

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Α΄ Λυκείου Κοινός Κορμός

Τετράδιο μαθητή/
μαθήτριας με
μεταναστευτική
βιογραφία



Μαθηματικά, Α΄ Λυκείου

Κοινός Κορμός

**Τετράδιο μαθητή/μαθήτριας
με μεταναστευτική βιογραφία**

Μαθηματικά, Α΄ Λυκείου

Κοινός Κορμός

Τετράδιο μαθητή/μαθήτριας με μεταναστευτική βιογραφία

Α΄ ΕΚΔΟΣΗ:

Συγγραφή:

Δρ Χρυσούλα Χατζηχρίστου, *Επιθεωρήτρια Μαθηματικών Μέσης Εκπαίδευσης*

Βαρβάρα Λεωνίδου

Παντελίτσα Αναστασίου Χατζηγιάννη

Δρ Κωνσταντία Χατζηδημητρίου

Εποπτεία:

Δρ Χρυσούλα Χατζηχρίστου, *Επιθεωρήτρια Μαθηματικών Μέσης Εκπαίδευσης*

Β΄ ΕΚΔΟΣΗ:

Αναθεώρηση έκδοσης:

Ελίνα Βασιλειάδου, *Σύμβουλος ΜΜΕΒ*

Εποπτεία:

Δρ Χρυσούλα Χατζηχρίστου, *Επιθεωρήτρια Μαθηματικών Μέσης Εκπαίδευσης*

Σχεδιασμός εξωφύλλου:

Χρυσάνθος Σιαμμάς, *Λειτουργός Υπηρεσίας Ανάπτυξης Προγραμμάτων*

Συντονισμός έκδοσης:

Δρ Πέτρος Γεωργιάδης, *Συντονιστής Υπηρεσίας Ανάπτυξης Προγραμμάτων*

Α΄ ΕΚΔΟΣΗ: 2021

Β΄ ΕΚΔΟΣΗ: 2025

Εκτύπωση: A.S. PRINTXPRESS LTD

© ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΝΕΟΛΑΙΑΣ

ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΚΥΠΡΟΥ

ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΩΝ

ISBN: 978-9963-54-421-9



Στο εξώφυλλο χρησιμοποιήθηκε ανακυκλωμένο χαρτί σε ποσοστό τουλάχιστον 50%, προερχόμενο από διαχείριση απορριμμάτων χαρτιού. Το υπόλοιπο ποσοστό προέρχεται από υπεύθυνη διαχείριση δασών.

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ

(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

1. Επανάληψη από το Γυμνάσιο

1.1 Κλάσματα - Δεκαδικοί αριθμοί

1.1.1 Έννοιες, ορισμοί

Άσκηση έννοια του κλάσματος ως μέρος του όλου

Να συμπληρώσετε τα κενά:

Το $\frac{1}{2}$ του 10 είναι το: _____

Το $\frac{1}{3}$ του 60 είναι το: _____

Το $\frac{1}{5}$ του 15 είναι το: _____

1.1.2 Ιδιότητες κλασμάτων

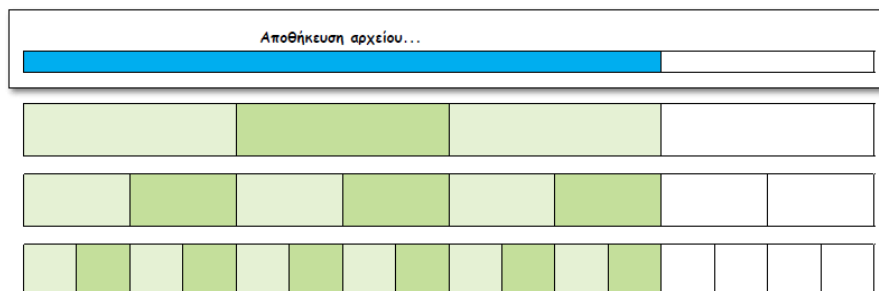
Οι μαθητές να κατανοούν ότι:

(α) $\frac{\alpha}{1} = \alpha$ (β) $\frac{\alpha}{\alpha} = 1$ (γ) $\frac{0}{\alpha} = 0$ (δ) $\frac{\alpha}{\beta} = 1 \Leftrightarrow \alpha = \beta$ (ε) $\frac{\alpha}{\beta} = 0 \Rightarrow \alpha = 0$

1.1.3 Απλοποίηση Κλάσματος

Άσκηση ισοδυναμίας κλασμάτων

Το διάγραμμα παρουσιάζει την πρόοδο αποθήκευσης ενός αρχείου στον ηλεκτρονικό υπολογιστή.



Να εκφράσετε το μέρος του αρχείου που έχει αποθηκευτεί με όσους διαφορετικούς τρόπους μπορείτε.

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
Α' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ
(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

1.1.4 Πράξεις κλασμάτων

Άσκηση πρόσθεσης και αφαίρεσης ομώνυμων και ετερόνυμων κλασμάτων

Να χρησιμοποιήσετε κλασματικούς κύκλους ή ράβδους κλασμάτων, για να υπολογίσετε τα πιο κάτω αθροίσματα και διαφορές.

(α) $\frac{1}{6} + \frac{1}{3} =$

(β) $\frac{2}{5} + \frac{3}{10} =$

(γ) $\frac{4}{9} - \frac{1}{3} =$

Μεικτοί Αριθμοί

Άσκηση

Να γράψετε τον αντίστοιχο μεικτό αριθμό για κάθε εικόνα.

Αν  = 1, τότε  = 

Αν  = 1, τότε  = 

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ

(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

Άσκηση πολλαπλασιασμού ακέραιου επί κλάσμα

Να υπολογίσετε το γινόμενο:

(α)



$$\frac{7}{8} + \frac{7}{8} = 2 \cdot \frac{7}{8} =$$

(β)

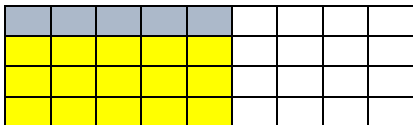


$$\frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} = 5 \cdot \frac{3}{4} =$$

Άσκηση πολλαπλασιασμού κλάσμα επί κλάσμα

Ένα πεζοδρόμιο αποτελείται από πλάκες. Τα $\frac{5}{9}$ από τις πλάκες είναι χρωματιστές και από αυτές τα $\frac{3}{4}$ είναι κίτρινες. Τι μέρος του πεζοδρομίου αποτελούν οι κίτρινες πλάκες;

Σχηματικά:



Συμβολικά: $\frac{5}{9} \cdot \frac{3}{4} =$

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ
(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

Ασκήσεις

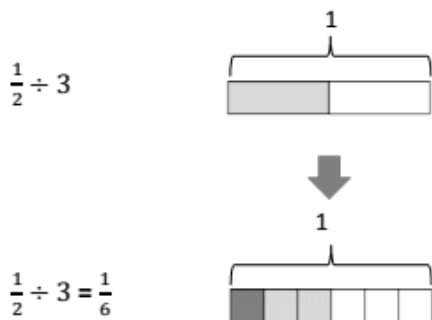
(α) $\frac{3}{8} \cdot \frac{1}{3} =$

(β) $\frac{4}{6} \cdot 2 =$

(γ) $\frac{1}{9} \cdot 1\frac{1}{3} =$

Άσκηση διαίρεσης αριθμού με ακέραιο

Η εικόνα παρουσιάζει με ποιο τρόπο το $\frac{1}{2}$ ενός οικοπέδου θα μοιραστεί ανάμεσα σε τρεις κληρονόμους.



Να κάνετε ένα κατάλληλο σχέδιο για να παρουσιάσετε με ποιο τρόπο το $\frac{1}{3}$ ενός οικοπέδου, σχήματος ορθογωνίου, θα μοιραστεί ανάμεσα σε 2 κληρονόμους.
Να υπολογίσετε τι μέρος του συνολικού οικοπέδου θα πάρει ο καθένας.

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ
(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

Ασκήσεις

(α) $\frac{3}{8} \div \frac{1}{3} =$

(β) $\frac{4}{6} \div 2 =$

(γ) $1\frac{1}{3} \div \frac{1}{9} =$

1.1.5 Σύνθετα κλάσματα

Άσκηση

Να γίνουν απλά τα πιο κάτω σύνθετα κλάσματα:

(α) $\frac{\frac{4}{9}}{\frac{2}{3}} =$

(β) $\frac{\frac{8}{11}}{4} =$

(γ) $\frac{16}{\frac{4}{5}} =$

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ
(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

$$(\delta) \frac{2\frac{1}{4}}{3\frac{8}{8}} =$$

$$(\varepsilon) \frac{\frac{9}{10}}{3\frac{1}{2}} =$$

Αριθμητικές παραστάσεις

Άσκηση

Να υπολογίσετε:

$$(\alpha) \frac{2}{3} - \left(\frac{5}{6} - \frac{3}{4} \right) \div \frac{3}{4} =$$

$$(\beta) \left(4\frac{4}{5} - 2\frac{3}{4} \right) \cdot \left(3 + 1\frac{1}{3} \right) =$$

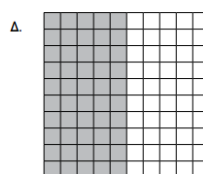
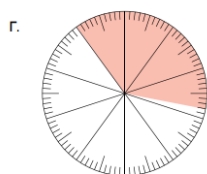
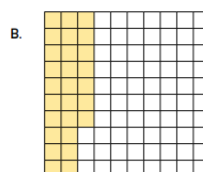
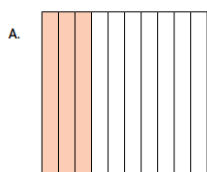
ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ
(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

(γ) $\frac{(\frac{5}{6} - \frac{2}{3}) \cdot \frac{3}{8}}{(\frac{3}{4} + \frac{2}{5}) \cdot 20} =$

1.1.6 Δεκαδικοί αριθμοί

Άσκηση

Να εκφράσετε με κλάσμα και δεκαδικό αριθμό το σκιασμένο μέρος της κάθε επιφάνειας.



ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ
(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

Μετατροπή κλάσματος σε δεκαδικό αριθμό και ποσοστό

Άσκηση μετατροπής κλάσματος σε δεκαδικό αριθμό και αντίστροφα

Να συμπληρώσετε τον πίνακα.

Σεντ	Δεκαδικό	Κλάσμα
50σ	€0,50	
		$\frac{1}{4}$ του €
	€0,75	
10σ		
		$\frac{1}{5}$ του €
	€0,05	
70σ		
		$\frac{7}{100}$ του €
	€0,39	

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
Α' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ
(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

Άσκηση έννοιας ποσοστού

Το πιο κάτω πλαίσιο αποτελείται από 100 τετραγωνικές μονάδες.



Να το διακοσμήσετε, χρωματίζοντας 30% μπλε, 10% κόκκινο, 20% κίτρινο και 15% πράσινο. Να χρωματίσετε το υπόλοιπο μέρος με όποιο χρώμα θέλετε. Τι ποσοστό της διακόσμησης έχει το χρώμα της δικής σας επιλογής;

Άσκηση μετατροπής δεκαδικών αριθμών σε κλάσματα και ποσοστά και αντίστροφα.

Να συμπληρώσετε τον πίνακα:

Κλάσμα	Ποσοστό	Δεκαδικός
$\frac{1}{10}$	10%	0,10
$\frac{3}{20}$		
		0,25
	65%	

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ

(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

1.1.7 Πράξεις δεκαδικών

Άσκηση πρόσθεσης δεκαδικών αριθμών / προβλήματα από την καθημερινή ζωή
Η Μαρία και ο Κώστας επισκέφθηκαν ένα εστιατόριο με το ακόλουθο μενού.



Ορεκτικό	
Ελληνική σαλάτα	€5,90
Φτερούγες κοτόπουλο	€3,60
Σκορδόψωμο	€2,90
Κυρίως πιάτο	
Μπιφτέκι με σαλάτα	€4,80
Κοτόπουλο σουβλάκι	€7,40
Χοιρινή μπιριζόλα	€9,50
Σπαγγέτι με τυρί	€4,20
Επιδόρπιο	
Μηλόπιτα	€2,35
Τάρτα φρούτων	€3,25

(α) Να εισηγηθείτε διαφορετικούς συνδυασμούς πιάτων που είναι δυνατόν να παράγγειλε ο Κώστας με τα €12,00 που διαθέτει.

(β) Η Μαρία εκτίμησε ότι δεν μπορεί να παραγγείλει ορεκτικό, κυρίως πιάτο και επιδόρπιο με τα €10,00 που διαθέτει. Συμφωνείτε ή διαφωνείτε; Να επεξηγήσετε.

(γ) Ο Κώστας παράγγειλε Ελληνική σαλάτα, Σπαγγέτι και Μηλόπιτα. Όταν ήρθε ο λογαριασμός, διαπίστωσε ότι τελικά δεν ήταν αρκετά τα χρήματά του. Πόσο λάθος έκανε στην εκτίμησή του;

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

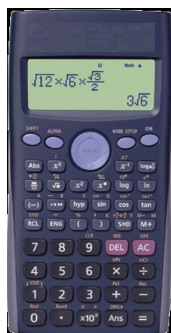
ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ

(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

1.1.8 Χρήση υπολογιστικής

Οι μαθητές πρέπει να είναι σε θέση να χρησιμοποιούν με ευχέρεια την υπολογιστική τους για να υπολογίζουν αριθμητικές παραστάσεις.

Πρέπει να είναι σε θέση να χρησιμοποιούν δυνάμεις, παρενθέσεις και κλάσματα π.χ.:



5^2	$5 \times^2 =$	5^2 25
$2 \cdot (7 - 3)$	$2 \times (7 - 3) =$	$2 \times (7 - 3)$ 8
$2 \cdot (7 - 3)$	$7 - 3 = 2 \times \text{Ans} =$	$2 \times \text{Ans}$ 8

Επίσης, να χρησιμοποιούν την επιλογή $S \leftrightarrow D$ στην υπολογιστική για να μετατρέπουν δεκαδικό σε ρητό και αντίστροφα.

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ
(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

1.2 Ρητοί Αριθμοί

Άσκηση:

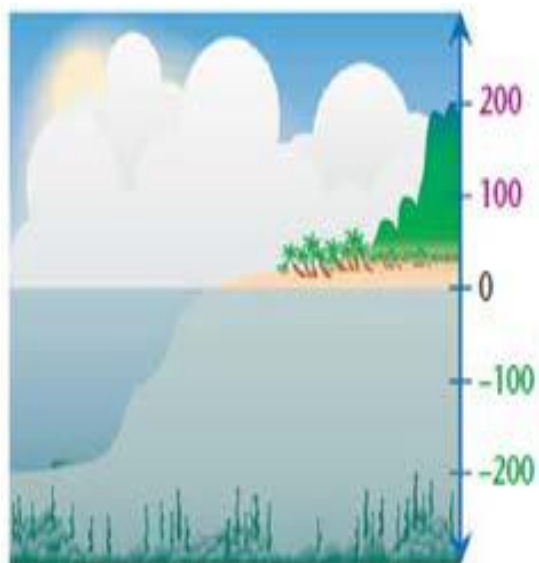
Να σημειώσετε τη θέση των αντικειμένων και των προσώπων στην πιο κάτω εικόνα, σύμφωνα με τις πιο κάτω πληροφορίες:

(α) Το υποβρύχιο βρίσκεται σε βάθος 115 m κάτω από την επιφάνεια της θάλασσας.

(β) Το αερόστατο βρίσκεται σε ύψος 220 m.

(γ) Ο ορειβάτης βρίσκεται σε ύψος 150 m.

(δ) Η άγκυρα βρίσκεται σε βάθος 102,5 m κάτω από την επιφάνεια της θάλασσας



ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ
(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

1.2.1 Απόλυτη τιμή

Η απόσταση ενός αριθμού α από το μηδέν πάνω στην ευθεία των αριθμών ονομάζεται **απόλυτη τιμή** ή **μέτρο** του αριθμού α . Η απόλυτη τιμή ενός αριθμού συμβολίζεται με $|\alpha|$.

Άσκηση

Ο Γιάννης και η Μαρία οδηγούν τα ποδήλατά τους, αναχωρώντας από το σπίτι του Ανδρέα. Ύστερα από λίγο ο Γιάννης βρίσκεται 4 km μακριά από το σπίτι του Ανδρέα, οδηγώντας το ποδήλατό του ανατολικά και η Μαρία βρίσκεται 4 km μακριά, οδηγώντας το ποδήλατό της δυτικά.



- (α) Ποιο παιδί βρίσκεται πιο μακριά από το σπίτι του Ανδρέα;
- (β) Αν το σπίτι του Ανδρέα βρίσκεται στη θέση μηδέν, να τοποθετήσετε τη θέση των δύο παιδιών στην αριθμητική γραμμή.
- (γ) Να βρείτε ένα άλλο ζεύγος αριθμών που να απέχουν εξίσου από το μηδέν.
- (δ) Πόσα τέτοια ζεύγη υπάρχουν;

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ

(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

1.2.2 Σύγκριση ρητών

Να συμπληρώσετε τα κενά με το κατάλληλο σύμβολο $>$, $=$, $<$, ώστε να προκύψουν αληθείς σχέσεις:

(α) $3 \dots 7$	(β) $-20 \dots -2$
(γ) $-7 \dots 5$	(δ) $-2011 \dots 0$
(ε) $-2012 \dots 0,001$	(στ) $-6,999999 \dots -9,6$
(ζ) $+23 \dots +\frac{1}{123}$	(η) $-3,45 \dots -5,43$
(θ) $-\frac{1}{3} \dots -\frac{1}{2}$	(ι) $-12\frac{1}{3} \dots +12\frac{1}{3}$
(κ) $ -8 \dots +8 $	(λ) $ -3 \dots 0$

1.2.3 Πράξεις στο σύνολο των Ρητών αριθμών(πρόσθεση, αφαίρεση, πολλαπλασιασμός και διαίρεση).

Ασκήσεις:

1. Να κάνετε τις πράξεις :

(α) $(-4) + (-7)$

(β) $(-2) + (-3)$

(γ) $(+2) + (-3)$

(δ) $-2 - 11$

(ε) $(+3) + (-5)$

(στ) $(-3) + (+4)$

(ζ) $+5 - 4$

(η) $(-13) + (+4)$

(θ) $(-9) + (-30)$

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ
(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

2. Να κάνετε τις πράξεις :

(α) $(-2) - (+3)$

(β) $(-2) - (-3)$

(γ) $(+2) - (-5)$

(δ) $(-2) - 7$

(ε) $(-3) - (-5)$

(στ) $(-1) - (+4)$

(ζ) $(-2) - (-4)$

(η) $0 - (-4)$

(θ) $4 - (-17)$

3. Να κάνετε τις πράξεις :

(α) $(-2) \cdot (-3)$

(β) $-2 \cdot (-3)$

(γ) $(-3) \cdot (-5) \cdot (+4)$

(δ) $(-3 - 5) : (-4)$

(ε) $(-2 + 3 - 1) : (-3 + 2)$

(στ) $\left(-1\frac{1}{2}\right) + \left(-\frac{3}{10}\right)$

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ

(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

1.3 Ρίζες πραγματικών αριθμών

Τετραγωνική και κυβική ρίζα

Οι μαθητές να γνωρίζουν τους τετράγωνους αριθμούς:

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

και να είναι σε θέση να τους συνδέσουν γεωμετρικά με την έννοια της δύναμης.



$$1 \cdot 1 = 1^2 = 1$$

$$2 \cdot 2 = 2^2 = 4$$

$$3 \cdot 3 = 3^2 = 9$$

$$4 \cdot 4 = 4^2 = 16$$

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ
(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

Ασκήσεις

1. Να υπολογίσετε τις ρίζες:

(α) $\sqrt{36}$

(β) $\sqrt{81}$

(γ) $\sqrt{\frac{1}{4}}$

2. Η πυραμίδα του Χέοπα είναι η μεγαλύτερη στον κόσμο. Η βάση της πυραμίδας είναι τετράγωνη με εμβαδόν $52\,900\text{ m}^2$. Να υπολογίσετε το μήκος της πλευράς της βάσης της πυραμίδας.



Ιδιότητες ριζών

1) $\sqrt{\alpha \cdot \beta} = \sqrt{\alpha} \cdot \sqrt{\beta} \quad \alpha \geq 0, \beta \geq 0$

2) $\sqrt{\frac{\alpha}{\beta}} = \frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\beta}} \quad \alpha \geq 0, \beta > 0$

3) $\sqrt{\alpha^2} = |\alpha|$

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ

(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

Άσκηση εφαρμογής των ιδιοτήτων

Να υπολογίσετε τις τιμές των πιο κάτω παραστάσεων:

$$(\alpha) \sqrt{44} : \sqrt{11} + \sqrt{12} \cdot \sqrt{3}$$

$$(\beta) 14 - \sqrt{2} \cdot \sqrt{8}$$

$$(\gamma) 32 + \sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[3]{3}$$

$$(\delta) (3\sqrt{10})(5\sqrt{10})$$

$$(\epsilon) (3\sqrt{27}) : (\sqrt{3})$$

$$(\sigma\tau) \frac{\sqrt{8}}{3} \cdot \frac{9}{\sqrt{2}}$$

$$(\zeta) \frac{\sqrt{6} \cdot \sqrt{27}}{\sqrt{2}}$$

$$(\eta) \frac{\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{32}}{\sqrt{64}}$$

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ
(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

1.4 Εξίσωση α΄ βαθμού με ένα άγνωστο

Ασκήσεις

1. Να εξετάσετε κατά πόσο οι αριθμοί 9 και 8 είναι λύσεις της εξίσωσης $x + 12 = 20$.

2. Να λύσετε τις πιο κάτω εξισώσεις:

(α) $3x = 12$

(β) $x + 3 = 10$

(γ) $-2y + 5 = 19$

(δ) $2\alpha - 5 = 7$

3. Η Αλίκη κρατούσε €63 και αγόρασε 5 ίδια δώρα για τις φίλες της. Να βρείτε πόσα κόστισε το κάθε δώρο, αν της περίσσεψαν €3.

4. Να βρείτε τις διαστάσεις ενός ορθογωνίου που έχει περίμετρο 36 cm, αν γνωρίζουμε ότι η μια διάσταση είναι διπλάσια της άλλης.

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
Α' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ
(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

1.5 Αλγεβρικές παραστάσεις

1.5.1 Αλγεβρική παράσταση

Άσκηση: Έννοια της μεταβλητής

1. Η ομιλία σε κινητό τηλέφωνο κοστίζει 0,01 € το δευτερόλεπτο.

