

Σχολική Χρονιά 2024-25

## ΣΕΜΙΝΑΡΙΑ ΕΜΕ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΣΕΠ-2024

ΛΑΘΗ ΜΑΘΗΤΩΝ-ΤΡΙΩΝ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

**Εννοιολογική και Διαδικαστική κατανόηση**

[chchatzichristou@schools.ac.cy](mailto:chchatzichristou@schools.ac.cy)

# Σημεία παρουσίασης

- **Εννοιολογική και Διαδικαστική κατανόησης**

- Ερμηνεία λαθών των μαθητών/τριών

μέσα από την Εννοιολογική και τη Διαδικαστική κατανόηση και την

- Στατιστική ανάλυση του Διαγράμματος: Σχέση μαθητή-άσκησης (itemmap) Student–item map

- Η σημασία του πίνακα προδιαγραφών

# Εννοιολογική και Διαδικαστική κατανόηση

**Η εννοιολογική ή συσχετιστική κατανόηση** είναι πλούσια σε διασυνδέσεις, είναι «ένα δίκτυο εννοιών» και αποτελεί μια διαδικασία αναζήτησης νοήματος όπου οι γενικεύσεις (σχέσεις εννοιών) έχουν πρωτεύοντα ρόλο.

Η **εννοιολογική κατανόηση** αποτελείται από εκείνες τις σχέσεις που δομούνται εσωτερικά και συνδέονται με ήδη υπάρχουσες ιδέες. Περιλαμβάνει την κατανόηση μαθηματικών ιδεών και διαδικασιών και τη γνώση βασικών αριθμητικών γεγονότων. Οι μαθητές χρησιμοποιούν την εννοιολογική κατανόηση των μαθηματικών όταν εντοπίζουν και εφαρμόζουν προτάσεις και θεωρήματα, γνωρίζουν και εφαρμόζουν δεδομένα και ορισμούς και συγκρίνουν και αντιπαραβάλλουν σχετικές έννοιες.

**Η Εργαλειακή ή Διαδικαστική κατανόηση** είναι η γνώση της τυπικής γλώσσας των μαθηματικών και των αλγορίθμων.

Η **διαδικαστική ευχέρεια** είναι η ικανότητα εκτέλεσης διαδικασιών με ευελιξία, ακρίβεια, αποτελεσματικότητα και καταλληλότητα. Περιλαμβάνει, αλλά **δεν** περιορίζεται σε, αλγόριθμους (τις ρουτίνες βήμα προς βήμα που απαιτούνται για την εκτέλεση αριθμητικών πράξεων).

## Αναφορές

New York State Education Department. (2005). *Learning standards for mathematics*

Hiebert, J. (1986). Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum. Skemp R. (1996).

Εννοιολογική κατανόηση και εργαλειακή κατανόηση. Ευκλείδης Γ', 46, 17-35.

# Τι είναι έννοιες και τι διαδικασίες

## Η γνώση των διαδικασιών ονομάζεται Διαδικαστική Γνώση

- Διαδικασίες:
  - Η γνώση του «πώς»
  - Η γνώση των βημάτων που απαιτούνται για την επίτευξη διαφόρων στόχων
  - Αλγόριθμοι-μια προκαθορισμένη ακολουθία ενεργειών που θα οδηγήσουν στη ορθή απάντηση όταν εκτελούνται σωστά
  - Πιθανές ενέργειες που πρέπει να εκτελεστούν κατάλληλα για την επίλυση ενός συγκεκριμένου προβλήματος ( π.χ. βήματα επίλυσης εξισώσεων)
  - ...

### Σημαντικές αναφορές:

«Η σαφώς διαδοχική φύση των διαδικασιών τις ξεχωρίζει από άλλες μορφές γνώσης» (Hiebert & LeFevre, 1986).

« ορισμένοι εκπαιδευτικοί μαθηματικών προχωρούν σε υπεραπλουστεύσεις και επιπόλαια ή αθέλητα εξισώνουν τις γνώσεις που απομνημονεύονται με τις διαδικαστικές» (Baroodyetal., 2007)

Οι ερευνητές των μαθηματικών συνήθων καθορίζουν τις **διαδικαστικές γνώσεις** ως διαδικαστικές ή «**βήμα προς βήμα**» οδηγίες για το **πώς** να ολοκληρωθούν εργασίες (Hiebert & Lefevre, 1986).

