Χρησιμοποιώντας αυτούς τους Νόμους, μπορούμε να ερμηνεύσουμε απλά και σύνθετα φαινόμενα της καθημερινής μας ζωής. Στη συνέχεια περιγράφουμε κάποια παραδείγματα εφαρμογών των Νόμων του Νεύτωνα.

Το διαστημόπλοιο Ήρα (Juno).

Το διαστημόπλοιο Ήρα έχει στόχο να εξερευνήσει τον μεγαλύτερο πλανήτη του ηλιακού μας συστήματος, τον Δία. Εκτοξεύτηκε στις 5 Αυγούστου 2011, στην αεροπορική βάση του Ακρωτηρίου Κανάβεραλ των Η.Π.Α, και μπήκε σε τροχιά γύρω από τον Δία στις 5 Ιουλίου 2016, έχοντας διανύσει 2,8 δισεκατομμύρια (2800000000) χιλιόμετρα με μέγιστη ταχύτητα 265000 km/h. Το διαστημόπλοιο περιέχει ειδικά όργανα, που θα μελετήσουν τη χημική σύσταση της ατμόσφαιρας του Δία και θα χαρτογραφήσουν το βαρυτικό και μαγνητικό του πεδίο. Προορίζεται να καταστραφεί το 2021, πέφτοντας επάνω στον Δία.

Καλλιτεχνική απεικόνιση του Juno. Εικόνα: NASA/JPL-Caltech.

Για περισσότερες πληροφορίες:

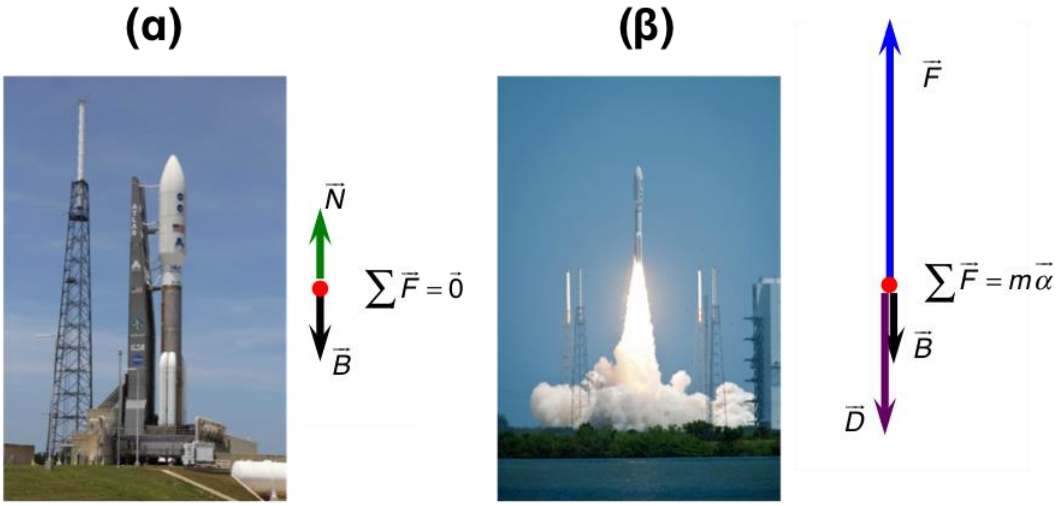
https://en.wikipedia.org/wiki/Juno_(spacecraft)

http://www.nasa.gov/mission_pages/juno/main/index.html

1.2. Η εκτόξευση της Ήρας

Η Εικόνα 1 απεικονίζει την Ήρα και τον πύραυλο προώθησης Άτλας, πριν και μετά την εκτόξευση από το Ακρωτήριο Κανάβεραλ.

Ερώτηση 1.1: Ποιες δυνάμεις ασκούνται πάνω στον πύραυλο Ήρα - Άτλας πριν την ανάφλεξη;



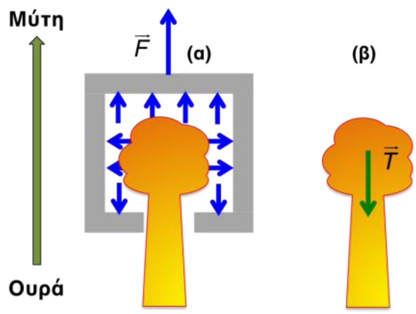
Εικόνα 1. (**α**) Πριν την ανάφλεξη, ο πύραυλος **ισορροπεί** επειδή το συνολικό βάρος του $\vec{B}$ είναι αντίθετο με την κάθετη δύναμη $\vec{N}$ από το έδαφος. (**β**) Μετά την ανάφλεξη, δρα στον πύραυλο το βάρος του, η δύναμη $\vec{F}$ από τα αέρια και η αντίσταση $\vec{D}$ του αέρα. Ο πύραυλος **επιταχύνεται** επειδή η συνισταμένη δύναμη δεν είναι μηδενική.

Πρώτος Νόμος του Νεύτωνα:

Ένα σώμα, στο οποίο ασκείται μηδενική συνισταμένη δύναμη, ηρεμεί ή κινείται με σταθερή ταχύτητα.

Η τάση ενός σώματος να διατηρεί αμετάβλητη την κινητική του κατάσταση, ονομάζεται **αδράνεια**.

Ερώτηση 1.2: Μετά την ανάφλεξη, ο πύραυλος επιταχύνεται (Εικόνα **1(β)**). Γιατί αλλάζει η κινητική κατάσταση του πυραύλου;



Εικόνα 2. (α) Τα αέρια της καύσης ασκούν δυνάμεις στο εσωτερικό τοίχωμα της κοιλότητας του πυραύλου, προς όλες τις κατευθύνσεις. Το διανυσματικό άθροισμα αυτών των δυνάμεων είναι η δύναμη $\vec{F}$, που έχει την κατεύθυνση ουράς - μύτης.

(β) Σύμφωνα με τον **τρίτο νόμο του Νεύτωνα,** ο πύραυλος ασκεί στα αέρια μία **αντίθετη** δύναμη $\vec{T}$.

Ερώτηση 1.3: Όταν ο πύραυλος κινείται, ασκείται σε αυτόν κάποια δύναμη από τον αέρα;

Η δύναμη $\vec{F}$ από τα αέρια έχει την **κατεύθυνση** ουράς-μύτης του πυραύλου, και προσδίδει κατακόρυφη ταχύτητα στον πύραυλο, με φορά προς τα πάνω. Η αντίσταση $\vec{D}$ του αέρα είναι αντίθετη στην ταχύτητα του πυραύλου, δηλαδή είναι κατακόρυφη με φορά προς τα κάτω. Επειδή η δύναμη $\vec{F}$ έχει πολύ μεγαλύτερο μέτρο από την αντίσταση $\vec{D}$ και το βάρος $\vec{B}$, η συνισταμένη δύναμη $\sum\vec{F}$ είναι κατακόρυφη με φορά προς τα πάνω. Η δύναμη αυτή επιταχύνει τον πύραυλο **στην ίδια κατεύθυνση,** δηλαδή κατακόρυφα και προς τα πάνω.

Δεύτερος Νόμος του Νεύτωνα:

Η επιτάχυνση που αποκτά ένα σώμα, υπό την επίδραση μιας συνισταμένης δύναμης, είναι ευθέως ανάλογη αυτής της δύναμης και έχει μέτρο που είναι αντιστρόφως ανάλογο της μάζας του σώματος.

$$\vec{\alpha} = \sum\vec{F}\big/m, \quad \sum\vec{F} = m\vec{\alpha}$$

Ερώτηση 1.4: Τα αέρια της καύσης του πυραύλου κινούνται με μεγάλη ταχύτητα σε αντίθετη κατεύθυνση με τον πύραυλο. Από τον Δεύτερο Νόμο, γνωρίζουμε ότι είναι αναγκαίο να δρα στα αέρια μία δύναμη, για να επιταχύνονται. Ποια δύναμη επιταχύνει τα αέρια;

Τρίτος Νόμος του Νεύτωνα:

Όταν ένα σώμα Α ασκεί μια δύναμη $\vec{F}_{\mathrm{AB}}$ σ' ένα σώμα Β, το σώμα Β ασκεί στο σώμα Α μια αντίθετη δύναμη $\vec{F}_{\mathrm{BA}}$ (ίσου μέτρου, ίδιας διεύθυνσης και αντίθετης φοράς) με την $\vec{F}_{\mathrm{AB}}$:

$$\vec{F}_{\mathrm{BA}} = -\vec{F}_{\mathrm{AB}}$$

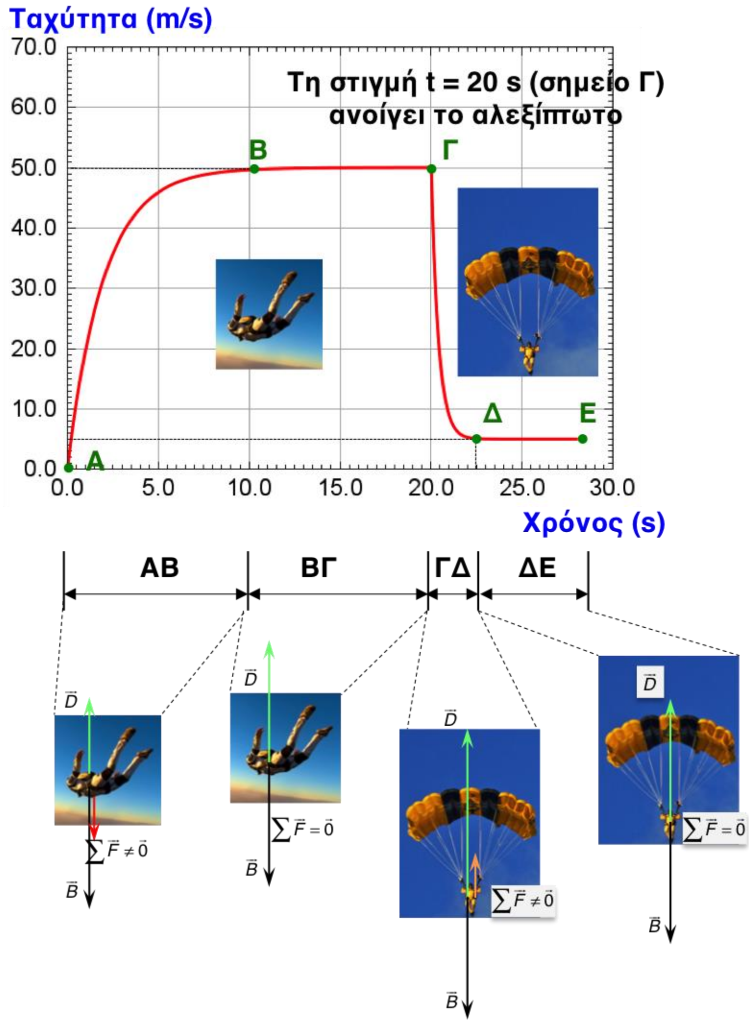
Οι δυνάμεις αυτές αποτελούν **ζεύγος δράσης-αντίδρασης.**

Ο Τρίτος Νόμος γίνεται αντιληπτός σε όλες τις καθημερινές μας δραστηριότητες, στις οποίες νιώθουμε την επίδραση δυνάμεων. Για κάθε δύναμη που δρα σε εμάς από ένα σώμα, **ασκούμε μία αντίθετη δύναμη στο σώμα.**

Ερώτηση 1.5: Γιατί οι αθλητές κολύμβησης σπρώχνουν με τα πόδια τους το πλαϊνό τοίχωμα της πισίνας, όταν αλλάζουν κατεύθυνση;

1.3. Η Κίνηση του Αλεξιπτωτιστή

Ένας αθλητής εξοπλισμένος με αλεξίπτωτο πέφτει από κάποιο ακίνητο ψηλό σημείο. Στην Εικόνα 3 απεικονίζεται η ταχύτητα του αλεξιπτωτιστή με τον χρόνο, από τη στιγμή που εγκαταλείπει το σημείο αυτό, μέχρι να φθάσει στο έδαφος. Για να αναλύσουμε την κίνηση του αλεξιπτωτιστή, χωρίζουμε τη γραφική παράσταση στα **τέσσερα τμήματα** ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ, ΔΕ.



Εικόνα 3. Γραφική παράσταση ταχύτητας – χρόνου για την πτώση ενός αλεξιπτωτιστή. Η κίνηση στα τμήματα ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ, ΔΕ εξηγείται στο κείμενο.

Τμήμα ΑΒ: Τη χρονική στιγμή $t = 0$, ο αλεξιπτωτιστής αρχίζει να πέφτει κατακόρυφα με το αλεξίπτωτό του κλειστό. Η ταχύτητα του αλεξιπτωτιστή αυξάνεται συνεχώς μέχρι μία μέγιστη τιμή 50 m/s (180 km/h) μετά από 10 δευτερόλεπτα (σημείο Β). Αυτή είναι η **οριακή ταχύτητα** του αλεξιπτωτιστή.

Ερώτηση 1.6: Γιατί η ταχύτητα του αλεξιπτωτιστή δεν αυξάνεται συνεχώς, μέχρι να φθάσει στο έδαφος;

Τμήμα ΒΓ: Επειδή η ταχύτητα του αλεξιπτωτιστή μεγαλώνει στο τμήμα ΑΒ, μεγαλώνει ταυτόχρονα και η αντίσταση του αέρα. Στο σημείο Β, η αντίσταση του αέρα γίνεται **ίση** με το βάρος του αλεξιπτωτιστή, και η συνισταμένη δύναμη

μηδενίζεται. Τότε, ο αλεξιπτωτιστής αρχίζει να κινείται με σταθερή ταχύτητα, όπως προβλέπει ο Πρώτος Νόμος του Νεύτωνα.

Τμήμα ΓΔ: Εάν ο αλεξιπτωτιστής δεν κάνει κάποια ενέργεια, θα συνεχίσει να κινείται με την οριακή ταχύτητα $50\ \mathrm{m/s}$ $(180\ \mathrm{km/h})$μέχρι να φθάσει στο έδαφος. Η ταχύτητα αυτή είναι υπερβολικά μεγάλη, γι΄ αυτό ο αλεξιπτωτιστής ανοίγει το αλεξίπτωτο.

Ερώτηση 1.7: Τι ρόλο παίζει το αλεξίπτωτο στην κίνηση του αλεξιπτωτιστή;

Τμήμα ΔΕ: Η αντίσταση του αέρα ελαττώνεται με την ταχύτητα, και γίνεται ξανά **ίση με το βάρος** στο σημείο Ε. Από εκεί και πέρα, ο αλεξιπτωτιστής κινείται με σταθερή, αρκετά μικρή ταχύτητα $(5\ \mathrm{m/s})$. Με αυτή την ταχύτητα μπορεί να αγγίξει στο έδαφος χωρίς να τραυματιστεί.

Στις 14 Οκτωβρίου 2012, ο αυστριακός αλεξιπτωτιστής Felix Baumgartner πραγματοποίησε ελεύθερη πτώση από ύψος $38969\ \mathrm{m}$, μέσα στη στρατόσφαιρα (αυτή εκτείνεται σε ύψος $20-50\ \mathrm{km}$ από το έδαφος). Κατά τη διάρκεια της πτώσης του απέκτησε μέγιστη ταχύτητα $377\ \mathrm{m/s}$ $(1358\ \mathrm{km/h})$ και έγινε ο πρώτος άνθρωπος που ξεπέρασε το φράγμα του ήχου (την ταχύτητα του ήχου στον αέρα, $(\ 340\ \mathrm{m/s})$), χωρίς τη βοήθεια κάποιου οχήματος.
Μία σύντομη ταινία της πτώσης: https://www.youtube.com/watch?v=FHtvDA0W34I

Ερώτηση 1.8: Γιατί η μέγιστη ταχύτητα του Baumgartner ήταν πολύ μεγαλύτερη από τη μέγιστη ταχύτητα του αλεξιπτωτιστή στο προηγούμενο παράδειγμα $(50\ \mathrm{m/s})$;

Ερώτηση 1.9: Εκτός από τον αέρα, μπορείτε να αναφέρετε άλλα μέσα, τα οποία ασκούν αντίσταση στα σώματα που κινούνται στο εσωτερικό τους;

1.4. Εφαρμογές των Νόμων του Νεύτωνα στη Σύγχρονη Επιστήμη

Οι νόμοι του Νεύτωνα δημοσιεύτηκαν το 1687, και χρησιμοποιούνται ακόμη και σήμερα για την περιγραφή της κίνησης σωμάτων με διαστάσεις, που εκτείνονται από το τυπικό μέγεθος ενός κυττάρου $(\sim 1\ \mu m = 0{,}000001\ \mathrm{m})$, μέχρι το μέγεθος ενός Γαλαξία $(1000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\ \mathrm{m})$

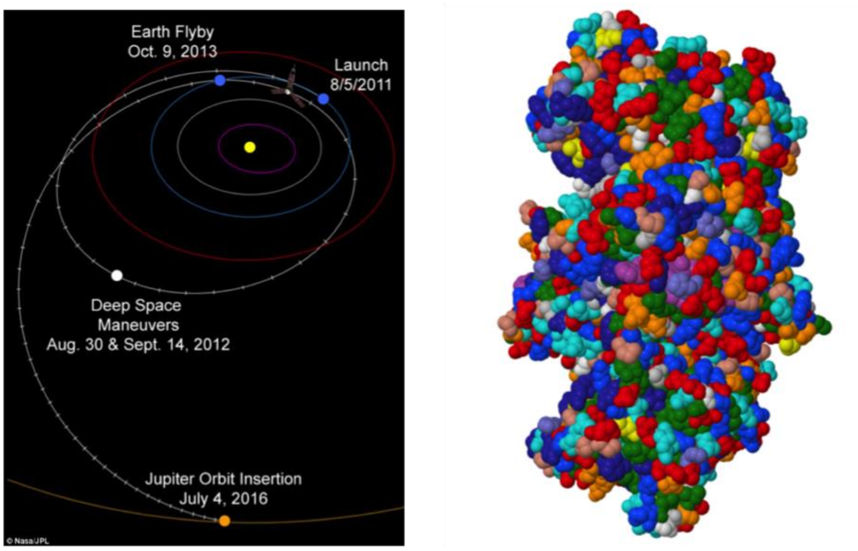
Ο Δεύτερος Νόμος είναι ένα εργαλείο, που μας επιτρέπει να καθορίσουμε την **τροχιά** ενός σώματος **από τη συνισταμένη δύναμη** στο σώμα. Να πως:

Από τον Δεύτερο Νόμο υπολογίζουμε την **επιτάχυνση** του σώματος: $\vec{\alpha} = \sum \vec{F} / \mathrm{m}$.

Από την επιτάχυνση καθορίζουμε τη μεταβολή της ταχύτητας του σώματος με τον χρόνο, δηλαδή υπολογίζουμε την **ταχύτητα** σε διαφορετικές χρονικές στιγμές.

Εάν γνωρίζουμε την ταχύτητα, μπορούμε να υπολογίσουμε τη **μετατόπιση του σώματος,** δηλαδή τη θέση του σαν συνάρτηση του χρόνου.

Χρησιμοποιώντας τους νόμους του Νεύτωνα, οι επιστήμονες της NASA υπολόγισαν την επιτάχυνση και την ταχύτητα της Ήρας στα διάφορα σημεία του ταξιδιού της από τη Γη μέχρι το Δία. (αριστερό σχήμα της Εικόνας 4).



Εικόνα 4. Αριστερά: Η τροχιά της Ήρας από τη Γη στο Δία. **Δεξιά:** Εικόνα της πρωτεΐνης **φωσφορυλάσης γλυκογόνου**, που ρυθμίζει το επίπεδο σακχάρου στο αίμα. Τα άτομα της πρωτεΐνης απεικονίζονται σαν σφαίρες. Για να κατανοήσουν τη λειτουργία μορίων όπως η φωσφορυλάση γλυκογόνου, οι επιστήμονες μελετούν τις κινήσεις των ατόμων τους, λύνοντας τις εξισώσεις του Νεύτωνα.

- Πώς στερεοποιείται το νερό σε πάγο στους 0 ^{o}C και βράζει στους 100 ^{o}C (σε ατμοσφαιρική πίεση);
- Γιατί ένα σιδερένιο ραβδί διαστέλλεται όταν θερμαίνεται;
- Γιατί τα μόρια που αποτελούν το ανθρώπινο σώμα (π.χ. οι πρωτεΐνες και το DNA) απορρυθμίζονται, εάν η θερμοκρασία του σώματός μας ανεβεί πάνω από 42 ^{o}C;

Ερωτήσεις όπως οι προηγούμενες είναι πολύ δύσκολες, γιατί αφορούν σώματα με έναν **τεράστιο αριθμό μορίων ή ατόμων**. Για να βρει απαντήσεις σε αυτές τις ερωτήσεις, η Φυσική χρησιμοποιεί σύγχρονους υπολογιστές που εφαρμόζουν τους νόμους του Νεύτωνα σε κάθε άτομο ή μόριο αυτών των σωμάτων. Από τις δυνάμεις μεταξύ των ατόμων ή μορίων και τους νόμους του Νεύτωνα, οι υπολογιστές δημιουργούν «ταινίες», οι οποίες περιγράφουν τις τροχιές των ατόμων ή μορίων. Αναλύοντας αυτές τις ταινίες, οι επιστήμονες βγάζουν συμπεράσματα για το τρισδιάστατο σχήμα σημαντικών βιολογικών μορίων, όπως οι πρωτεΐνες και το DNA, τον τρόπο με τον οποίο συνδέονται με μικρότερα, εξειδικευμένα μόρια (π.χ. φάρμακα), τον τρόπο με τον οποίο αποκτούν ή χάνουν το τρισδιάστατο σχήμα τους. Οι γνώσεις αυτές βοηθούν στη σύνθεση βελτιωμένων ή νέων μορίων, με εφαρμογές στην **Τεχνολογία** και την **Ιατρική**.

1.5. Ερωτήσεις Κατανόησης

Πρώτος Νόμος

1. Να αναφέρετε παραδείγματα από την καθημερινή ζωή, στα οποία τα σώματα αντιδρούν στην αλλαγή της κινητικής τους κατάστασης, δηλαδή εμφανίζουν **αδράνεια**.

2. Ένα τρένο κινείται σε μία ευθύγραμμη σιδηροτροχιά με σταθερή ταχύτητα. Τι μπορείτε να συμπεράνετε για τη συνισταμένη δύναμη που δρα στο τρένο;

Δεύτερος Νόμος

3. Να εξηγήσετε γιατί είναι πιο εύκολο να κινήσουμε ένα άδειο φορτηγό, σε σύγκριση με ένα φορτηγό του ίδιου μοντέλου, αλλά φορτωμένο με εμπορεύματα.

4. Να αναφέρετε δύο λόγους, για τους οποίους η μπάλα του τένις έχει μικρότερη μάζα και μικρότερες διαστάσεις από τη μπάλα του μπάσκετ.

Αντίσταση του Αέρα

5. Ο πύραυλος Απόλλων 11 μετέφερε τους πρώτους αστροναύτες στη Σελήνη. Στο διπλανό σχήμα φαίνεται ότι ο πύραυλος έχει στενόμακρο και μυτερό σχήμα. Παρόμοιο σχήμα έχουν τα αεροπλάνα και τα πουλιά. Σε τι εξυπηρετεί αυτό το σχήμα;

Το Απόλλων 11 τη στιγμή της εκτόξευσής του (16 Ιουλίου 1969). Φωτογ: www.nasa.gov

6. Για να ελαττώσει την οριακή ταχύτητα που αποκτά πριν ανοίξει το αλεξίπτωτό του, ένας αλεξιπτωτιστής τοποθετεί το σώμα του σε οριζόντια στάση και απλώνει τα χέρια και τα πόδια του. Ποιον παράγοντα προσπαθεί να μεταβάλλει με αυτό τον τρόπο;

Τρίτος Νόμος

7. Στη διπλανή εικόνα φαίνεται ένας άντρας που ανεβαίνει στη σανίδα (skateboard). Να εξηγήσετε γιατί σπρώχνει με το πόδι του το έδαφος.

8. Να εξηγήσετε γιατί οι αθλητές μεγάλων αποστάσεων (μαραθώνιος) εκκινούν από όρθια στάση, ενώ στις μικρές αποστάσεις (ταχύτητας) χρησιμοποιούν την τεχνική της συσπειρωτικής εκκίνησης.

9. Στη διπλανή εικόνα, συγκρούονται μία άλκη (elk) (αριστερά) και ένα ελάφι (δεξιά). Ποιο ζώο ασκεί μεγαλύτερη δύναμη κατά τη γνώμη σας, η άλκη στο ελάφι ή το ελάφι στην άλκη;

10. Ένας κολυμβητής κρατά το σώμα του σε οριζόντια στάση μέσα σε μία πισίνα, και αρχίζει να χτυπά το νερό με τα πόδια του.

Α. Να εξηγήσετε πώς αρχίζει να κινείται ο κολυμβητής, χρησιμοποιώντας τον τρίτο και τον δεύτερο νόμο.

Β. Ο κολυμβητής φορά βατραχοπέδιλα και αρχίζει να κινεί τα πόδια του όπως πριν. Γιατί αποκτά μεγαλύτερη ταχύτητα; (Σκεφτείτε ποιο μέγεθος αυξάνεται όταν ο αθλητής φορά το βατραχοπέδιλο).

Απαντήσεις

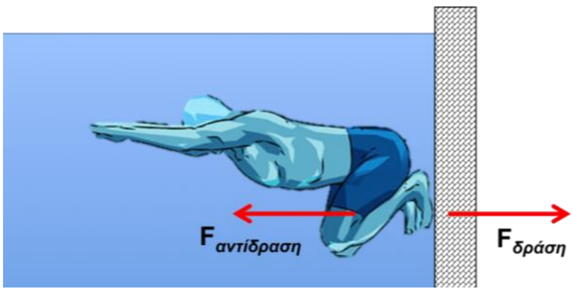
Ερώτηση 1.1: Πριν την ανάφλεξη, δρα στον πύραυλο το βάρος του $\vec{B}$ και η κάθετη δύναμη $\vec{N}$ από το έδαφος. Οι δυνάμεις αυτές είναι **αντίθετες** (αφού έχουν ίσα μέτρα, ίδια διεύθυνση και αντίθετη φορά). Επειδή το **διανυσματικό άθροισμα** των δύο δυνάμεων στον πύραυλο (η συνισταμένη δύναμη) είναι ίσο με μηδέν, ο πύραυλος παραμένει ακίνητος.

Ερώτηση 1.2: Το κάτω μέρος του πυραύλου είναι εφοδιασμένο με καύσιμα υλικά, τα οποία παράγουν πολύ θερμές ποσότητες αερίων. Τα παραγόμενα αέρια διαστέλλονται αστραπιαία, λόγω της μεγάλης θερμοκρασίας τους, και πιέζουν τα εσωτερικά τοιχώματα της κοιλότητας, όπου πραγματοποιείται η καύση (Εικόνα **2(α)**). Η δύναμη $\vec{F}$ από τα αέρια έχει κατεύθυνση από την ουρά προς τη μύτη του πυραύλου (Εικόνες **2(α)** και **1(β)**).

Ερώτηση 1.3: Εάν κρατήσουμε μία κόλλα χαρτιού έξω από το παράθυρο ενός κινούμενου αυτοκινήτου (προσεκτικά, χωρίς να βγάζουμε το χέρι μας έξω), νιώθουμε μια δύναμη να τη σπρώχνει αντίθετα από την κατεύθυνση της κίνησής μας. Αυτή η δύναμη ονομάζεται **αντίσταση $\vec{D}$ του αέρα.** Θα δούμε στο επόμενο παράδειγμα πώς επηρεάζει η αντίσταση του αέρα την κίνηση ενός αλεξιπτωτιστή.

Ερώτηση 1.4: Τα αέρια σπρώχνουν τον πύραυλο με μία δύναμη προς την κατεύθυνση ουράς - μύτης (Εικόνα 2(α)). Ο πύραυλος ασκεί στα αέρια μία **αντίθετη** δύναμη, που τα επιταχύνει προς την αντίθετη κατεύθυνση (Εικόνα **2(β)**).

Ερώτηση 1.5: Σύμφωνα με τον Τρίτο Νόμο του Νεύτωνα, για κάθε δράση υπάρχει και μια αντίδραση. Ο κολυμβητής της διπλανής εικόνας σπρώχνει τον τοίχο, αλλά και ο τοίχος σπρώχνει τον κολυμβητή με μια **αντίθετη** δύναμη.



Εξαιτίας της δύναμης από τον τοίχο, ο κολυμβητής επιταχύνεται. Η επιτάχυνση που αποκτά ο κολυμβητής είναι ανάλογη της συνισταμένης δύναμης (Δεύτερος Νόμος). Άρα, όσο πιο δυνατά σπρώξει τον τοίχο ο κολυμβητής (δράση), τόσο πιο δυνατά θα τον σπρώξει ο τοίχος (αντίδραση), και τόσο μεγαλύτερη επιτάχυνση θα αποκτήσει.

Ερώτηση 1.6: Όπως και στην περίπτωση του πυραύλου, στον κινούμενο αλεξιπτωτιστή δρα μία δύναμη αντίστασης $\vec{D}$ από τον αέρα. Η δύναμη αυτή **μεγαλώνει με την ταχύτητα** του αλεξιπτωτιστή, αλλά στο τμήμα ΑΒ είναι συνεχώς **μικρότερη** από το βάρος του αλεξιπτωτιστή. Έτσι, η συνισταμένη δύναμη είναι κατακόρυφη προς τα κάτω και ο αλεξιπτωτιστής επιταχύνεται, όπως προβλέπει ο Δεύτερος Νόμος του Νεύτωνα.

Ερώτηση 1.7: Η αντίσταση του αέρα **μεγαλώνει με τη μετωπική επιφάνεια** ενός κινούμενου σώματος, δηλαδή την επιφάνεια που είναι κάθετη στη διεύθυνση κίνησης. Το ανοικτό αλεξίπτωτο έχει πολύ μεγαλύτερη επιφάνεια από τον αλεξιπτωτιστή. Όταν ανοίξει το αλεξίπτωτο στο σημείο Γ, η αντίσταση του αέρα γίνεται ξαφνικά πολύ μεγαλύτερη από το βάρος του αλεξιπτωτιστή, και η συνισταμένη δύναμη αποκτά κατεύθυνση **προς τα επάνω** (αντίθετη της ταχύτητας). Σύμφωνα με τον Δεύτερο Νόμο, ο αλεξιπτωτιστής αποκτά επιτάχυνση προς τα επάνω, δηλαδή η ταχύτητά του ελαττώνεται.

