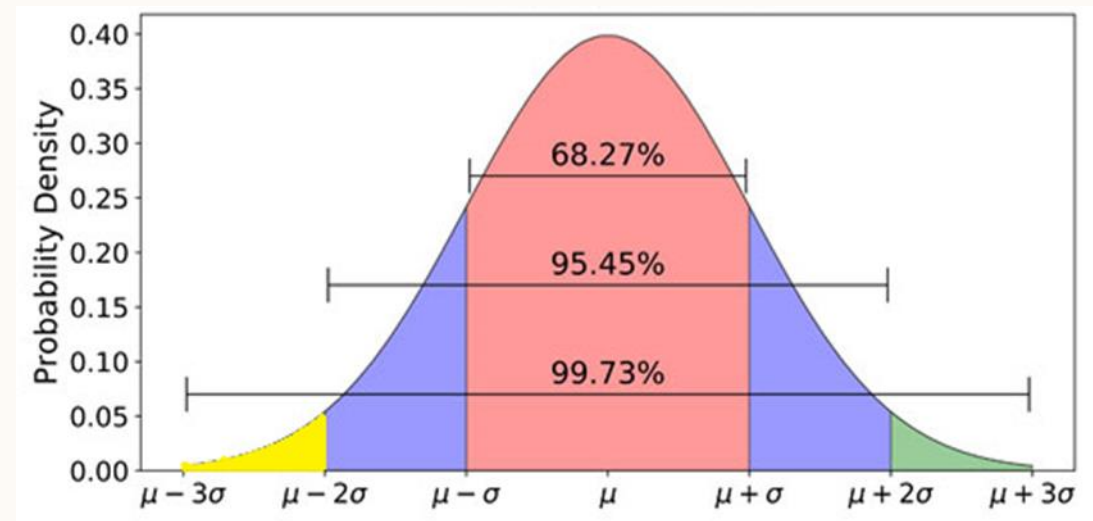


**ΠΑΓΚΥΠΡΙΕΣ
ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ 2022**

Δρ Γιάννης Ιωάννου (ΕΜΕ)

ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΑ

- ❖ Πρώτη χρονιά διαχωρισμού εξετάσεων απόλυσης από εξετάσεις πρόσβασης.
- ❖ Χαρακτηριστικά υποψηφίων, νέες απαιτήσεις και ιδιαιτερότητες:
 1. Μαθητές με πολύ χαμηλές μαθησιακές επιδόσεις αναμενόταν να μην είναι υποψήφιοι στις εξετάσεις πρόσβασης.
 2. Ο βαθμός διάκρισης των ερωτήσεων θα έπρεπε να ήταν ψηλότερος από άλλες χρονιές ώστε να επιτευχθεί η διάκριση της συνεκτικότερης ομάδας των υποψηφίων.
 - Ποσοστό υποψηφίων σε σχέση με το σύνολο των μαθητών της Γ' κατεύθυνσης:
94,6% [2731/2919]



ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΑ (ΣΥΝΕΧΕΙΑ)

3. Δεν υπήρχε ανάγκη για αριθμό «εύκολων» ερωτήσεων με στόχο:
 - Την παροχή ευκαιρίας απόλυσης σε αδύναμους μαθητές
 - Τη διασφάλιση «καλών» απολυτήριών σε μαθητές με «καλούς» βαθμούς στα τετράμηνα.
4. Η πανδημία δημιούργησε συνθήκες διδασκαλίας (εξ' αποστάσεως εκπαίδευση, μειωμένος διδακτικός χρόνος) που έπρεπε να ληφθούν υπόψη.



ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΡΟΔΙΑΓΡΑΦΩΝ

- ❖ Πρόνοια της νέας νομοθεσίας για τις Παγκύπριες Εξετάσεις Πρόσβασης

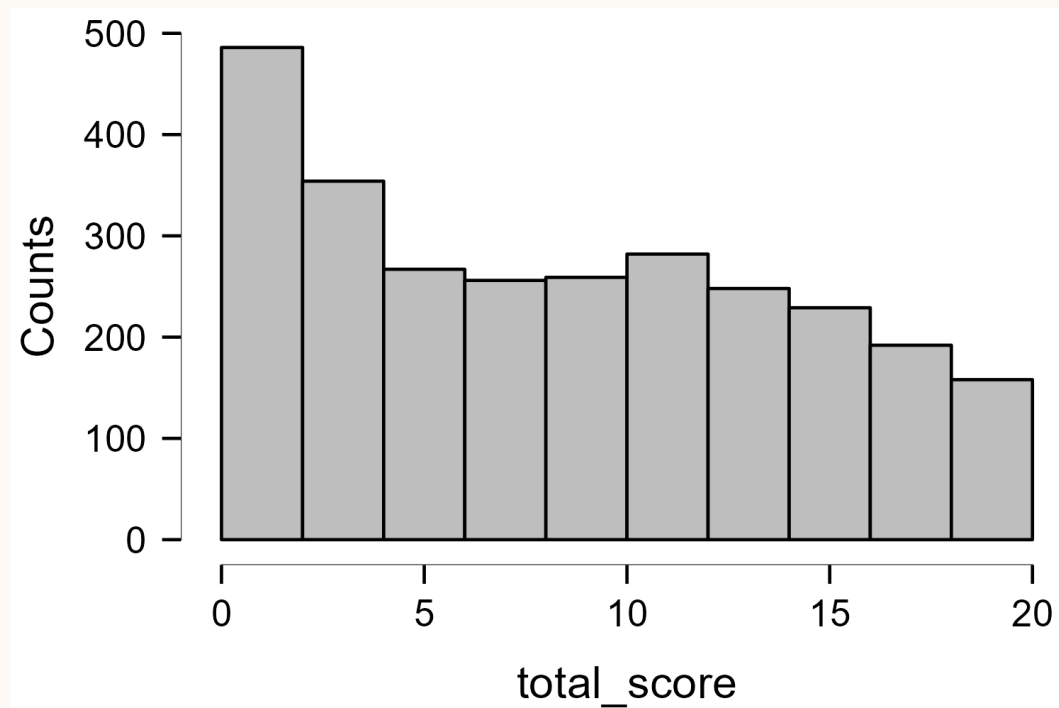
ΕΝΟΤΗΤΑ	ΠΕΡΙΟΔΟΙ & ΑΡ. ΕΡ.	ΓΝΩΣΗ	ΚΑΤΑΝΟΗΣΗ	ΕΦΑΡΜΟΓΗ	ΑΝΑΛΥΣΗ/ΣΥΝΘΕΣΗ
ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΔΙΑΦΟΡΙΚΟΥ ΛΟΓΙΣΜΟΥ [Ενότητα 1] Απροσδιόριστες μορφές – Κανόνες του De l' Hospital. Θεώρημα Rolle. Θεώρημα Μέσης Τιμής. Διαφορικού Λογισμού. Μονοτονία συνάρτησης (Ορισμοί). Ακρότατα συνάρτησης (Ορισμοί). Μονοτονία – Ακρότατα συνάρτησης (Θεωρήματα). Κυρτότητα – Σημεία καμπής συνάρτησης. Ασύμπτωτες. Μελέτη – Γραφική παράσταση συνάρτησης. Προβλήματα μεγίστων – ελαχίστων.	42 (4)				
2. ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ – ΚΥΚΛΟΣ [Ενότητα 6] Εισαγωγή στις Κωνικές Τομές. Εξίσωση κύκλου. Θέση ευθείας και κύκλου. Εξίσωση εφαπτομένης κύκλου σε σημείο του. Εφαπτόμενες κύκλου από σημείο εκτός αυτού. Θέσεις δύο κύκλων. Μήκος εφαπτόμενου τμήματος – Δύναμη σημείου ως προς κύκλο – Θέση	15 (1,5)				

ΓΕΝΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

- Μέσος Όρος & Τυπική Απόκλιση συνολικής βαθμολογίας δοκιμίου:

Valid	Mean	SD	N of Items
2731	42.16 (8.43)	29.12 (5.82)	15

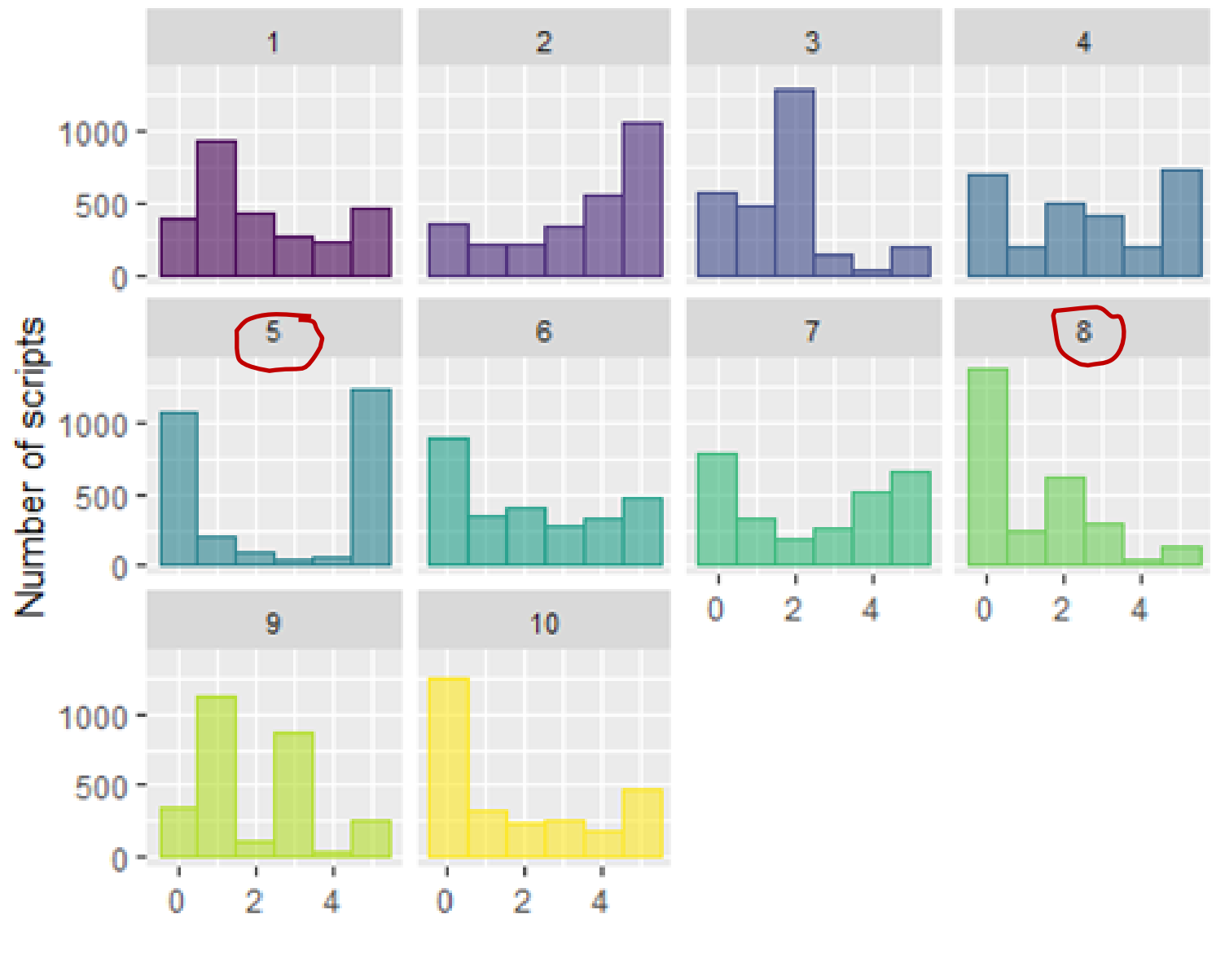
- Κατανομή συνολικής βαθμολογίας του δοκιμίου:



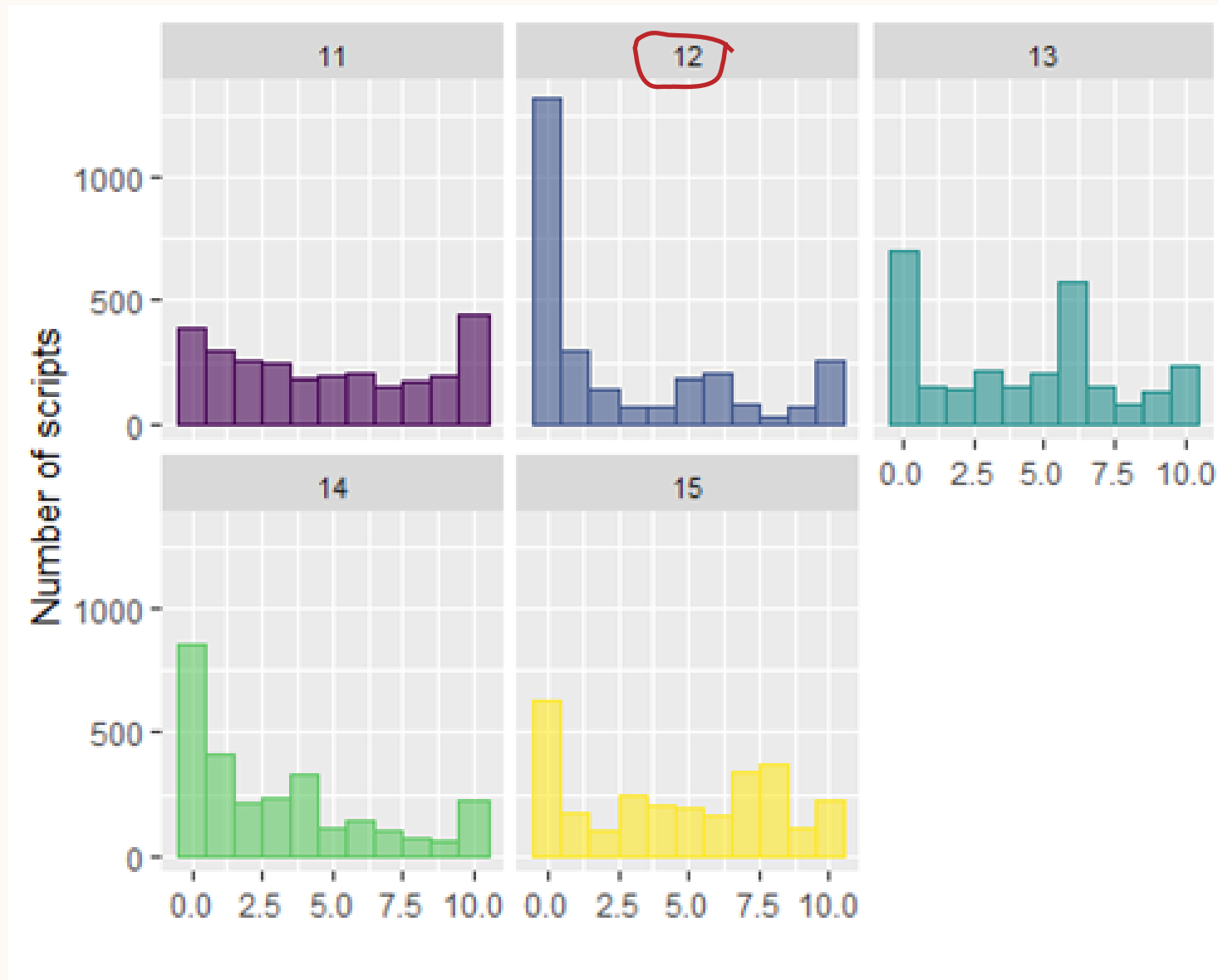
ΑΝΑ ΕΡΩΤΗΜΑ...

