

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Α΄ Γυμνασίου

Τετράδιο μαθητή/
μαθήτριας με
μεταναστευτική
βιογραφία



Μαθηματικά, Α΄ Γυμνασίου
Τετράδιο μαθητή/μαθήτριας
με μεταναστευτική βιογραφία

Μαθηματικά, Α΄ Γυμνασίου

Τετράδιο μαθητή/μαθήτριας με μεταναστευτική βιογραφία

Α΄ ΕΚΔΟΣΗ:

Συγγραφή:

Δρ Χρυσούλα Χατζηχρίστου, *Επιθεωρήτρια Μαθηματικών Μέσης Εκπαίδευσης*

Χάρης Θεοδότου

Βαρβάρα Λεωνίδου

Ιφιγένεια Σωφρονίου

Παντελίτσα Αναστασίου Χατζηγιάννη

Δρ Κωνσταντία Χατζηδημητρίου

Εποπτεία:

Δρ Χρυσούλα Χατζηχρίστου, *Επιθεωρήτρια Μαθηματικών Μέσης Εκπαίδευσης*

Β΄ ΕΚΔΟΣΗ:

Αναθεώρηση έκδοσης:

Ελίνα Βασιλειάδου, *Σύμβουλος ΜΜΕΒ*

Εποπτεία:

Δρ Χρυσούλα Χατζηχρίστου, *Επιθεωρήτρια Μαθηματικών Μέσης Εκπαίδευσης*

Σχεδιασμός εξωφύλλου:

Χρύσανθος Σιαμμάς, *Λειτουργός Υπηρεσίας Ανάπτυξης Προγραμμάτων*

Συντονισμός έκδοσης:

Δρ Πέτρος Γεωργιάδης, *Συντονιστής Υπηρεσίας Ανάπτυξης Προγραμμάτων*

Α΄ ΕΚΔΟΣΗ: 2021

Β΄ ΕΚΔΟΣΗ: 2025

Εκτύπωση: ΤΥΠΟΓΡΑΦΕΙΑ ΚΩΝΟΣ ΛΤΔ

© ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΝΕΟΛΑΙΑΣ

ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΚΥΠΡΟΥ

ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΩΝ

ISBN: 978-9963-54-420-2



Στο εξώφυλλο χρησιμοποιήθηκε ανακυκλωμένο χαρτί σε ποσοστό τουλάχιστον 50%, προερχόμενο από διαχείριση απορριμμάτων χαρτιού. Το υπόλοιπο ποσοστό προέρχεται από υπεύθυνη διαχείριση δασών.

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΕΡΓΑΣΙΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
ΜΕΤΑΝΑΣΤΕΥΤΙΚΗΣ ΒΙΟΓΡΑΦΙΑΣ
Α' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

ΕΝΟΤΗΤΑ 1: Φυσικοί Αριθμοί-Κλάσματα-Δεκαδικοί Αριθμοί

(Α) Φυσικοί Αριθμοί

Δραστηριότητες

1. Να κάνετε τις προσθέσεις:

$$\begin{array}{r} 352 \\ +145 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 324 \\ +807 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 522 \\ +698 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 726 \\ +1597 \\ \hline \end{array}$$

2. Να κάνετε τις αφαιρέσεις:

$$\begin{array}{r} 357 \\ -235 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 381 \\ -122 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 522 \\ -123 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3005 \\ -587 \\ \hline \end{array}$$

3. Να κάνετε τις πράξεις:

$$\begin{array}{r} 87 \\ 5 \times \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 384 \\ 6 \times \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 157 \\ 43 \times \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 204 \\ 320 \times \\ \hline \end{array}$$

4. Να κάνετε τις πράξεις:

$$12 \div 4 =$$

$$18 \div 3 =$$

$$35 \div 5 =$$

$$5 \div 1 =$$

$$60 \div 10 =$$

$$45 \div 9 =$$

$$138 \div 6 =$$

$$605 \div 22 =$$

$$851 \div 23 =$$

$$1521 \div 36 =$$

5. Να υπολογίσετε την τιμή των πιο κάτω αριθμητικών παραστάσεων:

(α) $39 - 15 + 12 =$

(β) $16 \div 4 \cdot 6 =$

(γ) $7 \cdot (2 + 6) =$

(δ) $50 - 7 \cdot 6 =$

(ε) $63 \div (10 - 3) \cdot 3 =$

(στ) $15 - (22 - 9) =$

(ζ) $3 \cdot (25 - 8) - 4 \cdot (5 + 2) + 2 \cdot 3 =$

6. Ένα λεωφορείο ξεκινάει από τον σταθμό με 40 επιβάτες.

- Στην 1η στάση **κατέβηκαν** 2 και **ανέβηκαν** 12 επιβάτες.
- Στην 2η στάση **κατέβηκαν** 5 και **ανέβηκαν** 7 επιβάτες.
- Στην 3η στάση **κατέβηκαν** 12 και **ανέβηκαν** 2 επιβάτες.

Η επόμενη στάση ήταν το τέρμα.

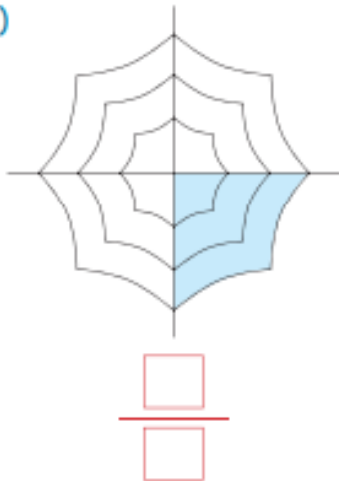
Πόσοι επιβάτες **κατέβηκαν** στο τέρμα;



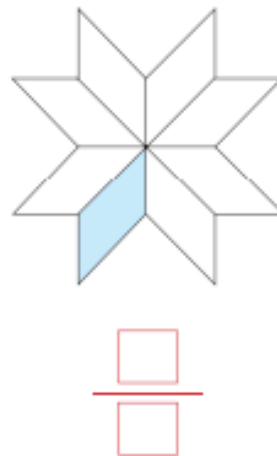
(B) Κλάσματα-Δεκαδικοί Αριθμοί**B.1. Έννοιες, ορισμοί****Δραστηριότητες: Έννοια του κλάσματος ως μέρος του όλου**

1. Να γράψετε το **κλάσμα** που δείχνει τι μέρος του σχήματος είναι σκιασμένο.

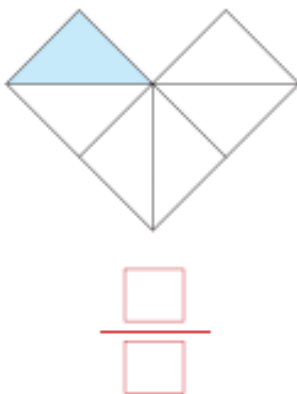
(α)



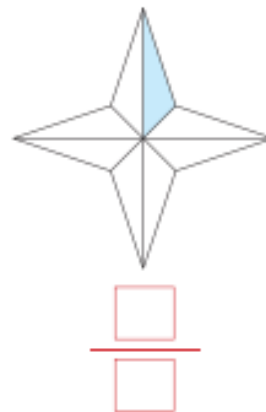
(β)



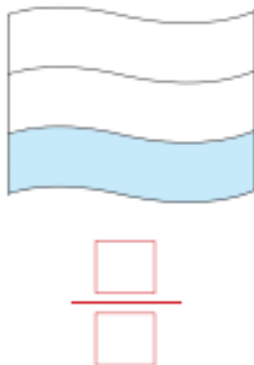
(γ)



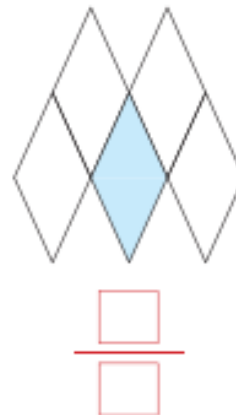
(δ)



(ε)

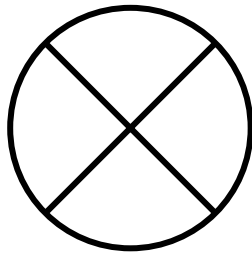


(στ)

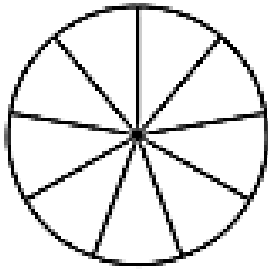


2. Χρωματίζω το μέρος του κύκλου που δείχνει το κλάσμα:

$$\frac{1}{2}$$



$$\frac{5}{9}$$



3. Να συμπληρώσετε τα κενά:

Το $\frac{1}{2}$ του 10 είναι το: _____

Το $\frac{1}{3}$ του 60 είναι το: _____

Το $\frac{1}{5}$ του 15 είναι το: _____

4. Τα **χρήματα** της Άννας είναι €60. Αγόρασε:

- μια μπάλα του μπάσκετ που στοιχίζει το $\frac{1}{6}$ των **χρημάτων** της και
- μια μπασκέτα που στοιχίζει το $\frac{1}{2}$ των **χρημάτων** της.

Πόσα **χρήματα** της έμειναν;



B.2. Ιδιότητες κλασμάτων

(α) $\frac{\alpha}{1} = \alpha$

(β) $\frac{\alpha}{\alpha} = 1$

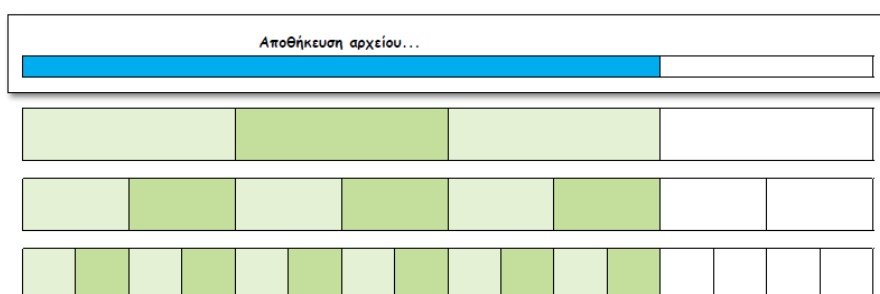
(γ) $\frac{0}{\alpha} = 0$

(δ) $\frac{\alpha}{\beta} = 1 \Leftrightarrow \alpha = \beta$

(ε) $\frac{\alpha}{\beta} = 0 \Rightarrow \alpha = 0$

B.3. Απλοποίηση Κλάσματος**Δραστηριότητες: Ισοδυναμία κλασμάτων**

1. Το διάγραμμα παρουσιάζει την πρόοδο αποθήκευσης ενός αρχείου στον ηλεκτρονικό υπολογιστή.

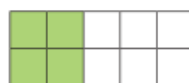


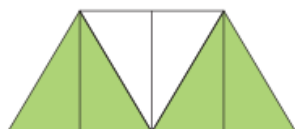
Να εκφράσετε το μέρος του αρχείου που έχει αποθηκευτεί με όσους διαφορετικούς τρόπους μπορείτε.

2. Να γράψετε τα κλάσματα σε πιο απλή μορφή.



$$\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$



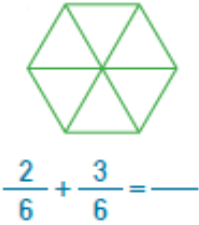




B.4. Πράξεις κλασμάτων**Δραστηριότητες: Πρόσθεση και αφαίρεση ομώνυμων και ετερόνυμων κλασμάτων**

1. Να χρησιμοποιήσετε τα διαγράμματα για να βρείτε τα αποτελέσματα.

(α)



(β)



2. Να χρησιμοποιήσετε κλασματικούς κύκλους ή ράβδους κλασμάτων, για να υπολογίσετε τα πιο κάτω αθροίσματα και διαφορές.

(α) $\frac{1}{6} + \frac{1}{3} =$

(β) $\frac{2}{5} + \frac{3}{10} =$

(γ) $\frac{4}{9} - \frac{1}{3} =$

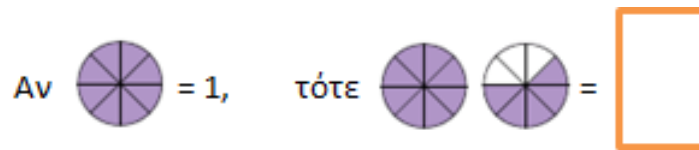
3. Ο Μάριος χρησιμοποίησε $\frac{1}{4}$ kg αλεύρι για να ετοιμάσει ένα γλύκισμα και $\frac{1}{3}$ kg αλεύρι για να ετοιμάσει μπισκότα.

(α) Πόσα kg αλεύρι χρησιμοποίησε συνολικά;

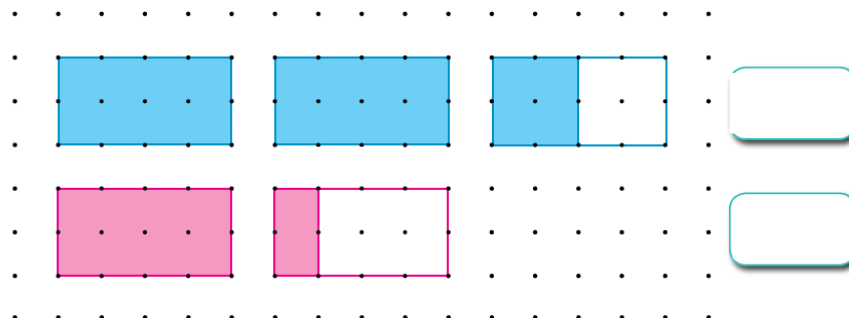
(β) Αν το κουτί περιείχε $\frac{5}{6}$ kg αλεύρι, πόσο αλεύρι του περίσσεψε;

Μεικτοί Αριθμοί Δραστηριότητες

1. Να γράψετε τον αντίστοιχο μεικτό αριθμό για κάθε εικόνα.