(α) Να συμπληρώσετε τον πιο κάτω πίνακα.

Διάρκεια τηλεφωνήματος	Κόστος σε €
20 δευτερόλεπτα	
37 δευτερόλεπτα	
1 λεπτό	
25 λεπτά	
χ λεπτά	

Άρα το κόστος του τηλεφωνήματος εξαρτάται από τη διάρκεια του.

(β) Ποια είναι η εξαρτημένη και ποια η ανεξάρτητη μεταβλητή;

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ
(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

2. Να συμπληρώσετε τον πιο κάτω πίνακα:

Λεκτική πρόταση	Αλγεβρική Παράσταση
Έστω ότι τα χρήματα του Ανδρέα είναι:	x
(α) Η Μαρίνα έχει €2 περισσότερα από τον Ανδρέα	
(β) Ο Αλέξης έχει.....	$x + 14$
(γ) Η Ναταλία έχει διπλάσια χρήματα από τον Ανδρέα	
(δ) Η Κατερίνα έχει τα μισά χρήματα του Ανδρέα	
(ε) Ο Κώστας έχει πενταπλάσια χρήματα από τον Ανδρέα και την Μαρίνα	
(στ) Η Έλενα έχει	$2x - 30$

- ✓ Μια μαθηματική έκφραση που περιλαμβάνει πράξεις μόνο με αριθμούς λέγεται **αριθμητική παράσταση**.
- ✓ **Αλγεβρική παράσταση** είναι μια μαθηματική έκφραση που περιλαμβάνει πράξεις με αριθμούς και μεταβλητές π.χ. $2\alpha + \beta$

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ

(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

1.5.2 Μονώνυμα – Πράξεις μονωνύμων

Άσκηση

Να γίνουν οι πράξεις:

(α) $3x + 7x =$

(β) $2\alpha\beta^3 - 5\alpha\beta^3 =$

(γ) $(-x^2) - (+2x^2) + (-4x^2) =$

(δ) $(-5x) \cdot (3x^2) =$

(ε) $(-xy^3) \cdot (2xy^6) =$

(στ) $(20\alpha^4) : (5\alpha^2) =$

(ζ) $(4x^8) : (-2x^3) =$

1.5.3 Πολυώνυμα – Πράξεις πολυωνύμων

Άσκηση

Να γίνουν οι πράξεις:

(α) $(3x^2 - 2x) + (7x^2 + 5x) =$

(β) $(3x^2 - 2x) - (7x^2 + 5x) =$

(γ) $x(x + 2) =$

(δ) $-5x(3x - x^2) =$

(ε) $-xy^3(2x - y^6) =$

(στ) $(20\alpha^4 + 5\alpha^3) : (5\alpha^2) =$

(ζ) $(4x^8 - 12x^5) : (-2x^3) =$

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ
(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

1.5.4 Ταυτότητες

Άσκηση Κατανόηση ταυτότητας

Να βρείτε τα πιο κάτω αναπτύγματα:

(α) $(\alpha + 1)^2 =$

(β) $(\alpha - 3)^2 =$

(γ) $(x + 5y)^2 =$

(δ) $(x - 2)(x + 2) =$

1.5.5 Παραγοντοποίηση αλγεβρικών παραστάσεων

Άσκηση παραγοντοποίησης

Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τις παραστάσεις:

(α) $4\alpha + 4\beta + 8\gamma$

(β) $x^2 + 7x$

(γ) $x^2 - 9$

(δ) $3x - 3\psi - \omega x + \omega\psi$

(ε) $16x^2 - 9\psi^2$

(στ) $x^2 - x - 30$

(ζ) $\psi^3 - 25\psi$

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ
(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

1.5.6 Επίλυση εξισώσεων

Άσκηση επίλυσης εξίσωσης β΄ βαθμού

Να λύσετε τις εξισώσεις:

(α) $(x - 4)(x + 3) = 0$

(β) $x(x + 7) = 0$

(γ) $(x - 8)(x + 8) = 0$

(δ) $x^2 - 25 = 0$

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ
(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

(ε) $x^2 - 8x + 16 = 0$

(στ) $x^2 - 8x = 0$

(ζ) $x^2 - 2x = 15$

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ
(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

(η) $25\psi^2 - 20\psi + 4 = 0$

(θ) $3\alpha^2 + 4\alpha - 7 = 0$

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ
(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

1.5.7 Απλοποίηση αλγεβρικού κλάσματος

Ασκήσεις

1. Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

$$(\alpha) \frac{3\alpha - 3}{\alpha^2 - 1}$$

$$(\beta) \frac{5x^5y^2}{10x^3y^2}$$

$$(\gamma) \frac{\alpha + 5}{\alpha^2 - 25}$$

$$(\delta) \frac{12(\alpha + 1)^5}{4(\alpha + 1)^3}$$

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
Α' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ
(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

2. Να αναφέρετε τις πραγματικές τιμές του x , για να ορίζονται οι πιο κάτω παραστάσεις:

(α) $\frac{x}{x+1}$

(β) $\frac{x+2}{(x+5)(x-2)}$

(γ) $\frac{3x+7}{x(2x-4)}$

1.5.8 Πράξεις αλγεβρικών κλασμάτων (απλές περιπτώσεις)

Άσκηση

Να κάνετε τις πράξεις στις πιο κάτω ρητές παραστάσεις:

(α) $\frac{6}{x^4} \cdot \frac{x^4}{2}$

(β) $\frac{2x-8}{x-4} \cdot \frac{x^3}{2x}$

(γ) $\frac{x^2-9}{6+2x} \cdot \frac{4x}{x-3}$

(δ) $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$

(ε) $\frac{1}{x} - \frac{2}{x+1}$

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ
(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

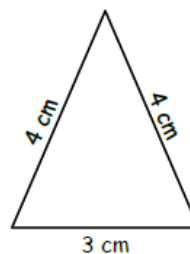
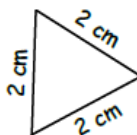
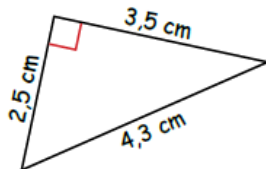
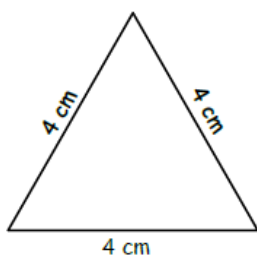
1.6 Βασικές έννοιες Γεωμετρίας

Ασκήσεις

1. Να γράψετε δίπλα από κάθε γωνία το είδος της (οξεία, αμβλεία, ορθή, ευθεία, πλήρης, μη κυρτή, μηδενική).

Μέτρο Γωνίας	Είδος Γωνίας	Μέτρο Γωνίας	Είδος Γωνίας
98°		0°	
270°		90°	
180°		225°	
81°		360°	

2. Να βάλετε σε κύκλο τα ισόπλευρα τρίγωνα:



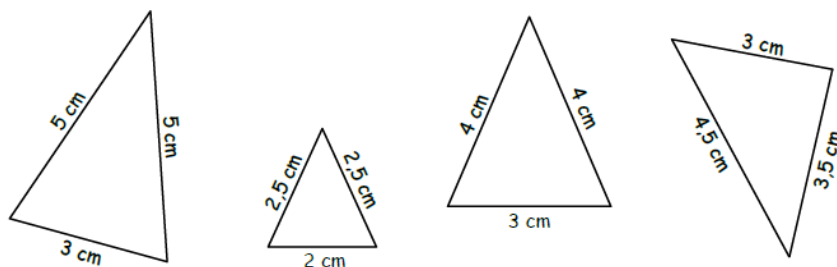
ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ

(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

3. Να βάλετε σε κύκλο τα ισοσκελή τρίγωνα:



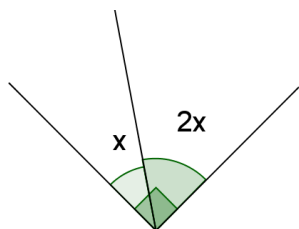
4. Να συμπληρώσετε τον πίνακα, όπου είναι δυνατόν:

Γωνία $\hat{A}$	Συμπληρωματική της $\hat{A}$	Παραπληρωματική της $\hat{A}$
42°	$90^\circ - 42^\circ = 48^\circ$	$180^\circ - 42^\circ = 138^\circ$
10°		
27°		
90°		
110°		
210°		
	33°	
		104°
x°		

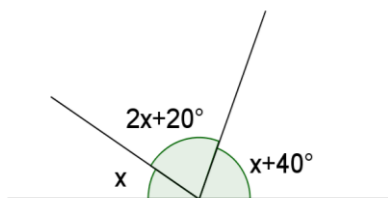
ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ
(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

5. Να υπολογίσετε την τιμή του x σε κάθε περίπτωση:

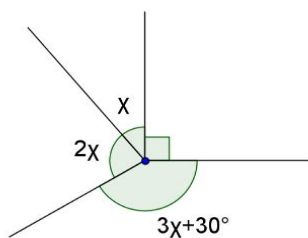
(α)



(β)

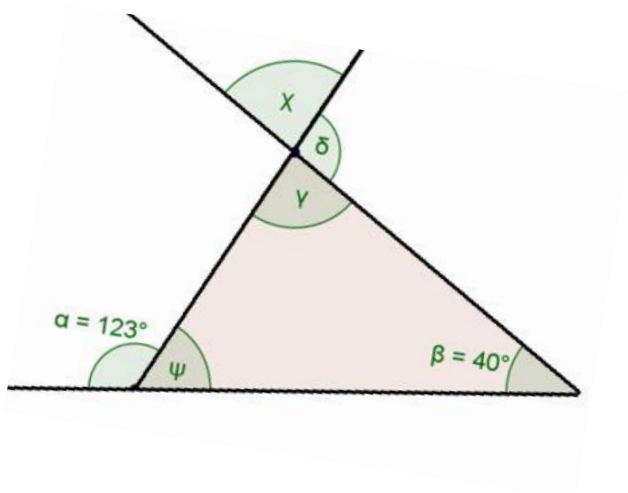


(γ)



ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
Α' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ
(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

6. Να υπολογίσετε τις άγνωστες γωνίες στο πιο κάτω σχήμα:



1.7 Πυθαγόρειο Θεώρημα

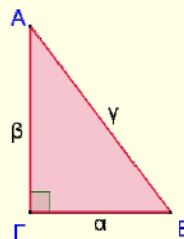
Πυθαγόρειο Θεώρημα (Π.Θ.)

Σε ορθογώνιο τρίγωνο, το τετράγωνο της υποτείνουσας είναι ίσο με το άθροισμα των τετραγώνων των δύο κάθετων πλευρών του.

Παράδειγμα:

Στο ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{\Gamma} = 90^\circ$) με υποτείνουσα τη γ και κάθετες πλευρές τις α και β ισχύει:

$$\alpha^2 + \beta^2 = \gamma^2$$



Επίσης ισχύει και το **αντίστροφο**. Δηλαδή, αν σε τρίγωνο το τετράγωνο της μεγαλύτερης πλευράς είναι ίσο με το άθροισμα των τετραγώνων των δύο άλλων πλευρών, τότε το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.

Πυθαγόρεια τριάδα είναι μια τριάδα φυσικών αριθμών ($0 < \alpha < \beta < \gamma$) που συνδέονται με τη σχέση $\alpha^2 + \beta^2 = \gamma^2$

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ
(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

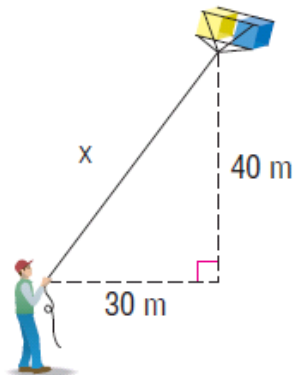
Ασκήσεις

1. Να εξετάσετε κατά πόσο το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο σε καθεμιά από τις πιο κάτω περιπτώσεις. Αν το τρίγωνο είναι ορθογώνιο, να εντοπίσετε την ορθή γωνία.

(α) $AB = 7m$, $B\Gamma = 24m$, $A\Gamma = 25m$

(β) $AB = 2m$, $B\Gamma = 3m$, $A\Gamma = 4m$

2. Να υπολογίσετε το μήκος του σχοινιού που χρησιμοποιεί ο Ανδρέας, για να πετάξει τον χαρταετό του.



ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ

(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

3. Ένας οικοδόμος, για να σχηματίσει ορθή γωνία, κόβει τρία ξύλα μήκους $6m$, $8m$ και $10m$. Στη συνέχεια με αυτά σχηματίζει ένα τρίγωνο. Να εξηγήσετε γιατί είναι σίγουρος ότι έχει σχηματίσει ορθή γωνία.



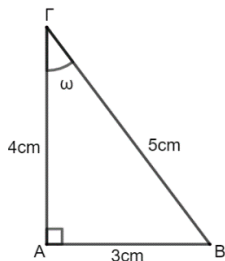
1.8 Τριγωνομετρία

Ασκήσεις

1. Να υπολογίσετε τους πιο κάτω τριγωνομετρικούς αριθμούς:

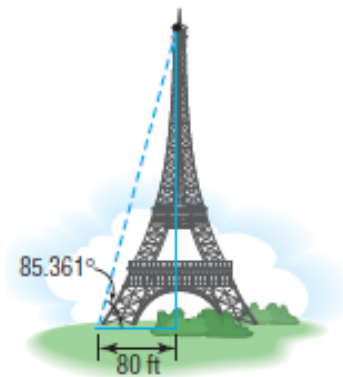
(α) $\eta\mu\omega =$

(β) $\sigma\upsilon\nu\omega =$



ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ
(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

2. Να βρείτε ποιο ήταν το ύψος του πύργου του Άιφελ πριν από την τοποθέτηση της τηλεοπτικής κεραίας, χρησιμοποιώντας τα δεδομένα της πιο κάτω εικόνας.



3. Να υπολογίσετε την τιμή της αριθμητικής παράστασης με τη βοήθεια της υπολογιστικής μηχανής:

$$A = 6 \cdot \eta\mu 30^\circ - 4 \cdot \varepsilon\varphi 45^\circ + 8 \cdot \sigma\upsilon\nu^2 45^\circ + 2\sqrt{3} \cdot \sigma\upsilon\nu 30^\circ$$

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ

(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

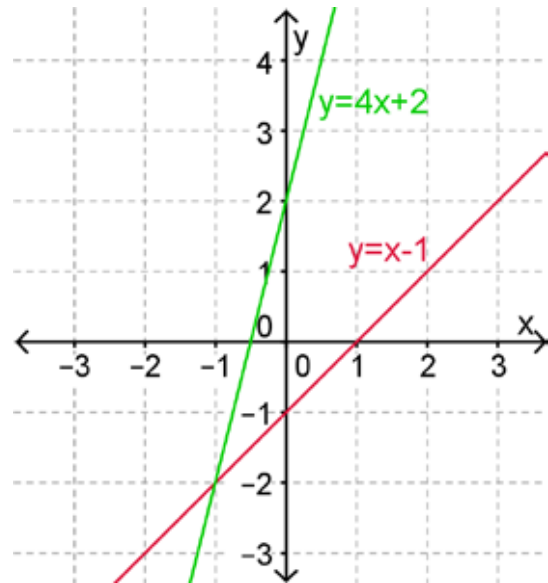
1.9 Γραμμικά Συστήματα δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους

Άσκηση γραφικής επίλυσης συστήματος

Να βρείτε τη λύση του πιο κάτω συστήματος χρησιμοποιώντας τις γραφικές παραστάσεις των ευθειών που φαίνονται στο διπλανό σχήμα:

$$y = x - 1$$

$$y = 4x + 2$$



Άσκηση αλγεβρικής επίλυσης συστήματος

Να λύσετε τα συστήματα:

$$\begin{aligned} \alpha) \quad & x - y = 9 \\ & x + y = 13 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \beta) \quad & 3x - y = 12 \\ & 2x + 3y = 19 \end{aligned}$$

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ
(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

Άσκηση επίλυσης συστήματος μέσω προβλήματος

Να βρείτε την τιμή του καθενός από τα προϊόντα:

Παναγιώτης		€12
Χαρά		€19

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ

(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

2. Πραγματικοί Αριθμοί (Ενότητα 1)

Το σύνολο των Πραγματικών αριθμών

Άσκηση: Να αντιστοιχίσετε τα σύνολα της στήλης Α, με την αντίστοιχη σωστή περιγραφή της στήλης Β.

A	B
(α) $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$	(i) ακέραιοι αριθμοί
(β) $\mathbb{Z} = \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \dots\}$	(ii) φυσικοί αριθμοί
(γ) $\mathbb{Q} = \left\{\frac{\alpha}{\beta} : \alpha \in \mathbb{Z}, \beta \in \mathbb{N}\right\}$	(iii) άρρητοι αριθμοί
(δ) $\mathbb{R} - \mathbb{Q}$	(iv) ρητοί αριθμοί
(ε) $\mathbb{R}$	(v) πραγματικοί αριθμοί

2.1 Η Έννοια της νιοστής ρίζας

Ασκήσεις κατανόησης της έννοιας της νιοστής ρίζας μη αρνητικού αριθμού

1. Να υπολογίσετε τις πιο κάτω ρίζες:

(α) $\sqrt{16} = \dots$ (β) $\sqrt[3]{8} = \dots$ (γ) $\sqrt[4]{81} = \dots$ (δ) $\sqrt[5]{32} = \dots$

(ε) $\sqrt[3]{27} = \dots$ (στ) $\sqrt[5]{\frac{1}{32}} = \dots$ (ζ) $\sqrt{100} = \dots$

ΑΝΑΣΤΟΧΑΣΜΟΣ

Η Ελένη σκέφτηκε ότι $\sqrt{36} = -6$, εφόσον γνωρίζουμε ότι $(-6)^2 = 36$.

Συμφωνείτε ή διαφωνείτε και γιατί.

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
Α' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ
(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

2. Να απλοποιήσετε τις πιο κάτω παραστάσεις:

(α) $\sqrt{2^{10}}$

(β) $\sqrt[3]{7^{30}}$

(γ) $\sqrt[5]{32x^{10}}, \quad x \geq 0$

(δ) $\sqrt[4]{\frac{16}{a^{12}}}, \quad a > 0$

ΑΝΑΣΤΟΧΑΣΜΟΣ

Να εξετάσετε αν έχει νόημα ο υπολογισμός της $\sqrt{-25}$.

Να εκτιμήσετε ποιος φυσικός αριθμός είναι πιο κοντά στη $\sqrt{37}$.

3. Να γράψετε μια ισοδύναμη πρόταση για τους πραγματικούς αριθμούς x, y και z :

(α) $x = \sqrt[5]{4}$

(β) $y = \sqrt[7]{3}$

(γ) $z = \sqrt[3]{1}$

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ
(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

Διερεύνηση της εξίσωσης $x^v = a$, $a \in \mathbb{R}$, $v \in \mathbb{N}$

Ασκήσεις

1. Να λύσετε τις πιο κάτω εξισώσεις:

(α) $x^2 = 16$

(β) $x^2 = -16$

(γ) $x^3 = 8$

(δ) $x^3 = -8$

(ε) $x^4 = 81$

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ
(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

(στ) $x^5 = 32$

(ζ) $x^3 = -125$

(η) $x^6 = 13$

(θ) $x^7 = -100$

(ι) $(x + 2)^4 = 81$

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
Α' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ
(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

2.2 Ιδιότητες της νιοστής ρίζας

Ασκήσεις εφαρμογής των ιδιοτήτων των ριζών

1. Να απλοποιήσετε τις πιο κάτω παραστάσεις:

$$(\alpha) \sqrt{3^{18}} = \dots\dots\dots (\beta) \sqrt{2} \cdot \sqrt{32} = \dots\dots\dots$$

$$(\gamma) \frac{\sqrt{200}}{\sqrt{2}} = \dots\dots\dots (\delta) \sqrt{50} = \dots\dots\dots$$

$$(\epsilon) (\sqrt[5]{3})^5 = \dots\dots\dots (\sigma\tau) (\sqrt{2})^{14} = \dots\dots\dots$$

$$(\zeta) \sqrt[4]{32} : \sqrt[4]{2} = \dots\dots\dots (\eta) \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{5} = \dots\dots\dots$$

2. Να απλοποιήσετε τις πιο κάτω παραστάσεις:

$$(\alpha) \sqrt{18} = \dots\dots\dots$$

$$(\beta) \sqrt{\frac{7}{4}} = \dots\dots\dots$$

$$(\gamma) \sqrt{20} = \dots\dots\dots$$

$$(\delta) \sqrt[4]{2^5} = \dots\dots\dots$$

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
Α' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ
(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

3. Να υπολογίσετε τις πιο κάτω ρίζες:

(α) $\sqrt{9 + 16} = \dots\dots\dots$ (β) $\sqrt{10^2 - 8^2} = \dots\dots\dots$

(γ) $\sqrt{4 \cdot 25} = \dots\dots\dots$ (δ) $\sqrt[3]{108:4} = \dots\dots\dots$

4. Να χαρακτηρίσετε με ΣΩΣΤΟ ή ΛΑΘΟΣ τους πιο κάτω ισχυρισμούς, βάζοντας σε κύκλο τον αντίστοιχο χαρακτηρισμό, αιτιολογώντας την απάντησή σας.