Ερώτηση 1.8: Η αντίσταση του αέρα είναι **μικρότερη**, όταν ο αέρας είναι **πιο αραιός**. Επειδή ο αέρας της ατμόσφαιρας είναι πολύ αραιός στο ύψος της στρατόσφαιρας, η αντίσταση του αέρα εμπόδιζε πολύ λίγο τον Αυστριακό αθλητή, με αποτέλεσμα αυτός να πέφτει με μεγαλύτερη επιτάχυνση από έναν αλεξιπτωτιστή, που ξεκινά από μικρό ύψος.

Ερώτηση 1.9: Σκεφτείτε πόσο εύκολα μπορείτε να περπατήσετε ή να τρέξετε μέσα στο νερό. Η αντίσταση που δεχόμαστε, όταν περπατάμε στο νερό, είναι πολύ πιο μεγάλη από την αντίσταση του αέρα, γιατί η πυκνότητα του νερού είναι μεγαλύτερη από την πυκνότητα του αέρα.

ΕΝΟΤΗΤΑ 2: Οι Βολές στην Καθημερινή Ζωή

2.1. Εισαγωγή

Πολλά αθλήματα βασίζονται στη ρίψη αντικειμένων με τα χέρια όπως η σφαιροβολία, η σφυροβολία, ο δίσκος, το ακόντιο, η καλαθόσφαιρα. Κάποια άλλα με τα πόδια όπως το ποδόσφαιρο, ή κάποιο βοηθητικό αντικείμενο όπως η ρακέτα στην αντισφαίριση και το ρόπαλο του μπέιζ-μπολ. Σε κάποια αθλήματα, το αντικείμενο που βάλλεται είναι το ίδιο το σώμα των αθλητών όπως το άλμα εις μήκος, το άλμα εις ύψος, το άλμα επί κοντώ. Οι κινήσεις, που εκτελούν στον αέρα τα διάφορα αντικείμενα, ή οι ίδιοι οι αθλητές, έχουν κοινά χαρακτηριστικά, και εντάσσονται στην κατηγορία των **βολών**. Στη συνέχεια, περιγράφουμε κάποια παραδείγματα βολών μέσα από διάφορα αθλήματα.

Ο καλύτερος αθλητής του κόσμου (World’s Greatest Athlete).

Ο τίτλος του «καλύτερου αθλητή στον κόσμο» (World’s Greatest Athlete) απονέμεται παραδοσιακά στον νικητή του δεκάθλου στους Ολυμπιακούς αγώνες. Αποτελεί εξέλιξη του αρχαίου πεντάθλου (άλμα εις μήκος, δισκοβολία, ακοντισμός, δρόμος ταχύτητας και πάλη). Ο νικητής συγκεντρώνει ένα άθροισμα βαθμών από τις επιδόσεις του στα δέκα αθλήματα. Το παγκόσμιο ρεκόρ ανήκει στον Αμερικανό Ashton Eaton, ο οποίος ήταν νικητής στους Ολυμπιακούς του 2012 και 2016. Τα αθλήματα του σύγχρονου δεκάθλου είναι: 100 m, 110 m μετ’ εμποδίων, 400 m, 1500 m, άλμα εις μήκος, άλμα εις ύψος, άλμα επί κοντώ, σφαιροβολία, δισκοβολία και ακοντισμός.

Εικόνα 1. Ο Ashton Eaton στα αθλήματα του ακοντισμού (πάνω) και της σφαιροβολίας (κάτω).

Στον σύγχρονο πρωταθλητισμό, όπου σκοπός είναι η βελτιστοποίηση των επιδόσεων κάθε αθλητή, η μελέτη της κίνησης των σωμάτων και των δυνάμεων που καθορίζουν την κίνηση, είναι ένα πολύ χρήσιμο (καταλυτικό) εργαλείο για τους αθλητές.

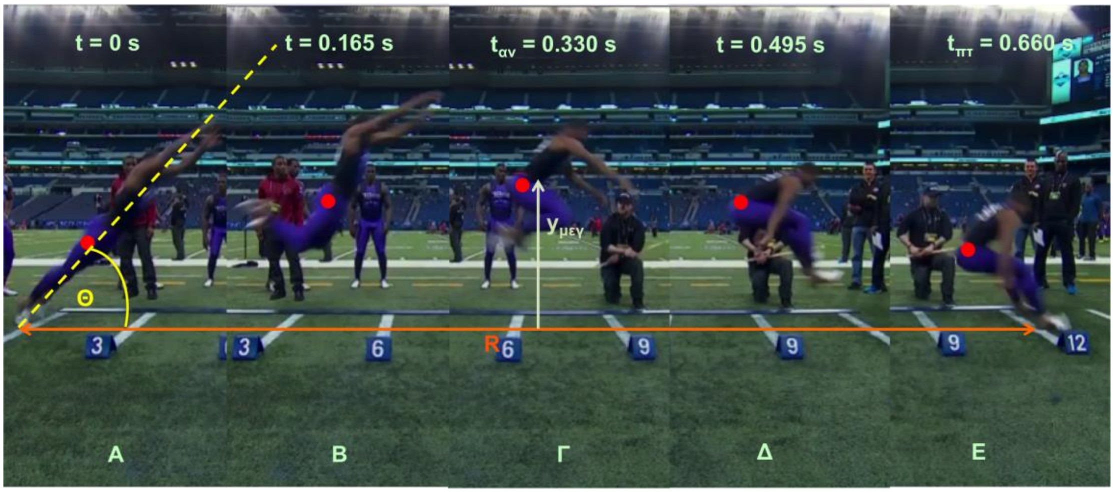
Για περισσότερες πληροφορίες:

1) https://en.wikipedia.org/wiki/Decathlon

2) science-summer-olympics-maximizing-long-jump-bryan-clay

2.2. Άλμα εις μήκος

Η Εικόνα 2 απεικονίζει τον Byron Jones, που κατέχει το παγκόσμιο ρεκόρ στο άλμα εις μήκος από στατική θέση, με επίδοση 3,73 m.



Εικόνα 2. Το στατικό άλμα του Byron Jones σε πέντε συμπτυγμένα στιγμιότυπα (Α-Ε) από διαφορετικές χρονικές στιγμές της κίνησης του, από την στιγμή της εκτίναξης (t = 0 s) μέχρι την άνοδο στο ψηλότερο σημείο ($t_{αν}$ = 0.33 s) και την κάθοδο μέχρι την προσγείωση ($t_{ππ}$ = 0.66 s)

Ερώτηση 2.1: Το παγκόσμιο ρεκόρ στο στατικό άλμα εις μήκος είναι 3,73 m από τον Byron Jones, ενώ στο άλμα εις μήκος ανήκει στον Mike Powell με 8,95 m. Πού νομίζετε ότι οφείλεται η μεγάλη διαφορά στις δύο τιμές;

Κατά την εκτίναξη (Εικόνα 2-Α), ο αθλητής πατά γερά τα πόδια του στο έδαφος και τοποθετεί το τεντωμένο κορμί του υπό γωνία ως προς το έδαφος, που ονομάζεται <u>γωνία εκτίναξης/βολής</u> **θ**.

Η τροχιά που ακολουθεί ο αθλητής κατά τη διάρκεια της πτήσης είναι μία νοητή γραμμή, που ενώνει τις κόκκινες κουκκίδες στην Εικόνα 2. **Παρατηρούμε** ότι ο αθλητής μετακινείται οριζόντια προς τα εμπρός με μια ταχύτητα $\mathbf{υ_x}$. **Ταυτόχρονα,** κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω με κάποια ταχύτητα $\mathbf{υ_y}$, μέχρι το ψηλότερο σημείο, που ονομάζεται μέγιστο ύψος ($\mathbf{y_{μεγ}}$) (Εικόνα 2-Γ).

Ερώτηση 2.2: Ο αθλητής δεν κινείται συνεχώς προς τα πάνω, αλλά στο ψηλότερο σημείο σταματά, και αρχίζει να κατεβαίνει. Τι συμπεραίνετε για την κατακόρυφη ταχύτητα του αθλητή;

Ερώτηση 2.3: Μετά από το μέγιστο ύψος, ο αθλητής αρχίζει να πέφτει προς τα κάτω. Τι συμπεραίνετε για την κατακόρυφη ταχύτητα του αθλητή;

Ερώτηση 2.4: Όταν φτάνει στο μέγιστο ύψος, ο αθλητής δεν πέφτει κατακόρυφα κάτω. Τι συμπεραίνετε για την οριζόντια ταχύτητα του αθλητή;

Αρχή ανεξαρτησίας των κινήσεων:

Η καμπυλόγραμμη κίνηση ενός σώματος στο επίπεδο μπορεί να αναλυθεί σε δύο ανεξάρτητες ευθύγραμμες κινήσεις κατά μήκος δύο κάθετων μεταξύ τους διευθύνσεων οριζόντια «x» και κατακόρυφη «y».

Κατά την μετεώριση, στον αθλητή ασκούνται οι δυνάμεις του βάρους ($\vec{B}$) και η αντίσταση του αέρα ($\vec{D}$). Με την κατάλληλη τεχνική ο αθλητής προσπαθεί να ισορροπήσει, περιορίζοντας όσο το δυνατό περισσότερο την αντίσταση του αέρα (δείτε **Κεφάλαιο 1**). Στη συνέχεια του Κεφαλαίου θα θεωρούμε ότι η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα, και η μόνη δύναμη που ασκείται είναι το βάρος.

Ερώτηση 2.5: Τι κίνηση εκτελεί το σώμα σε κάθε διεύθυνση;

Εικόνα 3. (α) Το διανυσματικό άθροισμα των δυνάμεων στον κατακόρυφο άξονα-y είναι το βάρος $\sum \vec{F_y} = \vec{B} \Rightarrow -mg = m\alpha_y \Rightarrow a_y = -g$.

(β) Το διανυσματικό άθροισμα των δυνάμεων στον οριζόντιο άξονα-x είναι μηδέν $\sum \vec{F_x} = \vec{0} \Rightarrow 0 = m\alpha_x \Rightarrow a_x = 0$.

Σημείωση: Η Εικόνα 2 μπορεί να χρησιμοποιηθεί ακριβώς όπως και η χαρτοταινία από το γνωστό σας ticker-timer αλλά σε δύο διαστάσεις. Η χρονική διάρκεια **δt** μεταξύ δύο διαδοχικών κουκκίδων είναι 0.165 s. Επειδή οποιεσδήποτε διαδοχικές κουκίδες ισαπέχουν στην οριζόντια διεύθυνση, η οριζόντια ταχύτητα είναι σταθερή (ο αθλητής διανύει στο ίδιο χρονικό διάστημα δt, την ίδια απόσταση $υ_x$.δt).

Στην κατακόρυφη διεύθυνση οι κουκίδες πυκνώνουν καθώς ανεβαίνει ο άλτης (Εικονες 2Α-Γ). Επομένως η κατακόρυφη ταχύτητα μικραίνει στην άνοδο του αθλητή (στο ίδιο χρονικό διάστημα **δt** μετατοπίζεται συνεχώς λιγότερο). Όταν ο αθλητής κατεβαίνει, οι κουκίδες αραιώνουν (Εικόνες 2Γ-Ε). Άρα η ταχύτητα αυξάνεται στην κάθοδο.

Το άλμα τελειώνει με την προσγείωση του αθλητή στο έδαφος, Εικόνα 2-Ε. Η **οριζόντια απόσταση**, που διένυσε ο αθλητής από το σημείο εκτίναξης μέχρι το σημείο προσγείωσης, ονομάζεται **βεληνεκές (R)**.

Η χρονική διάρκεια της κατακόρυφης μετακίνησης του αθλητή προς τα επάνω (Εικόνες 2Α-Γ) ονομάζεται **χρόνος ανόδου**. Η χρονική διάρκεια της κατακόρυφης μετακίνησης του αθλητή προς τα κάτω (Εικόνες 2Γ-Ε) ονομάζεται **χρόνος καθόδου**. Η συνολική διάρκεια της πτήσης, ονομάζεται **χρόνος πτήσης** ($t_{πτήσης}$). Ο χρόνος πτήσης ισούται με το άθροισμα των χρόνων ανόδου και καθόδου.

Ερώτηση 2.6: Σκοπός του στατικού άλματος και του άλματος εις μήκος είναι να μεγιστοποιήσει ο άλτης το βεληνεκές του, δηλαδή να φθάσει όσο πιο μακριά από το αρχικό σημείο γίνεται. Εσείς τι θα συμβουλεύατε τον αθλητή για να αυξήσει το βεληνεκές του;

Ερώτηση 2.7: Πώς μπορεί να αυξήσει ο άλτης τον χρόνο πτήσης;

Ο χρόνος πτήσης εξαρτάται μόνο από την αρχική κατακόρυφη ταχύτητα.

Σημείωση: Πριν από την εκτίναξη, ο άλτης τρέχει σ' ένα δρόμο με επιτάχυνση (φόρα), έτσι ώστε να αποκτήσει μεγάλη ταχύτητα. Το μήκος της φόρας πρέπει να είναι τέτοιο για να προλάβει ο αθλητής να αποκτήσει τη μέγιστη ταχύτητα πριν κουραστεί. Για τους άντρες είναι γύρω στα 40 m και για τις γυναίκες 35 m.

Η επίδοση του άλτη εξαρτάται τόσο από το μέτρο $\mathbf{υ_0}$ της αρχικής ταχύτητας, όσο και από τη γωνία **θ**. Εάν φύγει κατακόρυφα ($\mathbf{υ_{0y}}= \mathbf{υ_0}$), δεν θα μετακινείται καθόλου στην οριζόντια διεύθυνση, και θα πέσει στο ίδιο σημείο (μηδενικό βεληνεκές). Εάν φύγει οριζόντια ($\mathbf{υ_{0x}}= \mathbf{υ_0}$), θα ακουμπήσει αμέσως στο έδαφος διότι δεν θα κινηθεί καθόλου προς τα πάνω, δηλαδή θα έχει μηδενικό χρόνο πτήσης και μηδενικό βεληνεκές.

Συμπέρασμα: Ο άλτης εκτινάσσεται με **τη μέγιστη δυνατή ταχύτητα** από το έδαφος. Για να μεγιστοποιήσει το βεληνεκές, ο άλτης **πρέπει να ρυθμίσει τη γωνία εκτόξευσης θ,** έτσι ώστε να κινείται **στην κατακόρυφη διεύθυνση με τη μεγαλύτερη δυνατή ταχύτητα $\mathbf{υ_{0y}}$ και στην οριζόντια διεύθυνση με τη μεγαλύτερη δυνατή ταχύτητα $\mathbf{υ_{0x}}$.**

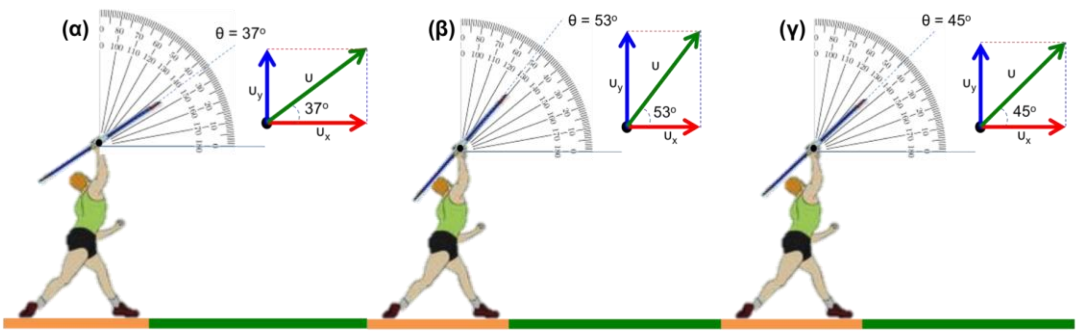
Θεωρητικά, το μέγιστο βεληνεκές επιτυγχάνεται όταν **οι δύο ταχύτητες είναι ίσες** ($\mathbf{υ_{0x}}=\mathbf{υ_{0y}}$). Αυτό συμβαίνει εάν η γωνία εκτίναξης **θ=45°**. Αυτό εξηγείται καλύτερα στην επόμενη ενότητα, με το παράδειγμα του ακοντισμού.

2.3. Ακοντισμός

Ένα άλλο άθλημα ρίψης είναι ο ακοντισμός, όπου ο αθλητής προσπαθεί να ρίξει το ακόντιο του όσο πιο μακριά γίνεται. Τρέχει με επιτάχυνση κρατώντας το ακόντιο του στη σωστή στάση. Φθάνει στην τελική θέση ρίψης με μεγάλη ταχύτητα, και απελευθερώνει το ακόντιο. Αμέσως το ακόντιο αρχίζει να κινείται τόσο στην οριζόντια όσο και στην κατακόρυφη διεύθυνση.

Ερώτηση 2.8: Πώς καταφέρνει ο ακοντιστής να αλλάζει την οριζόντια και κατακόρυφη ταχύτητα;

Ας κοιτάξουμε τις επόμενες περιπτώσεις, όπου ο ακοντιστής ρίχνει με ακριβώς την ίδια αρχική ταχύτητα το ακόντιο του. Στην περίπτωση (α) η οριζόντια ταχύτητα είναι μεγαλύτερη από την κατακόρυφη, στην περίπτωση (β) η κατακόρυφη είναι μεγαλύτερη από την οριζόντια και στη (γ) η οριζόντια είναι ίση με την κατακόρυφη.



Εικόνα 4. Ο ακοντιστής ρίχνει το ακόντιο **(α)**: με γωνία 37° για να προσδώσει στο ακόντιο μεγαλύτερη αρχική οριζόντια ταχύτητα. **(β):** με γωνία 53° για να προσδώσει στο ακόντιο μεγαλύτερη αρχική κατακόρυφη ταχύτητα **(γ):** με γωνία 45° για να προσδώσει στο ακόντιο την ίδια αρχική κατακόρυφη και οριζόντια ταχύτητα.

Ερώτηση 2.9: Σε ποια περίπτωση το ακόντιο θα φτάσει πιο μακριά;

Ερώτηση 2.10: Ποια είναι η βέλτιστη γωνία ρίψης, για να επιτύχει μέγιστο βεληνεκές;

Πίνακας 1

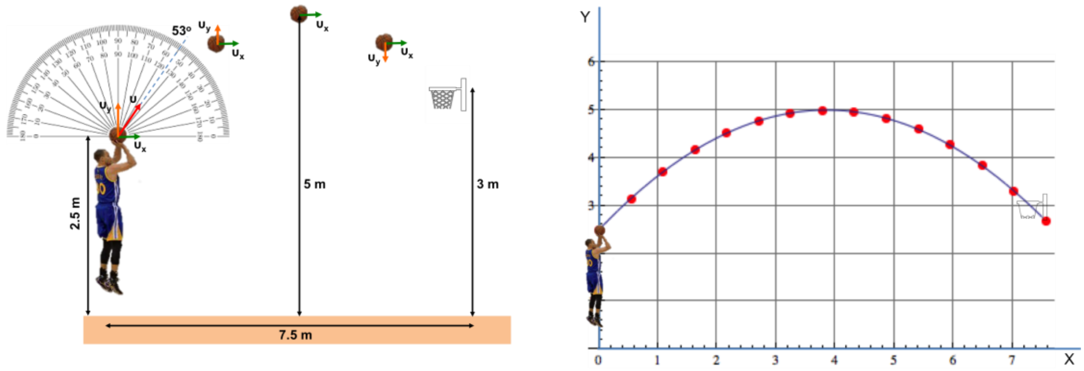
Ακόντιο	**Γωνία (°)**	**$υ_0$ (m/s)**	**$υ_{0x}$ (m/s)**	**$υ_{0y}$ (m/s)**	**R (m)**	**$t_{πτήσης}$ (s)**	**$y_{μεγ}$ (m)**
α	37	32,0	25,6	19,3	100,3	3,9	18,9
β	53	32,0	19,3	25,6	100,3	5,2	26,1
γ	45	32,0	22,6	22,6	104,4	4,6	33,3

Όμως: Μέσα από επιστημονικές μελέτες έχει δειχθεί ότι η βέλτιστη γωνία ρίψης του ακοντίου είναι μεταξύ 36° και 40°, ενώ η βέλτιστη γωνία εκτίναξης στο άλμα εις μήκος είναι περίπου 22°.

Ερώτηση 2.11: Γιατί νομίζετε συμβαίνει αυτό, αφού η θεωρία προβλέπει τη βέλτιστη γωνία στις 45°. **Ποιον παράγοντα έχουμε αγνοήσει;**

2.4. Καλαθόσφαιρα

Ο Stephen Curry αγωνίζεται στο εθνικό πρωτάθλημα καλαθοσφαίρισης των Η.Π.Α από το 2010, και κατέχει το τρίτο μεγαλύτερο ποσοστό επιτυχίας σε καλάθια τριών πόντων (43,7%) στην ιστορία του ΝΒΑ. Συνήθως κάνει ένα μικρό άλμα, φέρνει τη μπάλα σε θέση βολής πάνω από το κεφάλι του, και την ρίχνει σε πλάγια διεύθυνση. Κατά μέσο όρο, η ταχύτητα εκτίναξης της μπάλας σχηματίζει γωνία **θ** = 50° – 55°, και καταλήγει στο καλάθι με γωνία 45°, όπου έχει τη μεγαλύτερη πιθανότητα να μπει μέσα στη στεφάνη (Sport Science: Stephen Curry, https://www.youtube.com/watch?v=HOiH1eVCggw).



Εικόνα 5. (Αριστερά) Ο καλαθοσφαιριστής ρίχνει τα μπάλα από αρχικό ύψος (H = 2.5 m) υπό γωνία 53^o, στοχεύοντας το καλάθι, που βρίσκεται σε απόσταση 7.5 m και ύψος 3.0 m. **(Δεξιά)** Η παραβολική τροχιά της μπάλας καθώς καταλήγει στο καλάθι.

Όπως και τα προηγούμενα παραδείγματα, η κίνηση της μπάλας μπορεί να αναλυθεί σε δύο ανεξάρτητες ταυτόχρονες κινήσεις στον κατακόρυφο και τον οριζόντιο άξονα. Η μπάλα ταξιδεύει οριζόντια με ταχύτητα $\mathbf{u_x}$ και κατακόρυφα με ταχύτητα $\mathbf{u_y}$.

Ερώτηση 2.12: Γιατί ο καλαθοσφαιριστής επιλέγει γωνία βολής $\theta=53^o$ αντί για $\theta=37^o$;

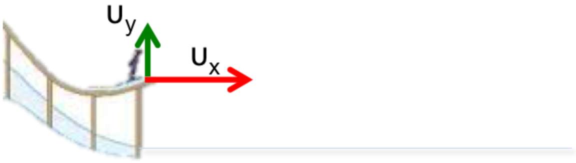
Σημείωση: Επειδή το στεφάνι βρίσκεται σε μεγαλύτερο ύψος (3.0 m) από το αρχικό ύψος βολής (2.5 m), η μπάλα καταλήγει στο καλάθι με μικρότερη γωνία $\boldsymbol{\theta}$, σε σχέση με τη γωνία εκτόξευσης. Εάν η γωνία βολής είναι 53^o, η μπάλα επιστρέφει στο καλάθι υπό γωνία 45^o.

2.5. Ερωτήσεις Κατανόησης – Ασκήσεις

1. Να συμπληρώσετε στον πιο κάτω πίνακα παραδείγματα αθλημάτων, στα οποία σώματα εκτελούν βολές.

ΑΘΛΗΜΑ	ΣΩΜΑ ΠΟΥ ΕΚΤΕΛΕΙ ΒΟΛΗ

2. Στο άλμα με σκι, δύο αθλητές κατεβαίνουν με επιτάχυνση μια ράμπα απογείωσης. Στο τέρμα της ράμπας εκτοξεύονται με μεγάλη ταχύτητα, για να προσγειωθούν όσο πιο μακριά γίνεται.



Την χρονική στιγμή της εκτόξευσης οι δύο αθλητές έχουν την ίδια οριζόντια ταχύτητα $\mathbf{u_x}$. Ο αθλητής **Α** (πάνω σχήμα) έχει μη μηδενική κατακόρυφη ταχύτητα. Ο αθλητής **Β** (κάτω σχήμα) έχει μηδενική κατακόρυφη ταχύτητα, $\mathbf{u_y}$=0.

Α. Να σχεδιάσετε τη θέση των σκιέρ σε τρεις χρονικές στιγμές, κατά την διάρκεια της πτήσης τους.

Β. Ποιος από τους δύο αθλητές μένει περισσότερη ώρα στον αέρα (έχει μεγαλύτερο χρόνο πτήσης); Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Γ. Ποιος από τους δύο αθλητές θα φτάσει πιο μακριά (έχει μεγαλύτερο βεληνεκές); Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Δ. Να σχεδιάσετε τις τροχιές των δύο σκιέρ, μέχρι την χρονική στιγμή της προσγείωσης.

3. Στον τελικό των 110 m μετ' εμποδίων, στους Ολυμπιακούς αγώνες του 2016 στο Ρίο, νικητής ήταν ο Omar McLeod με χρόνο 13,05 s. Ο κύπριος αθλητής Milan Trajkovic κατατάχθηκε 7^{ος} με χρόνο 13,41 s.

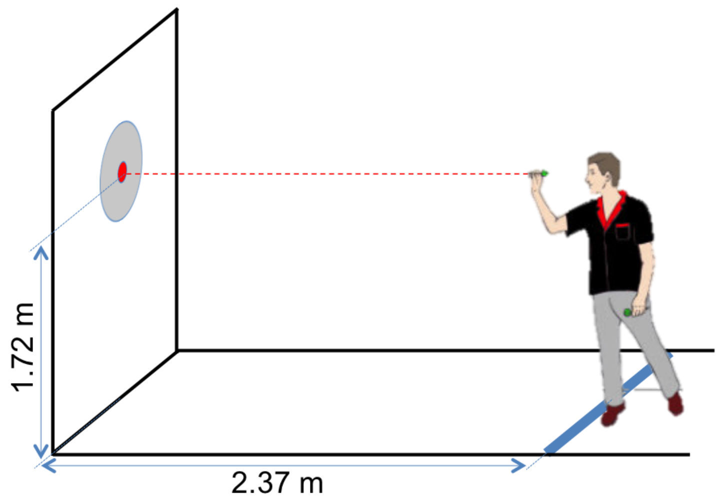
Α. Πώς σχετίζεται το άθλημα αυτό με το άλμα εις μήκος;

Β. Να περιγράψετε την κίνηση του αθλητή καθώς ξεπερνά ένα εμπόδιο.

Στα 110 m υπάρχουν 10 εμπόδια ύψους 106,7 cm, τα οποία απέχουν 9,14 m το ένα από το άλλο. Στόχος των αθλητών είναι να διανύσουν τα 110 m μετ' εμποδίων στον μικρότερο χρόνο.

Γ. Να εξηγήσετε γιατί οι αθλητές προσπαθούν να περνούν ελάχιστα πάνω από το εμπόδιο (χωρίς να το ρίχνουν).

4. Η ρίψη μικρών βελών (darts) δεν συγκαταλέγεται στα ολυμπιακά αθλήματα, αλλά μοιάζει αρκετά με τον ακοντισμό.



Ο αθλητής του πιο πάνω σχήματος σημαδεύει και εκτοξεύει **οριζόντια** το βελάκι του στην διεύθυνση της κόκκινης διακεκομμένης γραμμής, με σκοπό να πετύχει το κέντρο της σανίδας (Bull's eye) που βρίσκεται σε ύψος 1,72 m από το έδαφος.

Να εξηγήσετε ποιο λάθος κάνει, και να εισηγηθείτε **δύο** διορθωτικούς τρόπους ρίψης.

Απαντήσεις Ερωτήσεων

Ερώτηση 2.1: Στο άλμα εις μήκος οι αθλητές ξεκινούν την προσπάθεια τους με ένα δρόμο ταχύτητας 30 m - 50 m, με τη βοήθεια του οποίου προσπαθούν να αποκτήσουν τη μεγαλύτερη αρχική δυνατή ταχύτητα εκτίναξης.

Αντίθετα, οι αθλητές του στατικού άλματος αποκτούν πολύ μικρότερη αρχική ταχύτητα εκτόξευσης, λυγίζοντας και τεντώνοντας τα πόδια τους.

Συνεπώς, η αρχική ταχύτητα παίζει ρόλο στη επίδοση, δηλαδή στην απόσταση που θα καλύψουν οι αθλητές.

Ερώτηση 2.2: Στη θέση με το μέγιστο ύψος, η κατακόρυφη ταχύτητα γίνεται μηδέν, $\mathbf{u_y = 0}$, (ο άλτης δεν ανεβαίνει άλλο). Άρα, η αρχική κατακόρυφη ταχύτητα ελαττώνεται, μέχρι να μηδενιστεί στο μέγιστο ύψος.

Ερώτηση 2.3: Όταν φθάσει στο μέγιστο ύψος, η κατακόρυφη ταχύτητα είναι ίση με μηδέν. Κατόπιν, αρχίζει να αυξάνεται, αλλά έχει φορά προς τα κάτω.

Ερώτηση 2.4: Η οριζόντια ταχύτητα του αθλητή δεν μηδενίζεται ($\mathbf{u_x \neq 0}$), γι’ αυτό ο αθλητής μετακινείται στην οριζόντια διεύθυνση σε όλη τη διάρκεια του άλματος (Εικόνες 2Α-Ε).

Ερώτηση 2.5: Σε κάθε διεύθυνση η κίνηση του σώματος καθορίζεται από το (άθροισμα) συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται (τη συνολική δύναμη σε κάθε άξονα) αντίστοιχα. Στην **κατακόρυφη** διεύθυνση δρα μόνο το βάρος, και σύμφωνα με τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα το σώμα εκτελεί **επιταχυνόμενη** κίνηση. Στην **οριζόντια** διεύθυνση δεν δρουν δυνάμεις, και σύμφωνα με τον πρώτο νόμο του Νεύτωνα το σώμα κινείται με **σταθερή ταχύτητα**.

Ερώτηση 2.6: Για να μεγιστοποιήσει το βεληνεκές του, ο άλτης πρέπει να επιτύχει σε δύο στόχους:

- Πρέπει **να αυξήσει τον χρόνο πτήσης**. Όσο περισσότερο χρόνο ταξιδεύει στον αέρα, τόσο περισσότερη οριζόντια απόσταση (βεληνεκές) θα διανύσει.
- Πρέπει **να έχει μεγάλη οριζόντια ταχύτητα** $\mathbf{u_{0x}}$. Όσο πιο μεγάλη είναι αυτή η ταχύτητα, τόσο μεγαλύτερη οριζόντια απόσταση θα διανύσει όσο είναι στον αέρα (δηλαδή στο χρόνο πτήσης του).