2. Να συμπληρώσετε τα κενά:



3. Στο ζαχαροπλαστείο που δουλεύουν η Μαρίνα και ο Δημήτρης πληρώνονται υπερωρίες όταν δουλέψουν τα Σαββατοκυριάκα.

	ΜΑΡΙΝΑ	ΔΗΜΗΤΡΗΣ
1 ^ο ΣΑΒΒΑΤΟΚΥΡΙΑΚΟ	$1\frac{3}{4}$ ώρες	$1\frac{1}{2}$ ώρες
2 ^ο ΣΑΒΒΑΤΟΚΥΡΙΑΚΟ	$2\frac{1}{4}$ ώρες	$1\frac{1}{3}$ ώρες
3 ^ο ΣΑΒΒΑΤΟΚΥΡΙΑΚΟ	$3\frac{2}{3}$ ώρες	$3\frac{3}{4}$ ώρες
4 ^ο ΣΑΒΒΑΤΟΚΥΡΙΑΚΟ	$1\frac{1}{5}$ ώρες	$2\frac{2}{5}$ ώρες

Με βάση τον πιο πάνω πίνακα πόσες ώρες δούλεψαν υπερωρίες τα δύο παιδιά και ποιος θα πάρει τα περισσότερα χρήματα;

Δραστηριότητα: Πολλαπλασιασμός κλάσματος με αριθμό

Ένας μαθητής θα ετοιμάσει ένα κέικ μπανάνας για τους καλεσμένους του χρησιμοποιώντας την ακόλουθη συνταγή η οποία είναι για 10 άτομα:

Κέικ μπανάνα

3 μπανάνες

 $\frac{2}{3}$ του ποτηριού ζάχαρη

1 αυγό

 $1\frac{1}{2}$ ποτήρια αλεύρι

Να υπολογίσετε τις ποσότητες που πρέπει να χρησιμοποιήσει ο μαθητής για να ετοιμάσει κέικ:

(α) για 20 άτομα,

(β) για 15 άτομα,

(γ) για x άτομα.

Δραστηριότητες: Πολλαπλασιασμός ακέραιου επί κλάσμα

Να υπολογίσετε το γινόμενο:

$$(α) \quad \frac{7}{8} + \frac{7}{8} = 2 \cdot \frac{7}{8} =$$

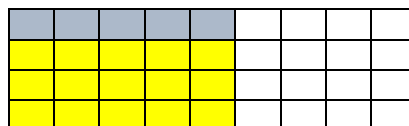


$$(β) \quad \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} = 5 \cdot \frac{3}{4} =$$

**Παράδειγμα πολλαπλασιασμού κλάσματος επί κλάσμα**

Ένα πεζοδρόμιο αποτελείται από πλάκες. Τα $\frac{5}{9}$ από τις πλάκες είναι χρωματιστές και από αυτές τα $\frac{3}{4}$ είναι κίτρινες. Τί μέρος του πεζοδρομίου αποτελούν οι κίτρινες πλάκες;

$$\frac{5}{9} \cdot \frac{3}{4} = \frac{15}{36}$$



Σχηματικά

Δραστηριότητα

Να κάνετε τις πράξεις:

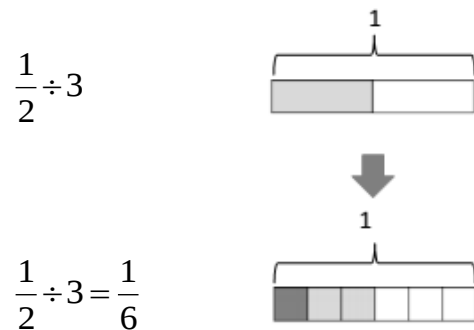
$$(α) \quad \frac{3}{8} \cdot \frac{1}{3} =$$

$$(β) \quad \frac{4}{6} \cdot 2 =$$

$$(γ) \quad \frac{1}{9} \cdot 1\frac{1}{3} =$$

Παράδειγμα διαίρεσης αριθμού με ακέραιο

Η εικόνα παρουσιάζει με ποιο τρόπο το $\frac{1}{2}$ ενός οικοπέδου θα μοιραστεί ανάμεσα σε τρεις κληρονόμους.

**Δραστηριότητες**

- 1.(α) Να κάνετε ένα κατάλληλο σχέδιο για να παρουσιάσετε με ποιο τρόπο το $\frac{1}{3}$ ενός οικοπέδου, σχήματος ορθογωνίου, θα μοιραστεί ανάμεσα σε 2 κληρονόμους.

(β) Να υπολογίσετε τί μέρος του συνολικού οικοπέδου θα πάρει ο καθένας.

2. Να κάνετε τις πράξεις:

$$(\alpha) \frac{3}{8} \div \frac{1}{3} =$$

$$(\beta) \frac{4}{6} \div 2 =$$

$$(\gamma) 1\frac{1}{3} \div \frac{1}{9} =$$

B.5. Σύνθετα κλάσματα**Δραστηριότητα**

Να γίνουν απλά τα πιο κάτω σύνθετα κλάσματα:

$$(\alpha) \frac{\frac{4}{9}}{\frac{2}{3}} =$$

$$(\beta) \frac{\frac{8}{11}}{4} =$$

$$(\gamma) \frac{\frac{16}{4}}{\frac{5}{5}} =$$

$$(\delta) \frac{2\frac{1}{4}}{\frac{3}{8}} =$$

$$(\epsilon) \frac{\frac{9}{10}}{3\frac{1}{2}} =$$

Αριθμητικές παραστάσεις**Δραστηριότητα**

Να κάνετε τις πράξεις:

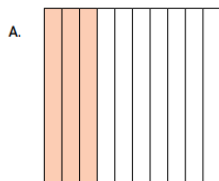
$$(\alpha) \frac{2}{3} - \left(\frac{5}{6} - \frac{3}{4} \right) \div \frac{3}{4} =$$

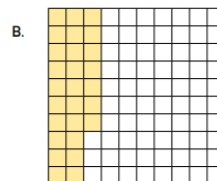
$$(\beta) \left(4\frac{4}{5} - 2\frac{3}{4} \right) \cdot \left(3 + 1\frac{1}{3} \right) =$$

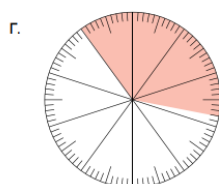
$$(\gamma) \frac{\left(\frac{5}{6} - \frac{2}{3} \right) \cdot \frac{3}{8}}{\left(\frac{3}{4} + \frac{2}{5} \right) \cdot 20} =$$

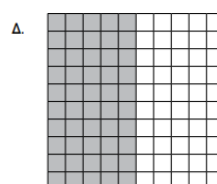
Β.6. Δεκαδικοί αριθμοί**Δραστηριότητα**

Να εκφράσετε με κλάσμα και δεκαδικό αριθμό το σκιασμένο μέρος της κάθε επιφάνειας.









Μετατροπή κλάσματος σε δεκαδικό αριθμό και ποσοστό**Δραστηριότητα: Μετατροπή κλάσματος σε δεκαδικό αριθμό και αντίστροφα**

Να συμπληρώσετε τον πιο κάτω πίνακα.

Σεντ	Δεκαδικό	Κλάσμα
50σ	€0,50	
		$\frac{1}{4}$ του €
	€0,75	
10σ		
		$\frac{1}{5}$ του €
	€0,05	
70σ		
		$\frac{7}{100}$ του €
	€0,39	

Δραστηριότητα: Έννοια ποσοστού

Το πιο κάτω πλαίσιο αποτελείται από 100 τετραγωνικές μονάδες.



Να το διακοσμήσετε, χρωματίζοντας 30% **μπλε**, 10% **κόκκινο**, 20% **κίτρινο** 15% **πράσινο**. Να χρωματίσετε το υπόλοιπο μέρος με όποιο χρώμα θέλετε. Τι ποσοστό της διακόσμησης έχει το χρώμα της δικής σας επιλογής;

Δραστηριότητες: Μετατροπή δεκαδικών αριθμών σε κλάσματα και ποσοστά και αντίστροφα.

1. Να συμπληρώσετε τον πιο κάτω πίνακα:

Κλάσμα	Ποσοστό	Δεκαδικός
$\frac{1}{10}$	10%	0,10
$\frac{3}{20}$		
		0,25
	65%	

2. Να αναλύσετε τους πιο κάτω αριθμούς με δύο τρόπους, όπως το παράδειγμα.

$$23,51 = (2 \cdot 10) + (3 \cdot 1) + \left(5 \cdot \frac{1}{10}\right) + \left(1 \cdot \frac{1}{100}\right) \quad \text{ή} \quad 23,51 = (2 \cdot 10) + (3 \cdot 1) + (5 \cdot 0,1) + (1 \cdot 0,01)$$

(α) 2,145 =

(β) 39,531 =

(γ) 125,24 =

3. Να γράψετε σε μορφή δεκαδικού τις πιο κάτω εκφράσεις:

$$(\alpha) (3 \cdot 10) + (5 \cdot 1) + \left(2 \cdot \frac{1}{10}\right) + \left(7 \cdot \frac{1}{100}\right) + \left(6 \cdot \frac{1}{1000}\right) =$$

$$(\beta) (9 \cdot 100) + (2 \cdot 10) + (3 \cdot 0,1) + (7 \cdot 0,001) =$$

B.7. Πράξεις δεκαδικών

Δραστηριότητα: Πρόσθεση δεκαδικών αριθμών / προβλήματα από την καθημερινή ζωή

Η Μαρία και ο Κώστας επισκέφθηκαν ένα εστιατόριο με το ακόλουθο μενού.

Ορεκτικό	
Ελληνική σαλάτα	€5,90
Φτερούγες κοτόπουλο	€3,60
Σκορδόψωμο	€2,90
Κυρίως πιάτο	
Μπιφτέκι με σαλάτα	€4,80
Κοτόπουλο σουβλάκι	€7,40
Χοιρινή μπριζόλα	€9,50
Σπαγγέτι με τυρί	€4,20
Επιδόρπιο	
Μηλόπιτα	€2,35
Τάρτα φρούτων	€3,25

(α) Να εισηγηθείτε διαφορετικούς συνδυασμούς πιάτων που είναι δυνατόν να παράγγειλε ο Κώστας με τα €12,00 που διαθέτει.

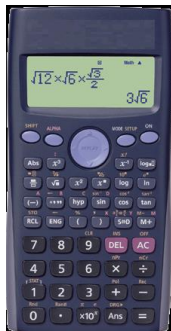
(β) Η Μαρία εκτίμησε ότι δεν μπορεί να παραγγείλει ορεκτικό, κυρίως πιάτο και επιδόρπιο με τα €10,00 που διαθέτει. Συμφωνείτε ή διαφωνείτε; Να επεξηγήσετε.

(γ) Ο Κώστας παράγγειλε Ελληνική σαλάτα, Σπαγγέτι και Μηλόπιτα. Όταν ήρθε ο λογαριασμός, διαπίστωσε ότι τελικά δεν ήταν αρκετά τα χρήματά του. Πόσο λάθος έκανε στην εκτίμησή του;

B.8. Χρήση υπολογιστικής μηχανής

Οι μαθητές πρέπει να είναι σε θέση να χρησιμοποιούν με ευχέρεια την υπολογιστική μηχανή τους για να υπολογίζουν αριθμητικές παραστάσεις.

Πρέπει να είναι σε θέση να χρησιμοποιούν δυνάμεις, παρενθέσεις και κλάσματα π.χ.:



5^2	$5 \ x^2 =$	5^2
		25
$2 \cdot (7 - 3)$	$2 \ x (7 - 3) =$	$2X(7 - 3)$
		8
$2 \cdot (7 - 3)$	$7 - 3 = 2 \ x \ Ans =$	$2XAns$
		8

Επίσης, να χρησιμοποιούν την επιλογή $S \leftrightarrow D$ στην υπολογιστική για να μετατρέπουν δεκαδικό σε ρητό και αντίστροφα.

ΕΝΟΤΗΤΑ 2: ΣΥΝΟΛΑ

Δραστηριότητες

1. Να γράψετε τα πιο κάτω σύνολα με **αναγραφή** των στοιχείων τους και να βρείτε τον **πληθικό αριθμό** τους:

A: τα γράμματα της λέξης «ΚΥΠΡΟΣ»

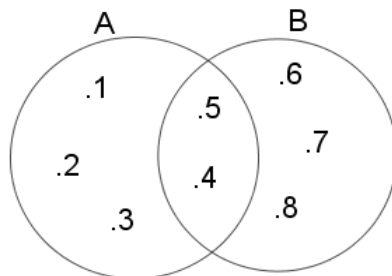
B: τα πέντε πρώτα γράμματα του ελληνικού αλφαβήτου

Γ: τα ψηφία του αριθμού «122334»

2. Να γράψετε με **περιγραφή** το πιο κάτω σύνολο:

$K = \{\text{Χειμώνας, Καλοκαίρι, Άνοιξη, Φθινόπωρο}\}$

3. Δίνεται το πιο κάτω **βέννιο διάγραμμα**. Να γράψετε τα πιο κάτω σύνολα με **αναγραφή** των στοιχείων τους.

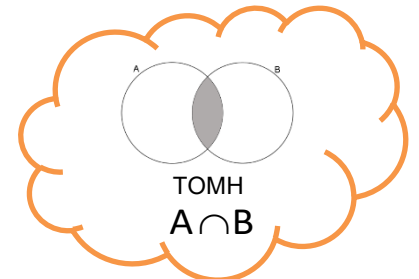
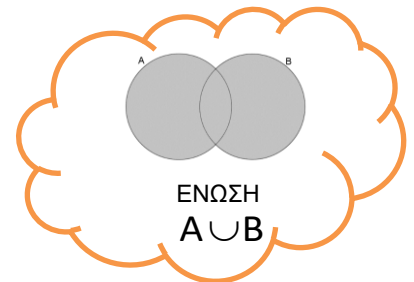


(α) $A =$

(β) $B =$

(γ) $A \cup B =$

(δ) $A \cap B =$



4. Να συμπληρώσετε τα κενά με τα κατάλληλα στοιχεία ώστε να ισχύουν οι ισότητες:

$$(\alpha) \quad \{\alpha, \dots, \gamma\} \cap \{\dots, \beta, \delta\} = \{\dots, \gamma\}$$

$$(\beta) \quad \{\dots, 5, 6, \dots\} \cup \{\dots, 2, \dots\} = \{1, 2, \dots, \dots, 3\}$$

5. Δίνονται τα σύνολα $A = \{\alpha, \zeta, \eta, \theta\}$ και B : τα γράμματα της λέξης «μαθηματικά».

