Μέρος 2

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΝΕΟΛΑΙΑΣ
ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΚΥΠΡΟΥ
ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΩΝ

Μαθηματικά

Ε΄ ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΝΕΟΛΑΙΑΣ
ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΚΥΠΡΟΥ
ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΩΝ

Μαθηματικά

Ε΄ ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ

ΜΕΡΟΣ 2

Συγγραφική ομάδα:
Δρ Αθανασίου Χρύσω
Δρ Δεληγιάννη Ελένη
Δρ Μονογυιού Αννίτα
Δρ Χειμωνή Μαρία

Ακαδημαϊκός υπεύθυνος:
Δρ Χρίστου Κωνσταντίνος, *Πανεπιστήμιο Κύπρου*

Επιστημονικοί συνεργάτες:
Δρ Πίττα - Πανταζή Δήμητρα, *Πανεπιστήμιο Κύπρου*
Δρ Πιττάλης Μάριος, *Πανεπιστήμιο Κύπρου*

Σύνδεσμος Επιθεωρήτρια:
Δρ Μιχαήλ Άντρη

Σχεδιασμός έκδοσης:
Θεοφυλάκτου Γλαύκος, *Λειτουργός Υπηρεσίας Ανάπτυξης Προγραμμάτων*

Γλωσσική επιμέλεια έκδοσης:
Ιωάννου Βέρα, *Λειτουργός Υπηρεσίας Ανάπτυξης Προγραμμάτων*

Συντονισμός έκδοσης:
Δρ Γεωργιάδης Πέτρος, *Συντονιστής Υπηρεσίας Ανάπτυξης Προγραμμάτων*

Α΄ Έκδοση 2026

Εκτύπωση: MEDIA PRESS A.E.

© ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΝΕΟΛΑΙΑΣ
ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΚΥΠΡΟΥ
ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΩΝ

ISBN: 978-9963-0-1798-0

Μέρος του εικονιστικού υλικού δημιουργήθηκε με λογισμικό Τεχνητής Νοημοσύνης.

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Το Υπουργείο Παιδείας, Αθλητισμού και Νεολαίας οραματίζεται ένα σχολείο που θα διασφαλίζει υψηλής ποιότητας εκπαίδευση για κάθε μαθητή και μαθήτρια. Τα Μαθηματικά αποτελούν θεμελιώδες μέσο για την κατανόηση του κόσμου γύρω μας και έχουν καίρια σημασία για την καθημερινή ζωή των ανθρώπων, για την επίλυση πρακτικών προβλημάτων, για την ανάπτυξη της κριτικής, δημιουργικής, λογικής και αναλυτικής σκέψης, καθώς και για την καλλιέργεια στάσεων και αξιών όπως η ακρίβεια, η υπευθυνότητα και η μεθοδικότητα. Η νέα αυτή σειρά βασίζεται στο αναθεωρημένο και επικαιροποιημένο Αναλυτικό Πρόγραμμα Μαθηματικών και εναρμονίζεται πλήρως με διεθνή πρότυπα και πρακτικές, ενώ παράλληλα λαμβάνει υπόψη τις ιδιαιτερότητες του κυπριακού εκπαιδευτικού συστήματος και τη μετάβαση των παιδιών από τη δημοτική στη μέση εκπαίδευση.

Η επικαιροποίηση των εγχειριδίων των Μαθηματικών εστιάζεται κυρίως στη μεθοδολογία διδασκαλίας των μαθηματικών εννοιών. Τα εγχειρίδια δίνουν έμφαση στην πιο συνεκτική προσέγγιση του περιεχομένου των Μαθηματικών, στην ανάπτυξη της κριτικής και δημιουργικής σκέψης, μέσω αναστοχαστικών δραστηριοτήτων, στην ανάπτυξη των δεξιοτήτων της έρευνας, της επικοινωνίας και της εφαρμογής των Μαθηματικών ιδεών με τη χρήση της τεχνολογίας. Επικεντρώνονται στις προαπαιτούμενες γνώσεις, έτσι ώστε όλοι/ες οι μαθητές/μαθήτριες να οικοδομούν τις νέες έννοιες, δεξιότητες, στρατηγικές, στάσεις σε αυτά που ήδη γνωρίζουν.

Σημαντική καινοτομία των νέων εγχειριδίων είναι η ενσωμάτωση δραστηριοτήτων διαμορφωτικής αξιολόγησης, η διαβάθμιση των δραστηριοτήτων ανάλογα με το επίπεδο δυσκολίας τους, η χρήση πολλαπλών παραδειγμάτων και η συζήτηση θεμάτων σχετικών με παγκόσμια θέματα ή προβλήματα που αντιμετωπίζει η σύγχρονη κοινωνία.

Αυτή η νέα σειρά βιβλίων δεν αποτελεί απλώς ένα εκπαιδευτικό εργαλείο, αλλά ένα βήμα για τη δημιουργία μιας νέας κουλτούρας μάθησης, που ενσωματώνει τις σύγχρονες αντιλήψεις της εκπαίδευσης και εστιάζει στις αξίες της διαρκούς βελτίωσης. Με την πίστη μας στις δυνατότητες κάθε μαθητή/μαθήτριας, στηρίζουμε την ανάπτυξή του/της μέσα από τη γνώση, τη διαρκή ανατροφοδότηση και την ενίσχυση των δεξιοτήτων του/της, για την αντιμετώπιση του μέλλοντος.

Ευχόμαστε καλή επιτυχία στους μαθητές και στις μαθήτριές μας στην πορεία τους με αυτά τα νέα βιβλία Μαθηματικών και προσβλέπουμε σε μία δημιουργική και παραγωγική μαθησιακή εμπειρία.

Δρ Στυλιανίδης Μάριος
Διευθυντής Δημοτικής Εκπαίδευσης

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Δομή Ενοτήτων

5 Διαιρετότητα 7

6 Γεωμετρία-Στατιστική 43

7 Κλάσματα 63

5 **Διαιρετότητα**

Μάθημα 1: Βέννειο διάγραμμα 9
Μάθημα 2: Κριτήριο Διαιρετότητας του 4 13
Μάθημα 3: Πρώτοι και Σύνθετοι αριθμοί 20
Μάθημα 4: Μέγιστος Κοινός Διαιρέτης (ΜΚΔ) 25
Μάθημα 5: Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο (ΕΚΠ) 31

6 **Γεωμετρία-Στατιστική**

Μάθημα 1: Συντεταγμένες σημείου 45
Μάθημα 2: Γραμμική γραφική παράσταση 51

7 **Κλάσματα**

Μάθημα 1: Κλάσμα ως μέρος αριθμού 66
Μάθημα 2: Υπολογισμός αριθμού, όταν είναι γνωστό ένα κλασματικό μέρος του 72
Μάθημα 3: Ισοδυναμία, απλοποίηση και σύγκριση κλασμάτων 78
Μάθημα 4: Μικτοί αριθμοί και καταχρηστικά κλάσματα 87
Μάθημα 5: Πρόσθεση και αφαίρεση ετερώνυμων κλασμάτων και μικτών αριθμών 94

ΜΕΡΟΣ 5

διαιρετότητα

5 διαιρετότητα

Στην ενότητα αυτή θα μάθουμε...