(α)	$\sqrt{5} \cdot \sqrt{5} = 5$	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
(β)	$\sqrt{90} = 9\sqrt{10}$	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
(γ)	$\sqrt[n]{x} \div \sqrt[n]{y} = \sqrt[n]{\frac{x}{y}}, (x \geq 0, y > 0, n \in \mathbb{N})$	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
(δ)	$\sqrt{3} + \sqrt{7} = \sqrt{10}$	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
(ε)	$\sqrt{32} \div \sqrt{2} = 4$	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
(στ)	$\sqrt{3^2 + 4^2} = 3 + 4 = 7$	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
(ζ)	$\sqrt{2^2 \cdot 5^4} = 100$	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
(η)	$\sqrt{12} - \sqrt{3} = \sqrt{3}$	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ
(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

5. Να κάνετε τις πράξεις:

(α) $\sqrt{50} - \sqrt{2} = \dots\dots\dots$

(β) $(\sqrt{3} + 2\sqrt{5})(\sqrt{3} - 4\sqrt{5}) = \dots\dots\dots$

(γ) $(7 - \sqrt{3})(7 + \sqrt{3}) = \dots\dots\dots$

6. Αν $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$ και $y = \sqrt{3} - \sqrt{2}$, να υπολογίσετε τις τιμές των πιο κάτω παραστάσεων:

(α) $x + y = \dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

(β) $x^2 - y^2 = \dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

(γ) $xy = \dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ
(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

7. Να αποδείξετε ότι η παράσταση $A = 4\sqrt{18} + \sqrt{50} - \sqrt{200}$ μπορεί να πάρει τη μορφή:
 $a\sqrt{\beta}$, με $a, \beta \in \mathbb{N}$

2.3 Δυνάμεις με ρητό εκθέτη

Ασκήσεις μετατροπής δύναμης με ρητό εκθέτη σε ρίζα και αντίστροφα για εκτέλεση πράξεων και απλοποίηση παραστάσεων

1. Να υπολογίσετε τις πιο κάτω παραστάσεις, χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής:

(α) $4^{\frac{1}{2}} = \dots\dots\dots$

(β) $81^{\frac{1}{4}} = \dots\dots\dots$

(γ) $25^{-\frac{1}{2}} = \dots\dots\dots$

(δ) $16^{\frac{3}{4}} = \dots\dots\dots$

(ε) $0^{\frac{1}{25}} = \dots\dots\dots$

(στ) $\sqrt{\left(\frac{16}{9}\right)^3} = \dots\dots\dots$

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
Α' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ
(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

2. Να μετατρέψετε τα πιο κάτω σε δύναμη με ρητό εκθέτη:

(α) $\sqrt[5]{7^2} = \dots\dots\dots$ (β) $\sqrt{5} = \dots\dots\dots$ (γ) $\sqrt[3]{11} = \dots\dots\dots$

3. Να υπολογίσετε τις πιο κάτω παραστάσεις, χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής:

(α) $3^{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{12} = \dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$

(β) $2^{\frac{4}{3}} : \sqrt[3]{2} = \dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$

(γ) $\sqrt{5} + 5^{\frac{3}{2}} = \dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$

4. Να χαρακτηρίσετε με ΣΩΣΤΟ ή ΛΑΘΟΣ τους πιο κάτω ισχυρισμούς, βάζοντας σε κύκλο τον αντίστοιχο χαρακτηρισμό, αιτιολογώντας την απάντησή σας.

(α)	$5^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{5}$	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
(β)	$4^{\frac{1}{2}} = 2$	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
(γ)	$\left(\frac{1}{8}\right)^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{4}$	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ
(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

Άσκηση επίλυσης εξίσωσης

Να λύσετε τις πιο κάτω εξισώσεις:

(α) $x^{\frac{1}{2}} = 5, x \geq 0$

(β) $x^{\frac{2}{3}} = 9, x \geq 0$

(γ) $y^{-\frac{3}{2}} = 27, y > 0$

(δ) $(2x - 1)^{\frac{1}{3}} = 2, x \geq \frac{1}{2}$

(ε) $\sqrt{x + 1} = 4$

(στ) $\sqrt[3]{x - 4} = 2$

ΑΝΑΣΤΟΧΑΣΜΟΣ

Να εξετάσετε αν η εξίσωση $(x + 1)^{\frac{1}{2}} = -5$ έχει πραγματικές λύσεις.

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ
(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

2.4 Μετατροπή άρρητου παρονομαστή σε ρητό

Άσκηση μετατροπής κλασμάτων με άρρητο παρονομαστή σε κλάσματα με ρητό παρονομαστή

Να μετατρέψετε τις πιο κάτω παραστάσεις σε ισοδύναμες με ρητό παρονομαστή:

(α) $\frac{6}{\sqrt{2}} =$

.....

.....

(β) $\frac{2}{\sqrt{3}} =$

.....

.....

(γ) $\frac{2}{\sqrt{14}} =$

.....

.....

(δ) $\frac{6}{3\sqrt{2}} =$

.....

.....

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ
(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

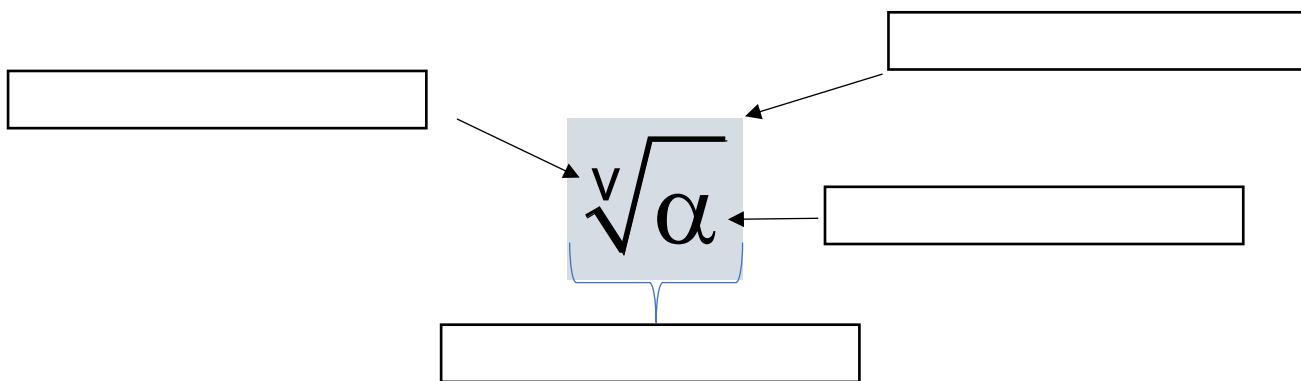
(ε) $\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$

(στ) $\frac{4}{\sqrt{5}-1} = \dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$

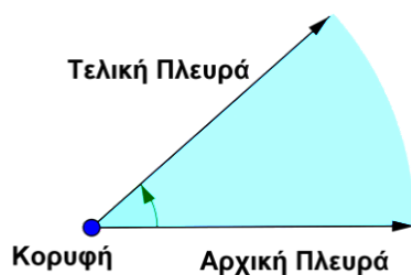
Να συμπληρώσετε τα κενά με την αντίστοιχη σωστή ορολογία:
Δείκτης Ριζικού, Σύμβολο Ριζικού, νιοστή ρίζα του α, Υπόριζος Ποσότητα



ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
Α' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ
(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

3. Τριγωνομετρία (Ενότητα 2)

3.1 Γωνία σε κανονική θέση



Άσκηση

Να χαρακτηρίσετε με ΣΩΣΤΟ ή ΛΑΘΟΣ τους πιο κάτω ισχυρισμούς, βάζοντας σε κύκλο τον αντίστοιχο χαρακτηρισμό, αιτιολογώντας την απάντησή σας.

(α)	Κάθε γωνία σε κανονική θέση είναι προσανατολισμένη	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
(β)	Κάθε προσανατολισμένη γωνία ΘΕΤΙΚΑ ή ΑΡΝΗΤΙΚΑ είναι σε κανονική θέση	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ
(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

Άσκηση κατασκευής γωνίας σε κανονική θέση

Να κατασκευάσετε (με χρήση μοιρογνωνιού) τις πιο κάτω γωνίες σε κανονική θέση:

(α) 45°

(β) 120°

(γ) -120°

(δ) 325°

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ
(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

Άσκηση γωνιών σε κανονική θέση που έχουν ίδια τελική πλευρά

Να γράψετε δύο γωνίες που έχουν την ίδια τελική πλευρά με τις πιο κάτω γωνίες:

(α) 145°

(β) -30°

(γ) 240°

3.2 Τριγωνομετρικοί αριθμοί γωνίας σε κανονική θέση

Ασκήσεις υπολογισμού τριγωνομετρικών αριθμών γωνίας σε κανονική θέση

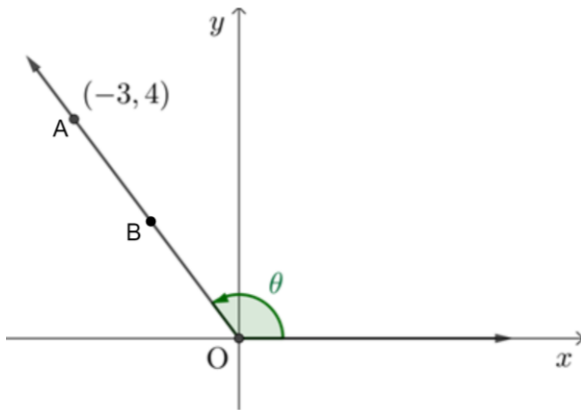
1. Μια γωνία θ σε κανονική θέση έχει τελική πλευρά, η οποία διέρχεται από το σημείο A . Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας θ , όταν το σημείο A έχει συντεταγμένες:

(α) $A(1, -1)$

(β) $A(-\sqrt{3}, 1)$

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ
(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

2. Στο πιο κάτω σχήμα, να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας θ .



ΑΝΑΣΤΟΧΑΣΜΟΣ

Τι θα άλλαζε αν αντί του σημείου A χρησιμοποιούσαμε το σημείο B για τους υπολογισμούς των τριγωνομετρικών αριθμών της γωνίας θ ;

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

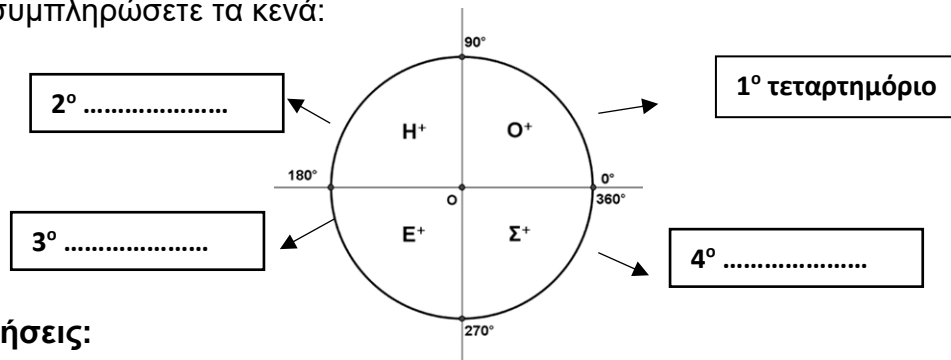
ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ

(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

3.3 Τριγωνομετρικός Κύκλος

Δίνονται τα πρόσημα των τριγωνομετρικών αριθμών, σύμφωνα με το **τεταρτημόριο** στο οποίο βρίσκεται η τελική πλευρά της γωνίας.

Να συμπληρώσετε τα κενά:



Ασκήσεις:

1. Να βρείτε:

- το τεταρτημόριο που βρίσκεται η τελική πλευρά των πιο κάτω γωνιών και να τις κατασκευάσετε σε κανονική θέση,
- το πρόσημο των τριγωνομετρικών αριθμών, των πιο κάτω γωνιών.

(α) 30°

(β) 120°

(γ) -60°

(δ) 210°

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ

(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

2. Να βρείτε σε ποιο τεταρτημόριο βρίσκεται η τελική πλευρά της γωνίας θ , αν:

(α) $\eta\mu\theta > 0$ και $\epsilon\varphi\theta < 0$

(β) $\sigma\upsilon\nu\theta > 0$ και $\eta\mu\theta < 0$

(γ) $\sigma\varphi\theta > 0$ και $\sigma\upsilon\nu\theta < 0$

3. Να χαρακτηρίσετε με ΣΩΣΤΟ ή ΛΑΘΟΣ τις πιο κάτω προτάσεις, βάζοντας σε κύκλο τον αντίστοιχο χαρακτηρισμό, αιτιολογώντας την απάντησή σας.

(α)	Αν $\eta\mu\theta$ και $\sigma\upsilon\nu\theta$ είναι αρνητικοί αριθμοί, τότε και η $\epsilon\varphi\theta$ είναι αρνητικός αριθμός.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
(β)	Αν $\theta = 200^\circ$, τότε $\eta\mu\theta < 0$.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
(γ)	Δεν υπάρχει γωνία θ , για την οποία να ισχύει $\epsilon\varphi\theta < 0$ και $\sigma\varphi\theta > 0$.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
(δ)	$\sigma\upsilon\nu 0^\circ > 0$	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
(ε)	Αν $\epsilon\varphi\theta > 0$ και $\eta\mu\theta < 0$, τότε η τελική πλευρά της γωνίας θ είναι στο 2 ^ο τεταρτημόριο.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ

(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

3.4 Μετατροπή τριγωνομετρικών αριθμών γωνίας σε τριγωνομετρικούς αριθμούς οξείας γωνίας

Για κάθε γωνία θ ισχύουν:

$$\eta\mu(90^\circ - \theta) = \sigma\upsilon\nu\theta$$

$$\eta\mu(180^\circ - \theta) = \eta\mu\theta$$

$$\sigma\upsilon\nu(90^\circ - \theta) = \eta\mu\theta$$

$$\sigma\upsilon\nu(180^\circ - \theta) = -\sigma\upsilon\nu\theta$$

$$\varepsilon\varphi(90^\circ - \theta) = \sigma\varphi\theta$$

$$\varepsilon\varphi(180^\circ - \theta) = -\varepsilon\varphi\theta$$

$$\sigma\varphi(90^\circ - \theta) = \varepsilon\varphi\theta$$

$$\sigma\varphi(180^\circ - \theta) = -\sigma\varphi\theta$$

Ασκήσεις

1. Να συμπληρώσετε τα κενά στις πιο κάτω ισότητες:

(α) $\eta\mu 130^\circ = \eta\mu \dots$

(β) $\sigma\upsilon\nu 110^\circ = \dots 70^\circ$

(γ) $\eta\mu 65^\circ = \sigma\upsilon\nu \dots$

2. Να γράψετε τους πιο κάτω τριγωνομετρικούς αριθμούς ως τριγωνομετρικούς αριθμούς οξείας γωνίας:

(α) $\eta\mu 165^\circ$

(β) $\sigma\upsilon\nu 113^\circ$

(γ) $\varepsilon\varphi 142^\circ$

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ

(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

3. Να συμπληρώσετε τον πιο κάτω πίνακα, αντιστοιχίζοντας σε κάθε τριγωνομετρικό αριθμό της στήλης Α με ίσο του τριγωνομετρικό αριθμό από τη στήλη Β.

Α		Β	
		1.	$\eta\mu 40^\circ$
α.	$\eta\mu 140^\circ$	2.	$\sigma\upsilon\nu 40^\circ$
		3.	$\epsilon\varphi 40^\circ$
β.	$\sigma\upsilon\nu 140^\circ$	4.	$-\eta\mu 40^\circ$
		5.	$-\sigma\upsilon\nu 40^\circ$
γ.	$\epsilon\varphi 140^\circ$	6.	$-\epsilon\varphi 40^\circ$

α.	β.	γ.

Άσκηση επίλυσης τριγωνομετρικής εξίσωσης

Να λύσετε τις πιο κάτω εξισώσεις στο διάστημα $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$.

(α) $\eta\mu\theta = \eta\mu 40^\circ$

(β) $2\eta\mu\theta = \sqrt{2}$

(γ) $\sigma\upsilon\nu\theta = 5$

(δ) $\epsilon\varphi\theta = \epsilon\varphi 45^\circ$

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
Α' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ
(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

3.5 Τριγωνομετρικές Ταυτότητες

Βασικές τριγωνομετρικές ταυτότητες:

$$\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1$$

$$\varepsilon\varphi\omega = \frac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega}, \quad \sigma\upsilon\nu\omega \neq 0$$

$$\sigma\varphi\omega = \frac{\sigma\upsilon\nu\omega}{\eta\mu\omega}, \quad \eta\mu\omega \neq 0$$

Ασκήσεις απόδειξης τριγωνομετρικών ταυτοτήτων

Να αποδείξετε τις πιο κάτω ταυτότητες:

(α) $7\eta\mu^2\omega + 7\sigma\upsilon\nu^2\omega = 7$

(β) $\varepsilon\varphi x \cdot \sigma\varphi x = 1$

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ
(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

$$(\gamma) \quad (1 - \eta\mu\omega)(1 + \eta\mu\omega) = \sigma\nu\nu^2\omega$$

$$(\delta) \quad \varepsilon\varphi^2\theta \cdot \sigma\nu\nu^2\theta + \sigma\varphi^2\theta \cdot \eta\mu^2\theta = 1$$

$$(\varepsilon) \quad \sigma\nu\nu^2\omega - \eta\mu^2\omega = 1 - 2\eta\mu^2\omega$$

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ
(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

Ασκήσεις χρήσης βασικών τριγωνομετρικών ταυτοτήτων:

1. Να συμπληρώσετε τα κενά στις πιο κάτω ισότητες:

(α) $\eta\mu^2 40^\circ + \sigma\upsilon\nu^2 40^\circ = \dots$

(β) $\frac{\eta\mu 50^\circ}{\sigma\upsilon\nu \dots} = \varepsilon\varphi 50^\circ$

(γ) $\varepsilon\varphi 25^\circ \sigma\varphi 25^\circ =$

(δ) $\frac{1}{\varepsilon\varphi 10^\circ} = \sigma\varphi \dots$

2. Να υπολογίσετε τους άλλους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας φ στις πιο κάτω περιπτώσεις:

(α) $\eta\mu\varphi = \frac{4}{5}, \quad 0^\circ < \varphi < 90^\circ$

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ
(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

(β) $\sigma\upsilon\nu\varphi = -\frac{9}{15}, 180^\circ < \varphi < 270^\circ$

3. Δίνεται ότι $\sigma\upsilon\nu\theta = -\frac{8}{17}$ και $\eta\mu\theta > 0$. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

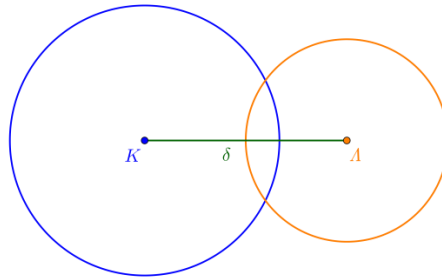
$$A = \frac{34\eta\mu\theta + 17\sigma\upsilon\nu\theta}{8\epsilon\varphi\theta - 15\sigma\varphi\theta}$$

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
Α' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ
(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

4. Κύκλος (Ενότητα 3)

4.1 Σχετική θέση δύο κύκλων

Διάκεντρος δύο κύκλων (K, R) και (Λ, ρ) ονομάζεται το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει τα κέντρα των δύο κύκλων. Το μήκος της συμβολίζεται με δ .

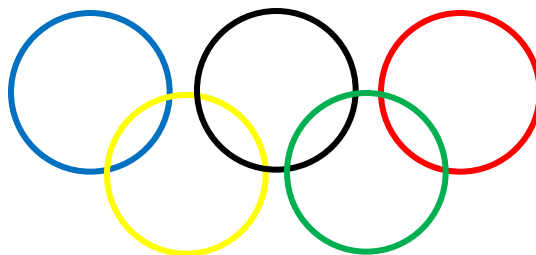


Στους κύκλους (K, R) και (Λ, ρ) ισχύει ότι $\delta = K\Lambda$.

Άσκηση Σχετική θέση δύο κύκλων

1. Να γράψετε τη σχετική θέση μεταξύ:

- (α) του κόκκινου και του μπλε κύκλου
- (β) του μαύρου και του πράσινου κύκλου



ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
Α' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ
(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

2. Να βρείτε τη σχετική θέση των δύο κύκλων σε καθεμιά από τις πιο κάτω περιπτώσεις:

(α) Κύκλοι $(K, 2 \text{ cm})$ και $(\Lambda, 4 \text{ cm})$ με απόσταση $K\Lambda = 6 \text{ cm}$.

(β) Κύκλοι $(K, 2 \text{ cm})$ και $(\Lambda, 4 \text{ cm})$ με απόσταση $K\Lambda = 8 \text{ cm}$.

(γ) Κύκλοι $(K, 2 \text{ cm})$ και $(\Lambda, 4 \text{ cm})$ με απόσταση $K\Lambda = 1 \text{ cm}$.

(δ) Κύκλοι $(K, 2 \text{ cm})$ και $(\Lambda, 4 \text{ cm})$ με απόσταση $K\Lambda = 2 \text{ cm}$.

(ε) Κύκλοι $(K, 2 \text{ cm})$ και $(\Lambda, 4 \text{ cm})$ με απόσταση $K\Lambda = 5 \text{ cm}$.

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
Α' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ
(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

3. Να υπολογίσετε το μήκος της διακέντρου των κύκλων ($K, 3\text{ cm}$) και ($\Lambda, 4\text{ cm}$), ώστε:

(α) οι κύκλοι να εφάπτονται εξωτερικά

(β) οι κύκλοι να εφάπτονται εσωτερικά

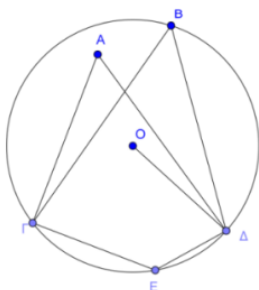
4. Δίνεται κύκλοι ($\Lambda, 10\text{ Km}$) και ($M, 18\text{ Km}$). Αν οι δύο κύκλοι έχουν δύο κοινά σημεία, να βρείτε το διάστημα το οποίο ανήκουν οι τιμές του μήκους $ΜΛ$.

4.2 Εγγεγραμμένες – Επίκεντρες Γωνίες

Εγγεγραμμένη γωνία κύκλου ονομάζεται η γωνία που η κορυφή της είναι σημείο του κύκλου και οι πλευρές της είναι τέμνουσες του κύκλου.

Άσκηση Ορισμός εγγεγραμμένης γωνίας

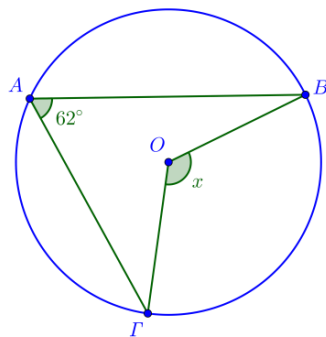
Να ονομάσετε δύο εγγεγραμμένες γωνίες και να αναφέρεται σε κάθε περίπτωση το αντίστοιχο τόξο στο οποίο βαίνει η κάθε γωνία.



Ασκήσεις Σχέση εγγεγραμμένης – επίκεντρης γωνίας

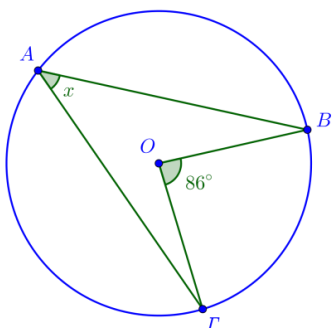
1. Να υπολογίσετε τη γωνία x στα πιο κάτω σχήματα.