# Συνέχεια...

## Η γνώση των εννοιών αναφέρεται συχνά ως εννοιολογική γνώση

(Canobi, 2009)

• Έννοιες :

- Αυτός ο τύπος γνώσης αποκαλείται και εννοιολογική γνώση βασισμένη σε «αρχές» (Kilpatrick, Swafford, και Findell (2001).
- Η εννοιολογική γνώση είναι πλούσια σε διασυνδέσεις , γνώσεις, γεγονότα , πληροφορίες ... (Hiebert και LeFevre , 1986),
- **Η έρευνα έδειξε: (1) ότι η εννοιολογική γνώση των αρχάριων είναι συχνά κατακερματισμένη και πρέπει να ενσωματωθεί κατά τη διάρκεια της μάθησης και (2) οι εννοιολογικές γνώσεις των μη αρχάριων συνεχίζουν να επεκτείνονται και να οργανώνονται»** (Baroody, Feil, και Johnson, 2007).

# Πίνακας 1: Πίνακας Προδιαγραφών εξεταστικού δοκιμίου Γ' Γυμνασίου

Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ (4-ΩΡΟ) 2023-2024	Ενδεικτική Ημερομηνία	Ενδεικτικός Προγραμματισμός Σχολικής Μονάδας	Μονάδες	Α' Μέρος	Β' Μέρος	A1	A2	A3	A4	A5	A6	B1	B2	B3
						10	10	10	10	10	10	10	15	15
ΠΕΡΙΟΔΟΙ														
<b>1. ΑΞΙΟΣΗΜΕΙΩΤΕΣ ΤΑΥΤΟΤΗΤΕΣ (Ενότητα 1)</b>	12	9	12.9											
§ Αξιοσημείωτες ταυτότητες $(\alpha \pm \beta)^2$		6							Γ-Κ		ΑΣ			
§ Αξιοσημείωτη ταυτότητα $(\alpha + \beta)(\alpha - \beta)$		3							Γ-Κ					
<b>2. ΠΑΡΑΓΟΝΤΟΠΟΙΗΣΗ - ΡΗΤΕΣ ΑΛΓΕΒΡΙΚΕΣ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΙΣ (Ενότητα 2)</b>	36	28	40.0											
§ Εισαγωγή στην παραγοντοποίηση πολυωνύμων		2				Γ				Κ				
§ Μέθοδοι παραγοντοποίησης (κοινός παράγοντας – ομαδοποίηση)		5				Γ			Κ	Κ				
§ Μέθοδοι παραγοντοποίησης (διαφορά δύο τετραγώνων)		2				Γ							Ε	
§ Μέθοδοι παραγοντοποίησης (τριώνυμο – τέλειο τετράγωνο)		4				Γ								
§ Εξισώσεις δεύτερου και ανώτερου βαθμού		2											Ε	
§ Ρητές αλγεβρικές παραστάσεις		3								Ε			Ε	
§ Πολλαπλασιασμός – Διαίρεση ρητών αλγεβρικών παραστάσεων		4											Ε	
§ Πρόσθεση – Αφαίρεση ρητών αλγεβρικών παραστάσεων		6								Ε			Ε	
<b>3. ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ (Ενότητα 3)</b>	14	11	15.7											
§ Ισότητα τριγώνων		1												
§ Κριτήρια ισότητας τριγώνων		7					Κ							
§ Κριτήρια ισότητας ορθογώνιων τριγώνων		3												ΑΣ
<b>5. ΕΥΘΕΙΑ – ΓΡΑΜΜΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ (Ενότητα 5)</b>	17	11	15.7											
§ Απόσταση δύο σημείων, μέσο ευθύγραμμου τμήματος		3												Ε
§ Σχετικές θέσεις δύο ευθειών		4						Γ						Ε
§ Αλγεβρική επίλυση γραμμικού συστήματος δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους (επίλυση συστήματος με τη μέθοδο των αντίθετων συντελεστών και με τη μέθοδο της αντικατάστασης)		4						Ε						
<b>7. ΣΤΕΡΕΟΜΕΤΡΙΑ (Ενότητα 7)</b>	15	11	15.7											
§ Ευθείες και επίπεδα στο χώρο-μέτρηση χώρου		2												
§ Εμβαδόν και όγκος ορθού πρίσματος		4									Ε-ΑΣ			
§ Εμβαδόν και όγκος κυλίνδρου		2										Κ		
§ Εμβαδόν και όγκος κώνου		3										Κ		
<b>ΣΥΝΟΛΟ ΠΕΡΙΟΔΩΝ Β' ΤΕΤΡΑΜΗΝΟΥ</b>	<b>94</b>	<b>70</b>	100.0											
						A1	A2	A3	A4	A5	A6	B1	B2	B3