	Corrected Item-Total Correlation	Cronbach's Alpha if Item Deleted	Difficulty Index	Mean	SD
ex_1	.830	.957	0.45	2.3	1.6
ex_2	.746	.958	0.68	3.4	1.7
ex_3	.680	.959	0.35	1.8	1.3
ex_4	.772	.957	0.52	2.6	1.9
ex_5	.823	.956	0.52	2.6	2.3
ex_6	.864	.956	0.43	2.2	1.9
ex_7	.830	.956	0.51	2.6	2.0
ex_8	.746	.958	0.26	1.3	1.4
ex_9	.640	.960	0.41	2.0	1.4
ex_10	.840	.956	0.36	1.8	1.9
ex_11	.862	.956	0.49	4.9	3.5
ex_12	.809	.957	0.27	2.7	3.5
ex_13	.883	.955	0.42	4.2	3.3
ex_14	.851	.955	0.31	3.1	3.2
ex_15	.884	.955	0.46	4.6	3.4
	>0.4 Very Good Discrimination	>0.7 Very Good Validity	> 0.7 Rather Easy 0.4 < Good < 0.7 < 0.3 Very hard		

ΚΑΤΑΝΟΜΕΣ – ΜΕΡΟΣ Α΄



ΚΑΤΑΝΟΜΕΣ – ΜΕΡΟΣ Β'



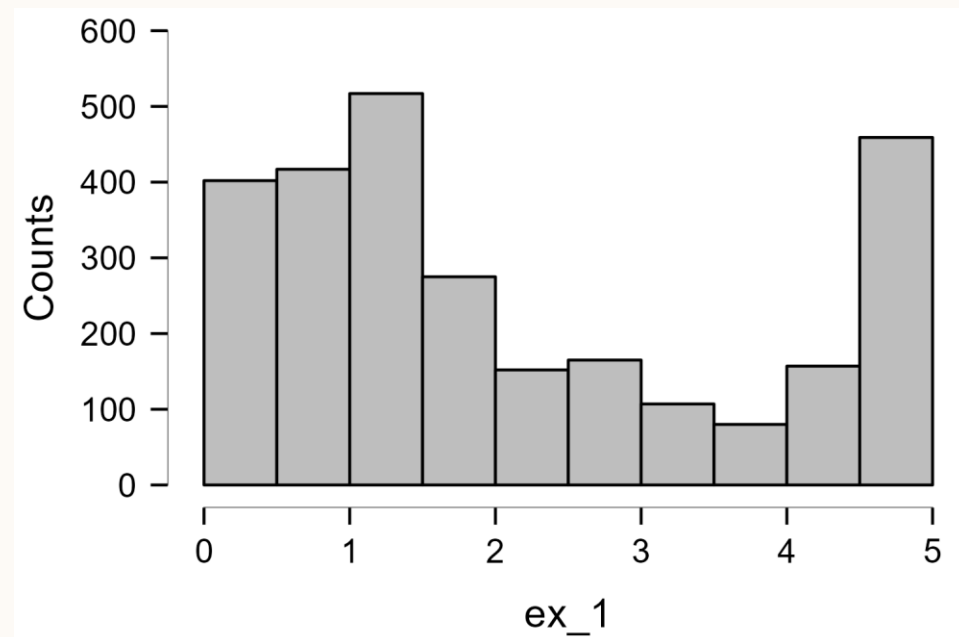
A1

Να βρείτε τα ολοκληρώματα:

$$\alpha) \int \left(e^{2x} + 4x - \frac{x^2 + 2}{x^2 + 1} \right) dx \quad (3\mu)$$

$$\beta) \int (\varepsilon\varphi^5 x + \varepsilon\varphi^7 x) dx, \quad x \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right) \quad (2\mu)$$

Διάκριση	0,83
Αξιοπιστία	0,96
Δυσκολία	0,45
M.O.	2,3
T.A.	1,6

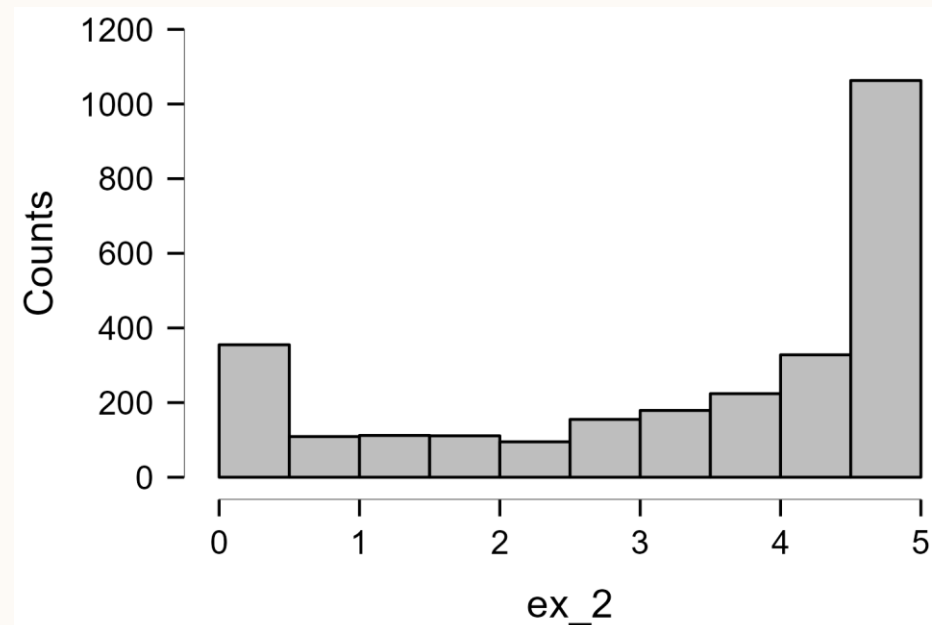


A2

α) Να διατυπώσετε το Θεώρημα της Μέσης Τιμής του Διαφορικού Λογισμού. (2μ)

β) Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο $f(x) = \ln x$. Να αποδείξετε ότι ισχύουν οι υποθέσεις του Θεωρήματος Μέσης Τιμής του Διαφορικού Λογισμού στο διάστημα $[1, e]$ και να υπολογίσετε τιμή στο διάστημα $(1, e)$ η οποία ικανοποιεί το συμπέρασμα του θεωρήματος. (3μ)

Διάκριση	0,75
Αξιοπιστία	0,96
Δυσκολία	0,68
Μ.Ο.	3,4
Τ.Α.	1,7

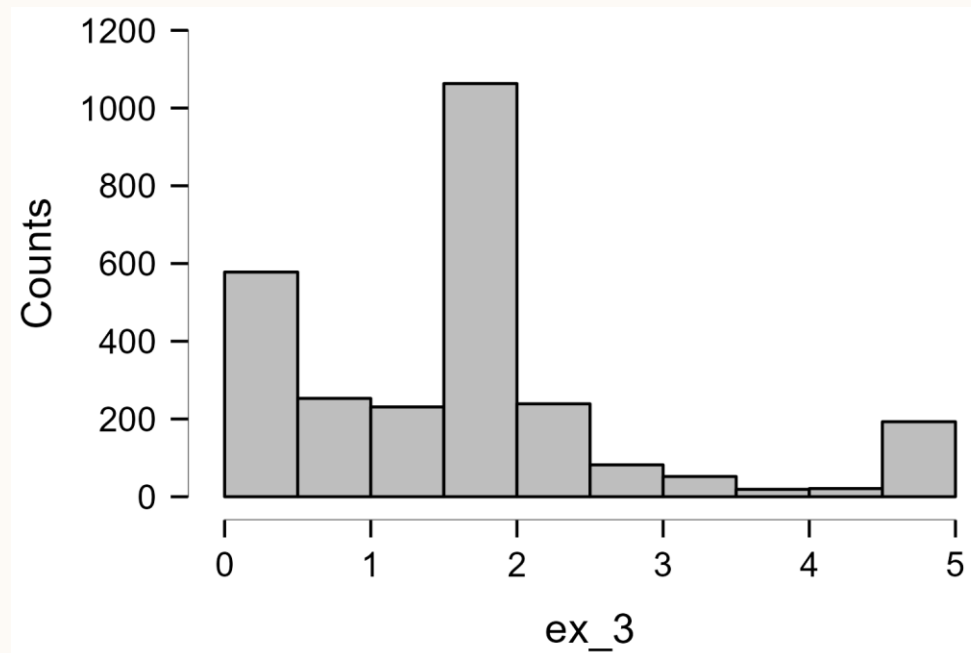


A3

Πενταμελής επιτροπή θα σχηματιστεί από μια ομάδα μαθητών η οποία αποτελείται από 5 κορίτσια και 7 αγόρια. Με πόσους διαφορετικούς τρόπους μπορεί να σχηματιστεί η επιτροπή αν:

- 1) Η επιτροπή περιλαμβάνει 2 κορίτσια και 3 αγόρια. **(2μ)**
- 2) Δυο συγκεκριμένα αγόρια της ομάδας, ο Α και ο Β, αρνούνται να τοποθετηθούν ταυτόχρονα στην επιτροπή. **(3μ)**

Διάκριση	0,68
Αξιοπιστία	0,96
Δυσκολία	0,35
Μ.Ο.	1,8
Τ.Α.	1,3

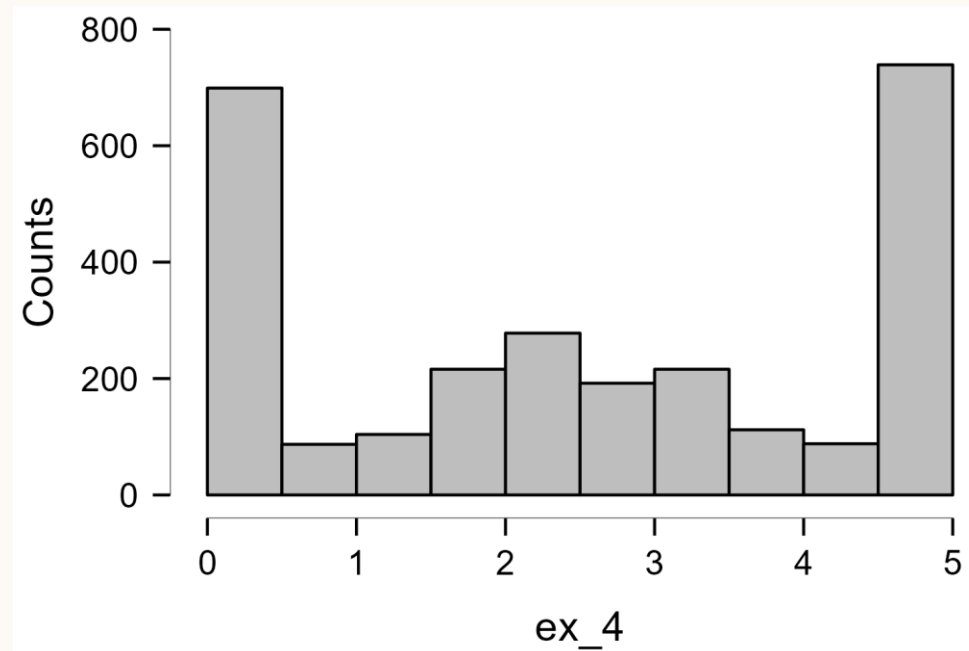


A4

Να υπολογίσετε τιμή του $v \in \mathbb{N}$ για την οποία ισχύει:

$$\sum_{\kappa=1}^v (2\kappa^2 - 4\kappa) = v(v + 1)$$

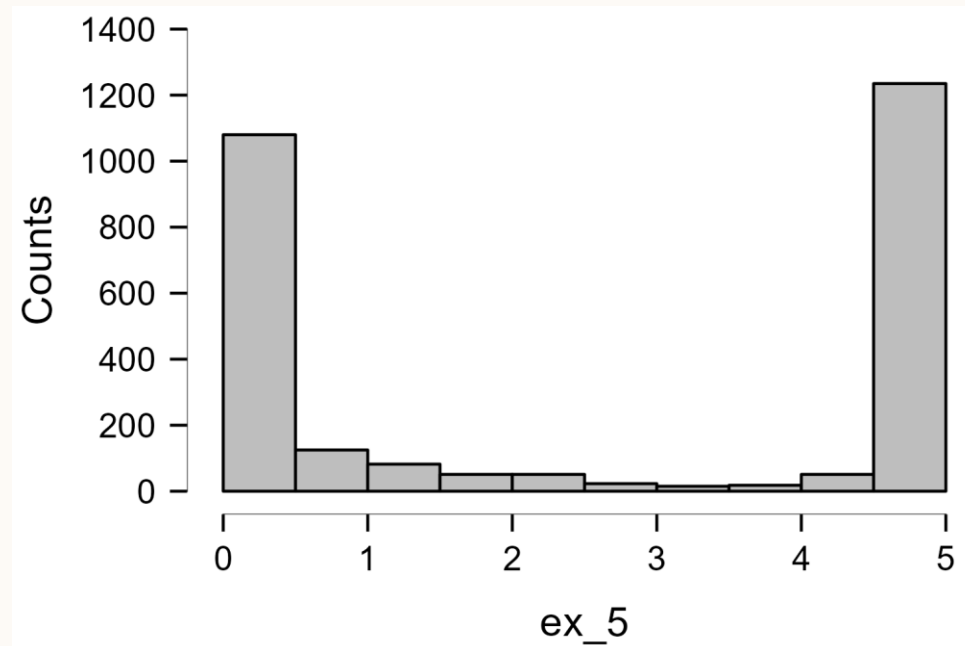
Διάκριση	0,77
Αξιοπιστία	0,96
Δυσκολία	0,52
M.O.	2,6
T.A.	1,9



A5

Δίνεται η παραβολή με εξίσωση $y^2 = 4ax, a > 0$ και εστία E . Έστω $T(at^2, 2at)$, $t \neq 0$ τυχαίο σημείο της. Αν A η προβολή του σημείου T στην διευθετούσα της παραβολής και M το μέσο του ευθύγραμμου τμήματος AE , να αποδείξετε ότι η TM τέμνει κάθετα την AE .