(α)

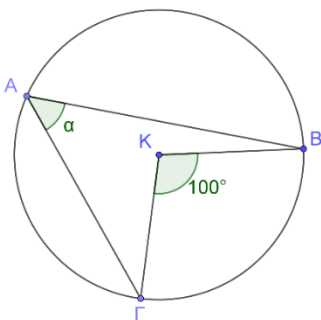


ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
Α' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ
(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

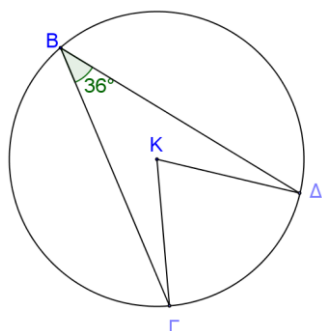
(β)



2. Στο πιο κάτω σχήμα, το σημείο K είναι το κέντρο του κύκλου και η γωνία ΓKB έχει μέτρο 100° . Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνίας α .



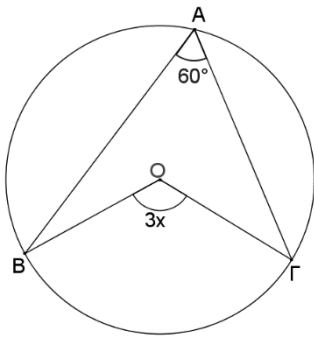
3. Δίνεται κύκλος (K, R) με γωνία $\widehat{\Gamma\hat{B}\Delta} = 36^\circ$. Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνίας ΓΚΔ, αιτιολογώντας την απάντησή σας.



ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
Α' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ
(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

4. Στο πιο κάτω σχήμα, δίνεται κύκλος (O, R) με εγγεγραμμένη γωνία $\widehat{B\hat{A}G} = 60^\circ$. Να υπολογίσετε:

- (α) Την τιμή του x .
- (β) Το μέτρο του μικρότερου τόξου $B\Gamma$.



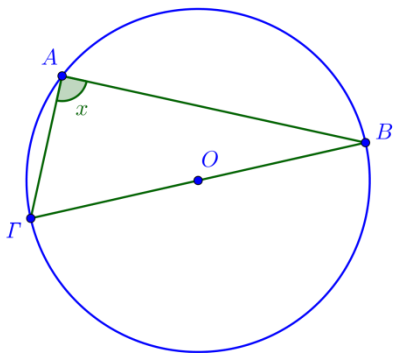
ΑΝΑΣΤΟΧΑΣΜΟΣ

Σε ένα κύκλο το μέτρο μιας επίκεντρης γωνίας είναι ίσο με το μέτρο μιας εγγεγραμμένης γωνίας. Ποια σχέση συνδέει τα μέτρα των αντίστοιχων τόξων των δύο γωνιών;

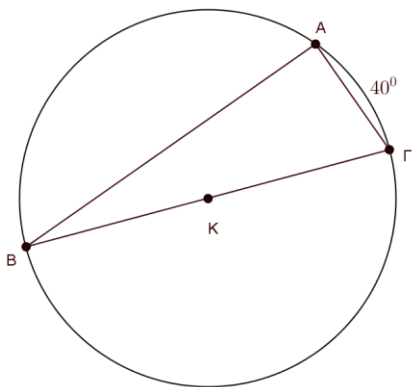
ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ
(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

Άσκηση Γωνία που βαίνει σε ημικύκλιο

1. Να υπολογίσετε την τιμή του x στο πιο κάτω σχήμα.



2. Στο πιο κάτω σχήμα το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο με κέντρο το K και το μικρότερο τόξο $A\Gamma$ έχει μέτρο 40° . Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου $AB\Gamma$.



ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

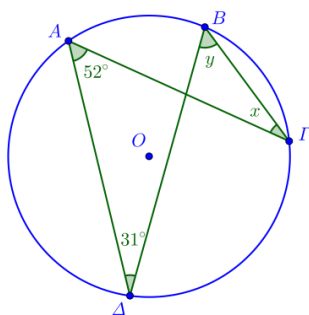
ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ

(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

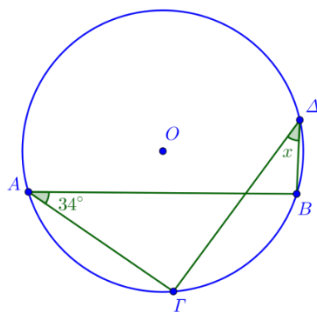
Άσκηση Σχέση εγγεγραμμένων γωνιών – τόξα μεταξύ παράλληλων χορδών

1. Να υπολογίσετε τις τιμές x και y στις πιο κάτω περιπτώσεις:

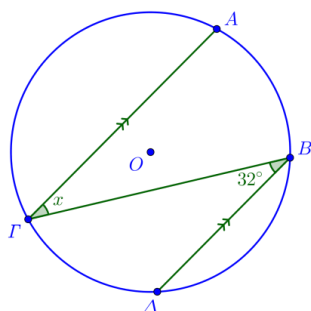
(α)



(β)



(γ)



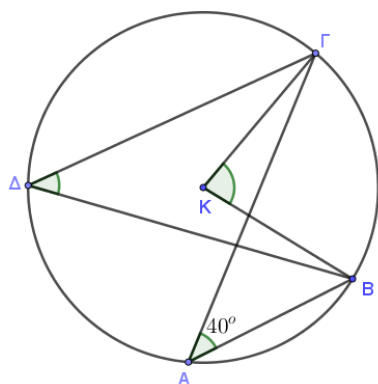
ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

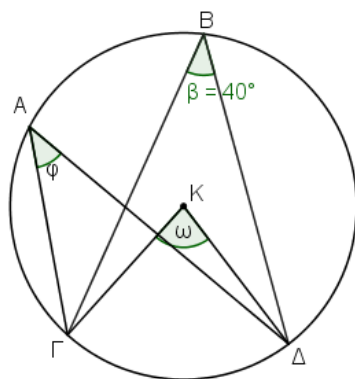
ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ

(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

2. Στο πιο κάτω σχήμα, το σημείο K είναι το κέντρο του κύκλου και η γωνία ΓAB έχει μέτρο 40° . Να υπολογίσετε το μέτρο των γωνιών $\Gamma \Delta B$ και ΓKB , δικαιολογώντας πλήρως τις απαντήσεις σας.



3. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται κύκλος (K, R) και $\Gamma \hat{B} \Delta = 40^\circ$. Να υπολογίσετε τις γωνίες φ και ω . Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



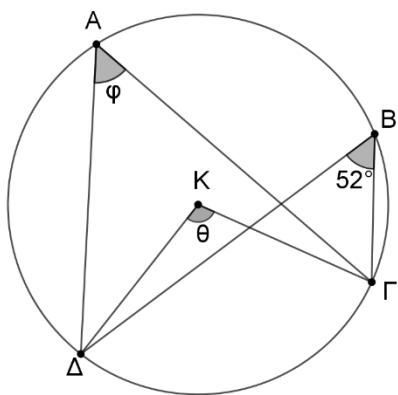
ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ

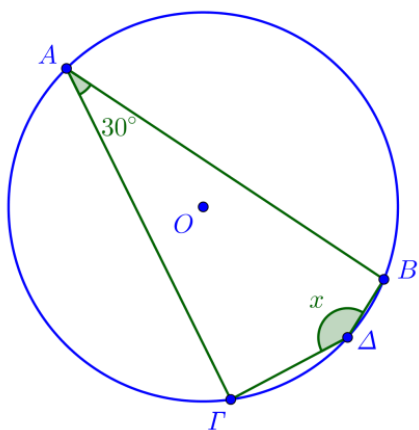
(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

4. Στο παρακάτω σχήμα δίνεται κύκλος (K, R) . Να υπολογίσετε τις γωνίες φ και θ δικαιολογώντας πλήρως τις απαντήσεις σας.



Ασκήσεις Εγγεγραμμένο τετράπλευρο σε κύκλο

1. Να υπολογίσετε τη γωνία x στο πιο κάτω σχήμα:



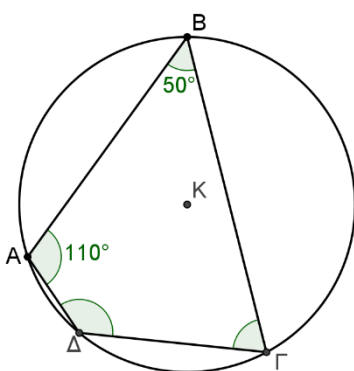
ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

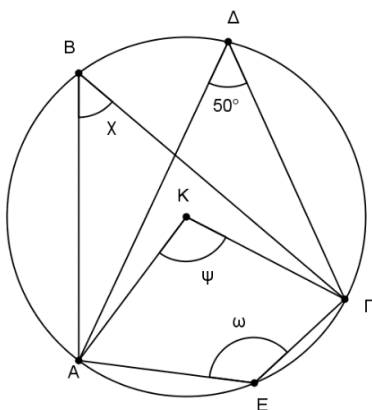
ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ

(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

2. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται κύκλος (K, R) , και οι γωνίες $\hat{A} = 110^\circ$ και $\hat{B} = 50^\circ$. Να υπολογίσετε το μέτρο των γωνιών $B\Gamma\Delta$ και $\Gamma\Delta A$ αιτιολογώντας τις απαντήσεις σας.



3. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται κύκλος (K, R) . Αν $\hat{A\Delta\Gamma} = 50^\circ$, να υπολογίσετε τις γωνίες χ , ψ και ω . Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
Α' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ
(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

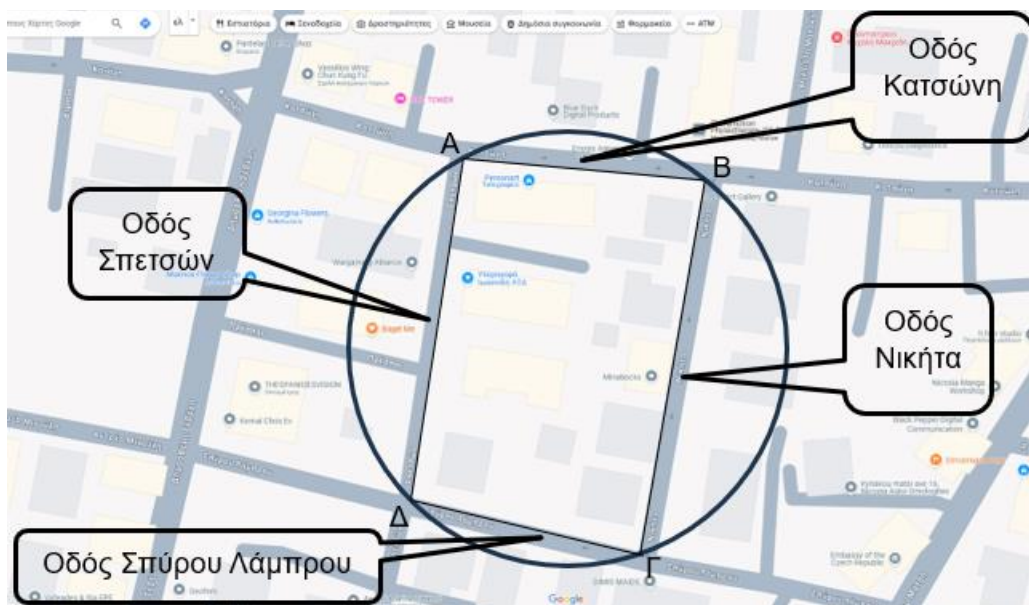
4. Στο πιο κάτω σχήμα παρουσιάζεται μέρος του χάρτη της Λευκωσίας.

- Τα σημεία A, B, Γ και Δ βρίσκονται πάνω σε κύκλο.
- Οι οδοί Σπετσών και Κατσώνη σχηματίζουν γωνία $\Delta AB = 94^\circ$
- Οι οδοί Κατσώνη και Νικήτα σχηματίζουν γωνία $AB\Gamma = 85^\circ$.

Να υπολογίσετε τις γωνίες που σχηματίζουν οι οδοί:

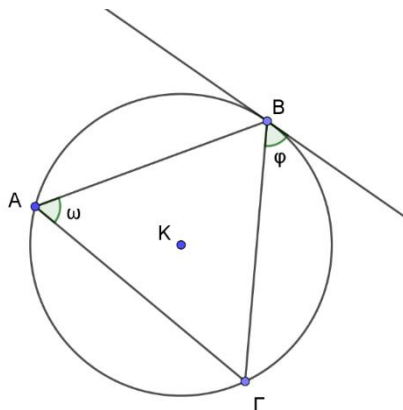
(α) Νικήτα και Σπύρου Λάμπρου

(β) Σπύρου Λάμπρου και Σπετσών.



4.3 Θεώρημα Χορδής και Εφαπτομένης

Η γωνία που σχηματίζεται από μια χορδή ενός κύκλου και την εφαπτομένη στο ένα άκρο της είναι ίση με κάθε εγγεγραμμένη γωνία του κύκλου που βαίνει στο τόξο το οποίο βρίσκεται μεταξύ των πλευρών της γωνίας.



Για παράδειγμα, στο πιο πάνω σχήμα έχουμε ότι $\hat{\omega} = \hat{\phi}$

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

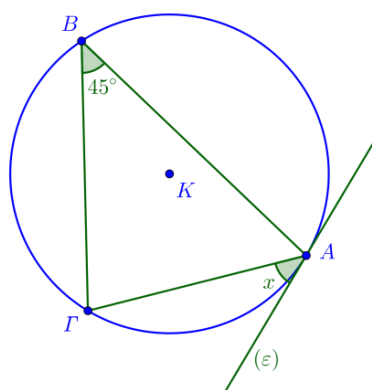
ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ

(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

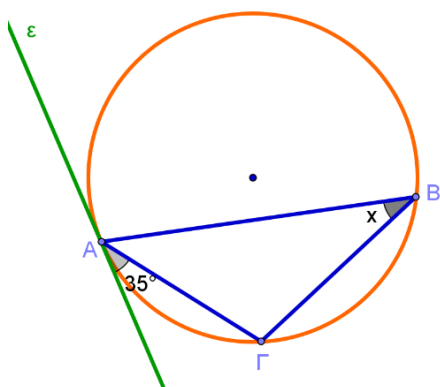
Άσκηση Γωνία που σχηματίζεται από χορδή και εφαπτομένη

1. Να υπολογίσετε την τιμή του x για καθεμιά από τις πιο κάτω περιπτώσεις, αν η ευθεία (ε) είναι εφαπτομένη του κύκλου.

(α)



(β)



ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

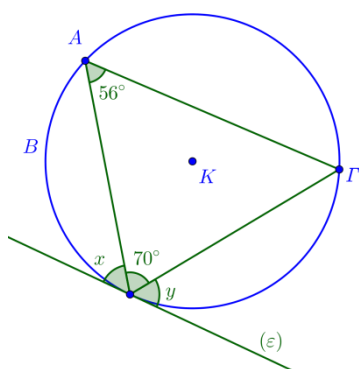
Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ

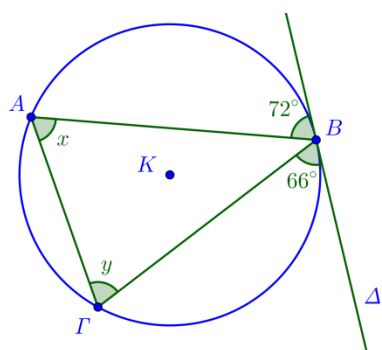
(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

2. Να υπολογίσετε τις τιμές των x και y , για καθεμιά από τις πιο κάτω περιπτώσεις, αν η ευθεία (ε) είναι εφαπτομένη του κύκλου.

(α)



(β)



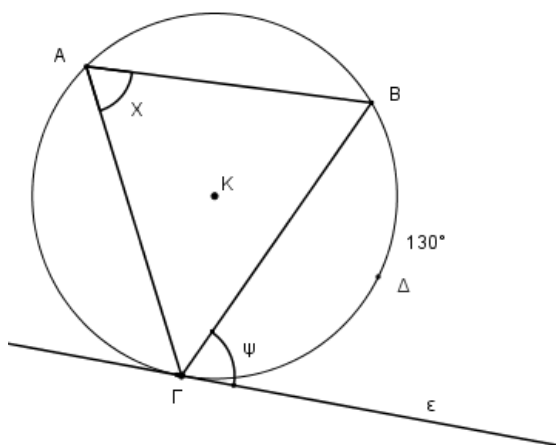
ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

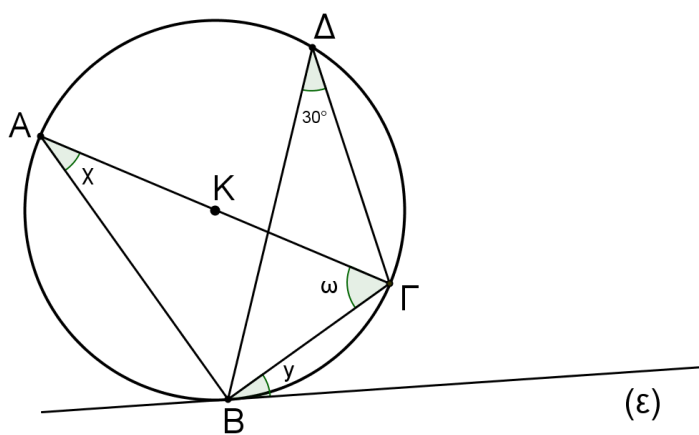
ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ

(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

3. Στο πιο κάτω σχήμα, η ευθεία (ϵ) είναι εφαπτομένη του κύκλου κύκλο (K, R) . Αν το τόξο $B\Delta\Gamma = 130^\circ$, να υπολογίσετε τις γωνίες x και ψ .



4. Στο πιο κάτω σχήμα, η ευθεία (ϵ) είναι εφαπτόμενη του κύκλου (K, R) . Αν η $A\Gamma$ είναι διάμετρος και η γωνία $B\hat{\Delta}\Gamma = 30^\circ$, να υπολογίσετε τις γωνίες x , y , $A\hat{B}\Gamma$ και ω . Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



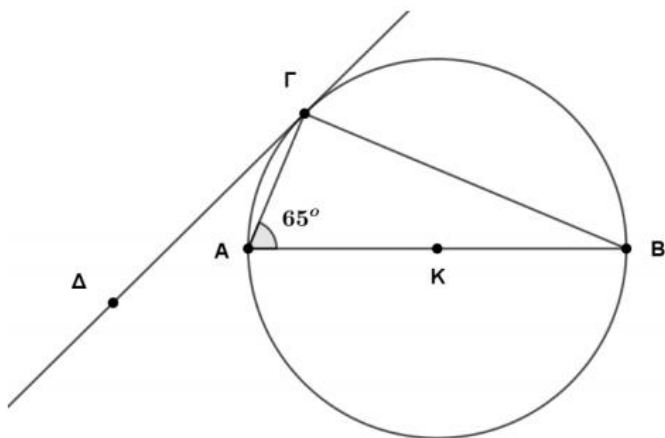
ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ

(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

5. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται κύκλος (K, ρ) . Αν $\Delta\Gamma$ είναι εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο Γ , AB διάμετρος του κύκλου και $\widehat{\Gamma AB} = 65^\circ$, να υπολογίσετε το μέτρο των γωνιών $\widehat{A\Gamma B}$, $\widehat{\Delta\Gamma A}$ και $\widehat{A\Gamma K}$, δικαιολογώντας πλήρως τις απαντήσεις σας.



ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
Α' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ
(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

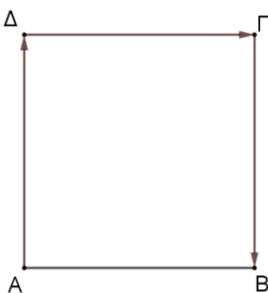
5. Διανύσματα (Ενότητα 4)

5.1. Η έννοια του διανύσματος

Ασκήσεις

1. Ποια από τις πιο κάτω προτάσεις περιγράφει μονόμετρο και ποια διανυσματικό μέγεθος;
(α) Ένα καρπούζι ζυγίζει 8 kg.
(β) Ένα πλοίο κινείται με ταχύτητα 80 ναυτικά μίλια την ώρα νοτιοανατολικά του λιμανιού.
(γ) Ο πυρετός μου έφθασε τους 39°C
(δ) Το σπίτι του Ανδρέα βρίσκεται 1,5 km μακριά από το δικό μου.
(ε) Το σπίτι του Ανδρέα βρίσκεται 1,5 km δυτικά από το δικό μου.
(στ) Κοιμήθηκα μόνο 4 ώρες χθες.

2. Δίνεται το τετράγωνο ΑΒΓΔ όπως φαίνεται στο σχήμα.



- (α) Να γράψετε και να δείξετε δύο διανύσματα τα οποία έχουν ως αρχή το σημείο Β.
- (β) Να γράψετε ένα διάνυσμα που να είναι ίσο με το διάνυσμα $\overrightarrow{\Delta\Gamma}$ και να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.
- (γ) Να γράψετε τη σχέση που συνδέει τα διανύσματα $\overrightarrow{\Gamma\text{B}}$ και $\overrightarrow{\text{A}\Delta}$.

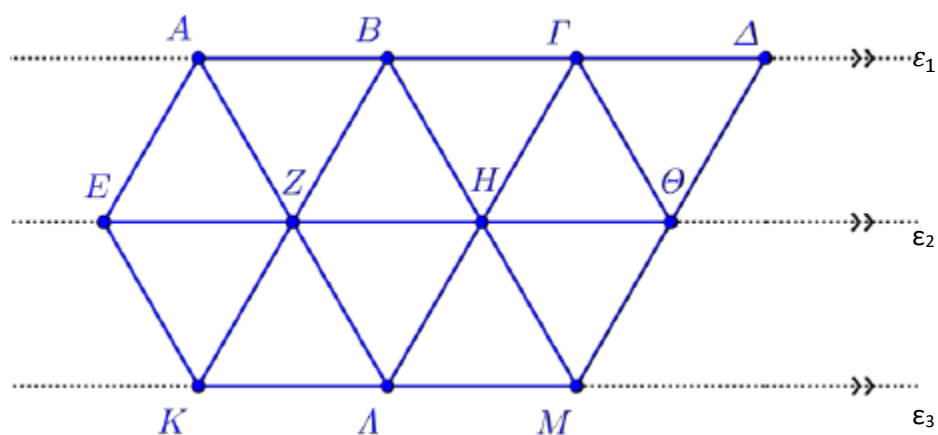
ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ

(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

3. Στο πιο κάτω σχήμα οι ευθείες $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ και ε_3 είναι παράλληλες. Τα σημεία A, B, Γ, Δ, E, Z, H, Θ, K, Λ και M είναι κορυφές ισοπλευρών τριγώνων πλευράς 2 cm.