Ερώτηση 2.7: Για να αυξήσει το χρόνο πτήσης θα πρέπει να αυξήσει το χρόνο ανόδου και κατά συνέπεια τον χρόνο καθόδου. Ας πάμε πίσω στην Εικόνα 2, και ας εστιάσουμε στην κατακόρυφη κίνηση του άλτη. Όσο πιο μεγάλη είναι η αρχική κατακόρυφη ταχύτητα $\mathbf{υ_{0y}}$, τόσο πιο μεγάλη διάρκεια θα έχει η ανοδική κίνηση, μέχρι το ψηλότερο σημείο ($\mathbf{y_{μεγ}}$) όπου η κατακόρυφη ταχύτητα γίνεται μηδέν.

Ερώτηση 2.8: Η ταχύτητα του ακοντίου πριν τη ρίψη είναι η ίδια με την ταχύτητα του χεριού του ακοντιστή. Αυτό που κάνει ο αθλητής είναι να επιλέγει τη γωνία βολής/ρίψης του ακοντίου **θ**, δηλαδή τη γωνία που σχηματίζει το ακόντιο με τον ορίζοντα. Με αυτό τον τρόπο, το ακόντιο πλέον κινείται και προς τα πάνω με το κατακόρυφο κομμάτι της ταχύτητας και μπροστά με το οριζόντιο κομμάτι της ταχύτητας.

Ερώτηση 2.9: Στην περίπτωση **(α)**, η γωνία ρίψης είναι 37^o (το ακόντιο είναι πιο κοντά σε οριζόντια θέση). Το ακόντιο έχει μεγάλη οριζόντια ταχύτητα. Επειδή η κατακόρυφη ταχύτητα είναι μικρή, ο χρόνος πτήσης είναι μικρός. Το ακόντιο φτάνει στο ψηλότερο σημείο και επιστρέφει στο έδαφος πολύ σύντομα. Στην περίπτωση **(β)** όπου η γωνία ρίψης είναι 53^o, συμβαίνει το αντίστροφο. Επειδή η κατακόρυφη ταχύτητα είναι μεγάλη, το ακόντιο ανεβαίνει σε μεγαλύτερο ύψος το ακόντιο, και συνεπώς ο χρόνος ανόδου και καθόδου (χρόνος πτήσης) θα είναι μεγάλος. Όμως η οριζόντια ταχύτητα είναι μικρή, και το ακόντιο δεν μετακινείται πολύ μακριά στην οριζόντια διεύθυνση. Έτσι και αλλιώς ο σκοπός είναι να φτάσει το ακόντιο πιο μακριά και όχι πιο ψηλά. Μάλιστα, παρατηρούμε ότι για συμπληρωματικές γωνίες ρίψης (γωνίες με άθροισμα 90^o) το βεληνεκές είναι το ίδιο.

Ερώτηση 2.10: Όταν η γωνία ρίψης είναι 45^o , όπως την περίπτωση (γ) τότε η αρχική οριζόντια και κατακόρυφη ταχύτητα του ακοντίου $\mathbf{υ_{0x}}$ και $\mathbf{υ_{0y}}$ είναι ίσες μεταξύ τους, και το βεληνεκές γίνεται μέγιστο. Οι τιμές των ταχυτήτων, του βεληνεκούς, του μέγιστου ύψους, και του χρόνου πτήσης για της τρεις περιπτώσεις φαίνονται στον **Πίνακα 1**.

Ερώτηση 2.11: Είτε πρόκειται για αντικείμενα που ρίχνουν οι αθλητές ή για τα ίδια τα σώματα των αθλητών, η κίνηση που εκτελούν δεν επηρεάζεται μόνο από το βάρος των σωμάτων, αλλά και από την αντίσταση του μέσου στο οποίο ταξιδεύουν. Η αντίσταση του αέρα είναι σημαντική, και διαφοροποιεί την βέλτιστη τιμή της γωνίας ανάλογα με το άθλημα και την αεροδυναμική του σώματος.

Ερώτηση 2.12: Με τη συγκεκριμένη γωνία βολής, η αρχική κατακόρυφη ταχύτητα είναι μεγάλη και η μπάλα ανεβαίνει γρήγορα, αποφεύγοντας τα χέρια των αντιπάλων που προσπαθούν να την σταματήσουν. Επιπρόσθετα, η μπάλα επιστρέφει στο καλάθι με σχετικά μεγάλη γωνία (περίπου 45^o), δηλαδή η τροχιά της μπάλας είναι πιο κοντά στην κατακόρυφη διεύθυνση. Έτσι, αυξάνεται η πιθανότητα να μπει στο καλάθι. Εάν η αρχική γωνία βολής ήταν 37^o, η μπάλα θα έφτανε στο καλάθι με γωνία μικρότερη των 37°, και η πιθανότητα να χτυπήσει στη στεφάνη θα αυξάνονταν.

ΕΝΟΤΗΤΑ 3: Κυκλική Κίνηση, Εφαρμογές και Παραδείγματα

3.1. Εισαγωγή

Ένα αυτοκίνητο που διαγράφει μία κυκλική στροφή, οι φτερωτές ενός ανεμιστήρα, οι δείκτες ενός ρολογιού, η κούνια σε μια παιδική χαρά, αποτελούν παραδείγματα σωμάτων από την καθημερινότητά μας, που κινούνται σε κυκλικές τροχιές. Η κίνηση αυτών των σωμάτων χαρακτηρίζεται από επαναληπτικότητα (περιοδικότητα). Θα μελετήσουμε την κυκλική κίνηση μέσα από διάφορα παιχνίδια στα πάρκα ψυχαγωγίας (λούνα παρκ) και την παιδική χαρά.

Ο ψηλότερος τροχός λούνα παρκ (Ferris Wheel).

Το 2014 τέθηκε σε λειτουργία στο Λας Βέγκας ο μεγαλύτερος τροχός Λούνα παρκ (Ferris Wheel) στον κόσμο, ο High Roller. Ο τροχός έχει διάμετρο 158,5 m, και μεταφέρει 28 καμπίνες, χωρητικότητας 40 ατόμων και μάζας περίπου 20 t η καθεμία, σε μέγιστο ύψος 167,6 m. Οι επιβάτες εισέρχονται και εξέρχονται από την καμπίνα ενώ ο τροχός κινείται με ταχύτητα μέτρου 27 cm/s, και μία πλήρης περιστροφή του τροχού διαρκεί περίπου 30 λεπτά.

Εικόνα 1. Ο τροχός High Roller στο Λας Βέγκας των Η.Π.Α.

Η πρώτη «μεγάλη ρόδα» όπως ονομάζεται σχεδιάστηκε και κατασκευάστηκε για πρώτη φορά το 1893 στο Σικάγο από τον George Ferris, και από τότε αποτελεί σήμα κατατεθέν στα πάρκα ψυχαγωγίας (λούνα παρκ) προσφέροντας στους επιβάτες του πανοραμική θέα από ψηλά.

Για περισσότερες πληροφορίες, μπορείτε να περιηγηθείτε στην ιστοσελίδα:

1) https://en.wikipedia.org/wiki/Ferris_wheel

3.2. Η περιστρεφόμενη πλατφόρμα στην παιδική χαρά (merry-go-round)

Ένα από τα παιχνίδια που συναντούμε στις παιδικές χαρές είναι η περιστρεφόμενη πλατφόρμα (merry-go-round) (αριστερό σχήμα της Εικόνας 2). Η πλατφόρμα περιστρέφεται γύρω από ένα κατακόρυφο άξονα, που περνά από το κέντρο της. Στα λούνα παρκ, η αντίστοιχη πλατφόρμα (carousel) είναι αρκετά πιο μεγάλη, μηχανοκίνητη και περιέχει στερεωμένα αλογάκια με θέσεις για τα παιδιά. Το καρουζέλ φαίνεται στο δεξί σχήμα της Εικόνας 2.

Εικόνα 2. Αριστερά: Κυκλική πλατφόρμα σε παιδική χαρά. **Δεξιά:** Καρουζέλ σε λούνα παρκ.

Καθώς περιστρέφεται η πλατφόρμα, οποιοδήποτε σημείο της (εκτός από το κέντρο) κινείται στην περιφέρεια ενός κύκλου. Το χρονικό διάστημα, στο οποίο κάποιο σημείο διαγράφει έναν πλήρη κύκλο, ονομάζεται **περίοδος (Τ)**. Εάν η περιστροφή διαρκεί περισσότερο από μία περίοδο, τα διάφορα σημεία της πλατφόρμας διαγράφουν ξανά την περιφέρεια του κύκλου και περνούν από τα ίδια σημεία, με την ίδια ταχύτητα. Τέτοιου είδους επαναλαμβανόμενες κινήσεις ονομάζονται **περιοδικές**.

Στην καθημερινή ζωή συναντάμε πολλά παραδείγματα κυκλικών περιοδικών κινήσεων, από τους δείκτες των ρολογιών, στις φτερωτές του ανεμιστήρα, τη λεπίδα ενός ηλεκτρικού μίξερ, το τύμπανο ενός πλυντηρίου ρούχων, την περιστροφή της Σελήνης γύρω από τη Γη, και της Γης γύρω από τον Ήλιο.

Ο αριθμός των κύκλων, που διαγράφει ένα σώμα ανά μονάδα χρόνου, ονομάζεται **συχνότητα** f της κυκλικής κίνησης:

$$\text{Συχνότητα } f = \frac{\text{Αριθμός Κύκλων}}{\text{Αντίστοιχο Χρονικό Διάστημα}}$$

Η συχνότητα εκφράζεται σε **Hertz** (1 **Hz** = 1 κύκλος ανά δευτερόλεπτο). Συχνά, η συχνότητα εκφράζεται και σε στροφές-ανά-λεπτό (revolutions per minute ή rpm).

Επειδή σε χρόνο ίσο με μία περίοδο **Τ** το σώμα συμπληρώνει έναν κύκλο, η συχνότητα f ισούται με $f = \frac{1}{T}$. Η σχέση αυτή ανάμεσα στη συχνότητα και την περίοδο ισχύει για όλες τις περιοδικές κινήσεις.

Άσκηση: Να συμπληρώσετε στον πιο κάτω πίνακα την περίοδο και τη συχνότητα των περιοδικών κινήσεων.

Περιοδική κίνηση	Περίοδος – Τ	Συχνότητα – f
Ρολόι – λεπτοδείκτης		
Ρολόι – ωροδείκτης		
Γη γύρω από τον εαυτό της		
Γη γύρω από τον ήλιο		
Πλυντήριο		1200 rpm

Μίξερ		800 rpm
High Roller wheel	30 min	
Ανεμιστήρας οροφής		200 rpm

Το παιδί της Εικόνας 3 στέκεται σε απόσταση R από το κέντρο της πλατφόρμας, και συμπληρώνει μία στροφή σε 6 δευτερόλεπτα ($T = 6$ s). Σε αυτό το χρονικό διάστημα, το παιδί διανύει μία απόσταση ίση με την περιφέρεια του κύκλου, $s = 2\pi R$. Άρα, η μέση (αριθμητική) ταχύτητα του παιδιού ισούται με

$$\upsilon = \frac{s}{\Delta t} = \frac{2\pi R}{T}$$

Ο επόμενος πίνακας περιέχει την απόσταση που διανύει το παιδί σε διαφορετικά χρονικά διαστήματα.

Πίνακας 1

Χρονικό Διάστημα Δt	**Απόσταση** d	**Μέση Αριθμητική Ταχύτητα**
$T/12 = 0{,}5$ s	$(\pi R)/6$	$(\pi R/6)/(T/12) = (2\pi R)/T$
$T/4 = 1{,}5$ s	$(\pi R)/2$	$(\pi R/2)/(T/4) = (2\pi R)/T$
$T/2 = 3$ s	πR	$(\pi R)/(T/2) = (2\pi R)/T$
$T = 6$ s	$2\pi R$	$(2\pi R)/T$

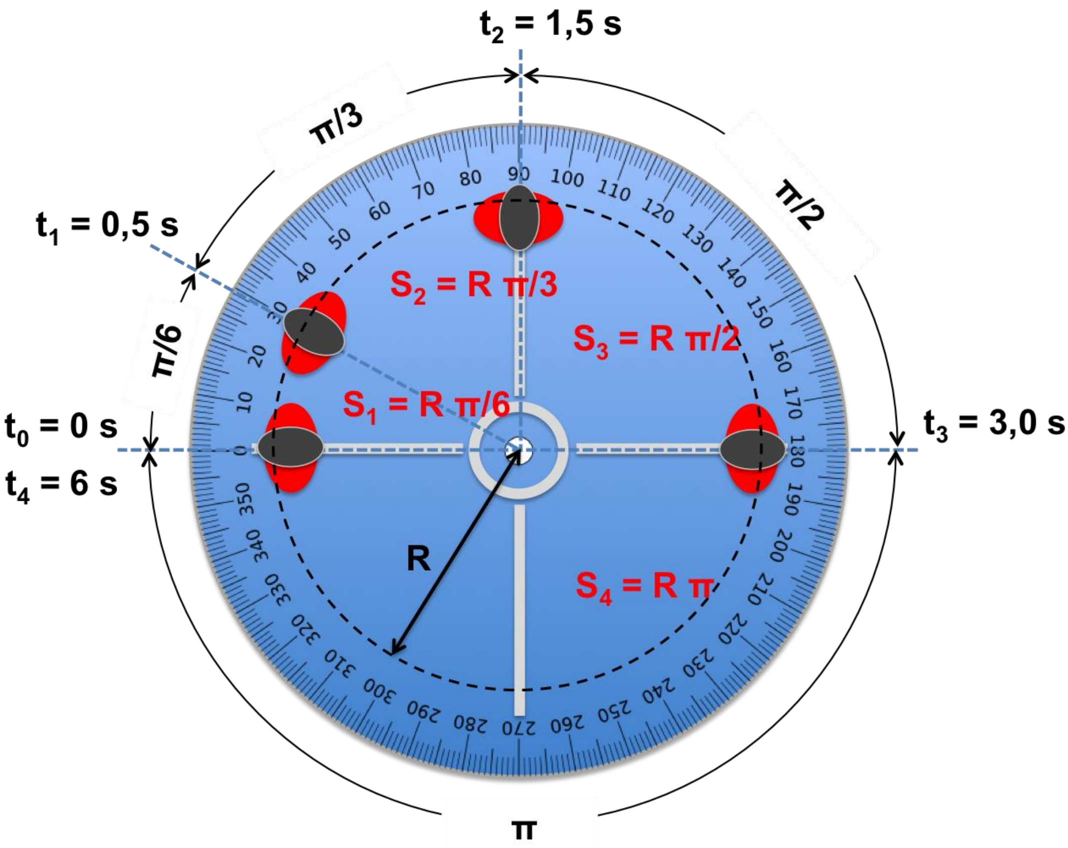
Παρατηρούμε ότι η απόσταση, που διαγράφει το παιδί πάνω στην κυκλική τροχιά, είναι **ανάλογη** με το χρονικό διάστημα της κίνησής του:

$$d \propto \Delta t \Leftrightarrow \frac{d}{\Delta t} = \upsilon = \sigma\tau\alpha\theta\varepsilon\rho\eta\,.$$

Συνεπώς, σε ίσα χρονικά διαστήματα το παιδί διαγράφει ίσο μήκος κυκλικού τόξου: $d = \upsilon \Delta t$. Αυτός ο τύπος κίνησης ονομάζεται ομαλή κυκλική κίνηση.

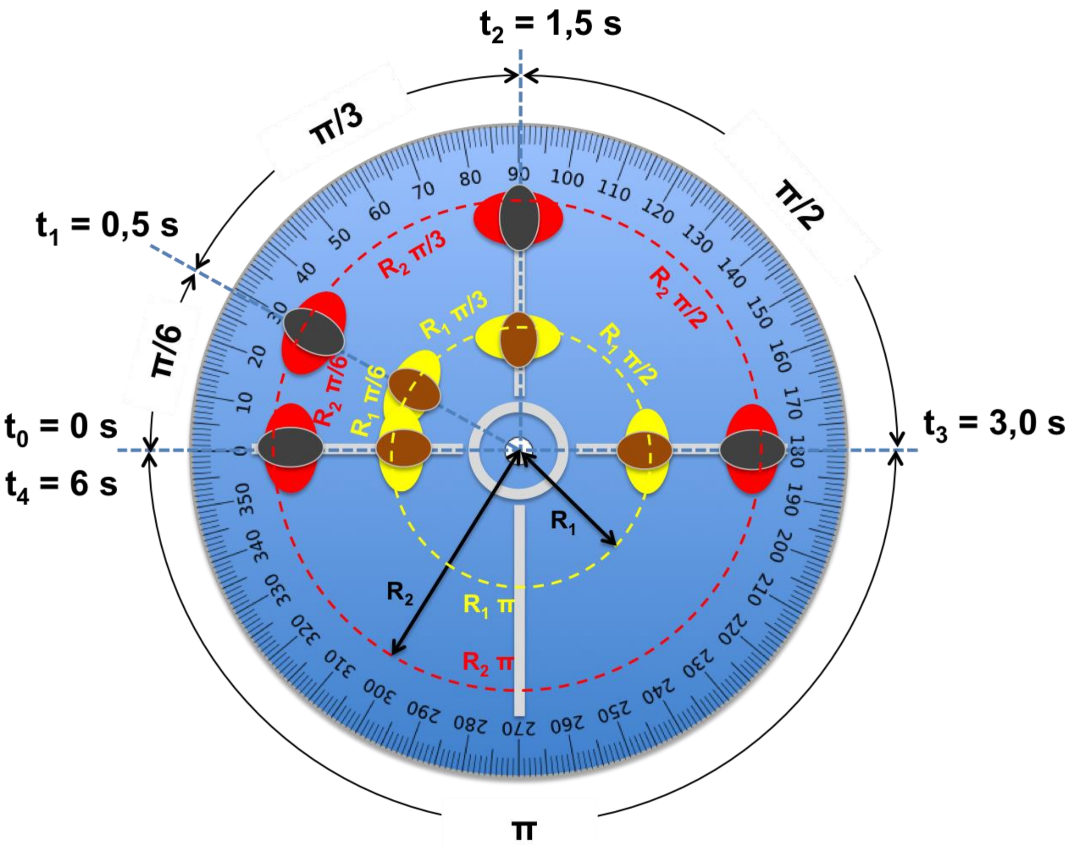
Ομαλή Κυκλική Κίνηση:

Όταν ένα σώμα κινείται σε **κυκλική τροχιά** και διαγράφει ίσο μήκος τόξου σε ίσα χρονικά διαστήματα, η κίνηση του σώματος ονομάζεται **ομαλή κυκλική**.



Εικόνα 3. (κάτοψη) Η πλατφόρμα περιστρέφεται με σταθερή μέση αριθμητική ταχύτητα και το παιδί που στέκεται σε απόσταση R από το κέντρο της εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση, δηλαδή ο ρυθμός μεταβολής της απόστασης που διανύει, είναι σταθερός για οποιοδήποτε χρονικό διάστημα.

Η Εικόνα 4 απεικονίζει ένα παιδί, που στέκεται στο εσωτερικό της πλατφόρμας, και ένα δεύτερο παιδί στην εξωτερική περιφέρεια. Η πλατφόρμα περιστρέφεται και τα δύο παιδιά κινούνται κατά μήκος δύο κυκλικών τροχιών με ακτίνες $\mathbf{R_1}$ και $\mathbf{R_2}$, αντίστοιχα. Στην ίδια εικόνα παρουσιάζονται τέσσερις διαδοχικές θέσεις για κάθε παιδί, για τις ίδιες χρονικές στιγμές.



Εικόνα 4. (κάτοψη) Τα δύο παιδιά διαγράφουν τις ίδιες γωνίες στα ίδια χρονικά διαστήματα, αλλά αυτό που στέκεται στην εξωτερική ακτίνα διανύει, στον ίδιο χρόνο, μεγαλύτερη απόσταση από το παιδί που στέκεται στην εσωτερική ακτίνα.

Πίνακας 2

	Παιδί 1		**Παιδί 2**	
Χρονικό Διάστημα Δt	**Απόσταση** d_1	**Μέση Αριθμητική Ταχύτητα**	**Απόσταση** d_2	**Μέση Αριθμητική Ταχύτητα**
$T/12 = 0{,}5$ s	$(\pi R_1)/6$	$(2\pi R_1)/T$	$(\pi R_2)/6$	$(2\pi R_2)/T$
$T/4 = 1{,}5$ s	$(\pi R_1)/2$	$(2\pi R_1)/T$	$(\pi R_2)/2$	$(2\pi R_2)/T$
$T/2 = 3$ s	πR_1	$(2\pi R_1)/T$	πR_2	$(2\pi R_2)/T$
$T = 6$ s	$2\pi R_1$	$(2\pi R_1)/T$	$2\pi R_2$	$(2\pi R_2)/T$

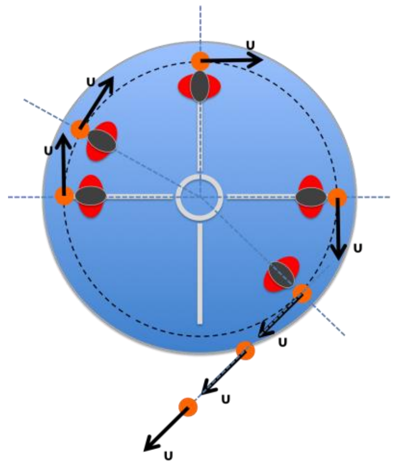
Ερώτηση 3.1: Ποιο από τα δύο παιδιά της Εικόνας 4 κινείται με μεγαλύτερη ταχύτητα;

Συμπέρασμα: Τα σημεία της περιστρεφόμενης πλατφόρμας **δεν κινούνται** με την ίδια ταχύτητα. Το κέντρο της πλατφόρμας παραμένει ακίνητο. Η ταχύτητα κάθε σημείου είναι ανάλογη με την απόστασή του από το κέντρο της πλατφόρμας:

$$\upsilon = \frac{2\pi}{T} R \propto R$$

Το πηλίκο $(2\pi)/T$, που εμφανίζεται στην πιο πάνω εξίσωση, εκφράζει τη γωνία που διαγράφει κάθε σημείο της πλατφόρμας, στη μονάδα του χρόνου.

Ερώτηση 3.2: Η αριθμητική ταχύτητα του παιδιού 2 είναι σταθερή και ίση με $\upsilon = (2\pi R_2)/T$. Είναι ορθό να συμπεράνουμε ότι: «η ταχύτητα του παιδιού είναι σταθερή»;



Εικόνα 5. (κάτοψη) Η ταχύτητα του παιδιού καθώς περιστρέφεται είναι εφαπτόμενη σε κάθε σημείο της κυκλικής τροχιάς. Το μέτρο της μπορεί να παραμένει σταθερό αλλά η κατεύθυνση του διανύσματος αλλάζει συνεχώς. Αν αφήσουμε την μπάλα ελεύθερη – χωρίς να της ασκούμε κάποια δύναμη τότε αυτή θα σταματήσει να κινείται σε κυκλική τροχιά και θα κινείται ευθύγραμμα μακριά από τον κύκλο, με διεύθυνση την εφαπτόμενη στον κύκλο στο σημείο που αφέθηκε η μπάλα.

Συμπεραίνουμε ότι **το παιδί κινείται με επιτάχυνση**. Το συμπέρασμα αυτό γενικεύεται για κάθε σώμα, που εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση:

Κεντρομόλος Επιτάχυνση

Όταν ένα σώμα κινείται σε κυκλική τροχιά, η διεύθυνση της ταχύτητάς του μεταβάλλεται συνεχώς (είναι εφαπτομενική στον κύκλο, στο σημείο που βρίσκεται το σώμα). Επειδή η ταχύτητα δεν είναι σταθερή, συμπεραίνουμε ότι το σώμα κινείται με επιτάχυνση, που ονομάζεται **κεντρομόλος**.

Το διάνυσμα της επιτάχυνσης έχει διεύθυνση την ακτίνα του κύκλου, στο σημείο που βρίσκεται το σώμα, και φορά προς το κέντρο του κύκλου.

Αποδεικνύεται ότι το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης είναι ανάλογο με το **τετράγωνο** του μέτρου της ταχύτητας, και αντιστρόφως ανάλογο με την ακτίνα της κυκλικής τροχιάς:

$$\alpha_{K} = \frac{\upsilon^2}{R}$$

Να παρατηρήσετε ότι:

- Η κεντρομόλος επιτάχυνση είναι ανάλογη με το **τετράγωνο** της ταχύτητας.
- Η κεντρομόλος επιτάχυνση είναι αντιστρόφως ανάλογη με την ακτίνα της κυκλικής τροχιάς.

Τα παιδιά της πλατφόρμας και οι επιβάτες ενός περιστρεφόμενου Καρουζέλ έχουν την αίσθηση ότι κάτι τους σπρώχνει ακτινικά προς τα έξω. Αντίστοιχη αίσθηση έχουν και οι επιβάτες ενός αυτοκινήτου, το οποίο διαγράφει μια στροφή.

Σύμφωνα με τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα, για να κινείται ένα σώμα με επιτάχυνση, πρέπει να δρα σε αυτό μία συνισταμένη δύναμη ανάλογη με την επιτάχυνση: $\sum \vec{F} = m\vec{\alpha}$.

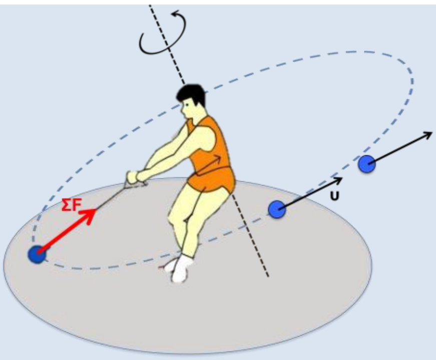
Ένα σώμα, που εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση, έχει κεντρομόλο επιτάχυνση $\vec{\alpha}_{K}$. Συνεπώς, χρειάζεται να δρα σε αυτό μία συνισταμένη δύναμη

$$\sum \vec{F} = \vec{F}_{K} = m\vec{\alpha}_{K}.$$

Η δύναμη αυτή ονομάζεται **κεντρομόλος δύναμη**, και είναι παράλληλη και ομόρροπη με την κεντρομόλο επιτάχυνση δηλαδή έχει ακτινική διεύθυνση και φορά προς το κέντρο του κύκλου.

Ερώτηση 3.3: Ποια δύναμη επιδρά σαν κεντρομόλος στην περίπτωση ενός σφυροβόλου;

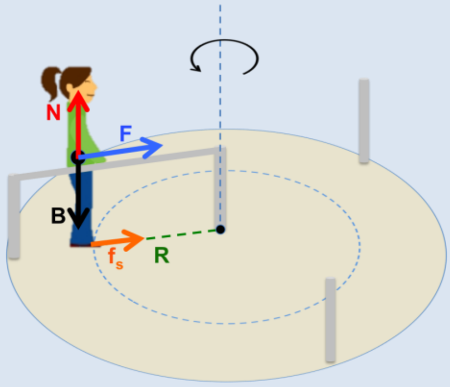
Εικόνα 6. Η σφύρα κινείται σε κυκλική τροχιά με την επίδραση μίας κεντρομόλου δύναμης, με ακτινική διεύθυνση (κατά μήκος της αλυσίδας) και φορά προς το κέντρο του κύκλου. Εάν ο σφυροβόλος αφήσει την αλυσίδα σε κάποια χρονική στιγμή, η σφύρα εγκαταλείπει την κυκλική τροχιά και εκτοξεύεται κατά την εφαπτομενική διεύθυνση σε εκείνο το σημείο.



Όταν η κυκλική πλατφόρμα στην παιδική χαρά περιστρέφεται αργά, ένα παιδί μπορεί να ακολουθεί την κίνηση της πλατφόρμας χωρίς στήριγμα. Η στατική τριβή μεταξύ της πλατφόρμας και του παιδιού επενεργεί ως κεντρομόλος δύναμη.

Ερώτηση 3.4: Εάν η πλατφόρμα αρχίσει να περιστρέφεται γρηγορότερα, η περίοδος της κίνησής της ελαττώνεται. Συνεπώς, το παιδί κινείται με μεγαλύτερη ταχύτητα. Τι πρέπει να κάνει το παιδί, για να συνεχίσει να ακολουθεί την κίνηση της πλατφόρμας;

Εικόνα 7. Οι δυνάμεις του βάρους και της κάθετης δύναμης από την πλατφόρμα είναι αντίθετες. Η αντίδραση της δύναμης που ασκεί το κορίτσι πάνω στην μπαριέρα και η στατική τριβή είναι παράλληλες με κατεύθυνση προς το κέντρο του κύκλου. Η συνισταμένη δύναμη ισούται με το αθροισμά τους και επιδρά σαν κεντρομόλος δύναμη.



Κεντρομόλος Δύναμη της Ομαλής Κυκλικής Κίνησης

Για να εκτελεί ένα σώμα ομαλή κυκλική κίνηση πρέπει η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται σε αυτό να έχει διεύθυνση ακτινική με φορά προς το κέντρο της κυκλικής τροχιάς. Το μέτρο της **κεντρομόλου δύναμης** είναι ανάλογο με το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης. Ο συντελεστής αναλογίας είναι η μάζα του σώματος, σε συμφωνία με τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα.

$$F_{\mathrm{K}} = m\alpha_{\mathrm{K}} = m\frac{\upsilon^2}{R}$$

Κάτι αντίστοιχο, ισχύει και στην περίπτωση όπου ένα αυτοκίνητο διαγράφει μια στροφή με μεγάλη ταχύτητα (ή μια κλειστή στροφή μικρής ακτίνας). Λόγω της μεγάλης ταχύτητας (ή της μικρής ακτίνας) η κεντρομόλος επιτάχυνση είναι μεγάλη, και η στατική τριβή μεταξύ του επιβάτη και του καθίσματος δεν επαρκούν, για να διατηρήσουν τον επιβάτη στην κυκλική τροχιά που εκτελεί το αυτοκίνητο. Ο επιβάτης τείνει να κινηθεί μακριά από το κέντρο της κυκλικής τροχιάς, και τραβά τη ζώνη ασφαλείας ή πιέζει την πόρτα του αυτοκινήτου. Λόγω του 3^{ου} νόμου του Νεύτωνα, η δύναμη από την ζώνη ασφαλείας ή την πόρτα αυξάνεται. Η συνισταμένη των δυνάμεων, που ασκούνται πάνω του, επιδρά σαν κεντρομόλος (με το απαραίτητο μέτρο) και καταφέρνει να τον διατηρήσει σε κυκλική τροχιά μαζί με το αυτοκίνητο.