Διάκριση	0,82
Αξιοπιστία	0,96
Δυσκολία	0,52
Μ.Ο.	2,6
Τ.Α.	2,3



A6

Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο:

$$f(x) = x - 2\text{τοξεφ}x$$

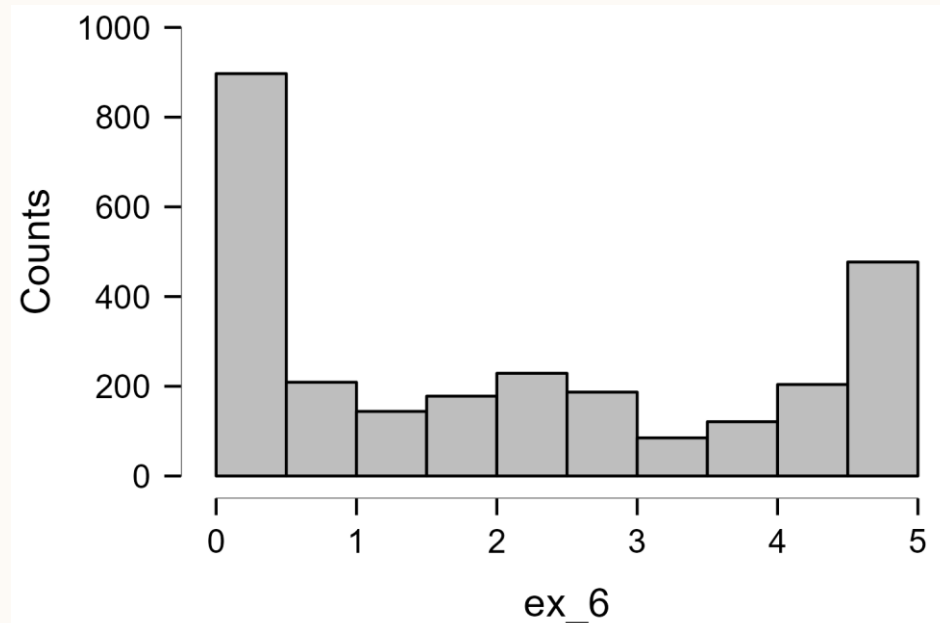
όπου $\text{τοξεφ}x \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$

i. Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα. **(3μ)**

ii. Να αποδείξετε ότι για κάθε $x \in (-\infty, 1)$ ισχύει

$$2x - 4\text{τοξεφ}x \leq \pi - 2 \quad \mathbf{(2\mu)}$$

Διάκριση	0,86
Αξιοπιστία	0,96
Δυσκολία	0,43
M.O.	2,2
T.A.	1,9

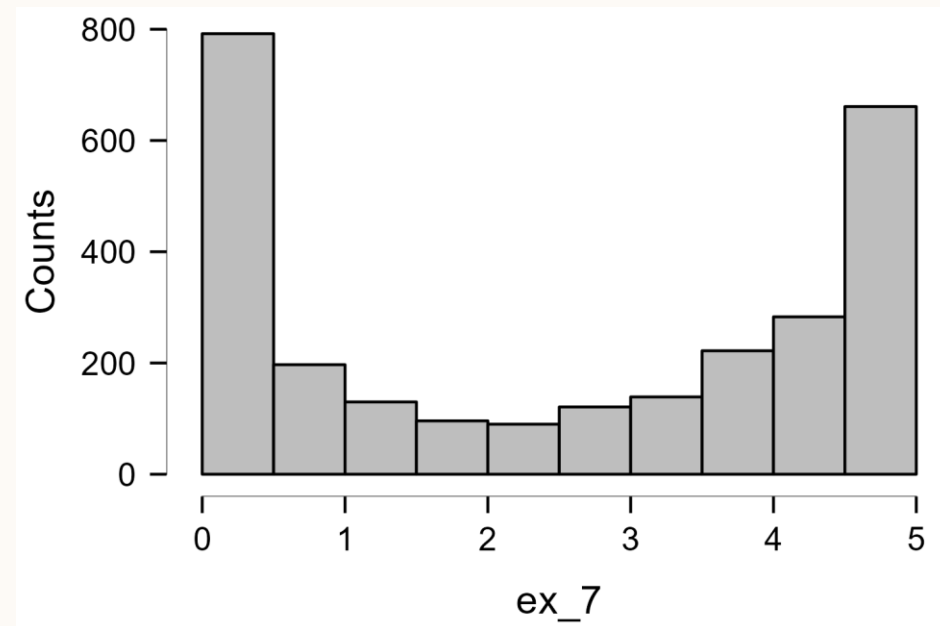


Δίνονται οι πραγματικές συναρτήσεις f και g με

$$f(x) = -x^2 + 4 \text{ και } g(x) = 2x + 4$$

- 1) Να βρείτε το εμβαδόν του χωρίου T , το οποίο περικλείεται μεταξύ των γραφικών παραστάσεων των συναρτήσεων f και g . **(3μ)**
- 2) Να υπολογίσετε τον όγκο του στερεού που δημιουργείται από την πλήρη περιστροφή του χωρίου T γύρω από των άξονα των τετμημένων. **(2μ)**