- (α) Να βρείτε ένα ζεύγος **ομόρροπων** διανυσμάτων και ένα ζεύγος **αντίρροπων** διανυσμάτων.
- (β) Να βρείτε ένα ζεύγος **ίσων** διανυσμάτων και ένα ζεύγος **αντίθετων** διανυσμάτων.
- (γ) Να υπολογίσετε το **μέτρο** των διανυσμάτων $\overrightarrow{ΑΓ}$, $\overrightarrow{ΒΚ}$ και $\overrightarrow{ΘΕ}$.

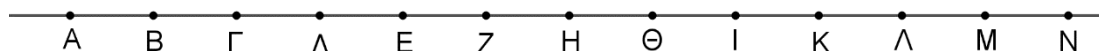
ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ

(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

4. Στο πιο κάτω σχήμα οι αποστάσεις μεταξύ όλων των διαδοχικών σημείων είναι ίσες με 1 cm.



- (α) Να υπολογίσετε το μέτρο των διανυσμάτων:

$$\overrightarrow{ΔΕ}, \overrightarrow{ΔΖ}, \overrightarrow{ΔΘ}, \overrightarrow{ΒΑ}, \overrightarrow{ΒΓ}, \overrightarrow{ΒΔ}, \overrightarrow{ΒΖ}, \overrightarrow{ΚΘ}, \overrightarrow{ΝΙ}$$

- (β) Ποια από τα πιο πάνω διανύσματα είναι μεταξύ τους ίσα και ποια αντίθετα;

- (γ) Να γράψετε ένα διάνυσμα που είναι αντίρροπο του $\overrightarrow{ΓΕ}$ και έχει μέτρο τριπλάσιο από το μέτρο του $\overrightarrow{ΓΕ}$.

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

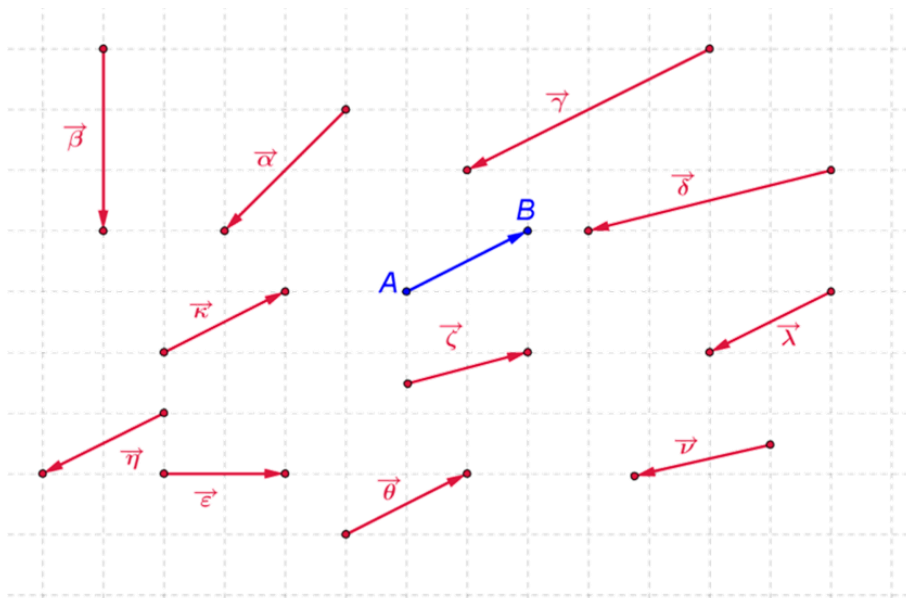
ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ

(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

5. Με βάση το πιο κάτω σχήμα:

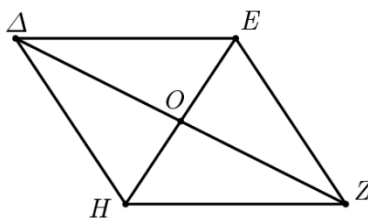
(α) Να βρείτε διανύσματα που είναι ίσα με το διάνυσμα $\overrightarrow{AB}$

(β) Να βρείτε διανύσματα που είναι αντίθετα με το διάνυσμα $\overrightarrow{AB}$



ΑΝΑΣΤΟΧΑΣΜΟΣ

Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται το παραλληλόγραμμο ΔΕΖΗ, με Ο το σημείο τομής των διαγωνίων του. Να αναφέρετε τρία ζεύγη διανυσμάτων που είναι αντίθετα.



ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ

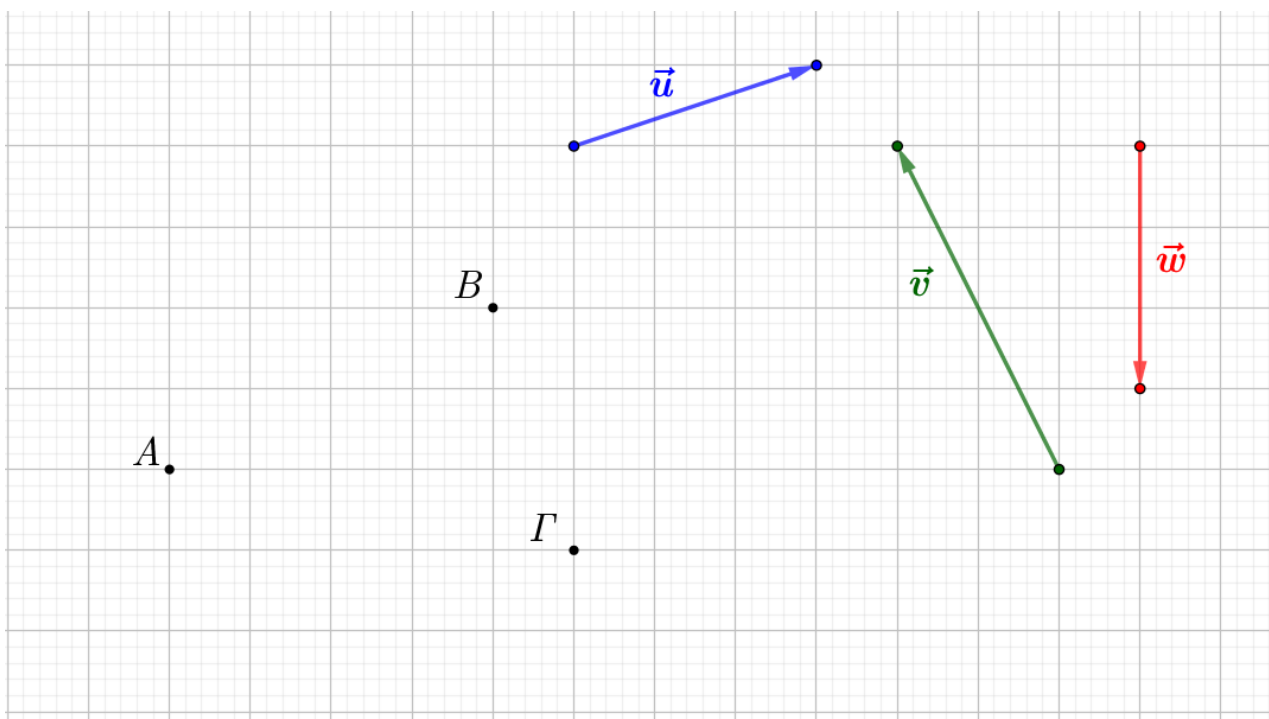
(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

6. Να σχεδιάσετε στο πιο κάτω σχήμα ένα διάνυσμα το οποίο να:

(α) είναι ίσο με το $\vec{u}$ και να αρχίζει από το σημείο A

(β) είναι αντίθετο του $\vec{v}$ και να αρχίζει από το σημείο B

(γ) έχει μέτρο ίσο με το μέτρο του $\vec{w}$, χωρίς να είναι ίσο με το $\vec{w}$, και να αρχίζει από το σημείο Γ.

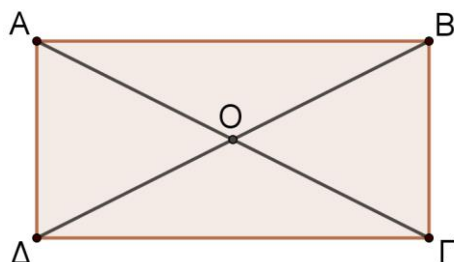


ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ
(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

5.2 Πράξεις με διανύσματα

Ασκήσεις

1. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται το ορθογώνιο παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ.



Να βρείτε το διάνυσμα που αντιστοιχεί στα πιο κάτω:

(α) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$

(β) $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CA}$

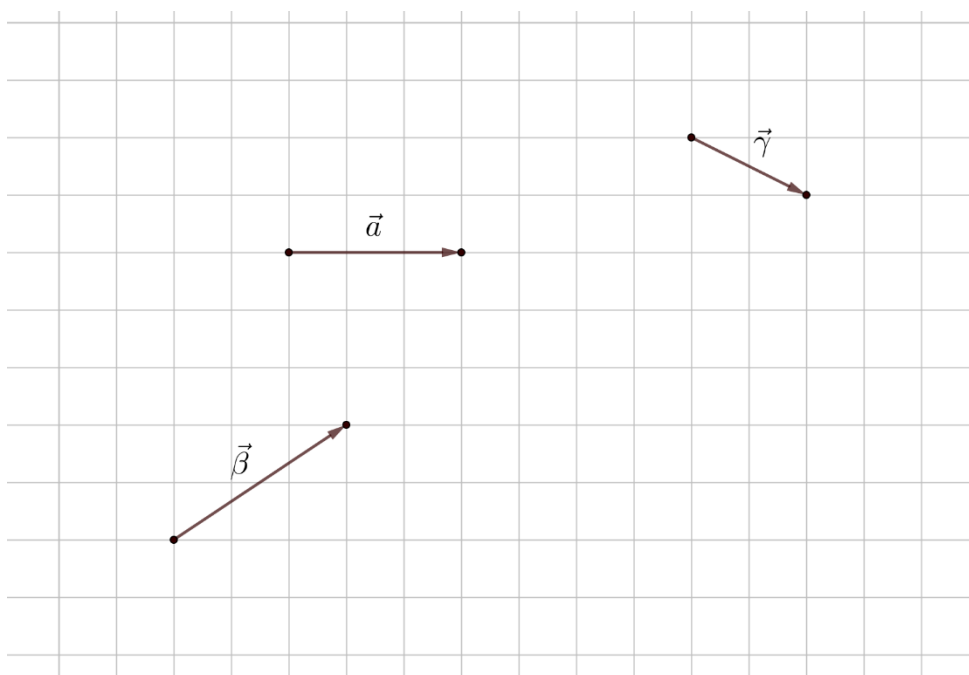
(γ) $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$

(δ) $\overrightarrow{AO} - \overrightarrow{CO}$

(ε) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ
(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

2. Στο πιο κάτω σχήμα δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$, $\vec{\gamma}$



Να σχεδιάσετε ένα διάνυσμα που να είναι ίσο με:

(α) $-\vec{\alpha}$

(β) $\vec{\alpha} + \vec{\beta}$

(γ) $\vec{\beta} + \vec{\gamma}$

(δ) $\vec{\beta} - \vec{\gamma}$

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ

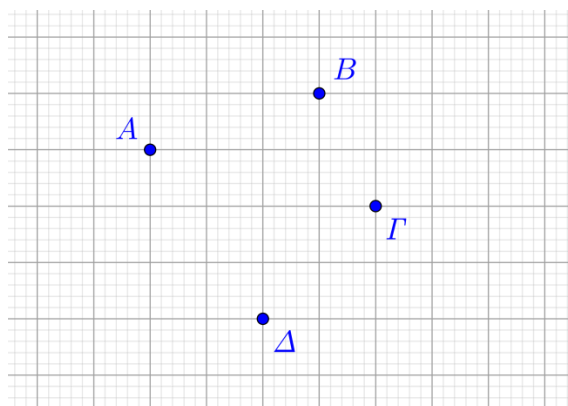
(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

3. Στο πιο κάτω πλέγμα να σχεδιάσετε ένα διάνυσμα που είναι ίσο με:

(α) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BF}$

(β) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{FA}$

(γ) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{FA}$

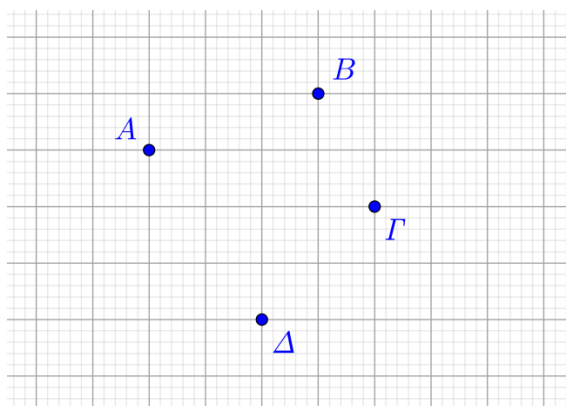


4. Στο πιο κάτω πλέγμα να σχεδιάσετε ένα διάνυσμα που είναι ίσο με:

(α) $\overrightarrow{FA} + \overrightarrow{AD}$

(β) $\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{FA}$

(γ) $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{FB}$



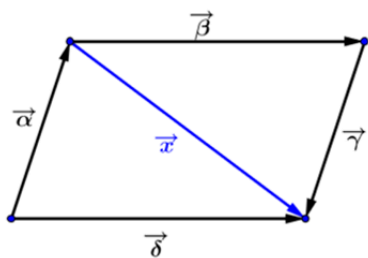
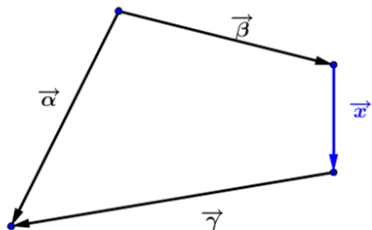
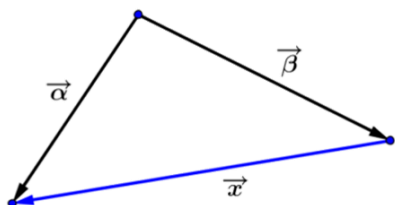
ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ

(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

5. Για καθένα από τα πιο κάτω σχήματα, να εκφράσετε το διάνυσμα $\vec{x}$ ως άθροισμα ή διαφορά των άλλων διανυσμάτων που δίνονται:



ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ

(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

6. Στο πιο κάτω σχήμα δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}$. Να σχεδιάσετε τα πιο κάτω διανύσματα στο τετραγωνισμένο χαρτί, επεξηγώντας τη μέθοδο που ακολουθήσατε.

(α) $\vec{\alpha} + \vec{\beta}$

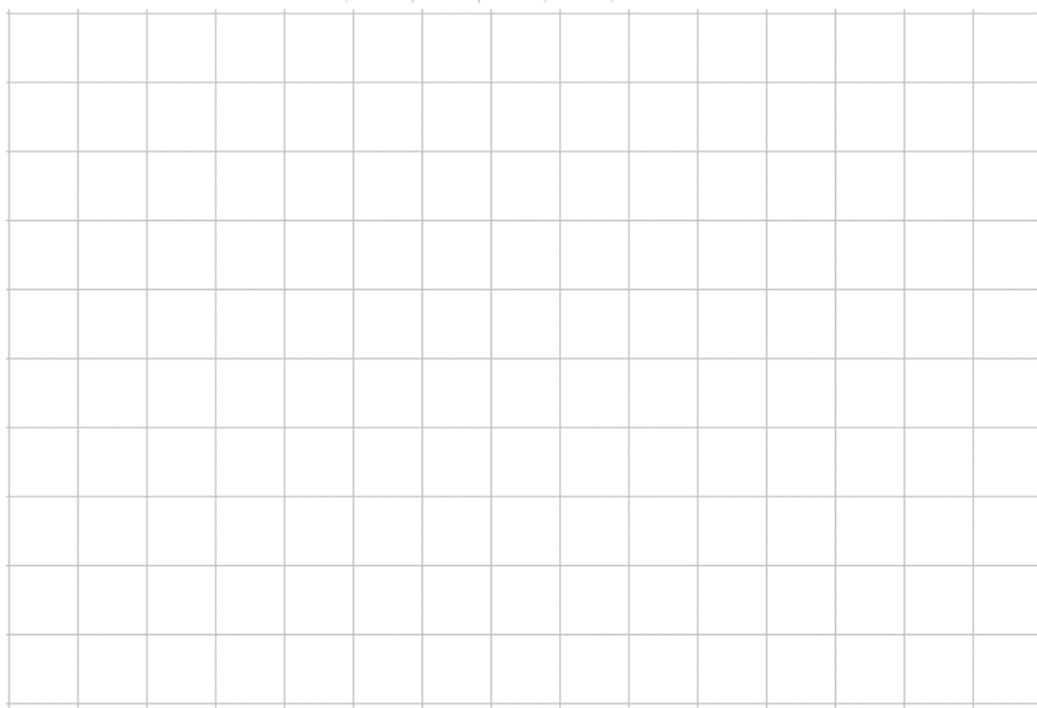
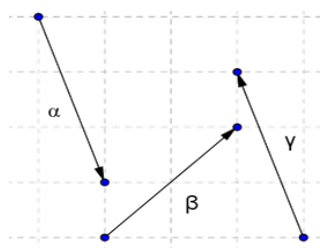
(β) $\vec{\beta} + \vec{\gamma}$

(γ) $\vec{\alpha} + \vec{\alpha} + \vec{\alpha}$

(δ) $\vec{\alpha} + \vec{\beta} + \vec{\gamma}$

(ε) $\vec{\alpha} - \vec{\beta}$

(στ) $\vec{\beta} - \vec{\gamma}$



ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ
(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

6. Στατιστική (Ενότητα 7)

6.1 Παρουσίαση στατιστικών δεδομένων

Ασκήσεις Πίνακας Κατανομής Συχνοτήτων – Αθροιστική Συχνότητα

1. Πιο κάτω παρουσιάζονται οι ηλικίες 20 σκύλων που υπάρχουν σε ένα καταφύγιο:

5, 8, 7, 2, 3, 9, 4, 4, 5, 8, 7, 4, 7, 5, 7, 3, 5, 8, 4, 9

- (α) Να κατασκευάσετε πίνακα κατανομής συχνοτήτων για τις πιο πάνω παρατηρήσεις (συχνότητα, αθροιστική συχνότητα).
- (β) Να βρείτε τον αριθμό των σκύλων που η ηλικία τους είναι τουλάχιστον 7 έτη.

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ
(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

2. Σε μια εξέταση εκτίμησης του δείκτη ευφυΐας (IQ) σε μια ομάδα ατόμων, προέκυψαν τα ακόλουθα αποτελέσματα:

Μέτρηση IQ	Συχνότητα (f_i)	Αθροιστική συχνότητα (Σf_i)
[50, 70)	24	
[70, 90)	228	
[90, 110)	490	
[110, 130)	232	
[130, 150)	26	

- (α) Να συμπληρώσετε τον πίνακα και να βρείτε τον συνολικό αριθμό των συμμετεχόντων.
- (β) Να βρείτε τον αριθμό των συμμετεχόντων που είχαν δείκτη ευφυΐας (IQ) ίσο ή μεγαλύτερο από 110.
- (γ) Να βρείτε τον αριθμό των συμμετεχόντων που είχαν δείκτη ευφυΐας (IQ) μικρότερο από 90.

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ

(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

Ασκήσεις Πολύγωνο συχνότητων – Αθροιστική συχνότητα

1. Ο αριθμός των παιδιών 25 οικογενειών που κατοικούν σε μια πολυκατοικία φαίνεται πιο κάτω:

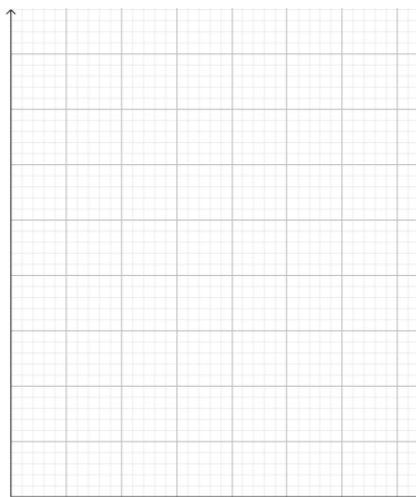
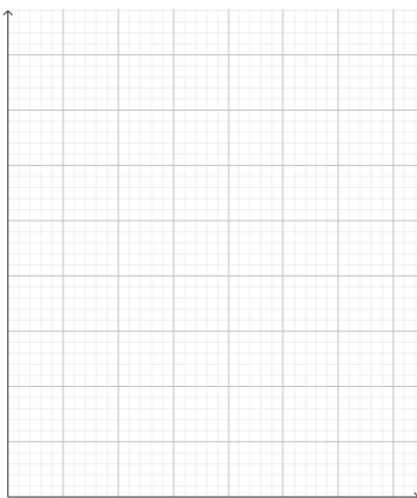
2	1	2	1	3
3	0	3	2	2
1	4	1	3	2
2	1	0	1	1
1	2	3	0	4

Να κατασκευάσετε:

- (α) τον πίνακα κατανομής αθροιστικών συχνοτήτων,
(β) το πολύγωνο συχνοτήτων και το πολύγωνο αθροιστικών συχνοτήτων.

(α)

(β)



ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ

(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

2. Στον πιο κάτω πίνακα κατανομής συχνοτήτων φαίνεται ο χρόνος σε λεπτά, που χρειάζονται οι υπάλληλοι μιας επιχείρησης, για να μεταβούν στην εργασία τους.

Χρόνος σε λεπτά	[0, 10)	[10, 20)	[20, 30)	[30, 40)	[40, 50)	[50, 60)	[60, 70)
Συχνότητα	9	18	13	10	4	4	2

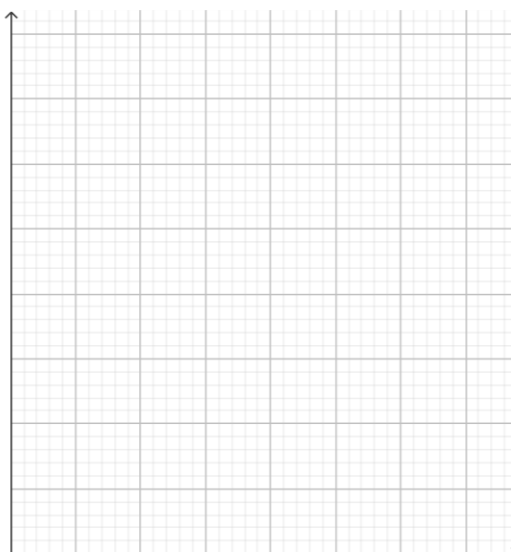
- (α) Να κατασκευάσετε τον πίνακα αθροιστικών συχνοτήτων.
(β) Να κατασκευάσετε το ιστόγραμμα αθροιστικών συχνοτήτων.
(γ) Να κατασκευάσετε το πολύγωνο αθροιστικών συχνοτήτων.

