

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Β' Γυμνασίου

Τετράδιο μαθητή/
μαθήτριας με
μεταναστευτική
βιογραφία



Μαθηματικά, Β΄ Γυμνασίου
Τετράδιο Εργασιών
Για άτομα με μεταναστευτική βιογραφία

Μαθηματικά, Β΄ Γυμνασίου

Τετράδιο μαθητή/μαθήτριας με μεταναστευτική βιογραφία

Α΄ ΕΚΔΟΣΗ:

Συγγραφή:

Δρ Χρυσούλα Χατζηχρίστου, *Επιθεωρήτρια Μαθηματικών Μέσης Εκπαίδευσης*

Χάρης Θεοδότου

Βαρβάρα Λεωνίδου

Ιφιγένεια Σωφρονίου

Παντελίτσα Αναστασίου Χατζηγιάννη

Δρ Κωνσταντία Χατζηδημητρίου

Εποπτεία:

Δρ Χρυσούλα Χατζηχρίστου, *Επιθεωρήτρια Μαθηματικών Μέσης Εκπαίδευσης*

Β΄ ΕΚΔΟΣΗ:

Αναθεώρηση έκδοσης:

Ελίνα Βασιλειάδου, *Σύμβουλος ΜΜΕΒ*

Εποπτεία:

Δρ Χρυσούλα Χατζηχρίστου, *Επιθεωρήτρια Μαθηματικών Μέσης Εκπαίδευσης*

Σχεδιασμός εξωφύλλου:

Χρύσανθος Σιαμμάς, *Λειτουργός Υπηρεσίας Ανάπτυξης Προγραμμάτων*

Συντονισμός έκδοσης:

Δρ Πέτρος Γεωργιάδης, *Συντονιστής Υπηρεσίας Ανάπτυξης Προγραμμάτων*

Α΄ ΕΚΔΟΣΗ: 2021

Β΄ ΕΚΔΟΣΗ: 2025

Εκτύπωση: ΤΥΠΟΓΡΑΦΕΙΑ ΚΩΝΟΣ ΛΤΔ

© ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΝΕΟΛΑΙΑΣ

ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΚΥΠΡΟΥ

ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΩΝ

ISBN: 978-9963-54-422-6



Στο εξώφυλλο χρησιμοποιήθηκε ανακυκλωμένο χαρτί σε ποσοστό τουλάχιστον 50%, προερχόμενο από διαχείριση απορριμμάτων χαρτιού. Το υπόλοιπο ποσοστό προέρχεται από υπεύθυνη διαχείριση δασών.

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΕΡΓΑΣΙΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ
Β' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Επανάληψη της ύλης της Α' Γυμνασίου

(Α) Αριθμοί (Δυνάμεις φυσικών αριθμών-ρίζες)

Δραστηριότητες



1. Να γράψετε τα πιο κάτω γινόμενα υπό μορφή δύναμης και να συμπληρώσετε όπως το παράδειγμα.

(α) $5 \cdot 5 = 5^2$ Βάση: 5 Εκθέτης: 2 Διαβάζω: 5 στη δευτέρα. ή 5 στο τετράγωνο

(β) $2 \cdot 2 \cdot 2 = \dots$ Βάση: ... Εκθέτης: ... Διαβάζω:

(γ) $\alpha \cdot \alpha \cdot \alpha \cdot \alpha = \dots$ Βάση: ... Εκθέτης: ... Διαβάζω:

(δ) $\underbrace{x \cdot x \cdot x \cdot \dots \cdot x}_{10 \text{ παράγοντες}} = \dots$ Βάση: ... Εκθέτης: ... Διαβάζω:

2. Να αναλύσετε σε **γινόμενο** τις πιο κάτω δυνάμεις:

(α) $2^5 =$

(β) $x^4 =$

(γ) $\beta^2 =$

3. Να **υπολογίσετε** τις πιο κάτω δυνάμεις: (Να βρείτε το **αποτέλεσμα**)

(α) $6^2 =$

(β) $(-3)^3 =$

(γ) $2^5 =$

(δ) $1^{10} =$

(ε) $3^0 =$

4. Να εξετάσετε ποιοι από τους πιο κάτω αριθμούς μπορούν να γραφούν σαν δύναμη, με εκθέτη μεγαλύτερο του 1:

(α) 32

(β) 49

(γ) 111

(δ) 1000

5. Να κατατάξετε τις πιο κάτω δυνάμεις σε φθίνουσα σειρά (δηλαδή από το μεγαλύτερο στο μικρότερο).

$$5^2, 5^3, 1^5, 2^5$$

(B) Ρητοί αριθμοί

Δραστηριότητες

1. Από τους πιο κάτω ρητούς αριθμούς να επιλέξετε δύο **ομόσημους**, δύο **ετερόσημους**, δύο **αντίστροφους** και δύο **αντίθετους** αριθμούς:

(α) $\frac{1}{3}$ (β) -3 (γ) $+3$ (δ) $-\frac{1}{3}$ (ε) 9 (στ) $-\frac{1}{9}$

2. Να συμπληρώσετε τον πίνακα όπως το παράδειγμα:

Ρητός Αριθμός	+3		-2,5		
Αντίθετος	-3	+7			$-1\frac{2}{7}$
Αντίστροφος	$+\frac{1}{3}$			$-\frac{3}{5}$	

3. Να συμπληρώσετε τα κενά με το κατάλληλο σύμβολο $>$, $=$, $<$, ώστε να προκύψουν αληθείς σχέσεις:

(α) $3 \dots 7$

(β) $-20 \dots -2$

(γ) $-7 \dots 5$

(δ) $-2011 \dots 0$

(ε) $-2012 \dots 0,001$

(στ) $-6,999999 \dots -9,6$

(ζ) $+23 \dots +\frac{1}{123}$

(η) $-3,45 \dots -5,43$

(θ) $-\frac{1}{3} \dots -\frac{1}{2}$

(ι) $-12\frac{1}{3} \dots +12\frac{1}{3}$

4. Να κάνετε τις πράξεις:

$$(\alpha) (-2) \cdot (-3)$$

$$(\beta) (-2) + (-3)$$

$$(\gamma) (-2) - (-3)$$

$$(\delta) -2 - 3$$

$$(\epsilon) (-3) - (-5) \cdot (+4)$$

$$(\sigma\tau) (-3) \cdot (-5) \cdot (+4)$$

$$(\zeta) (-3 - 5) : (-4)$$

$$(\eta) (-5) : (-4 + 3)$$

(Γ) Εξισώσεις α' βαθμού

Δραστηριότητες

1. Να εξετάσετε κατά πόσο οι αριθμοί 3 και 5 είναι λύσεις της εξίσωσης $x + 8 = 13$.

2. Να λύσετε τις πιο κάτω εξισώσεις:

$$(\alpha) x + 8 = 11$$

$$(\beta) 5x = 30$$

$$(\gamma) x - 3 = 21$$

$$(\delta) 2\psi - 5 = 7$$

$$(\epsilon) 2x - 3 - 8x + 1 = x - 6 - 4x$$

$$(\sigma\tau) 5\psi + 14 = \psi - 6 - 6\psi$$

$$(\zeta) 3(x - 1) + 5 = 2x + 9$$

3. Να κυκλώσετε την εξίσωση που η λύση της δίνει το μήκος ενός ορθογωνίου που έχει πλάτος 7 cm και περίμετρο 36 cm .

A. $7 + x = 36$

B. $14 + x = 36$

Γ. $14 + 2x = 36$

4. Η Αλίκη κρατούσε €63 και αγόρασε πέντε ίδια δώρα για τις φίλες της. Να βρείτε πόσα κόστισε το κάθε δώρο, αν της περίσσεψαν €3.

(Δ) Βασικές γεωμετρικές έννοιες

Δραστηριότητες

1. Στον πιο κάτω χάρτη:

- (α) Να σχηματίσετε το **ευθύγραμμο τμήμα** που ενώνει τη Λευκωσία με τη Λεμεσό και το **ευθύγραμμο τμήμα** που ενώνει τη Λεμεσό με την Πάφο.
(β) Να βρείτε το **μέσο** του ευθυγράμμου τμήματος που ενώνει Λεμεσό με Λάρνακα.

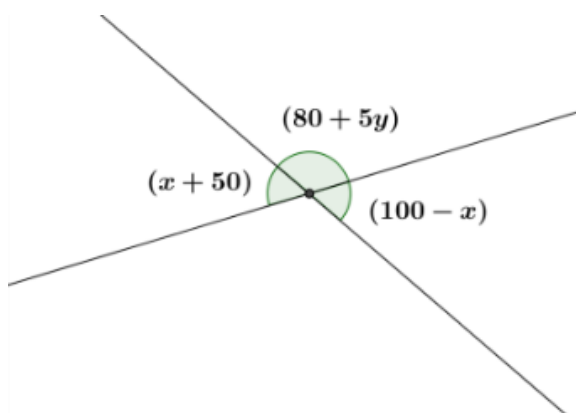


2. Να γράψετε το είδος της κάθε γωνίας (μηδενική, ορθή, ευθεία, πλήρης, οξεία, αμβλεία) στον πιο κάτω πίνακα.

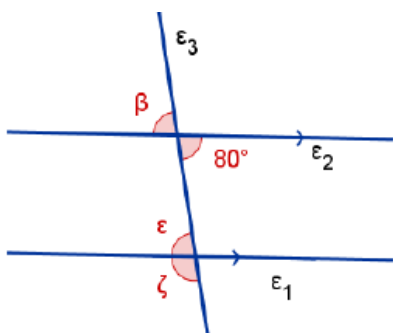
Μέτρο γωνίας	Είδος γωνίας
45°	
190°	
134°	
360°	

Μέτρο γωνίας	Είδος γωνίας
90°	
180°	
0°	
270°	

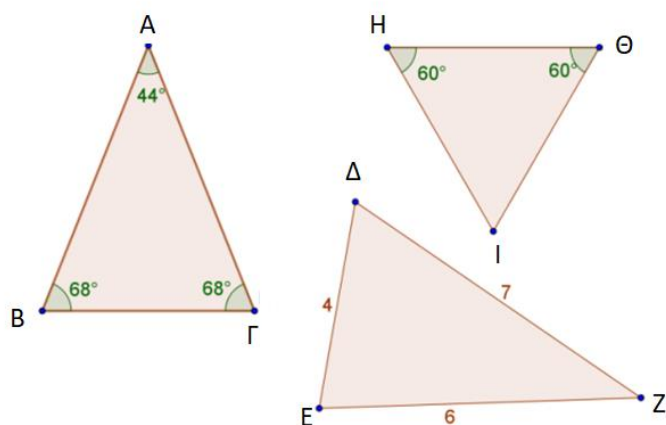
3. Να υπολογίσετε τις τιμές των x και y , δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.



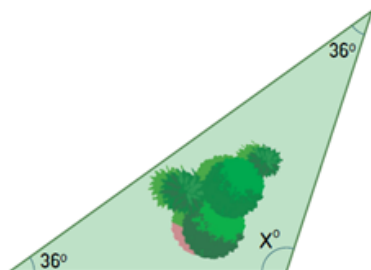
4. Αν $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2$, να υπολογίσετε τις γωνίες β , ε και ζ , δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.



5. Να αναγνωρίσετε ποιο από τα πιο κάτω τρίγωνα είναι **ισοσκελές**, ποιο είναι **ισόπλευρο** και ποιο είναι **σκαληνό**.



6. Ένας χώρος πρασίνου έχει σχήμα τριγωνικό, όπως φαίνεται στην πιο κάτω εικόνα. Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνίας x .



(Ε) Λόγοι – Αναλογίες – Ποσοστά**Δραστηριότητες**

1. Δίνεται μια συνταγή για κέικ γεωγραφίας. Να βρείτε:

(α) τον λόγο της ποσότητας του λαδιού προς την ποσότητα του γάλακτος.

(β) τον λόγο της ποσότητας της ζάχαρης προς την ποσότητα του αλευριού.

(γ) τον λόγο της ποσότητας του λαδιού προς την ποσότητα της ζάχαρης.



2. Να βρείτε την τιμή του x στις πιο κάτω αναλογίες:

(α) $\frac{x}{4} = \frac{9}{12}$

(β) $\frac{x}{15} = \frac{2}{3}$

ΛΟΓΟΣ

$$\alpha \text{ προς } \beta \text{ ή } \alpha : \beta \text{ ή } \frac{\alpha}{\beta}$$

ΑΝΑΛΟΓΙΑ

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta}$$

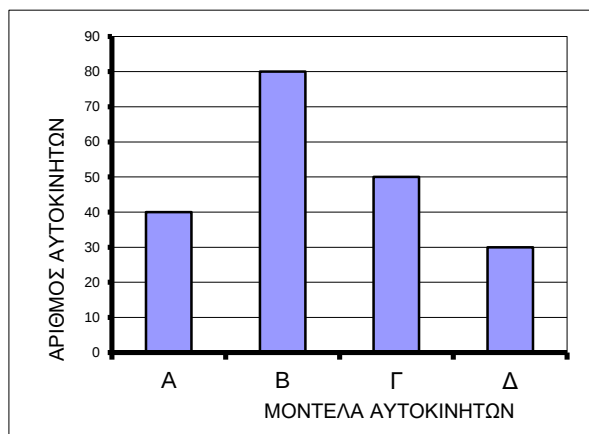
3. Ένα κατάστημα ηλεκτρικών συσκευών αγοράζει την ηλεκτρική κουζίνα €450 και την πουλά με κέρδος 40%. Ποια είναι η τιμή πώλησης της ηλεκτρικής κουζίνας;

4. Η Μαίρη θέλει να αγοράσει ένα μπλουζάκι αξίας €30 το οποίο έχει έκπτωση 25%. Έχει στο πορτοφόλι της €22. Να εξετάσετε αν είναι αρκετά τα χρήματα που έχει, για να αγοράσει το μπλουζάκι.



(ΣΤ) Στατιστική-Πιθανότητες (Παρουσίαση Στατιστικών Δεδομένων)**Δραστηριότητες**

1. Στο πιο κάτω ραβδόγραμμα φαίνεται η κατανομή των πωλήσεων, κατά τη διάρκεια ενός έτους, τεσσάρων διαφορετικών μοντέλων αυτοκινήτων Α, Β, Γ και Δ μιας εταιρείας.