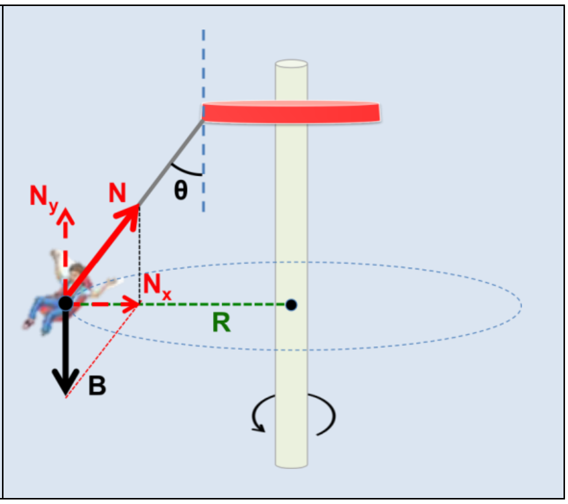
3.3. Η περιστρεφόμενη κούνια (Swing ride)

Ένα πιο συναρπαστικό καρουζέλ είναι η περιστρεφόμενη κούνια (Swing ride), που απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα. Οι κούνιες είναι προσαρτημένες γύρω από ένα πύργο και περιστρέφονται γύρω από αυτόν. Μια από τις πιο συναρπαστικές κούνιες είναι η «WindSeeker» που περιστρέφει τους επιβάτες σε ύψος 92 m. (https://www.youtube.com/watch?v=kQjllZ5WKE0)

Αρχικά οι κούνιες είναι ακίνητες και βρίσκονται σε κατακόρυφη θέση. Πάνω στον κάθε επιβάτη ασκείται το βάρος του $\vec{B}$ και η κάθετη δύναμη $\vec{N}$ από το κάθισμα. Επειδή ο επιβάτης είναι ακίνητος, οι δυνάμεις αυτές είναι **αντίθετες** και η συνισταμένη τους μηδενίζεται: $\sum \vec{F} = \vec{B} + \vec{N} = \vec{0}$. Όταν οι κούνιες αρχίζουν να περιστρέφονται, ανυψώνονται και το καλώδιο που συνδέει κάθε κούνια με τον πύργο αποκτά κλίση ως προς την κατακόρυφη διεύθυνση. Η δύναμη του βάρους του επιβάτη παραμένει κατακόρυφη, αλλά η κάθετη δύναμη αλλάζει διεύθυνση (Εικόνα 8). Η συνισταμένη των δύο δυνάμεων $\vec{B}$ και $\vec{N}$ δεν είναι πια μηδενική. Η δύναμη $\vec{N}$ αποκτά κατάλληλο μέτρο, ώστε η συνισταμένη δύναμη $\sum \vec{F} = \vec{B} + \vec{N} = \vec{N}_x$ να έχει ακτινική διεύθυνση και φορά προς τον πύργο, δηλαδή το κέντρο της κυκλικής τροχιάς.

Ερώτηση 3.5: Γιατί οι κούνιες ανυψώνονται όσο αυξάνεται η ταχύτητα περιστροφής;

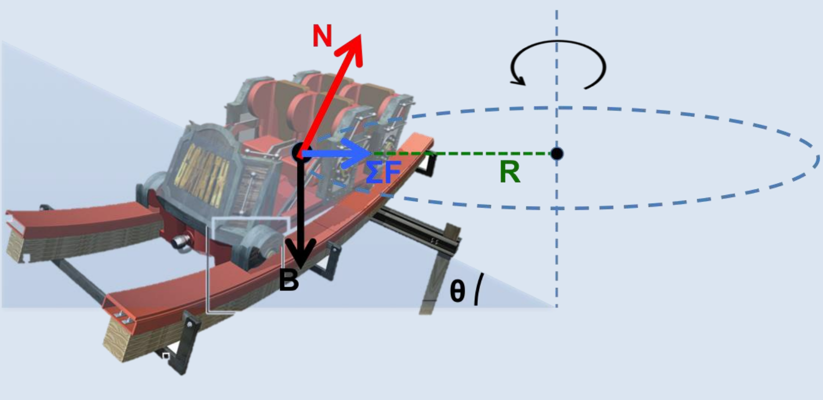
Εικόνα 8. Οι δυνάμεις που ασκούνται στον επιβάτη είναι η κάθετη δύναμη από την κούνια και το βάρος. Η συνισταμένη των δυνάμεων στον κατακόρυφο άξονα είναι μηδέν ($\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N_y = B$) και ο επιβάτης ισορροπεί στο ίδιο επίπεδο (υψόμετρο). Στον οριζόντιο άξονα ασκείται μόνο η συνιστώσα της κάθετης δύναμης ($\Sigma F_x = N_x$) που επιδρά σαν κεντρομόλος για να κινείται ο επιβάτης κατά μήκος της κυκλικής τροχιάς.



3.4. Τρενάκι του λούνα παρκ (Roller coaster)

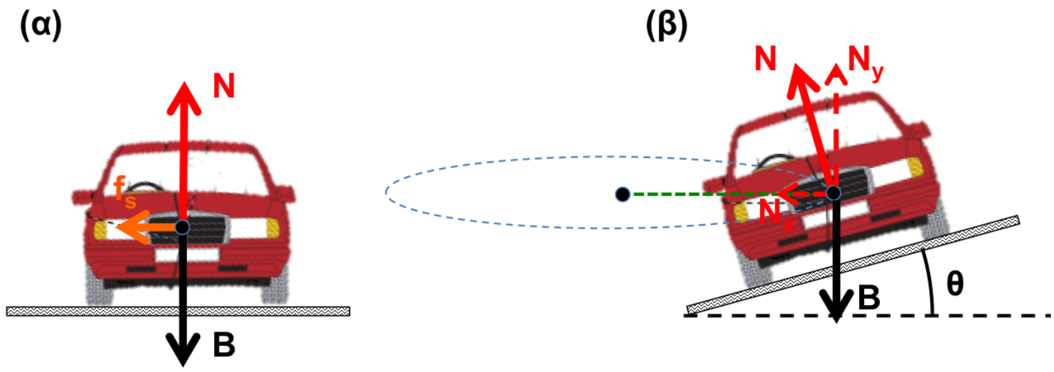
Στο τρενάκι του λούνα παρκ (roller coaster) οι επιβάτες κάθονται στα βαγόνια δεμένοι με ζώνες ασφαλείας, για να ακολουθούν την κίνηση του βαγονιού καθώς αυτό ανεβαίνει και κατεβαίνει λόφους, στρίβει σε απότομες στροφές, μπαίνει και βγαίνει από κατακόρυφους κύκλους. Στη διαδρομή του Γολιάθ (Goliath) το ξύλινο τρενάκι αποκτά μέγιστη ταχύτητα 116 km/h, κατεβαίνει μια απότομη πλαγιά κλίσης 85^o και ύψους 55 m, και εκτελεί δύο αναστροφές.
https://www.youtube.com/watch?v=Y_2tgfQqJXk

Ερώτηση 3.6: Γιατί οι σιδηροτροχιές (ράγες) στο κομμάτι της στροφής είναι κεκλιμένες ενώ στο ευθύγραμμο κομμάτι οριζόντιες;



Εικόνα 9. Η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο βαγόνι, επιδρά σαν κεντρομόλος δύναμη. Η κλίση της διαδρομής επιτρέπει στο βαγόνι να περνά από τη στροφή με μεγάλη ταχύτητα, χωρίς να εκτροχιάζεται.

Ερώτηση 3.7: Ποιο είναι το όριο ταχύτητας όταν ένα αυτοκίνητο διαγράφει κυκλική στροφή;



Εικόνα 10. (α) Αυτοκίνητο σε οριζόντια κυκλική στροφή. Η στατική τριβή μεταξύ του δρόμου και των ελαστικών επιδρά ως κεντρομόλος δύναμη. **(β)** Αυτοκίνητο σε κυκλική στροφή με κλίση. Η οριζόντια συνιστώσα της κάθετης δύναμης από το δρόμο στο αυτοκίνητο επιδρά ως κεντρομόλος δύναμη.

Ερώτηση 3.8: Τι συμβαίνει στους δρόμους στις ορεινές περιοχές που κατά τους χειμερινούς μήνες είναι συχνά βρεγμένοι ή καλυμμένοι με πάγο;

3.5. Το περιστρεφόμενο «βαρέλι» (Rotor ride)

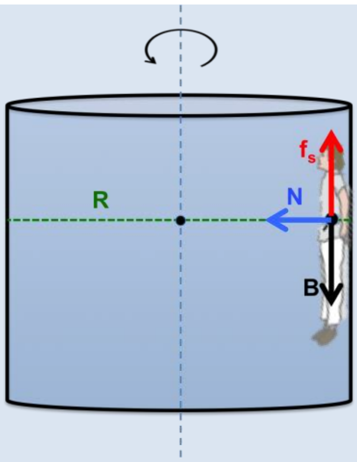
Αυξάνοντας την κλίση του δρόμου, αυξάνεται η κεντρομόλος δύναμη και η μέγιστη ταχύτητα περιστροφής. Τι συμβαίνει όμως όταν ο δρόμος γίνει κατακόρυφος;

Το «περιστρεφόμενο βαρέλι» (Rotor ride) αποτελείται από ένα κατακόρυφο βαρέλι, το οποίο περιστρέφεται γύρω από έναν κατακόρυφο άξονα που περνά από το κέντρο του. Οι επιβάτες είναι όρθιοι και ακουμπούν την πλάτη τους στο τοίχωμα του βαρελιού. Στο Gravitron οι επιβάτες αισθάνονται δύναμη τρεις φορές μεγαλύτερη από την δύναμη του βάρους. https://www.youtube.com/watch?v=A0H7TYzcMaY

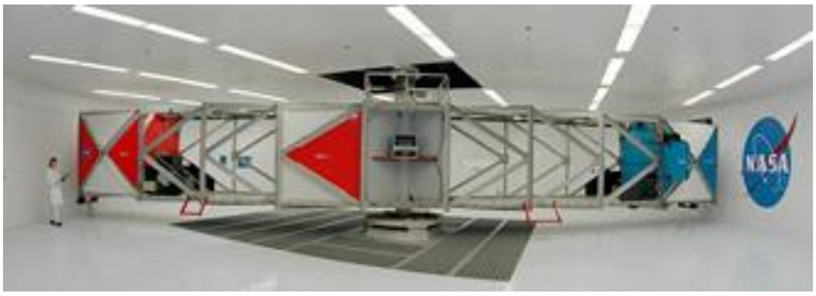
Όταν το βαρέλι περιστρέφεται, κάθε επιβάτης έχει την τάση να απομακρυνθεί από το κέντρο της τροχιάς, και πιέζει το κατακόρυφο τοίχωμα του βαρελιού. Λόγω του 3^{ου} νόμου του Νεύτωνα, νιώθει μία κάθετη δύναμη $\vec{N}$ από το τοίχωμα βαρελιού, η οποία έχει οριζόντια διεύθυνση και φορά προς το κέντρο της κυκλικής τροχιάς. Η δύναμη $\vec{N}$ είναι η απαιτούμενη κεντρομόλος.

Ερώτηση 3.9: Για να γίνει πιο εντυπωσιακή η λειτουργία του βαρελιού, το πάτωμα ανοίγει καθώς το βαρέλι περιστρέφεται αρκετά γρήγορα. Γιατί οι επιβάτες δεν πέφτουν κάτω;

Εικόνα 10. Στον κατακόρυφο άξονα η δύναμη της στατικής τριβής είναι ίση και αντίθετη του βάρους και ο επιβάτης ισορροπεί. Στον οριζόντιο άξονα η συνισταμένη είναι η κάθετη δύναμη από το τοίχωμα του βαρελιού, η οποία δρα σαν κεντρομόλος για να μπορεί ο επιβάτης να περιστρέφεται σε κυκλική τροχιά.



Παρόμοιες κατασκευές χρησιμοποιούνται από την NASA για να δοκιμάζουν τους αστροναύτες σε συνθήκες μεγάλης επιτάχυνσης που προσομοιάζουν τις καταστάσεις εκτόξευσης και επαναφοράς.



Εικόνα 11. Η περιστρεφόμενη πλατφόρμα στις εγκαταστάσεις της NASA που δημιουργεί συνθήκες υψηλών επιταχύνσεων (http://www.nasa.gov/missions/science/hyper.html, https://www.youtube.com/watch?v=A0H7TYzcMaY).

3.6. Ερωτήσεις Κατανόησης – Ασκήσεις

1. Η συχνότητα περιστροφής ενός ανεμιστήρα οροφής είναι 240 στροφές ανά λεπτό (rotations per minute).

   Α. Πόσες στροφές συμπληρώνει σε (i) μια ώρα, (ii) ένα δευτερόλεπτο;

   Β. Ποια είναι η περίοδος περιστροφής του ανεμιστήρα;

   Γ. Τα φτερά του ανεμιστήρα έχουν μήκος 1 m. Ποια είναι η ταχύτητα ενός σημείου στην άκρη του φτερού;

2. Ένα παιδί κάθεται σ' ένα αλογάκι του καρουζέλ, που περιστρέφεται με σταθερή ταχύτητα και ολοκληρώνει 8 στροφές το λεπτό. Η ακτίνα περιστροφής του παιδιού είναι 3 m.

   Α. Να υπολογίσετε την ταχύτητα του παιδιού.

Β. Ένα δεύτερο παιδί κάθεται σε ένα εσωτερικό αλογάκι, και η ακτίνα περιστροφής του ισούται με 2 m. Ποια είναι η ταχύτητα αυτού του παιδιού;

3. Ένα αυτοκίνητο κινείται σε ένα οριζόντιο κυκλικό κόμβο (roundabout) με ταχύτητα σταθερού μέτρου. Οι εσωτερικοί τροχοί διαγράφουν κύκλο ακτίνας 20 m και οι εξωτερικοί 21,5 m.

Α. Ποια δύναμη επιδρά σαν κεντρομόλος;

Β. Ποιοι τροχοί δέχονται μεγαλύτερη κεντρομόλο δύναμη;

4. Στο άθλημα της σφυροβολίας η μεταλλική σφαίρα που χρησιμοποιούν οι άντρες ζυγίζει 7,3 kg και οι γυναίκες 4,0 kg (το μήκος του καλωδίου που συνδέει τη σφαίρα με τη χειρολαβή είναι το ίδιο).

Α. Ένας άνδρας ή μία γυναίκα αθλητής χρειάζεται να ασκεί μεγαλύτερη κεντρομόλο δύναμη, για να περιστρέφει τη σφύρα με την ίδια ταχύτητα;

Β. Να εξηγήσετε γιατί έχουν πλεονέκτημα οι αθλητές με μεγάλο άνοιγμα χεριών;

5. Ένας αστροναύτης μάζας 85 kg, περιστρέφεται στην πλατφόρμα υψηλών επιταχύνσεων (Εικόνα 11) με συχνότητα 1 Hz. Η ακτίνα της τροχιάς του είναι 6 m. Να υπολογίσετε

Α. την κεντρομόλο επιτάχυνση του αστροναύτη. Πόσες φορές πιο μεγάλη είναι από την επιτάχυνση τη βαρύτητας (9,81 m/s^2);

Β. την κεντρομόλο δύναμη. Πώς συγκρίνεται με το βάρος του αστροναύτη;

6. Ένα αυτοκίνητο μάζας 750 kg διαγράφει στροφή ακτίνας $R = 75$ m σε έναν οριζόντιο δρόμο.

Α. Εάν το αυτοκίνητο κινείται με ταχύτητα 20 m/s (=72 km/h), ποια είναι η απαιτούμενη κεντρομόλος δύναμη; Πώς συγκρίνεται με το βάρος του αυτοκινήτου;

Β. Εάν η μέγιστη στατική τριβή από τον δρόμο ισούται με το ένα τρίτο του βάρους του αυτοκινήτου, ποια είναι η μέγιστη ταχύτητα, που μπορεί να έχει το αυτοκίνητο στη στροφή;

Απαντήσεις

Ερώτηση 3.1: Τα παιδιά ακολουθούν την περιστροφική κίνηση της πλατφόρμας. Το παιδί **1**, στο εσωτερικό της πλατφόρμας, κινείται στην περιφέρεια κύκλου ακτίνας R_1. Το παιδί **2**, στην άκρη της πλατφόρμας, κινείται στην περιφέρεια κύκλου **μεγαλύτερης** ακτίνας R_2.

Σε οποιοδήποτε χρονικό διάστημα, **το παιδί 1 διανύει μικρότερη απόσταση από το παιδί 2.** Άρα, η (μέση αριθμητική) **επιτρόχια ταχύτητα** του παιδιού **1** είναι μικρότερη. Εάν το παιδί 1 ήταν στο κέντρο της πλατφόρμας, δεν θα κινούνταν καθόλου, δηλαδή η ταχύτητά του θα ήταν μηδενική.

Ερώτηση 3.2: Η ταχύτητα είναι **διανυσματικό μέγεθος**, και έχει τόσο μέτρο όσο και κατεύθυνση. Σε κάθε σημείο της κυκλικής τροχιάς, η ταχύτητα του παιδιού έχει τη διεύθυνση της εφαπτομένης του κύκλου σε εκείνο το σημείο. Άρα, καθώς το παιδί κινείται στην περιφέρεια της πλατφόρμας, η διεύθυνση της κίνησής του μεταβάλλεται συνεχώς.

Ερώτηση 3.3: Ο σφυροβόλος στην Εικόνα 6 περιστρέφει τη σφύρα γύρω από τον κορμό του. Η σφύρα διαγράφει κυκλική τροχιά, με ακτίνα ίση με το άθροισμα του μήκους του χεριού του και της αλυσίδας, που συνδέει την κεφαλή της σφύρας με τη χειρολαβή. Η κεντρομόλος επιτάχυνση της σφύρας έχει ακτινική διεύθυνση και φορά προς το κέντρο της τροχιάς (τη χειρολαβή). Για να διατηρεί τη σφύρα σε κυκλική τροχιά, ο σφυροβόλος πρέπει να τραβά την χειρολαβή με κάποια δύναμη. Η κεντρομόλος δύναμη στη σφύρα είναι ανάλογη με την κεντρομόλο επιτάχυνση της σφύρας, και έχει ακτινική διεύθυνση με φορά προς το κέντρο του κύκλου.

Για να ρίξει τη σφύρα, ο αθλητής αφήνει την χειρολαβή, η δύναμη προς το κέντρο του κύκλου μηδενίζεται, και η σφύρα απελευθερώνεται, εκτελώντας πλάγια βολή.

Ερώτηση 3.4: Καθώς ελαττώνεται η περίοδος περιστροφής της πλατφόρμας, αυξάνεται το μέτρο της ταχύτητας, και συνεπώς το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης. Για να μπορέσει το παιδί να διατηρηθεί στην κυκλική τροχιά ακτίνας R, χρειάζεται να τραβά τις μπαριέρες της πλατφόρμας ακτινικά και προς τα έξω (μακριά από το κέντρο του κύκλου), έτσι ώστε αυτές να εξασκούν πάνω του αντίθετη δύναμη $\vec{F}$ (ακτινική, με φορά προς το κέντρο του κύκλου). Η δύναμη αυτή προστίθεται στη στατική τριβή $\vec{f}_s$ από την πλατφόρμα στο παιδί. Η συνισταμένη δύναμη $\vec{F}+\vec{f}_s$ επενεργεί ως κεντρομόλος.

Σε κάποιες πλατφόρμες υπάρχουν περιμετρικά καθίσματα. Σε αυτή την περίπτωση, η κεντρομόλος δύναμη είναι η συνισταμένη της στατικής τριβής και της κάθετης δύναμης στον επιβάτη από την πλάτη του καθίσματος.

Απάντηση 3.5: Όταν αυξάνεται η ταχύτητα περιστροφής, αυξάνεται και η κεντρομόλος επιτάχυνση μίας κούνιας. Επειδή η κεντρομόλος δύναμη δεν επαρκεί, η κούνια αρχίζει να απομακρύνεται από το κέντρο της τροχιάς. Η γωνία q αυξάνεται μέχρι μία νέα τιμή. Όταν η κούνια σταματήσει να ανυψώνεται, η κατακόρυφη συνιστώσα $\vec{N}_y$ ισορροπεί τη δύναμη του βάρους, $\vec{N}_y = -\vec{B}$. Η συνισταμένη δύναμη ισούται με την οριζόντια συνιστώσα $\vec{N}_x$ της κάθετης δύναμης:

$$\sum \vec{F} = \vec{B} + \vec{N} = \vec{B} + \vec{N}_x + \vec{N}_y = \vec{N}_x$$

Όσο μεγαλώνει η γωνία που σχηματίζουν οι κούνιες με την κατακόρυφο, τόσο αυξάνεται το μέτρο της οριζόντιας συνιστώσας $\vec{N}_x$.

Απάντηση 3.6: Σε κάθε βαγόνι ασκείται το βάρος του $\vec{B}$ και μία κάθετη δύναμη $\vec{N}$ από τη σιδηροτροχιά. Στα οριζόντια τμήματα οι δυνάμεις αυτές είναι αντίθετες, οπότε η συνισταμένη δύναμη είναι μηδενική. Όταν το βαγόνι εισέρχεται σε μια στροφή (τμήμα κύκλου ακτίνας R), χρειάζεται να επενεργεί σε αυτό κεντρομόλος δύναμη. Εάν η σιδηροτροχιά έχει κλίση (οι δύο ράγιες δεν είναι στο ίδιο ύψος), η δύναμη $\vec{N}$ δεν είναι κατακόρυφη (είναι κάθετη στη σιδηροτροχιά). Η συνισταμένη δύναμη ισούται με την οριζόντια συνιστώσα της δύναμης $\vec{N}$:

$$\sum \vec{F} = \vec{B} + \vec{N} = \vec{B} + \vec{N}_x + \vec{N}_y = \vec{N}_x$$

Η δύναμη αυτή επενεργεί ως κεντρομόλος. Όσο πιο μεγάλη είναι η κλίση των σιδηροτροχιών τόσο πιο μεγάλη είναι η κεντρομόλος, και η ταχύτητα με την οποία μπορεί να κινείται το βαγόνι στη στροφή.

Ερώτηση 3.7: Για να καταφέρει το αυτοκίνητο να διαγράψει μια κυκλική στροφή χωρίς να ανατραπεί, χρειάζεται να ασκηθεί σ' αυτό μια δύναμη με κατεύθυνση προς το κέντρο της κυκλικής στροφής που να επενεργεί σαν κεντρομόλος δύναμη. Όσο μεγαλύτερο είναι το μέτρο της κεντρομόλου δύναμης τόσο μεγαλύτερο είναι το μέτρο της ταχύτητας με το οποίο μπορεί να διαγράψει τη στροφή το αυτοκίνητο χωρίς να ανατραπεί ($F_κ$ = mu^2/R). Όπως και στην περίπτωση της κυκλικής πλατφόρμας η δύναμη που επενεργεί ως κεντρομόλος είναι η στατική τριβή, που ασκεί ο δρόμος στα ελαστικά του αυτοκινήτου. Η μέγιστη στατική τριβή είναι ανάλογη του συντελεστή στατικής τριβής, ο οποίος εξαρτάται από τις δύο επιφάνειες σε επαφή. Για στεγνή άσφαλτο και καουτσούκ ο συντελεστής παίρνει την τιμή 1,0 και για μια στροφή ακτίνας 25 m, το μέγιστο μέτρο ταχύτητας είναι 58 km/h. Για μεγαλύτερες τιμές της ταχύτητας το αυτοκίνητο ανατρέπεται. Όταν ο δρόμος είναι βρεγμένος ο συντελεστής στατικής τριβής μειώνεται σε 0,3 και για την ίδια στροφή το μέγιστο μέτρο ταχύτητας μειώνεται στα 31 km/h.

Ερώτηση 3.8: Σε τέτοιες περιπτώσεις ο συντελεστής τριβής μπορεί να ελαττωθεί ακόμα περισσότερο, άρα η δύναμη της στατικής τριβής γίνεται σχεδόν μηδέν. Για να μπορέσει το αυτοκίνητο να διαγράψει τη στροφή είναι αναγκαίο να υπάρχει μια δύναμη που να επενεργεί ως κεντρομόλος δύναμη. Για το λόγο αυτό οι στροφές στις ορεινές περιοχές είναι φτιαγμένες με κλίση, έτσι ώστε όταν το αυτοκίνητο κινείται στη στροφή η οριζόντια συνιστώσα της κάθετης δύναμης από το δρόμο στα ελαστικά να επενεργεί ως κεντρομόλος και το αυτοκίνητο να διαγράφει τη στροφή χωρίς να ανατρέπεται στην απουσία τριβής από το δρόμο. Σε μια τέτοια περίπτωση για να εκτελεί το αυτοκίνητο τη στροφή ακτίνας 25 m, με μέγιστη ταχύτητα 31 km/h, ο δρόμος πρέπει να έχει κλίση 17^o.

Ερώτηση 3.9: Το κατακόρυφο τοίχωμα του βαρελιού είναι τραχύ, και μπορεί να ασκεί στατική τριβή $\vec{f}_s$ στους επιβάτες. Το μέγιστο μέτρο της στατικής τριβής είναι ανάλογο με το μέτρο της κάθετης δύναμης $\vec{N}$.

Εάν το βαρέλι δεν περιστρέφεται, η δύναμη $\vec{N}$ μηδενίζεται, και η στατική τριβή μηδενίζεται επίσης. Εάν ανοίξει το πάτωμα, οι επιβάτες πέφτουν κάτω υπό την επίδραση του βάρους τους.

Εάν το βαρέλι περιστρέφεται αρκετά γρήγορα, οι επιβάτες πιέζουν πολύ το κατακόρυφο τοίχωμα του βαγονιού, και η δύναμη $\vec{N}$ από το κατακόρυφο τοίχωμα σε αυτούς είναι αρκετά μεγάλη (π.χ. μπορεί να είναι τριπλάσια από το βάρος τους). Παράλληλα, αυξάνεται η μέγιστη στατική τριβή $\vec{f}_s$, που μπορεί να ασκεί το τοίχωμα κατά την κατακόρυφη διεύθυνση. Εάν η τριβή είναι αρκετά μεγάλη, ώστε να εξισορροπεί το βάρος των επιβατών, οι επιβάτες δεν πέφτουν.

ΕΝΟΤΗΤΑ 4: Παγκόσμια Έλξη – Δορυφόροι

4.1. Εισαγωγή

Από τα πανάρχαια χρόνια οι άνθρωποι παρατηρούσαν τον ουρανό προσπαθώντας να ερμηνεύσουν διάφορα φαινόμενα, όπως η ανατολή και η δύση του Ηλίου, οι φάσεις της Σελήνης από την έκλειψη στην πανσέληνο, η έκλειψη Ηλίου, οι διάφορες βροχές των αστεριών. Στην προσπάθεια τους να κατανοήσουν όλα αυτά τα ουράνια φαινόμενα, άρχισαν να φτιάχνουν «εργαλεία» συστηματικής παρατήρησης, όπως ημερολόγια, όργανα μέτρησης αποστάσεων βάζοντας τα θεμέλια του κλάδου που ονομάζουμε Αστρονομία. Τρανταχτή απόδειξη, ο μηχανισμός των Αντικυθήρων, ένας μηχανικός υπολογιστής που πρόβλεπε με αρκετή ακρίβεια την έκλειψη της Σελήνης και του Ηλίου 150 χρόνια π.Χ.

Ο μηχανισμός των Αντικυθήρων, ανακαλύφθηκε του 1900 σε ένα ναυάγιο κοντά στο ελληνικό νησί Αντικύθηρα και χρονολογείται γύρω στο 150 π.Χ. Αποτελεί τον πρώτο εξελιγμένο μηχανικό υπολογιστή, φτιαγμένο από ένα πολύπλοκο συνδυασμό οδοντωτών τροχών οι οποίοι περιστρέφονται γύρω από άξονες που καταλήγουν σε δείκτες (σαν τα αναλογικά ρολόγια) που δίνουν τη θέση του Ήλιου και της Σελήνης στις διαφορετικές φάσεις.

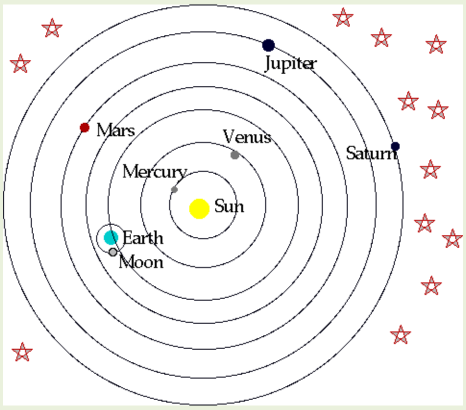
Εικόνα 1. Μέρος του μηχανισμού των Αντικυθήρων που βρίσκεται στο Εθνικό αρχαιολογικό μουσείο στην Αθήνα.

Για περισσότερες πληροφορίες:
https://en.wikipedia.org/wiki/Antikythera_mechanism
https://www.youtube.com/watch?v=BsgXoVIT670,
https://www.youtube.com/watch?v=Tq6O9VWQCWw

Η συνεισφορά των αρχαίων φιλοσόφων στην ανάπτυξη της αστρονομίας ήταν πολύ σημαντική με δύο από αυτούς, τον Ίππαρχο τον Νικαεύς (190 - 120 π.Χ.) και τον Κλαύδιο Πτολεμαίο (170 - 100 π.Χ.) να διατυπώνουν τη γεωκεντρική θεωρία που επικράτησε στον κόσμο μέχρι και τον 17ο αιώνα. Δηλαδή, ότι στο κέντρο του Σύμπαντος βρίσκεται η Γη. Όπως όλες οι επιστήμες, έτσι και η αστρονομία έκανε τεράστια άλματα προόδου, κατά την περίοδο της αναγέννησης (14ο – 17ο αιώνα μ.Χ.) όταν ο Πολωνός αστρονόμος Νικόλαος Κοπέρνικος (1473 - 1543) πρότεινε την Ηλιοκεντρική θεωρία, σύμφωνα με την οποία η Γη και τα άλλα ουράνια σώματα περιστρέφονται σε κυκλικές τροχιές γύρω από τον Ήλιο.