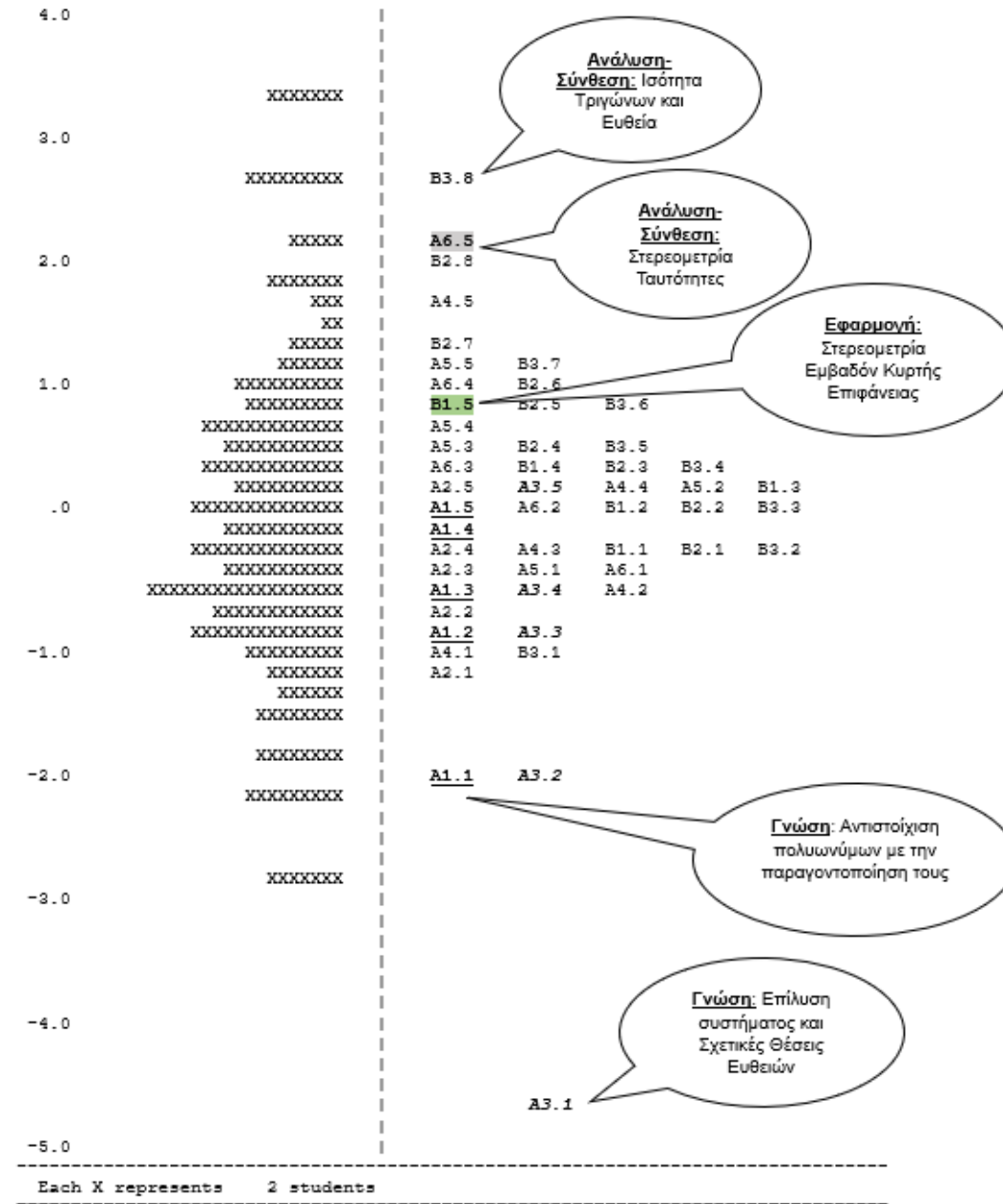
BLOOM	A	B	Σύνολο
Γ	20		20
Κ	20	10	30
Ε	17	27	44
ΑΣ	3	3	6
<b>Σύνολο</b>	<b>60</b>	<b>40</b>	<b>100</b>