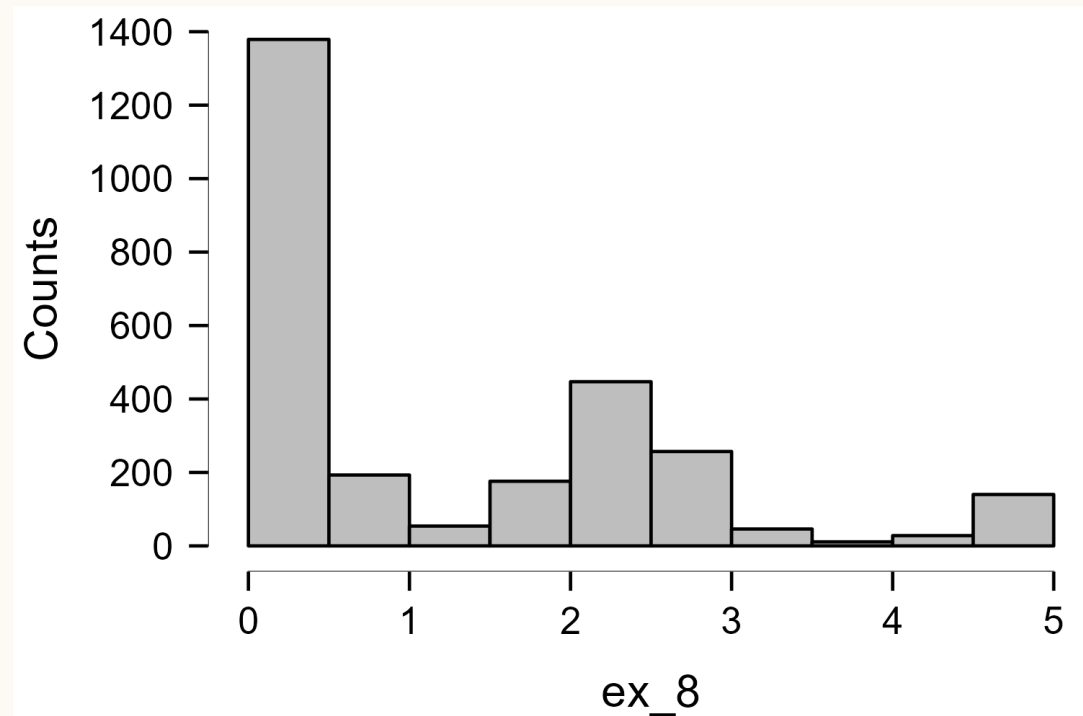
Διάκριση	0,83
Αξιοπιστία	0,96
Δυσκολία	0,51
M.O.	2,6
T.A.	2,0



A8

Θεωρούμε τον κύκλο $x^2 + y^2 - \lambda x - 2\lambda y + \kappa - 1 = 0$. Να βρείτε $\kappa, \lambda \in \mathbb{R}$, για τα οποία ο κύκλος διέρχεται από την αρχή των αξόνων και η ευθεία $y = 3x + 1$ τέμνει τον κύκλο σε σημεία A και B , έτσι ώστε η γωνία AOB να είναι ορθή, όπου O η αρχή των αξόνων.

Διάκριση	0,75
Αξιοπιστία	0,96
Δυσκολία	0,26
M.O.	1,3
T.A.	1,4

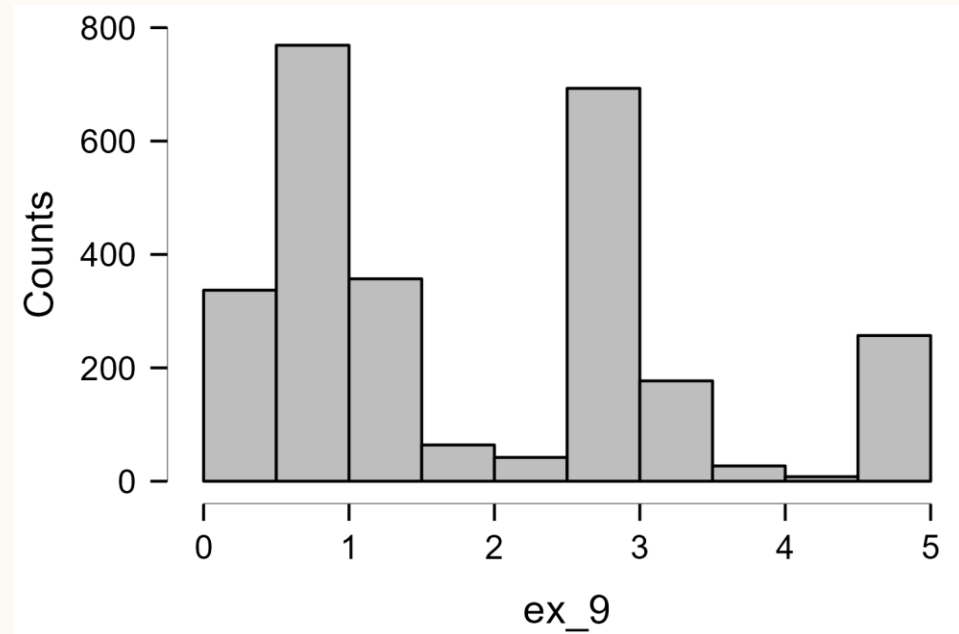


A9

Δίνεται η λέξη «ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ».

- 1) Να βρείτε το πλήθος των αναγραμματισμών της πιο πάνω λέξης **(1μ)**
- 2) Να βρείτε πόσοι από τους πιο πάνω αναγραμματισμούς αρχίζουν με τη λέξη «ΑΞΙΟΣ». **(2μ)**
- 3) Να βρείτε το πλήθος των αναγραμματισμών της λέξης «ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ» στους οποίους το «Α» προηγείται του «Λ» και το «Λ» προηγείται του «Σ». **(2μ)**

Διάκριση	0,64
Αξιοπιστία	0,96
Δυσκολία	0,41
Μ.Ο.	2,0
Τ.Α.	1,4



A10

Έστω το ολοκλήρωμα

$$I(x) = \int_0^x t^2 \cdot e^{-t} dt, \quad \mu\epsilon x > 0$$

i. Να αποδείξετε ότι

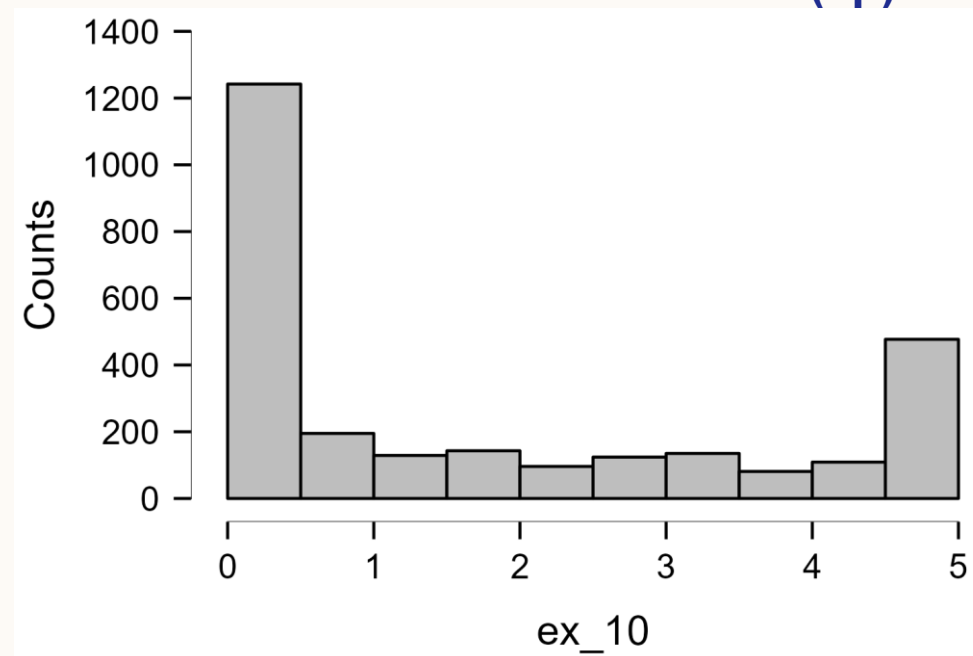
(3μ)

$$I(x) = 2 - \frac{x^2 + 2x + 2}{e^x}$$

ii. Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow +\infty} I(x)$

(2μ)