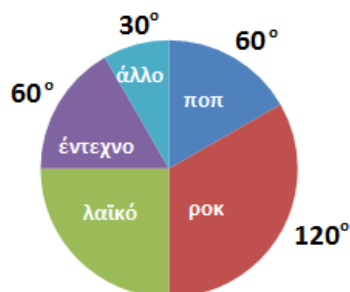
Να βρείτε:

(α) Πόσα αυτοκίνητα πωλήθηκαν από το μοντέλο Β.

(β) Ποιο μοντέλο αυτοκινήτου είχε τις λιγότερες πωλήσεις.

(γ) Πόσα αυτοκίνητα πώλησε συνολικά η εταιρεία.

2. Ο Μουσικός Όμιλος του σχολείου έκανε μια έρευνα για το αγαπημένο είδος μουσικής των μαθητών. Αφού κατέγραψαν την προτίμηση του καθενός από τους 600 μαθητές, παρουσίασαν το πιο κάτω κυκλικό διάγραμμα με τις προτιμήσεις τους. Να κατασκευάσετε τον αντίστοιχο πίνακα συχνοτήτων



3. Στο πιο κάτω κυκλικό διάγραμμα φαίνεται η κατανομή των μαθητών μιας Τεχνικής Σχολής σε κλάδους. Να βρείτε:



(α) Το ποσοστό (%) των μαθητών που επέλεξαν τον κλάδο της Κομμωτικής.

(β) Τον κλάδο που επέλεξαν οι περισσότεροι μαθητές.

ΕΝΟΤΗΤΑ 2: Πραγματικοί Αριθμοί

Ιδιότητες Δυνάμεων με Εκθέτη Φυσικό Αριθμό

Διερεύνηση 1

Να συμπληρώσετε τους πιο κάτω πίνακες και να γενικεύσετε τα συμπεράσματά σας.

Γινόμενο δυνάμεων	Αναλύεται:	Δύναμη:
$2^3 \cdot 2^4$	$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$	2^7
$3^2 \cdot 3^3$		
$(-4)^3 \cdot (-4)^2$		
$a^μ \cdot a^ν$		
Πηλίκο δυνάμεων	Αναλύεται:	Δύναμη:
$\frac{2^7}{2^3}$	$\frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}{2 \cdot 2 \cdot 2} = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$	2^4
$\frac{x^6}{x^4}$		
$a^μ \div a^ν$		
Δύναμη σε δύναμη	Αναλύεται:	Δύναμη:
$(7^2)^4$	$7^2 \cdot 7^2 \cdot 7^2 \cdot 7^2$	7^8
$(a^3)^5$		
$(a^μ)^ν$		

Δραστηριότητα

Να γράψετε σε μορφή **μίας δύναμης** τις παρακάτω παραστάσεις:

(α) $(+3)^2 \cdot (+3)^4 =$

(β) $x^5 \cdot x^4 \cdot x =$

(γ) $(-2)^2 \cdot (-2)^5 =$

$$(\delta) \left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{10} =$$

$$(\epsilon) 2^4 \cdot 2 \cdot 2^5 \cdot 2^3 =$$

$$(\sigma\tau) 3^8 \div 3^4 =$$

$$(\zeta) (-2)^6 \div (-2)^3 =$$

$$(\eta) \frac{3^{10}}{3^2} =$$

$$(\theta) (2^5)^4 =$$

$$(\iota) (x^3)^{10} =$$

$$(\kappa) \left[\left(\frac{2}{3}\right)^4 \right]^3 =$$

Διερεύνηση 2

Να συμπληρώσετε τους πιο κάτω πίνακες και να γενικεύσετε τα συμπεράσματά σας

Γινόμενο σε δύναμη	Αναλύεται:	Παράσταση:
$(7 \cdot x)^4$	$7 \cdot x \cdot 7 \cdot x \cdot 7 \cdot x \cdot 7 \cdot x$	$7^4 \cdot x^4$
$(5 \cdot \lambda)^3$		
$(\alpha \cdot \beta)^v$		
Πηλίκο σε δύναμη	Αναλύεται:	Παράσταση:
$\left(\frac{3}{5}\right)^4$	$\frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} = \frac{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5}$	$\frac{3^4}{5^4}$
$\left(\frac{2}{x}\right)^3$		
$\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^v$		

Δραστηριότητα

Να υπολογίσετε τις πιο κάτω παραστάσεις χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής.

$$(\alpha) \left(\frac{1}{2}\right)^{10} \cdot 2^{10} =$$

$$(\beta) 2^5 \cdot 5^5 =$$

$$(\gamma) \left(\frac{1}{10}\right)^4 =$$

$$(\delta) \left(-\frac{2}{3}\right)^3 =$$

Δυνάμεις Ρητών με Ακέραιο Εκθέτη**Διερεύνηση 3**

Ο Μάριος και η Άννα έχουν να κάνουν τη διαίρεση $7^3 \div 7^6$. Να εξετάσετε τον τρόπο με τον οποίο εργάστηκαν καθώς και την ορθότητα του συλλογισμού τους.

$$7^3 \div 7^6 = 7^{3-6} = 7^{-3}$$

$$7^3 \div 7^6 = \frac{7^3}{7^6} = \frac{\cancel{7} \cdot \cancel{7} \cdot \cancel{7}}{\cancel{7} \cdot \cancel{7} \cdot \cancel{7} \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7} = \frac{1}{7 \cdot 7 \cdot 7} = \frac{1}{7^3}$$

**Δραστηριότητες**

1. Να υπολογίσετε τις δυνάμεις:

(α) 2^{-3}

(β) 10^{-2}

(γ) $\left(-\frac{1}{4}\right)^{-1}$

(δ) $(-3)^{-2}$

(ε) $(-10)^{-1}$

(στ) $\left(-\frac{4}{3}\right)^{-3}$

(ζ) $\left(\frac{1}{5}\right)^{-2}$

2. Να γράψετε σε μορφή **μίας δύναμης** τις παρακάτω παραστάσεις:

$$(\alpha) 5^2 \cdot 5^{-3} =$$

$$(\beta) (-4)^4 \cdot (-4)^{-3} =$$

$$(\gamma) (-7)^4 \div (-7)^{-2} =$$

$$(\delta) 3^4 \cdot 3^{-2} \cdot 3^7 =$$

$$(\epsilon) (-3)^5 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^2 \cdot (-3)^7 =$$

$$(\sigma\tau) 3^5 + 7 \cdot 3^5 - 3^5 + 2 \cdot 3^5 =$$

$$(\zeta) 5^3 \div 5^{-2} + 5 \cdot 5^4 + 24 \cdot 5^5 - 5^2 \cdot 5^3 =$$

$$(\eta) (-2)^3 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^{-4} \cdot (-2)^{-1} \div \left(-\frac{1}{2}\right)^{-3} =$$

3. Να υπολογίσετε την τιμή των παραστάσεων:

$$(\alpha) (-3)^{-3} - (7-8)^{-9} + \left(-\frac{1}{3}\right)^{-2} =$$

$$(\beta) (-2)^{13} \div (-2)^{10} - (-1)^3 + (+1)^{79} =$$

Τετραγωνική και κυβική ρίζα αριθμού

$$\sqrt{\alpha} = \beta \Leftrightarrow \beta^2 = \alpha, \text{ όπου } \alpha \geq 0, \beta \geq 0$$

τετραγωνική ρίζα του α

$$\sqrt[3]{\alpha} = \beta \Leftrightarrow \beta^3 = \alpha, \text{ όπου } \alpha \geq 0, \beta \geq 0$$

κυβική ρίζα του α

$$* \sqrt{\alpha^2} = |\alpha|$$

*Αν $\alpha \geq 0$, τότε

$$(\sqrt{\alpha})^2 = \alpha$$

*Αν $\alpha \geq 0$, τότε

$$(\sqrt[3]{\alpha})^3 = \alpha$$

Δραστηριότητες

1. Να υπολογίσετε τις ρίζες:

A. $\sqrt{49} =$

B. $\sqrt{(-4)^2} =$

Γ. $\sqrt[3]{64} =$

Δ. $\sqrt[3]{0,001} =$

E. $\sqrt[3]{1} =$

ΣΤ. $\sqrt{\frac{1}{25}} =$

Ζ. $\sqrt[3]{8^3} =$

Η. $\sqrt{(-3)^2} =$

2. Να χαρακτηρίσετε με ΣΩΣΤΟ ή ΛΑΘΟΣ τις πιο κάτω ισότητες:

(i) $\sqrt{3^2} = 3$

(ii) $\sqrt{(-5)^2} = -5$

(iii) $\sqrt[3]{51} = 17$

(iv) $\sqrt[3]{10000} = 10$

3. Να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή των παραστάσεων:

(α) $(\sqrt[3]{15})^3 =$

(β) $(\sqrt[3]{2+6})^2 =$

$$(\gamma) \sqrt[3]{2^3} + \sqrt[3]{5^3} + (\sqrt{5})^2 =$$

$$(\delta) \sqrt[3]{7^6} =$$

$$(\epsilon) \sqrt{(-10)^2} =$$

$$(\sigma\tau) \sqrt{\left(-\frac{2}{5}\right)^2} =$$

$$(\zeta) \sqrt{36} + \sqrt{121} =$$

$$(\eta) \sqrt{50+50} =$$

$$(\theta) \sqrt[3]{(-1)^2 + 7 \cdot (-3)^2} =$$

4. Να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης $A = \sqrt{8\sqrt{4}}$.

Ιδιότητες Ριζών

Διερεύνηση 4

Να συμπληρώσετε τον πιο κάτω πίνακα:

α	β	$\sqrt{\alpha}$	$\sqrt{\beta}$	$\sqrt{\alpha} \cdot \sqrt{\beta}$	$\sqrt{\alpha\beta}$	$\sqrt{\frac{\alpha}{\beta}}$	$\frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\beta}}$	$\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}$	$\sqrt{\alpha + \beta}$
1	9								
25	16								

I. Να συγκρίνετε τα αποτελέσματα των στηλών $\sqrt{\alpha} \cdot \sqrt{\beta}$ και $\sqrt{\alpha\beta}$.

II. Να συγκρίνετε τα αποτελέσματα των στηλών $\sqrt{\frac{\alpha}{\beta}}$ και $\frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\beta}}$.

III. Να συγκρίνετε τα αποτελέσματα των στηλών $\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}$ και $\sqrt{\alpha + \beta}$.

Δραστηριότητες

1. Να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή των παραστάσεων:

$$(\alpha) \sqrt{2} \cdot \sqrt{8} =$$

$$(\beta) \sqrt{3} \cdot \sqrt{27} =$$

$$(\gamma) \sqrt{50} =$$

$$(\delta) \sqrt{75} =$$

$$(\varepsilon) \sqrt{12} =$$

$$(\sigma\tau) \frac{\sqrt{200}}{\sqrt{2}} =$$

$$(\zeta) \sqrt{\frac{144}{81}} =$$

2. Να γράψετε τις πιο κάτω παραστάσεις στην πιο απλή μορφή:

$$(\alpha) 3\sqrt{7} + 9\sqrt{7} - \sqrt{7} =$$

$$(\beta) \sqrt{20} \cdot \sqrt{5} - \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}} =$$

$$(\gamma) \sqrt{5} \cdot (2 - 4\sqrt{5}) =$$

Χρήση υπολογιστικής μηχανής



Οι μαθητές/μαθήτριες πρέπει να είναι σε θέση να χρησιμοποιούν με ευχέρεια την υπολογιστική τους για να υπολογίζουν αριθμητικές παραστάσεις.

Πρέπει να είναι σε θέση να χρησιμοποιούν δυνάμεις, ρίζες, παρενθέσεις και κλάσματα όπως το παράδειγμα:

$\sqrt{4}$	$\sqrt{\quad} 4 =$	$\sqrt{4}$	2
5^2	$5 \times^2 =$	5^2	25
$2 \cdot (7 - 3)$	$2 \times (7 - 3) =$	$2 \times (7 - 3)$	8
$2 \cdot (7 - 3)$	$7 - 3 = 2 \times \text{Ans} =$	$2 \times \text{Ans}$	8
$2 - (-3)$	$2 - ((-) 3) =$	$2 - (-3)$	5

Δραστηριότητες

1. Να υπολογίσετε τις πιο κάτω ρίζες, με τη χρήση υπολογιστικής μηχανής:

(α) $\sqrt{19}$

(β) $\sqrt{23}$

(γ) $\sqrt{1024}$

(δ) $\sqrt[3]{16}$

2. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης, με τη χρήση υπολογιστικής μηχανής:

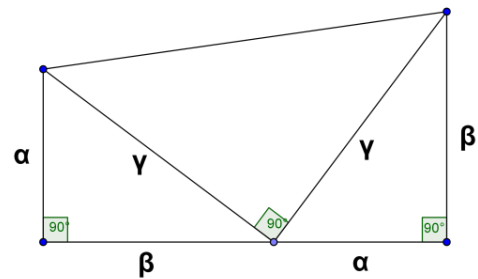
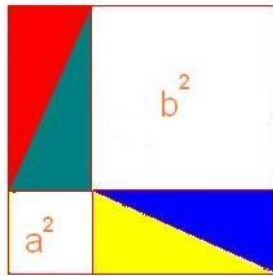
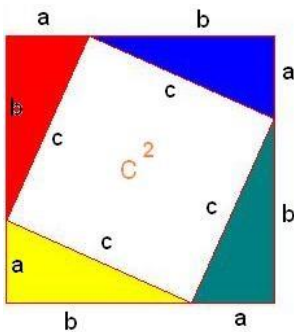
$$A = (-2)^3 + (9 - 2)^2 + (15 - 2 \cdot 3)^2$$

3. Η πυραμίδα του Χέοπα είναι η μεγαλύτερη στον κόσμο. Η βάση της πυραμίδας είναι τετράγωνη με εμβαδόν $52\,900\,m^2$. Να υπολογίσετε το μήκος της πλευράς της βάσης της πυραμίδας.