# Ανάλυση του Διαγράμματος Student-item map

## ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 1: Σχέση μαθητή-άσκησης (itemmap)

### Εξεταστικό δοκίμιο απόλυσης Γ΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Σχολική χρονιά 2023-24



## Πίνακας 4: Τα στατιστικά των 9 έργων του δοκιμίου

### Partial Credit Analysis

Item Fit

7/ 7/24 11:13

all on all (N = 519 L = 9 Probability Level= .50)

INFIT

MNSQ	.63	.71	.83	1.00	1.20	1.40	1.60
1 A1	.	.	.		.	.	*
2 A2	.	.	±		.	.	.
3 A3	.	.	.	±	.	.	.
4 A4	.	±	.		.	.	.
5 A5	.	.	.	±	.	.	.
6 A6	.	.	.		±	.	.
7 B1	.	.	.		±	.	.
8 B2	.	.	.	±	.	.	.
9 B3	.	±	.		.	.	.



# Άσκηση: Κλειστού τύπου αντιστοίχισης – Διαδικαστικής Κατανόησης

A1. Να αντιστοιχίσετε κάθε μία παράσταση της στήλης Α, με την αντίστοιχη ορθή απάντηση της στήλης Β. Στη συνέχεια, να συμπληρώσετε τις απαντήσεις σας στον Πίνακα 1 που ακολουθεί.

Στήλη Α	Στήλη Β
(α) $x^2 - 1$	(i) $(x - 1)^2$
(β) $x^2 - x$	(ii) Δεν παραγοντοποιείται
(γ) $x^2 - 4x + 3$	(iii) $(x + 3)(x - 1)$
(δ) $x^2 + 1$	(iv) $x(x - 1)$
(ε) $x^2 - 2x + 1$	(v) $(x - 3)(x - 1)$
	(vi) $(x - 1)(x + 1)$
	(vii) $(x - 3)(x + 1)$

ΠΙΝΑΚΑΣ 1				
(α)	(β)	(γ)	(δ)	(ε)

## Χαρακτηριστικά:

### Θετικά

Χαρακτηρίζεται ως άσκηση εντός των ικανοτήτων των μαθητών/τριων (διάγραμμα 1).

### Αρνητικά

- Απαιτούσε τη δεξιότητα **ανάδρομης πορείας σκέψης**, διαφορετική από τις υπόλοιπες που ίσως δεν ήταν εξοικειωμένοι οι μαθητές
- Εμπεριέχει το **ενδεχόμενο τύχης**.

# Άσκηση: Κλειστού τύπου σωστού/λάθους- Διαδικαστικής Κατανόησης

A3. (α) Να χαρακτηρίσετε με ΟΡΘΟ ή ΛΑΘΟΣ τις πιο κάτω προτάσεις, βάζοντας σε κύκλο την ορθή απάντηση.

(i) Το ζεύγος $(x, y) = (-2, 10)$ είναι η λύση του συστήματος: $x + y = -8$ $2x - y = 2$	ΟΡΘΟ / ΛΑΘΟΣ
(ii) Οι ευθείες $\varepsilon_1: 5x + y = 3$ και $\varepsilon_2: 10x + 2y = 6$ ταυτίζονται.	ΟΡΘΟ / ΛΑΘΟΣ
(iii) Αν οι κλίσεις δύο ευθειών είναι ίσες, τότε οι ευθείες τέμνονται.	ΟΡΘΟ / ΛΑΘΟΣ
(iv) Οι ευθείες $\varepsilon_3: y = x + 4$ και $\varepsilon_4: y = -x - 2$ είναι κάθετες μεταξύ τους.	ΟΡΘΟ / ΛΑΘΟΣ
(v) Η ευθεία $\varepsilon_5: y = (\alpha + 2)x + 4$ είναι παράλληλη με την ευθεία $\varepsilon_6: y = 5x - 2$ , αν $\alpha = 3$ .	ΟΡΘΟ / ΛΑΘΟΣ

(5 μονάδες)

(β) Να λύσετε το σύστημα:

$$\begin{aligned}x + y &= -8 \\ 2x - y &= 2\end{aligned}$$

(5 μονάδες)