Διάκριση	0,84
Αξιοπιστία	0,96
Δυσκολία	0,36
M.O.	1,8
T.A.	1,9



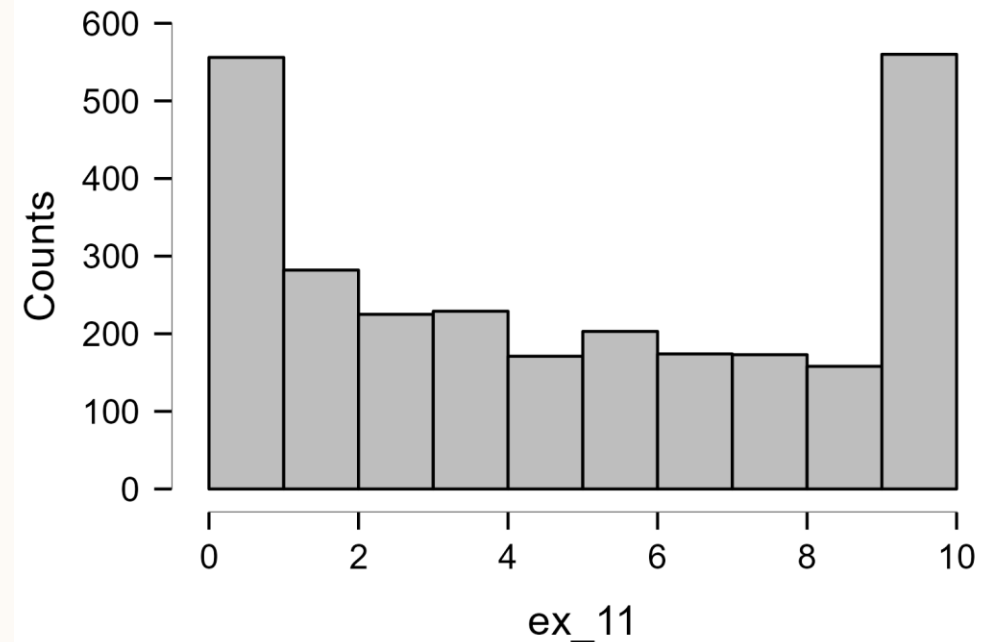
B1

Έστω η πραγματική συνάρτηση f με τύπο

$$f(x) = x - \frac{4}{x^2}$$

Να βρείτε το πεδίο ορισμού της, τα σημεία τομής της με τους άξονες των συντεταγμένων, τα διαστήματα μονοτονίας, τα τοπικά ακρότατα και τις ασύμπτωτες της γραφικής παράστασής της, αν υπάρχουν, και να την παραστήσετε γραφικά.

Διάκριση	0,86
Αξιοπιστία	0,96
Δυσκολία	0,49
Μ.Ο.	4,9
Τ.Α.	3,5



B2

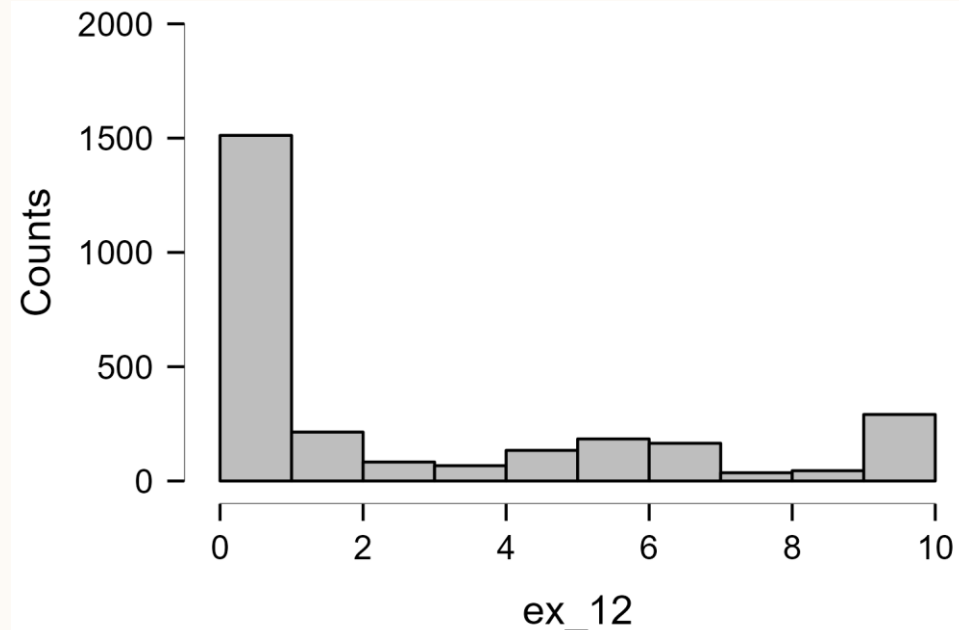
Δίνονται κύκλος με εξίσωση $x^2 + y^2 = R^2$ και τα σημεία του $A(0, R)$, $B(0, -R)$ και $T(R\sigma\upsilon\nu\theta, R\eta\mu\theta)$, με $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$. Η ευθεία η οποία διέρχεται από το σημείο T και είναι παράλληλη με τον άξονα των τεταγμένων τέμνει ξανά τον κύκλο στο σημείο Γ .

i. Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του τετραπλεύρου $AT\Gamma B$ είναι ίσο με

$$E = R^2\sigma\upsilon\nu\theta(1 + \eta\mu\theta)$$

ii. Να βρείτε την τιμή του θ έτσι ώστε το εμβαδόν του τετραπλεύρου να είναι μέγιστο.

Διάκριση	0,81
Αξιοπιστία	0,96
Δυσκολία	0,27
M.O.	2,7
T.A.	3,5



B3

Δίνεται συνεχής συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ και $\alpha > 0$.

1) Χρησιμοποιώντας την αντικατάσταση $u = -x$, ή με οποιοδήποτε άλλο τρόπο, να αποδείξετε ότι:

$$\int_{-\alpha}^{\alpha} f(x) dx = \int_{-\alpha}^{\alpha} f(-x) dx$$

(3 μ)

2) Αν $g(x) = f(x) + f(-x)$, $x \in \mathbb{R}$ να αποδείξετε ότι

$$\int_{-\alpha}^{\alpha} f(x) dx = \frac{1}{2} \int_{-\alpha}^{\alpha} g(x) dx$$

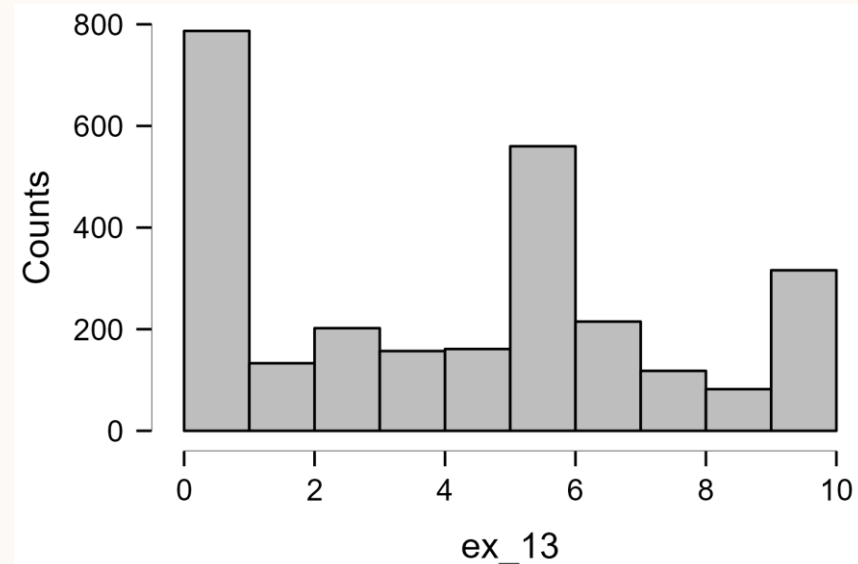
(3 μ)