Πυθαγόρειο Θεώρημα

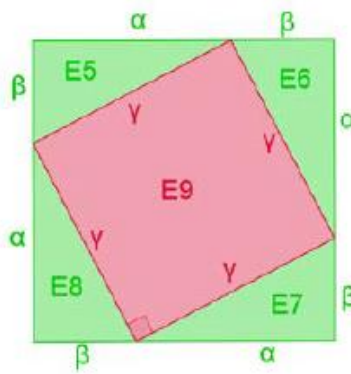
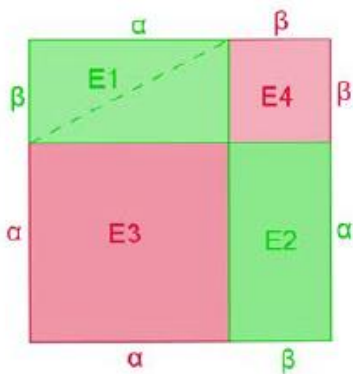
Να αιτιολογήσετε γιατί τα πιο κάτω σχήματα μπορούν να μας βοηθήσουν να αποδείξουμε το Πυθαγόρειο Θεώρημα.



$$c^2 = a^2 + b^2$$

Απόδειξη Πυθαγορείου Θεωρήματος:

Δίνεται τετράγωνο με πλευρά $(\alpha + \beta)$.



Το εμβαδόν (E) του τετραγώνου είναι:

1^η περίπτωση:

$$E = E_1 + E_2 + E_3 + E_4$$

$$E = \alpha\beta + \alpha\beta + \alpha^2 + \beta^2$$

$$E = 2\alpha\beta + \alpha^2 + \beta^2$$

Άρα, ισχύει: $2\alpha\beta + \alpha^2 + \beta^2 = 2\alpha\beta + \gamma^2$

$$\alpha^2 + \beta^2 = \gamma^2$$

2^η περίπτωση:

$$E = E_5 + E_6 + E_7 + E_8 + E_9$$

$$E = \frac{\alpha\beta}{2} + \frac{\alpha\beta}{2} + \frac{\alpha\beta}{2} + \frac{\alpha\beta}{2} + \gamma^2$$

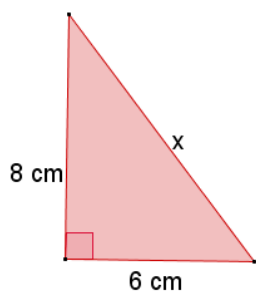
$$E = 2\alpha\beta + \gamma^2$$

Εφαρμογές Πυθαγόρειου Θεωρήματος

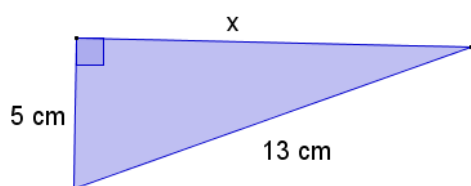
Δραστηριότητες

1. Να βρεθεί το μήκος x σε καθεμιά από τις πιο κάτω περιπτώσεις.

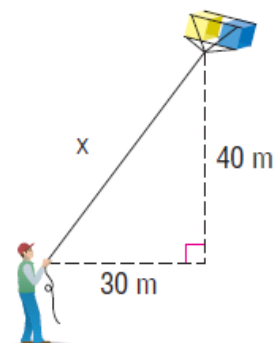
(α)



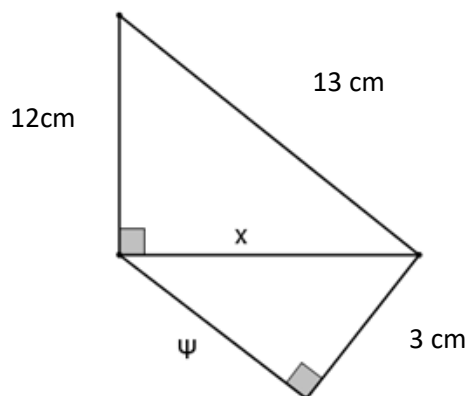
(β)



2. Να υπολογίσετε το μήκος του σχοινιού που χρησιμοποιεί ο Ανδρέας, για να πετάξει τον χαρταετό του.



3. Να βρείτε τις τιμές των x και ψ στο πιο κάτω σχήμα, δικαιολογώντας την απάντησή σας.



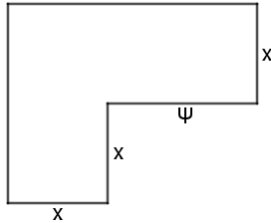
4. Ένας οικοδόμος, για να σχηματίσει ορθή γωνία, κόβει τρία ξύλα μήκους $6m$, $8m$ και $10m$. Στη συνέχεια με αυτά σχηματίζει ένα τρίγωνο. Να εξηγήσετε γιατί είναι σίγουρος ότι έχει σχηματίσει ορθογώνιο τρίγωνο.



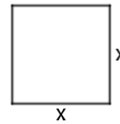
ΕΝΟΤΗΤΑ 3: Αλγεβρικές Παραστάσεις

Διερεύνηση

Να μελετήσετε τα πιο κάτω σχήματα και να απαντήσετε στα ερωτήματα:



Σχήμα 1



Σχήμα 2

- I. Να βρείτε τις αλγεβρικές παραστάσεις που εκφράζουν την περίμετρο των πιο πάνω σχημάτων. Από πόσους όρους αποτελείται η κάθε παράσταση;

- II. Ποιου σχήματος η αλγεβρική παράσταση της περιμέτρου αποτελείται από έναν μόνο όρο;

Μονώνυμα

ΜΟΝΩΝΥΜΟ ονομάζεται κάθε γινόμενο το οποίο αποτελείται από πραγματικό αριθμό και μεταβλητές με εκθέτη μη αρνητικό ακέραιο αριθμό.

Παράδειγμα: $5x^4\psi^3$

Βαθμός μονωνύμου: 7

συντελεστής

κύριο μέρος

Δραστηριότητες

1. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση στις πιο κάτω περιπτώσεις και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας:

(α) Ποια από τις ακόλουθες αλγεβρικές παραστάσεις είναι μονώνυμο;

A. $x^2 - 2x$ B. $4x$ Γ. $-3x^3 + 2$ Δ. $5 - \alpha$

(β) Ο βαθμός του μονωνύμου $10\kappa^2\lambda$ είναι:

A. 10 B. 3 Γ. 2 Δ. 4

2. Στον πιο κάτω πίνακα να συμπληρώσετε τον συντελεστή και το κύριο μέρος του κάθε μονωνύμου.

		ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ	ΚΥΡΙΟ ΜΕΡΟΣ
(α)	x		
(β)	$3x^2$		
(γ)	$-3x^{10}y^2$		
(δ)	$\frac{-4xy}{7}$		
(ε)	$\kappa^3\lambda^2$		

3. Δίνεται το μονώνυμο $6\alpha^3\beta^9$. Να γράψετε δυο **όμοια** μονώνυμα του μονωνύμου αυτού.

4. Να βρείτε το **ίσο μονώνυμο** και το **αντίθετο μονώνυμο** του μονωνύμου $-2x^2\psi$.

Πράξεις μονωνύμων

Δραστηριότητες

1. Να αντιστοιχίσετε κάθε αλγεβρική παράσταση της στήλης Α, με το άθροισμά της στη στήλη Β.

Στήλη Α	Στήλη Β
$x + 3x - 5x$	$2x^2$
$4x^2 - 3x^2 - 9x^2$	$4x^3$
$7x^3 - 4x^3 + x^3$	$5x$
$7x^2 - 3x^2 - 2x^2$	$-x$
	$-8x^2$

2. Να κάνετε τις πράξεις:

$$(\alpha) 7x^2\psi - x^2\psi + 9x^2\psi =$$

$$(\beta) 2x^2 - 4x^2 + 9x^2 =$$

$$(\gamma) 7x^2\omega - 7\omega x^2 =$$

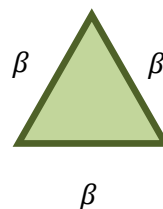
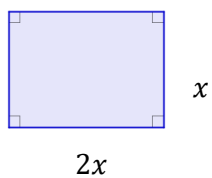
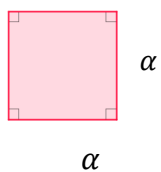
$$(\delta) 2\alpha\beta - (-3\alpha\beta) + 5\alpha\beta =$$

$$(\epsilon) 3x + 5x - (-2x) + 7 =$$

$$(\sigma\tau) - (4\kappa\lambda) + (-3\kappa\lambda) - 2\kappa\lambda =$$

$$(\zeta) 13 + 3\alpha\beta - 2 - 4\alpha\beta =$$

3. Να βρείτε την περίμετρο των πιο κάτω σχημάτων:



Πολλαπλασιασμός μονωνύμων**Δραστηριότητα**

Να κάνετε τις πράξεις:

$$(\alpha) \quad 5x \cdot 2 =$$

$$(\beta) \quad (4x) \cdot (4x^2) =$$

$$(\gamma) \quad (-3\alpha^3) \cdot (-7\alpha^2) =$$

$$(\delta) \quad (-x^3y) \cdot (+7x^2) =$$

$$(\epsilon) \quad (-3\alpha^3\beta) \cdot (\alpha^2\beta) =$$

$$(\sigma\tau) \quad (-5\alpha^3\beta)^2 =$$

$$(\zeta) \quad \left(-\frac{3}{2}\alpha^3\right) \cdot \left(+\frac{4}{7}\alpha^5\right) =$$

$$(\eta) \quad (2\kappa^2\lambda)^3 =$$

Διαίρεση μονωνύμων

Δραστηριότητες

1. Να κάνετε τις πράξεις:

$$(\alpha) (6x):3=$$

$$(\beta) (4x^5):(2x^2)=$$

$$(\gamma) (14w^6):(-7w^{10})=$$

$$(\delta) (-5x^3):(-7x^2)=$$

$$(\epsilon) (-9x^3y):(-3x^3)=$$

$$(\sigma\tau) \frac{18\alpha^6\beta^4}{-3\alpha^2\beta^4}=$$

$$(\zeta) (-4\alpha^3\beta^2):(-\alpha^5\beta^4)=$$

$$(\eta) \frac{-24x^2}{8x^2y}=$$

2. Να κάνετε τις πράξεις:

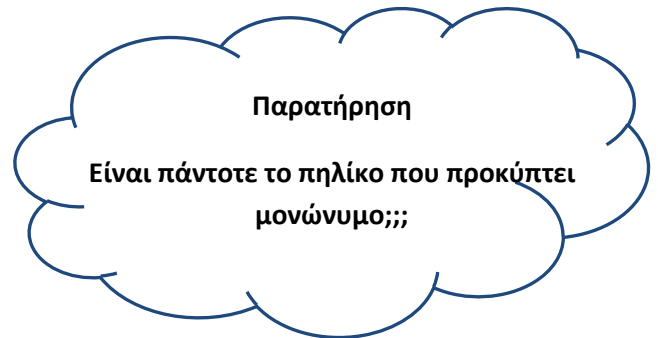
$$(\alpha) (4x^5):(2x^3)-(+5x^2)=$$

$$(\beta) 3x^6+(-4x^4)\cdot(2x^2)=$$

$$(\gamma) (14\alpha^5):(-2\alpha^2)-(4\alpha^7\beta^2):(-\alpha^4\beta)+3\alpha^3\beta=$$

$$(\delta) -(-4xy)-(-20x^5y^6):(-5x^4y^5)=$$

$$(\epsilon) -10x^6+(-6x^3)\cdot(-2x^3)-(-2x^6)=$$



ΠΟΛΥΩΝΥΜΟ ονομάζουμε την αλγεβρική παράσταση που είναι άθροισμα μονωνύμων

Παράδειγμα: $7x^4 - 6x^2 + 8x - 2$

Βαθμός πολυωνύμου: 4

Διάταξη Πολυωνύμου

Κατά αύξουσες δυνάμεις: $-2 + 8x - 6x^2 + 7x^4$

Κατά φθίνουσες δυνάμεις: $7x^4 - 6x^2 + 8x - 2$

Δραστηριότητα

Δίνεται το πολυώνυμο $-4x + x^3 - 10 + 3x^2$.

(α) Να βρείτε τον βαθμό του.

(β) Να το διατάξετε κατά τις **αύξουσες δυνάμεις του x**.

(γ) Να το διατάξετε κατά τις **φθίνουσες δυνάμεις του x**.