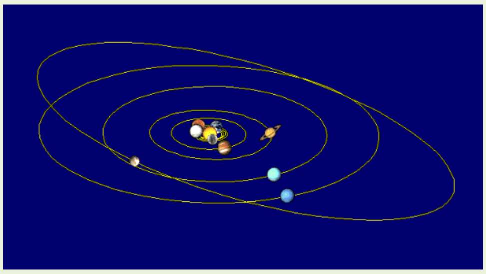
Το ηλιακό μας σύστημα

Σύμφωνα με τον Ηλιοκεντρική θεωρία του Κοπέρνικου, ο Ήλιος βρίσκεται στο κέντρο του Σύμπαντος γύρω από το οποίο περιστρέφονται σε κυκλικές τροχιές, οι έξι γνωστοί πλανήτες της εποχής: ο Ερμής, η Αφροδίτη, η Γη, ο Άρης, ο Δίας και ο Κρόνος. Η Σελήνη, είναι φυσικός δορυφόρος της Γης και βρίσκεται σε κυκλική τροχιά γύρω από αυτή. Ο Ουρανός, ο Ποσειδώνας και ο Πλούτωνας ανακαλύφθηκαν πολύ αργότερα, το 1781, το 1846 και το 1992 αντίστοιχα.



Εικόνα 2. Το ηλιοκεντρικό σύστημα του Κοπέρνικου.

Ο Κέπλερ που ήταν υποστηριχτής της θεωρίας του Κοπέρνικου, το 1609 συμπέρανε ότι οι πλανήτες δεν κινούνται σε κυκλικές τροχιές γύρω από τον Ήλιο, αλλά σε «ωοειδής» τροχιές που ονομάζονται ελλείψεις.



Εικόνα 3. Το ηλιοκεντρικό σύστημα του Κοπέρνικου.

Οι επόμενες ιστοσελίδες προσφέρουν προσομοιώσεις του Ηλιακού Συστήματος:

http://www.solarsystemscope.com

https://janus.astro.umd.edu/SolarSystems/

http://eyes.nasa.gov

Πάνω στη θεωρία του Κοπέρνικου βασίστηκε μετέπειτα ο Γερμανός αστρονόμος και μαθηματικός Γιοχάνες Κέπλερ (1571-1630) για να διατυπώσει τους δικούς του νόμους για την κίνηση των πλανητών, τους οποίους επιβεβαίωσε ο Άγγλος Φυσικός Ισαάκ Νεύτωνας (1643 – 1727) με τον Νόμο της Παγκόσμιας Έλξης (ΝΠΕ).

Η ανάπτυξη της αστρονομίας δεν σταμάτησε ποτέ αφού, με τη θεωρία του Νεύτωνα και την ανάπτυξη της τεχνολογίας, ο άνθρωπος κατάφερε να ταξιδέψει στο διάστημα. Η αντιπαλότητα των Η.Π.Α και της Σοβιετικής Ένωση κατά τη διάρκεια του ψυχρού πολέμου (1947 - 1991) ώθησε τις δύο χώρες να επενδύσουν στην εξερεύνηση του διαστήματος. Το 1957 η Σοβιετική Ένωση, θέτει σε τροχιά γύρω από τη Γη τον πρώτο τεχνητό δορυφόρο (Σπούτνικ 1) και λίγο μετά το 1969 η Αμερική στέλνει επανδρομένο διαστημοπλοιο, που προσεδαφίζεται στη Σελήνη. Το 1977 η

NASA εκτοξεύει το μη επανδρωμένο διαστημόπλοιο Voyager 1, το οποίο τον Ιανουάριο του 2017 ξεπέρασε τα 20 000 000 000 km από τον Ήλιο.

Στο κεφάλαιο αυτό θα μελετήσουμε τον ΝΠΕ χρησιμοποιώντας αστρονομικά δεδομένα της κίνησης των πλανητών του Ηλιακού μας συστήματος και των δορυφόρων τους, αλλά και των τεχνητών δορυφόρων που έστειλε ο άνθρωπος στο διάστημα, στην προσπάθεια του να κατανοήσει το άγνωστο, εξερευνώντας αυτό που είναι παραπέρα από αυτό που «βλέπουμε».

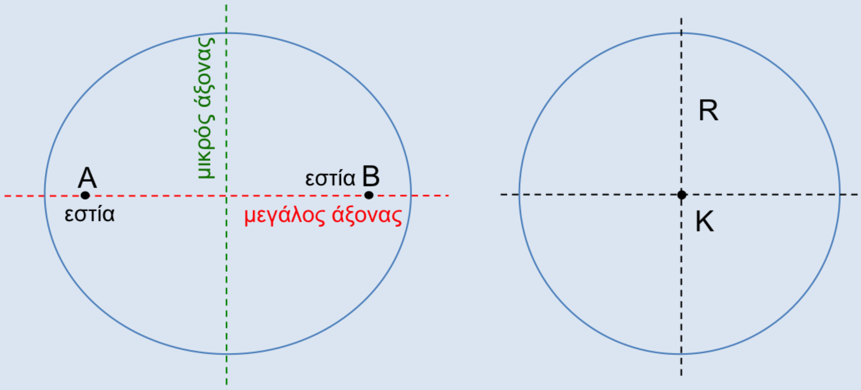
4.2. Παρατηρώντας τους πλανήτες – Οι νόμοι του Κέπλερ

Αν και ο Κοπέρνικος εισηγήθηκε το ηλιοκεντρικό μοντέλο της κίνησης των πλανητών του ηλιακού συστήματος το 1533, πέρασαν αρκετά χρόνια μέχρι να γίνει αποδεκτό από την κοινωνία της τότε εποχής, που λόγω ισχυρών αντιλήψεων, εξακολουθούσε να ενστερνίζεται το υπάρχον γεωκεντρικό σύστημα. Ο Δανός αστρονόμος Τύχο Μπραχέ (1546 - 1570) μέσα από συστηματικές παρατηρήσεις 20 ετών, κατάγραψε με αρκετή ακρίβεια τις θέσεις των πλανητών. Από τα αστρονομικά αυτά δεδομένα ο Γερμανός αστρονόμος και μαθηματικός Γιοχάνες Κέπλερ διατύπωσε τρεις νόμους με τους οποίους περίγραψε την κίνηση των πλανητών.

<u>Πρώτος νόμος</u>: Οι πλανήτες του ηλιακού συστήματος κινούνται σε ελλειπτικές τροχιές γύρω από τον ήλιο που βρίσκεται στη θέση της μιας εστίας.

Το σχήμα της Έλλειψης

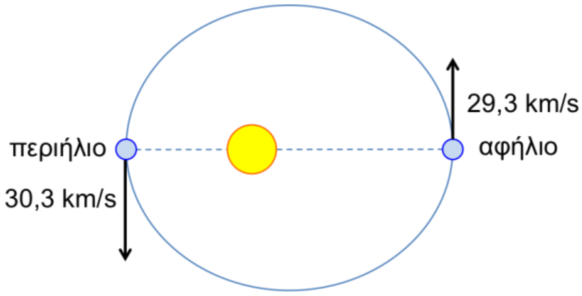
Η έλλειψη είναι μία κλειστή επίπεδη καμπύλη, με την ιδιότητα ότι το άθροισμα των αποστάσεων κάθε σημείου της από δύο σημεία Α και Β του επιπέδου είναι σταθερό.



Τα σημεία Α και Β ονομάζονται εστίες της έλλειψης και η ευθεία που διέρχεται από αυτές μεγάλος άξονας. Η κάθετη ευθεία στον μεγάλο άξονα που διέρχεται από το μέσο του ευθύγραμμου τμήματος ΑΒ ονομάζεται μικρός άξονας.

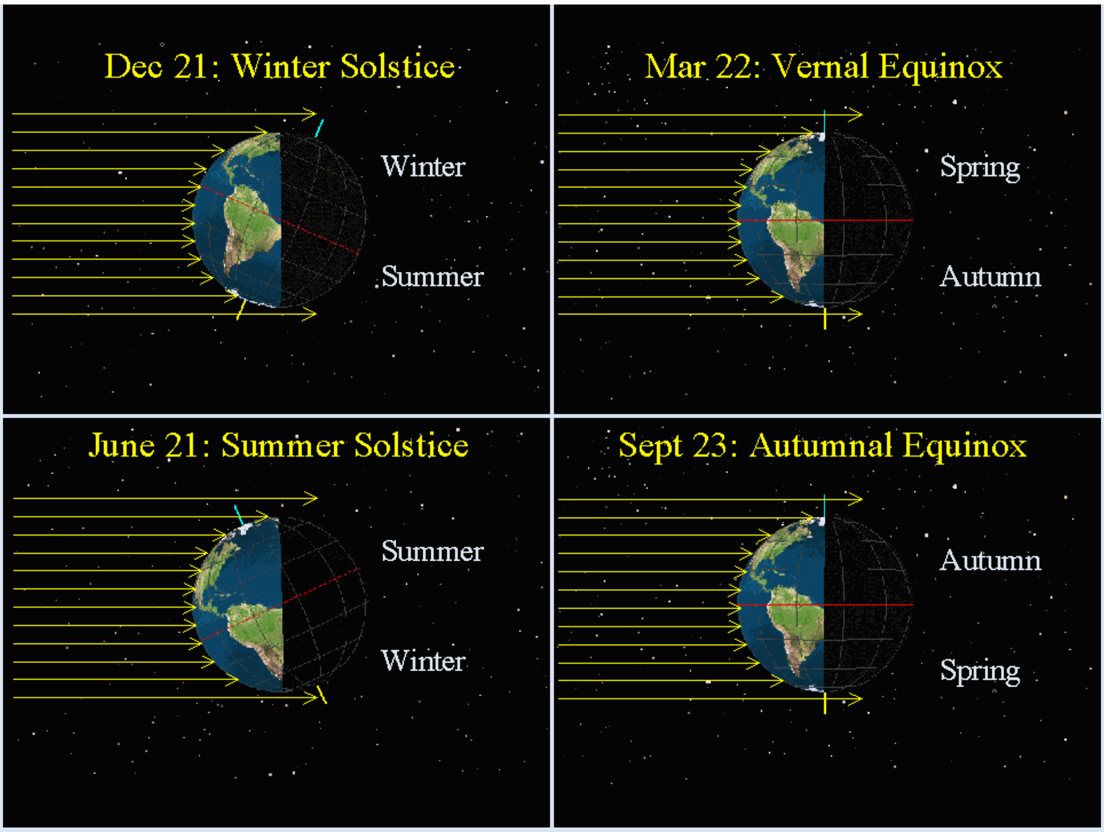
Ο κύκλος είναι μια ειδική περίπτωση έλλειψης όπου οι εστίες Α και Β συμπίπτουν με το κέντρο του κύκλου. Κάθε σημείο του κύκλου απέχει από το κέντρο του σταθερή απόσταση (ακτίνα R).

__**Δεύτερος νόμος**__: Η ταχύτητα (μέτρο) των πλανητών δεν είναι σταθερή καθώς περιστρέφονται γύρω από τον Ήλιο σε ελλειπτικές τροχιές. Όταν βρίσκονται κοντά στο περιήλιο (στη θέση με τη μικρότερη απόσταση από τον Ήλιο) η ταχύτητα του είναι μεγαλύτερη και όταν βρίσκεται στο αφήλιο (στη θέση με τη μεγαλύτερη απόσταση από τον Ήλιο) είναι μικρότερη. Για παράδειγμα, η απόσταση που διανύει η Γη σε ένα μήνα (30 ημέρες), τον Ιανουάριο, όταν και περνά από το περιήλιο, είναι μεγαλύτερη από την απόσταση που διανύει στο αντίστοιχο χρονικό διάστημα, τον μήνα Ιούλιο, όταν και περνά από το αφήλιο.



Άσκηση: Μεταξύ 1 και 5 Ιανουαρίου, η Γη βρίσκεται στη θέση με την μικρότερη απόσταση από τον Ήλιο (περιήλιο) 147,5 εκατομμύρια χιλιόμετρα, ενώ μεταξύ 2 και 6 Ιουλίου βρίσκεται στη θέση με τη μεγαλύτερη απόσταση από τον Ήλιο (αφήλιο) 152,5 εκατομμύρια χιλιόμετρα. Η ταχύτητα της Γης στο περιήλιο είναι 30,3 km/s και στο αφήλιο 29,3 km/s. Να υπολογίσετε την απόσταση που διανύει η Γη τη μέρα (24 h) που περνά από το περιήλιο και τη μέρα που περνά από το αφήλιο. Υποθέστε ότι το μέτρο της ταχύτητας στη χρονική διάρκεια μιας ημέρας δεν αλλάζει.

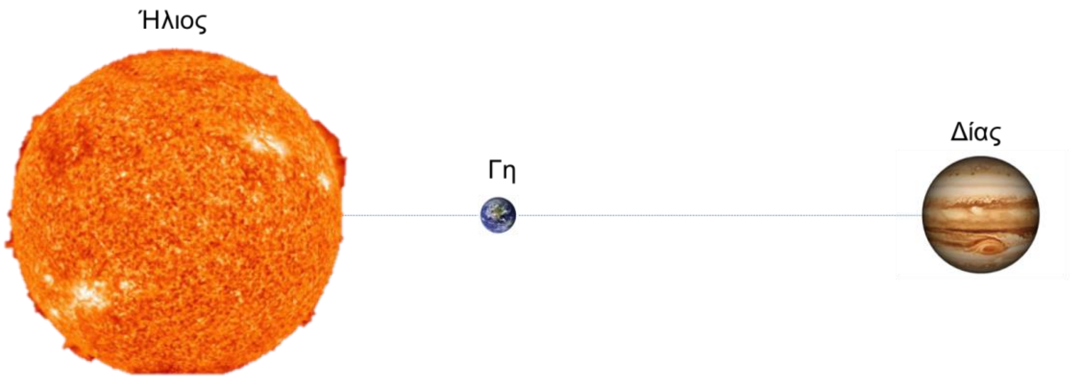
Ερώτηση 4.1: Πώς σχετίζονται οι τέσσερις εποχές με την κίνηση της Γης γύρω από τον Ήλιο;



Εικόνα 4. Η κατεύθυνση των ακτίνων του Ήλιο ως προς τον άξονα περιστροφής της Γης γύρω από τον εαυτό της, τις μέρες του χειμερινού και θερινού ηλιοστάσιου και τις εαρινής και φθινοπωρινής ισημερίας.

Τρίτος νόμος: Ο λόγος του τετραγώνου της περιόδου (T) ενός πλανήτη γύρω από τον Ήλιο, προς τον κύβο του μήκους του μεγάλου ημιάξονα της ελλειπτικής τροχιάς που ακολουθεί, είναι ο ίδιος για όλους τους πλανήτες του ηλιακού συστήματος.

Για παράδειγμα η Γη που βρίσκεται σε απόσταση 1,5x10^8 km από τον Ήλιο χρειάζεται 365 ημέρες για να ολοκληρώσει μια περιστροφή γύρω από τον ήλιο, ενώ ο Δίας που απέχει απόσταση περίπου 5 φορές μεγαλύτερη 7,8x10^8 km χρειάζεται περίπου 11 φορές περισσότερο χρόνο, 4333 ημέρες, για μια πλήρη στροφή γύρω από τον Ήλιο. Μπορείτε να διαπιστώσετε εύκολα, κάνοντας τον υπολογισμό, ότι και για τους δύο πλανήτες που περιστρέφονται γύρω από το ίδιο ουράνιο σώμα, τον ήλιο, ο λόγος T^2/r^3 είναι ο ίδιος 2,9x10^{-19} s^2/m^3.



Το ηλιοκεντρικό μοντέλο του Κοπέρνικου, προέβλεπε κυκλικές τροχιές για τους πλανήτες, στις οποίες κινούνται με σταθερό μέτρο ταχύτητας, με τα αστρονομικά δεδομένα να μην παρουσιάζουν σημαντικές αποκλίσεις, αφού οι περισσότεροι πλανήτες κινούνται σε σχεδόν κυκλικές τροχιές. Ο Κέπλερ στην προσπάθεια του να προσδιορίσει την τροχιά που ακολουθεί η Γη γύρω από τον Ήλιο, παρατηρούσε τη θέση του πλανήτη Άρη κάθε φορά που έκανε μια πλήρη περιφορά (687 ημέρες) και πρόσεξε μικρές διαφοροποιήσεις στην ακτίνα περιστροφής της Γης γύρω από τον Ήλιο. Από αυτό, υποψιάστηκε ότι πιθανόν η τροχιά να μην είναι κυκλική. Ευτυχής, σύμπτωση για τον Κέπλερ, η ανακάλυψη από τον Γαλιλαίο την ίδια χρονική περίοδο (1610) των τεσσάρων – από τους 67 - μεγαλύτερων φυσικών δορυφόρων του Δία (Γανυμήδης, Καλλιστώ, Ιώ και Ευρώπη) με τη χρήση του δικού του αστρονομικού τηλεσκοπίου. Στα μάτια του Κέπλερ, οι κίνηση των δορυφόρων γύρω από τον Δία, αποτελούσε ένα «μικρό» ηλιακό σύστημα, πάνω στο οποίο επιβεβαίωσε τον τρίτο Νόμο του.

Πίνακας 1

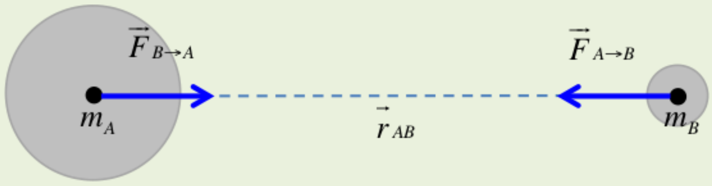
Δορυφόρος	**Περίοδος T (ημέρες)**	**Μέση ακτίνα τροχιάς (km)**	T^2	R^3	T^2/R^3
Γανυμήδης	7,15	1070,4			
Καλλιστώ	16,69	1882,7			
Ευρώπη	3,55	671,0			
Ιώ	1,77	421,7			

Το 1687, ο Άγγλος Φυσικός Ισαάκ Νεύτωνας (Sir Isaac Newton 1643 – 1727) διατύπωσε τους τρεις νόμους για την κίνηση των σωμάτων, και τον Νόμο της Παγκόσμιας Έλξης, αποδεικνύοντας την ισχύ των νόμων του Κέπλερ, στα πλαίσια μιας γενικής θεωρίας που περιγράφει την κίνηση τόσο σωμάτων της καθημερινότητας μας, αλλά και των ουράνιων σωμάτων.

4.3. Ο Νόμος της Παγκόσμιας Έλξης

Ο Νεύτωνας μέσα από λογικά επιχειρήματα και τη χρήση αστρονομικών δεδομένων διατύπωσε, το 1687 στο βιβλίο του “the Principia”, τον γενικό **Νόμο της Παγκόσμιας Έλξης**, που περιγράφει τις βαρυτικές ελκτικές δυνάμεις μεταξύ οποιωνδήποτε σωμάτων:

Νόμος της Παγκόσμιας Έλξης



Το μέτρο των δυνάμεων παγκόσμιας έλξης μεταξύ δύο σωμάτων **A** και **B,** που μπορούν να θεωρηθούν υλικά σημεία, είναι **ανάλογο** με το **γινόμενο** των **μαζών** των **A** και **B**, και **αντιστρόφως ανάλογο** με το **τετράγωνο της μεταξύ τους απόστασης**:

$$\left|\vec{F}_{\mathrm{A}\to\mathrm{B}}\right| = \left|\vec{F}_{\mathrm{B}\to\mathrm{A}}\right| = G\frac{m_{\mathrm{A}}m_{\mathrm{B}}}{r_{\mathrm{AB}}^2}$$

Οι δυνάμεις αυτές είναι ελκτικές και δρουν στην ευθεία που ενώνει τα δύο υλικά σημεία. Η σταθερά G ονομάζεται **σταθερά της παγκόσμιας έλξης** και ισούται με $6{,}67\times10^{-11}\ \dfrac{\mathrm{N}\times\mathrm{m}^2}{\mathrm{kg}^2}$.

Ερώτηση 4.2: Ποια είναι η δύναμη της παγκόσμιας έλξης μεταξύ δύο ανθρώπων;

Ερώτηση 4.3: Ποια είναι η δύναμη της παγκόσμιας έλξης μεταξύ ενός ανθρώπου και της Γης;

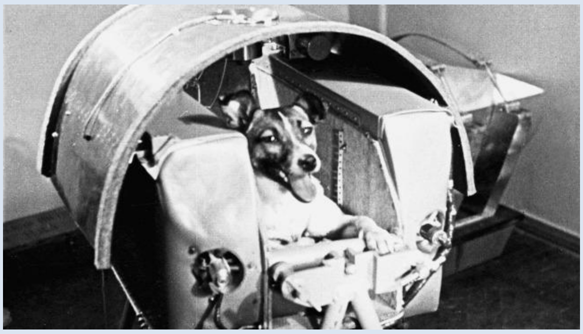
Ερώτηση 4.4: Πώς θα μεταβληθεί το μέτρο της δύναμης αν, διπλασιαστεί η μάζα του ανθρώπου ή μάζα του ουράνιου σώματος;

4.4. Ταξίδια στο διάστημα

Με το τέλος του 2ου Παγκοσμίου πολέμου, οι δύο υπερδυνάμεις, Σοβιετική Ένωση και Η.Π.Α έστρεψαν την προσοχή τους σε ένα άτυπο αγώνα δρόμου για την κατάκτηση του διαστήματος. Χρησιμοποιώντας την τεχνογνωσία που ανέπτυξαν οι Γερμανοί στην κατασκευή βαλλιστικών πυραύλων κατά τη διάρκεια του πολέμου, ανέπτυξαν πυραύλους εκτόξευσης με σκοπό να μεταφέρουν τα διαστημόπλοια στο διάστημα. Ο Γερμανός φυσικός Βέρνερ φον Μπράουν (Wernher von Braun 1912 - 1977) που σχεδίαζε πυραύλους για τη ναζιστική Γερμανία, μετά τον πόλεμο δούλεψε στη NASA με σημαντική συνεισφορά στην ανάπτυξη της τεχνολογίας των πυραύλων διαστημικής εκτόξευσης.

Ο πρώτος άνθρωπος στο διάστημα.

Πρώτοι οι Σοβιετικοί, το 1957, κατάφεραν να θέσουν σε τροχιά γύρω από τη Γη τον δορυφόρο Sputnik 1, και λίγους μήνες μετά τον Sputnik 2 που μεταφέρει στο διάστημα την Λάικα, μια σκυλίτσα. Στις 12 Απριλίου το 1961, ο αστροναύτης Γιούρι Καγκάριν (Yuri Gagarin 1934 - 1968) γίνεται ο πρώτος άνθρωπος που ταξιδεύει στο διάστημα με το διαστημόπλοιο Vostok 1. Για περισσότερες πληροφορίες μπορείτε να δείτε την ιστοσελίδα wikipedia.



Εικόνα 5. (αριστερά) Η σκυλίτσα Λάικα, ο πρώτος ταξιδιώτης στο διάστημα, **(δεξιά)** ο πρώτος άνθρωπος που είδε τη Γη από το διάστημα Γιούρι Καγκάριν.

Το διαστημόπλοιο που μετέφερε τον Γιούρι Καγκάριν εκταίλεσε μια περιφορά γύρω από την Γη. Στο απόγειο της ελλειπτικής τροχιάς η απόσταση του διαστημόπλοιου από την επιφάνεια της Γης ήταν 315 km και στο περίγειο 169 km.

Άσκηση: Να συγκρίνετε το μέτρο της δύναμης Παγκόσμιας Έλξης μεταξύ της Γης και του διαστημόπλοιου στο απόγειο και το περίγειο.

Περπατώντας στο φεγγάρι.

Ο αμερικανός αστροναύτης Νιλ Άρμστρονγκ (1930 - 2012) ήταν ο πρώτος άνθρωπος που πάτησε στην Σελήνη, στις 21 Ιουλίου του 1969 με την αποστολή της NASA, Apollo 11. Μαζί με τους Μπάζ Όλντριν και Μάικλ Κόλινς, εκτοξεύθηκαν στις 16 Ιουλίου του 1969 με ένα πύραυλο τύπου Saturn, που σχεδιάστηκε υπό την εποπτεία του Βέρνερ φον Μπράουν.

(https://www.nasa.gov/mission_pages/apollo/apollo11.html)

Για να υπολογίσουμε το βάρος του στη Σελήνη, δηλαδή τη δύναμη με την οποία η Σελήνη έλκει τον αστροναύτη, χρησιμοποιούμε τον ΝΠΕ.

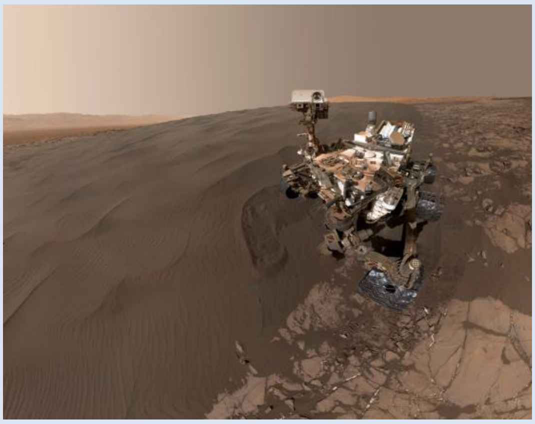
Η μέση ακτίνα της Σελήνης είναι 1738 km, και η μάζα της $7{,}34x10^{22}$ kg. Αν ο αστροναύτης ζυγίζει 80 kg τότε η βαρυτική έλξη της Σελήνη σ' αυτόν όταν βρίσκεται στην επιφάνεια της είναι

$$|\vec{B}| = |\vec{F}_{\Sigma\to A}| = G\frac{m_\Sigma m_A}{R_\Sigma^2} = \left[6{,}67x10^{-11}\frac{Nm^2}{kg^2}\right]\left[\frac{7{,}34x10^{22}\,kg \times 80{,}0\,kg}{(1{,}738x10^6\,m)^2}\right] = 129{,}7\,N$$

Άσκηση: Να συγκρίνεται το βάρος του αστροναύτη στη Γη με το βάρος του στη Σελήνη.

Προορισμός Άρης. Η εξερεύνηση του πλανήτη Άρη, άρχισε από το 1976 όταν προσγειώθηκε εκεί το διαστημόπλοιο Viking 1 της NASA. Η προσπάθεια να εξερευνηθεί ο Άρης συνεχίζεται μέχρι σήμερα με σκοπό να σταλεί στο μέλλον μια επανδρωμένη αποστολή. Το 2003 στάλθηκαν στον πλανήτη δύο ρομπότ, το Spirit και το Opportunity για να εξερευνήσουν το έδαφος και το υπέδαφος του πλανήτη. Το Opportunity βρίσκεται ακόμα σε λειτουργία και από το 2012 βρίσκεται μαζί του ένα ακόμα μεγαλύτερο ρομπότ το Curiosity. Μπορείτε να δείτε εικόνες από τον Άρη στις ιστοσελίδες της NASA, καθώς και προσομοιώσεις της προσγείωσής τους, και της εκτόξευσης του Curiosity.

1) https://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/viking.html
2) https://www.nasa.gov/mission_pages/msl/index.html
3) https://www.youtube.com/watch?v=KyktvC7w7Js
4) https://www.youtube.com/watch?v=gwinFP8_qIM
5) https://www.youtube.com/watch?v=QyODWNmRJNA



Εικόνα 6. Τα ρομπότ Opportunity (αριστερά) και Curiosity (δεξιά).

Άσκηση: Το ρομπότ Opportunity ζυγίζει 185 kg ενώ το Curiosity 899 kg. Ποια από τις ακόλουθες δυνάμεις παγκόσμιας έλξης έχει το μεγαλύτερο μέτρο: μεταξύ (α) Opportunity – Άρης (β) Curiosity – Άρης ή (γ) Opportunity – Curiosity.

Φτάνοντας στο διαστρικό διάστημα.

Το διαστημόπλοιο Voyager 1 εκτοξεύθηκε στις 5 Σεπτεμβρίου 1977, με στόχο να εξερευνήσει τον Δία και τον Κρόνο, και τελικά να εξέλθει στον διαστρικό χώρο.

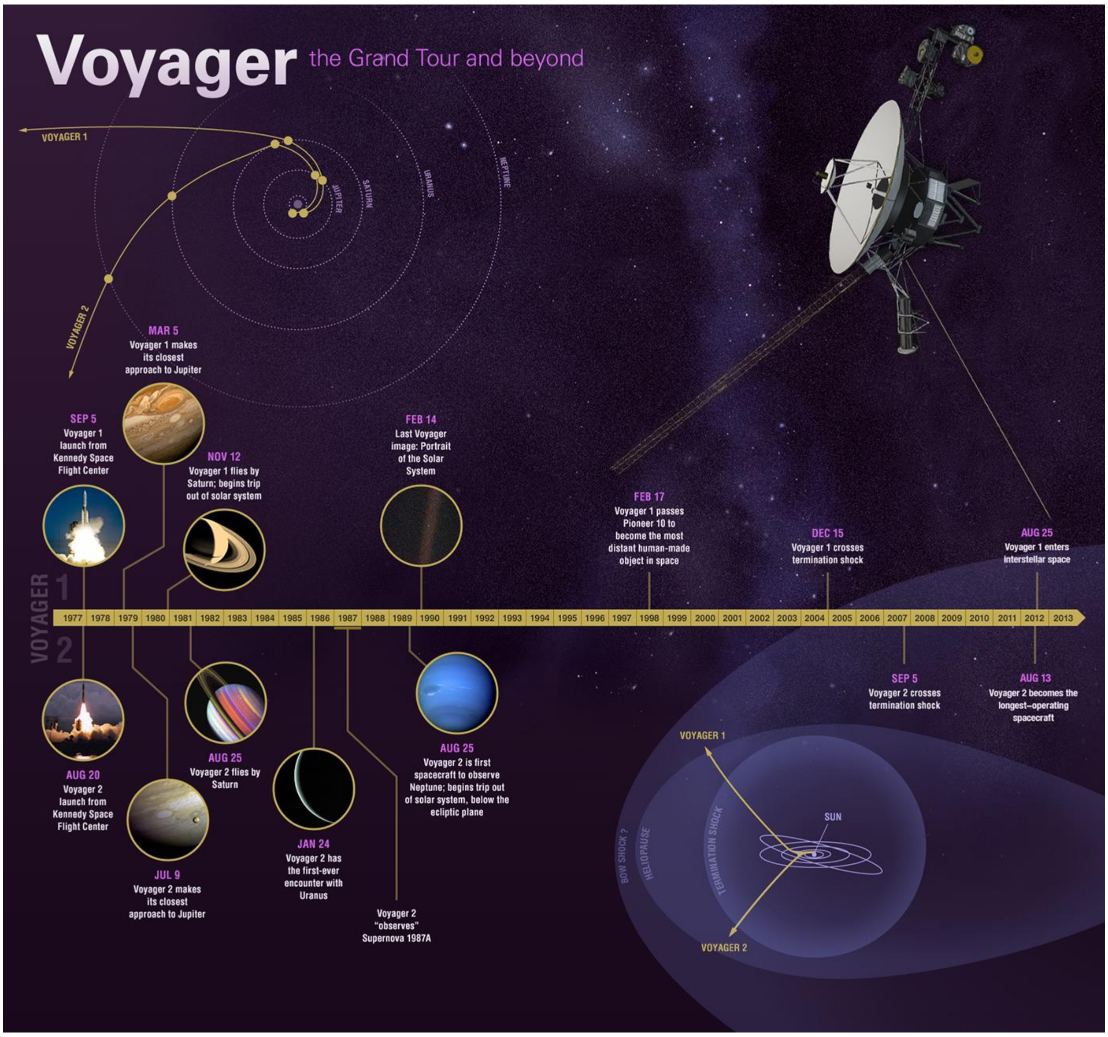
Αυτή τη στιγμή έχει περάσει τα όρια του Ηλιακού Συστήματος, βρίσκεται σε απόσταση 20,4 δισεκατομμύρια χιλιόμετρα (137 AU) από τον Ήλιο, και απομακρύνεται με ταχύτητα 17 km/s. Το Voyager 1 μεταφέρει οπτικοακουστικό υλικό από τη Γη, με την ελπίδα ότι κάποτε θα έρθει σε επαφή με κάποιον εξωγήινο πολιτισμό.