(α) Να γράψετε με **αναγραφή** τα σύνολα:

$$(i) B \quad (ii) A \cap B \quad (iii) A \cup B$$

(β) Να γράψετε ένα **υποσύνολο** του A με πληθικό αριθμό 2.

(γ) Να παραστήσετε τα σύνολα A και B με **βέννιο** διάγραμμα.

6. Δίνονται τα πιο κάτω σύνολα :

$$A = \{1, 2, 3, 4\}, \quad B = \{\alpha, \beta, \gamma, \delta\}, \quad \Gamma: \text{το σύνολο των άρτιων αριθμών}$$

Να σημειώσετε δίπλα από κάθε σχέση ☒ αν είναι **ορθή** και ☐ αν είναι **λάθος**.

$$(\alpha) \alpha \in A \quad \dots\dots$$

$$(\beta) \beta \in B \quad \dots\dots$$

$$(\gamma) 8 \notin \Gamma \quad \dots\dots$$

$$(\delta) \nu(\Gamma) = 4 \quad \dots\dots$$

$$(\varepsilon) \nu(B) = 4 \quad \dots\dots$$

$$(\zeta) 12 \in \Gamma \quad \dots\dots$$

$$(\eta) A \cap B = \emptyset \quad \dots\dots$$

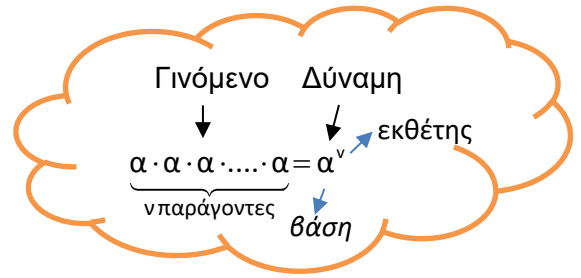
$$(\theta) \{2, 3\} \in A \quad \dots\dots$$

$$(\iota) \nu(B \cap \Gamma) = 0 \quad \dots\dots$$

ΕΝΟΤΗΤΑ 3: Αριθμοί

(Α) Δυνάμεις φυσικών αριθμών

Δραστηριότητες



1. Να γράψετε τα πιο κάτω γινόμενα υπό μορφή δύναμης και να συμπληρώσετε όπως το παράδειγμα.

(α) $5 \cdot 5 = 5^2$ Βάση: 5 Εκθέτης: 2 Διαβάζω: 5 στη δευτέρα. ή 5 στο τετράγωνο

(β) $2 \cdot 2 \cdot 2 =$ Βάση: Εκθέτης: Διαβάζω:

(γ) $\alpha \cdot \alpha \cdot \alpha \cdot \alpha \cdot \alpha \cdot \alpha =$ Βάση: Εκθέτης: Διαβάζω:

(δ) $\underbrace{x \cdot x \cdot x \cdot \dots \cdot x}_{10 \text{ παράγοντες}} =$ Βάση: Εκθέτης: Διαβάζω:

2. Να αναλύσετε σε **γινόμενο** τις πιο κάτω δυνάμεις.

(α) $2^5 =$

(β) $x^4 =$

(γ) $\beta^2 =$

3. Να **υπολογίσετε** τις πιο κάτω δυνάμεις. (Να βρείτε το **αποτέλεσμα**)

(α) $6^2 =$ (β) $3^3 =$ (γ) $2^5 =$ (δ) $1^{10} =$ (ε) $3^0 =$

4. Να εξετάσετε ποιοι από τους πιο κάτω αριθμούς μπορούν να γραφούν σαν **δύναμη**, με εκθέτη μεγαλύτερο του 1.

(α) 32

(β) 49

(γ) 111

(δ) 1000

5. Να κατατάξετε τις πιο κάτω δυνάμεις σε **φθίνουσα** σειρά (δηλαδή από το μεγαλύτερο στο μικρότερο).



5^2 , 5^3 , 1^5 , 2^5

6. Να υπολογίσετε την τιμή των πιο κάτω παραστάσεων:

(α) $4^2 + 1^4 =$

(β) $29 - 18 \div 3^2 =$

(γ) $2^3 + (5 - 2)^2 - 1^{20} =$

(δ) $(6 - 2 \cdot 2)^3 + 0^2 =$

(ε) $4 + 2^3 \cdot 3 - 40 \div 5^1 =$

**ΚΑΝΟΝΕΣ ΠΡΟΤΕΡΑΙΟΤΗΤΑΣ
ΠΡΑΞΕΩΝ**

1. ΠΑΡΕΝΘΕΣΕΙΣ
2. ΔΥΝΑΜΕΙΣ
3. ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΙ
ΔΙΑΙΡΕΣΕΙΣ
4. ΠΡΟΣΘΕΣΕΙΣ
ΑΦΑΙΡΕΣΕΙΣ

(B) Αλγεβρικές παραστάσεις**Δραστηριότητα: Έννοια της μεταβλητής**

- Να χρησιμοποιήσετε **μεταβλητές** για να εκφράσετε με μια αλγεβρική παράσταση τις πιο κάτω εκφράσεις:
 - Το **διπλάσιο** ενός αριθμού.
 - Το **τριπλάσιο** ενός αριθμού **αυξημένο** κατά 7.
 - Το **τετραπλάσιο** ενός αριθμού **μειωμένο** κατά 5.
- Στο κιβώτιο Α υπάρχουν **τριπλάσιοι** βόλοι σε σχέση με το κιβώτιο Β. Συμβολίζουμε με x το πλήθος των βόλων στο κιβώτιο Β.
Να ελέγξετε αν η πιο κάτω πρόταση είναι **ορθή**: «Το πλήθος των βόλων στο κιβώτιο Α είναι $3 + x$ » και να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Δραστηριότητα: Μετάφραση συμβολικών εκφράσεων σε λεκτικές και αντίστροφα

Να συμπληρώσετε τον πιο κάτω πίνακα:

Λεκτική πρόταση	Αλγεβρική Παράσταση
Έστω ότι τα χρήματα του Ανδρέα είναι:	x
(α) Η Μαρίνα έχει €2 περισσότερα από τον Ανδρέα	
(β) Ο Αλέξης έχει.....	$x + 14$
(γ) Η Ναταλία έχει διπλάσια χρήματα από τον Ανδρέα	
(δ) Η Κατερίνα έχει τα μισά χρήματα του Ανδρέα	
(στ) Ο Κώστας έχει πενταπλάσια χρήματα από τη Μαρίνα	

B.1. Χρήση των ιδιοτήτων των πράξεων, για να γράψουμε μια αλγεβρική παράσταση στην πιο απλή μορφή της**Δραστηριότητες**

1. Να γράψετε τις πιο κάτω αλγεβρικές παραστάσεις στην πιο απλή μορφή τους:

(α) $6\omega + 2\omega =$

(β) $y + 5y =$

(γ) $5x + 7 + 2x + 3 =$

(δ) $5(\omega + 2) - 3\omega =$

2. Σε κάθε μία από τις πιο κάτω περιπτώσεις, σας δίνονται τέσσερις πιθανές απαντήσεις. Να βάλετε σε κύκλο την ορθή απάντηση. (υπάρχει **μόνο μια** ορθή απάντηση)

I. $3x + 7 - 2x - 4 =$

(α) $5x + 3$

(β) $x + 3$

(γ) $4x$

(δ) $11 + x$

II. $2(x - 6) =$

(α) $2x - 6$

(β) $12 - 2x$

(γ) $2x$

(δ) $2x - 12$

III. $3(2a + 8) =$

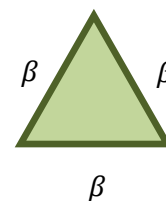
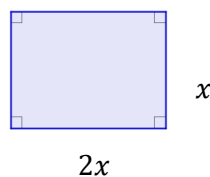
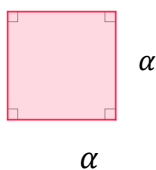
(α) $6a + 24$

(β) $6a + 8$

(γ) $6a$

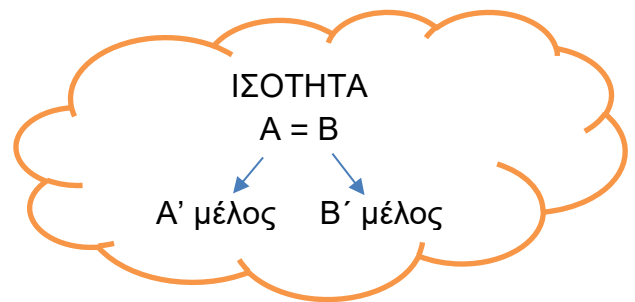
(δ) $30a$

3. Να γράψετε μια αλγεβρική παράσταση που να εκφράζει την περίμετρο των πιο κάτω σχημάτων:



B.2. Ισότητα – Ιδιότητες ισοτήτων

Δραστηριότητα: Ιδιότητες ισοτήτων



Να χαρακτηρίσετε με ΣΩΣΤΟ ή ΛΑΘΟΣ τις πιο κάτω ισοδυναμίες, βάζοντας σε κύκλο τον αντίστοιχο χαρακτηρισμό.

(α)	Αν $\alpha + 8 = \beta - 8$	$\Leftrightarrow \alpha = \beta$	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
(β)	Αν $\alpha - 3 = \beta - 3$	$\Leftrightarrow \alpha = \beta$	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
(γ)	Αν $\alpha + 4 = \beta + 7$	$\Leftrightarrow \alpha = \beta + 3$	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
(δ)	Αν $\alpha : 12 = \beta \cdot 12$	$\Leftrightarrow \alpha = \beta$	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
(ε)	Αν $6\alpha = 24\beta$ και $\alpha, \beta \neq 0$	$\Leftrightarrow \alpha = \beta$	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ

B.3. Η έννοια της εξίσωσης

Εισαγωγή έννοιας της εξίσωσης

Διερεύνηση

Αν η ζυγαριά ισορροπεί και όλα τα πακέτα έχουν την ίδια μάζα, να βρείτε πόσο ζυγίζει κάθε πακέτο. Να επεξηγήσετε τον τρόπο που εργαστήκατε και να παραστήσετε αλγεβρικά τη διαδικασία λύσης.



Δραστηριότητα: Επίλυση εξίσωσης με τη χρήση ιδιοτήτων των ισοτήτων

Να επιλύσετε τις εξισώσεις:

(α) $x + 8 = 11$

(β) $x - 3 = 21$

(γ) $5x = 30$

(δ) $\psi \div 5 = 7$

(ε) $26 - \omega = 12$

(στ) $3(\psi - 1) = 6$

(ζ) $2\psi + 5 = 7$

(η) $100 \div \alpha = 25$

ΕΝΟΤΗΤΑ 4: Διαιρετότητα

4.1 Ευκλείδεια διαίρεση

$$\Delta = \delta \cdot \pi + \upsilon, \quad 0 \leq \upsilon < \delta$$

Το Δ ονομάζεται **διαιρετέος**.

Το δ ονομάζεται **διαιρέτης**.

Το π ονομάζεται **πηλίκο**.

Το υ ονομάζεται **υπόλοιπο** της διαίρεσης.

$$\begin{array}{r} \Delta \quad \delta \\ \hline \pi \\ \hline \upsilon \end{array}$$

Δραστηριότητες

1. Να εξετάσετε ποιες από τις πιο κάτω ισότητες εκφράζουν Ευκλείδεια διαίρεση.

(α) $17 = 2 \cdot 6 + 5$

(β) $251 = 24 \cdot 10 + 11$

(γ) $82 = 9 \cdot 6 + 28$

(δ) $140 = 23 \cdot 6 + 2$

2. Να βρείτε το **πηλίκο** και το **υπόλοιπο** στις πιο κάτω διαιρέσεις.

(α) $16 \div 7$

(β) $82 \div 15$

(γ) $132 \div 12$

4.2 Ιδιότητες Διαιρετότητας

Δραστηριότητες

1. Να εξετάσετε κατά πόσο ο αριθμός 24 διαιρεί τον αριθμό 2448.
2. Να δείξετε ότι ο αριθμός 11 διαιρεί τον αριθμό $11x + 33$, ($x \in \mathbb{N}$).
3. Να εξετάσετε ποια από τα πιο κάτω αθροίσματα και διαφορές διαιρούνται με το 23.
(α) $230+46$ (β) $4600+69$ (γ) $230000+26$
(δ) $2300-69$ (ε) $6900-46$ (στ) $6900+22$
4. Να χρησιμοποιήσετε τις ιδιότητες των διαιρετών για να δείξετε ότι ο αριθμός 375 διαιρείται με το 5.

4.3 Κριτήρια Διαιρετότητας

Δραστηριότητες

1. Δίνονται οι αριθμοί 765,1520,4404 και 3850. Να βρείτε ποιοι από αυτούς διαιρούνται με:

(α) το 2

(β) το 3

(γ) το 4

(δ) το 5

(ε) το 25

(στ) το 9

2. Να συμπληρώσετε τα κενά τετράγωνα με τα κατάλληλα ψηφία ώστε ο αριθμός:

(α) 43 να διαιρείται με το 2

(β) 93 να διαιρείται με το 4

(γ) 83 να διαιρείται με το 3

(δ) 9 3 να διαιρείται με το 9

(ε) 7633 να διαιρείται με το 2 και το 3

3. Να συμπληρώσετε τα κενά τετράγωνα με τα κατάλληλα ψηφία ώστε ο αριθμός:

(α) $43 \square$ να **μη** διαιρείται με το 5

(β) $83 \square$ να **μη** διαιρείται με το 3

(γ) $5 \square 7$ να **μη** διαιρείται με το 9

(δ) $837 \square$ να διαιρείται με το 5 και το 9

(ε) $38 \square 7 \square$ να διαιρείται με το 9 και το 25

4. Να χαρακτηρίσετε ΣΩΣΤΟ ή ΛΑΘΟΣ τις πιο κάτω προτάσεις, βάζοντας σε κύκλο τον αντίστοιχο χαρακτηρισμό.