1) Χρησιμοποιώντας τα πιο πάνω, ή με οποιοδήποτε άλλο τρόπο, να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα

$$\int_{-\pi}^{\pi} \left(\frac{x^3 - \eta\mu^5 x}{x^2 + 16} + \sigma\upsilon\nu 2x \right) dx$$

(4 μ)

Διάκριση	0,88
Αξιοπιστία	0,96
Δυσκολία	0,42
M.O.	4,2
T.A.	3,3

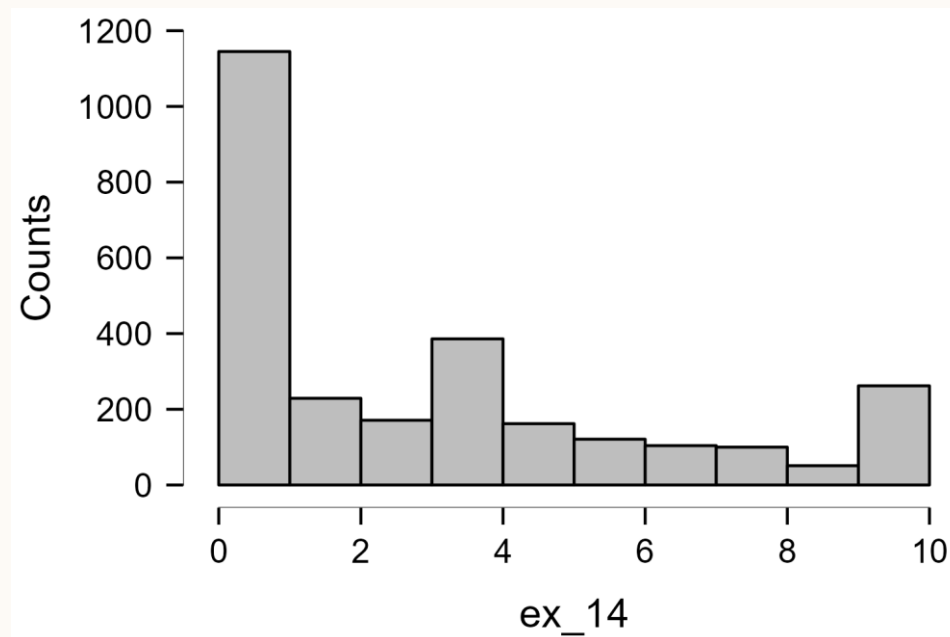


B4

Δίνεται η συνάρτηση f με $f(x) = \ln x - \sqrt{x}$, $x \in (0, +\infty)$

- 1) Να μελετήσετε την f ως προς την κυρτότητα και να βρείτε, αν υπάρχουν, τα σημεία καμπής (3μ)
- 2) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της f στο σημείο της με τετμημένη $x = 1$ είναι $x - 2y - 3 = 0$. (3μ)
- 3) Να αποδείξετε ότι για κάθε $x \in (0,16)$ ισχύει $x + 2\sqrt{x} \geq 3 + \ln x^2$ (4μ)

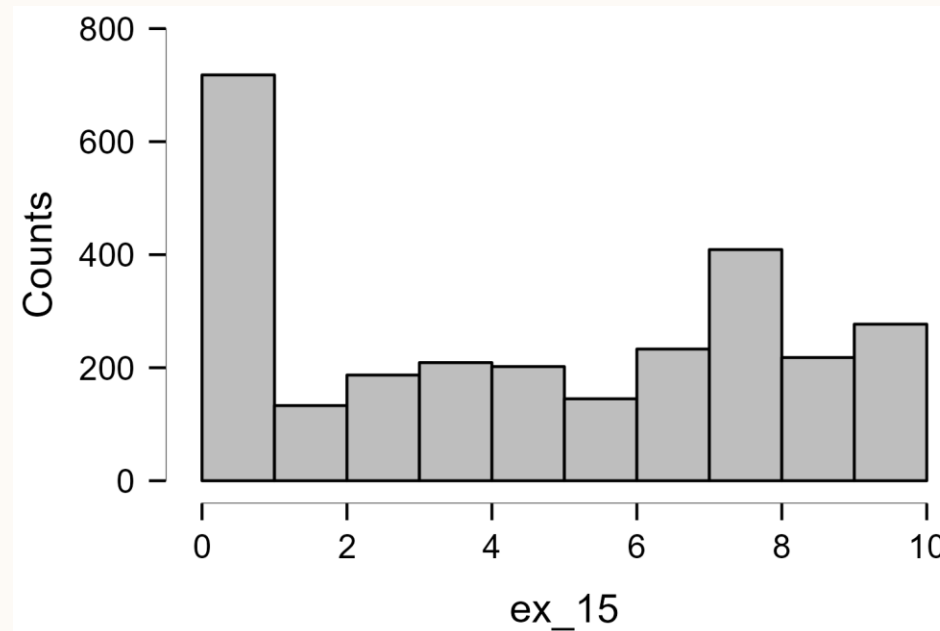
Διάκριση	0,85
Αξιοπιστία	0,96
Δυσκολία	0,31
M.O.	3,1
T.A.	3,2



Δίνεται η έλλειψη $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ και τυχαίο σημείο της $P(5\sigma\upsilon\eta\theta, 3\eta\mu\theta)$, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$

- 1) Να δείξετε ότι η εξίσωση της κάθετης της έλλειψης στο P είναι, $5\chi\eta\mu\theta - 3\gamma\sigma\upsilon\eta\theta = 16\eta\mu\theta\sigma\upsilon\eta\theta$ **(3μ)**
- 2) Η κάθετη της έλλειψης στο P τέμνει τον άξονα των τετμημένων στο σημείο K . Να αποδείξετε ότι η καμπύλη στην οποία ανήκει ο γεωμετρικός τόπος του μέσου M του PK είναι έλλειψη. **(4μ)**
- 3) Αν E η εστία στον θετικό ημιάξονα και ϵ η εκκεντρότητα της έλλειψης $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$, να αποδείξετε ότι $\frac{EK}{EP} = \epsilon$. **(3μ)**

Διάκριση	0,88
Αξιοπιστία	0,96
Δυσκολία	0,46
Μ.Ο.	4,6
Τ.Α.	3,4



The background features a large white circle on the left and a large pink circle on the right, both overlapping a dark blue background. The pink circle contains several thin, white, concentric curved lines that create a ripple effect.

ΕΥΧΑΡΙΣΤΩ ΓΙΑ ΤΗΝ ΠΡΟΣΟΧΗ ΣΑΣ