Πρόσθεση Πολυωνύμων

Δραστηριότητες

1. Να κάνετε τις πράξεις:

(α) $(x^2 - 2x) + (6x^2 + 9x) =$

(β) $(3x^2 - 2x) - (7x^2 + 5x) =$

(γ) $(5x^2 + x) + (7x - 2) =$

$$(\delta) (4x^2 - x - 10) - (6x^2 - 1) =$$

$$(\epsilon) (x^2 - 3x) - (7x^2 - 3x - 4) =$$

2. Δίνεται το τριώνυμο $A = 4x^2 - 2x + 3$ και το διώνυμο $B = 4x - 9$. Να υπολογίσετε τα ακόλουθα: (α) $A + B$ (β) $A - B$ (γ) $-A$ (δ) $-A - B$

3. Δίνονται τα πολυώνυμα $p(x) = -2x^3 - x^2 + 6x - 2$ και $q(x) = x^3 + 7x^2 - 6x + 5$. Να υπολογίσετε τις πιο κάτω παραστάσεις:

(α) $p(x) + q(x)$

(β) $p(x) - q(x)$

(γ) $-p(x) - q(x)$

(δ) $p(2)$

Πολλαπλασιασμός πολυωνύμων**Δραστηριότητα**

Να κάνετε τις πράξεις:

$$(\alpha) \quad x(x+2) =$$

$$(\beta) \quad -2x(x+3) =$$

$$(\gamma) \quad -5x(3x-x^2) =$$

$$(\delta) \quad 3\alpha(\alpha^4-4\alpha) =$$

$$(\epsilon) \quad -xy^3(2x-y^6) =$$

$$(\sigma\tau) \quad \kappa\lambda^3(6\kappa-\lambda) =$$

$$(\zeta) \quad (x+2)(x+3) =$$

$$(\eta) \quad (x-1)(x+4) =$$

$$(\theta) \quad (5-x)(x-3) =$$

$$(\iota) \quad (x+5)^2 =$$

Διαίρεση Πολυωνύμων**Δραστηριότητες**

1. Να κάνετε τις πράξεις:

$$(\alpha)(20\alpha^4 + 5\alpha^3) : (5\alpha^2) =$$

$$(\beta)(9\alpha^5 - 15\alpha^3) : (3\alpha^8) =$$

$$(\gamma)(4x^8 - 12x^5) : (-2x^3) =$$

$$(\delta)(-21x^3y^2 + 14xy^3) : (-7x^3y^4) =$$

$$(\epsilon)\frac{2x^5 + x - 5}{x} =$$

$$(\sigma\tau)\frac{18x^5y^4 + x^5y}{3x^6y^2} =$$

$$(\zeta)\frac{-6 + 3x^5}{-3} =$$

$$(\eta)\frac{-9x^5y - 10x^6y^3}{-2y^5} =$$

2. Να κάνετε τις πράξεις:

$$(\alpha) (\alpha^2 - 4\alpha) : (\alpha - 4)$$

$$(\beta) (x^2 - 5x + 6) : (x - 2)$$

$$(\gamma) (6x^2 + 5x + 3) : (2x + 1)$$

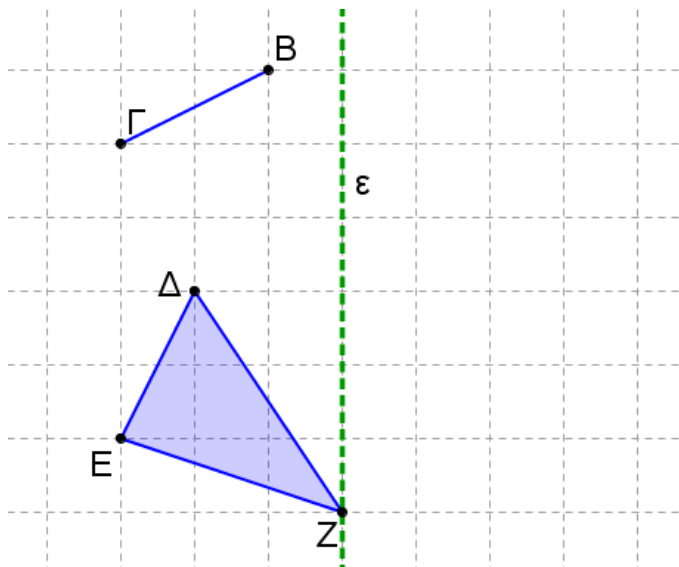
ΕΝΟΤΗΤΑ 4: Γεωμετρία

Συμμετρία

1. Πιο κάτω δίνονται διάφορες σημαίες κρατών. Να βρείτε, όπου υπάρχουν, άξονες συμμετρίας:

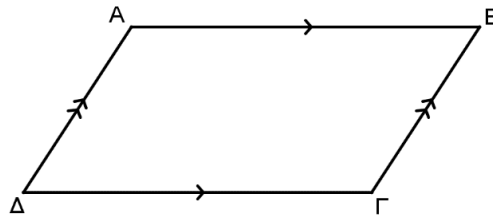


2. Να κατασκευάσετε το συμμετρικό των πιο κάτω σχημάτων ως προς την ευθεία ε.

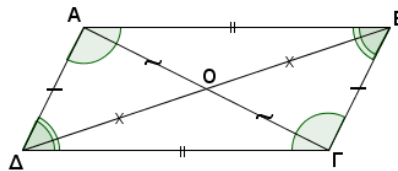


Παραλληλόγραμμο

- **Παραλληλόγραμμο (#)** ονομάζεται το τετράπλευρο επίπεδο σχήμα που έχει τις απέναντι του πλευρές παράλληλες ($AB \parallel \Delta\Gamma$, $A\Delta \parallel B\Gamma$)



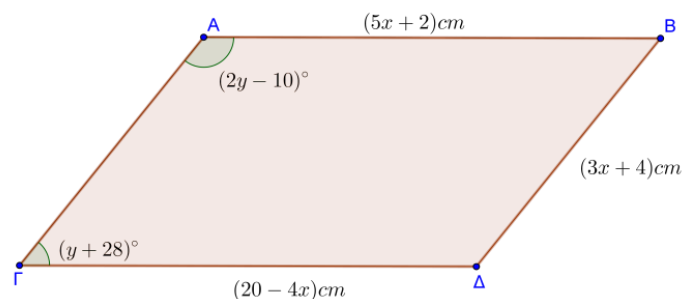
- Σε κάθε παραλληλόγραμμο ισχύουν οι πιο κάτω ιδιότητες:



1. Οι απέναντι πλευρές του είναι ίσες. ($AB = \Delta\Gamma$ και $A\Delta = B\Gamma$)
2. Οι απέναντι γωνίες του είναι ίσες. ($\hat{A} = \hat{\Gamma}$ και $\hat{B} = \hat{\Delta}$)
3. Οι διαγώνιοι του διχοτομούνται. ($AO = \Gamma O$ και $BO = \Delta O$)

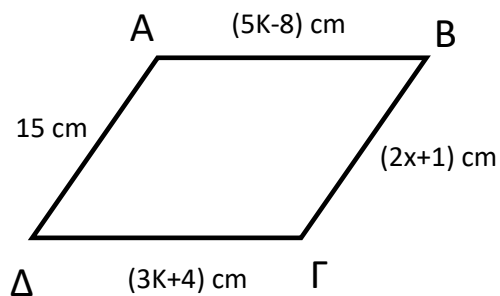
Δραστηριότητες

1. Να υπολογίσετε τα μήκη των πλευρών και τα μέτρα των γωνιών του παραλληλογράμμου $AB\Delta\Gamma$.

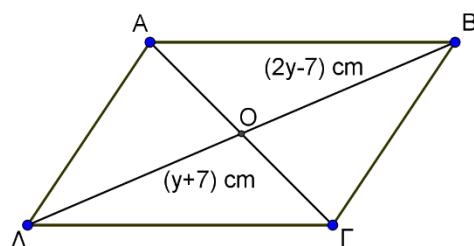


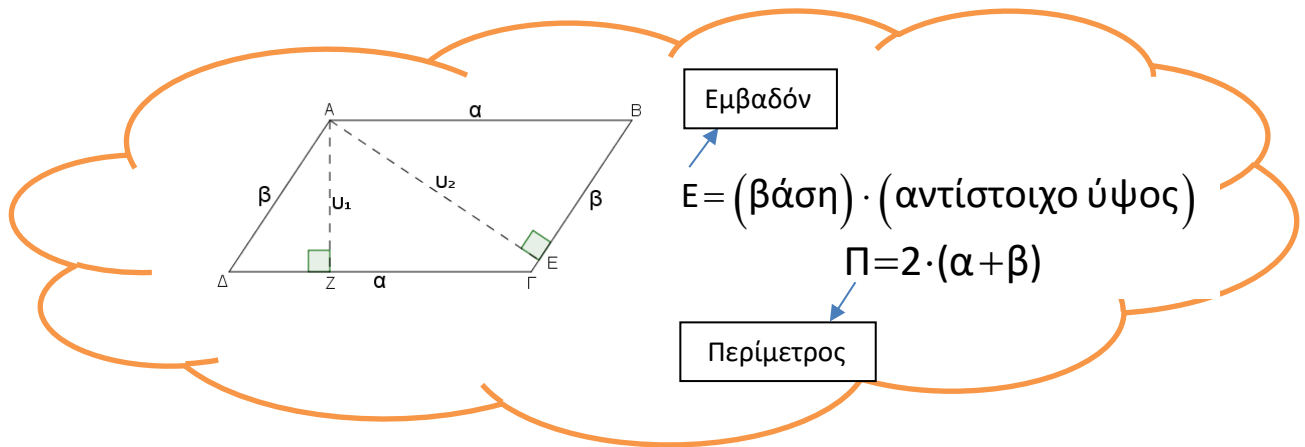
2. Στα πιο κάτω σχήματα τα τετράπλευρα ΑΒΓΔ είναι παραλληλόγραμμα.

(α) Να υπολογίσετε τις τιμές των κ και χ .



(β) Να υπολογίσετε την τιμή του y αν, $OB = (2y - 7) \text{ cm}$ και $OD = (y + 7) \text{ cm}$.

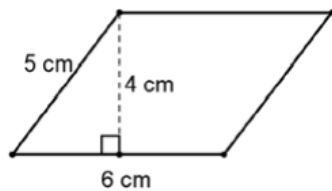




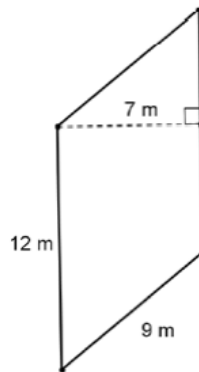
Δραστηριότητες

1. Να υπολογίσετε το εμβαδόν και την περίμετρο των πιο κάτω παραλληλογράμμων.

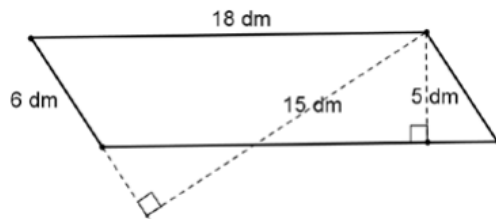
(α)



(β)



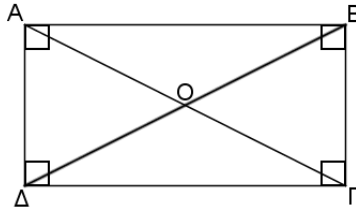
(γ)



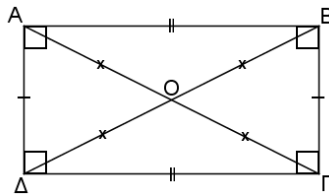
2. Ένα παραλληλόγραμμο έχει εμβαδόν 40 cm^2 και ύψος 8 cm . Να υπολογίσετε τη βάση που αντιστοιχεί στο ύψος αυτό.

Ορθογώνιο Παραλληλόγραμμο

- **Ορθογώνιο παραλληλόγραμμο** ή απλά **ορθογώνιο** ονομάζεται το τετράπλευρο που έχει και τις τέσσερις του γωνίες ορθές.



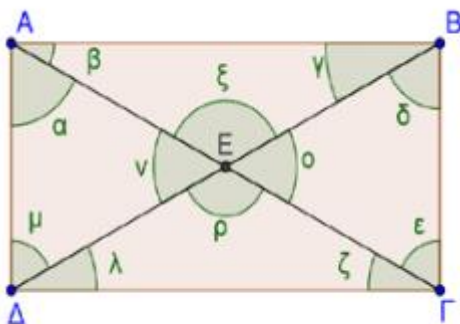
- Σε κάθε ορθογώνιο ισχύουν οι πιο κάτω ιδιότητες:

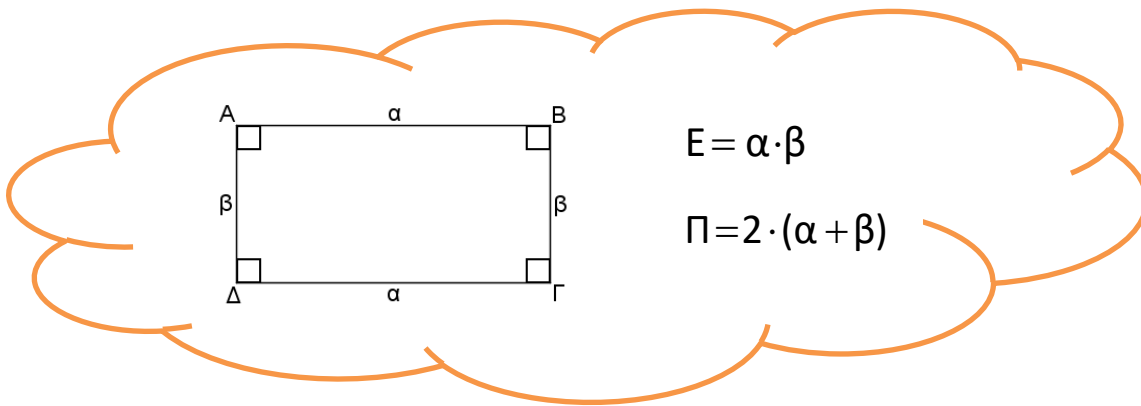


1. Όλες οι ιδιότητες που ισχύουν στο παραλληλόγραμμο.
2. Οι διαγώνιοί του είναι ίσες. ($AC = BD$)

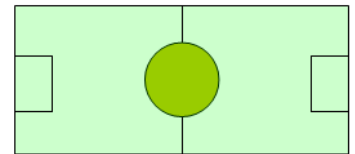
Δραστηριότητα

Να υπολογίσετε τις γωνίες που φαίνονται στο ορθογώνιο $AB\Gamma\Delta$, αν $\beta = 30^\circ$.



**Δραστηριότητες**

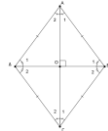
1. Η περίμετρος ενός γηπέδου mini-futsal είναι 124m. Το μήκος του είναι 40m. Πόσο είναι το εμβαδόν του;



2. Να υπολογίσετε τις διαστάσεις ορθογωνίου με εμβαδόν 72 m^2 , αν το μήκος του είναι διπλάσιο από το πλάτος του.

Ρόμβος

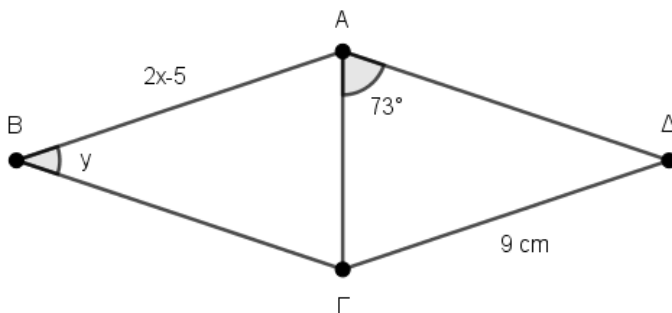
- **Ρόμβος** ονομάζεται το τετράπλευρο που έχει και τις τέσσερις του πλευρές ίσες.