(α) το 5 είναι πολλαπλάσιο του 10	ΣΩΣΤΟ/ΛΑΘΟΣ
(β) το 5 είναι κοινός διαιρέτης του 30 και του 45	ΣΩΣΤΟ/ΛΑΘΟΣ
(γ) το σύνολο όλων των διαιρετών του 10 είναι το 2 και το 5	ΣΩΣΤΟ/ΛΑΘΟΣ
(δ) το σύνολο όλων των διαιρετών του 60 είναι: {1,2,3,4,5,6,10,12,15,20,30,60}	ΣΩΣΤΟ/ΛΑΘΟΣ
(ε) ο αριθμός 432 διαιρείται με το 4	ΣΩΣΤΟ/ΛΑΘΟΣ
(στ) ο αριθμός 7652 διαιρείται με το 2 και το 25	ΣΩΣΤΟ/ΛΑΘΟΣ

4.4 Πρώτοι και σύνθετοι αριθμοί

ΠΡΩΤΟΣ ΑΡΙΘΜΟΣ:

φυσικός αριθμός, $\neq 1$, με διαιρέτες μόνο τον εαυτό του και το 1
{2,3,5,7,11,13,17,...}

Δραστηριότητες

1. Δίνεται το σύνολο $A=\{1,2,3,4,5,\dots,25\}$. Να βρείτε τους **πρώτους** αριθμούς που ανήκουν στο σύνολο A .
2. Να εξετάσετε ποιοι από τους αριθμούς 9, 23, 66 και 79 είναι πρώτοι.
3. Να αναλύσετε τους αριθμούς 20, 45, 33, 29 και 90 σε **γινόμενο πρώτων παραγόντων**.
4. Να βάλετε σε κύκλο τον αριθμό, ο οποίος έχει ακριβώς τρεις **διαφορετικούς πρώτους παράγοντες**.
(α) 15 (β) 20 (γ) 30 (δ) 57

4.5 Μέγιστος Κοινός Διαιρέτης(ΜΚΔ) - Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο(ΕΚΠ)

ΜΚΔ είναι το γινόμενο των **κοινών** πρώτων παραγόντων με εκθέτη καθενός τον **μικρότερο** από τους εκθέτες του

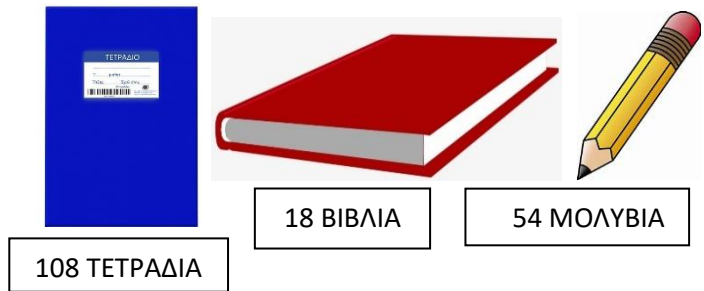
ΕΚΠ είναι το γινόμενο **όλων** των πρώτων παραγόντων με εκθέτη καθενός τον **μεγαλύτερο** από τους εκθέτες του

Δραστηριότητες

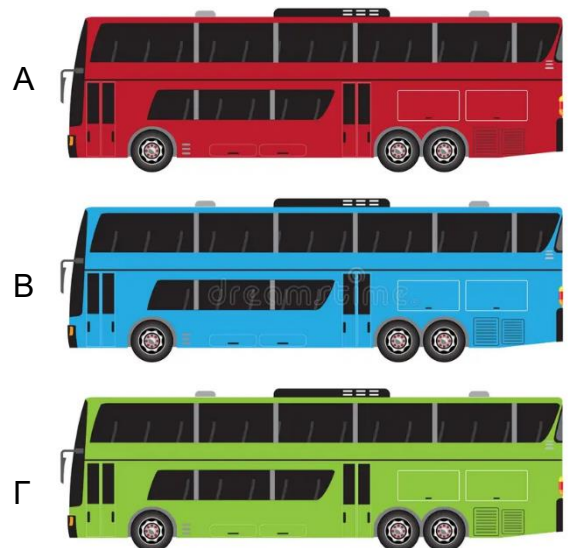
1. Δίνονται οι αριθμοί 32 και 36. Να βρείτε τον ΜΚΔ και το ΕΚΠ των αριθμών.

2. Δίνονται οι αριθμοί 24 και 45. Να βρείτε τον ΜΚΔ και το ΕΚΠ των αριθμών.

3. Να βρείτε πόσα το πολύ όμοια δέματα μπορούμε να κάνουμε με 108 τετράδια, 18 βιβλία και 54 μολύβια. Πόσα τετράδια, βιβλία και μολύβια θα περιέχει το κάθε δέμα;



4. Τρία λεωφορεία κάνουν τη διαδρομή Λευκωσία - Πάφος. Το λεωφορείο Α κάνει τη διαδρομή κάθε 15 ώρες, το λεωφορείο Β κάθε 12 ώρες και το λεωφορείο Γ κάθε 8 ώρες. Αν ξεκινήσουν ταυτόχρονα από την αφετηρία, μετά από πόσες ώρες θα ξανασυναντηθούν και τα τρία λεωφορεία;



ΕΝΟΤΗΤΑ 5: Ακέρατοι-Ρητοί Αριθμοί

«+», «-» : ΠΡΟΣΗΜΟ

(Α) Ρητοί αριθμοί-Απόλυτη τιμή ρητού αριθμού

Δραστηριότητες

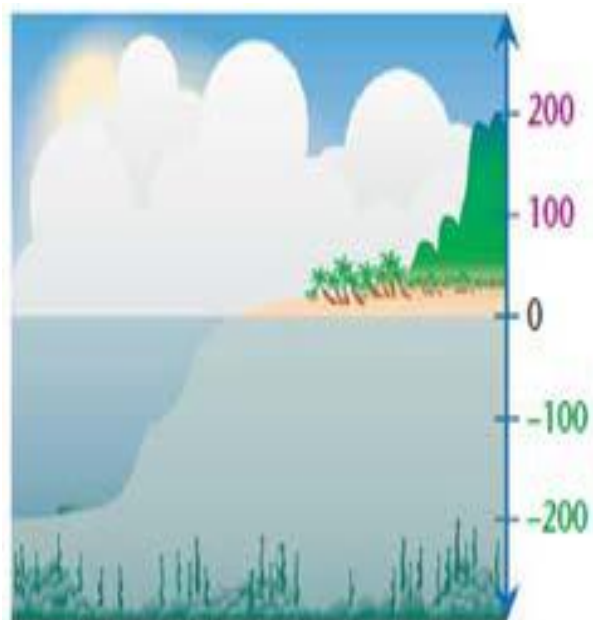
1. Να σημειώσετε τη θέση των αντικειμένων και των προσώπων στη διπλανή εικόνα, σύμφωνα με τις πιο κάτω πληροφορίες:

(α) Το υποβρύχιο βρίσκεται σε βάθος 115 m **κάτω** από την επιφάνεια της θάλασσας.

(β) Το αερόστατο βρίσκεται **σε ύψος** 220 m.

(γ) Ο ορειβάτης βρίσκεται **σε ύψος** 150 m.

(δ) Η άγκυρα βρίσκεται **σε βάθος** 102,5 m **κάτω** από την επιφάνεια της θάλασσας



2. Να συμπληρώσετε τον πιο κάτω πίνακα, όπως το παράδειγμα.

	ΦΥΣΙΚΟΣ N	ΑΚΕΡΑΙΟΣ Z	ΡΗΤΟΣ Q	ΘΕΤΙΚΟΣ	ΑΡΝΗΤΙΚΟΣ
2016	✓	✓	✓	✓	
-15					
-14,02					
4					
$-\frac{3}{5}$					

3. Να χαρακτηρίσετε με ΣΩΣΤΟ ή ΛΑΘΟΣ τις πιο κάτω προτάσεις, βάζοντας σε κύκλο τον αντίστοιχο χαρακτηρισμό.

(α) Οι αριθμοί -6 και -7 είναι ομόσημοι.

ΣΩΣΤΟ | ΛΑΘΟΣ

(β) Κάθε ρητός αριθμός είναι και φυσικός.

ΣΩΣΤΟ | ΛΑΘΟΣ

(γ) Οι αριθμοί 9 και 4 είναι ετερόσημοι.

ΣΩΣΤΟ | ΛΑΘΟΣ

Απόλυτη τιμή

Διερεύνηση

Ο Γιάννης και η Μαρία οδηγούν τα ποδήλατά τους, αναχωρώντας από το σπίτι του Ανδρέα. Ύστερα από λίγο ο Γιάννης βρίσκεται 4 km μακριά από το σπίτι του Ανδρέα, οδηγώντας το ποδήλατό του ανατολικά και η Μαρία βρίσκεται 4 km μακριά, οδηγώντας το ποδήλατό της δυτικά.



(α) Ποιο παιδί βρίσκεται πιο μακριά από το σπίτι του Ανδρέα;

(β) Αν το σπίτι του Ανδρέα βρίσκεται στη θέση μηδέν, να τοποθετήσετε τη θέση των δύο παιδιών στην αριθμητική γραμμή.

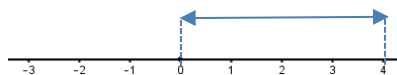
(γ) Να βρείτε ένα άλλο ζεύγος αριθμών που να απέχουν εξίσου από το μηδέν.

(δ) Πόσα τέτοια ζεύγη υπάρχουν;

Η απόσταση ενός αριθμού a από το μηδέν πάνω στην ευθεία των αριθμών ονομάζεται **απόλυτη τιμή** ή **μέτρο** του αριθμού a .
Η απόλυτη τιμή ενός αριθμού συμβολίζεται με $|a|$.

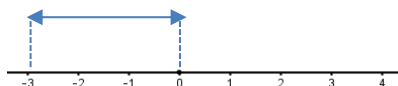
Παράδειγμα

$|+4|$ διαβάζουμε «απόλυτη τιμή του +4»



$$|+4|=4$$

$|-3|$ και διαβάζουμε «απόλυτη τιμή του -3»



$$|-3|=3$$

Δραστηριότητες

1. Να βρείτε τις απόλυτες τιμές των πιο κάτω αριθμών:

$$|-5|= \dots\dots\dots \quad | +7|= \dots\dots\dots \quad |9|= \dots\dots\dots \quad | +5|= \dots\dots\dots \quad |0|= \dots\dots\dots$$

2. Να τοποθετήσετε τους αριθμούς $|3|$, 0 , $\frac{1}{2}$, $|-2|$, -2 στην πιο κάτω αριθμητική γραμμή.



3. Να τοποθετήσετε τους αριθμούς των πιο κάτω συνόλων στις αντίστοιχες αριθμητικές γραμμές:

(α) $\{-4, 5, 4, -3, 1\}$



(β) $\{5\frac{1}{2}, -1\frac{1}{4}, 6,5, -3, -\frac{1}{2}\}$

**(B) Σύγκριση ρητών αριθμών**

ΕΚΦΡΑΣΗ	ΛΕΚΤΙΚΑ
$A > B$	Το A είναι μεγαλύτερο από το B
$A < B$	Το A είναι μικρότερο από το B

Δραστηριότητα

Να συμπληρώσετε τα κενά με το κατάλληλο σύμβολο $>$, $=$, $<$, ώστε να προκύψουν αληθείς σχέσεις:

(α) $3 \dots 7$	(β) $-20 \dots -2$	(γ) $+23 \dots +\frac{1}{123}$
(δ) $-7 \dots 5$	(ε) $-2011 \dots 0$	(ζ) $-\frac{1}{3} \dots -\frac{1}{2}$
(η) $-2012 \dots 0,001$	(θ) $-6,999999 \dots -9,6$	(ι) $ -8 \dots +8 $
(κ) $-12\frac{1}{3} \dots +12\frac{1}{3}$	(λ) $-3,45 \dots -5,43$	(μ) $ -3 \dots 0$

(Γ) Πράξεις στο σύνολο των Ρητών Αριθμών (πρόσθεση, αφαίρεση, πολλαπλασιασμός και διαίρεση)

Πρόσθεση Ρητών Αριθμών

Δραστηριότητα

Να κάνετε τις πράξεις :

(α) $(+4) + (+7)$

(β) $(-2) + (-3)$

(γ) $(-8) + (+3)$

(δ) $-2 - 11$

(ε) $-3 + 5$

(στ) $+5 - 4 - 2$

(ζ) $(-13) + (-4) + (+1)$

(η) $(-9) + (+30)$

(θ) $3 - 1 + 4$

(ι) $\left(-\frac{1}{2}\right) + \left(-\frac{1}{3}\right)$

Αφαίρεση Ρητών Αριθμών**Δραστηριότητες**

1. Να συμπληρώσετε τον πιο κάτω πίνακα:

Αριθμός	Αντίθετος
+7	
-12	
	-72
	+14
	0

2. Να κάνετε τις πράξεις:

(α) $(-2) - (+3)$

(β) $(-2) - (-3)$

(γ) $(+2) - (-5)$

(δ) $-(-2) - 3$

(ε) $2 - (-5)$

(στ) $(-13) - (+4)$

(ζ) $(-2) - (-4)$

(η) $\left(-\frac{1}{2}\right) - \left(+\frac{1}{4}\right)$

(θ) $\frac{2}{3} - \left(-\frac{1}{6}\right)$

(ι) $(-2) - (+9) + (-5)$

(κ) $8 - (-2) - (+6) - (-1)$

Πολλαπλασιασμός Ρητών Αριθμών**Δραστηριότητα**

1. Να κάνετε τις πράξεις:

$$(\alpha) (-2) \cdot (-3)$$

$$(\beta) (-2) \cdot (+4)$$

$$(\gamma) (+2) \cdot (-1)$$

$$(\delta) -3 \cdot (+3)$$

$$(\epsilon) (-5) \cdot 6$$

$$(\sigma\tau) (-1) \cdot (-3) \cdot (-5)$$

$$(\zeta) (-1) \cdot (-1) \cdot (+1)$$

$$(\eta) (-1) \cdot (-1) \cdot (-2) \cdot (-2)$$

$$(\theta) (-5) \cdot (+4) \cdot 0$$

$$(\iota) \left(-\frac{3}{5}\right) \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) =$$

$$(\kappa) (-9) \cdot \left(\frac{4}{9}\right) =$$

Δυνάμεις Ρητών Αριθμών

Διερεύνηση

Δυνάμεις με βάση θετικό ακέραιο αριθμό	Γινόμενο	Αποτέλεσμα	Δυνάμεις με βάση αρνητικό ακέραιο αριθμό	Γινόμενο	Αποτέλεσμα
$(+2)^2$	$(+2) \cdot (+2)$	+4	$(-2)^2$	$(-2) \cdot (-2)$	+4
$(+2)^3$			$(-2)^3$		
$(+2)^4$			$(-2)^4$		
$(+2)^5$			$(-2)^5$		

Δραστηριότητα

Να υπολογίσετε τις πιο κάτω παραστάσεις.

$$(-4)^2 =$$

$$-4^2 =$$

$$(-5)^2 =$$

$$-5^2 =$$

$$(-3)^3 =$$

$$-3^3 =$$

$$(-1)^{2016} =$$

$$\left(-\frac{2}{3}\right)^2 =$$

$$(-1)^{2017} =$$

$$-(-8)^2 =$$

$$(+8)^2 =$$

$$-9^0 =$$

$$-9^2 =$$

$$-10^4 =$$

$$-1^{1002} =$$

Διαίρεση Ρητών Αριθμών**Δραστηριότητα**

Να κάνετε τις πράξεις:

$$(\alpha) (-14) \div (-2) =$$

$$(\beta) (-24) \div 6 =$$

$$(\gamma) 25 \div (-5) =$$

$$(\delta) (-10) \div (+2) =$$

$$(\epsilon) (-14) \div (-14) =$$

$$(\sigma\tau) (-24) \div 8 =$$

$$(\zeta) 8 \div (-4) \div (+2) =$$

$$(\eta) -\frac{3}{2} \div \left(+\frac{27}{4}\right) =$$

$$(\theta) \left(-\frac{1}{5}\right) \div \left(-\frac{2}{3}\right) =$$

(Δ) Εξισώσεις στο σύνολο των ρητών αριθμών - Προβλήματα Εξισώσεων**Δραστηριότητα**

1. Να συμπληρώσετε τον πιο κάτω πίνακα:

Εξίσωση	Α' μέλος	Β' μέλος	Γνωστοί όροι	Άγνωστοι όροι
$5x = 10$				
$x - 6 = 10$				

2. Να λύσετε τις πιο κάτω εξισώσεις:

(α) $5x + 3 = -7$

(β) $3x - 3 = 4x + 5$

(γ) $2x - 3 - 8x + 1 = x - 6 - 4x$

(δ) $5\psi + 14 = \psi - 6 - 6\psi$

(ε) $4(x + 1) + 2(x + 3) = 2x - 6$

Δραστηριότητες: Προβλήματα που λύνονται με εξίσωση

1. Η Αλίκη κρατούσε €63 και αγόρασε πέντε ίδια δώρα για τις φίλες της. Να βρείτε πόσα κόστισε το κάθε δώρο, αν της έμειναν €3.
2. Η Α΄ τάξη ενός γυμνασίου έχει **διπλάσιους** μαθητές από την Β΄ τάξη και η Γ΄ τάξη έχει **50 λιγότερους** από τους μαθητές της Α΄ τάξης. Αν οι μαθητές των τριών τάξεων είναι 600, να βρείτε πόσους μαθητές έχει η κάθε τάξη.

Τάξη	Μαθητές
Α΄	
Β΄	
Γ΄	
ΣΥΝΟΛΟ	

ΕΞΙΣΩΣΗ:

3. Η Χριστίνα έχει 15 χαρτονομίσματα των πέντε και δέκα ευρώ. Τα χρήματα της έχουν αξία 90 ευρώ. Πόσα χαρτονομίσματα των πέντε και δέκα ευρώ έχει;

	Χαρτονομίσματα	Αξία (€)
5 ευρώ (€5)		
10 ευρώ (€10)		
ΣΥΝΟΛΟ		

ΕΞΙΣΩΣΗ:

ΕΝΟΤΗΤΑ 6: Γεωμετρία Ι: Βασικές Γεωμετρικές Έννοιες

Μέτρηση Μήκους

Δραστηριότητα

1. Να μετρήσετε το μήκος (α) του τετραδίου σας, (β) του θρανίου σας και (γ) της αίθουσας σας χρησιμοποιώντας έναν χάρακα ή μια μετροταινία. Να δώσετε την απάντησή σας σε μονάδες εκατοστόμετρα (cm), μέτρα (m) και χιλιόμετρα (km).

	Εκατοστόμετρα (cm)	Μέτρα (m)	Χιλιόμετρα (km)
Μήκος τετραδίου			
Μήκος θρανίου			
Μήκος αίθουσας			

(α) Ποια είναι η πιο βολική μονάδα για να εκφράσουμε το μήκος αντικειμένων με μικρές διαστάσεις, όπως το μήκος του τετραδίου ή το μήκος του μολυβιού σας;

(β) Ποια είναι η πιο βολική μονάδα για να εκφράσουμε το μήκος ενός δωματίου;

(γ) Ποια είναι η πιο βολική μονάδα για να εκφράσουμε την απόσταση μεταξύ δύο πόλεων;

2. Να βρείτε το **μήκος** του ευθυγράμμου τμήματος AB με μονάδα μέτρησης το ευθύγραμμο τμήμα α .

Να χρησιμοποιήσετε το διαβήτη σας.



ΔΙΑΒΗΤΗΣ

3. Στον πιο κάτω χάρτη:

(α) Να σχηματίσετε το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει τη Λευκωσία με τη Λεμεσό και το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει τη Λεμεσό με την Πάφο.

(β) Να βρείτε το μέσο του ευθυγράμμου τμήματος που ενώνει τη Λεμεσό με Λάρνακα.



Μετατροπή μονάδων μέτρησης

Δραστηριότητες

1. Η απόσταση από τη Λεμεσό στην Πάφο είναι 68000 m. Να την μετατρέψετε σε Km.

2. Ο κύριος Άγγελος έχει μια ζυγαριά ακριβείας στο ζαχαροπλαστείο του. Η ζυγαριά χάλασε και δείχνει τις μετρήσεις μόνο σε κιλά ενώ οι συνταγές του είναι σε γραμμάρια. Να μετατρέψετε τα ακόλουθα υλικά από γραμμάρια σε κιλά για να μπορέσει να φτιάξει την συνταγή:

(α) 1200 γραμμάρια αλεύρι



(β) 200 γραμμάρια ζάχαρη

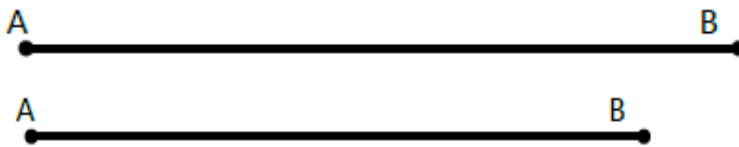
(γ) 90 γραμμάρια σταφίδες

Ευθεία – Ευθύγραμμο Τμήμα**Δραστηριότητες**

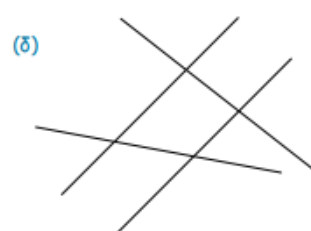
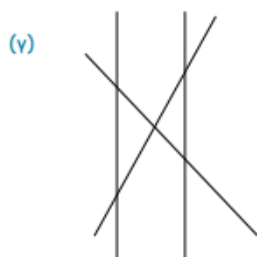
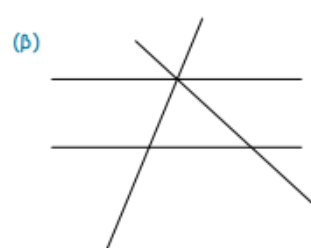
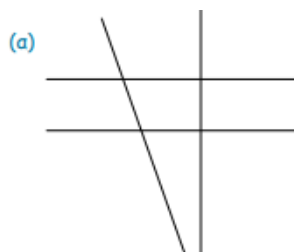
1. Να κατασκευάσετε ευθύγραμμο τμήμα PT ίσο με ευθύγραμμο τμήμα XY .



2. Να τοποθετήσετε με ακρίβεια τα σημεία E και M στα μέσα των ευθύγραμμων τμημάτων AB στις πιο κάτω περιπτώσεις.

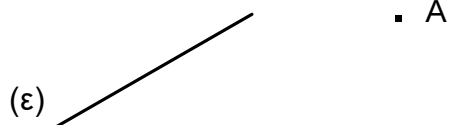
**Παράλληλες και κάθετες ευθείες**

1. Να χρωματίσετε με το ίδιο χρώμα ένα ζευγάρι **παράλληλων ευθειών** σε κάθε περίπτωση.

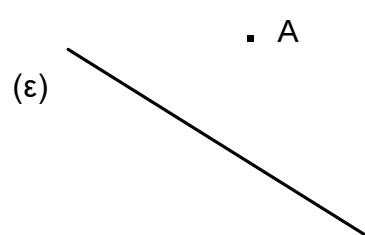


2. Από το σημείο A να φέρετε **κάθετη** στην ευθεία ε σε καθεμιά από τις πιο κάτω περιπτώσεις.

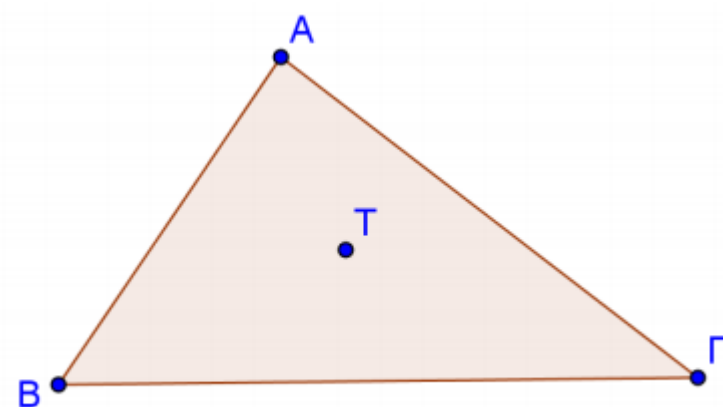
(α)



(β)



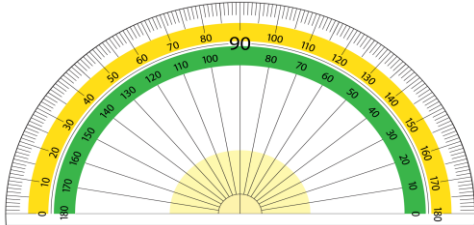
3. Να φέρετε τις **αποστάσεις** του σημείου T από τις πλευρές του τριγώνου ABΓ.



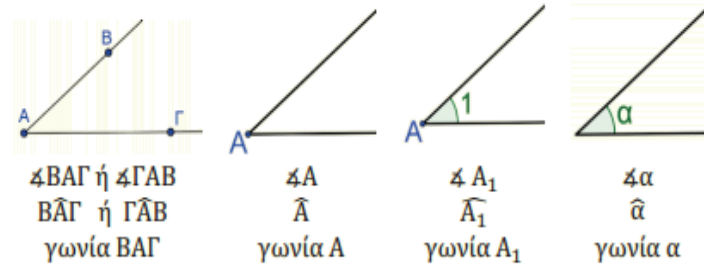
Μέτρηση γωνιών

Μονάδα μέτρησης των γωνιών: **μοίρα** °

Η μέτρηση των γωνιών γίνεται με το **μοιρογνωμόνιο**

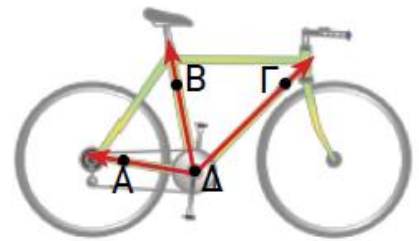


Ο τρόπος συμβολισμού των γωνιών φαίνεται πιο κάτω:

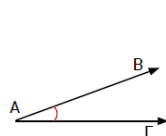


Δραστηριότητες

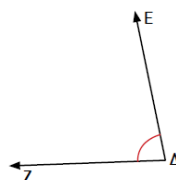
1. Να γράψετε το είδος των γωνιών $\widehat{A\Delta B}$, $\widehat{B\Delta \Gamma}$ και $\widehat{A\Delta \Gamma}$, που σχηματίζονται από τα μέρη του ποδηλάτου στην πιο κάτω εικόνα.



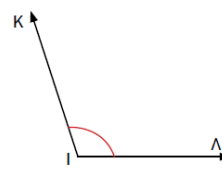
2. Ποια διαφορά υπάρχει μεταξύ της μηδενικής και της πλήρους γωνίας; Πως διακρίνετε τη μηδενική και την πλήρη γωνία σε μία κατασκευή;
3. Να βάλετε σε κύκλο τη σωστή εκτίμηση για το μέτρο των πιο κάτω γωνιών.