## Χαρακτηριστικά

**Θετικά**

Έλεγχος για Εσωτερική εγκυρότητα

## Παράδειγμα

Η ερώτηση α(ι) και (β)

**Αρνητικά**

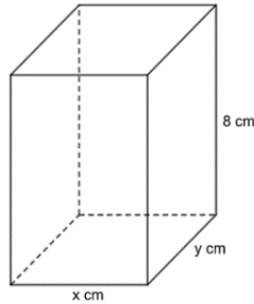
**Μη αλγοριθμική κατανόηση** που θα οδηγήσουν στη ορθή απάντηση όταν εκτελούνται σωστά, αλλά και εννοιολογική ότι το άθροισμα αντιθέτων συντελεστών είναι μηδέν.

## Παράδειγμα

A3β στο σύστημα εξισώσεων, οι συντελεστές της μεταβλητής  $y$  ήταν αντίθετοι αριθμοί δεν αναγνώριζαν το συντελεστή  $\pm 1$  και μηχανικά πολλαπλασίαζαν ώστε να εμφανιστούν αντίθετοι συντελεστές ή απάλειφαν τον άγνωστο  $x$ .

# Άσκηση: Ανοικτού τύπου – Διαδικαστικής και Εννοιολογικής Κατανόησης (Ανάλυση – Σύνθεση)

A6. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο με διαστάσεις βάσης  $x$  cm,  $y$  cm και ύψος  $v = 8$  cm.



- (α) Να υπολογίσετε το εμβαδόν της βάσης του, αν ο όγκος του ορθογωνίου παραλληλεπίπεδου είναι  $V = 120 \text{ cm}^3$ .
- (β) Να δείξετε ότι  $x + y = 8$ , αν η περίμετρος της βάσης του είναι  $16 \text{ cm}$ .
- (γ) Να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης  $x^2 + y^2$ , με τη χρήση ταυτότητας.

## Χαρακτηριστικά

### Θετικά

- Χαρακτηρίζεται ως άσκηση εντός των ικανοτήτων των μαθητών/τριων
- Συνδέει δύο έννοιες Γεωμετρίας – Άλγεβρας ως σύνθετη άσκηση

### Αρνητικά

### Μη κατανόηση έννοιας όγκου ως εμβαδόν βάσης $\times$ ύψος

Αδυναμία να υπολογίσουν το εμβαδόν της βάσης του, να δείξουν ότι η περίμετρος της βάσης ισούται με  $16 \text{ cm}$  και στη συνέχεια να συνθέσουν τα πιο πάνω αποτελέσματα για να υπολογίσουν την παράσταση  $x^2 + y^2$ .

Το τρίτο ερώτημα απαιτούσε **υψηλότερη ικανότητα** ανάλυσης σύνθεσης και γι' αυτό κατατάσσεται ψηλά σε δυσκολία, Διάγραμμα 1 (A6.5).