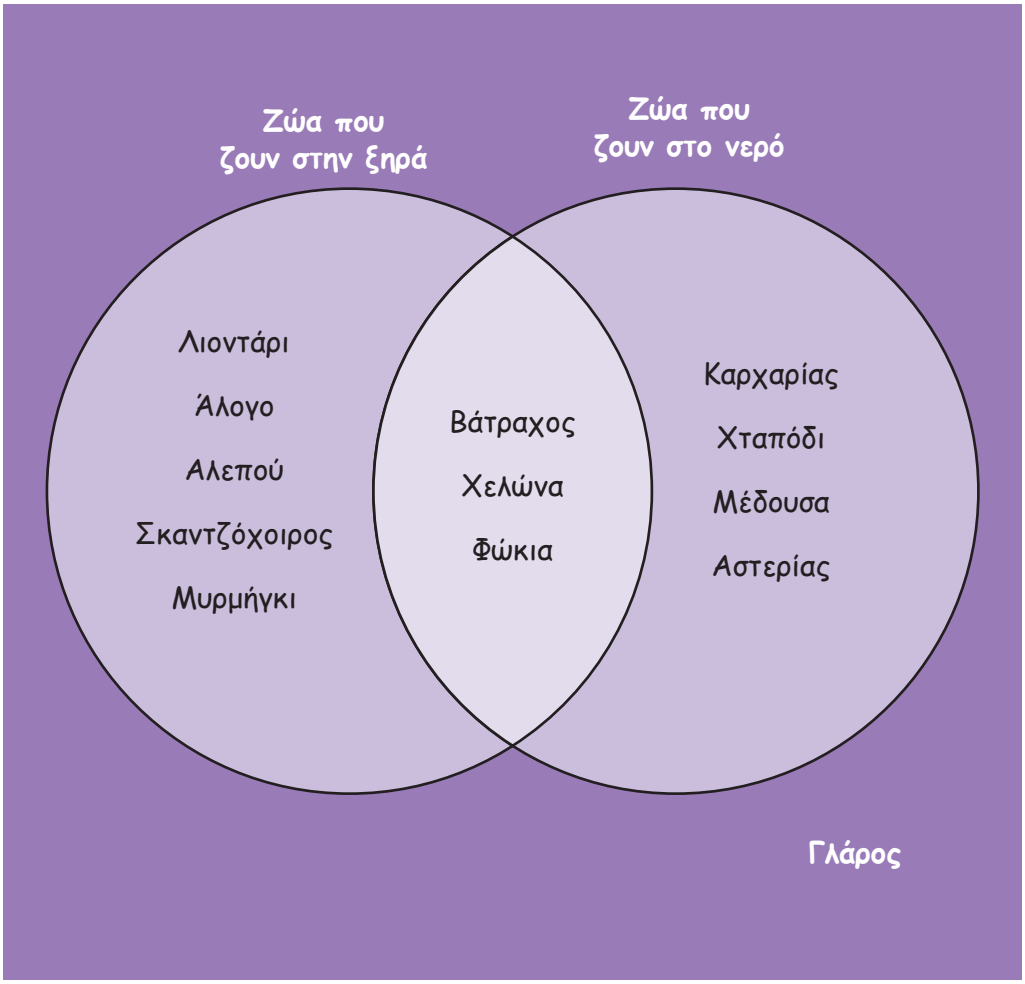
- Να διατυπώνουμε και να εφαρμόζουμε το κριτήριο διαιρετότητας του 4.
- Να αναγνωρίζουμε τους πρώτους και τους σύνθετους αριθμούς.
- Να βρίσκουμε τον Μέγιστο Κοινό Διαιρέτη (ΜΚΔ) δύο ή περισσότερων αριθμών.
- Να βρίσκουμε το Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο (ΕΚΠ) δύο ή περισσότερων αριθμών.

Τα Μαθηματικά στον κόσμο

Τα ζώα ταξινομούνται σε ομάδες με πολλούς διαφορετικούς τρόπους. Για παράδειγμα, μπορούν να ταξινομηθούν σύμφωνα με το είδος της τροφής που καταναλώνουν, τα χαρακτηριστικά του σώματός τους, τον τόπο όπου ζουν και αναπτύσσονται.

Ένας τρόπος οργάνωσης και παρουσίασης αυτών των ταξινομήσεων, είναι το **βέννειο διάγραμμα**, το οποίο μας επιτρέπει να απεικονίζουμε εύκολα τις ομοιότητες και τις διαφορές που έχουν οι διάφορες ομάδες ζώων.

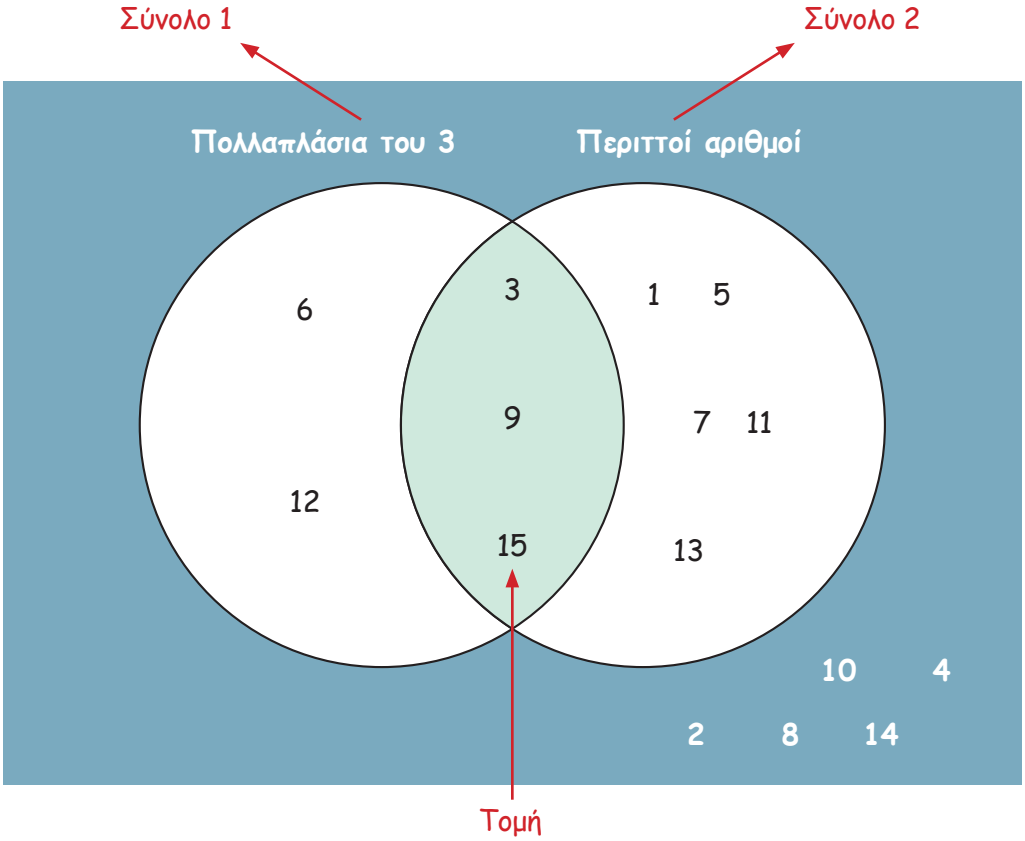
- Ποιες πληροφορίες παρουσιάζει το πιο κάτω βέννειο διάγραμμα;



Διερεύνηση

Το βέννειο διάγραμμα είναι μια γραφική αναπαράσταση που χρησιμοποιείται στα μαθηματικά, για να παρουσιάσει τις σχέσεις μεταξύ συνόλων. Για παράδειγμα, το πιο κάτω βέννειο διάγραμμα απεικονίζει δύο σύνολα και περιλαμβάνει τους αριθμούς από το 1 μέχρι το 15.

Πολλαπλάσια ενός αριθμού ονομάζονται οι αριθμοί που προκύπτουν από τον πολλαπλασιασμό του αριθμού αυτού επί οποιονδήποτε φυσικό αριθμό.