- A. 68°
- B. 145°
- Γ. 100°
- Δ. 20°



- A. 175°
- B. 82°
- Γ. 148°
- Δ. 25°



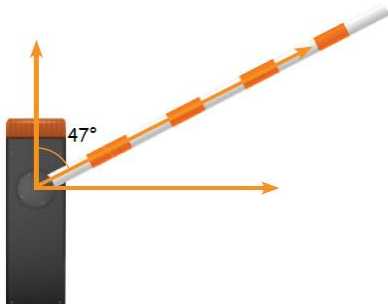
- A. 108°
- B. 180°
- Γ. 50°
- Δ. 87°

4. Να γράψετε το είδος της κάθε γωνίας (μηδενική, ευθεία, ορθή, πλήρης, οξεία, αμβλεία, κυρτή, μη κυρτή) στον πιο κάτω πίνακα.

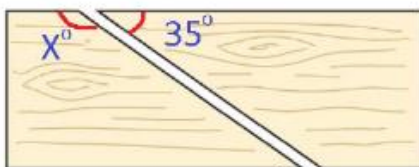
Μέτρο γωνίας	Είδος γωνίας
45°	
190°	
134°	
360°	

Μέτρο γωνίας	Είδος γωνίας
90°	
180°	
0°	
270°	

5. Στην είσοδο ενός χώρου στάθμευσης, η μπάρα σχηματίζει γωνία 47° με τη δοκό όταν ανοίγει.
Να βρείτε πόσες μοίρες πρέπει να κινηθεί η μπάρα, ώστε να βρεθεί σε οριζόντια θέση.



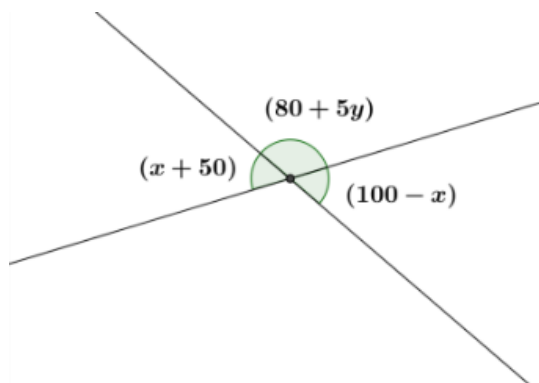
6. Ένας ξυλουργός χρησιμοποιεί δίσκο κοπής με γωνία 35° , για να κόψει ένα σανίδι. Ποιο είναι το μέτρο της γωνίας χ που δημιουργείται από την κοπή;



7. Να συμπληρώσετε τον πιο κάτω πίνακα, όπου είναι δυνατόν:

Γωνία $\hat{A}$	Συμπληρωματική της $\hat{A}$	Παραπληρωματική της $\hat{A}$
42°	$90^\circ - 42^\circ = 48^\circ$	$180^\circ - 42^\circ = 138^\circ$
10°		
27°		
90°		
110°		
210°		
	33°	
		104°
x°		

8. Να υπολογίσετε τις τιμές των x και y στο πιο κάτω σχήμα δικαιολογώντας την απάντησή σας.

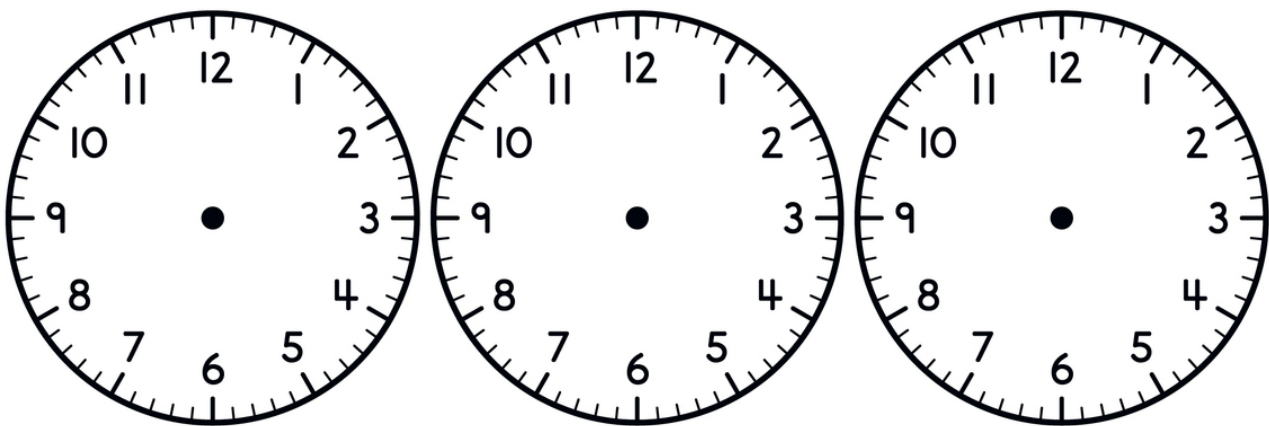


9. Ποια είναι η γωνία που σχηματίζεται μεταξύ του ωροδείκτη και του λεπτοδείκτη σε ένα ρολόι, όταν η ώρα είναι:

(α) 3:00

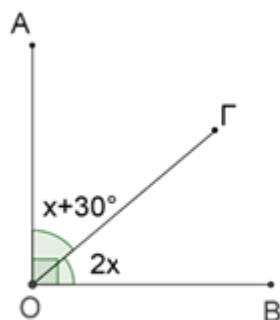
(β) 12:00

(γ) 6:00

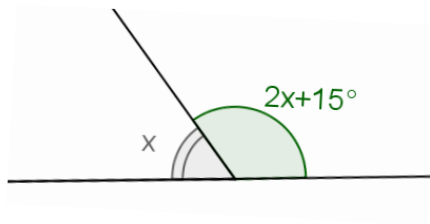


10. Να υπολογίσετε την τιμή του x σε καθεμιά από τις πιο κάτω περιπτώσεις και να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

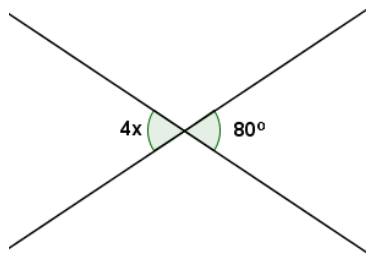
(α)



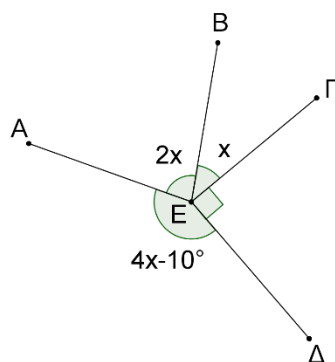
(β)



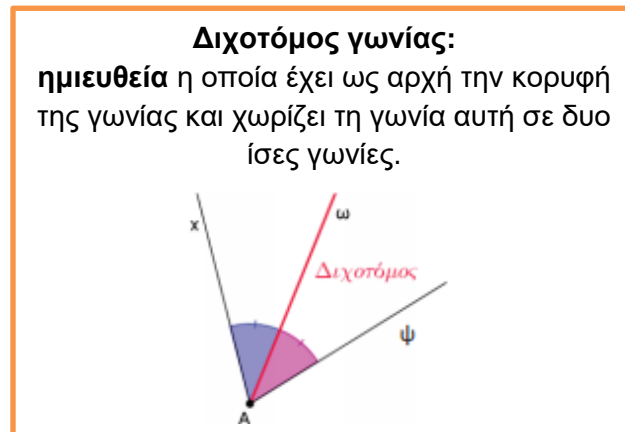
(γ)



(δ)

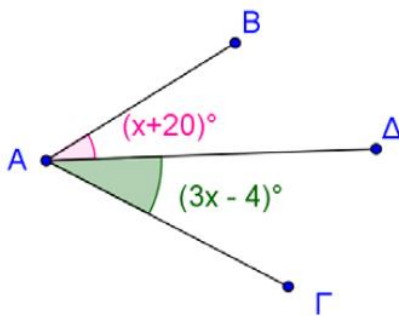


Διχοτόμος Γωνίας

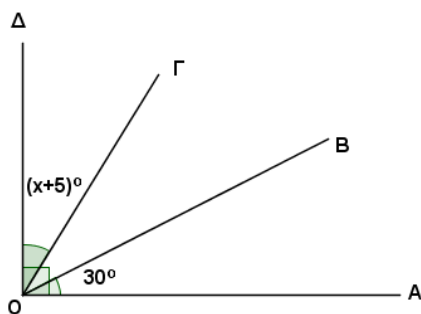


Δραστηριότητες

1. Αν AD είναι η διχοτόμος της $B\hat{A}Γ$ να υπολογίσετε την τιμή του x .



2. Αν $OD \perp OA$ και OG διχοτόμος της $\Delta\hat{O}B$ να υπολογίσετε την τιμή του x .



Βασικά στοιχεία Κύκλου

Δραστηριότητες

1. Να κατασκευάσετε:

(α) κύκλο με κέντρο Κ και ακτίνα 5cm.

(β) κύκλο με διάμετρο 8cm.



2. Να κατασκευάσετε δύο ομόκεντρους κύκλους (κύκλοι που έχουν το ίδιο κέντρο) με ακτίνες 2 cm και 3 cm.

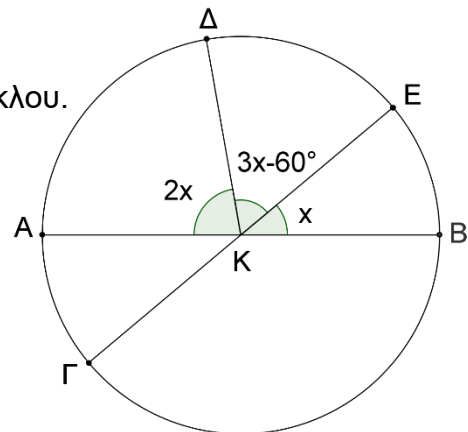
3. Σε κύκλο $(K, 3\text{cm})$ να κατασκευάσετε:

- (α) μια διάμετρο AB
- (β) μια επίκεντρη γωνία
- (γ) δυο ακτίνες KE και KZ
- (δ) μια χορδή $ΕΘ$
- (ε) ένα τόξο BZH

4. Δίνεται κύκλος (K, R) και $AB, ΓΕ$ διάμετροι του κύκλου.

Να υπολογίσετε:

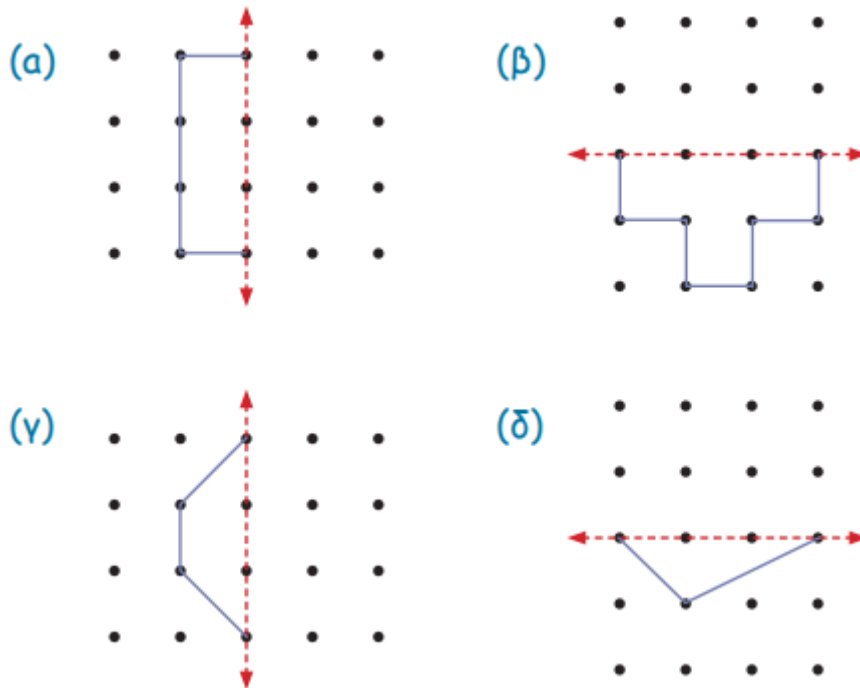
- I. την τιμή του x ,
- II. την επίκεντρη γωνία $\hat{ΔΚΒ}$ και
- III. το μέτρο του τόξου $\Delta\Lambda\Gamma$.



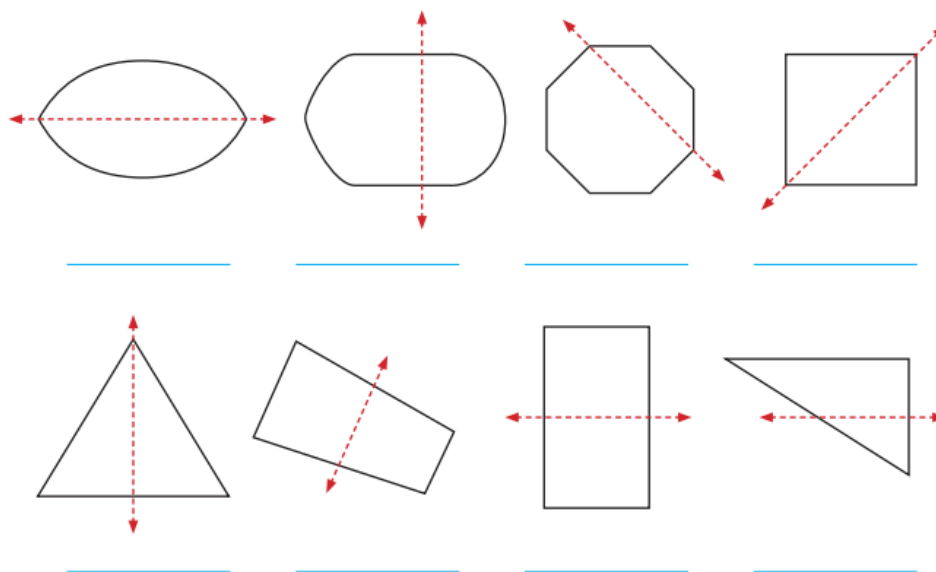
Συμμετρία

Δραστηριότητες

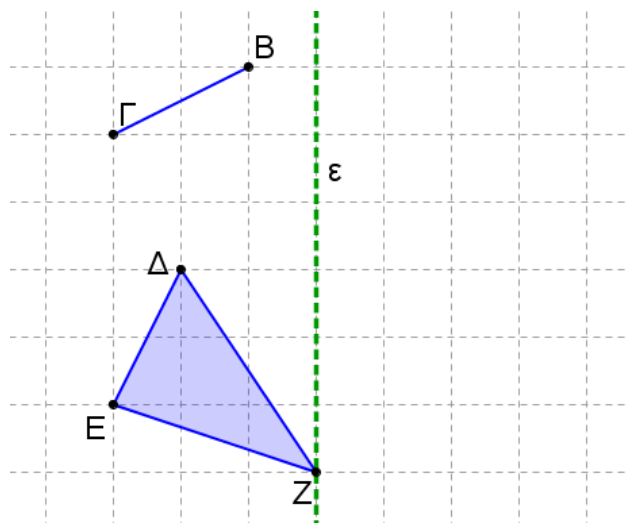
1. Να σχεδιάσετε το συμμετρικό του σχήματος. Ο άξονας συμμετρίας είναι η κόκκινη διακεκομμένη γραμμή.