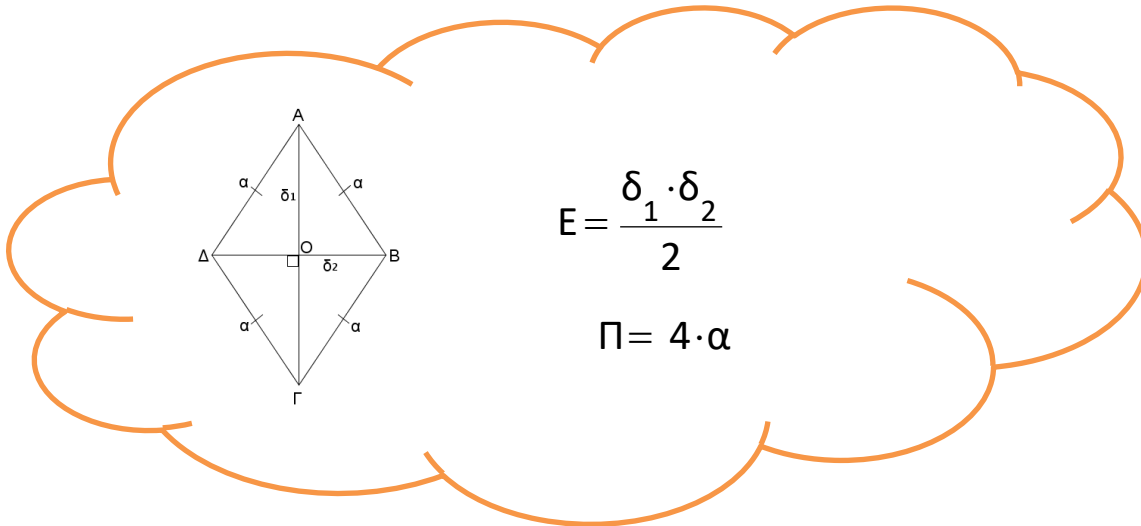


- Σε κάθε ρόμβο ισχύουν οι πιο κάτω ιδιότητες:
1. Όλες οι ιδιότητες που ισχύουν στο παραλληλόγραμμο.
 2. Οι διαγώνιοι του ρόμβου είναι κάθετες. ($ΑΓ \perp ΒΔ$)
 3. Οι διαγώνιοι του ρόμβου διχοτομούν τις γωνίες του.
($\hat{A}_1 = \hat{A}_2, \hat{B}_1 = \hat{B}_2, \hat{\Gamma}_1 = \hat{\Gamma}_2, \hat{\Delta}_1 = \hat{\Delta}_2$)

Δραστηριότητα

Δίνεται ρόμβος ΑΒΓΔ. Να υπολογίσετε τις τιμές των x και y .

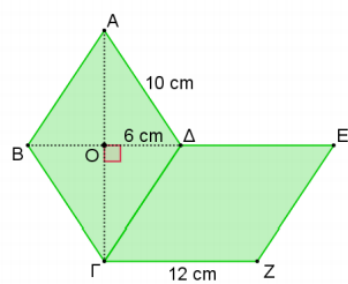


**Δραστηριότητες**

1. Να βρείτε το εμβαδόν και την περίμετρο ρόμβου με διαγώνιους $\delta_1 = 24 \text{ cm}$ και $\delta_2 = 10 \text{ cm}$.
2. Η μια διαγώνιος του ρόμβου είναι τετραπλάσια από την άλλη. Το εμβαδόν του ρόμβου είναι 128 cm^2 . Να υπολογίσετε τις διαγώνιους του ρόμβου.

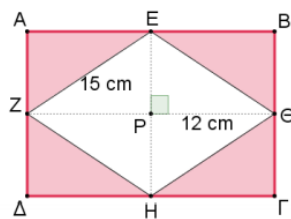
3. Να βρείτε το εμβαδόν των πιο κάτω σκιασμένων σχημάτων.

(α)



$AB\Gamma\Delta$ ρόμβος
 $\Gamma\Delta EZ$ παραλληλόγραμμο

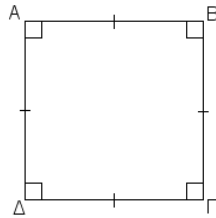
(β)



$AB\Gamma\Delta$ ορθογώνιο
 $E\Theta HZ$ ρόμβος

Τετράγωνο

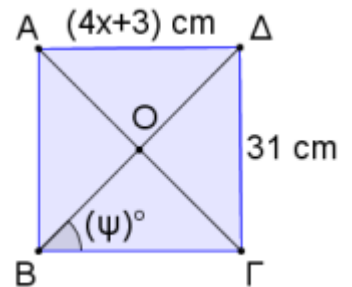
- Τετράγωνο ονομάζεται το τετράπλευρο που έχει τις **πλευρές του ίσες** και τις **γωνίες του ορθές**.



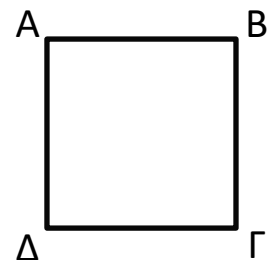
- Σε κάθε τετράγωνο ισχύουν οι πιο κάτω ιδιότητες:
Όλες οι ιδιότητες που ισχύουν στο παραλληλόγραμμο, στο ορθογώνιο και στον ρόμβο.

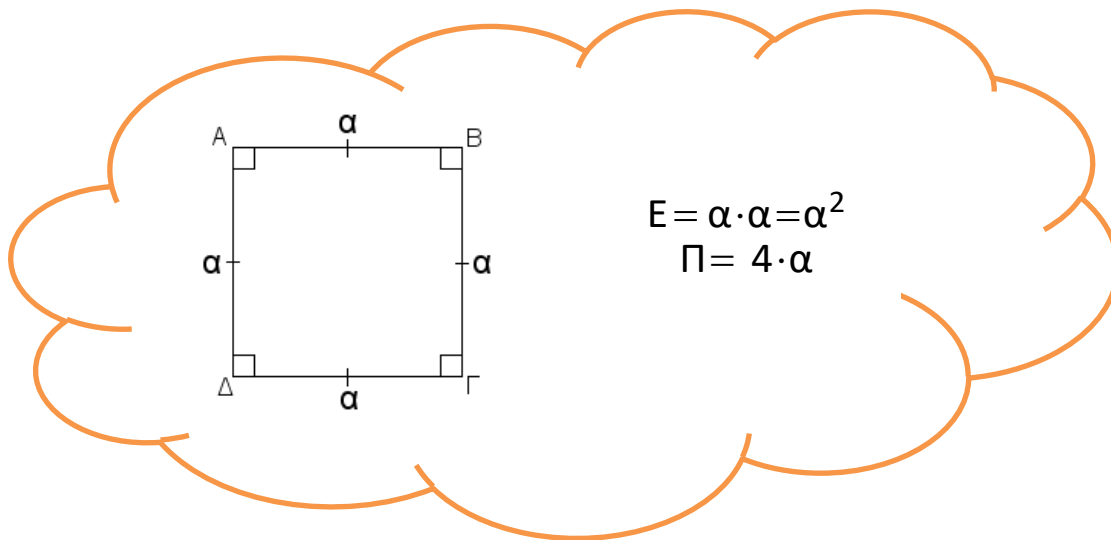
Δραστηριότητες

- Στο πιο κάτω σχήμα το $AB\Gamma\Delta$ είναι τετράγωνο. Να υπολογίσετε τις τιμές των x και ψ .



- Δίνεται το τετράγωνο $AB\Gamma\Delta$ με πλευρά 10cm . Να υπολογίσετε το μήκος των $B\Delta$, AO και τη γωνία $AB\Delta$ (όπου O το σημείο τομής των διαγωνίων του τετραγώνου).





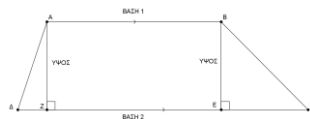
Δραστηριότητες

1. Ένα χαρτόνι σχήματος τετραγώνου έχει περίμετρο 48 cm. Πόσο είναι το εμβαδόν του;
2. Ένα τετράγωνο είναι ισεμβαδικό με ορθογώνιο που έχει περίμετρο 30 cm και το μήκος του είναι διπλάσιο του πλάτους του. Να βρεθεί η πλευρά του τετραγώνου.

ΙΣΕΜΒΑΔΙΚΑ
έχουν το ίδιο
εμβαδόν

Τραπέζιο

- **Τραπέζιο** ονομάζεται το τετράπλευρο που έχει μόνο τις δύο πλευρές του παράλληλες.



$$E = \frac{(\beta_1 + \beta_2) \cdot U}{2}$$

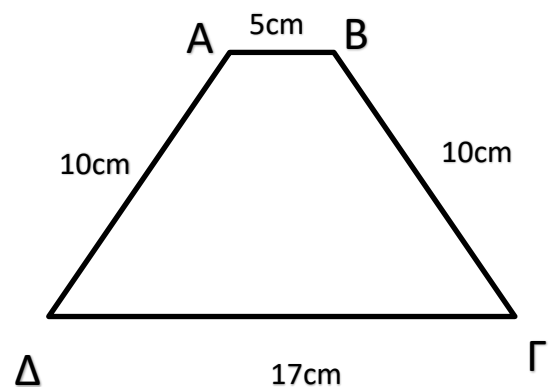
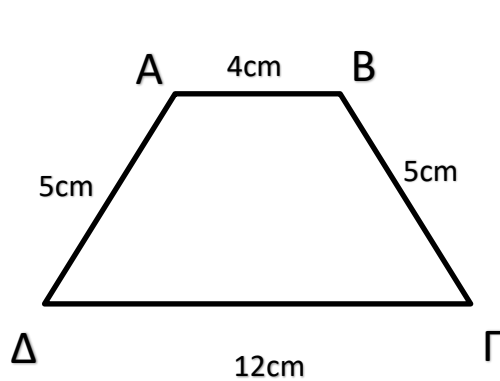
$$\Pi = \beta_1 + \beta_2 + A\Delta + B\Gamma$$

Δραστηριότητες

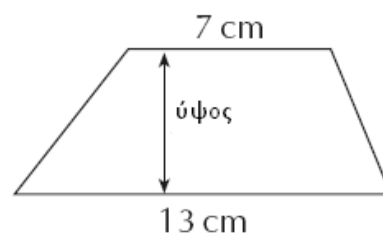
1. Τραπέζιο ΑΒΓΔ (ΑΒ // ΓΔ) έχει $\beta_1 = 7\text{cm}$, $\beta_2 = 13\text{cm}$ και ύψος $u = 5\text{cm}$. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του.
2. Τραπέζιο ΑΒΓΔ (ΑΒ // ΓΔ) έχει εμβαδόν 44 cm^2 , $\beta_1 = 4\text{cm}$ και $\beta_2 = 7\text{cm}$. Να βρείτε το ύψος του.

3. Τραπεζίο ΑΒΓΔ (ΑΒ // ΓΔ) έχει εμβαδόν 60 cm^2 , $\beta_1 = 13 \text{ cm}$ και $\beta_2 = 7 \text{ cm}$. Να βρείτε το ύψος του.

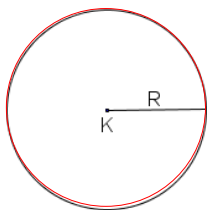
4. Να υπολογίσετε το εμβαδόν και την περίμετρο των πιο κάτω **ισοσκελών** τραπεζίων.



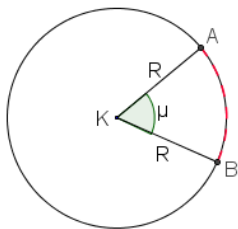
5. Να υπολογίσετε το ύψος του πιο κάτω τραπεζίου, αν το εμβαδόν του είναι ίσο με 100 cm^2 .



Μήκος Κύκλου



Το μήκος ενός κύκλου με ακτίνα R είναι: $\Gamma = 2\pi R$

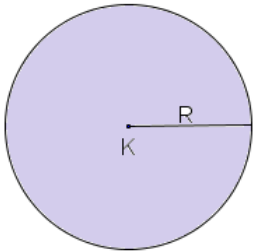


Το μήκος ενός τόξου (γ) σε κύκλο με ακτίνα R και με αντίστοιχη επίκεντρη γωνία μ είναι: $\gamma = \frac{2\pi R \mu}{360}$

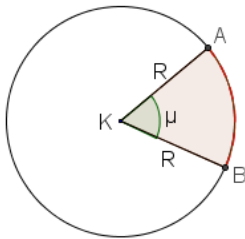
Δραστηριότητες

1. Να βρείτε το μήκος κύκλου που έχει ακτίνα 7cm.
2. Να βρείτε το μήκος κύκλου που έχει διάμετρο 12cm.
3. Να βρείτε την ακτίνα κύκλου που έχει μήκος:
(α) 50,24 cm
(β) 24π cm

Εμβαδόν Κυκλικού Δίσκου



Το εμβαδόν κυκλικού δίσκου με ακτίνα R είναι: $E = \pi R^2$



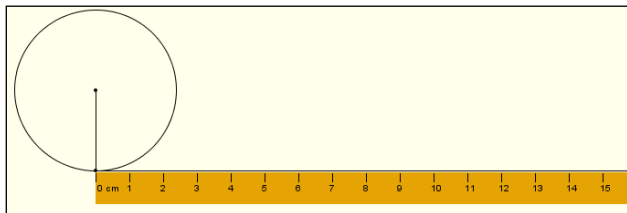
Εμβαδόν κυκλικού τομέα: $E_{\kappa.τ.} = \frac{\pi R^2 \mu}{360}$

Δραστηριότητες

1. Κύκλος έχει διάμετρο 6 cm. Να βρείτε το εμβαδόν του και το μήκος της περιφέρειας του.
2. Κύκλος έχει εμβαδόν $25\pi \text{ m}^2$. Να βρείτε το μήκος της περιφέρειας του.
3. Κύκλος έχει εμβαδόν $12,56 \text{ m}^2$. Να βρείτε το μήκος της περιφέρειας του.

4. Δίνεται κύκλος με περίμετρο $14\pi \text{ cm}$. Να βρείτε την ακτίνα και το εμβαδόν του κύκλου.
5. Δίνεται κύκλος με περίμετρο $25,12 \text{ m}$. Να βρείτε την ακτίνα και το εμβαδόν του κύκλου.
6. Να βρείτε το εμβαδόν κυκλικού τομέα γωνίας 90° σε κύκλο ακτίνας 10cm .
7. Το εμβαδόν κυκλικού τομέα γωνίας 40° είναι $9\pi \text{ cm}^2$. Να βρείτε την περίμετρο του.