(α) Ποιοι αριθμοί έχουν τοποθετηθεί στο σύνολο 1;

(β) Ποιοι αριθμοί έχουν τοποθετηθεί στο σύνολο 2;

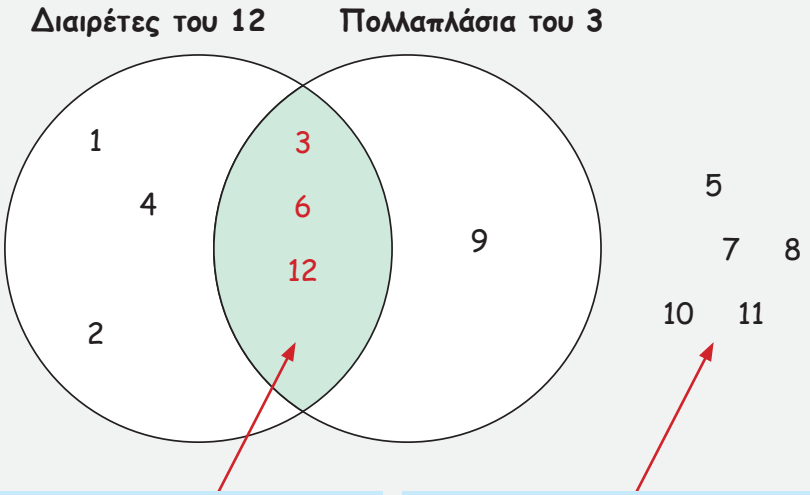
(γ) Γιατί οι αριθμοί 3, 9 και 15 βρίσκονται στην τομή των δύο συνόλων;

(δ) Γιατί οι αριθμοί 2, 4, 8, 10 και 14 βρίσκονται έξω από τα δύο σύνολα;

Παράδειγμα 1

Να τοποθετήσετε τους αριθμούς από το 1 μέχρι το 12 στο πιο κάτω βέννειο διάγραμμα.

Λύση:



Οι αριθμοί 3, 6 και 12 είναι διαιρέτες του 12, αλλά ταυτόχρονα είναι και πολλαπλάσια του 3.

Άρα, ανήκουν και στα δύο σύνολα αριθμών. Έτσι, τοποθετούμε τους αριθμούς αυτούς στην **τομή** των δύο συνόλων.

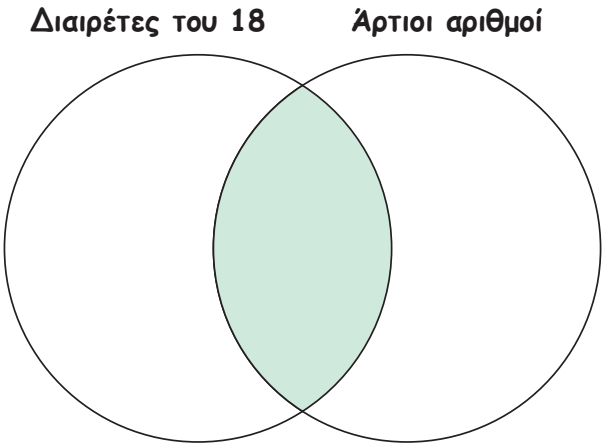
Το 5, το 7, το 8, το 10 και το 11 δεν είναι διαιρέτες του 12 και δεν είναι πολλαπλάσια του 3.

Άρα, δεν ανήκουν σε κανένα από τα δύο σύνολα αριθμών. Έτσι, τοποθετούμε τους αριθμούς αυτούς, έξω από τα δύο σύνολα.

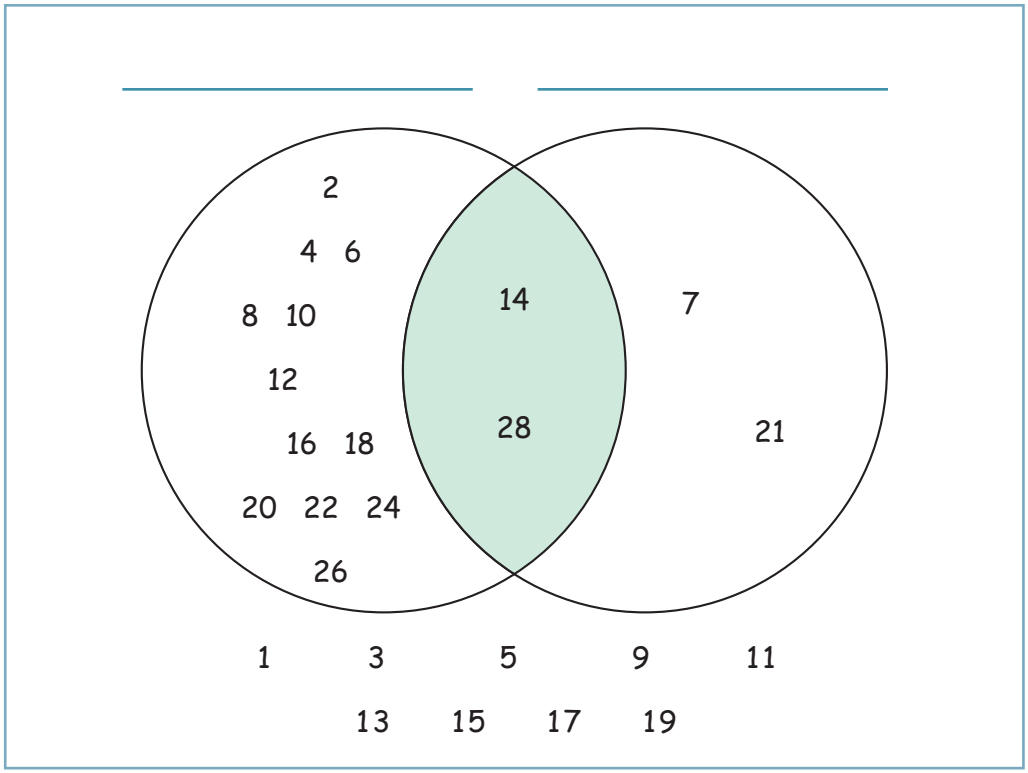
Διαιρέτες ή **παράγοντες** ενός αριθμού ονομάζονται οι αριθμοί που διαιρούν ακριβώς τον αριθμό.

Δραστηριότητες 1

1.1. Να τοποθετήσετε τους αριθμούς από το 1 μέχρι και το 20 στην κατάλληλη θέση στο πιο κάτω βέννειο διάγραμμα.



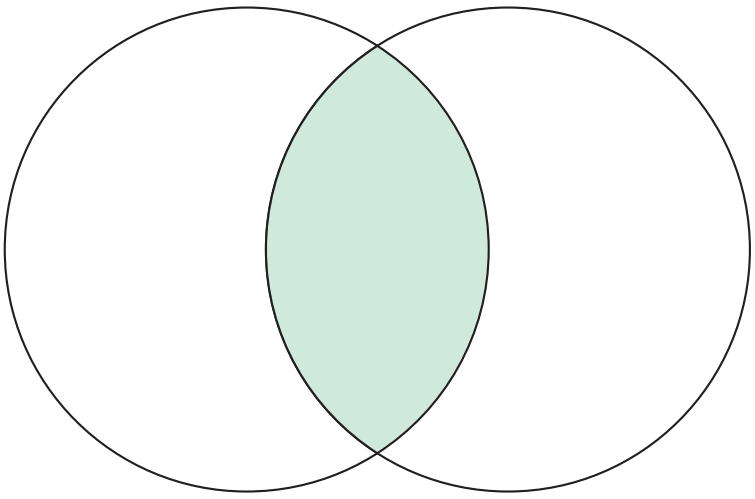
1.2. Να σημειώσετε τους τίτλους πάνω από κάθε κύκλο στο πιο κάτω βέννειο διάγραμμα.



Αναστοχασμός

Υπάρχουν αριθμοί που είναι δυνατόν να τοποθετηθούν στην τομή των δύο συνόλων στο πιο κάτω βέννειο διάγραμμα; Γιατί;

Πολλαπλάσια του 6 **Περιττοί αριθμοί**



ΜΑΘΗΜΑ 2

Διερεύνηση 1

Τα **κριτήρια διαιρετότητας** είναι κανόνες που μας βοηθούν να αποφασίσουμε γρήγορα κατά πόσο ένας φυσικός αριθμός διαιρείται με έναν άλλο φυσικό αριθμό, χωρίς να αφήνει υπόλοιπο. Στη Δ' τάξη, είχαμε μελετήσει τα πιο κάτω κριτήρια διαιρετότητας:

Ένας αριθμός **διαιρείται με το 2**, όταν το ψηφίο των μονάδων είναι 0, 2, 4, 6 ή 8.