2. Σε ποια από τα παρακάτω σχήματα η κόκκινη γραμμή είναι ο άξονας συμμετρίας;



3. Να κατασκευάσετε το συμμετρικό των πιο κάτω σχημάτων ως προς την ευθεία ε .



ΕΝΟΤΗΤΑ 7: Γεωμετρία II

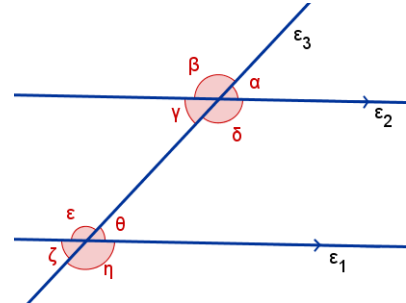
Δραστηριότητες

1. Στο πιο κάτω σχήμα $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2$. Με βάση το σχήμα να γράψετε δύο ζεύγη γωνιών που είναι:

(α) εντός εναλλάξ,

(β) εντός και επί τα αυτά,

(γ) εντός εκτός και επί τα αυτά.

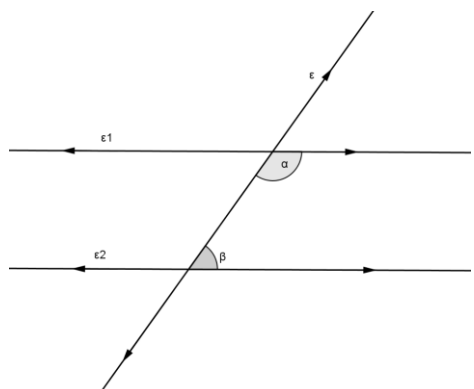
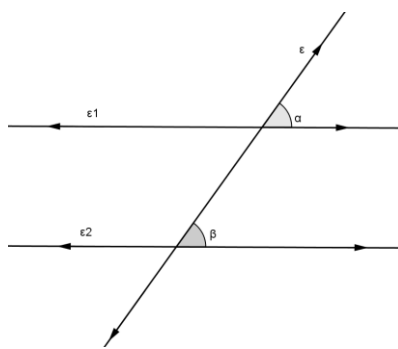
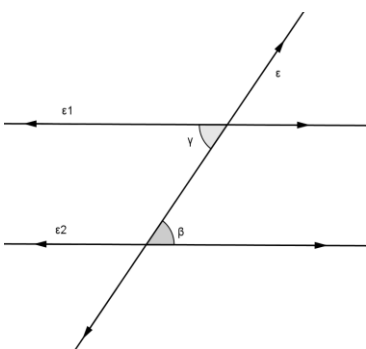


Όταν δύο παράλληλες
ευθείες τέμνονται από
μία τρίτη, τότε:

Οι εντός εναλλάξ
γωνίες είναι ΙΣΕΣ.

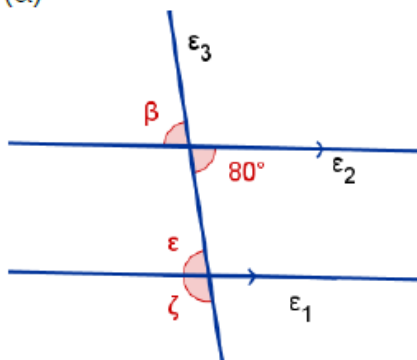
Οι εντός εκτός επί τα
αυτά γωνίες που
σχηματίζονται είναι
ΙΣΕΣ.

Οι εντός και επί τα αυτά
γωνίες που
σχηματίζονται είναι
ΠΑΡΑΠΛΗΡΩΜΑΤΙΚΕΣ.

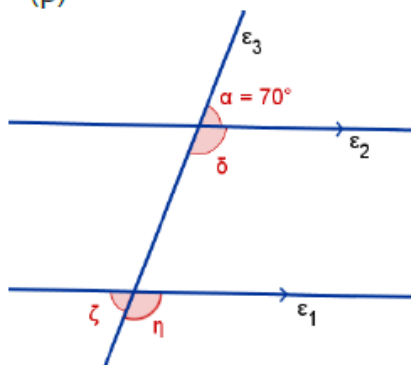


2. Στα πιο κάτω σχήματα $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2$. Να υπολογίσετε τις γωνίες $\beta, \delta, \varepsilon, \zeta, \eta$ δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.

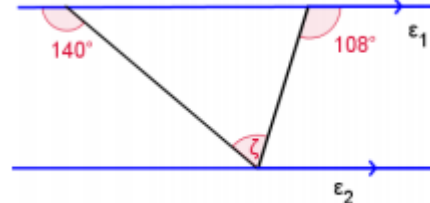
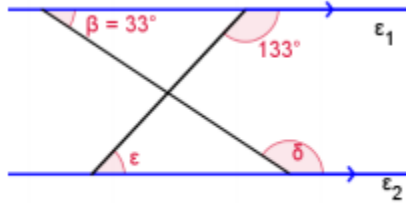
(α)



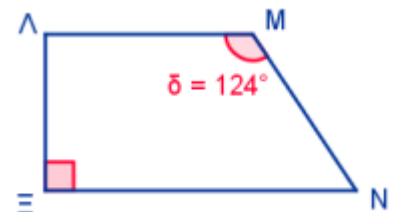
(β)



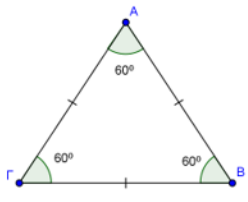
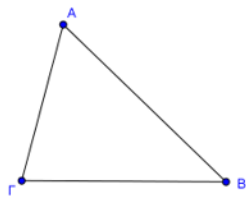
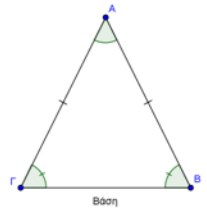
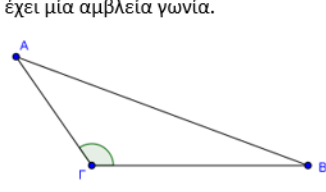
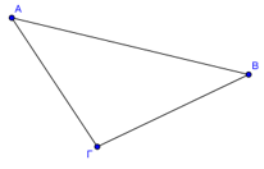
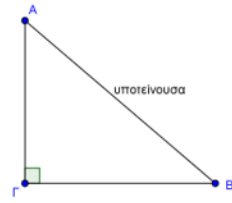
3. Στα πιο κάτω σχήματα $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2$. Να υπολογίσετε τις γωνίες που είναι σημειωμένες σε καθένα από τα πιο κάτω σχήματα.



4. Στο διπλανό τετράπλευρο $ΛΜ \parallel ΞΝ$ και η πλευρά $ΛΞ$ είναι **κάθετη** στην $ΞΝ$. Να υπολογίσετε τις γωνίες $Λ$ και $Ν$ του τετραπλεύρου.



Κύρια Στοιχεία Τριγώνου – Σχέσεις Γωνιών Τριγώνου

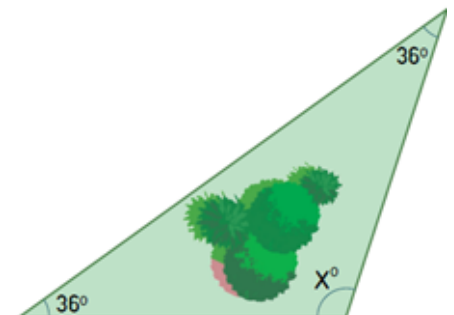
ΕΙΔΗ ΤΡΙΓΩΝΩΝ	
ΩΣ ΠΡΟΣ ΤΙΣ ΠΛΕΥΡΕΣ	ΩΣ ΠΡΟΣ ΤΙΣ ΓΩΝΙΕΣ
✓ Ισόπλευρο: είναι το τρίγωνο που έχει όλες τις πλευρές και όλες τις γωνίες του ίσες. 	✓ Οξυγώνιο: είναι το τρίγωνο που έχει όλες τις γωνίες του οξείες. 
✓ Ισοσκελές: είναι το τρίγωνο που έχει δύο σκέλη ίσα. Οι γωνίες της βάσης ισοσκελούς τριγώνου είναι ίσες. ($\hat{B} = \hat{\Gamma}$) 	✓ Αμβλυγώνιο: είναι το τρίγωνο που έχει μία αμβλεία γωνία. 
✓ Σκαληνό: είναι το τρίγωνο που έχει και τις τρεις πλευρές του άνισες. 	✓ Ορθογώνιο: είναι το τρίγωνο που έχει μία ορθή γωνία. 

1. Ένας χώρος πρασίνου έχει σχήμα τριγωνικό, όπως φαίνεται στην εικόνα.

(α) Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνίας x .

(β) Να χαρακτηρίσετε το είδος του **τριγώνου ως προς τις γωνίες του**.

(γ) Να χαρακτηρίσετε το είδος του **τριγώνου ως προς τις πλευρές του**.



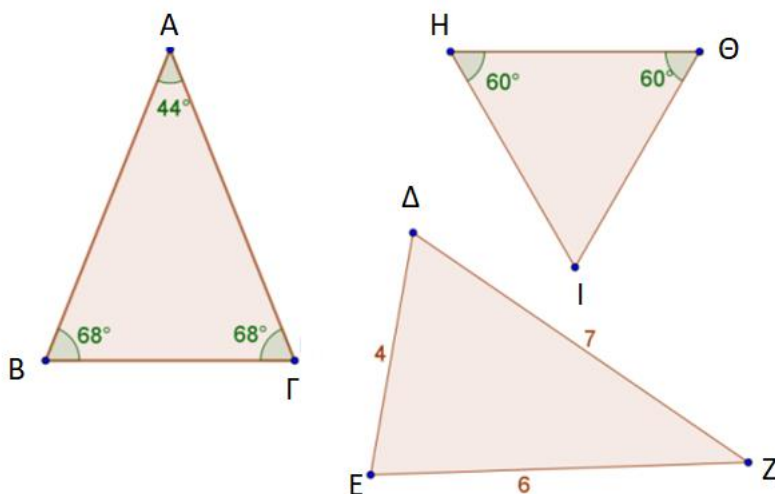
2. Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνίας ψ που σχηματίζεται στην οροφή του κτηρίου, όπως φαίνεται στην διπλανή εικόνα.



3. Η βάση, το κουπί και η υδραυλική μπάρα σε ένα μηχάνημα κωπηλατικής σχηματίζουν τρίγωνο, όπως φαίνεται στην πιο κάτω εικόνα. Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνίας ω .

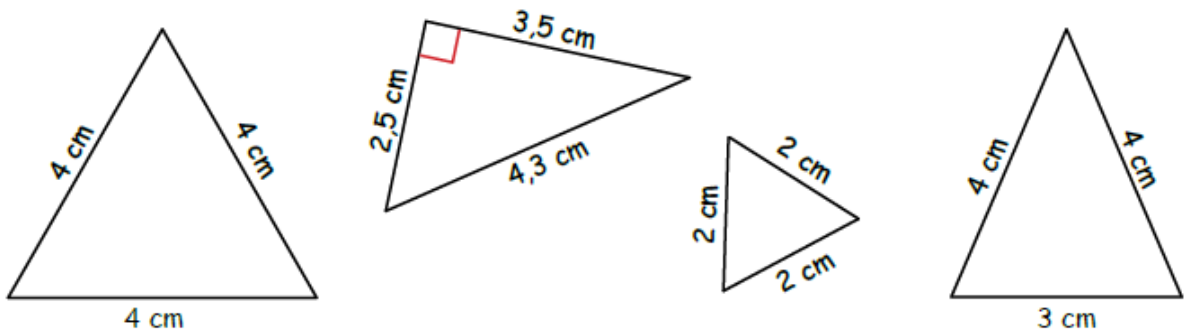


4. Να αναγνωρίσετε ποιο από τα πιο κάτω τρίγωνα είναι **ισοσκελές**, ποιο είναι **ισόπλευρο** και ποιο είναι **σκαληνό**.