8. Να υπολογίσετε την απόσταση που θα διανύσει ο πιο κάτω τροχός ποδηλάτου διαμέτρου 50 cm , αν κάνει μια πλήρη στροφή.

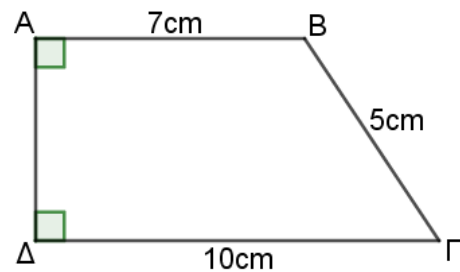


9. Να υπολογίσετε το μήκος και το εμβαδόν κυκλικού κόμβου κυκλοφορίας ακτίνας 6 m .

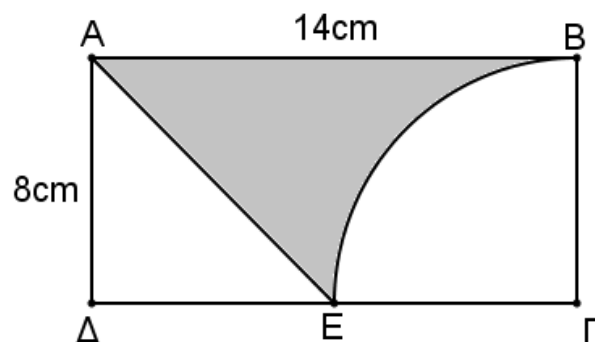


Υπολογισμός εμβαδού και περιμέτρου μεικτόγραμμων σχημάτων

1. Ο ιδιοκτήτης ενός καταστήματος παράγγειλε τον πιο κάτω πάγκο εργασίας σχήματος τραπεζίου. Να υπολογίσετε το συνολικό εμβαδόν της επιφάνειας του πάγκου.



2. Το πιο κάτω σχήμα ABΓΔ είναι ορθογώνιο, με $AB=14\text{cm}$, $AD=8\text{cm}$ και BE τόξο κύκλου με κέντρο Γ και ακτίνα ΓΒ. Να βρείτε το εμβαδόν και την περίμετρο της σκιασμένης επιφάνειας.



ΕΝΟΤΗΤΑ 5: Εξισώσεις – Ανισώσεις α' βαθμού

Εξισώσεις α' βαθμού

Δραστηριότητα

Να λύσετε τις εξισώσεις:

Εξίσωση της μορφής $ax = b$

Εάν $a \neq 0$, έχει μια μοναδική λύση της μορφής $x = \frac{b}{a}$

(α) $4x + 3 = 5x - 5 - 3x$

(β) $7(\alpha - 3) - 12 = 5\alpha - 14$

(γ) $4(x + 3) = 2x + 2$

(δ) $\frac{x}{3} - \frac{x}{5} = 12$

Ιδιότητες ανισοτήτων**Διερεύνηση**

Δίνεται η πιο κάτω ανισότητα:

$$-2 < 4$$

Να γράψετε τις ανισότητες που προκύπτουν, αν:

(α) Προσθέσουμε και στα δύο μέλη τον αριθμό 2

(β) Αν προσθέσουμε και στα δύο μέλη τον αριθμό -2.

(γ) Αν πολλαπλασιάσουμε και τα δύο μέλη με τον αριθμό 3.

(δ) Αν πολλαπλασιάσουμε και τα δύο μέλη με τον αριθμό -3.

(ε) Αν πολλαπλασιάσουμε και τα δύο μέλη με τον αριθμό $-\frac{1}{2}$

Δραστηριότητα

Να συμπληρώσετε τα κενά χρησιμοποιώντας τις ιδιότητες ανισοτήτων:

(α) Αν $x < 2$, τότε $x + 3$

(ε) Αν $x < -8$, τότε $\frac{x}{2}$

(β) Αν $x > 4$, τότε $x - 2$

(στ) Αν $x \leq 9$, τότε $\frac{x}{-3}$

(γ) Αν $x \geq -2$, τότε $2x$

(ζ) Αν $x < 2$, τότε $\frac{5x}{2}$

(δ) Αν $x < 5$, τότε $-3x$

(η) Αν $x \leq -\frac{1}{2}$, τότε $-4x$

Ανισώσεις α' βαθμού**Διερεύνηση**

Πιο κάτω φαίνονται τέσσερις πινακίδες:



Να μελετήσετε τις πιο πάνω πινακίδες και να σχολιάσετε το περιεχόμενό τους.

Η ανισότητα που περιέχει μεταβλητή ονομάζεται
ΑΝΙΣΩΣΗ

Δραστηριότητες

1. Να λύσετε τις πιο κάτω ανισώσεις και να παραστήσετε γραφικά τη λύση τους στην ευθεία των πραγματικών αριθμών.

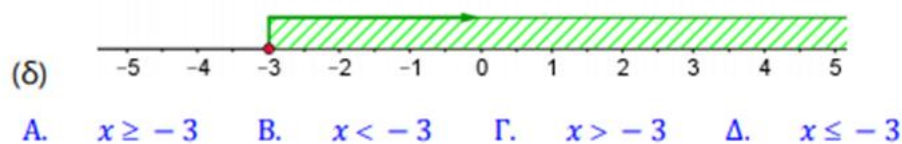
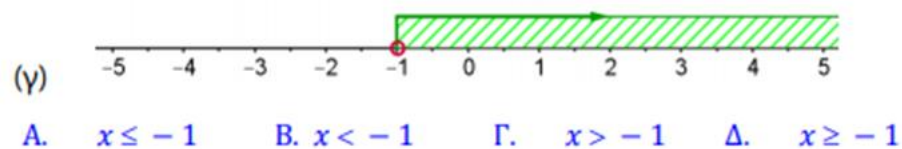
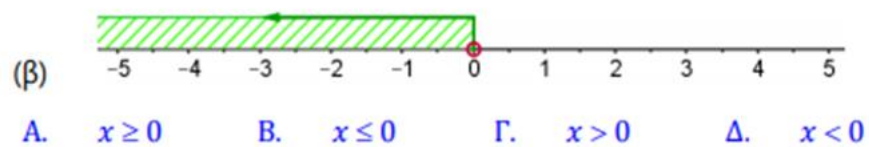
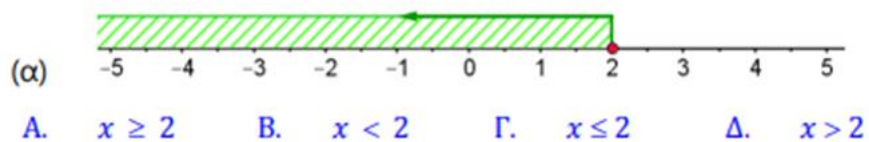
(α) $3x > 9$

(β) $-2x < 4$

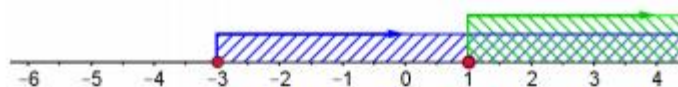
(γ) $3x + 5 \geq 2x$

(δ) $2\alpha - 6 + 5 \geq 3\alpha$

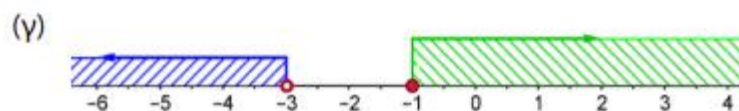
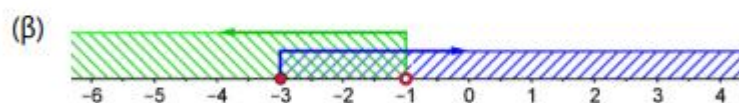
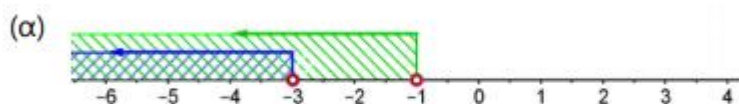
2. Δίνονται οι γραφικές λύσεις ανισώσεων. Να επιλέξετε τις αντίστοιχες αλγεβρικές τους λύσεις.



3. Στο καθένα από τα πιο κάτω διαγράμματα δίνονται οι γραφικές λύσεις δύο ανισώσεων. Να βρείτε τις κοινές λύσεις του καθενός από τα πιο κάτω ζεύγη ανισώσεων.



Παράδειγμα: $x \geq 1$



4. Να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων (αν υπάρχουν).

(α) $x > 2$ και $x \geq 4$

(β) $x - 2 \leq 2x - 1$ και $x + 6 < 3$

5. Να βρείτε τις κοινές λύσεις των πιο κάτω ανισώσεων. Να εκφράσετε τις κοινές λύσεις αλγεβρικά, υπό μορφή διαστήματος και γραφικά στην ευθεία των πραγματικών αριθμών.

(α) $4x < -20$ και $-3x \geq 6$

(β) $3x + 5 < 2x - 10$ και $x \geq -16$

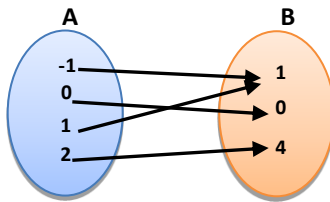
ΕΝΟΤΗΤΑ 6: Συναρτήσεις

Η έννοια της συνάρτησης

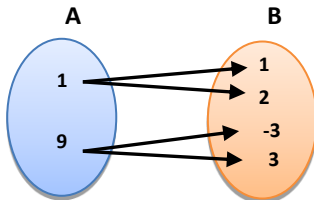
Δραστηριότητες

1. Να εξετάσετε κατά πόσο η κάθε μια από τις πιο κάτω αντιστοιχίες από το σύνολο A στο σύνολο B ορίζουν συνάρτηση.

(α)



(β)



2. Να εξετάσετε κατά πόσο ο πιο κάτω πίνακας ορίζει συνάρτηση από το σύνολο A (ονόματα των παιδιών) στο σύνολο B (ύψος παιδιών).

Όνομα παιδιού	Ύψος παιδιού (cm)
Τιμή Εισόδου (x)	Τιμή Εξόδου (y)
Ανδρέας	168
Μάριος	174
Ελένη	161
Ζωή	168

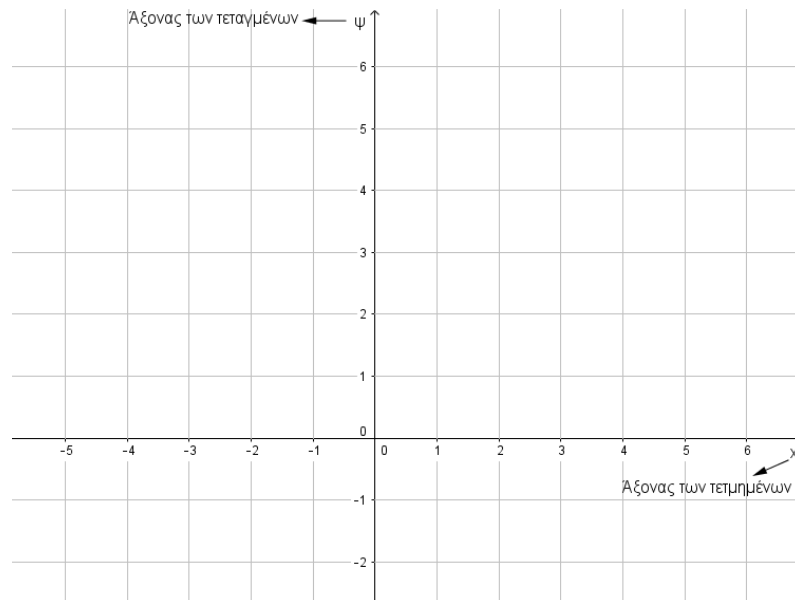
3. Να συμπληρώσετε τον πιο κάτω πίνακα.