(α)

(β)



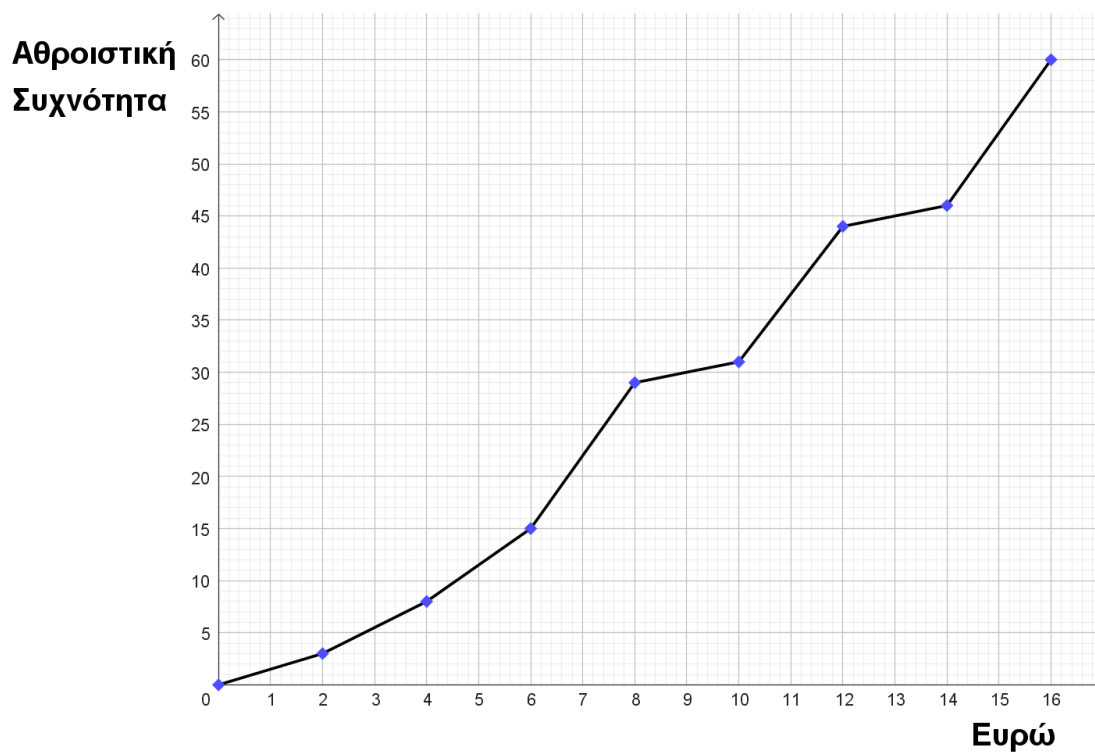
(γ)



ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ
(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

Άσκηση Τεταρτημόρια

Στο πιο κάτω σχήμα φαίνεται το πολύγωνο αθροιστικών συχνοτήτων για τα χρήματα σε ευρώ, που ξόδεψαν στην καντίνα του σχολείου τους 60 μαθητές της Α΄ Λυκείου.



- (α) Να υπολογίσετε τα τεταρτημόρια (Q_1, Q_2, Q_3).
- (β) Να διατυπώσετε το συμπέρασμα που προκύπτει από την τιμή του Q_2 .

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
Α' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ
(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

Άσκηση υπολογισμού μέσης τιμής

Ένας μαθητής πήρε τους πιο κάτω βαθμούς για το πρώτο τρίμηνο

15, 16, 12, 14, 18, 19, 11, 19, 16.

Να βρείτε τη **μέση τιμή** της βαθμολογίας του.

Άσκηση υπολογισμού επικρατούσας τιμής

Αν οι τιμές μιας μεταβλητής είναι: 4, 13, 12, 8, 13, 9, 13, 12, 15, 9, 4, 7, 13.

Να βρείτε την **επικρατούσα τιμή**.

Ασκήσεις υπολογισμού της διαμέσου

1. Να βρείτε τη **διάμεσο τιμή** των παρατηρήσεων: 8, 20, 12, 15, 60, 20, 12, 51, 18.

2. Να βρείτε τη **διάμεσο τιμή** των παρατηρήσεων: 5, 7, 2, 6, 3, 5, 4, 8, 4, 3.

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ
(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

6.2 Σταθμισμένος μέσος όρος και μέτρα διασποράς

ΣΤΑΘΜΙΣΜΕΝΟΣ ΜΕΣΟΣ (weighted average)

Ασκήσεις υπολογισμού του σταθμισμένου μέσου

1. Ένας μαθητής, για το Β΄ τετράμηνο, πήρε τα πιο κάτω αποτελέσματα στα Μαθηματικά:

Διαγωνίσματα: 15, 18 και 12

Προφορικό: 14

Εργασία 18

Να βρείτε τι βαθμό θα πάρει στα Μαθηματικά για το Β΄ τετράμηνο

(α) αν όλοι οι βαθμοί έχουν την ίδια βαρύτητα,

(β) αν τα διαγωνίσματα έχουν βαρύτητα 25% το καθένα το προφορικό 15% και η εργασία 10%.

2. Ο βαθμός στο τέλος ενός τετραμήνου σε ένα εξεταζόμενο μάθημα συνυπολογίζεται από τους βαθμούς της προφορικής αξιολόγησης με βαρύτητα 60%, μιας γραπτής άσκησης με βαρύτητα 10% και ενός διαγωνίσματος με βαρύτητα 30%. Αν ένας μαθητής είχε στα Μαθηματικά βαθμό 18 στην προφορική αξιολόγηση, βαθμό 14 στη γραπτή άσκηση και βαθμό 16 στο διαγώνισμα, τότε να υπολογίσετε τον τελικό βαθμό τετραμήνου του μαθητή στα Μαθηματικά.

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ
(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

Ασκήσεις Μέτρα Θέσης και Διασποράς

1. Η βαθμολογία 16 μαθητών σε ένα διαγώνισμα ήταν:

8, 15, 13, 20, 9, 13, 17, 19, 20, 9, 10, 10, 15, 13, 14, 17

Να υπολογίσετε τη μέση τιμή, τη διάμεσο τιμή και την επικρατούσα τιμή.

2. Τα χρήματα σε ευρώ που ξόδεψαν πέντε μαθητές ενός τμήματος Α΄ Λυκείου την προηγούμενη βδομάδα στην καντίνα του σχολείου ήταν:

2, 3, 4, 7, 9

Να υπολογίσετε:

- (α) τη διάμεσο τιμή,
- (β) τη μέση τιμή,
- (γ) το εύρος,
- (δ) την τυπική απόκλιση των παρατηρήσεων.

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ
(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

3. Σε μια πολυκατοικία διαμένουν δέκα οικογένειες. Ο αριθμός των παιδιών ανά οικογένεια είναι:

5, 2, 2, 0, 3, 2, 1, 0, 1, 4

- (α) Να υπολογίσετε το εύρος των πιο πάνω παρατηρήσεων.
(β) Να υπολογίσετε την τυπική απόκλιση των πιο πάνω παρατηρήσεων.
(γ) Κατά τη λύση του παραδείγματος, ένας μαθητής κατά λάθος έγραψε αντί της τιμής 5 την τιμή 15, ενώ οι υπόλοιπες τιμές ήταν οι ίδιες. Τί μεταβολή αναμένετε να συμβεί στη μέση τιμή και στην τυπική απόκλιση; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ

(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

4. Να διακρίνετε ποια από τα ακόλουθα είναι μέτρα θέσης ή μέτρα διασποράς:

- | | |
|------------------------|----------------------|
| (α) Διάμεσος | (β) Εύρος |
| (γ) Διακύμανση | (δ) Μέση τιμή |
| (ε) Επικρατούσα τιμή | (στ) Τυπική απόκλιση |
| (ζ) Σταθμισμένος μέσος | |

5. Να βρείτε τη διακύμανση και την τυπική απόκλιση των δεδομένων του πίνακα.

Αριθμός παιδιών (x_i)	Αριθμός οικογενειών (f_i)
0	5
1	10
2	7
3	4
4	3
5	2
6	1

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ

(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

7. ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ $f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$, ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ – ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ (Ενότητα 5)

7.1 ΜΕΛΕΤΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ $f(x) = a(x + \kappa)^2 + \lambda$, $a \neq 0$, $x \in \mathbb{R}$

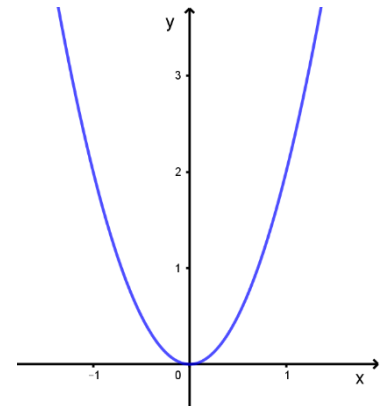
7.1.1 Μελέτη συνάρτησης $f(x) = ax^2$, $a \neq 0$, $x \in \mathbb{R}$

Ασκήσεις μελέτης της συνάρτησης $f(x) = ax^2$, $a \neq 0$

1. Δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής με εξίσωση $f(x) = 2x^2$, $x \in \mathbb{R}$.

Να συμπληρώσετε τα πιο κάτω:

- ♦ Πρόσημο του a :
- ♦ Πεδίο Ορισμού:
- ♦ Σύνολο Τιμών:
- ♦ Κορυφή:
- ♦ Άξονας Συμμετρίας:
- ♦ Η καμπύλη έχει **ελάχιστη τιμή** $y_{\min} = \dots\dots\dots$

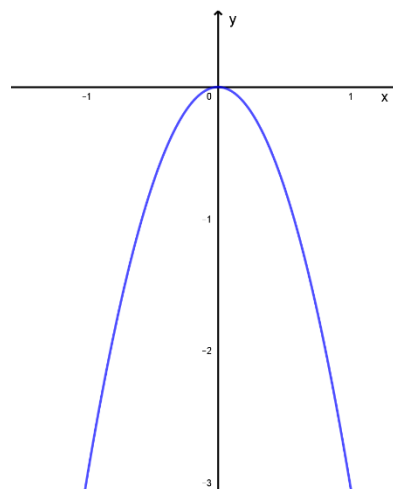


ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
Α' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ
(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

2. Δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής με εξίσωση $f(x) = -3x^2$, $x \in \mathbb{R}$.

Να συμπληρώσετε τα πιο κάτω:

- ♦ Πρόσημο του a :
- ♦ Πεδίο Ορισμού:
- ♦ Σύνολο Τιμών:
- ♦ Κορυφή:
- ♦ Άξονας Συμμετρίας:
- ♦ Η καμπύλη έχει **μέγιστη τιμή** $y_{\max} = \dots\dots\dots$



ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

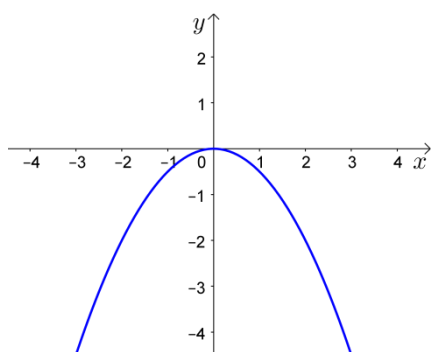
Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ

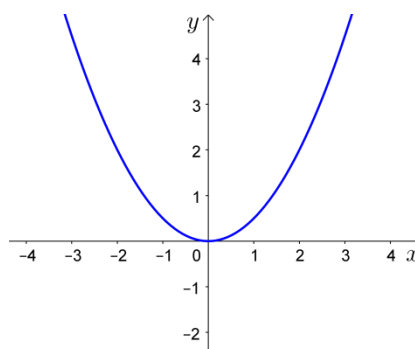
(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

3. Στα πιο κάτω διαγράμματα δίνονται οι γραφικές παραστάσεις παραβολών με εξίσωση $f(x) = ax^2$, $a \neq 0$.

(α)



(β)



Να βρείτε, σε κάθε περίπτωση, το πρόσημο του a , το πεδίο ορισμού, το σύνολο τιμών, τον άξονα συμμετρίας και την κορυφή της παραβολής.

(α)

Πρόσημο του a :

Πεδίο Ορισμού:

Σύνολο Τιμών:

Άξονας Συμμετρίας:

Κορυφή:

(β)

Πρόσημο του a :

Πεδίο Ορισμού:

Σύνολο Τιμών:

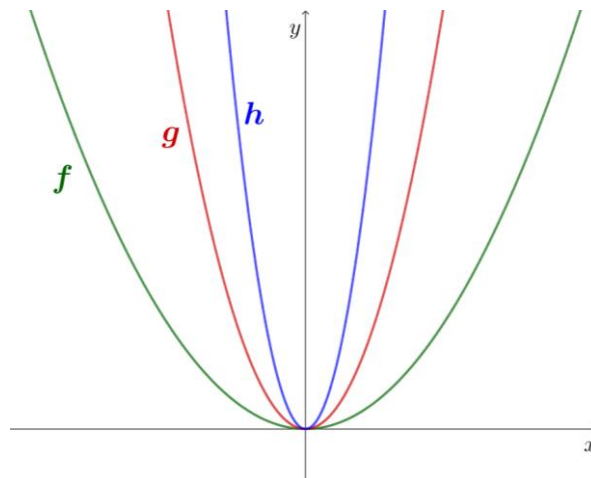
Άξονας Συμμετρίας:

Κορυφή:

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
Α' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ
(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

ΑΝΑΣΤΟΧΑΣΜΟΣ

Στο πιο κάτω διάγραμμα, δίνονται οι γραφικές παραστάσεις παραβολών με εξισώσεις $f(x) = a_1x^2$, $a_1 \neq 0$, $g(x) = a_2x^2$, $a_2 \neq 0$ και $h(x) = a_3x^2$, $a_3 \neq 0$.



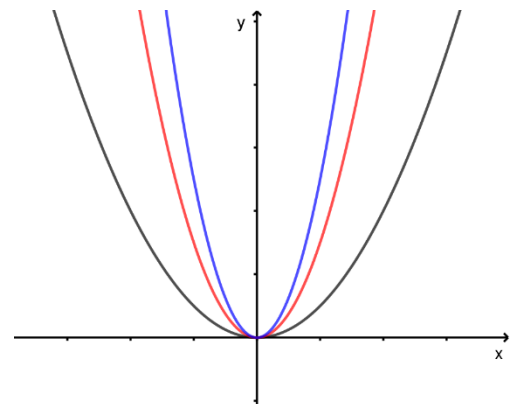
Να συγκρίνετε τις παραμέτρους a_1 , a_2 και a_3 .

Άσκηση αντιστοίχισης της εξίσωσης με την κατάλληλη γραφική παράσταση

(α) Στο διπλανό διάγραμμα, δίνονται οι γραφικές παραστάσεις παραβολών με εξισώσεις:

$$f(x) = x^2, \quad g(x) = 3x^2 \quad \text{και} \quad h(x) = 5x^2$$

Να αντιστοιχίσετε την κάθε εξίσωση με την κατάλληλη γραφική παράσταση, δικαιολογώντας πλήρως την επιλογή σας.

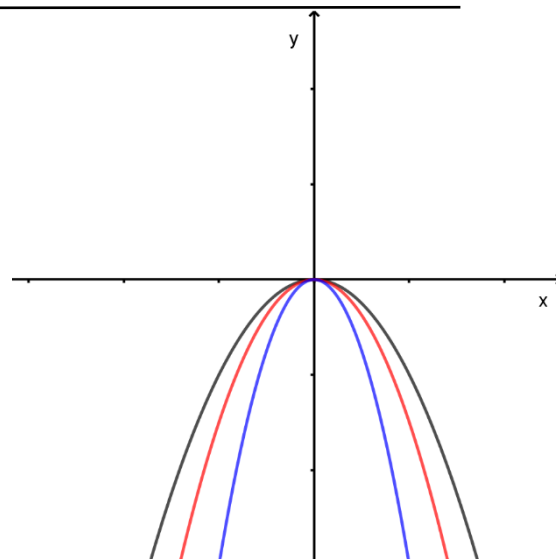


ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ
(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

(β) Στο διπλανό διάγραμμα, δίνονται οι γραφικές παραστάσεις παραβολών με εξισώσεις:

$$f(x) = -2x^2, \quad g(x) = -3x^2 \quad \text{και} \quad h(x) = -6x^2$$

Να αντιστοιχίσετε την κάθε εξίσωση με την κατάλληλη γραφική παράσταση, δικαιολογώντας πλήρως την επιλογή σας.



Ασκήσεις

1. Να υπολογίσετε την τιμή της παραμέτρου $\lambda \in \mathbb{R}$, ώστε η παραβολή με εξίσωση $y = (\lambda - 3)x^2$, $x \in \mathbb{R}$, να διέρχεται από το σημείο $(-1, 2)$.

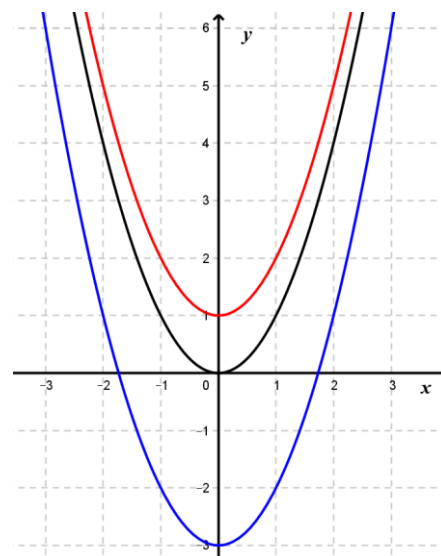
ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
Α' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ
(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

7.1.2 Μελέτη συνάρτησης $f(x) = ax^2 + \lambda$, $a \neq 0$, $x \in \mathbb{R}$

Άσκηση μελέτης της συνάρτησης $f(x) = x^2 + \lambda$

Δίνονται οι γραφικές παραστάσεις τριών παραβολών με εξισώσεις:

$$f(x) = x^2, \quad g(x) = x^2 + 1, \quad \text{και} \quad h(x) = x^2 - 3.$$



(α) Να αντιστοιχίσετε την κάθε εξίσωση με την ορθή γραφική της παράσταση.

(β) Να συμπληρώσετε τον πίνακα:

Παραβολή	Κορυφή	Άξονας Συμμετρίας	Μετατόπιση από την $f(x) = x^2$	Σύνολο Τιμών
$f(x) = x^2$			-	
$g(x) = x^2 + 1$				
$h(x) = x^2 - 3$				

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ

(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

ΑΝΑΣΤΟΧΑΣΜΟΣ

Να αναφέρετε αν η εξίσωση του άξονα συμμετρίας της παραβολής με εξίσωση $g(x) = -3x^2 + 2$, είναι διαφορετική από εκείνη της παραβολής με εξίσωση $f(x) = -x^2$.

Ασκήσεις

- Να βρείτε την εξίσωση της παραβολής που προκύπτει από τη μετατόπιση της παραβολής με εξίσωση $y = x^2$ σε καθεμιά από τις πιο κάτω περιπτώσεις:
(α) 2 μονάδες προς τα κάτω (β) 10 μονάδες προς τα πάνω
(γ) 3 μονάδες προς τα κάτω (δ) 0,5 μονάδα προς τα πάνω
- Να βρείτε την εξίσωση του άξονα συμμετρίας και τις συντεταγμένες της κορυφής των πιο κάτω παραβολών. Στη συνέχεια, να τις σχεδιάσετε πρόχειρα.
(α) $f(x) = x^2 + 3$ (β) $f(x) = x^2 - 4$ (γ) $f(x) = -x^2 + 1$

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ

(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

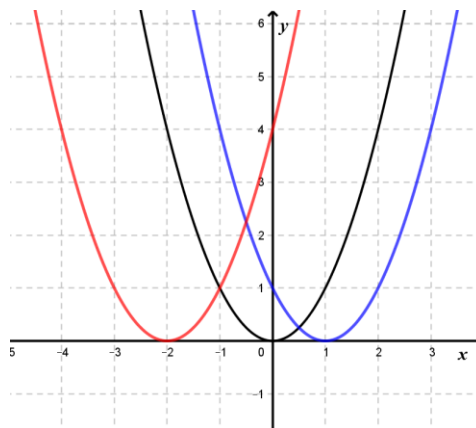
7.1.3 Μελέτη συνάρτησης $f(x) = a(x + \kappa)^2 + \lambda$, $a \neq 0$, $x \in \mathbb{R}$

Αν $a = 1$ και $\lambda = 0$ η συνάρτηση $f(x) = a(x + \kappa)^2 + \lambda$, παίρνει τη μορφή $f(x) = (x + \kappa)^2$

Άσκηση μελέτης της συνάρτησης $f(x) = (x + \kappa)^2$

Δίνονται οι γραφικές παραστάσεις των πιο κάτω συναρτήσεων:

$$f(x) = x^2, \quad g(x) = (x-1)^2, \quad h(x) = (x+2)^2$$



(α) Να αντιστοιχίσετε την κάθε εξίσωση με την ορθή γραφική της παράσταση.

(β) Να συμπληρώσετε τον πίνακα:

Παραβολή	Κορυφή	Άξονας Συμμετρίας	Μετατόπιση από την $f(x) = x^2$	Σύνολο Τιμών
$f(x) = x^2$			-	
$g(x) = (x-1)^2$				
$h(x) = (x+2)^2$				

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
Α' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ
(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

Άσκηση μελέτης της συνάρτησης $f(x) = (x + \kappa)^2 + \lambda$

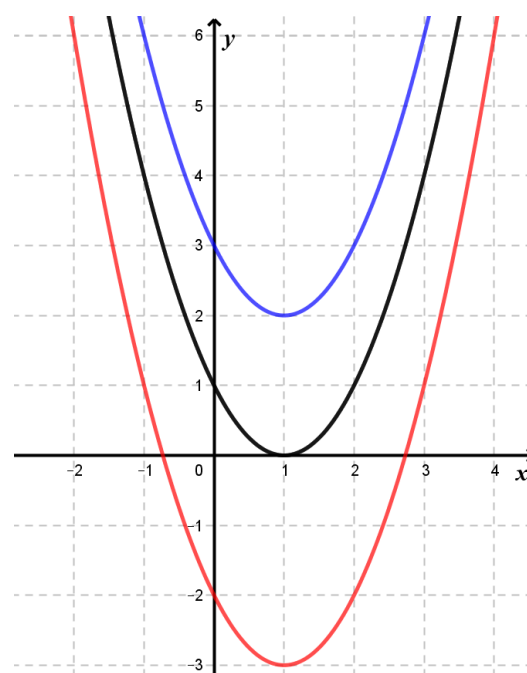
Αν $a = 1$ η συνάρτηση $f(x) = a(x + \kappa)^2 + \lambda$, παίρνει τη μορφή $f(x) = (x + \kappa)^2 + \lambda$

Δίνονται οι γραφικές παραστάσεις των πιο κάτω συναρτήσεων:

$$f(x) = (x-1)^2$$

$$g(x) = (x-1)^2 + 2$$

$$h(x) = (x-1)^2 - 3$$



(α) Να αντιστοιχίσετε την κάθε εξίσωση με την ορθή γραφική της παράσταση.

