

## Η ΧΡΗΣΗ ΤΩΝ ΛΟΓΑΡΙΘΜΩΝ

Υπάρχουν δύο κυρίως λόγοι για τους οποίους θα πρέπει να χρησιμοποιούνται οι λογάριθμοι στο επίπεδο του Λυκείου. Ο πρώτος είναι για να διαπιστωθεί αν τα δεδομένα περιγράφονται από νόμο στον οποίο η ανεξάρτητη μεταβλητή είναι υψωμένη σε κάποια δύναμη. Ο δεύτερος λόγος είναι για να διαπιστωθεί αν τα δεδομένα περιγράφονται από νόμο στον οποίο η σχέση μεταξύ εξαρτημένης και ανεξάρτητης μεταβλητής είναι εκθετική.

Ο κυριότερος λόγος για τον οποίο γράφεται το πιο κάτω κείμενο είναι για να τονίσει τη σημασία των λογαρίθμων στη Φυσική και την αναγκαιότητα της απόκτησης της γνώσης αυτής στο επίπεδο του Λυκείου. Η σημασία αυτή δεν τονίσθηκε στα Αναλυτικά Προγράμματα των προηγούμενων χρόνων. Ελπίδα είναι να τονισθεί στα Νέα Αναλυτικά Προγράμματα του Λυκείου.

### Νόμοι της Φυσικής που έχουν τη μορφή $y = a \cdot x^n$

Στη Φυσική αρκετοί νόμοι είναι της μορφής  $y = c \cdot x^n$  όπου  $y$  και  $x$  είναι οι δύο μεταβλητές,  $c$  είναι μια σταθερά και  $n$  είναι ο εκθέτης στον οποίο είναι υψωμένη η ανεξάρτητη μεταβλητή. Παραδείγματα τέτοιων νόμων είναι ο νόμος της Παγκόσμιας έλξης  $F = GmM/r^2$ , ο νόμος του Coulomb  $F = kqQ/r^2$  και ο νόμος των Boyle-Mariotte  $P = c/V$ . Επίσης οι σχέσεις που δίνουν την περίοδο στην απλή αρμονική ταλάντωση  $T = c \cdot m^{1/2}$  και  $T = c \cdot \ell^{1/2}$  είναι παραδείγματα εξισώσεων της πιο πάνω μορφής.

Οι σχέσεις  $y = c \cdot x^{-2}$ ,  $y = c \cdot x^{-1}$  και  $y = c \cdot x^{-1/2}$  δίνουν γραφικές παραστάσεις όμοιες μεταξύ τους αλλά και όμοιες με γραφική παράσταση εκθετικής πτώσης, πράγμα που δεν μας επιτρέπει να ξεχωρίσουμε σε ποια από τις πιο πάνω μορφές υπακούουν τα δεδομένα μας.

Έχοντας πειραματικά δεδομένα τα οποία είναι άγνωστο σε ποια σχέση υπακούουν είναι επίπονο έργο αλλά και καθόλου έξυπνο να προσπαθούμε στα τυφλά να χαράξουμε διάφορες γραφικές παραστάσεις μέχρι να πάρουμε ευθεία γραμμή. Για παράδειγμα στην περίπτωση της περιόδου ενός απλού εκκρεμούς η οποία υπακούει στη σχέση  $T \propto \ell^{1/2}$ , διδάσκουμε ότι για να ανακαλύψουμε τη σχέση, πρώτα πρέπει να γίνει η γραφική παράσταση  $T=f(\ell)$  και μετά η  $T^2=f(\ell)$ !

Ποια είναι άραγε η σχέση μεταξύ της έντασης του ηλεκτρικού ρεύματος και της τάσης στην περίπτωση του λαμπτήρα πυράκτωσης; Ποια γραφική παράσταση να χαράξουμε;

Η πιο πάνω δυσκολία αίρεται όταν χρησιμοποιηθούν οι λογάριθμοι (με οποιαδήποτε βάση). Για παράδειγμα χαράσσοντας τη γραφική παράσταση  $\log(T) = \log(c) - n \cdot \log(\ell)$  θα έχουμε ευθεία γραμμή με κλίση  $n=1/2$  αφού η εξίσωση παίρνει τη μορφή  $y = c + m \cdot x$ .

Θα μπορούσε να διερωτηθεί κάποιος, γιατί να μπούμε στη δυσκολία να διδάξουμε τη χρήση των λογαρίθμων αφού γνωρίζουμε ότι  $T^2 \propto \ell$ . Η απάντηση είναι ότι οι μαθητές μας πρέπει να γνωρίζουν ότι όταν η σχέση μεταξύ δύο μεγεθών είναι άγνωστη τότε μια καλή και έξυπνη λύση είναι η χρήση των λογαρίθμων, είτε για ανακάλυψη της σχέσης είτε για επιβεβαίωσή της. Σήμερα υπάρχουν λογισμικά τα οποία κάνουν την καλύτερη προσέγγιση (best fit) σε μια γραφική, ώστε να διαπιστωθεί η σχέση μεταξύ δύο μεγεθών. Ο μαθητής θα πρέπει να γνωρίζει πως θα μετατρέψει στη συνέχεια την καμπύλη σε ευθεία γραμμή για επιβεβαίωση.

### **Νόμοι της Φυσικής που ακολουθούν εκθετική αύξηση ή εκθετική μείωση.**

Ο αριθμός  $e \approx 2.72$  χρησιμοποιείται ως η βάση των φυσικών λογαρίθμων ( $\ln$ ). Παίρνοντας τον φυσικό λογάριθμο σχέσεων που υπακούουν σε εκθετική άνοδο  $y=c \cdot e^{kx}$  ή εκθετική πτώση  $y=c \cdot e^{-kx}$  καταλήγουμε σε εξίσωση πρώτου βαθμού. Αυτό μας επιτρέπει να υπολογίσουμε εύκολα τον εκθέτη  $k$  και τη σταθερά  $c$  και κατά συνέπεια το φυσικό μέγεθος το οποίο αναζητούμε.

Λογαριθμίζοντας τις πιο πάνω σχέσεις έχουμε:

$$\ln(y) = \ln(c) + kx \quad \text{ή} \quad \ln(y) = \ln(c) - kx$$

Και οι δύο εξισώσεις δίνουν ευθεία γραμμή με κλίση τον εκθέτη  $k$ .

Στο επίπεδο του Λυκείου υπάρχουν διάφοροι νόμοι οι οποίοι υπακούουν σε εκθετική πτώση ή εκθετική άνοδο. Τέτοιοι νόμοι συναντούνται στη ραδιενέργεια, στους πυκνωτές, στην απορρόφηση του φωτός, στην ηλεκτρομαγνητική επαγωγή και αλλού. Δυστυχώς οι πιο πάνω νόμοι της Φυσικής και η κοινή τους συμπεριφορά δεν διδάσκονται σήμερα στα Λύκειά μας.

Ελπίζω ότι η χρήση των λογαρίθμων αλλά και μερικοί από τους σημαντικούς νόμους της Φυσικής που ακολουθούν εκθετική συμπεριφορά θα συμπεριληφθούν στα Νέα Αναλυτικά Προγράμματα του Λυκείου.

Ανδρέας Παπαστυλιανού  
Επιθεωρητής Φυσικής  
Αύγουστος 2012.