# Ερώτημα α):

**Διαδικαστικής / Αλγοριθμικής Κατανόησης**

**A' τρόπος**

$$V = \alpha \cdot \beta \cdot \gamma = 120$$

$$x \cdot y \cdot 8 = 120$$

$$\Rightarrow x \cdot y = 1208$$

$$\Rightarrow x \cdot y = 15$$

$$\Rightarrow E\beta = x \cdot y = 15 \text{ cm}^2$$

/

**Εννοιολογική κατανόηση**

**B' τρόπος**

$$V = E\beta \cdot \nu$$

$$E\beta \cdot 8 = 120$$

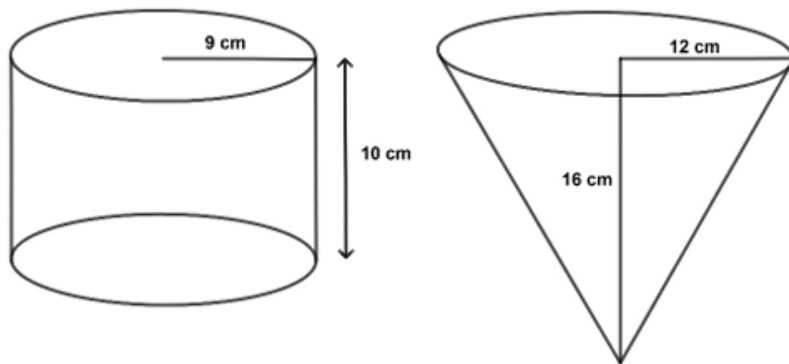
$$E\beta = 1208$$

$$E\beta = 15 \text{ cm}^2$$

# Άσκηση: Ανοικτού τύπου -Διαδικαστικής Κατανόησης (Ανάλυση – Σύνθεση)

**B1.** Σε μια παγωταρία πωλούνται δύο διαφορετικές συσκευασίες παγωτού. Η μία είναι σε σχήμα κυλίνδρου, με ακτίνα βάσης  $9\text{ cm}$  και ύψος  $10\text{ cm}$  και η άλλη είναι σε σχήμα κώνου, με ακτίνα βάσης  $12\text{ cm}$  και ύψος  $16\text{ cm}$ , όπως φαίνεται στο πιο κάτω σχήμα.

Αν καλυφθεί πλήρως η κυρτή επιφάνεια του κυλίνδρου και του κώνου με χάρτινη ετικέτα, αμελητέου πάχους, να εξετάσετε σε ποια συσκευασία θα χρησιμοποιηθεί το λιγότερο χαρτί. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας. (10 μονάδες)



## Χαρακτηριστικά

### Θετικά

- Χαρακτηρίζεται ως άσκηση εντός των ικανοτήτων των μαθητών/τριων

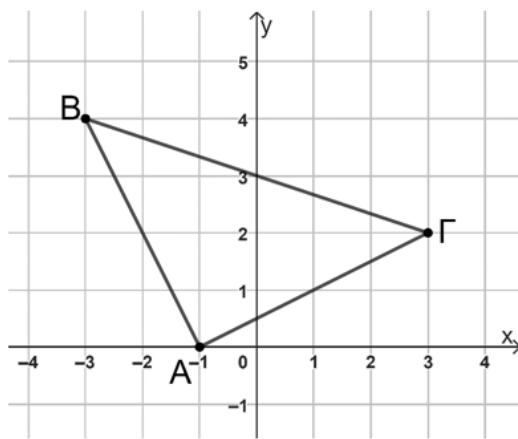
### Αρνητικά

#### Παρανόηση Εμβαδού Κυρτής Επιφάνειας

- Τα πιο συχνά λάθη ήταν η χρήση του ολικού εμβαδού αντί του εμβαδού κυρτής, η χρήση του τύπου του όγκου ή και η χρήση μη ορθών τύπων.

# Άσκηση: Ανοικτού τύπου –Σύνθετης Κατανόησης (Ανάλυση –Σύνθεση)

**B3.** (α) Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $AB = A\Gamma$ ) όπως φαίνεται στο πιο κάτω σχήμα.



(i) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο  $AB\Gamma$  είναι ορθογώνιο.

(ii) Να υπολογίσετε τις συντεταγμένες του μέσου  $M$  της πλευράς  $B\Gamma$ .

(iii) Αν  $M(0,3)$ , να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ( $\varepsilon$ ) που περνά από το σημείο  $M$  και είναι παράλληλη με την πλευρά  $A\Gamma$ .

(iv) Να αποδείξετε ότι  $B\Gamma = 2\sqrt{10}$  μονάδες.

(β) Να εξετάσετε αν το πιο πάνω τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $\hat{A} = 90^\circ$ ) είναι ίσο με ορθογώνιο ισοσκελές τρίγωνο  $\Delta EZ$ , με  $\hat{E} = 90^\circ$  και  $\Delta Z = B\Gamma = 2\sqrt{10}$ . Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

## Διαδικαστική κατανόηση

Για παράδειγμα B3(α i): Α' τρόπος:

$$A(-1,0) \quad B(-3,4) \quad \Gamma(3,2)$$

$$\lambda_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{4 - 0}{-3 - (-1)} = \frac{4}{-2} = -2$$

$$\lambda_{A\Gamma} = \frac{y_\Gamma - y_A}{x_\Gamma - x_A} = \frac{2 - 0}{3 - (-1)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