Το Voyager 1 έχει μάζα 720 kg. Η βαρυτική έλξη που δρά αυτή τη στιγμή από τον Ήλιο στο Voyager 1 έχει μέτρο:

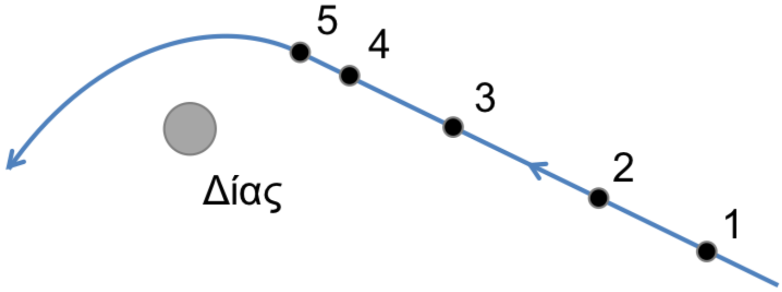
$$\left|\vec{F}_{H\to\Delta}\right| = G\frac{m_H m_\Delta}{r_{H\Delta}^2} = \left[6{,}67x10^{-11}\frac{Nm^2}{kg^2}\right]\left[\frac{2{,}0x10^{30}kg \times 720kg}{(20{,}6x10^{12}\,m)^2}\right] = 2{,}3 \times 10^{-4}\,N$$

Η δύναμη αυτή είναι παρόμοια με το βάρος μίας μύγας στην επιφάνεια της Γης. Να **παρατηρήσετε** ότι, παρά την τεράστια απόσταση που χωρίζει το Voyager 1 από τον Ήλιο, η δύναμη παγκόσμιας έλξης μεταξύ τους **δεν** είναι μηδαμινή.

Για περισσότερες πληροφορίες σχετικά με την αποστολή Voyager. Μπορείτε να περιηγηθείτε στην ιστοσελίδα της NASA όπου καταγράφεται συνεχώς η απόσταση του Voyager 1 από τον Ήλιο και τη Γη (https://voyager.jpl.nasa.gov).



Στις 30 Ιανουαρίου 1979 το Voyager 1 βρισκόταν 35,1 εκατομμύρια χιλιόμετρα μακριά από το Δια με πορεία προς τον πλανήτη, τον οποίο κατάφερε να πλησιάσει στις αρχές Μαρτίου, συνεχίζοντας το ταξίδι του για τον Κρόνο.



Τα αστρονομικά δεδομένα για την απόσταση του Voyager από το κέντρο του Δία λήφθηκαν από τις 13 Φεβρουαρίου μέχρι τις 3 Μαρτίου. Το Voyager 1 καθώς πλησιάζει τον πλανήτη Δία και κατευθύνεται προς τον Κρόνο, περνά διαδοχικά από τις θέσεις 1 – 5.

Πίνακας 2

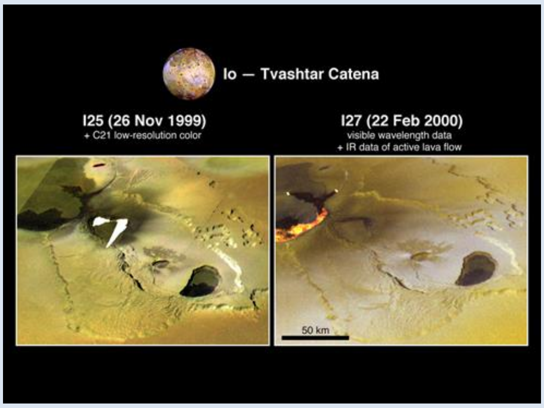
	1	2	3	4	5
r (10^8 m)	210,6	140,4	70,2	35,1	28,1
υ (km/s)	11,135	11,402	12,165	13,564	14,212
$\left\|\vec{F}\right\|$ **(N)**					

Άσκηση: Να υπολογίσετε τις αντίστοιχες τιμές του μέτρου της βαρυτικής έλξης που ασκεί ο Δίας στο Voyager 1 και να φτιάξετε την γραφική παράσταση της δύναμης συναρτήσει της απόστασης. ($Gm_{Δία} = 1{,}28 \times 10^{17} Nm^2/kg$)

Από τις 6 Ιανουαρίου μέχρι τις 3 Φεβρουαρίου 1979, το Voyager 1 φωτογράφιζε τον Δία μια φορά κάθε 10 ώρες, όσες και η περίοδος περιστροφής του πλανήτη (τόσο διαρκεί μια μέρα στον πλανήτη Δία) φτιάχνοντας την ταινία "Blue Movie" .

Ο Γαλιλαίος επισκέπτεται τον Δία και τα φεγγάρια του.

Όπως έχουμε δει και στο πρώτο κεφάλαιο το διαστημόπλοιο Juno (Ήρα) που εκτοξεύθηκε από την NASA το 2011, τέθηκε σε τροχιά γύρω από τον πλανήτη Δία το 2016. Πριν το Juno, ήταν το Galileo που εκτοξεύθηκε από τη Γη το 1989 και με τη βοήθεια της βαρυτικής έλξης από τη Γη και την Αφροδίτη, μπήκε σε τροχιά γύρω από το Δία το Δεκέμβριο του 1995, για να μελετήσει τον πλανήτη και τους φυσικούς του δορυφόρους. Ο πύραυλος που μετέφερε το Galileo στο διάστημα κατά την εκτόξευση, δεν κατάφερε να του προσδώσει αρκετή ταχύτητα για να κατευθυνθεί απευθείας στον Δία, γι' αυτό και οι επιστήμονες αναγκάστηκαν να κατευθύνουν το διαστημόπλοιο με «διαστημικές μανούβρες». Στις 9 Φεβρουαρίου 1990 το διαστημόπλοιο πλησίασε την Αφροδίτη, σε απόσταση 16000 km από την επιφάνεια της, και με τη δύναμη της Παγκόσμιας Έλξης κατάφερε να επιταχυνθεί αυξάνοντας την ταχύτητα του κατά 2,2 km/s. Ακολουθώντας μια καινούργια ελλειπτική τροχιά γύρω από τον Ήλιο, μετά από 10 μήνες, στις 8 Δεκεμβρίου του 1990 πλησίασε την Γη, σε απόσταση 301 km από την επιφάνεια της θάλασσας, όπου πήρε ακόμα ένα «σπρώξιμο» αυτή τη φορά από την βαρυτική έλξη της Γης. Κάτι, που επανέλαβε δύο χρόνια αργότερα στις 8 Δεκεμβρίου του 1992, όπου πλέον απόκτησε την απαιτούμενη ταχύτητα για να κατευθυνθεί προς τον Δία. Το ταξίδι του Γαλιλαίου αποδείχτηκε πολύ σημαντικό αφού κατέγραψε για πρώτη φορά τη σύγκρουση κομήτη – πλανήτη, αλλά και ένα αστεροειδές με το δικό του δορυφόρο. Για περισσότερες πληροφορίες και εικόνες μπορείτε να επισκεφτείτε την ιστοσελίδα (https://solarsystem.nasa.gov/missions/galileo/in-depth).

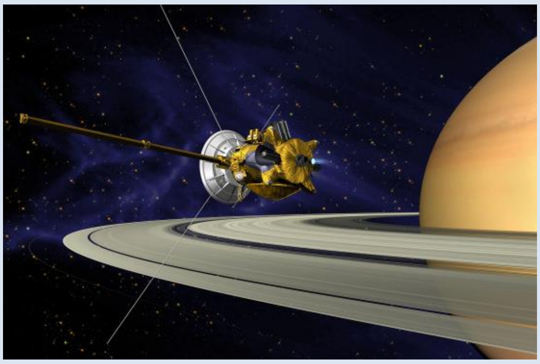


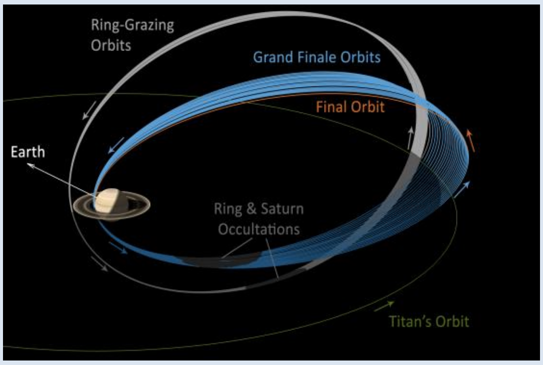
Εικόνα 7. (**αριστερά**) Το αστεροειδές Ida 243 και ο δορυφόρος του Dactyl. (**δεξιά**) Ηφαιστειογενής λάβα στην επιφάνεια της Ιούς (δορυφόρος του Δία).

Ασκηση: Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης της Παγκόσμιας Έλξης που άσκησε η Αφροδίτη και η Γη στο διαστημόπλοιο Galileo, στις 9 Φεβρουαρίου και 8 Δεκεμβρίου του 1990, αντίστοιχα. Η μάζα του διαστημόπλοιου είναι 2223 kg, η μάζα της Γης $5{,}972 \times 10^{24}$ kg, η ακτίνα της 6370 km, η μάζα της Αφροδίτης $4{,}867 \times 10^{24}$ kg και η ακτίνα της 6016 km.

Κρόνος, ένας μικρός Τιτάνας.

Το Cassini – Huygens είναι το πρώτο διαστημόπλοιο που τίθεται σε τροχιά γύρω από τον πλανήτη Κρόνο. Εκτοξεύθηκε από τη Γη τον Οκτώβριο του 1997 και έφτασε στον προορισμό του τον Ιούλιο του 2004. Αποτελείται από δύο σκάφη, στα οποία δόθηκε το όνομα δύο αστρονόμων, του Ιταλού Giovanni Domenico Cassini (1625 - 1712) και του Ολλανδού Christiaan Huygens (1629 - 1695). Τον Δεκέμβριο του 2014 το Huygens αποκολλήθηκε από το Cassini και προσγειώθηκε με επιτυχία στον Τιτάνα, τον μεγαλύτερο από τους 62 δορυφόρους του Κρόνου. Η αποστολή του διαστημόπλοιου ολοκληρώθηκε στις 15 Σεπτεμβρίου 2017. 20 χρόνια μετά την εκτόξευση του, τα καύσιμα των προωθητικών πυραύλων του τελειώνουν, και σε αυτή την περίπτωση το σκάφος θα μείνει ακυβέρνητο, θα εισέλθει στην ατμόσφαιρα του πλανήτη και πιθανόν να συγκρουστεί με κάποιον από τους φυσικούς δορυφόρους του. Από πληροφορίες που σύλλεξε το διαστημόπλοιο τα περασμένα χρόνια, δύο από του δορυφόρους του Κρόνου, ο Εγκέλαδος και ο Τιτάνας, εμφανίζουν πιθανότητα πλανητικής κατοικησιμότητας. Για να αποφευχθεί μια σύγκρουση του διαστημοπλοίου με τους δύο αυτούς δορυφόρους, που θα μολύνει το περιβάλλον τους με γήινα μικρόβια, αποφασίστηκε η ελεγχόμενη καταστροφή του διαστημοπλοίου. Το Cassini θα εισέλθει στην ατμόσφαιρα του Κρόνου περνώντας μέσα από τους δακτυλίους σκόνης και πάγου, και καθώς πλησιάζει τον πλανήτη θα καεί σαν μετεωρίτης. Παρόλα αυτά θα καταστραφεί δίνοντας μας πολύτιμες πληροφορίες για την ατμόσφαιρα του Κρόνου, αφού θα πλησιάσει τον πλανήτη όσο ποτέ άλλοτε. Για περισσότερες πληροφορίες της αποστολής στον Κρόνο επισκεφθείτε την ιστοσελίδα της NASA, https://saturn.jpl.nasa.gov.

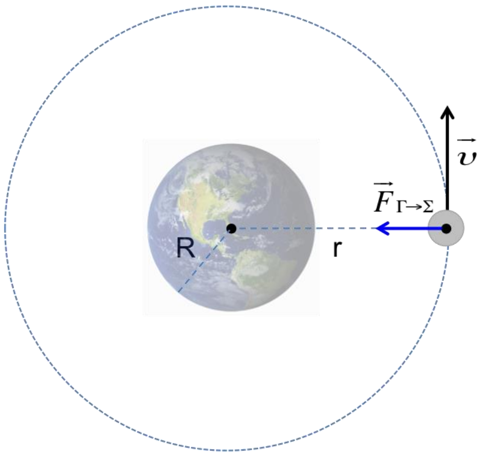




Εικόνα 8. (**αριστερά**) Καλλιτεχνική απεικόνιση του πλανήτη Κρόνου, με τους δακτυλίους που αποτελούνται από σωματίδια σκόνης και πάγου, και το διαστημόπλοιο Cassini. (**δεξιά**) Γραφική απεικόνιση των ελλειπτικών τροχιών που ακολούθησε πριν την προγραμματισμένη καταστροφή του, από τις 30 Νοεμβρίου 2016 μέχρι τις 15 Σεπτεμβρίου 2017.

4.5. Δορυφόροι σε κυκλικές τροχιές

Η λέξη δορυφόρος (δόρυ + φέρω) δηλαδή αυτός που κρατά δόρυ, έχει τις ρίζες της στην αρχαιότητα, όπου οι προσωπικοί φρουροί των βασιλιάδων κρατούσαν δόρατα και τους ακολουθούσαν παντού για να τους προστατεύουν από πιθανές επιθέσεις. Από αυτό πήραν την ονομασία τους τα ουράνια σώματα που περιφέρονται γύρω από ένα πλανήτη. Οι δορυφόροι μπορεί να είναι ή φυσικοί, όταν πρόκειται για ένα φυσικό ουράνιο σώμα είτε τεχνητοί όταν πρόκειται για σώμα που κατασκευάστηκε από τον άνθρωπο και τέθηκε σε τροχιά γύρω από κάποιο ουράνιο σώμα. Οι πλανήτες του Ηλιακού μας συστήματος είναι φυσικοί δορυφόροι του Ήλιου. Η Σελήνη είναι φυσικός δορυφόρος της Γης. Ο ελληνο-κυπριακής ιδιοκτησίας "Ελλάς" (Hellas-Sat) είναι τεχνητός δορυφόρος τηλεπικοινωνιών που βρίσκεται σε τροχιά γύρω από τη Γη από το 2003. Ο διεθνής διαστημικός σταθμός (International Space Station) που περιφέρεται γύρω από τη Γη σε υψόμετρο περίπου 400 km από την επιφάνεια της Γης, είναι τεχνητός δορυφόρος έρευνας, που τέθηκε σε τροχιά το 1998 και είναι ορατός από τη Γη σαν μια φωτεινή κινούμενη κουκκίδα.



Η Σελήνη, ο φυσικός δορυφόρος της Γης, περιστρέφεται με ταχύτητα σταθερού μέτρου υ, σε σχεδόν κυκλική τροχιά γύρω από τη Γη, ακτίνας r, 384000 km, ίσης με την απόσταση μεταξύ των κέντρων της Γης και της Σελήνης. Η ακτίνα της Γης R είναι 6370 km.

Ξέρουμε ότι, όταν ένα σώμα κινείται σε κυκλική τροχιά, με σταθερό μέτρο ταχύτητας η κίνηση του σώματος ονομάζεται ομαλή κυκλική. Για να εκτελεί η Σελήνη ομαλή κυκλική κίνηση γύρω από τη Γη, πρέπει η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται σε αυτή να έχει διεύθυνση ακτινική με φορά προς το κέντρο της Γης. Η μόνη δύναμη που ασκείται στη Σελήνη, είναι η δύναμη με την οποία η Γη έλκει τη Σελήνη και έχει κατεύθυνση προς το κέντρο της Γης. **Επομένως, η δύναμη της Παγκόσμιας Έλξης που ασκεί η Γη στη Σελήνη, επιδρά ως κεντρομόλος δύναμη.**

$$\left|\vec{F}_K\right| = \left|\vec{F}_{Γ\to Σ}\right|$$

$$\frac{m_Σ \upsilon^2}{r_{ΓΣ}} = \frac{G m_Σ m_Γ}{r_{ΓΣ}^2} \Rightarrow \upsilon^2 = \frac{G m_Γ}{r_{ΓΣ}}$$

Σε χρόνο ίσο με μία περίοδο Τ η Σελήνη συμπληρώνει έναν πλήρη κύκλο, διανύοντας απόσταση ίση με τη περίμετρο της κυκλικής τροχιάς

$$\left(\frac{2\pi r_{\Gamma\Sigma}}{T}\right)^2 = \frac{Gm_\Gamma}{r_{\Gamma\Sigma}} \Longrightarrow \frac{T^2}{r_{\Gamma\Sigma}^3} = \frac{4\pi^2}{Gm_\Gamma}$$

Παρατηρείστε ότι με την πιο πάνω σχέση επαληθεύεται ο τρίτος νόμος του Κέπλερ από τον νόμο της Παγκόσμιας Έλξης του Νεύτωνα.

$$\frac{T^2}{r_{\Gamma\Sigma}^3} = \frac{4\pi^2}{Gm_\Gamma}$$

Από τον πιο πάνω λόγο μπορούμε να υπολογίσουμε τη μάζα της Γης. Η περίοδος περιστροφής της Σελήνης γύρω από τη Γη είναι 27,3 ημέρες, άρα

$$m_\Gamma = \frac{4\pi^2 r_{\Gamma\Sigma}^3}{GT^2} = \frac{4(3{,}14)^2(384\times10^6 m)^3}{\left[6{,}67x10^{-11}\frac{Nm^2}{kg^2}\right](27{,}3\times86400s)^2} = 6\times10^{24}kg$$

Ο λόγος $\frac{T^2}{r_{\Gamma\Sigma}^3}$ εξαρτάται από τη μάζα της Γης, επομένως είναι σταθερός για όλα τα σώματα (φυσικά ή τεχνητά) που περιφέρονται γύρω από τη Γη. Για τους 67 φυσικούς δορυφόρους του Δια και το διαστημόπλοιο Juno που μπήκε σε τροχιά γύρω από τον Δία στις 5 Ιουλίου 2016, αντιστοιχεί ένας άλλος λόγος που εξαρτάται από τη μάζα του Δία και είναι σταθερός για όλα τα σώματα που περιφέρονται γύρω από τον Δία. Το Juno καθώς προσέγγιζε τον πλανήτη τον Ιούνιο του 2016, κατέγραψε την κίνηση των τεσσάρων μεγαλύτερων δορυφόρων του πλανήτη, Ευρώπη, Ιω, Καλλιστώ και Γανυμήδης, σε τροχιά γύρω από αυτόν (https://www.youtube.com/watch?v=zqZEgoJasPQ).

Εικόνα 9. Ο Δίας και οι τέσσερις μεγαλύτεροι δορυφόροι του, Ευρώπη, Καλιστώ, Ιώ και Γανυμήδης, τους οποίους ανακάλυψε ο Γαλιλαίος το 1610, όπως φαίνονται στον φακό τηλεσκοπίου.

Η περίοδος περιστροφής ενός δορυφόρου γύρω από κάποιο πλανήτη δεν εξαρτάται από τη μάζα του δορυφόρου, επομένως όλοι οι δορυφόροι που βρίσκονται **στην ίδια τροχιά** γύρω από ένα πλανήτη θα έχουν **την ίδια περίοδο**.

Το τετράγωνο της περιόδου (T^2) περιφοράς ενός δορυφόρου γύρω από ένα πλανήτη είναι ανάλογο του κύβου της ακτίνας (r^3) της κυκλικής τροχιάς, άρα όσο ελαττώνεται η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς τόσο ελαττώνεται και η περίοδος περιφοράς του, δηλαδή χρειάζεται λιγότερο χρόνο για να κάνει μια πλήρη στροφή γύρω από τον πλανήτη, συνεπώς περιστρέφεται με μεγαλύτερη ταχύτητα. Ένα διαστημόπλοιο που πλησιάζει ένα πλανήτη περιστρέφεται με μεγαλύτερο μέτρο ταχύτητας. Παρατηρήστε, στον Πίνακα 2 το μέτρο της ταχύτητας του Voyager 1 καθώς προσεγγίζει τον πλανήτη Δία.

Άσκηση: Να υπολογίσετε τη μάζα του Ήλιου αν η μέση απόσταση μεταξύ των κέντρων του Ήλιου και της Γης είναι 1,5x10^{11} m.

4.6. Γεωστατικοί δορυφόροι

Ο ελληνο-κυπριακής ιδιοκτησίας "Ελλάς" (Hellas-Sat) είναι τεχνητός δορυφόρος τηλεπικοινωνιών που βρίσκεται σε τροχιά γύρω από τη Γη από το 2003. Ο δορυφόρος βρίσκεται συνεχώς πάνω από την πρωτεύουσα της Κένυα, Ναϊρόμπι (γεωγραφικό πλάτος 0^o, γεωγραφικό μήκος 39^o). Οι δορυφόροι που βρίσκονται πάνω από το ίδιο σημείο της επιφάνειας της Γης, ονομάζονται γεωστατικοί, δηλαδή ακίνητοι (στατικοί) ως προς τη Γη. Μπορείτε να δείτε περισσότερα για τη λειτουργία των δορυφόρων σε μια σύντομη ταινία (https://www.youtube.com/watch?v=J4gGalZV8TM).

Ερώτηση 4.5: Γιατί το γεωγραφικό πλάτος όλων των γεωστατικών δορυφόρων είναι αναγκαστικά 0^o (Ισημερινός);

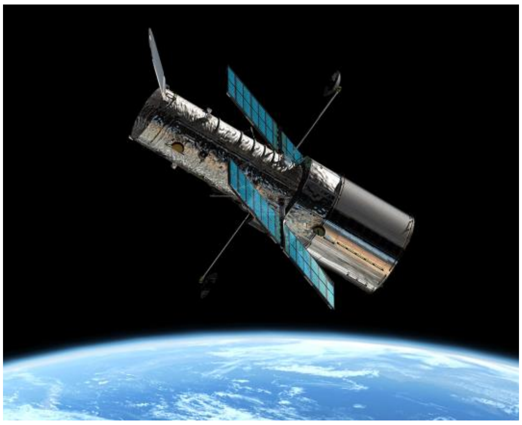
Ερώτηση 4.6: Σε ποιο ύψος πρέπει να βρίσκεται ένας γεωστατικός δορυφόρος;

Οι γεωστατικοί δορυφόροι χρησιμοποιούνται κυρίως στις τηλεπικοινωνίες (Astra, Hotbird, Intelsat) και την μετεωρολογία (GOES, Meteosat, Himawari) έτσι ώστε οι δορυφορικές κεραίες στα σπίτια μας να είναι μόνιμα προσανατολισμένες σε ένα σημείο πάνω στον ουρανό, ανάλογα με τον δορυφόρο που χρησιμοποιούν. Από το 1957 που εκτοξεύτηκε ο πρώτος δορυφόρος στο διάστημα (ο Sputnik-1 από τη

Σοβιετική Ένωση) μέχρι σήμερα εκτοξεύτηκαν μερικές χιλιάδες δορυφόροι, από τους οποίους μόνο οι 1000 περίπου είναι ενεργοί αυτή τη στιγμή. Από αυτούς οι μισοί είναι γεωστατικοί και οι υπόλοιποι βρίσκονται σε τροχιές μικρότερης ακτίνας. Από 25000 km μέχρι 30000 km συναντούμε τους δορυφόρους πλοήγησης (GPS, Galileo Glonass, Compass) οι οποίοι εντοπίζουν την γεωγραφική μας θέση από το σήμα του κινητού μας τηλεφώνου ή κάποιας αντίστοιχης συσκευής, και μπορούν να προσδιορίσουν την διανυσματική μας ταχύτητας (μέτρο, διεύθυνση, φορά) όταν κινούμαστε.

Άσκηση: Το σύστημα πλοήγησης Galileo αποτελείται από 18 δορυφόρους που τέθηκαν σε κυκλική γύρω από τη Γη το 2011, ακτίνας 23222 km. Η περίοδος περιφοράς των δορυφόρων είναι 14 ώρες. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας των δορυφόρων.

Πλησιάζοντας την Γη σε υψόμετρο 547 km από την επιφάνεια της θάλασσας, συναντούμε το διαστημικό τηλεσκόπιο Hubble, της NASA, που βρίσκεται σε τροχιά γύρω από τη Γη, από το 1990. Πήρε το όνομα του από τον Αμερικανό Edwin Hubble (1889 - 1953) ένα από τους σημαντικότερους αστρονόμους του περασμένου αιώνα, και βρίσκεται εκεί μαζί με μερικές δεκάδες άλλα διαστημικά τηλεσκόπια για να παρατηρούν πολύ μακρινούς πλανήτες και άλλα αστρονομικά φαινόμενα που δύσκολα γίνονται αντιληπτά από τηλεσκόπια πάνω στη Γη. Για περισσότερες πληροφορίες μπορείτε να δείτε την ταινία (https://www.youtube.com/watch?v=--X9zfgZtS0) και να περιηγηθείτε στην ιστοσελίδα http://hubblesite.org/the_telescope/.



Εικόνα 10. Το τηλεσκόπιο Hubble της NASA βρίσκεται σε τροχιά γύρω από τη Γη, από το 1990 σε υψόμετρο 547 km από την επιφάνεια της θάλασσας.

Άσκηση: Το διαστημικό τηλεσκόπιο Hubble κινείται σε κυκλική τροχιά γύρω από τη Γη με μέτρο ταχύτητας 7,6 km/s. Να υπολογίσετε την περίοδο περιφοράς του. Η ακτίνα της Γης είναι 6400 km.

4.7. Ο Διεθνής Διαστημικός Σταθμός (ΔΔΣ)

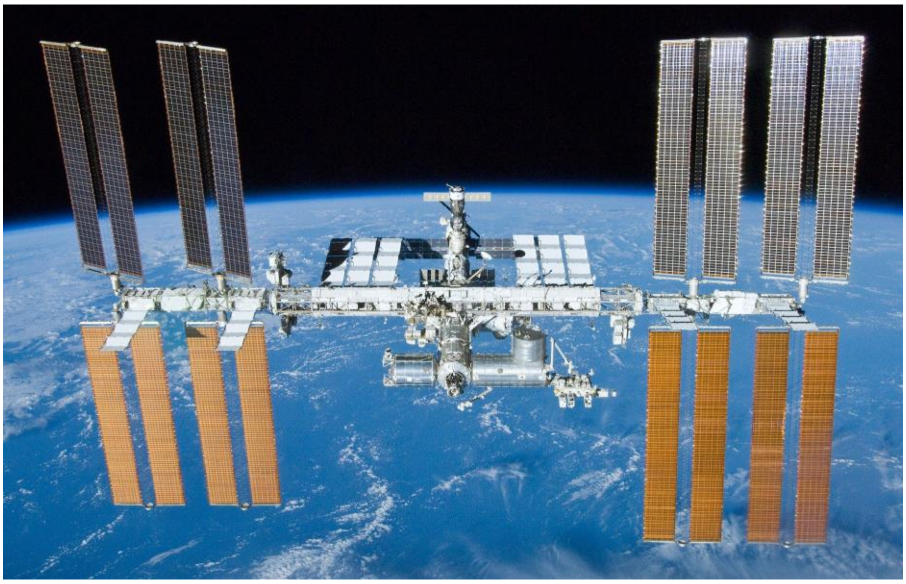
Ο διαστημικός σταθμός ανήκει στην κατηγορία των τεχνητών δορυφόρων οι οποίοι είναι κατασκευασμένοι έτσι ώστε να μεταφέρουν ανθρώπινο πλήρωμα, τους αστροναύτες. Ο Διεθνής Διαστημικός Σταθμός (ΔΔΣ) βρίσκεται σε τροχιά από το 1998, αλλά δεν είναι ο πρώτος, αφού διαστημικοί σταθμοί υπήρχαν από το 1971

(Salyut, Skylab, Mir) και από το 2011 υπάρχει και ο κινέζικος Tiangong. Ο ΔΔΣ είναι ένα ερευνητικό εργαστήριο στο διάστημα, όπου οι αστροναύτες που διαμένουν εκεί διεξάγουν πειράματα σε διάφορα πεδία της επιστήμης, όπως η φυσική, η βιολογία, η μετεωρολογία, η ιατρική κλπ. Για περισσότερες πληροφορίες μπορείτε να δείτε τις ταινίες σχετικά με το διαστημικό σταθμό και τη ζωή εκεί:

1) https://www.youtube.com/watch?v=SGP6Y0Pnhe4

2) https://www.youtube.com/watch?v=kOIj7AgonHM

Στη ιστοσελίδα http://www.n2yo.com/space-station/ μπορείτε να δείτε σε πραγματικό χρόνο την τροχιά του ΔΔΣ και να δείτε σε ζωντανή μετάδοση πειράματα που διεξάγονται στον σταθμό.



Εικόνα 11. Φωτογραφία του Διεθνή Διαστημικού Σταθμού πάνω από τη Γη.

Ο ΔΔΣ περιφέρεται γύρω από τη Γη σε υψόμετρο περίπου 400 km από την επιφάνεια, με ταχύτητα 7,7 km/s.