Ένας αριθμός **διαιρείται με το 5**, όταν το ψηφίο των μονάδων είναι 0 ή 5.

Ένας αριθμός **διαιρείται με το 10**, όταν το ψηφίο των μονάδων είναι 0.

(α) Να σημειώσετε ✔ όπως στο παράδειγμα.

Αριθμός	Διαιρείται με το 2	Διαιρείται με το 5	Διαιρείται με το 10
Παράδειγμα: 14	✔		
75			
360			
2225			
80			
347			
1000			
120			
36			
999			

(β) Ποιοι από τους πιο πάνω αριθμούς διαιρούνται και με το 2 και με το 5 και με το 10;

(γ) Να συμπληρώσετε την πιο κάτω πρόταση, χρησιμοποιώντας τους αριθμούς από το πράσινο πλαίσιο.

2 5 10

Όλοι οι αριθμοί που διαιρούνται με το _____, διαιρούνται και με το _____ και με το _____.

Διερεύνηση 2

(α) Να εξετάσετε ποιοι από τους πιο κάτω αριθμούς διαιρούνται με το 4, χρησιμοποιώντας υπολογιστική μηχανή και να τους σημειώσετε στην κατάλληλη στήλη στον πίνακα.

12	312	1712	18	218	4618
32	432	5832	14	314	2414
46	146	746	40	540	940

Διαιρούνται με το 4	Δεν διαιρούνται με το 4

Τι παρατηρούμε σε έναν αριθμό, ώστε να διακρίνουμε κατά πόσο διαιρείται με το 4 ή όχι;

(β) Να βάλετε σε κύκλο τους αριθμούς που διαιρούνται με το 4.

216 334 624 528 638 736 845 948 1004 23 720

(γ) Να γράψετε τρεις δικούς σας αριθμούς που διαιρούνται με το 4: έναν τριψήφιο, έναν τετραψήφιο και έναν πενταψήφιο.

Παράδειγμα 1

Ποιοι από τους πιο κάτω αριθμούς διαιρούνται με το 4; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

124 3840 2038

Λύση:

- Το 124 και το 3840 διαιρούνται με το 4, γιατί το 24 και το 40 είναι πολλαπλάσια του 4.
- Το 2038 δεν διαιρείται με το 4, γιατί 38 δεν είναι πολλαπλάσιο του 4.

Παρατηρούμε κατά πόσο τα δύο τελευταία ψηφία κάθε αριθμού σχηματίζουν έναν αριθμό που διαιρείται με το 4.

Δραστηριότητες 1

1.1. Να βάλετε σε κύκλο τους αριθμούς που διαιρούνται με το 4.

12	23	532	936	7814	98 640
24	57	3426	5813	39 840	45 714

1.2. Να συμπληρώσετε το ψηφίο που λείπει σε κάθε αριθμό, ώστε ο αριθμός να διαιρείται με το 4.

(α) 13 ☐ (β) 2 ☐ (γ) 121 ☐ (δ) 136 01 ☐

(ε) 2 ☐ 6 (στ) ☐ 0 (ζ) 12 ☐ 8 (η) 235 1 ☐ 2

Αναστοχασμός

Να σημειώσετε ✔ στην πρόταση που είναι ορθή και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας, δίνοντας παραδείγματα και αντιπαραδείγματα.

- Όλοι οι αριθμοί που διαιρούνται με το 2, διαιρούνται και με το 4. ☐
- Όλοι οι αριθμοί που διαιρούνται με το 4, διαιρούνται και με το 2. ☐

Παραδείγματα:

Αντιπαραδείγματα:

Παράδειγμα 2

Να εξετάσετε κατά πόσο ο αριθμός 3850 διαιρείται με το 2, το 5, το 10 και το 4.

Λύση:

Ο αριθμός 3850:

- Διαιρείται με το 2, με το 5 και με το 10, γιατί το ψηφίο των μονάδων του είναι το 0.

Παρατηρούμε το τελευταίο ψηφίο κάθε αριθμού, για να διακρίνουμε κατά πόσο ο αριθμός διαιρείται με το 2, το 5 και το 10.

- Δεν διαιρείται με το 4, γιατί ο αριθμός που σχηματίζεται από τα δύο τελευταία του ψηφία είναι το 50, το οποίο δεν είναι πολλαπλάσιο του 4.

Παρατηρούμε τον αριθμό που σχηματίζεται από τα δύο τελευταία ψηφία κάθε αριθμού, για να διακρίνουμε κατά πόσο ο αριθμός διαιρείται με το 4.

Δραστηριότητες 2

2.1. Να βάλετε σε κύκλο τους αριθμούς που διαιρούνται με το 2, το 5, το 10 και το 4.

85	432	530	840	3544	98 620

2.2. Δίνεται πιο κάτω ένας τριψήφιος αριθμός.

82 ☐

Να βρείτε όλες τις δυνατές τιμές του ψηφίου των μονάδων, ώστε ο αριθμός να:

(α) είναι άρτιος, ☐

(β) διαιρείται με το 5, ☐

(γ) διαιρείται με το 10, ☐

(δ) διαιρείται με το 4, ☐

(ε) διαιρείται με το 2, αλλά όχι με το 4. ☐

2.3. Να βρείτε τον αριθμό, με βάση τις πληροφορίες που δίνονται.

- Είναι τριψήφιος αριθμός μικρότερος από το 300.
- Διαιρείται με το 2, το 5 και το 4.
- Το ψηφίο των δεκάδων του είναι διπλάσιο από το ψηφίο των εκατοντάδων.

☐

Εφαρμογή

2.4.

(α) Οι Ολυμπιακοί Αγώνες αποτελούν τη μεγαλύτερη αθλητική γιορτή του πλανήτη. Οι πρώτοι σύγχρονοι Ολυμπιακοί Αγώνες πραγματοποιήθηκαν το 1896 στην Αθήνα. Από τότε, οι Ολυμπιακοί Αγώνες διεξάγονται κάθε τέσσερα χρόνια, με εξαίρεση τις χρονιές 1916, 1940 και 1944, κατά τις οποίες ακυρώθηκαν λόγω του Α΄ και του Β΄ Παγκοσμίου Πολέμου. Το 2004 οι Ολυμπιακοί Αγώνες διοργανώθηκαν ξανά στην Αθήνα, την πόλη από την οποία ξεκίνησαν.



(i) Γιατί οι χρονιές διεξαγωγής των Ολυμπιακών Αγώνων είναι πολλαπλάσιο του 4;

(ii) Να εξετάσετε κατά πόσο θα διεξαχθούν Ολυμπιακοί Αγώνες τα έτη 2080, 2090 και 3000;

(β) Μία άλλη κορυφαία αθλητική διοργάνωση αποτελεί το Παγκόσμιο Κύπελλο Ποδοσφαίρου (Μουντιάλ). Η πρώτη επίσημη διοργάνωσή του έγινε το 1930 στην Ουρουγουάη και από τότε διεξάγεται κάθε 4 χρόνια.

Να εξηγήσετε γιατί σε αυτή την περίπτωση οι χρονιές διεξαγωγής του Παγκόσμιου Κυπέλλου Ποδοσφαίρου δεν είναι πολλαπλάσια του 4.

Αναστοχασμός

Να χρησιμοποιήσετε τα πιο κάτω ψηφία, για να γράψετε όλους τους τετραψήφιους αριθμούς που διαιρούνται με το 4, αλλά δεν διαιρούνται με το 5 και το 10.

8 4 0 2

Διαμορφωτική Αξιολόγηση

1 Να σημειώσετε ✔ στην κατάλληλη στήλη στον πίνακα.

Αριθμός	Διαιρείται με:			
	2	4	5	10
130				
516				
4118				
9000				

2 (α) Να συμπληρώσετε το ψηφίο των μονάδων, ώστε ο τριψήφιος αριθμός 73 ☐ να διαιρείται με το 4. Να βρείτε όλες τις λύσεις.