Για να είναι ορθογώνιο πρέπει

$$\lambda_{AB} \cdot \lambda_{A\Gamma} = -1$$

$$\Leftrightarrow (-2) \cdot \frac{1}{2} = -1$$

$\Leftrightarrow AB\Gamma$  ορθογώνιο τρίγωνο

# Διαδικαστική-Εννοιολογική κατανόηση

Β' Τρόπος Β3(α i):

$$A(-1,0) \quad B(-3,4) \quad \Gamma(3,2)$$

$$\begin{aligned} (B\Gamma) &= \sqrt{(x_{\Gamma}-x_B)^2 + (y_{\Gamma}-y_B)^2} = \sqrt{(2-4)^2 + (3+3)^2} = \sqrt{2^2 + 6^2} \\ &= \sqrt{40} = 2\sqrt{10} \text{ μονάδες.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} AB = A\Gamma &= \sqrt{(x_B-x_A)^2 + (y_B-y_A)^2} = \sqrt{(-3+1)^2 + (4-0)^2} = \sqrt{(-2)^2+4^2} \\ &= \sqrt{20} = 2\sqrt{5} \text{ μονάδες.} \end{aligned}$$

Άρα, ισχύει  $(B\Gamma)^2 = (AB)^2 + (A\Gamma)^2$ . Επομένως, σύμφωνα με το **αντίστροφο του Πυθαγορείου Θεωρήματος** το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο.

# Διαδικαστική κατανόηση

Α' τρόπος Β3(β) :

Συγκρίνω τα τρίγωνα  $AB\Gamma$  και  $\Delta EZ$  τα όποια έχουν:

$$(i) \hat{A} = \hat{E} = 90^\circ \text{ (Τα τρίγωνα } AB\Gamma \text{ και } \Delta EZ \text{ είναι ορθογώνια)} \quad (O)$$

$$(ii) \Delta Z = B\Gamma = 2\sqrt{10} \text{ μονάδες (δεδομένο)} \quad (II)$$

$$(iii) \hat{B} = 45^\circ, \hat{\Gamma} = 45^\circ \text{ ή } \hat{\Delta} = 45^\circ, \hat{Z} = 45^\circ \text{ (άθροισμα γωνιών τριγώνου, } AB\Gamma \text{ και } \Delta EZ \text{ ισοσκελή τρίγωνα)} \quad (I)$$

Άρα, τα ορθογώνια τρίγωνα είναι ίσα γιατί η υποτείνουσα και η μία οξεία γωνία του ενός τριγώνου είναι αντίστοιχα ίσες με την υποτείνουσα και την αντίστοιχη οξεία γωνία του άλλου τριγώνου ( $\Pi - \Gamma - O$ ).



# Εννοιολογική και Διαδικαστική κατανόηση

• Β' τρόπος Β3(β):

- Συγκρίνω τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΔΕΖ τα όποια έχουν:

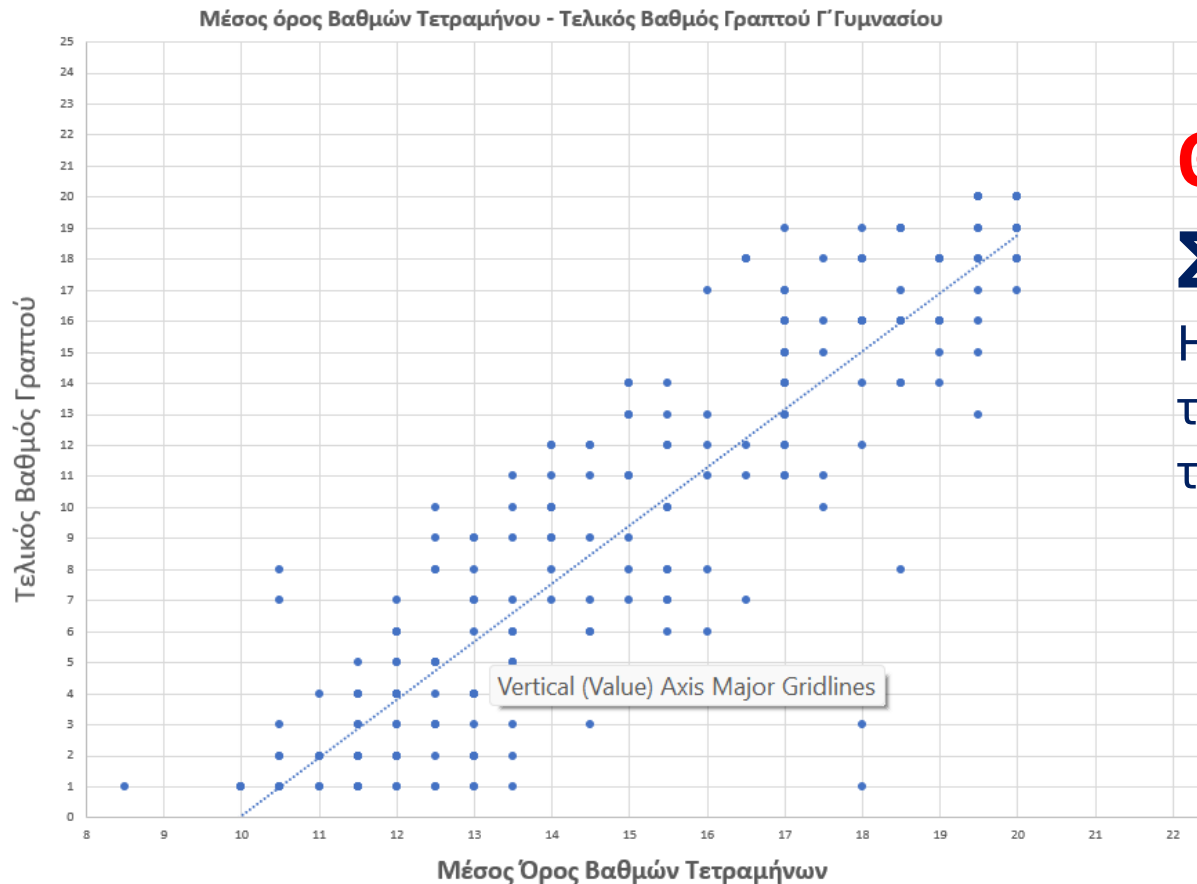
$$(i) \hat{B} = \hat{Z} = 45^\circ, \quad (\text{άθροισμα γωνιών ισοσκελών τριγώνων}) \quad (\Gamma)$$