(β) Να συμπληρώσετε τον πίνακα:

Συνάρτηση	Κορυφή	Άξονας Συμμετρίας	Μετατόπιση από την $y = x^2$	Σύνολο Τιμών
$f(x) = (x-1)^2$				
$g(x) = (x-1)^2 + 2$				
$h(x) = (x-1)^2 - 3$				

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

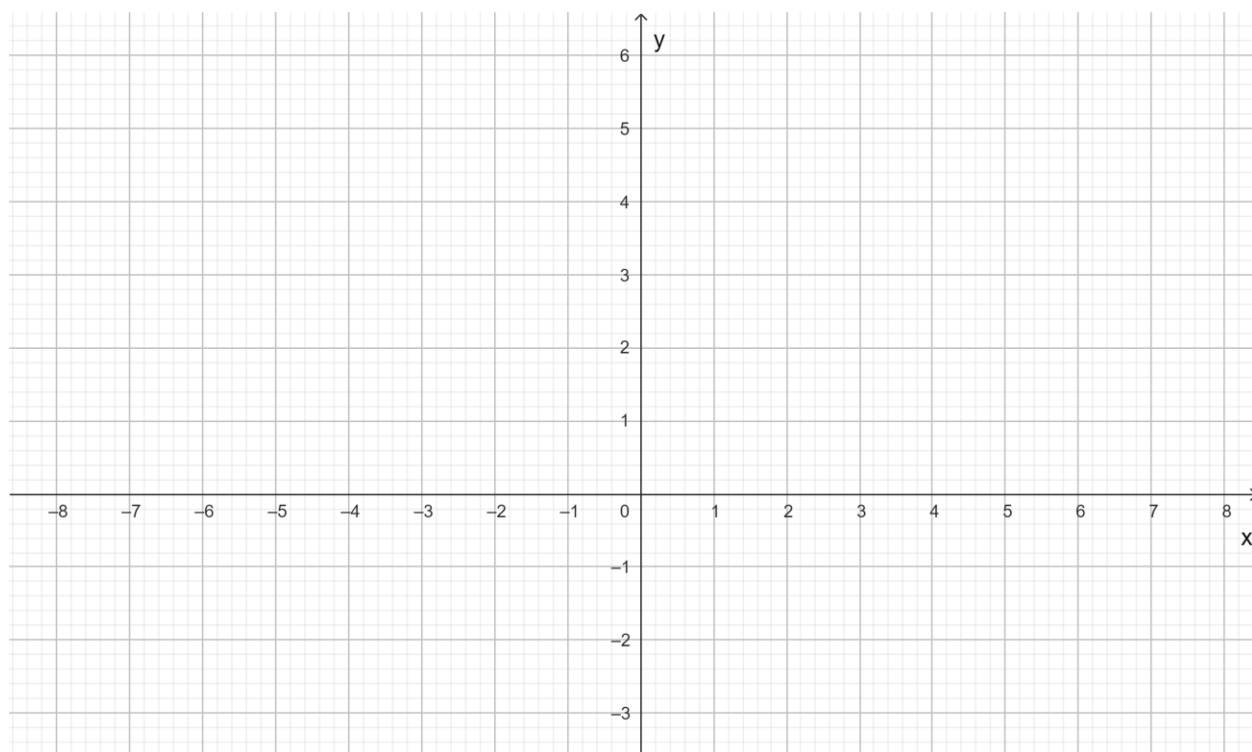
ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ

(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

Ασκήσεις σχεδιασμού γραφικής παράστασης

1. Να σχεδιάσετε τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων:

(α) $f(x) = x^2$ (β) $g(x) = x^2 + 4$ (γ) $h(x) = -x^2 - 2$



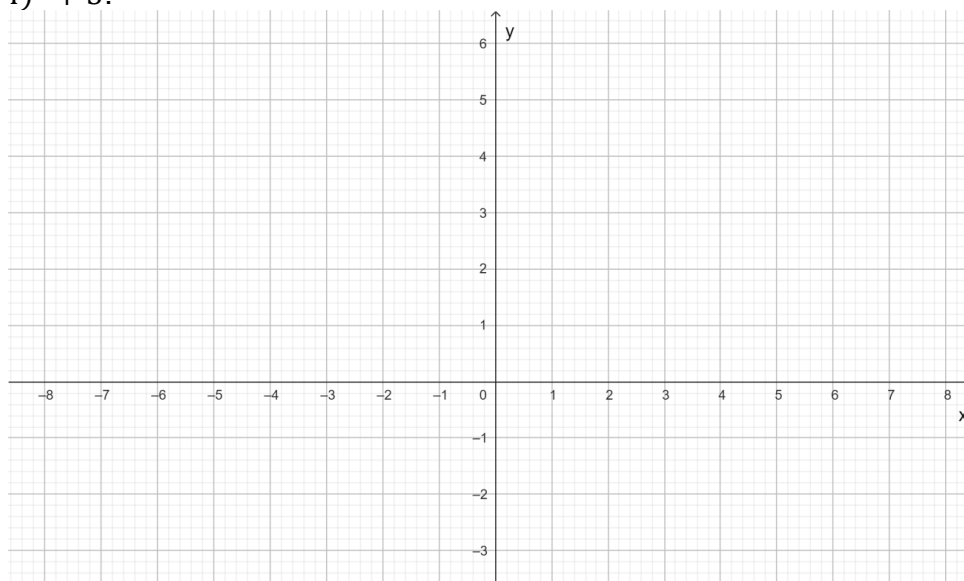
ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ

(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

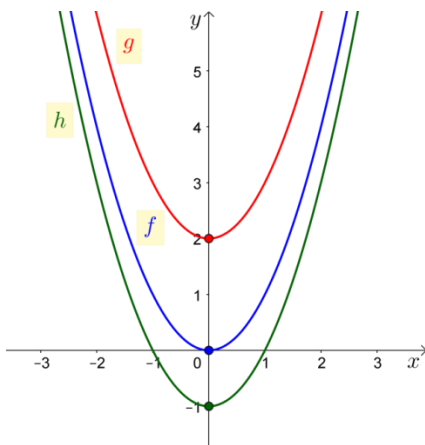
2. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης g με τύπο $g(x) = -(x - 4)^2 + 3$.



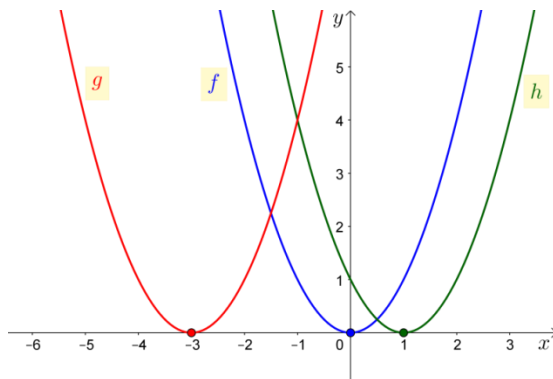
3. Να αναφέρετε πόσες μονάδες οριζόντια ή κατακόρυφα πρέπει να μετατοπιστεί η γραφική παράσταση της συνάρτησης f με τύπο $f(x) = x^2$, ώστε να προκύψει η γραφική παράσταση της συνάρτησης με τύπο:
- (α) $f_1(x) = x^2 + 2$ (β) $f_2(x) = (x - 5)^2$

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
Α' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ
(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

4. Στο πιο κάτω διάγραμμα δίνονται οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f, g και h . Να βρείτε τον τύπο των συναρτήσεων g και h , αν η συνάρτηση f έχει τύπο $f(x) = x^2$ και οι συναρτήσεις g και h είναι κατακόρυφες μετατοπίσεις της f .



5. Στο πιο κάτω διάγραμμα δίνονται οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f, g και h . Να βρείτε τον τύπο των συναρτήσεων g και h , αν η συνάρτηση f έχει τύπο $f(x) = x^2$ και οι συναρτήσεις g και h είναι οριζόντιες μετατοπίσεις της f .



ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ

(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

6. Να βρείτε την εξίσωση της παραβολής που προκύπτει από τη μετατόπιση της παραβολής με εξίσωση $y = -2x^2$ σε καθεμία από τις πιο κάτω περιπτώσεις:

- (α) 1 μονάδα προς τα αριστερά (β) 2 μονάδες προς τα δεξιά
(γ) 4 μονάδες προς τα αριστερά (δ) 0,5 μονάδα προς τα δεξιά

7. Να βρείτε την εξίσωση της παραβολής που προκύπτει από τη μετατόπιση της παραβολής με εξίσωση $y = x^2$ σε καθεμία από τις πιο κάτω περιπτώσεις:

- (α) 1 μονάδα προς τα αριστερά και 2 μονάδες προς τα πάνω
(β) 2 μονάδες προς τα δεξιά και 4 μονάδες προς τα πάνω.....
(γ) 3 μονάδες προς τα αριστερά και 1 μονάδα προς τα κάτω.....
(δ) 5 μονάδες προς τα δεξιά και 3 μονάδες προς τα κάτω.....

8. Να βρείτε την εξίσωση του άξονα συμμετρίας και τις συντεταγμένες της κορυφής των πιο κάτω παραβολών.

- (α) $f(x) = (x - 4)^2$ (β) $f(x) = (x + 2)^2$

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ
(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

7.2. ΜΕΛΕΤΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ $f(x) = ax^2 + \beta x + \gamma, a \neq 0$

ΚΑΙ Η ΕΞΙΣΩΣΗ $ax^2 + \beta x + \gamma = 0, a \neq 0$

7.2.1 ΜΕΛΕΤΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ $f(x) = ax^2 + \beta x + \gamma, a \neq 0$

Ασκήσεις

1. Δίνεται η παραβολή $f(x) = 2x^2 + 4x, x \in \mathbb{R}$. Να βρείτε την εξίσωση του άξονα συμμετρίας, τις συντεταγμένες της κορυφής της και το σύνολο τιμών της.

2. Να βρείτε την εξίσωση του άξονα συμμετρίας και τη μέγιστη ή ελάχιστη τιμή των πιο κάτω συναρτήσεων:

(α) $f(x) = x^2 - 2x + 6, x \in \mathbb{R}$

(β) $g(x) = 4x - x^2, x \in \mathbb{R}$

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

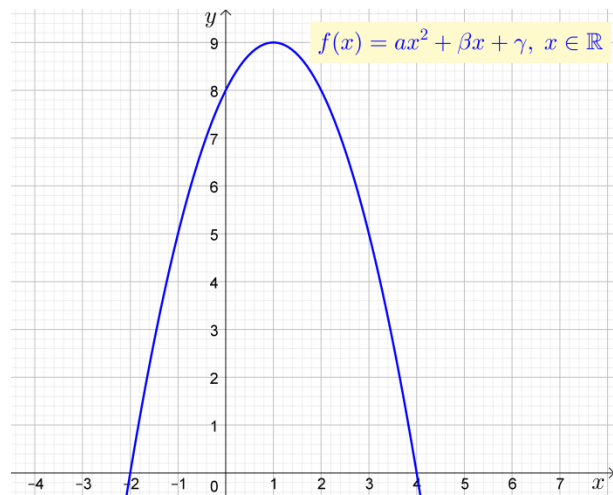
ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ

(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

7.2.2 Η ΕΞΙΣΩΣΗ $ax^2 + \beta x + \gamma = 0$, $a \neq 0$

Ασκήσεις

1. Στο διπλανό διάγραμμα δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής $f(x) = ax^2 + \beta x + \gamma$, $a \neq 0$. Με βάση το διάγραμμα, να απαντήσετε στα πιο κάτω ερωτήματα, δικαιολογώντας πλήρως την απάντησή σας.



- (α) Να βρείτε το πρόσημο του a .
- (β) Να υπολογίσετε την τιμή του γ .
- (γ) Να βρείτε την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της παραβολής.
- (δ) Να υπολογίσετε τις συντεταγμένες της κορυφής της παραβολής.
- (ε) Να βρείτε το σύνολο τιμών της συνάρτησης f .
- (στ) Να βρείτε τις λύσεις της εξίσωσης $ax^2 + \beta x + \gamma = 0$, $a \neq 0$.

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ
(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

2. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - (\kappa + 4)x + \kappa + 7 = 0$, $\kappa \in \mathbb{R}$. Να υπολογίσετε την τιμή του κ , ώστε η πιο πάνω εξίσωση να έχει:

(α) λύση το -3

(β) δύο πραγματικές και ίσες λύσεις.

3. Να εξετάσετε κατά πόσο η συνάρτηση f με τύπο $f(x) = 3 - 2x - x^2$, $x \in \mathbb{R}$ έχει μέγιστη ή ελάχιστη τιμή και να την υπολογίσετε.

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

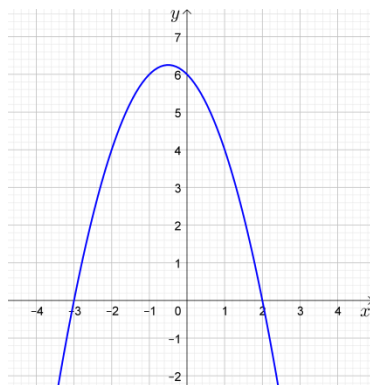
Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ

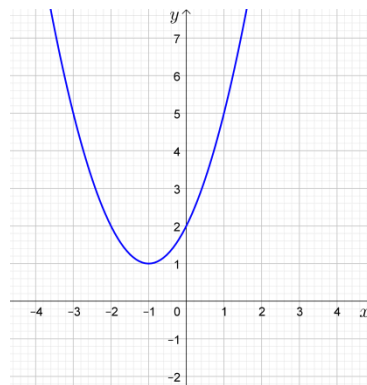
(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

4. Στα πιο κάτω διαγράμματα δίνονται οι γραφικές παραστάσεις των παραβολών της μορφής $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$, $a \neq 0$. Να βρείτε, για κάθε περίπτωση, το πρόσημο της διακρίνουσας Δ και τις λύσεις x_1 , x_2 της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$, αν υπάρχουν.

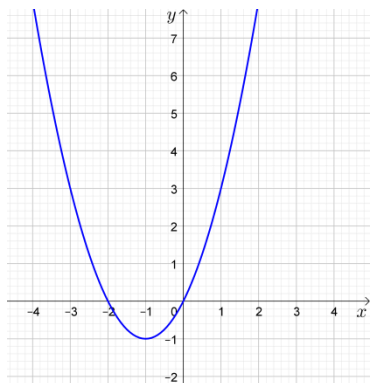
(α)



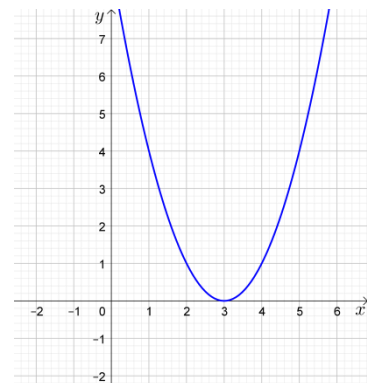
(β)



(γ)



(δ)



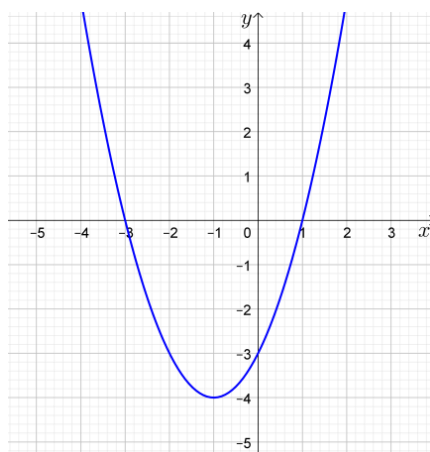
ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ

(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

5. Στο διπλανό διάγραμμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης f με τύπο $f(x) = ax^2 + \beta x + \gamma, a \neq 0$. Με βάση το σχήμα, να απαντήσετε τα πιο κάτω ερωτήματα, δικαιολογώντας πλήρως την απάντησή σας.



- (α) Να βρείτε το πρόσημο του a .
- (β) Να υπολογίσετε την τιμή του γ .
- (γ) Να βρείτε το σύνολο τιμών της συνάρτησης f .
- (δ) Να βρείτε την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της.
- (ε) Να υπολογίσετε τη μέγιστη ή ελάχιστη τιμή της f .
- (στ) Να βρείτε τις λύσεις x_1, x_2 της εξίσωσης $ax^2 + \beta x + \gamma = 0$.

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ
(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

7.2.3 ΑΘΡΟΙΣΜΑ - ΓΙΝΟΜΕΝΟ ΛΥΣΕΩΝ ΤΗΣ ΕΞΙΣΩΣΗΣ $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$

Ασκήσεις

1. Δίνεται εξίσωση δεύτερου (2^{ου}) βαθμού με λύσεις τις $x_1 = 5$ και $x_2 = 4$. Να υπολογίσετε το άθροισμα S και το γινόμενο P των δύο λύσεων.

2. Αν x_1, x_2 είναι οι λύσεις της εξίσωσης $2x^2 - 4x - 3 = 0$, χωρίς να τη λύσετε, να υπολογίσετε τις τιμές των πιο κάτω παραστάσεων:

(α) $x_1 + x_2$

(β) $x_1 x_2$

(γ) $2x_1 - 5x_1 x_2 + 2x_2$

(δ) $(x_1 + 2)(x_2 + 2)$

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ
(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

3. Δίνεται η εξίσωση $2x^2 + (\lambda - 1)x + 2\lambda - 8 = 0$, η οποία έχει λύσεις x_1, x_2 . Να υπολογίσετε τις τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$, ώστε η εξίσωση να έχει:

- (α) λύσεις αντίθετες
- (β) λύσεις αντίστροφες

4. Να μετατρέψετε σε γινόμενο πρωτοβάθμιων παραγόντων το πιο κάτω τριώνυμο

$$a^2 - 15a - 16$$

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ
(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

Άσκηση κατασκευής εξίσωσης όταν γνωρίζουμε τις λύσεις της

Να γράψετε μία εξίσωση δεύτερου (2^{ου}) βαθμού με λύσεις τις $x_1 = 3$ και $x_2 = -5$.

Ασκήσεις

1. Αν η εξίσωση $x^2 - 7x + 3 = 0$ έχει λύσεις τις x_1, x_2 , τότε να υπολογίσετε τις τιμές των πιο κάτω παραστάσεων:

(α) $x_1 + x_2$

(β) $x_1 x_2$

(γ) $3x_1 + 2x_1 x_2 + 3x_2$

(δ) $\frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_1}$

(ε) $(4x_1 + 2)(4x_2 + 2)$

(στ) $x_1^2 + x_2^2$

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ
(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

2. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - (\lambda - 2)x + 2\lambda - 8 = 0$, $\lambda \in \mathbb{R}$. Να υπολογίσετε την τιμή του λ ,
ώστε η εξίσωση να έχει:
- (α) λύση τον αριθμό -2
 - (β) λύσεις αντίθετες
 - (γ) λύσεις αντίστροφες
 - (δ) λύσεις με άθροισμα 10.

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ
(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

3. Να γράψετε μία εξίσωση δεύτερου ($2^{\text{ου}}$) βαθμού με λύσεις τις:

(α) $2, -3$

(β) $\frac{1}{3}, -\frac{2}{5}$

(γ) $-4, 4$

(δ) $7 + \sqrt{3}, 7 - \sqrt{3}$

ΑΝΑΣΤΟΧΑΣΜΟΣ

Να εξετάσετε αν είναι απαραίτητο να γνωρίζουμε τις λύσεις x_1, x_2 μιας εξίσωσης δεύτερου βαθμού, για να την κατασκευάσουμε.

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ
(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

4. Να απλοποιήσετε τα πιο κάτω κλάσματα:

(α) $\frac{a^2 + 8a - 9}{a^2 + 9a}$

(β) $\frac{2x^2 - 3x - 2}{x^2 - 4x + 4}$

5. Να μετατρέψετε σε γινόμενο πρωτοβάθμιων παραγόντων τα πιο κάτω τριώνυμα:

(α) $a^2 - 5a - 6$

(β) $2\gamma^2 - \gamma - 21$

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ
(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

7.2.4 ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΔΕΥΤΕΡΟΥ ΒΑΘΜΟΥ

Άσκηση

Να λύσετε τα πιο κάτω συστήματα:

$$(α) \begin{cases} x + y = 5 \\ x^2 + y^2 = 13 \end{cases}$$

$$(β) \begin{cases} 3x - y = 4 \\ 3xy = 5 \end{cases}$$

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ

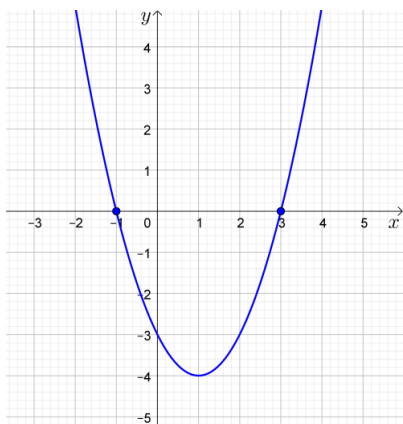
(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

7.3 ΠΡΟΣΗΜΟ ΤΙΜΩΝ ΤΡΙΩΝΥΜΟΥ – ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ ΔΕΥΤΕΡΟΥ ΒΑΘΜΟΥ

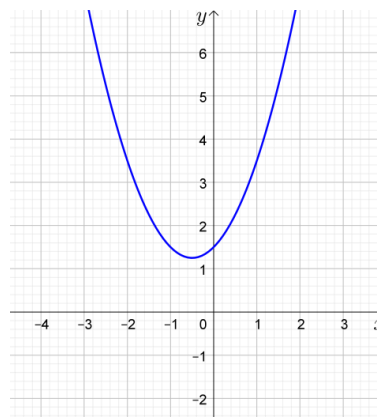
Άσκηση μελέτης προσήμου όταν δίνεται η γραφική παράσταση

Να μελετήσετε το πρόσημο του τριωνύμου $f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$ σε κάθε περίπτωση στις πιο κάτω γραφικές παραστάσεις, κατασκευάζοντας τον αντίστοιχο πίνακα προσήμου.