(β) Να συμπληρώσετε το ψηφίο των μονάδων, ώστε ο τετραψήφιος αριθμός 142 ☐ να διαιρείται με το 2, αλλά να μην διαιρείται με το 4; Να βρείτε όλες τις λύσεις.

3 Ο μυστικός κωδικός του τηλεφώνου του Χρίστου είναι ένας τετραψήφιος αριθμός, ο οποίος διαιρείται με το 2, το 5, το 10 και το 4. Το ψηφίο των εκατοντάδων είναι διπλάσιο από το ψηφίο των δεκάδων. Το ψηφίο των χιλιάδων είναι πολλαπλάσιο του 3.

Ποιος είναι ο κωδικός; Να βρείτε όλες τις λύσεις.

ΜΑΘΗΜΑ 3

Εξερεύνηση

Στο μαθηματικό παιχνίδι Prime Climb χρησιμοποιούνται συγκεκριμένες αναπαραστάσεις για τους αριθμούς, όπως οι πιο κάτω. Τα χρώματα και τα τμήματα σε κάθε αριθμό δεν είναι τυχαία, αλλά ακολουθούν έναν συγκεκριμένο κανόνα.

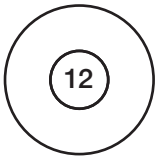


(α) Τι κοινό έχουν οι αριθμοί 2, 3, 5 και 7; Γιατί νομίζετε ότι συμβαίνει αυτό;

(β) Γιατί ο αριθμός 6 παρουσιάζεται με δύο διαφορετικά χρώματα; Για ποιον άλλο αριθμό ισχύει το ίδιο;

(γ) Γιατί οι αριθμοί 4 και 9 χωρίζονται σε 2 τμήματα που έχουν το ίδιο χρώμα ενώ ο αριθμός 8 σε τρία τμήματα που έχουν το ίδιο χρώμα;

(δ) Να δείξετε πιο κάτω πώς είναι δυνατόν να παρουσιάζεται ο αριθμός 12 στο παιχνίδι. Να εξηγήσετε τον τρόπο σκέψης σας.



Διερεύνηση

Τα χρώματα στο μαθηματικό παιχνίδι που μελετήσαμε στην «Εξερεύνηση» μάς βοηθούν να διακρίνουμε κατά πόσο ένας αριθμός είναι **πρώτος** ή **σύνθετος**:

- Οι πρώτοι αριθμοί δεν χωρίζονται σε τμήματα και παρουσιάζονται με ένα χρώμα (π.χ. 2, 3, 5, 7)
- Οι σύνθετοι αριθμοί χωρίζονται σε τμήματα είτε του ίδιου χρώματος (π.χ. 4, 8, 9) είτε διαφορετικού χρώματος (π.χ. 6, 10)
- Το 1 δεν είναι ούτε πρώτος ούτε σύνθετος αριθμός.

(α) Να συμπληρώσετε τους πιο κάτω πίνακες, όπως στο παράδειγμα.

Πρώτοι αριθμοί

Αριθμός	Διαιρέτες	Αριθμός Διαιρετών
2	1, 2	2
3		
5		
7		
11		
13		

Σύνθετοι αριθμοί

Αριθμός	Διαιρέτες	Αριθμός Διαιρετών
4	1, 2, 4	3
6		
8		
9		
10		
12		

(β) Ποιους αριθμούς ονομάζουμε πρώτους και ποιους σύνθετους;

(γ) Να χαρακτηρίσετε καθένα από τους πιο κάτω αριθμούς ως πρώτο ή σύνθετο.

14 _____ 15 _____

16 _____ 17 _____

(δ) Να γράψετε έναν πρώτο και έναν σύνθετο αριθμό.

Παράδειγμα 1

Ποιοι από τους πιο κάτω αριθμούς είναι πρώτοι και ποιοι σύνθετοι; Να επεξηγήσετε.

17 **42** **29**

Λύση:

Το 17 και το 29 είναι πρώτοι αριθμοί, γιατί έχουν διαιρέτες μόνο τον εαυτό τους και το 1.

Το 42 είναι σύνθετος αριθμός, γιατί έχει διαιρέτες τους αριθμούς 1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, και 42.

Δραστηριότητες 1

1.1 Να γράψετε τους διαιρέτες κάθε αριθμού και στη συνέχεια να τον χαρακτηρίσετε ως πρώτο ή σύνθετο.

Αριθμός	Διαιρέτες	Πρώτος / Σύνθετος
32		
35		
47		
49		
39		
63		
77		

1.2. Να βάλετε σε κύκλο:

(α) τους πρώτους αριθμούς.

3	4	1	2	33	12
7	41	9	25	13	

(β) τους σύνθετους αριθμούς.

5	15	1	18	2	36
11	17	27	40	63	

Εφαρμογή

1.3. Οι θεατές σε μια μουσική παράσταση έπαιρναν κατά την είσοδό τους στον χώρο της εκδήλωσης από έναν λαχνό. Όσοι έπαιρναν λαχνό με πρώτο αριθμό, κέρδιζαν μία μηνιαία συνδρομή σε μια μουσική πλατφόρμα ακρόασης.



Να σημειώσετε με ✔ ποιοι από τους πιο κάτω λαχνούς κέρδισαν.

19	37	25	42	27	43
____	____	____	____	____	____

1.4. Μία ομάδα 29 παιδιών θα χωριστεί σε σειρές, ώστε η κάθε σειρά να έχει τον ίδιο αριθμό παιδιών. Διαπίστωσαν ότι αυτό δεν είναι δυνατό. Γιατί;



1.5. Να βάλετε σε κύκλο τον αριθμό που σκέφτεται κάθε παιδί.

Είναι περιττός και σύνθετος αριθμός.

(α) 11 (β) 24 (γ) 21 (δ) 13



Είναι άρτιος και πρώτος αριθμός.

(α) 12 (β) 3 (γ) 6 (δ) 2



Είναι περιττός και πρώτος αριθμός.

(α) 21 (β) 15 (γ) 17 (δ) 27

Επικοινωνία

1.6. Να παρατηρήσετε την παρακάτω γελοιογραφία.



Ποιος είναι ο μικρότερος πρώτος αριθμός;

Οι αριθμοί 15 και 16, είναι **διαδοχικοί** αφού το 16 είναι ο επόμενος ακέραιος αριθμός ύστερα από το 15.

Αναστοχασμός

Να γράψετε 5 διαδοχικούς, σύνθετους αριθμούς μεταξύ του 1 και του 50.

Διερεύνηση

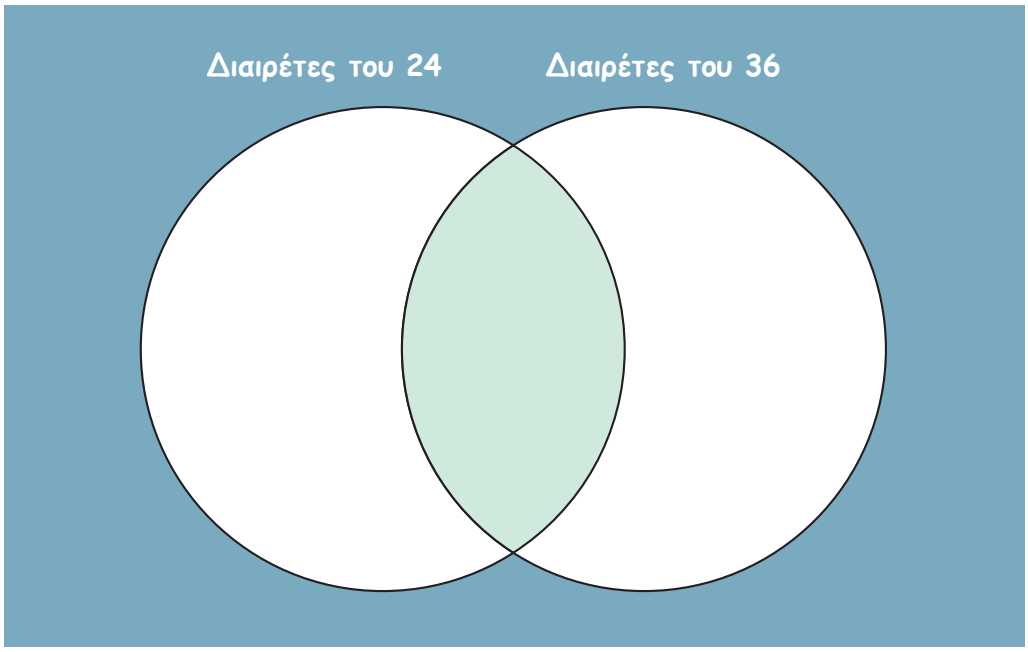
(α) Να γράψετε τους διαιρέτες του 24 και του 36.