Άσκηση: Πόσες περιστροφές γύρω από τη Γη εκτελεί σε μια ημέρα;

Στις 19 Νοεμβρίου 2016, τρεις νέοι αστροναύτες από την Αμερική, Ρωσία και Γαλλία, έφτασαν στον ΔΔΣ, δύο μέρες μετά την εκτόξευση τους από το Ρωσικό διαστημοδρόμιο (Baikonur Cosmodrome) στο Καζακστάν.

Ερώτηση 4.7: Ποιο είναι το βάρος ενός αστροναύτη μάζας 100,0 kg που βρίσκεται στον ΔΔΣ;

Ερώτηση 4.8: Γιατί στη πιο κάτω εικόνα ο αστροναύτης που αιωρείται φαίνεται να μην έχει βάρος;

Άσκηση: Να υπολογίσετε το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης και της κεντρομόλου δύναμης του ΔΔΣ και του αστροναύτη. Ο ΔΔΣ ζυγίζει 419,5 kg.

Απαντήσεις Ερωτήσεων

Ερώτηση 4.1: Όπως γνωρίζουμε, η Γη εκτός από την περιφορά της γύρω από τον Ήλιο, περιστρέφεται και γύρω από τον εαυτό της, δηλαδή γύρω από ένα νοητό άξονα που διέρχεται από τον βόρειο και νότιο πόλο. Κατά την περιφορά της Γης γύρω από τον Ήλιο, η κλίση αυτού του άξονα ως προς το επίπεδο της ελλειπτικής τροχιάς που ακολουθεί η Γη γύρω από τον Ήλιο, αλλάζει με αποτέλεσμα να αλλάζει η κατεύθυνση με την οποία χτυπούν οι ακτίνες του Ήλιου τη Γη. Όταν ο βόρειος πόλος έχει κλίση προς τον ήλιο το βόρειο ημισφαίριο έχει καλοκαίρι ενώ το νότιο ημισφαίριο χειμώνα, και όταν ο άξονας έχει κλίση μακριά από τον ήλιο το αντίθετο. Όταν ο άξονας είναι κάθετος έχουμε άνοιξη και φθινόπωρο. Επομένως, οι τέσσερις εποχές δεν οφείλονται στην απόσταση της Γης από τον ήλιο, αλλά από την κλίση του άξονα περιστροφής της Γης γύρω από τον εαυτό της.

Ερώτηση 4.2: Για δύο ανθρώπους μάζας 80 kg, ο καθένας, που βρίσκονται σε απόσταση 1 m, η δύναμη της παγκόσμιας έλξης που ασκεί ο ένας στον άλλο, έχει μέτρο

$$\left|\vec{F}_{A\to B}\right| = \left[6{,}67\times10^{-11}\frac{Nm^2}{kg^2}\right]\left[\frac{(80kg)(80kg)}{(1m)^2}\right] = 4{,}3\times10^{-7}N$$

δηλαδή, περίπου το βάρος μιας ανθρώπινης βλεφαρίδας. Αυτή, η δύναμη είναι πάρα πολύ μικρή σε σχέση με τις άλλες δυνάμεις που ασκούνται στους δύο ανθρώπους, όπως το βάρος τους, η τριβή κλπ.

Για να γίνει «σημαντική» η δύναμη αυτή, πρέπει το ένα από τα δύο σώματα να έχει τεράστια μάζα, σαν αυτή ενός ουράνιου σώματος.

Ερώτηση 4.3: Για ένα άνθρωπο μάζας 80 kg, που στέκεται στην επιφάνεια της Γης, η δύναμη της παγκόσμιας έλξης που ασκεί ο άνθρωπος στη Γη (δράση), ή η Γη ασκεί στον άνθρωπο (αντίδραση), δηλαδή η δύναμη του βάρους του ανθρώπου, έχουν ίσο μέτρο

$$\left|\vec{F}_{\Gamma\eta\to A}\right| = \left[6{,}67\times10^{-11}\frac{Nm^2}{kg^2}\right]\left[\frac{(5{,}97\times10^{24}kg)(80kg)}{(6370000\ m)^2}\right] = 785\ N$$

Στον υπολογισμό αυτό, θεωρήσαμε τη Γη σαν υλικό σημείο στο κέντρο της (σφαίρα), όπου όλη η μάζα της είναι συγκεντρωμένη εκεί. Η ακτίνα της Γης είναι περίπου 6370 km.

Παρατηρείστε ότι, παρόλο που η απόσταση μεταξύ των δύο σωμάτων είναι πολύ μεγάλη (περίπου ίση με την απόσταση Λευκωσίας - Πεκίνου) η δύναμη είναι σημαντική, γιατί η μάζα της Γης είναι τεράστια.

Ερώτηση 4.4: Επειδή το μέτρο των δυνάμεων παγκόσμιας έλξης μεταξύ των δύο σωμάτων είναι ανάλογο με το γινόμενο των μαζών τους, ένας άνθρωπος μάζας 160 kg θα έλκεται από τη Γη με δύναμη μέτρου 1570 N, το ίδιο και ένας άνθρωπος 80 kg που στέκεται στην επιφάνεια ενός πλανήτη με διπλάσια μάζα από τη Γη αλλά την ίδια ακτίνα.

Ερώτηση 4.5: Από την διεύθυνση της βαρυτικής έλξης της Γης στο δορυφόρο, η οποία επιδρά ως κεντρομόλος δύναμη, ξέρουμε ότι το κέντρο της κυκλικής τροχιάς οποιουδήποτε δορυφόρου περιφέρεται γύρω από τη Γη, συμπίπτει με το κέντρο της Γης. Επειδή η Γη περιστρέφεται γύρω από τον εαυτό της ως προς άξονα που ενώνει τον Βόριο και Νότιο πόλο, για να είναι ο δορυφόρος γεωστατικός πρέπει να βρίσκεται πάνω από οποιοδήποτε σημείο του Ισημερινού.

Ερώτηση 4.6: Όπως έχουμε δει προηγουμένως, η περίοδος περιφοράς ενός δορυφόρου εξαρτάται από την ακτίνα της κυκλικής τροχιάς. Όσο πιο μεγάλη είναι η ακτίνα τόσο πιο μεγάλη είναι και η περίοδος. Ένας γεωστατικός δορυφόρος για να βρίσκεται πάνω από το ίδιο σημείο της επιφάνειας της Γης, πρέπει να έχει την ίδια περίοδο περιφοράς με την περίοδο περιστροφής της Γης γύρω από τον εαυτό της, δηλαδή T = 24 h = 86400 s.

$$r_{\Delta}^3 = \frac{Gm_{\Gamma}}{4\pi^2} T_{\Delta}^2 = \frac{\left[6{,}67x10^{-11}\frac{Nm^2}{kg^2}\right] \times 6 \times 10^{24} kg}{4(3{,}14)^2} (86400 s)^2 = 42200\, km$$

Συμπεραίνουμε ότι ένας γεωστατικός δορυφόρος πρέπει να βρίσκεται σε ύψος

$$h = 42200 \text{ km} - 6370 \text{ km} = 35830 \text{ km} \cong 36000 \text{ km}$$

πάνω από την επιφάνεια της θάλασσας (περίπου ίσο με 6 φορές την ακτίνα της Γης).

Ερώτηση 4.7: Το βάρος του αστροναύτη είναι η δύναμη με την οποία η Γη έλκει τον αστροναύτη και υπολογίζεται από τον ΝΠΕ για τα σώματα αστροναύτης (Α) – Γη (Γ).

$$\left|\vec{F}_{\Gamma\to A}\right| = G\frac{m_{\Gamma} m_A}{r_{A\Gamma}^2} = \left[6{,}67x10^{-11}\frac{Nm^2}{kg^2}\right] \frac{5{,}97x10^{24} kg \times 100{,}0 kg}{(6{,}37x10^6\, m + 0{,}40x10^6\, m)^2} = 869\, N$$

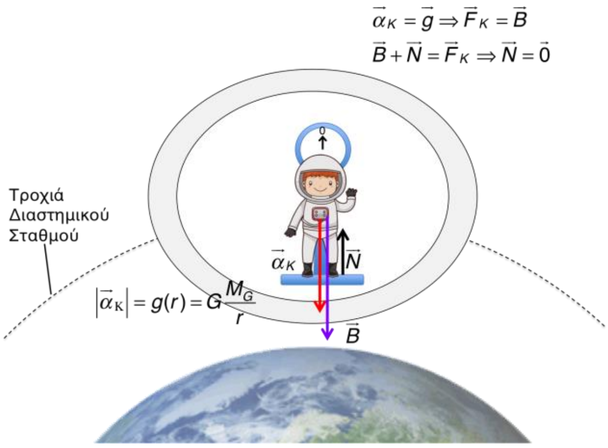
Με τον ίδιο τρόπο μπορούμε να υπολογίσουμε το βάρος του αστροναύτη όταν βρίσκεται στη επιφάνεια της Γης, που είναι *981 N*. Επομένως, το βάρος του αστροναύτη στον ΔΔΣ είναι λίγο μικρότερο από το βάρος που έχει στη Γη, **αλλά σίγουρα δεν είναι μηδέν**.

Ερώτηση 4.8: Ο ΔΔΣ και ο αστροναύτης στο εσωτερικό του εκτελούν ομαλή κυκλική κίνηση, στην ίδια τροχιά γύρω από τη Γη, με την ίδια περίοδο. Επομένως, περιστρέφονται με το ίδιο σταθερό μέτρο ταχύτητας και γι' αυτό έχουν την ίδια κεντρομόλο επιτάχυνση ($|\vec{\alpha}_{\kappa}| = {}^{\upsilon^2}/_{r}$).

Η βαρυτική έλξη της Γης στο ΔΔΣ ($\vec{F}_{\Gamma\to\Delta} = \vec{B}_{\Delta}$) επιδρά ως κεντρομόλος, άρα μπορούμε να γράψουμε ότι

$$\vec{F}_{\Gamma\to\Sigma} = m_\Sigma \vec{\alpha}_\kappa \Longrightarrow \vec{B}_\Delta = m_\Sigma \vec{\alpha}_\kappa \Longrightarrow m_\Sigma \vec{g} = m_\Sigma \vec{\alpha}_\kappa \Longrightarrow \vec{g} = \vec{\alpha}_\kappa$$

Όταν ο αστροναύτης πατά στο πάτωμα του ΔΔΣ τότε ασκούνται πάνω του η κάθετη δύναμη από το πάτωμα ($\vec{N}$) και το βάρος του ($\vec{B}$), δηλαδή η έλξη από τη Γη ($\vec{F}_{\Gamma\to A} = \vec{B}_A$).



Εφαρμόζοντας τον 2ο Νόμο του Νεύτωνα για τον αστροναύτη

$$\vec{B}_A + \vec{N} = m_A \vec{\alpha}_\kappa = m_A \vec{g} \Longrightarrow \vec{B}_A + \vec{N} = \vec{B}_A \Longrightarrow \vec{N} = \vec{0}$$

Επομένως, η δύναμη που ασκεί το πάτωμα στον αστροναύτη είναι μηδέν, άρα ο αστροναύτης δεν ακουμπά στο πάτωμα και φαίνεται να αιωρείται. Συνεπώς, δεν είναι το βάρος του αστροναύτη μηδέν, αλλά η κάθετη δύναμη του επιπέδου.

Όπως έχουμε δει και στο προηγούμενο κεφάλαιο (κυκλική κίνηση) οι διαστημικές υπηρεσίες, όπως η NASA, χρησιμοποιούν περιστρεφόμενες πλατφόρμες, με τις οποίες δημιουργείται κεντρομόλος επιτάχυνση ίσου μέτρου με την επιτάχυνση της βαρύτητας (και περισσότερο) με σκοπό να εξοικειωθούν οι αστροναύτες σε παρόμοιες συνθήκες έλλειψης βαρύτητας πριν μεταβούν στο διαστημικό σταθμό.

ΕΝΟΤΗΤΑ 5: Ορμή σώματος, Ώθηση Δύναμης και Εφαρμογές

5.1. Εισαγωγή

Στην καθημερινότητα μας παρατηρούμε σώματα να έρχονται σε επαφή και να αλληλεπιδρούν μεταξύ τους, ασκώντας δυνάμεις το ένα στο άλλο. Ένας ποδοσφαιριστής κλωτσά την μπάλα και ο τερματοφύλακας την αποκρούει, μια μπάλα που αναπηδά στο πάτωμα, η βροχή που πέφτει στον ανεμοθώρακα του αυτοκινήτου, τα συγκρουόμενα αυτοκινητάκια στα λούνα παρκ και πολλά άλλα. Σε όλες αυτές τις περιπτώσεις οι πληροφορίες που έχουμε για τις δυνάμεις που ασκούνται είναι περιορισμένες. Η επαφή των σωμάτων συνήθως διαρκεί πολύ λίγο και στο χρονικό διάστημα αυτό οι δυνάμεις που ασκούνται μεταβάλλονται. Όμως, γνωρίζουμε αρκετά για τα χαρακτηριστικά της κίνησης των σωμάτων, όπως η θέση, η μετατόπιση, η ταχύτητα και η επιτάχυνση τους.

Το «ταχύτερο σερβίς» σε αγώνα αντισφαίρισης.

Το ταχύτερο σερβίς σε αγώνα αντισφαίρισης καταγράφηκε το 2012 από τον Αυστραλό Sam Groth, με την μπάλα να αποκτά ταχύτητα μέτρου 263,4 km/h (73 m/s). Η απόσταση από την μια βασική γραμμή σερβίς στην άλλη είναι περίπου 24 m, επομένως ο αθλητής που υποδέχεται μια τέτοια μπάλα έχει στη διάθεση του για να αντιδράσει ένα χρονικό διάστημα μικρότερο του ενός δευτερολέπτου. Η διάρκεια της κρούσης σε ένα επαγγελματικό σερβίς κατά την οποία η μπάλα είναι σε επαφή με τη ρακέτα είναι ακόμα πιο μικρή, της τάξεως του εκατοστού ή χιλιοστού του δευτερολέπτου (ms). Στην Εικόνα 1 φαίνονται συμπτυγμένα στιγμιότυπα της επαφής μιας μπάλας τένις με τη ρακέτα που καταγράφηκαν από φωτογραφική κάμερα υψηλής ταχύτητας λήψης 6000 καρέ ανά δευτερόλεπτο.

Η διάρκεια του χτυπήματος, δηλαδή το χρονικό διάστημα κατά το οποίο η μπάλα

Εικόνα 1. Οχτώ συμπτυγμένα στιγμιότυπα από ένα σερβίς τένις. Η μπάλα μετά το χτύπημα ταξιδεύει με μέση αριθμητική ταχύτητα 228 km/h.

βρίσκεται σε επαφή με την ρακέτα εξαρτάται από το πόσο τεντωμένες είναι χορδές της ρακέτας. Για ένα επαγγελματία αντισφαιριστή η τυπική διάρκεια της κρούσης είναι τάξη μεγέθους χιλιοστού του δευτερολέπτου.

Πάνω στη μπάλα ασκείται το βάρος της και η δύναμη από την ρακέτα, η οποία όμως δεν είναι σταθερή κατά τη διάρκεια της επαφής των δύο σωμάτων. Το μέτρο της αρχικά είναι μηδέν, όταν ακουμπά τη ρακέτα και αυξάνεται φτάνοντας μια μέγιστη τιμή. Μετά ελαττώνεται μέχρι τη στιγμή που φεύγει από την μπάλα, όπου γίνεται ξανά μηδέν. Μπορεί να μην γνωρίζουμε πολλά για τη συνισταμένη δύναμη που ασκείται στη μπάλα ($\Sigma\vec{F} = \vec{B} + \vec{F}$) αλλά ξέρουμε την ταχύτητα της μπάλας πριν την κρούση 0 m/s και μετά 63 m/s. Επομένως μπορούμε να υπολογίσουμε την μέση επιτάχυνση της μπάλας στο χρονικό διάστημα της κρούσης

$$\vec{\alpha} = \frac{\vec{\upsilon}_{\tau\varepsilon\lambda} - \vec{\upsilon}_{\alpha\rho\chi}}{\Delta t}$$

Από τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα, γνωρίζουμε ότι η επιτάχυνση που αποκτά ένα σώμα είναι ανάλογη της συνισταμένης δύναμης που του ασκείται και αντιστρόφως ανάλογη της μάζας του. Επομένως:

$$\Sigma\vec{F} = m\vec{\alpha} = \frac{m\vec{\upsilon}_{\tau\varepsilon\lambda} - m\vec{\upsilon}_{\alpha\rho\chi}}{\Delta t}$$

Επειδή η δύναμη της ρακέτας στη μπάλα είναι διαφορετική σε κάθε χρονική στιγμή, η συνισταμένη δύναμη στην πιο πάνω σχέση αντιστοιχεί σε μια μέση τιμή, η οποία παραμένει σταθερή στο χρονικό διάστημα Δt της κρούσης.

Αν το χτύπημα διαρκεί 4 ms, μπορούμε να υπολογίσουμε τη μέση συνισταμένη δύναμη που ασκείται στην μπάλα, αντικαθιστώντας στην πιο πάνω σχέση

$$(\Sigma F)_{\mu} = \frac{m\upsilon_{\tau\varepsilon\lambda} - m\upsilon_{\alpha\rho\chi}}{\Delta t} = \frac{(0{,}056\ kg) \times (63\ m/s)}{0{,}004\ s} = 880\ N$$

Η δύναμη είναι περίπου ίση με το βάρος ενός σώματος μάζας 88 kg.

Μπορείτε να δείτε το σερβίς σε αργή κίνηση στην ταινία https://www.youtube.com/watch?v=VHV1YbeznCo.

Σε ένα αντίστοιχο σερβίς σε αγώνα επιτραπέζιας αντισφαίρισης, η μπάλα του πινγκ – πονγκ αποκτά την ίδια ταχύτητα. Η μπάλα του πινγκ – πονγκ έχει μικρότερη μάζα (3 g) από την μπάλα του τένις. Αν η διάρκεια του χτυπήματος διαρκεί το ίδιο, τότε η μέση συνισταμένη δύναμη που ασκείται στη μπάλα και της προσδίδει την ίδια τελική ταχύτητα είναι:

$$(\Sigma F)_{\mu} = \frac{m\upsilon_{\tau\varepsilon\lambda} - m\upsilon_{\alpha\rho\chi}}{\Delta t} = \frac{(0{,}003\ kg) \times (63\ m/s)}{0{,}004\ s} = 47\ N$$

Επομένως, απαιτείται διαφορετική δύναμη, για να προσδώσει σε δύο σώματα, διαφορετικής μάζας, την ίδια ταχύτητα, στο ίδιο χρονικό διάστημα.

Μπορείτε να δείτε άλλες ταινίες σε αργή κίνηση για χτυπήματα μπάλας σε άλλα αθλήματα όπως το μπειμπολ και το γκόλφ.

1) https://www.youtube.com/watch?v=3Iadne_ye88

2) https://www.youtube.com/watch?v=6TA1s1oNpbk.

5.2. Ορμή σώματος

Στο δεξί μέλος της πιο πάνω εξίσωσης, που χρησιμοποιήσαμε για τον υπολογισμό της μέσης δύναμης που ασκείται στη μπάλα του τένις κατά τη διάρκεια του σερβίς, εμφανίζεται το γινόμενο της μάζας $\boldsymbol{m}$ του σώματος επί την ταχύτητα του $\vec{\boldsymbol{\upsilon}}$.

Ορμή σώματος, $\vec{\boldsymbol{p}} = \boldsymbol{m}\vec{\boldsymbol{v}}$, ονομάζουμε το γινόμενο της μάζας ενός σώματος επί την ταχύτητά του. Είναι μέγεθος διανυσματικό, και έχει την ίδια φορά με την ταχύτητα του σώματος. Η ορμή συμβολίζεται με το γράμμα $\boldsymbol{p}$ και στο S.I. μετριέται σε $\mathbf{kg}\frac{\mathbf{m}}{\mathbf{s}}$.

Άσκηση: Να συμπληρώσετε τον Πίνακα 1 υπολογίζοντας το μέτρο της ορμής των σωμάτων της πρώτης στήλης.

Πίνακας 1

Σώμα	**Μάζα** (kg)	**Ταχύτητα** (m/s)	**Ορμή** (kg.m/s)
Δρομέας	80	8	
Αυτοκίνητο	1250	30	
Φορτηγό πλοίο	8000	45	
Μπάλα	0,5	58	
Μύγα	0,000012	2	
Ποδήλατο	10	10	

Ερώτηση 5.1: Μπορούν δύο σώματα με διαφορετική μάζα να έχουν την ίδια ορμή;

Ερώτηση 5.2: Δύο σώματα που ταξιδεύουν με την ίδια ταχύτητα έχουν και την ίδια ορμή;

5.3. Ώθηση δύναμης και μεταβολή της ορμής

Όπως είδαμε στο προηγούμενο παράδειγμα η ορμή της μπάλας αλλάζει όταν ασκείται σε αυτή μη μηδενική συνισταμένη δύναμη. Αρά, το πόσο πολύ αλλάζει η ορμή του σώματος εξαρτάται από το μέτρο της δύναμης, αλλά και το χρονικό διάστημα για το οποίο δρα η δύναμη στο σώμα.

Ώθηση σταθερής συνισταμένης δύναμης, $\vec{\boldsymbol{\Omega}} = (\boldsymbol{\Sigma}\vec{\boldsymbol{F}})\boldsymbol{\Delta t}$, ονομάζουμε το γινόμενο της σταθερής συνισταμένης δύναμης επί το χρονικό διάστημα κατά το οποίο ασκείται σε ένα σώμα. Είναι μέγεθος διανυσματικό, συμβολίζεται με το γράμμα $\boldsymbol{\Omega}$ και στο S.I. μετριέται σε $\mathbf{kg}\frac{\mathbf{m}}{\mathbf{s}}$.

Το «τέλειο» χτύπημα.

Α. Μπορεί να παρατηρήσατε ότι σε κάποια αθλήματα με μπάλα, όπως το ποδόσφαιρο, το γκολφ, το μπέιζμπολ, το τένις, οι αθλητές κινούν το μέρος του σώματος τους που χτυπά την μπάλα με τρόπο ώστε να βρίσκονται σε επαφή με την μπάλα όσο το δυνατό μεγαλύτερο χρονικό διάστημα.

Εικόνα 2. Συμπτυγμένα στιγμιότυπα από το χτύπημα **(α)** της μπάλας του μπέιζμπολ **(β)** της μπάλας του γκολφ. Οι αθλητές περιστρέφονται για να ακολουθήσουν με το ρόπαλο και το μπαστούνι, αντίστοιχα, την κίνηση της μπάλας αυξάνοντας τη χρονική διάρκεια του χτυπήματος.

Ερώτηση 5.3: Τι επιτυγχάνουν με αυτή την τεχνική;

Η **ώθηση** ($\vec{\Omega}$) της συνισταμένης δύναμης ($\Sigma\vec{F}$) που ασκείται σε ένα σώμα για κάποιο χρονικό διάστημα (Δt) **ισούται με τη μεταβολή της ορμής** ($\Delta\vec{p}$) του σώματος.

$$\boldsymbol{\vec{\Omega} = \Delta\vec{p}}$$

Άρα η ώθηση της συνισταμένης δύναμης που ασκείται σε ένα σώμα προκαλεί τη μεταβολή της ορμής του σώματος. Επειδή, η ώθηση αντιστοιχεί στο γινόμενο της δύναμης επί το χρονικό διάστημα, η ίδια μεταβολή της ορμής ενός σώματος μπορεί να προκληθεί από μια δύναμη μεγάλου μέτρου που ασκείται για μικρό χρονικό διάστημα ή από δύναμη μικρού μέτρου που ασκείται για μεγάλο χρονικό διάστημα.

Β. Οι αθλητές των πολεμικών τεχνών συχνά εξασκούνται στο σπάσιμο ξύλινων ή τσιμεντένιων σανίδων χρησιμοποιώντας συνήθως το χέρι τους. Η τεχνική αυτή επιβάλει αρκετή αυτοσυγκέντρωση αλλά και κάποιες γνώσεις φυσικής! Σκοπός των αθλητών είναι να ασκήσουν στο αντικείμενο μεγάλη δύναμη έτσι ώστε αυτό να σπάσει (μεγαλύτερη από τις δυνάμεις συνοχής του υλικού).

Εικόνα 3. Ένας αθλητής πολεμικών τεχνών σπάει ένα τούβλο με το χέρι του.
Μπορείτε να δείτε την τεχνική που χρησιμοποιούν οι αθλητές των πολεμικών τεχνών σε αργή κίνηση στην ταινία
https://www.youtube.com/watch?v=OwKO2PSphls.

Τι στιγμή του χτυπήματος, το χέρι του αθλητή φτάνει στο αντικείμενο με μια ταχύτητα. Κατά τη διάρκεια του χτυπήματος το χέρι ασκεί μια δύναμη $\vec{F}$ στο αντικείμενο και το αντικείμενο μια δύναμη $\vec{F}'$ στο χέρι, ίσου μέτρου και αντίθετης φοράς.

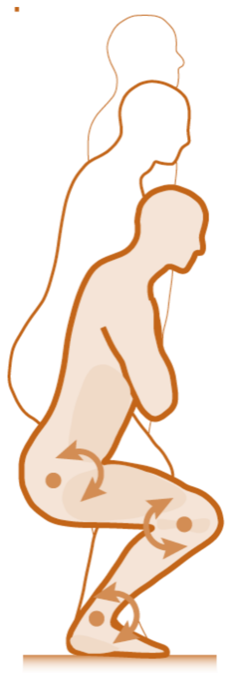
Ερώτηση 5.4: Γιατί αρχικά σηκώνουν ψηλά το χέρι τους;

Όσο μεγαλύτερη είναι η ορμή του χεριού, την στιγμή του χτυπήματος τόσο μεγαλύτερη θα είναι η μεταβολή της ορμής όταν το χέρι ακινητοποιηθεί στο αντικείμενο μετά το χτύπημα. Κατά τη χρονική διάρκεια του χτυπήματος το χέρι ασκεί μια δύναμη $\vec{F}$ στο αντικείμενο και το αντικείμενο μια δύναμη $\vec{F}'$ στο χέρι, ίσου μέτρου και αντίθετης φοράς, σύμφωνα με τον τρίτο νόμο του Νεύτωνα. Οι δύο δυνάμεις είναι ζεύγος δράσης – αντίδρασης και παρόλο, που το μέτρο τους δεν είναι σταθερό καθ' όλη τη διάρκεια του χτυπήματος, σε κάθε στιγμή τα μέτρα τους είναι ίσα. Επομένως, η μέση δύναμη που ασκεί το ένα στο άλλο θα έχει ίσο μέτρο και αφού ασκούνται για το ίδιο χρονικό διάστημα, τότε και οι ωθήσεις τους θα έχουν ίσο μέτρο.

Η ώθηση είναι ίση με την μεταβολή της ορμής, και εφόσον η μεταβολή της ορμής είναι δεδομένη, τότε και η ώθηση της δύναμης είναι δεδομένη.

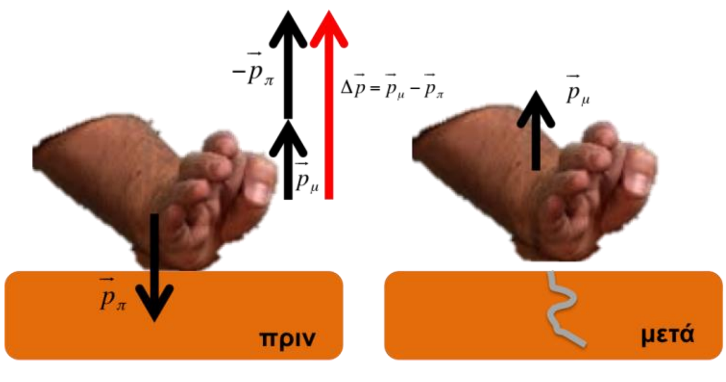
Ερώτηση 5.5: Για δεδομένη ώθηση δύναμης, είναι δυνατό να ασκηθεί δύναμη μεγαλύτερου μέτρου στο αντικείμενο;

Μια παρόμοια περίπτωση είναι κίνηση με την οποία λυγίζουμε τα πόδια μας κατά την προσγείωση μας μετά από ένα άλμα. Η μεταβολή της ορμής είναι δεδομένη αφού το σώμα μας φτάνει με μια ταχύτητα στο έδαφος και μετά την προσγείωση γίνεται μηδέν. Άρα το μέτρο της ώθησης της μέσης συνισταμένης δύναμης που ασκείται στο σώμα μας είναι ίσο με το μέτρο της ορμής του σώματος μας την στιγμή που έρχεται σε επαφή με το έδαφος. Αν κρατήσουμε τα πόδια μας τεντωμένα, τότε το χρονικό διάστημα στο οποίο ακινητοποιούμαστε είναι πολύ μικρό με αποτέλεσμα η μέση συνισταμένη δύναμη να είναι πολύ μεγάλη και να υπάρχει κίνδυνος να σπάσουμε τα πόδια μας. Λυγίζοντας τα πόδια μας αυξάνουμε την χρονική διάρκεια της ακινητοποίησης (τα πόδια μας ακουμπούν το έδαφος αλλά το υπόλοιπο σώμα συνεχίζει να κινείται) και η μέση δύναμη που ασκείται ελαττώνεται.



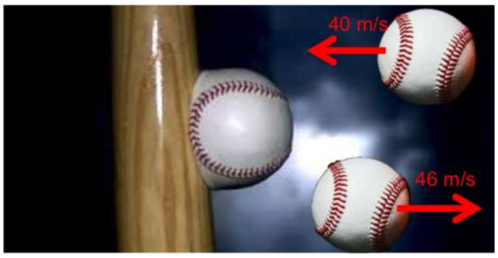
Άσκηση: Να εξηγήσετε γιατί οι αθλητές της ενόργανης γυμναστικής όταν εκτελούν μεγάλα άλματα και προσγειώνονται με σχεδόν τεντωμένα τα πόδια, δεν χτυπούν;

Η τεχνική ολοκληρώνεται όταν ο αθλητής αντί να ακινητοποιήσει το χέρι του μετά το χτύπημα, καταφέρει το χέρι του να αναπηδήσει, δηλαδή να κινηθεί προς τα πάνω με κάποια ταχύτητα.