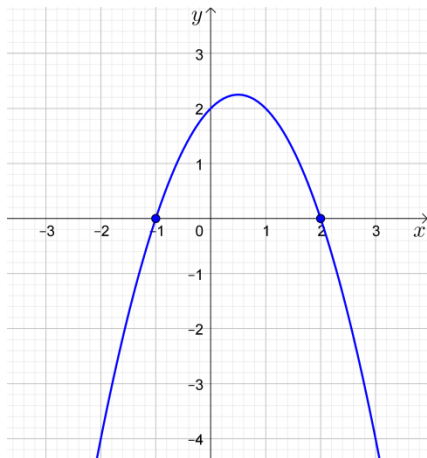
(α)



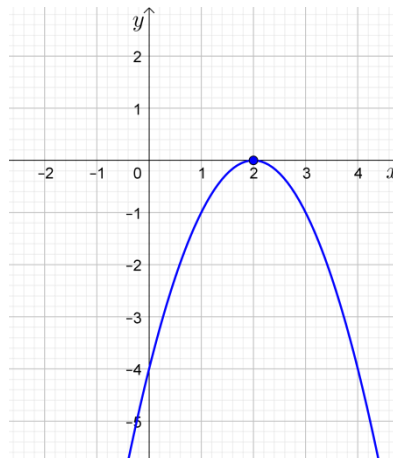
(β)



(γ)



(δ)



ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ
(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

Άσκηση μελέτης προσήμου του τριωνύμου όταν δίνεται ο τύπος

Να βρείτε το πρόσημο των πιο κάτω τριωνύμων:

(α) $x^2 + 2x + 10$

(β) $(x - 2)(x + 3)$

(γ) $-4x^2 + 12x - 9$

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ
(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

Άσκηση επίλυσης ανίσωσης δεύτερου βαθμού

Να λύσετε τις πιο κάτω ανισώσεις:

(α) $x^2 + 2x - 15 < 0$

(β) $(-x + 1)(x - 4) \leq 0$

(γ) $x^2 - 12x + 36 > 0$

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ
(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

Ασκήσεις

1. Να βρείτε το πρόσημο των πιο κάτω τριωνύμων:

(α) $x^2 - 5x - 6$

(β) $(-x - 2)(x - 7)$

(γ) $25 - 4x^2$

(δ) $-x^2 + x - 1$

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

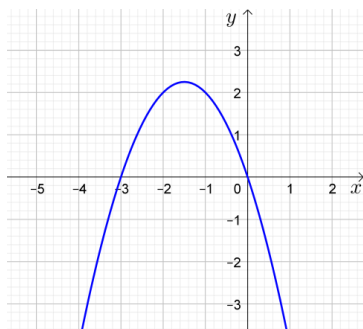
Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ

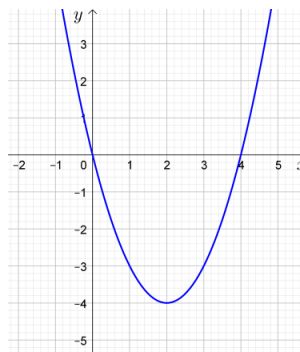
(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

2. Να μελετήσετε το πρόσημο του τριωνύμου $f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$ σε κάθε περίπτωση στις πιο κάτω γραφικές παραστάσεις, κατασκευάζοντας τον αντίστοιχο πίνακα προσήμου.

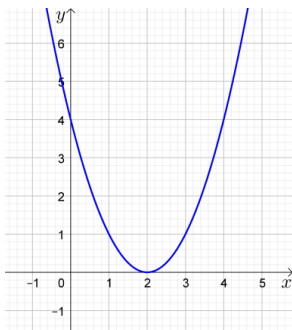
(α)



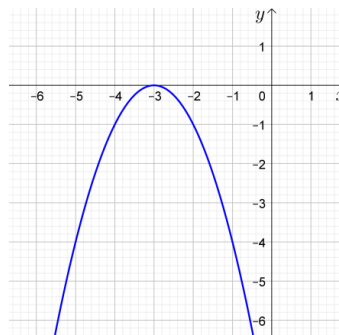
(β)



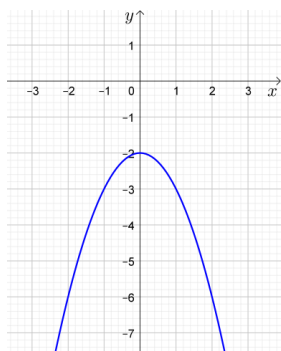
(γ)



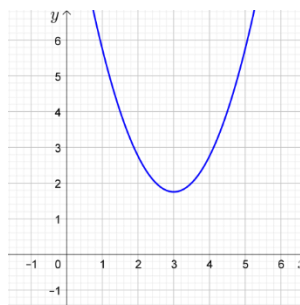
(δ)



(ε)



(στ)



ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ
(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

3. Να λύσετε τις πιο κάτω ανισώσεις:

(α) $x^2 - 36 > 0$

(β) $6x - 3x^2 \geq 0$

(γ) $(x - 2)(x - 3) \leq 30$

(δ) $x^2 + 3x + 6 < 0$

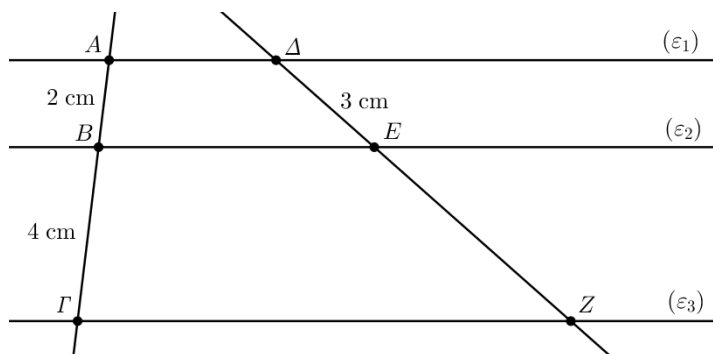
ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ
(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

8. Θεώρημα Θαλή – Ομοιότητα (Ενότητα 6)

8.1 Θεώρημα Θαλή

Ασκήσεις Εφαρμογής Θεωρήματος Θαλή

1. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται ότι $(\varepsilon_1) \parallel (\varepsilon_2) \parallel (\varepsilon_3)$, $AB = 2 \text{ cm}$, $B\Gamma = 4 \text{ cm}$ και $\Delta E = 3 \text{ cm}$. Να υπολογίσετε το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος EZ .



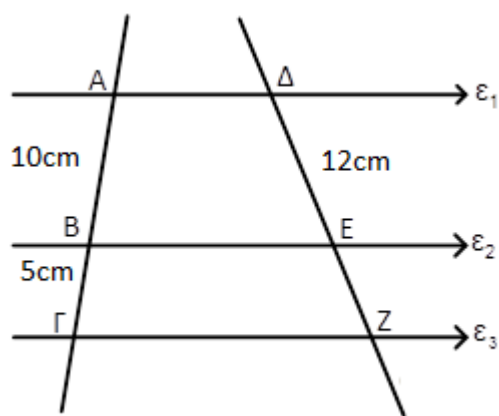
ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ

(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

2. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται ότι $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2 \parallel \varepsilon_3$, $AB = 10 \text{ cm}$, $B\Gamma = 5 \text{ cm}$ και $\Delta E = 12 \text{ cm}$. Να υπολογίσετε το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος EZ .



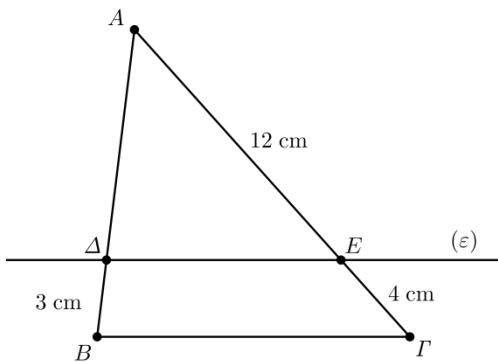
ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ

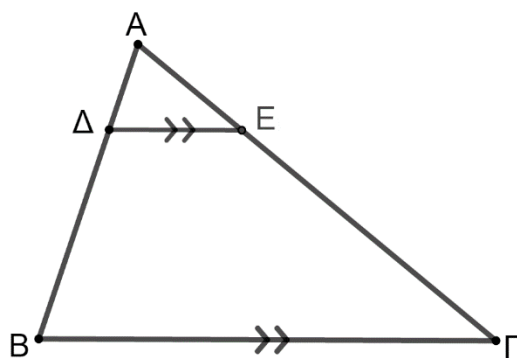
(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

3. Στο πιο κάτω σχήμα η ευθεία (ε) είναι παράλληλη προς την πλευρά $B\Gamma$ του τριγώνου $AB\Gamma$. Αν $\Delta B = 3\text{ cm}$, $A\Gamma = 12\text{ cm}$ και $E\Gamma = 4\text{ cm}$, τότε να υπολογίσετε το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος $A\Delta$.



ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
Α' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ
(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

4. Στο σχήμα δίνεται ότι $AD = 4\text{ cm}$, $AE = 6\text{ cm}$, $AB = 10\text{ cm}$ και $DE \parallel BG$.
Να υπολογίσετε τα μήκη των ευθύγραμμων τμημάτων EG και AG .

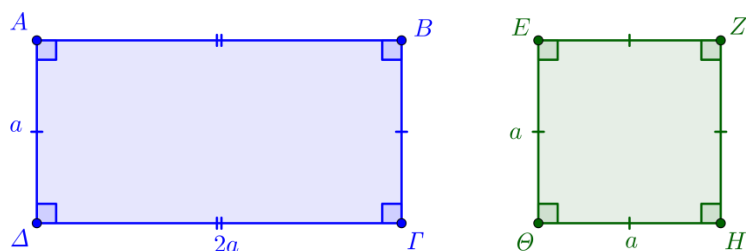


8.2 Όμοια Ευθύγραμμα Σχήματα

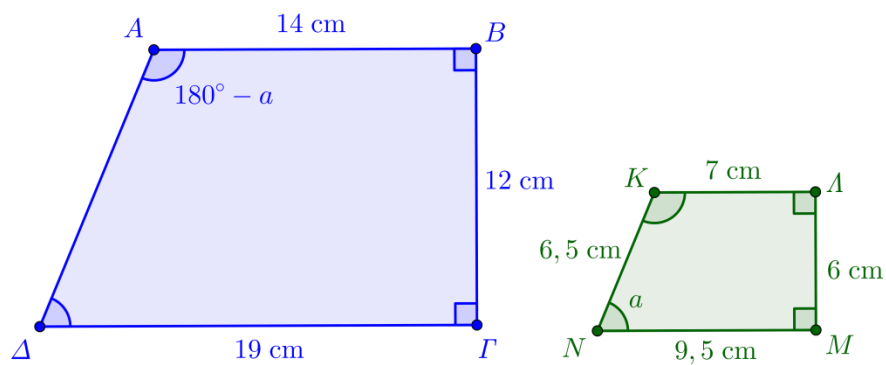
Ασκήσεις Όμοια πολύγωνα – Εφαρμογή ιδιοτήτων

1. Να εξετάσετε κατά πόσο τα πολύγωνα σε κάθε ζεύγος πιο κάτω είναι όμοια. Στην περίπτωση που είναι όμοια, να υπολογίσετε τον λόγο ομοιότητάς τους.

(α)



(β)



ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

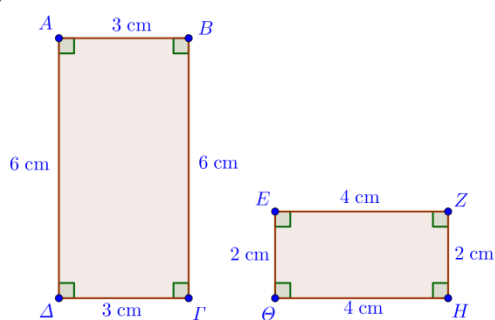
Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ

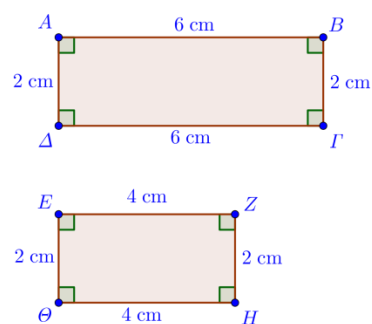
(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

2. Να εξετάσετε κατά πόσο τα πολύγωνα σε κάθε ζεύγος πιο κάτω είναι όμοια, αιτιολογώντας την απάντησή σας.

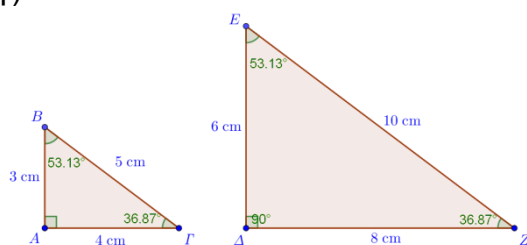
(α)



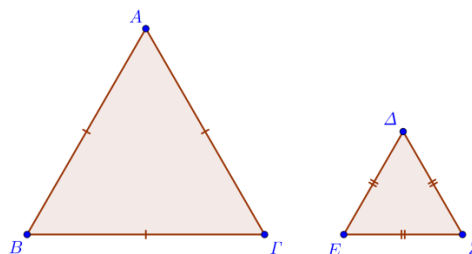
(β)



(γ)



(δ)



ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ

(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

3. Να χαρακτηρίσετε ως ΣΩΣΤΟ ή ΛΑΘΟΣ τις πιο κάτω προτάσεις, αιτιολογώντας την απάντησή σας.

(α)	Ένα τετράγωνο και ένας ρόμβος είναι πάντοτε όμοια τετράπλευρα.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
(β)	Ένα τετράγωνο και ένα ορθογώνιο είναι πάντοτε όμοια τετράπλευρα.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
(γ)	Δύο κανονικά εξάγωνα με πλευρές 5 cm και 7 cm είναι όμοια εξάγωνα.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
(δ)	Ένα κανονικό πεντάγωνο με πλευρά a και ένα κανονικό εξάγωνο με πλευρά a είναι όμοια πολύγωνα.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ

8.3 Όμοια Τρίγωνα

Ορισμός

Δύο τρίγωνα λέγονται όμοια, όταν έχουν τις πλευρές τους ανάλογες και τις γωνίες που σχηματίζονται από ομόλογες πλευρές τους ίσες μία προς μία.

Κριτήρια ομοιότητας τριγώνων

1. Αν δύο τρίγωνα έχουν δύο γωνίες τους ίσες μία προς μία, τότε είναι όμοια.
2. Αν δύο τρίγωνα έχουν δύο πλευρές τους ανάλογες και τις περιεχόμενες γωνίες τους ίσες, τότε είναι όμοια.
3. Αν δύο τρίγωνα έχουν όλες τις πλευρές τους ανάλογες, τότε είναι όμοια.

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

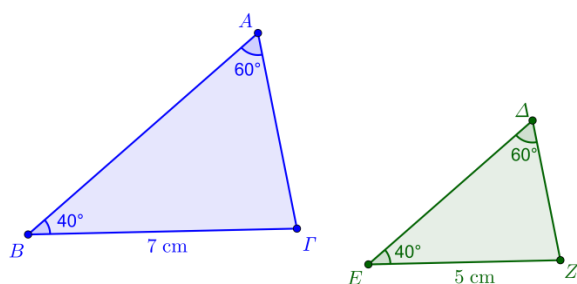
ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ

(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

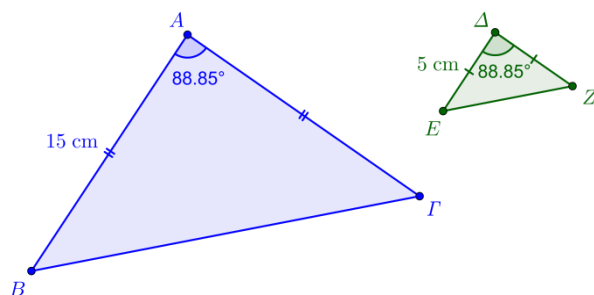
Ασκήσεις Κριτήρια ομοιότητας τριγώνων

1. Να εξετάσετε κατά πόσο τα τρίγωνα σε κάθε ζεύγος πιο κάτω είναι όμοια. Στην περίπτωση που είναι όμοια, να υπολογίσετε τον λόγο ομοιότητάς τους.

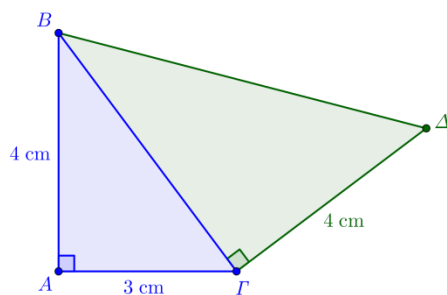
(α)



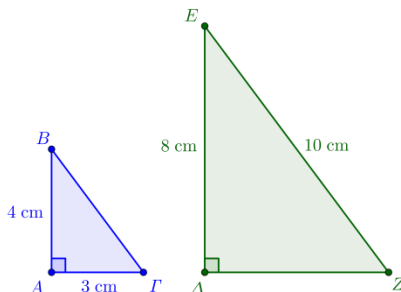
(β)



(γ)



(δ)



ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

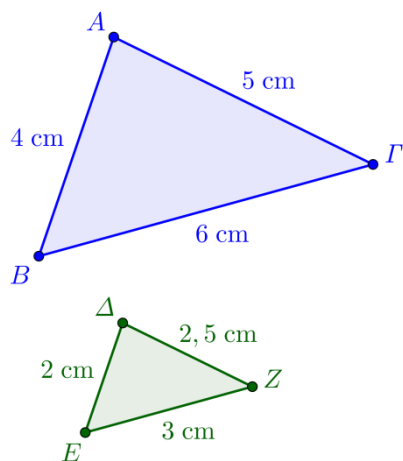
Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ

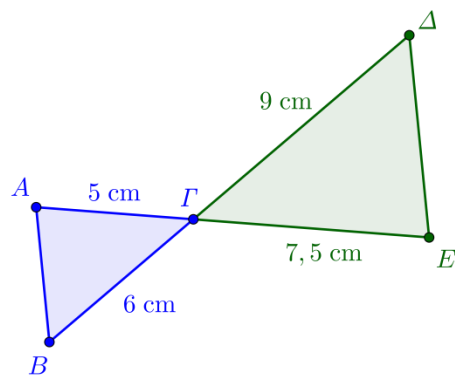
(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

2. Να εξετάσετε κατά πόσο τα τρίγωνα σε κάθε ζεύγος πιο κάτω είναι όμοια, αιτιολογώντας την απάντησή σας.

(α)



(β)



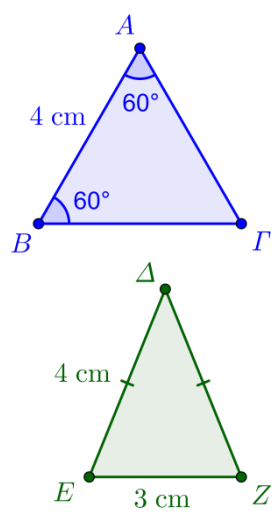
ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

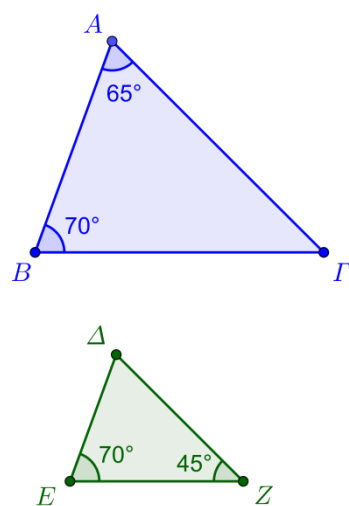
ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ

(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

(γ)



(δ)



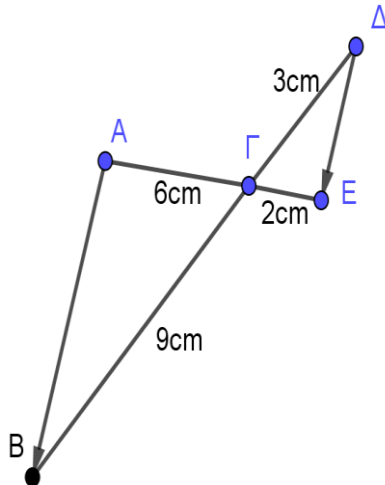
ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ

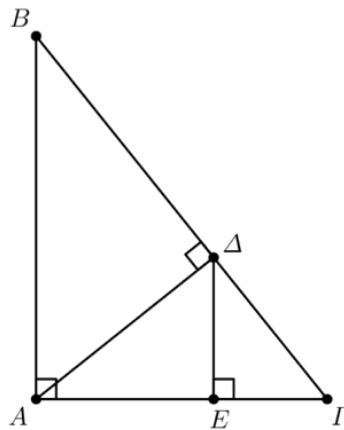
(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

3. Στο πιο κάτω σχήμα το Γ είναι το σημείο τομής των BD και AE και $DE \parallel AB$. Δίνονται $AG = 6\text{ cm}$, $GE = 2\text{ cm}$, $BG = 9\text{ cm}$ και $GD = 3\text{ cm}$. Να δείξετε ότι τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και ΓDE είναι όμοια.



ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
Α' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ
(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

4. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$), AD ύψος και $DE \perp A\Gamma$ (E σημείο στην $A\Gamma$).



Να δείξετε ότι:

- (α) τα τρίγωνα $A\Delta B$ και $A\Delta E$ είναι όμοια
- (β) $(A\Delta)^2 = (AB)(\Delta E)$.

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ

(ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

5. Στο διπλανό σχήμα, δίνεται γωνία $\widehat{AOB}$. Αν Γ, E, H και Z σημεία πάνω στις πλευρές της OB και OA έτσι ώστε $\Gamma Z \parallel EH$, να δείξετε ότι:

(α) τα τρίγωνα ΓOZ και EOH είναι όμοια

(β) $(O\Gamma)(EH) = (OE)(\Gamma Z)$.