Τύπος συνάρτησης $y = x - 3$	
x	y
-2	
0	
2	

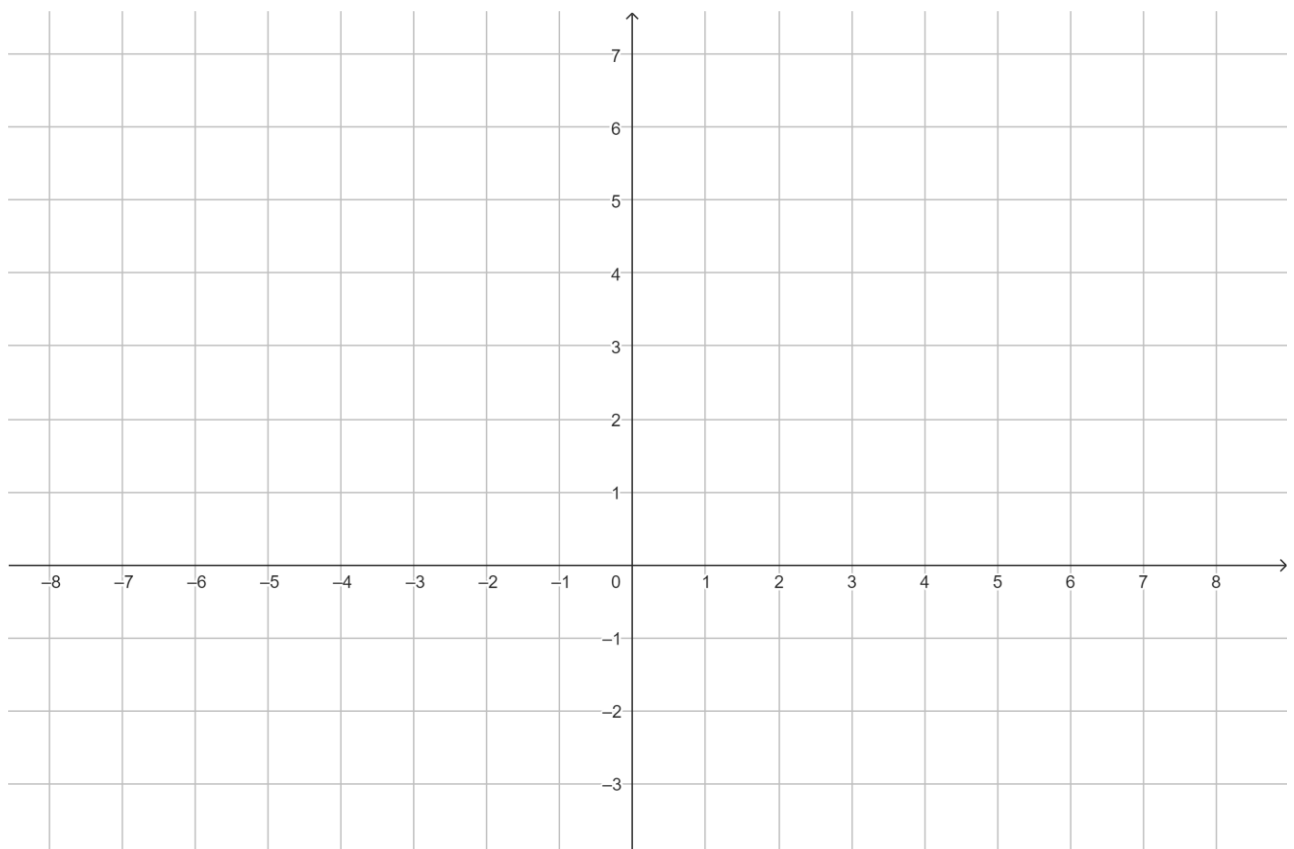
Γραφική παράσταση ευθείας

Δραστηριότητες

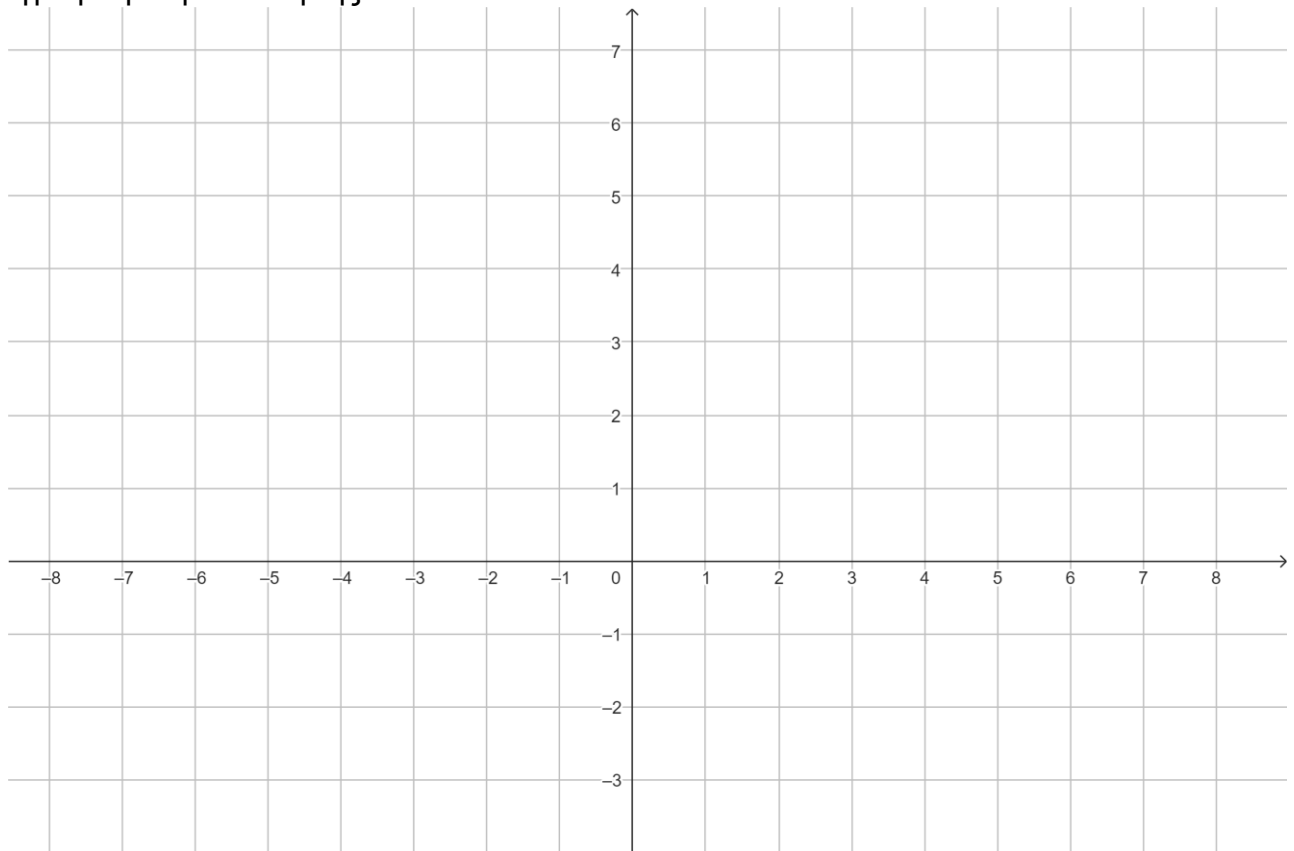
1. Δίνονται τα σημεία $A(2,6)$, $B(-1,3)$, $\Gamma(-2,-1)$, $\Delta(3,0)$ και $E(0,-2)$. Να τοποθετήσετε τα πιο πάνω σημεία στο ορθοκανονικό σύστημα αξόνων.



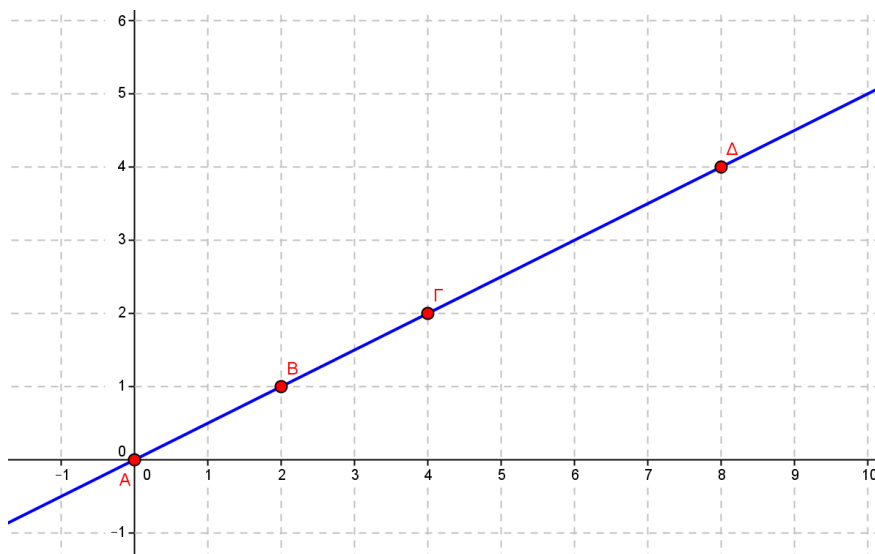
2. Να κάνετε τη γραφική παράσταση των ευθειών $y = 2$, και $x = 4$, να βρείτε το σημείο τομής τους και να το ονομάσετε Z .



3. Να κατασκευάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης με τύπο $y = 2x + 3$ και να εξετάσετε κατά πόσο τα σημεία $A(1, 5)$, $B(0, 2)$, $\Gamma(-1, -2)$ και $\Delta(-2, 0)$ ανήκουν στη γραφική παράστασή της.



4. Δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης. Ο Λεωνίδας ισχυρίζεται ότι ο τύπος της συνάρτησης είναι $y = 2x$. Να ελέγξετε κατά πόσο ο Λεωνίδας είναι ορθός.



5. Δίνεται η συνάρτηση με τύπο $y = 3x - 1$.

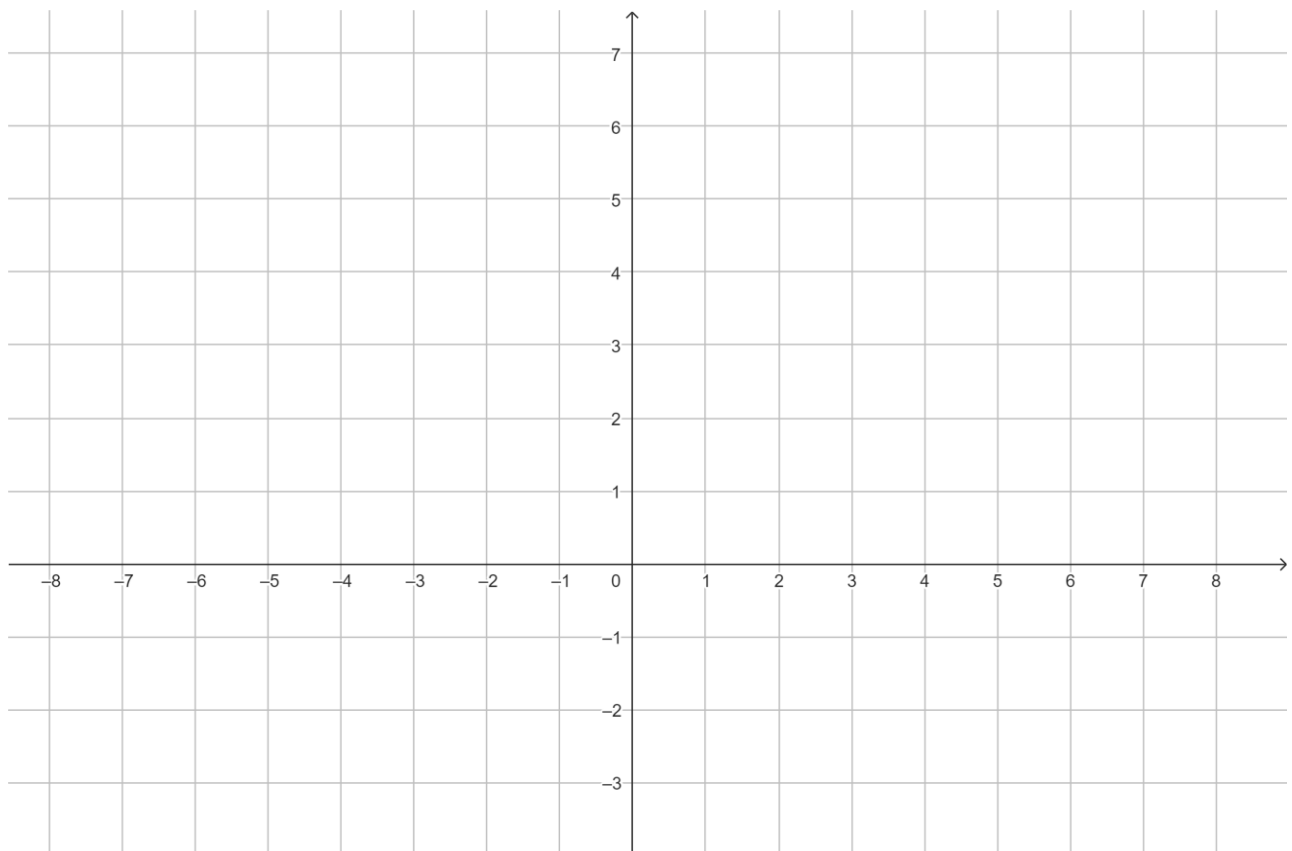
(α) Να συμπληρώσετε τον πίνακα τιμών της συνάρτησης.

x	y	(x, y)
-2		
-1		
0		
1		
2		

(β) Να τοποθετήσετε τα σημεία που αντιστοιχούν στα διατεταγμένα ζεύγη (x, y) σε ορθοκανονικό σύστημα αξόνων.

(γ) Να κατασκευάσετε μια ευθεία που περνά από δύο σημεία που βρήκατε.

Τι παρατηρείται για τα υπόλοιπα σημεία.



6. Να βρείτε τα σημεία στα οποία οι πιο κάτω συναρτήσεις τέμνουν τον άξονα των τεταγμένων.

(α) $y = 2x - 1$

(β) $y = 2x + 8$

(γ) $2y = x - 4$

(δ) $5y - 2 = x$

7. Να βρείτε την κλίση των ευθειών με εξίσωση:

(α) $y = 5x + 1$

(β) $y + 2x = 7$

$$(\gamma) \ y = x$$

$$(\delta) \ 3y = 6x + 1$$

$$(\epsilon) \ y = 3$$

$$(\sigma\tau) \ x = 4$$

8. Να βρεθούν τα σημεία τομής των πιο κάτω ευθειών με τους άξονες.

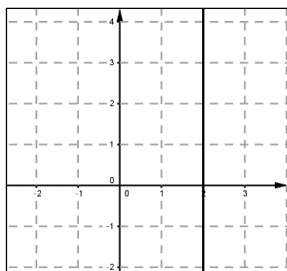
$$(\alpha) \ y = 4x - 2$$

$$(\beta) \ y + 2x = 5$$

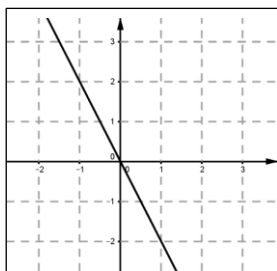
(γ) $y = x - 4$

(δ) $2y = x + 6$

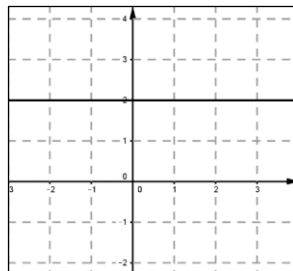
9. Να αντιστοιχίσετε τις παρακάτω γραφικές παραστάσεις με τις εξισώσεις τους.