Διαιρέτες 24: _____

Διαιρέτες 36: _____

(β) Ποιοι είναι οι **κοινοί διαιρέτες** του 24 και του 36; _____

(γ) Να σημειώσετε τους διαιρέτες του 24 και του 36 στην κατάλληλη θέση, στο πιο κάτω βέννειο διάγραμμα και να εξηγήσετε τον τρόπο σκέψης σας.



(δ) Ποιος είναι ο **Μέγιστος Κοινός Διαιρέτης (ΜΚΔ)** του 24 και του 36, δηλαδή ο μεγαλύτερος αριθμός που διαιρεί και το 24 και το 36;

ΜΚΔ (24,36) = ☐

(ε) Ποια διαδικασία ακολουθούμε, για να υπολογίσουμε τον ΜΚΔ δύο ή περισσότερων αριθμών;

Παράδειγμα 1

Να υπολογίσετε τον ΜΚΔ του 30 και του 36.

Λύση:

Διαιρέτες του 30: 1, 2, 3, 5, (6), 10, 15, 30

Διαιρέτες του 36: 1, 2, 3, 4, (6), 9, 12, 18, 36

ΜΚΔ (30, 36) = 6

- Καταγράφουμε όλους τους διαιρέτες του 30 και του 36.
- Βρίσκουμε τους κοινούς διαιρέτες του 30 και του 36.
- Βρίσκουμε τον μεγαλύτερο κοινό διαιρέτη τους.

Δραστηριότητες 1

1.1 Να υπολογίσετε τον ΜΚΔ των πιο κάτω αριθμών. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

(α) 9 και 12 (β) 16 και 24 (γ) 27 και 45

(δ) 21 και 28 (ε) 18 και 48 (στ) 25 και 40

(ζ) 15, 20 και 35 (η) 30, 48 και 54 (θ) 24, 32 και 40

Αναστοχασμός

(α) Καταλαβαίνουμε αμέσως ότι ο ΜΚΔ του 6 και του 18 είναι το 6, χωρίς να καταγράψουμε τους διαιρέτες κάθε αριθμού. Γιατί;

(β) Να γράψετε ένα δικό σας ζευγάρι αριθμών για το οποίο ισχύει η πιο πάνω παρατήρηση.

1.2. Η κυρία Ευγενία έχει 8 χυμούς πορτοκάλι και 12 χυμούς ροδάκινο. Θα ετοιμάσει πακέτα με χυμούς, ώστε:

- Κάθε πακέτο να έχει τον ίδιο αριθμό χυμών πορτοκάλι και τον ίδιο αριθμό χυμών ροδάκινο.
- Ο αριθμός ίδιων πακέτων που θα ετοιμάσει να είναι ο μεγαλύτερος δυνατός.
- Να μην περισσέψει κανένας χυμός.



(α) Να εξηγήσετε πώς η έννοια του ΜΚΔ θα βοηθήσει την κυρία Ευγενία στην ετοιμασία των πακέτων.

(β) Ποιος είναι ο μεγαλύτερος δυνατός αριθμός ίδιων πακέτων που μπορεί να ετοιμάσει η κυρία Ευγενία;

(γ) Πόσους χυμούς πορτοκάλι και πόσους χυμούς ροδάκινο θα έχει κάθε πακέτο;

1.3. Να επιλύσετε τα πιο κάτω προβλήματα.

(α) Ο Άγγελος έχει στη διάθεσή του 16 τουλίπες και 24 μαργαρίτες. Θα χρησιμοποιήσει τα λουλούδια, για να φτιάξει ίδιες ανθοδέσμες, ώστε κάθε ανθοδέσμη να έχει τον ίδιο αριθμό τουλίπων και τον ίδιο αριθμό μαργαρίτων.

Ποιος είναι ο μεγαλύτερος αριθμός ίδιων ανθοδεσμών που είναι δυνατόν να φτιάξει ο Άγγελος;

(β) Σε μια κατασκήνωση λαμβάνουν μέρος 27 παιδιά του σχολείου Α, 36 παιδιά του σχολείου Β και 45 παιδιά του σχολείου Γ. Θα σχηματίσουν ομάδες, για να παίξουν ένα παιχνίδι, ώστε κάθε ομάδα να έχει τον ίδιο αριθμό παιδιών από το σχολείο Α, τον ίδιο αριθμό παιδιών από το σχολείο Β και τον ίδιο αριθμό από το σχολείο Γ.

Πόσα παιδιά από κάθε σχολείο θα περιλαμβάνει κάθε ομάδα, αν σχηματιστεί ο μεγαλύτερος αριθμός ίδιων ομάδων;

1.4. Να συμπληρώσετε την ερώτηση σε κάθε πρόβλημα.

(α) Ο Αντώνης ετοιμάζει ίδια πακέτα με μολύβια και γόμες. Έχει στη διάθεσή του 20 μολύβια και 30 γόμες.

Ερώτηση: _____

_____

Απάντηση: 10 πακέτα

(β) Η Χαρά ετοιμάζει ίδιες κατασκευές με μπαλόνια για τη διακόσμηση σε ένα πάρτι. Έχει στη διάθεσή της 24 μπλε και 36 πράσινα μπαλόνια.

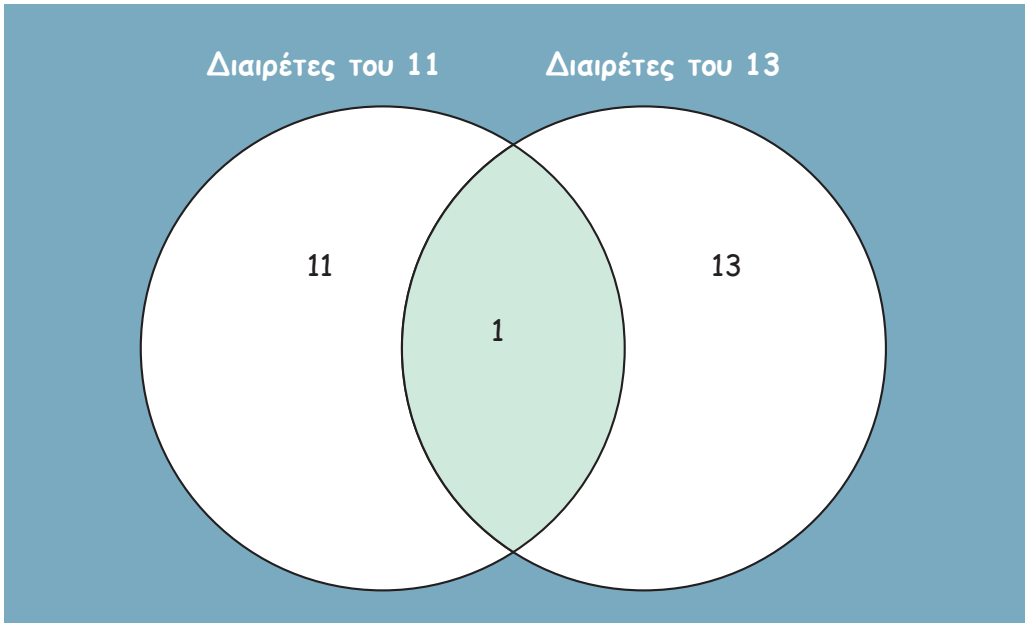
Ερώτηση: _____

_____

Απάντηση: Κάθε κατασκευή έχει 2 μπλε και 3 πράσινα μπαλόνια.