$$(ii) \hat{\Gamma} = \hat{\Delta} = 45, \quad (\text{άθροισμα γωνιών ισοσκελών τριγώνων}) \quad (\Gamma)$$

$$(iii) \Delta Z = \text{ΒΓ} = 2\sqrt{10} \text{ μονάδες} \quad (\text{δεδομένο}) \quad (\Pi)$$

- Άρα, τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΔΕΖ είναι ίσα γιατί έχουν μια ίση πλευρά και τις προσκείμενες σε αυτή γωνίες σε κάθε τρίγωνο αντίστοιχα ίσες.  $(\Gamma - \Pi - \Gamma)$ .

# Συσχέτιση μεταξύ του μέσου όρου των βαθμών των δυο Τετραμήνων (οριζόντιος άξονας) και του βαθμού της τελικής εξέτασης (κατακόρυφος άξονας)



**Θετική και ισχυρή ( $r = 0.89$ )**

**Συμπέρασμα:**

Η αξιολόγηση των μαθητών/τριων των βαθμών των τετραμήνων είχε θετική συσχέτιση με τον βαθμό τελικής αξιολόγησης.

# Συζήτηση: Γυμνάσιο

## Μηχανιστική μάθηση:

- Μη κατανόηση και παπαγαλία των τύπων
- Μη κατανόηση της έννοιας της κυρτής επιφάνειας και του όγκου στερεών σχημάτων και εκ περιστροφής.
- **Εμβαδόν βάσης  $\times$  ύψος** και θεωρούσαν ως όγκο του στερεού την εφαρμογή του τύπου  $V = \alpha\beta\gamma$ , αποστηθίζοντας τον τύπο, μη κατανοώντας την έννοια του όγκου του παραλληλεπιπέδου

## Αδυναμία αναπαράστασης:

- Από το σχήμα στην αλγεβρική εφαρμογή και αντιστρόφως
- Από τη λεκτική στην γεωμετρική
- Η αναστροφή του κώνου, με κορυφή στο οριζόντιο επίπεδο, δημιουργούσε παρανόηση,

Μη δεξιότητα χρήσης της ανάδρομης πορείας σκέψης σε ασκήσεις αντιστοίχισης

**Συμπέρασμα: Η διαδικαστική μάθηση/κατανόηση και η αποστήθιση κανόνων οδηγεί στην μη ανάπτυξη δεξιοτήτων κριτικής σκέψης και στην αδυναμία να χρησιμοποιούν ορθά την ανάπτυξη ανώτερων νοητικών ικανοτήτων (higher order thinking).**

Ευχαριστώ για την ισορροχία σας

καλή συνέχεια...