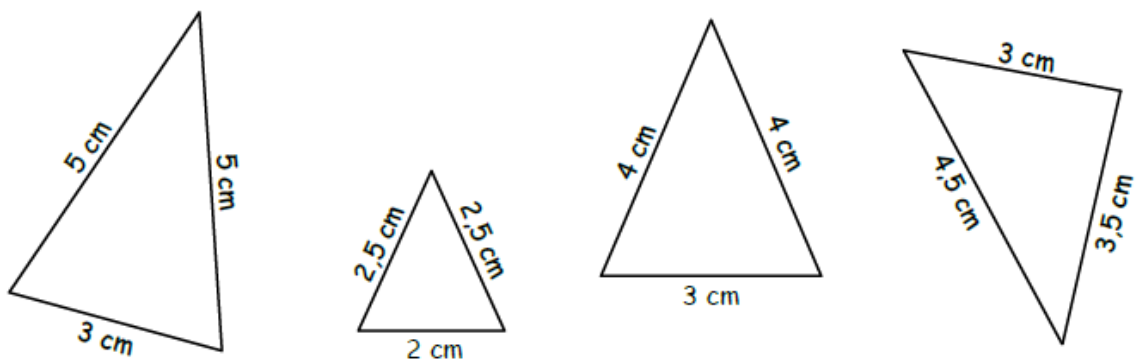


5. Να βρείτε το είδος του τρίγωνο ΑΒΓ ως **προς τις πλευρές** και ως **προς τις γωνίες του**, αν έχει μήκη πλευρών $AB = 6\text{ cm}$, $ΑΓ = 8\text{ cm}$ και $ΒΓ = 10\text{ cm}$.

6. Να βάλετε σε κύκλο τα **ισοσκελή** τρίγωνα:



7. Να βάλετε σε κύκλο τα **ισόπλευρα** τρίγωνα:



ΕΝΟΤΗΤΑ 8: Λόγοι-Αναλογίες

(Α) Λόγοι – Αναλογίες



Δραστηριότητα

Δίνεται μια συνταγή για κέικ γεωγραφίας.

Να γράψετε:

(α) τον **λόγο** της ποσότητας του λαδιού προς την ποσότητα του γάλακτος,

(β) τον **λόγο** της ποσότητας της ζάχαρης προς την ποσότητα του αλευριού,

(γ) τον **λόγο** της ποσότητας του λαδιού προς την ποσότητα της ζάχαρης.



(Β) Ιδιότητες Αναλογιών ($\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta} \Leftrightarrow \alpha \cdot \delta = \beta \cdot \gamma$)

Δραστηριότητες

1. Να χρησιμοποιήσετε τους λόγους $\frac{1}{3}, \frac{2}{5}, \frac{4}{7}, \frac{6}{15}, \frac{8}{14}, \frac{2}{6}, \frac{6}{18}$ για να σχηματίσετε τέσσερις αναλογίες.

2. Δίνεται η αναλογία $\frac{x}{4} = \frac{9}{12}$. Να βρείτε την τιμή του x .
3. Οι διαστάσεις μιας φωτογραφίας είναι 6 cm μήκος και 8 cm πλάτος. Θέλουμε να μεγεθύνουμε τη φωτογραφία, διατηρώντας σταθερό τον λόγο του μήκους προς το πλάτος. Να βρείτε το μήκος της μεγέθυνσης, αν το πλάτος θα είναι 12 cm .
4. Δίνεται η αναλογία $\frac{x}{5} = \frac{x+2}{3}$. Να βρείτε την τιμή του x .

(Γ) Ποσοστά**Δραστηριότητες**

1. Να μετατρέψετε τα πιο κάτω κλάσματα σε **ποσοστά**:

(α) $\frac{2}{5}$

(β) $\frac{3}{8}$

(γ) $\frac{2}{3}$

2. Να βρείτε:

(α) το 30% του 500

(β) το 7% του 1200

(γ) το 15% του 40

ΠΟΣΟΣΤΟ

$$α\% = \frac{α}{100} \text{ και σημαίνει } α \text{ από τα } 100$$

Δραστηριότητες: Προβλήματα ποσοστών

1. Η Μαίρη θέλει να αγοράσει ένα μπλουζάκι αξίας €30 το οποίο έχει έκπτωση 25%. Έχει στο πορτοφόλι της €22. Να εξετάσετε αν είναι αρκετά τα χρήματα που έχει για να αγοράσει το μπλουζάκι.



2. Ο Ανδρέας αμείβεται με €1200 το μήνα. Τον Ιανουάριο πήρε αύξηση και ο μισθός του έγινε €1344. Να βρείτε το ποσοστό αύξησης που πήρε.
3. Έμπορος πούλησε εμπόρευμα με κέρδος 25% πάνω στην αξία του εμπορεύματος και εισέπραξε €37000. Ποια ήταν η αξία του εμπορεύματος;

ΕΝΟΤΗΤΑ 9: Στατιστική-Πιθανότητες

(Α) Βασικές έννοιες στατιστικής

Δραστηριότητα: Κατανόηση των εννοιών του πληθυσμού, της μεταβλητής και του είδους της μεταβλητής

1. Το τμήμα τροχαίας θα διεξάγει μια έρευνα για τα τροχαία δυστυχήματα που σημειώθηκαν το 2017 στον αυτοκινητόδρομο Λευκωσίας-Λεμεσού. Σκοπός της έρευνας είναι να εξετάσει τις πιο κάτω μεταβλητές:



- (α) τον τύπο του οχήματος που έχει εμπλακεί στο δυστύχημα
- (β) τον χρόνο που σημειώθηκε το δυστύχημα
- (γ) την ταχύτητα του οχήματος
- (δ) τον αριθμό των τραυματιών,
- (ε) την κατάσταση της υγείας κάθε τραυματία
- (στ) τους βαθμούς ποινής του οδηγού

Να χαρακτηρίσετε το είδος καθεμιάς από τις μεταβλητές.

2. Να χαρακτηρίσετε τις μεταβλητές, σύμφωνα με το είδος τους.

- (α) Ο αριθμός των μαθητών/τριών ανά τμήμα ενός σχολείου.
- (β) Η απόσταση που διανύει ένα όχημα.
- (γ) Ο χαρακτηρισμός της διαγωγής των μαθητών/τριών.
- (δ) Ο αριθμός απουσιών.
- (ε) Η ποιότητα του περιεχομένου ενός βιβλίου.
- (στ) Η μόρφωση ενός μαθητή/τριας.

(B) Μέθοδοι παρουσίασης στατιστικών δεδομένων**Δραστηριότητες****1. Παρουσίαση στατιστικών δεδομένων σε πίνακα κατανομής συχνοτήτων**

Ο πιο κάτω πίνακας συχνοτήτων παρουσιάζει τον αριθμό των παιδιών 50 οικογενειών μιας κοινότητας της Κύπρου.

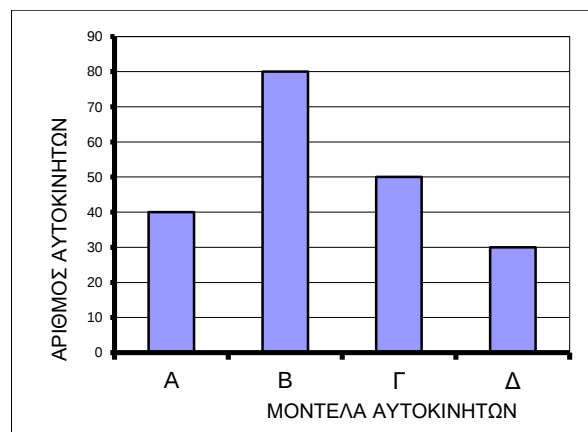
Αριθμός παιδιών	Αριθμός οικογενειών
0	5
1	10
2	15
3	8
4	5
5	4
6	3

Να βρείτε τον αριθμό των οικογενειών που έχουν:

- (α) τουλάχιστον 1 παιδί,
- (β) πάνω από 3 παιδιά,
- (γ) από 3 έως και 5 παιδιά,
- (δ) το πολύ 5 παιδιά,
- (ε) ακριβώς 5 παιδιά.

2. Ερμηνεία ραβδόγραμματος

Στο πιο κάτω ραβδόγραμμα φαίνεται η κατανομή των πωλήσεων, κατά τη διάρκεια ενός έτους, τεσσάρων διαφορετικών μοντέλων αυτοκινήτων Α, Β, Γ και Δ μιας εταιρείας.

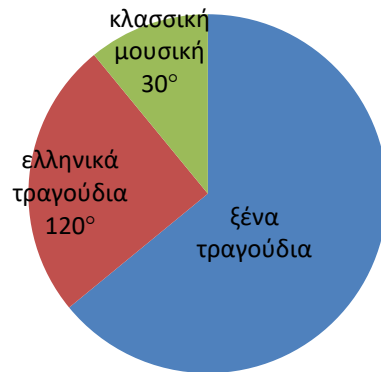


Να βρείτε:

- (α) Πόσα αυτοκίνητα πωλήθηκαν από το μοντέλο Β.
- (β) Ποιο μοντέλο αυτοκινήτου είχε τις λιγότερες πωλήσεις.
- (γ) Πόσα αυτοκίνητα πώλησε συνολικά η εταιρεία.

3. Ερμηνεία ενός κυκλικού διαγράμματος

1. Το πιο κάτω κυκλικό διάγραμμα παρουσιάζει τις πωλήσεις δίσκων ενός καταστήματος την περασμένη εβδομάδα. Αν το κατάστημα πώλησε 600 δίσκους να βρείτε:



(α) Πόσους δίσκους με ελληνικά τραγούδια πώλησε;

(β) Πόσους δίσκους με ξένα τραγούδια πώλησε;

(γ) Πόσο % των πωλήσεων ήταν οι δίσκοι με κλασσική μουσική;

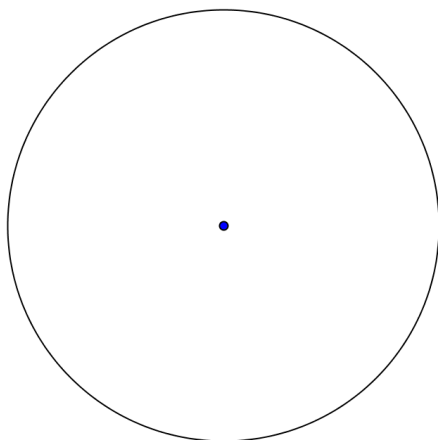
4. Παρουσίαση στατιστικών δεδομένων

1. Το επάγγελμα του πατέρα 20 μαθητών/τριών καταγράφηκε στον πιο κάτω πίνακα:

(α) Να κατασκευάσετε το αντίστοιχο ραβδόγραμμα και το αντίστοιχο κυκλικό διάγραμμα.

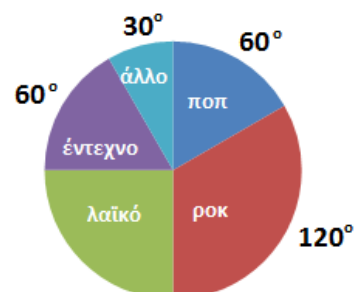
Επάγγελμα πατέρα	Αριθμός ατόμων
Εργάτης	3
Ιδιωτικός υπάλληλος	7
Δημόσιος υπάλληλος	4
Αυτοεργοδοτούμενος	4
Ιερέας	2

(β) Ποια κατηγορία έχει τα περισσότερα άτομα και σε ποιο ποσοστό επί του συνολικού αριθμού των ατόμων;



2. Ο Μουσικός Όμιλος του σχολείου έκανε μια έρευνα για το αγαπημένο είδος μουσικής των μαθητών. Αφού κατέγραψαν την προτίμηση του καθενός από τους 600 μαθητές παρουσίασαν το πιο κάτω κυκλικό διάγραμμα με τις προτιμήσεις τους.

Να κατασκευάσετε τον αντίστοιχο πίνακα συχνοτήτων.



(Γ) Εφαρμογή σε βασικές έννοιες πιθανοτήτων**Δραστηριότητες**

1. Σε ένα κιβώτιο υπάρχουν 16 μπάλες αριθμημένες από το 1 μέχρι το 16. Η Κατερίνα θα επιλέξει μια μπάλα στην τύχη από το κιβώτιο. Να υπολογίσετε την πιθανότητα:

A: Ο αριθμός στην μπάλα να είναι ζυγός.

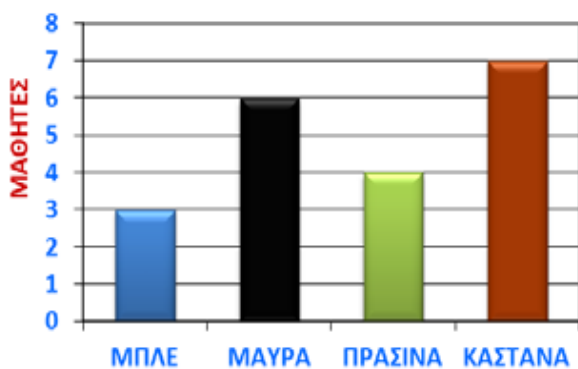
B: Ο αριθμός στην μπάλα να είναι πολλαπλάσιο του 4.

Γ: Ο αριθμός στην μπάλα να διαιρείται με το 5.

Δ: Ο αριθμός στην μπάλα να είναι μικρότερος του 12.

Ε: Ο αριθμός στην μπάλα να είναι μεγαλύτερος του 17.

2. Οι μαθητές ενός τμήματος έκαναν μια έρευνα για το χρώμα των ματιών κάθε μαθητή του τμήματός τους. Τα αποτελέσματα της έρευνας παρουσιάζονται στο πιο κάτω ραβδόγραμμα.



(α) Να υπολογίσετε πόσους μαθητές έχει το τμήμα.

(β) Πόσοι μαθητές του τμήματος δεν έχουν μαύρα μάτια;

(γ) Επιλέγουμε στη τύχη έναν μαθητή πιο πάνω τμήματος. Να υπολογίσετε την πιθανότητα:

- (i) ο μαθητής να έχει μπλε μάτια,
- (ii) ο μαθητής να μην έχει καστανά μάτια,
- (iii) ο μαθητής να έχει μπλε ή πράσινα μάτια.

3. Μια τάξη έχει 10 αγόρια και άγνωστο αριθμό κοριτσιών. Να βρείτε πόσα είναι τα κορίτσια, αν γνωρίζουμε ότι επιλέγοντας ένα άτομο, η πιθανότητα να είναι κορίτσι είναι ίση με $\frac{2}{3}$.