1.5. (α) Ποιες πληροφορίες παίρνουμε από το πιο κάτω βέννειο διάγραμμα;

Επικοινωνία



(β) Για ποια άλλα ζεύγη αριθμών θα είχε παρόμοια εικόνα το βέννειο διάγραμμα που παρουσιάζει τους διαιρέτες τους; Να γράψετε ακόμα τρία παραδείγματα.

1.6. Ποιος είναι ο ΜΚΔ των αριθμών **42 και 70** ;

(α) 7

(β) 21

(γ) 14

(δ) 42

(ε) 2

1.7. Ποιος είναι ο ΜΚΔ των αριθμών **11, 16 και 21** ;

(α) 3

(β) 4

(γ) 11

(δ) 1

(ε) 7

Μικρή Επανάληψη

1. Να υπολογίσετε το γινόμενο.

(α) 8 × 14

(β) 12 × 25

(γ) 35 × 18

(δ) 17 × 18

Διερεύνηση

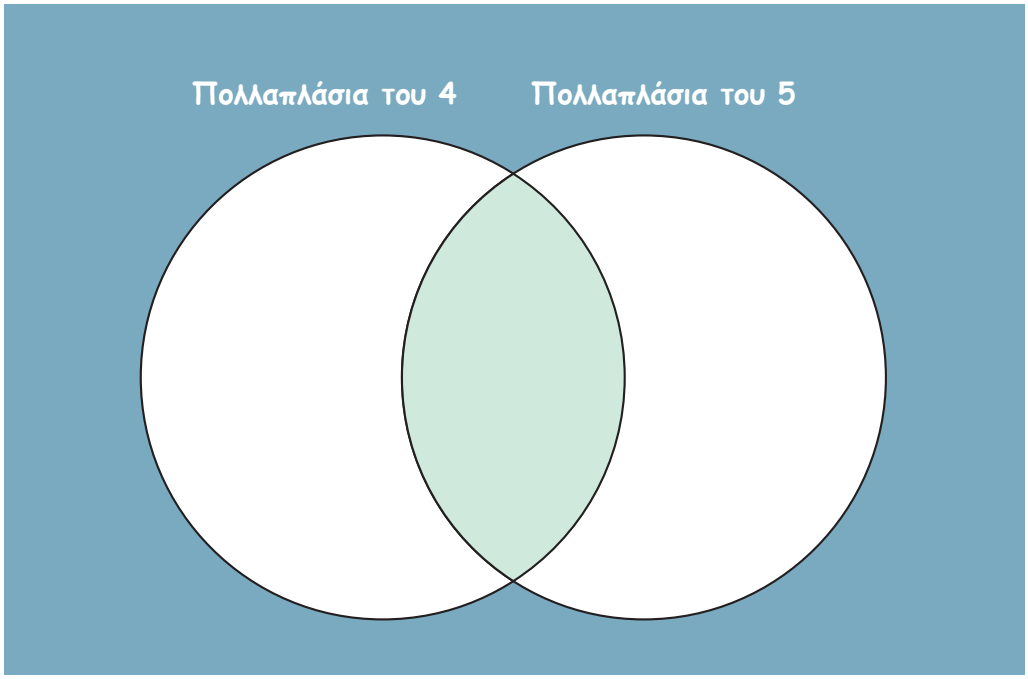
(α) Να γράψετε τα πρώτα δέκα πολλαπλάσια του 4 και του 5, αρχίζοντας από το 4 και από το 5 αντίστοιχα.

Πολλαπλάσια του 4: _____

Πολλαπλάσια του 5: _____

(β) Ποια από τα πιο πάνω είναι τα κοινά πολλαπλάσια του 4 και του 5: _____

(γ) Να σημειώσετε τους αριθμούς που καταγράψατε πιο πάνω στην κατάλληλη θέση, στο πιο κάτω βέννειο διάγραμμα. Να επεξηγήσετε.



(δ) Ποιο είναι το Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο του 4 και του 5, δηλαδή ο μικρότερος αριθμός που είναι πολλαπλάσιο και του 4 και του 5;

ΕΚΠ [4, 5] = ☐

(ε) Ποια διαδικασία ακολουθούμε, για να υπολογίσουμε το ΕΚΠ δύο ή περισσότερων αριθμών;

Παράδειγμα 1

Να υπολογίσετε το ΕΚΠ του 4 και του 10.

Λύση:

Πολλαπλάσια του 4: 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32

Πολλαπλάσια του 10: 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70

Καταγράφουμε τα πολλαπλάσια του 4 και του 10, μέχρι να βρούμε το ΕΚΠ.

Δραστηριότητες 1

1.1 Να υπολογίσετε το ΕΚΠ των πιο κάτω αριθμών. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

(α) 3 και 4 (β) 6 και 8 (γ) 7 και 21

(δ) 5 και 15 (ε) 5 και 11 (στ) 9 και 15

(ζ) 7, 14 και 21 (η) 4, 5, και 8 (θ) 8, 14 και 28

Αναστοχασμός

Το ΕΚΠ του 6 και του 9 είναι ο αριθμός 18.

Να επιλέξετε από τους πιο κάτω αριθμούς δύο ζευγάρια αριθμών που το ΕΚΠ τους θα είναι και πάλι ο αριθμός 18.

6, 18, 30, 27, 36, 9, 15, 8

1.2. Να εξηγήσετε με ποιο τρόπο το ΕΚΠ σας βοηθά να βρείτε την απάντηση στο πιο κάτω πρόβλημα.

Σε έναν βοτανικό κήπο, οι επιστήμονες μελετούν δύο είδη λουλουδιών.

- Τα κίτρινα λουλούδια ανθίζουν κάθε 4 ημέρες.
- Τα ροζ λουλούδια ανθίζουν κάθε 6 ημέρες.

Μία ημέρα, τα δύο λουλούδια άνθισαν μαζί. Σε πόσες ημέρες τα λουλούδια θα ανθίσουν ξανά μαζί την ίδια ημέρα;



1.3. Να επιλύσετε τα προβλήματα.

(α) Ένα κουδούνι κτυπά κάθε 3 λεπτά και ένα άλλο κάθε 5 λεπτά. Χτύπησαν μαζί στις 10:00. Σε πόσα λεπτά θα κτυπήσουν ξανά μαζί;

(β) Ένα λεωφορείο περνά από μία στάση κάθε 9 λεπτά και ένα άλλο κάθε 12 λεπτά. Πέρασαν μαζί στις 9:00.

(i) Σε πόσα λεπτά θα περάσουν ξανά μαζί από τη στάση;

(ii) Πόσες φορές θα περάσει το κάθε λεωφορείο από τη στάση μέχρι τότε;

(γ) Τρεις φάροι αναβοσβήνουν.

- Ο πρώτος κάθε 6 δευτερόλεπτα.
- Ο δεύτερος κάθε 8 δευτερόλεπτα.
- Ο τρίτος κάθε 12 δευτερόλεπτα.

Αναβόσβησαν μαζί στις 12:00.

(i) Σε πόσα δευτερόλεπτα θα αναβοσβήσουν ξανά μαζί;

(ii) Πόσες φορές θα αναβοσβήσει ο κάθε φάρος μέχρι τότε;

1.4. Να υπολογίσετε τον ΜΚΔ και το ΕΚΠ των πιο κάτω αριθμών. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

(α) 6 και 15 (β) 12 και 36 (γ) 16 και 24 (δ) 10 και 12

1.5. Να σημειώσετε ΟΡΘΟ ή ΛΑΘΟΣ σε κάθε πρόταση.