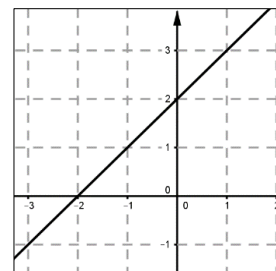
A



B



Γ



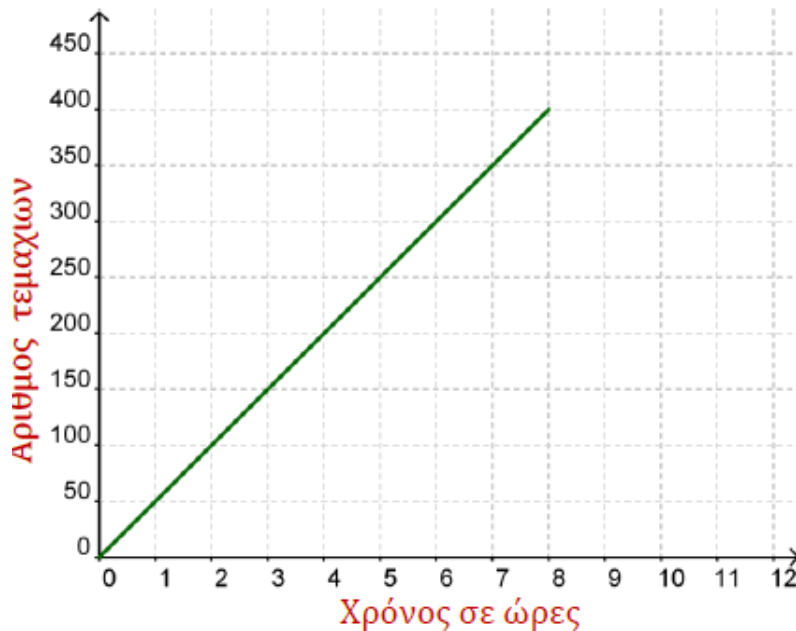
Δ

Εξισώσεις	Γραφικές
$y = x + 2$	
$y = 2$	
$x = 2$	
$y = -2x$	

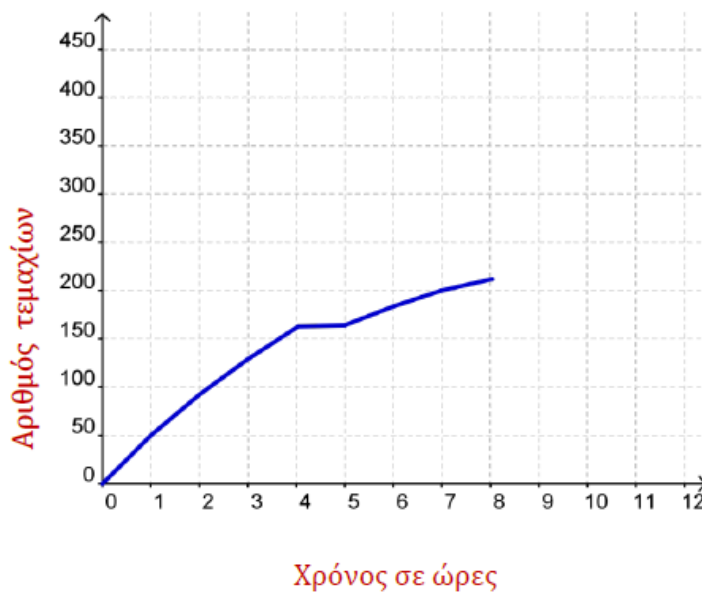
ΕΝΟΤΗΤΑ 7: Ευθέως –Αντιστρόφως ανάλογα ποσά

Διερεύνηση

Μια ηλεκτρονική μηχανή συσκευάζει αεροστεγώς τα προϊόντα ενός τυροκομείου. Η απόδοση της μηχανής φαίνεται στην πιο κάτω γραφική παράσταση.



Η μηχανή, κατά τη διάρκεια της παραγωγής, βγήκε εκτός λειτουργίας γι' αυτό τη συσκευασία των προϊόντων ανέλαβε ένας εργάτης. Πιο κάτω φαίνεται η απόδοση του εργάτη.



✓ Να γράψετε τις παρατηρήσεις σας.

Με βάση τη γραφική παράσταση, που παριστάνει την απόδοση της μηχανής, να συμπληρώσετε τον διπλανό πίνακα:

- ✓ Αν η μηχανή συνέχιζε τη λειτουργία της για ακόμη μια ώρα, πόσα τεμάχια θα είχε συσκευάσει;
- ✓ Να γράψετε τη σχέση που συνδέει τον χρόνο λειτουργίας με τον αριθμό τεμαχίων που συσκευάζει η μηχανή.

Χρόνος σε ώρες	Αριθμός τεμαχίων
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	

Δραστηριότητες

1. Ένας εργάτης αμείβεται με €425 για 17 ώρες εργασίας. Να βρείτε πόσα χρήματα θα πάρει για 29 ώρες εργασίας.

2. Ένα αυτοκίνητο διάνυσε σε 3 ώρες μια απόσταση 240 χιλιομέτρων. Να βρείτε πόσα χιλιόμετρα θα διανύσει σε 5,5 ώρες, αν τρέχει με την ίδια ταχύτητα.

3. Αν γνωρίζουμε ότι 120 γραμμάρια άσπρου ψωμιού περιέχουν 125 θερμίδες, να υπολογίσετε πόσες θερμίδες πήρε ο Κωνσταντίνος από τα 300 γραμμάρια ψωμιού που έφαγε με το φαγητό του.



4. Δίνεται ο πιο κάτω πίνακας με τις τιμές δύο ποσών A και B . Να εξετάσετε αν τα πιο κάτω ποσά είναι αντιστρόφως ανάλογα ποσά και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(α)	<i>A</i>	<i>B</i>	(β)	<i>A</i>	<i>B</i>	(γ)	<i>A</i>	<i>B</i>
	6	90		12	30		6	18
	18	45		36	10		9	27

5. Να συμπληρώσετε τον πιο κάτω πίνακα, ώστε τα ποσά να είναι ευθέως ανάλογα.

x		2		
y	2	4	8	16

6. Ένας μελισσοκόμος μπορεί να τοποθετήσει το μέλι του σε 200 μπουκάλια των 450 gr το καθένα. Αν χρησιμοποιήσει μπουκάλια των 750 gr το καθένα, να βρείτε πόσα τέτοια μπουκάλια θα χρειαστεί.



7. Ένα αυτοκίνητο το οποίο κινείται με ταχύτητα 90 km/h φτάνει στον προορισμό του σε 2 ώρες. Αν το αυτοκίνητο κινείται με ταχύτητα 60 km/h, να βρείτε σε πόσες ώρες θα φτάσει στον προορισμό του.

ΕΝΟΤΗΤΑ 8: Στατιστική - Πιθανότητες

Μέτρα θέσης

Δραστηριότητες

1. Πέντε καλαθοσφαιριστές έχουν ύψος σε cm: 210, 188, 205, 201, 216.

Να υπολογίσετε τη μέση τιμή του ύψους τους.

$$\bar{x} = \frac{\text{Μέση τιμή}}{\text{Μέση τιμή}} = \frac{\text{άθροισμα τιμών παρατηρήσεων}}{\text{πλήθος των παρατηρήσεων}}$$

2. Ο αριθμός των μαθητών των 16 τμημάτων ενός Λυκείου είναι:

22, 24, 23, 25, 24, 22, 21, 20, 21, 22, 19, 21, 23, 22, 22, 20.

Να υπολογίσετε:

- (α) τη μέση τιμή του αριθμού μαθητών ανά τμήμα και
(β) τη διάμεσο των παρατηρήσεων.

Διάμεσος (x_{δ}) ενός συνόλου παρατηρήσεων διατεταγμένων σε αύξουσα σειρά είναι :

(α) η **μεσαία τιμή**-παρατήρηση για **περιττό** αριθμών παρατηρήσεων.

(β) η **μέση τιμή των δύο μεσαίων** παρατηρήσεων για **άρτιο** αριθμό παρατηρήσεων.

3. Να χαρακτηρίσετε με ΣΩΣΤΟ ή ΛΑΘΟΣ καθεμιά από τις πιο κάτω προτάσεις, βάζοντας σε κύκλο τον αντίστοιχο χαρακτηρισμό.

- (α) Η επικρατούσα τιμή των παρατηρήσεων 0, 1, 2, 2, 3, 3, 5, 6, 6, 6, 7 είναι ο αριθμός 7. ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
- (β) Η διάμεσος των παρατηρήσεων 0, 1, 1, 2, 2, 2, 3, 4, 5 είναι ο αριθμός 2. ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
- (γ) Η διάμεσος των παρατηρήσεων οι οποίες έχουν διαταχθεί σε αύξουσα σειρά, ορίζεται ως η μεσαία παρατήρηση, όταν ο αριθμός τους είναι περιττός. ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
- (δ) Αν αντικαταστήσουμε τη μεγαλύτερη παρατήρηση με μια πολύ μεγαλύτερη τιμή, τότε η διάμεσος των παρατηρήσεων θα αλλάξει. ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
- (ε) Η μέση τιμή των παρατηρήσεων θα μπορούσε να ήταν και η επικρατούσα τιμή. ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ

4. Ο αριθμός των τερμάτων που πέτυχε μια ομάδα ποδοσφαίρου σε επτά αγώνες ενός πρωταθλήματος είναι: 3, 1, 2, 2, 5, 4, 3.

Να βρείτε:

- (α) την επικρατούσα τιμή και (β) τη διάμεσο των παρατηρήσεων.

Επικρατούσα τιμή (x_e) ενός συνόλου παρατηρήσεων είναι η τιμή που εμφανίζεται τις περισσότερες φορές

5. Ο πίνακας δίνει τις μέγιστες θερμοκρασίες (σε °C) για τις πρώτες 15 μέρες του Ιανουαρίου.

15	15	12	9	5
11	15	16	15	16
16	14	12	13	11

Να υπολογίσετε τα μέτρα θέσης των πιο πάνω δεδομένων (μέση τιμή, επικρατούσα τιμή και διάμεσο).

6. Οι ημερήσιες θερμοκρασίες που έχουν καταγραφεί στη Λάρνακα και στη Λεμεσό, την τελευταία εβδομάδα του προηγούμενου Σεπτεμβρίου ήταν οι ακόλουθες:

Λάρνακα: 32, 33, 28, 30, 33, 32, 29

Λεμεσός: 34, 32, 27, 28, 32, 30, 27

Να βρείτε ποια πόλη είχε τη χαμηλότερη μέση θερμοκρασία.

7. Ο κύριος Κώστας καταγράφει τον αριθμό των πλαστικών σακουλιών που παίρνει από την υπεραγορά κατά το εβδομαδιαίο του ψώνισμα. Τα στοιχεία από το ψώνισμα 10 εβδομάδων είναι τα πιο κάτω:

9, 8, 5, 9, 12, 8, 7, 6, 5, 9

Να υπολογίσετε τη μέση τιμή, τη διάμεσο και την επικρατούσα τιμή.

Πιθανότητες

Η έννοια του πειράματος τύχης και του δειγματικού χώρου

Στα εγκαίνια ενός καταστήματος, κάθε πελάτης έχει την ευκαιρία να παίξει στον τροχό της τύχης. Ο κύριος Γιάννης και η κυρία Ελένη καθώς περιμένουν στη σειρά για να παίξουν, παρατηρούν τα αποτελέσματα που έφεραν οι προηγούμενοι πελάτες και συζητούν.

Γύρισε και κέρδισε!	
	
Αριθμός στον τροχό	Δωροκουπόνι
1	€25
2	Ατυχήσατε
3	€10
4	€10
5	€100

Η πιθανότητα να κερδίσει κάποιος το δωροκουπόνι των €100 είναι $\frac{1}{5}$. Άρα ένας κάθε πέντε πελάτες. Αφού οι προηγούμενοι τέσσερις στη σειρά δεν κέρδισαν το μεγάλο κουπόνι, είναι σίγουρο ότι θα το κερδίσω εγώ.

Καλά λες, καλύτερα να μετακινηθώ και εγώ πιο πίσω στη σειρά, γιατί αποκλείεται να κερδίσουν δύο άτομα στη σειρά.



- ✓ Να σχολιάσετε τον πιο πάνω διάλογο

Δραστηριότητες

1. Ρίχνουμε ένα ζάρι και καταγράφουμε την ένδειξη που εμφανίζεται.
(α) Να αναφέρετε το δειγματικό χώρο του πιο πάνω πειράματος τύχης.
(β) Να αναφέρετε δύο δυνατά ενδεχόμενά του.



2. Να καταγράψετε όλα τα πιθανά αποτελέσματα, που έχουμε από την εκτέλεση καθενός από τα πιο κάτω πειράματα τύχης:

(α) Η ρίψη ενός νομίσματος.

(β) Η επιλογή ενός γράμματος από τη λέξη «ΚΥΠΡΟΣ».

3. Σε ένα σακούλι υπάρχουν δύο πράσινοι, τέσσερις μπλε και έξι κόκκινοι κύβοι. Επιλέγουμε στην τύχη έναν κύβο.
(α) Τι χρώμα κύβου είναι πιο πιθανό να επιλεγεί;
(β) Ποια είναι η πιθανότητα να επιλέγει άσπρος κύβος;
(γ) Ποια είναι η πιθανότητα να επιλέγει μπλε κύβος;
(δ) Ποια είναι η πιθανότητα να μην επιλεγεί μπλε κύβος;

4. Ο Ανδρέας έχει σε ένα μεγάλο σακούλι 20 μπάλες του μπιλιάρδου αριθμημένες από το 1 μέχρι και το 20. Θα επιλέξει στην τύχη μια μπάλα από το σακούλι. Να υπολογίσετε την πιθανότητα:

A: Ο αριθμός στην μπάλα να είναι ζυγός,

B: Ο αριθμός στην μπάλα να είναι πολλαπλάσιο του 5,

Γ: Ο αριθμός στην μπάλα να είναι το 1 ή το 2,

Δ: Ο αριθμός στην μπάλα να είναι μικρότερος του 21.

5. Εξετάσαμε 50 άτομα ως προς τον αριθμό των εφημερίδων που αγοράζουν κάθε βδομάδα. Τα αποτελέσματα φαίνονται στον πιο κάτω πίνακα.

Αριθμός εφημερίδων	Αριθμός ατόμων
0	4
1	5
2	10
3	14
4	8
5	4
6	3
7	2

Αν επιλέξουμε τυχαία ένα άτομο από αυτά, να βρείτε την πιθανότητα:

(α) Να αγοράζει 2 εφημερίδες.

(β) Να αγοράζει 3 ή 4 εφημερίδες.

(γ) Να αγοράζει τουλάχιστον 5 εφημερίδες.

(δ) Να αγοράζει το πολύ 2 εφημερίδες.

6. Ρίχνουμε στον αέρα ένα νόμισμα τρεις φορές.

(α) Να βρεθεί ο δειγματικός χώρος Ω

(β) Να βρεθεί η πιθανότητα του ενδεχομένου A: το νόμισμα να φέρει 2 φορές κεφαλή.