Ερώτηση 5.6: Τι επιτυγχάνει με την αναπήδηση του χεριού;

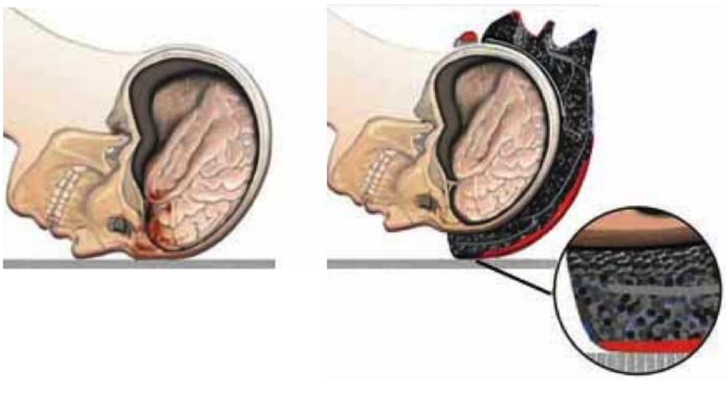
Άσκηση: Μια μπάλα του μπέιζμπολ ζυγίζει 0,14 kg. Ένας αθλητής (ρίπτης) ρίχνει τη μπάλα με ταχυτήτα μέτρου 40 m/s και ένας άλλος (ροπαλοφόρος) την χτυπά με το ρόπαλο. Η μπάλα επιστρέφει πίσω με ταχύτητα μέτρου 46 m/s.



Να υπολογίσετε (α) την μεταβολή της ορμής της μπάλας (β) την ώθηση της μέσης συνισταμένης δύναμης που ασκείται στη μπάλα (γ) το μέτρο της μέσης συνισταμένης δύναμης αν το χτύπημα διαρκεί 0,012 s.

«Το κράνος σώζει ζωές».

Το κράνος είναι ένα αντικείμενο που χρησιμοποιείται για να προστατεύει το κεφάλι είτε από διατρητικά τραύματα που μπορεί να προκαλέσει ένα βλήμα ή κάποιο αιχμηρό αντικείμενο ή από μεγάλα χτυπήματα. Το κράνος αποτελεί μέρος του βασικού εξοπλισμού, όχι μόνο των στρατιωτών, αλλά και των αθλητών, όπου υπάρχει αυξημένη πιθανότητα χτυπημάτων στο κεφάλι, όπως η πυγμαχία, οι πολεμικές τέχνες, ο μηχανοκίνητος αθλητισμός, η ποδηλασία, το αμερικάνικο ποδόσφαιρο, η ιππασία και πολλά αλλά. Επίσης, στην καθημερινή ζωή, είναι υποχρεωτικό για τους οδηγούς δίκυκλων αλλά και τους εργαζόμενους σε μέρη αυξημένης επικινδυνότητας, όπως οι οικοδομές. Το κράνος ανακαλύφθηκε από τα αρχαία χρόνια και συνεχώς εξελίσσεται με την ανάπτυξη της τεχνολογίας έτσι ώστε να είναι πιο ανθεκτικό σε διατρητικά αντικείμενα αλλά και εύκαμπτο για να ελαττώνεται η μέση συνισταμένη δύναμη που ασκείται στο κεφάλι μετά από κάποιο μεγάλο χτύπημα. Το πιο συνηθισμένο υλικό που χρησιμοποιείται στην κατασκευή ενός κράνους είναι η γνωστή μας πολυστερίνη η οποία είναι ελαφριά και έχει την ιδιότητα να συμπιέζεται.



Εικόνα 4. (αριστερά) Το κεφάλι του ποδηλάτη ακινητοποιείται στο έδαφος και η μέση συνισταμένη δύναμη που του ασκείται είναι αρκετά μεγάλη ώστε να του τραυματίσει τον εγκέφαλο. **(δεξιά)** Το κράνος που φορά ο ποδηλάτης προστατεύει το κεφάλι του, αφού η πολυστερίνη συμπιέζεται, αυξάνοντας τη χρονική διάρκεια του χτυπήματος. Έτσι η μέση συνισταμένη δύναμη που δρα στο κεφάλι είναι μικρή.

Ένας ποδηλάτης που ταξιδεύει με μέση αριθμητική ταχύτητα 5 m/s πέφτει κάτω από το ποδήλατο του και χτυπά στο κεφάλι. Το κεφάλι του χτυπά στο έδαφος με ταχύτητα 8 m/s. Αν η μάζα της κεφαλής του ποδηλάτη μαζί με το κράνος είναι 5 kg τότε η ορμή της κεφαλής την στιγμή που έρχεται σε επαφή με το έδαφος είναι $|\vec{p}| = 5\,kg \times 8\frac{m}{s} = 40\,kg\frac{m}{s}$. Αν υποθέσουμε ότι το κεφάλι ακινητοποιείται μετά το χτύπημα που διαρκεί 0,050 s τότε η ώθηση της μέσης συνισταμένης δύναμης που ασκείται στο κεφάλι με το κράνος είναι

$$|\vec{\Omega}| = |\vec{F}|\Delta t = |\Delta\vec{p}| = |\vec{p}|$$

Η μέση συνισταμένη δύναμη που δέχεται το κεφάλι από ένα τέτοιο χτύπημα είναι

$$|\vec{F}| = \frac{|\vec{p}|}{\Delta t} = \frac{40\,kgm/s}{0{,}050\,s} = 800\,N$$

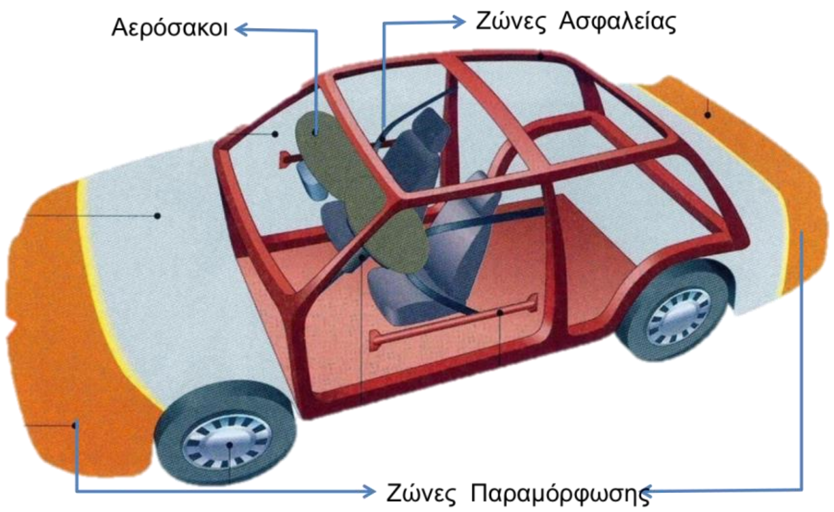
δηλαδή περίπου ίση με το βάρος ενός ανθρώπου 80 kg. Χωρίς το κράνος η δύναμη το χρονικό διάστημα στο οποίο ακινητοποιείται το κεφάλι του ποδηλάτη είναι αρκετά πιο μικρό, 0,015 s. Η μέση δύναμη που δέχεται σε αυτή την περίπτωση το κεφάλι έχει μέτρο

$$|\vec{F}| = \frac{|\vec{p}|}{\Delta t} = \frac{40\,kgm/s}{0{,}015\,s} = 2700\,N$$

περίπου 3,5 φορές μεγαλύτερο από ότι με το κράνος. Τέτοιου μεγέθους δυνάμεις όταν δρουν στο κεφάλι προκαλούν σοβαρές κρανιοεγκεφαλικές κακώσεις με ανεπιθύμητα αποτελέσματα όπως η αναπηρία ακόμα και ο θάνατος. Κατά τη διάρκεια του χτυπήματος, η κινητική ενέργεια της κεφαλής του ποδηλάτη μετατρέπεται σε εσωτερική ενέργεια της κεφαλής και του εδάφους. Στην παρουσία του κράνους, ένα μεγάλο μέρος της κινητικής ενέργειας της κεφαλής μετατρέπεται σε εσωτερική ενέργεια του κράνους, καθώς συμπιέζεται η πολυστερίνη, με αποτέλεσμα η εσωτερική ενέργεια της κεφαλής να ελαττώνεται. Επομένως, το σλόγκαν «το κράνος σώζει ζωές» επαληθεύεται επιστημονικά.

Συστήματα ασφάλειας αυτοκινήτων.

Όλα τα σύγχρονα αυτοκίνητα, είναι υποχρεωτικό να φέρουν -εκ κατασκευής- συστήματα παθητικής ασφαλείας, τα οποία προστατεύουν τους επιβάτες σε κάποιο δυστυχές ενδεχόμενο πρόσκρουσης. Τέτοια συστήματα είναι, οι ζώνες παραμόρφωσης, οι ζώνες ασφαλείας, και οι αερόσακοι.



Εικόνα 5. (α) οι ζώνες παραμόρφωσης (crumple zone) που βρίσκονται μπροστά και πίσω στο αμάξωμα του αυτοκινήτου, (β) οι ζώνες ασφαλείας σε κάθε θέση της καμπίνας και (γ) οι αερόσακοι περιβάλλουν τις θέσεις των επιβατών στο εσωτερικό της καμπίνας.

Και τα τρία βασίζονται στην σχέση ώθησης και μεταβολής της ορμής ενός σώματος. Κατά την πρόσκρουση ενός αυτοκινήτου με ένα ακλόνητο τοίχο, στο αυτοκίνητο ασκείται μια μέση δύναμη η οποία το ακινητοποιεί σε κάποιο χρονικό διάστημα. Το ίδιο ισχύει και για τους επιβάτες εντός του αυτοκινήτου που ταξιδεύουν με την ίδια ταχύτητα που κινείται το αυτοκίνητο και μετά την πρόσκρουση ακινητοποιούνται. Άρα, η μεταβολή της ορμής του αυτοκινήτου ή των επιβατών είναι δεδομένη και ίση με το γινόμενο της μάζας τους επί την αρχική ταχύτητα του αυτοκινήτου. Όπως έχουμε δει και σε προηγούμενα παραδείγματα, η μεταβολή της ορμής του αυτοκινήτου (επιβατών) είναι ίση με την ώθηση της συνισταμένης δύναμης που ασκείται σε αυτό. Άρα, μια μεγαλύτερη συγκριτικά δύναμη θα καταφέρει να ακινητοποιήσει το αυτοκίνητο και τους επιβάτες σε μικρότερο χρονικό διάστημα από ότι μια μικρότερη δύναμη. Επομένως, τα τρία συστήματα ασφαλείας, έχουν σκοπό να μεγιστοποιούν τη χρονική διάρκεια της πρόσκρουσης του οχήματος και των επιβατών έτσι ώστε η απαιτούμενη δύναμη που χρειάζεται για να ακινητοποιηθούν να είναι η ελάχιστη δυνατή. Γι’ αυτό το λόγο οι ζώνες παραμόρφωσης είναι φτιαγμένες από εύκαμπτο υλικό, έτσι ώστε να παραμορφώνονται αρκετά μέχρι την αρχή της καμπίνας, όπου βρίσκονται οι επιβάτες. Όσο μεγαλύτερη είναι η παραμόρφωση τόσο μεγαλύτερη είναι και η χρονική διάρκεια της. Κατ’ αντιστοιχία και η ζώνη ασφαλείας, προεκτείνεται από το σώμα του επιβάτη το οποίο συνεχίζει να κινείται λόγω αδράνειας αφού προσκρούσει το αυτοκίνητο. Όσο μεγαλύτερη είναι η προέκταση, τόσο περισσότερο διαρκεί. Ο αερόσακος ενεργοποιείται, με την πρόσκρουση του αυτοκινήτου, και αρχικά φουσκώνει με κάποιο αέριο. Μόλις φουσκώσει ο σάκος, το αέριο αρχίζει να διαφεύγει από μικρές τρύπες που υπάρχουν στην επιφάνεια του, έτσι ώστε όταν έρθει σε επαφή με το σώμα του επιβάτη, να συμπεριφέρεται σαν ένα “μαλακό” μαξιλάρι. Οι τρύπες επιτρέπουν στον αερόσακο να ξεφουσκώσει κατά την επαφή του με το σώμα του επιβάτη, το οποίο μετατοπίζεται περισσότερο, αυξάνοντας τη χρονική διάρκεια της πρόσκρουσης. Όσο μεγαλύτερη είναι η χρονική διάρκεια της πρόσκρουσης τόσο μικρότερη είναι η μέση συνισταμένη δύναμη που ασκείται στο σώμα, η οποία στην περίπτωση του αερόσακου κατανέμεται στην μεγάλη του επιφάνεια με αποτέλεσμα η πίεση που δέχεται ο επιβάτης να είναι ακόμα πιο μικρή. Ένας οδηγός μάζας 70 kg που κινείται με ταχύτητα 72 km/h ακινητοποιείται, μετά από μετωπικό χτύπημα σε ακλόνητο τοίχο, σε 0,14 s όταν φέρει την ζώνη ασφαλείας και σε 0,07 s χωρίς αυτήν. Η ώθηση της συνισταμένης δύναμης που δέχεται ο οδηγός από τον τοίχο είναι 1400 N.s, ίση με τη μεταβολή της ορμής του. Αν υποθέσουμε ότι κατά την πρόσκρουση ασκείται μια σταθερή μέση συνισταμένη δύναμη, τότε το μέτρο της θα είναι 10000 N και 20000 N με τη ζώνη ασφαλείας και χωρίς αντίστοιχα. Στην πραγματικότητα, η δύναμη δεν είναι σταθερή και μπορεί να φτάσει σε κάποια μέγιστη τιμή (25000 N και 50000 N αντίστοιχα) αρκετά μεγαλύτερη από την μέση συνισταμένη, επιφέροντας στον επιβάτη ένα τεράστιο χτύπημα μέτρου 700 φορές το βάρος του.

Η κινητική ενέργεια του επιβάτη και του αυτοκινήτου πριν την πρόσκρουση μετατρέπεται κατά την πρόσκρουση, σε εσωτερική ενέργεια (κινητική και δυναμική) του συστήματος ασφαλείας και του επιβάτη (και του τοίχου). Όση περισσότερη κινητική ενέργεια του αυτοκινήτου «απορροφήσει» η ζώνη παραμόρφωσης, δηλαδή μετατραπεί σε εσωτερική ενέργεια του αμαξώματος του αυτοκινήτου, τόσο λιγότερη ενέργεια θα μετατραπεί σε εσωτερική της καμπίνας. Όσο περισσότερη κινητική ενέργεια του επιβάτη μετατραπεί σε εσωτερική του αερόσακου και της ζώνης ασφαλείας τόσο λιγότερη ενέργεια θα μετατραπεί σε εσωτερική ενέργεια του επιβάτη, μειώνοντας την πιθανότητα να προκληθεί μεγάλη ζημιά στο σώμα και στα ζωτικά όργανα του επιβάτη.

Μπορείτε να δείτε, σε αργή κίνηση, τη λειτουργία των πιο πάνω συστημάτων ασφαλείας στα αυτοκίνητα μέσα από τις ακόλουθες ταινίες:

1) https://www.youtube.com/watch?v=T8zz0gmt684

2) https://www.youtube.com/watch?v=Bw0Ps8-KDlQ

3) https://www.youtube.com/watch?v=zWAqBmegPuE

5.4. Αρχή Διατήρηση της Ορμής Συστήματος Σωμάτων

Στους ολυμπιακούς αγώνες του 2016 στο Ρίο της Βραζιλίας, η Ελληνίδα αθλήτρια της σκοποβολής κατέκτησε το χρυσό μετάλλιο στο αεροβόλο πιστόλι σε απόσταση 25 m. Το πιστόλι ζυγίζει 1,4 kg και το βλήμα 2,5 g. Η βολή γίνεται σε όρθια θέση και η αθλήτρια κρατά το όπλο με τεντωμένο χέρι.

Εικόνα 6. Η Ελληνίδα αθλήτρια στοχεύει κρατώντας το όπλο σταθερό με τεντωμένο χέρι.

Αρχικά, το όπλο με το βλήμα στη θαλάμη, είναι ακίνητα και η ορμή τους είναι μηδενική. Κατά την εκπυρσοκρότηση, που διαρκεί πολύ λίγο, το όπλο ασκεί μια μέση δύναμη στο βλήμα και το βλήμα ασκεί μια ίση και αντίθετη μέση δύναμη στο όπλο, σύμφωνα με τον τρίτο νόμο του Νεύτωνα. Οι δύο δυνάμεις αποτελούν ζεύγος δράσης – αντίδρασης. Εφόσον οι δύο δυνάμεις είναι αντίθετες και ασκούνται για το ίδιο χρονικό διάστημα, δίνουν ώθηση ίσου μέτρου και αντίθετης φοράς στο όπλο και το βλήμα. Κατ' επέκταση, η μεταβολή της ορμής των δύο σωμάτων που ισούται με την ώθηση, έχει ίσο μέτρο και αντίθετη φορά.

$$(\Sigma F^{o\pi})_{\mu}\Delta t = -\left(\Sigma F^{\beta\lambda}\right)_{\mu}\Delta t$$

$$\Delta p^{o\pi} = -\Delta p^{\beta\lambda} \Rightarrow p^{o\pi}_{\tau\varepsilon\lambda} - p^{o\pi}_{\alpha\rho\chi} = -(p^{\beta\lambda}_{\tau\varepsilon\lambda} - p^{\beta\lambda}_{\alpha\rho\chi})$$

$$p^{o\pi}_{\tau\varepsilon\lambda} + p^{\beta\lambda}_{\tau\varepsilon\lambda} = p^{o\pi}_{\alpha\rho\chi} + p^{\beta\lambda}_{\alpha\rho\chi}$$

Παρατηρήστε στην πιο πάνω σχέση, ότι το άθροισμα της ορμής των δύο σωμάτων, όπλο και βλήμα, πριν την εκπυρσοκρότηση ισούται με το άθροισμα της ορμής των δύο σωμάτων μετά την εκπυρσοκρότηση.

Η μαθηματική αυτή σχέση εκφράζει την αρχή διατήρησης της ορμής ενός συστήματος σωμάτων (σύνολο δύο ή περισσότερων σωμάτων).

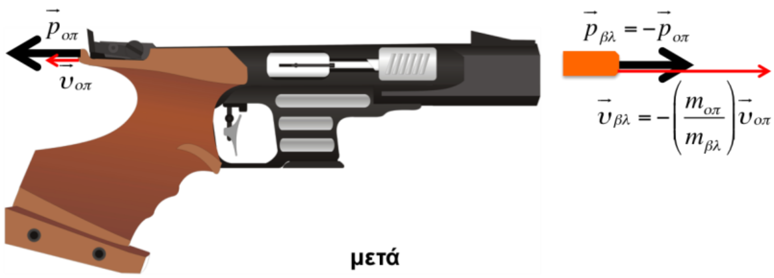
Σύμφωνα με την **Αρχή Διατήρησης της Ορμής** ενός συστήματος σωμάτων: όταν το άθροισμα των δυνάμεων που ασκούνται σε ένα σύστημα σωμάτων είναι μηδέν, τότε η συνολική ορμή του συστήματος παραμένει σταθερή.

$$\boldsymbol{\Sigma\vec{F} = \vec{0} \Rightarrow \Sigma\vec{p} =} \textbf{ σταθερό}$$

Στη συγκεκριμένη περίπτωση, η συνολική ορμή του συστήματος όπλο – βλήμα πριν την εκπυρσοκρότηση είναι μηδέν, άρα σύμφωνα με την αρχή διατήρησης της ορμής θα είναι μηδέν και μετά την εκπυρσοκρότηση.

$$p_{\tau\varepsilon\lambda}^{o\pi} + p_{\tau\varepsilon\lambda}^{\beta\lambda} = 0 \implies p_{\tau\varepsilon\lambda}^{o\pi} = -p_{\tau\varepsilon\lambda}^{\beta\lambda}$$

Μετά την εκπυρσοκρότηση το βλήμα και το όπλο αποκτούν ορμές ίσου μέτρου και αντίθετης φοράς. Το βλήμα κινείται προς στο στόχο και το όπλο στην αντίθετη φορά προς το σώμα της αθλήτριας.



Ερώτηση 5.7: Το όπλο και η σφαίρα έχουν ορμές ίσου μέτρου. Έχουν και την ίδια κινητική ενέργεια;

Απαντήσεις

Ερώτηση 5.1: Όπως είδαμε πιο πάνω η ορμή ενός σώματος είναι ίση με το γινόμενο της μάζας του επί την ταχύτητα του. Άρα ένα σώμα μεγάλης μάζας που κινείται με μικρή ταχύτητα μπορεί να έχει την ίδια ορμή με ένα άλλο σώμα μικρής μάζας που κινείται με μεγάλη ταχύτητα. Ένα φορτηγό μάζας 4,0 t που ταξιδεύει με ταχύτητα 50 km/h και ένα αυτοκίνητο μάζας 1250 kg που κινειται στην ίδια κατεύθυνση με ταχύτητα 160 km/h έχουν την ίδια ορμή 200000 kgkm/h.

Ερώτηση 5.2: Μόνο όταν τα δύο σώματα έχουν την ίδια μάζα. Γενικά, δύο σώματα μπορεί να κινούνται με την ίδια ταχύτητα, αλλά η ορμή τους εξαρτάται και από τη μάζα τους, επομένως αν έχουν διαφορετική μάζα θα έχουν και διαφορετική ορμή. Ένας σκύλος μάζας 6 kg και ένα άλογο 500 kg τρέχουν με την ίδια ταχύτητα 3 m/s, αλλά η ορμές τους είναι διαφορετικές 18 kg.m/s και 1500 kg.m/s αντίστοιχα.

Ερώτηση 5.3: Ένας αθλητής γκολφ, για να εκτελέσει βολή, κρατά το μπαστούνι με τα δύο χέρια, και περιστρέφει ολόκληρο το σώμα του γύρω από ένα κατακόρυφο άξονα, έτσι ώστε να χτυπήσει το μπαλάκι και να συνεχίσει την κίνησή του, με το μπαστούνι να ακολουθεί το μπαλάκι (Εικόνα – 2(β)). Με αυτό τον τρόπο αυξάνεται η χρονική διάρκεια του χτυπήματος, δηλαδή το χρονικό διάστημα στο οποίο το μπαστούνι βρίσκεται σε επαφή με το μπαλάκι. Αρχικά το μπαλάκι είναι ακίνητο και η δύναμη που ασκείται σε αυτό, από το μπαστούνι προκαλεί επιτάχυνση, δηλαδή μεταβολή της ταχύτητας και της ορμής του. Μπορεί η δύναμη να μην είναι σταθερή, όπως είδαμε σε προηγούμενο παράδειγμα, αλλά ο δεύτερος νόμος του Νεύτωνα ισχύει σε κάθε στιγμή. Αν υποθέσουμε ότι στο μπαλάκι ασκείται μια σταθερή μέση δύναμη τότε

$$\Sigma\vec{F} = m\vec{a} = m\frac{\Delta\vec{\upsilon}}{\Delta t} = \frac{\Delta(m\vec{\upsilon})}{\Delta t} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}$$

Όσο περισσότερο χρόνο ασκείται η δύναμη στο μπαλάκι τόσο μεγαλύτερη ταχύτητα θα αποκτήσει το μπαλάκι όταν χάσει την επαφή του με το μπαστούνι. Μετά το χτύπημα το μπαλάκι θα εκτελέσει πλάγια βολή με αρχική ταχύτητα αυτή που απέκτησε από το χτύπημα. Για δεδομένη γωνία βολής, το βεληνεκές, δηλαδή η μέγιστη απόσταση που ταξιδεύει το μπαλάκι, στην οριζόντια διεύθυνση όταν ξανασυναντά το έδαφος, είναι ανάλογη με το τετράγωνο του μέτρου της αρχικής ταχύτητας. Παρατηρήστε ότι η πιο πάνω σχέση μπορεί να γραφτεί στη μορφή

$$(\Sigma\vec{F})_{\mu}\Delta t = \Delta\vec{p} \Rightarrow \vec{\Omega} = \Delta\vec{p}$$

όπου το αριστερό μέλος είναι η ώθηση σταθερής δύναμης και στο δεξί η μεταβολή της ορμής σώματος.

Ερώτηση 5.4: Σηκώνοντας το χέρι ψηλά αυξάνεται η απόσταση που ταξιδεύει το χέρι πριν χτυπήσει το αντικείμενο με αποτέλεσμα η δύναμη από τους μύες του αθλητή, που επιταχύνει το χέρι του, να ασκείται για μεγαλύτερο χρονικό διάστημα και η ώθηση της να αυξάνεται. Επειδή το χέρι είναι αρχικά ακίνητο, η ώθηση της δύναμης ισούται με την τελική ορμή του χεριού, την στιγμή του χτυπήματος. Επομένως, μεγαλύτερη ώθηση συνεπάγεται μεγαλύτερη ορμή.

Ερώτηση 5.5: Η ώθηση σταθερής δύναμης είναι ίση με το γινόμενο της δύναμης επί το χρονικό διάστημα κατά το οποίο δρα. Παρατηρείστε ότι το ίδιο γινόμενο προκύπτει από μια μεγάλη δύναμη που ασκείται για μικρό χρονικό και από μια μικρή δύναμη που ασκείται για μεγάλο χρονικό διάστημα.

$$\Delta p = F_{\mu\varepsilon\gamma\acute{\alpha}\lambda o} \times \Delta t_{\mu\iota\kappa\rho\acute{o}} = F_{\mu\iota\kappa\rho\acute{o}} \times \Delta t_{\mu\varepsilon\gamma\acute{\alpha}\lambda o}$$

Ο αθλητής θέλει να μεγιστοποιήσει το μέτρο της μέσης δύναμης που ασκεί το χέρι του στο αντικείμενο, και για να το κατορθώσει πρέπει να ελαχιστοποιήσει το χρονικό διάστημα στο οποίο ακινητοποιείται το χέρι του.

Ερώτηση 5.6: Η ορμή είναι διανυσματικό μέγεθος, δηλαδή εκτός από μέτρο έχει και κατεύθυνση. Το ίδιο και η μεταβολή της ορμής. Όταν ο αθλητής ακινητοποιεί το χέρι του, η μεταβολή της ορμής ισούται με την ορμή που έχει το χέρι του πριν ακουμπήσει το αντικείμενο, αφού η ορμή του μετά το χτύπημα είναι μηδενική. Όταν το χέρι του αθλητή αναπηδά μετά το κτύπημα, τότε το χέρι έχει ορμή στην αντίθετη κατεύθυνση από την ορμή που είχε πριν το χτύπημα και η μεταβολή της ορμής είναι μεγαλύτερη.

$$\Delta \vec{p}_{\alpha\kappa\iota\nu.} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} - \vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{0} - \left(-\vec{p}_{\pi\rho\iota\nu}\right) = \vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{F}_{\alpha\kappa\iota\nu.}\Delta t$$

$$\Delta \vec{p}_{\alpha\nu\alpha\pi.} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} - \left(-\vec{p}_{\pi\rho\iota\nu}\right) = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} + \vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{F}_{\alpha\nu\alpha\pi.}\Delta t$$

$$|\Delta \vec{p}_{\alpha\nu\alpha\pi.}| > |\Delta \vec{p}_{\alpha\kappa\iota\nu.}| \Longrightarrow \left|\vec{F}_{\alpha\nu\alpha\pi.}\right| > \left|\vec{F}_{\alpha\kappa\iota\nu.}\right|$$

Επομένως, για την ίδια χρονική διάρκεια χτυπήματος, το μέτρο της μέσης δύναμης που ασκείται στο αντικείμενο από το χέρι του αθλητή όταν αυτό αναπηδά είναι μεγαλύτερο από όταν ακινητοποιείται.

Ερώτηση 5.7: Η κινητική ενέργεια του βλήματος είναι πολύ μεγαλύτερη από την κινητική ενέργεια του όπλου, γι' αυτό και το βλήμα προκαλεί πολύ μεγαλύτερη ζημιά στο στόχο, παρά το όπλο στο χέρι της αθλήτριας. Η αθλήτρια νιώθει απλώς ένα σπρώξιμο στο χέρι της. Αυτό οφείλεται στις διαφορετικές μάζες του όπλου και του βλήματος. Μπορεί το βλήμα να έχει πολύ μικρή μάζα σε σχέση με το όπλο αλλά η ταχύτητα εκτόξευσης του είναι πολύ μεγαλύτερη από την ταχύτητα του όπλου.

$$p_{\tau\varepsilon\lambda}^{o\pi} = -p_{\tau\varepsilon\lambda}^{\beta\lambda} \Longrightarrow m_{\beta\lambda} \upsilon_{\tau\varepsilon\lambda}^{\beta\lambda} = -m_{o\pi} \upsilon_{\tau\varepsilon\lambda}^{o\pi} \Longrightarrow \upsilon_{\tau\varepsilon\lambda}^{o\pi} = -\left(\frac{m_{\beta\lambda}}{m_{o\pi}}\right) \upsilon_{\tau\varepsilon\lambda}^{\beta\lambda}$$

Η κινητική ενέργεια ενός σώματος είναι ανάλογη τόσο της μάζας του όσο και του τετραγώνου της ταχύτητάς του, επομένως ο λόγος των μαζών όπλου – βλήματος ισούται με τον αντίστροφο λόγο των κινητικών ενεργειών.

$$E_{\kappa\iota\nu}^{\beta\lambda} = \frac{1}{2} m_{\beta\lambda} \upsilon_{\beta\lambda}^2 = \frac{p_{\beta\lambda}^2}{2m_{\beta\lambda}} = \left(\frac{p_{\beta\lambda}^2}{2m_{\beta\lambda}}\right)\frac{m_{o\pi}}{m_{o\pi}} = \left(\frac{p_{o\pi}^2}{2m_{o\pi}}\right)\frac{m_{o\pi}}{m_{\beta\lambda}} = \left(\frac{m_{o\pi}}{m_{\beta\lambda}}\right) E_{\kappa\iota\nu}^{o\pi} \Longrightarrow \frac{E_{\kappa\iota\nu}^{\beta\lambda}}{E_{\kappa\iota\nu}^{o\pi}} = \frac{m_{o\pi}}{m_{\beta\lambda}}$$

Η μάζα του πιστολιού είναι (1,4 kg) 560 φορές μεγαλύτερη από τη μάζα του βλήματος (2,5 g). Επομένως η ταχύτητα και η κινητική ενέργεια του όπλου μετά την εκπυρσοκρότηση είναι 560 φορές μικρότερη από την ταχύτητα και την κινητική ενέργεια του βλήματος.

Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται ανάκρουση ή οπισθοδρόμηση όπλου και εμφανίζεται σε όλα τα όπλα κλειστού σωλήνα, όπου οι θερμές μάζες αερίων που δημιουργούνται κατά την εκπυρσοκρότηση δεν μπορούν να εκτονωθούν.