	ΟΡΘΟ / ΛΑΘΟΣ
(α) Το ΕΚΠ δύο αριθμών είναι ο μεγαλύτερος κοινός αριθμός που είναι πολλαπλάσιο των αριθμών αυτών.	
(β) Το ΕΚΠ δύο αριθμών είναι πάντα μεγαλύτερο από τους αριθμούς αυτούς.	
(γ) Ο ΜΚΔ δύο αριθμών είναι ο μεγαλύτερος κοινός αριθμός που διαιρεί τους αριθμούς αυτούς.	
(δ) Ο ΜΚΔ δύο αριθμών είναι πάντα μικρότερος από τους αριθμούς αυτούς.	
(ε) Το ΕΚΠ δύο πρώτων αριθμών είναι πάντα ίσο με το γινόμενό τους.	

Μικρή Επανάληψη

1. Να υπολογίσετε το πηλίκο.

(α) 60 ÷ 12 (β) 84 ÷ 14

(γ) 72 ÷ 12 (δ) 180 ÷ 15

Διαμορφωτική Αξιολόγηση

1 Να υπολογίσετε τον ΜΚΔ και το ΕΚΠ των αριθμών:

(α) 5 και 25

(β) 4, 8 και 20

Εφαρμογή

2 Να επιλύσετε τα προβλήματα.

(α) Ένας ζαχαροπλάστης έφτιαξε 36 τάρτες και 45 τρούφες. Θα ετοιμάσει όσο το δυνατόν περισσότερους ίδιους δίσκους, χωρίς να περισσέψει κανένα γλυκό. Ποιος είναι ο μεγαλύτερος αριθμός ίδιων δίσκων που είναι δυνατόν να ετοιμάσει;

(β) Δύο πλοία ξεκινούν ταυτόχρονα από το λιμάνι ενός νησιού. Το πλοίο Α κάνει τον γύρο του νησιού σε 4 ώρες και το πλοίο Β κάνει τον γύρο του νησιού σε 5 ώρες. Σε πόσες ώρες θα συναντηθούν ξανά, για πρώτη φορά στο λιμάνι;

3 Ο ΜΚΔ ενός πρώτου αριθμού και ενός σύνθετου αριθμού είναι το 23. Αν οι δύο αριθμοί είναι μικρότεροι από το 50, ποιοι είναι οι δύο αυτοί αριθμοί;

Περίληψη Ενότητας

Κριτήρια διαιρετότητας

- Ένας φυσικός αριθμός διαιρείται με το 2, αν το ψηφίο των μονάδων του είναι 0, 2, 4, 6 ή 8.
  Παραδείγματα: 40, 34, 108, 3456
- Ένας φυσικός αριθμός διαιρείται με το 4, αν τα δύο τελευταία ψηφία του διαιρούνται με το 4.
  Παραδείγματα: 620, 4132, 60 836
- Ένας φυσικός αριθμός διαιρείται με το 5, αν το ψηφίο των μονάδων του είναι 0 ή 5.
  Παραδείγματα: 95, 320, 8560, 32 195
- Ένας φυσικός αριθμός διαιρείται με το 10, αν το ψηφίο των μονάδων του είναι 0.
  Παραδείγματα: 50, 320, 7280, 45 180

Πρώτοι και σύνθετοι αριθμοί

Ένας φυσικός αριθμός, εκτός από το 1, που έχει διαιρέτες μόνο τον εαυτό του και το 1, λέγεται **πρώτος** αριθμός, διαφορετικά λέγεται **σύνθετος** αριθμός.

Παράδειγμα:

Το 11 έχει διαιρέτες μόνο τους αριθμούς 1 και 11. Άρα, είναι πρώτος αριθμός.

Το 15, έχει διαιρέτες το 1, 3, 5 και 15. Άρα, είναι σύνθετος αριθμός.

Μέγιστος Κοινός Διαιρέτης (ΜΚΔ)

Παράδειγμα:

Διαιρέτες του 20: 1, 2, (4), 5, 10, 20

Διαιρέτες του 24: 1, 2, 3, (4), 6, 8, 12, 24

ΜΚΔ [20, 24] = 4

Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο (ΕΚΠ)

Παράδειγμα:

Πολλαπλάσια του 6: 6, 12, 18, (24), 30, 36, 42, 48

Πολλαπλάσια του 8: 8, 16, (24), 32, 40, 48

ΕΚΠ [6, 8] = 24

Επιπρόσθετες Δραστηριότητες

Κριτήρια Διαιρετότητας

1 Να βάλετε σε κύκλο τους αριθμούς που διαιρούνται με το:

2	42	23	517	206	7357	1628
4	12	65	432	614	8432	1526
5	46	80	152	875	3352	9460
10	30	80	916	730	1005	6530

2 Δίνεται πιο κάτω ένας τριψήφιος αριθμός.

53 ☐

Να βρείτε όλα τα ψηφία που είναι δυνατόν να σημειωθούν στις μονάδες, ώστε ο αριθμός να:

(α) είναι άρτιος, ☐

(β) διαιρείται με το 2 και με το 4, ☐

(γ) διαιρείται με το 2, αλλά να μην διαιρείται με το 4. ☐

3 Ένας αριθμός διαιρείται με το 4. Να βάλετε σε κύκλο ΟΡΘΟ ή ΛΑΘΟΣ.

(α) Ο αριθμός είναι πολλαπλάσιο του 4. ΟΡΘΟ / ΛΑΘΟΣ

(β) Ο αριθμός διαιρείται σίγουρα και με το 2. ΟΡΘΟ / ΛΑΘΟΣ

(γ) Ο αριθμός είναι περιττός. ΟΡΘΟ / ΛΑΘΟΣ

4 (α) Να βρείτε τον μικρότερο και τον μεγαλύτερο τετραψήφιο αριθμό που διαιρείται με το 2 και το 4.

(β) Να βρείτε τον μικρότερο και τον μεγαλύτερο τετραψήφιο αριθμό που διαιρείται με το 5, αλλά δεν διαιρείται με το 2.

Πρώτοι και σύνθετοι αριθμοί

5 Να βάλετε σε κύκλο τους αριθμούς που είναι πρώτοι.

(α) 11 (β) 42 (γ) 19 (δ) 75

6 Να βρείτε τον αριθμό.

- Είναι σύνθετος αριθμός.
- Είναι μεγαλύτερος από το 25 και μικρότερος από το 30.
- Διαιρείται με δύο πρώτους αριθμούς.

7 Είναι ορθή η δήλωση της Χαράς; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Δεν υπάρχουν δύο διαδοχικοί πρώτοι αριθμοί.



Μέγιστος Κοινός Διαιρέτης – Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο

8 Να υπολογίσετε τον ΜΚΔ και το ΕΚΠ των πιο κάτω αριθμών. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

(α) 6, 18 (β) 12, 24 (γ) 9, 27 (δ) 25, 40

(ε) 4, 6 και 9 (στ) 12, 24 και 30 (ζ) 6, 18 και 24 (η) 14, 28 και 84

Εφαρμογή

9 Να επιλύσετε τα προβλήματα. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.



(α) Ο Χρίστος παίζει καλαθόσφαιρα κάθε 6 μέρες και κάνει κολύμπι κάθε 7 μέρες. Αν ο Χρίστος σήμερα έκανε και τα δύο αθλήματα, ύστερα από πόσες μέρες θα κάνει ξανά και τα δύο αθλήματα την ίδια μέρα;



(β) Ένας διακοσμητής έχει 12 κόκκινα μπαλόνια και 18 ροζ μπαλόνια. Θέλει να φτιάξει όσο το δυνατόν περισσότερες ίδιες κατασκευές, ώστε κάθε κατασκευή να έχει τον ίδιο αριθμό κόκκινων και ροζ μπαλονιών και να μην περισσέψει κανένα μπαλόνι.

(i) Ποιος είναι ο μεγαλύτερος δυνατός αριθμός κατασκευών που είναι δυνατόν να φτιάξει;

(ii) Πόσα κόκκινα και πόσα ροζ μπαλόνια θα έχει κάθε κατασκευή;

10 Ο ΜΚΔ ενός περιττού και ενός άρτιου αριθμού είναι το 9. Αν ο μεγαλύτερος αριθμός είναι το 27, ποιος είναι ο άλλος αριθμός;

ΜΕΡΟΣ

γεωμετρία-στατιστική

6 γεωμετρία στατιστική

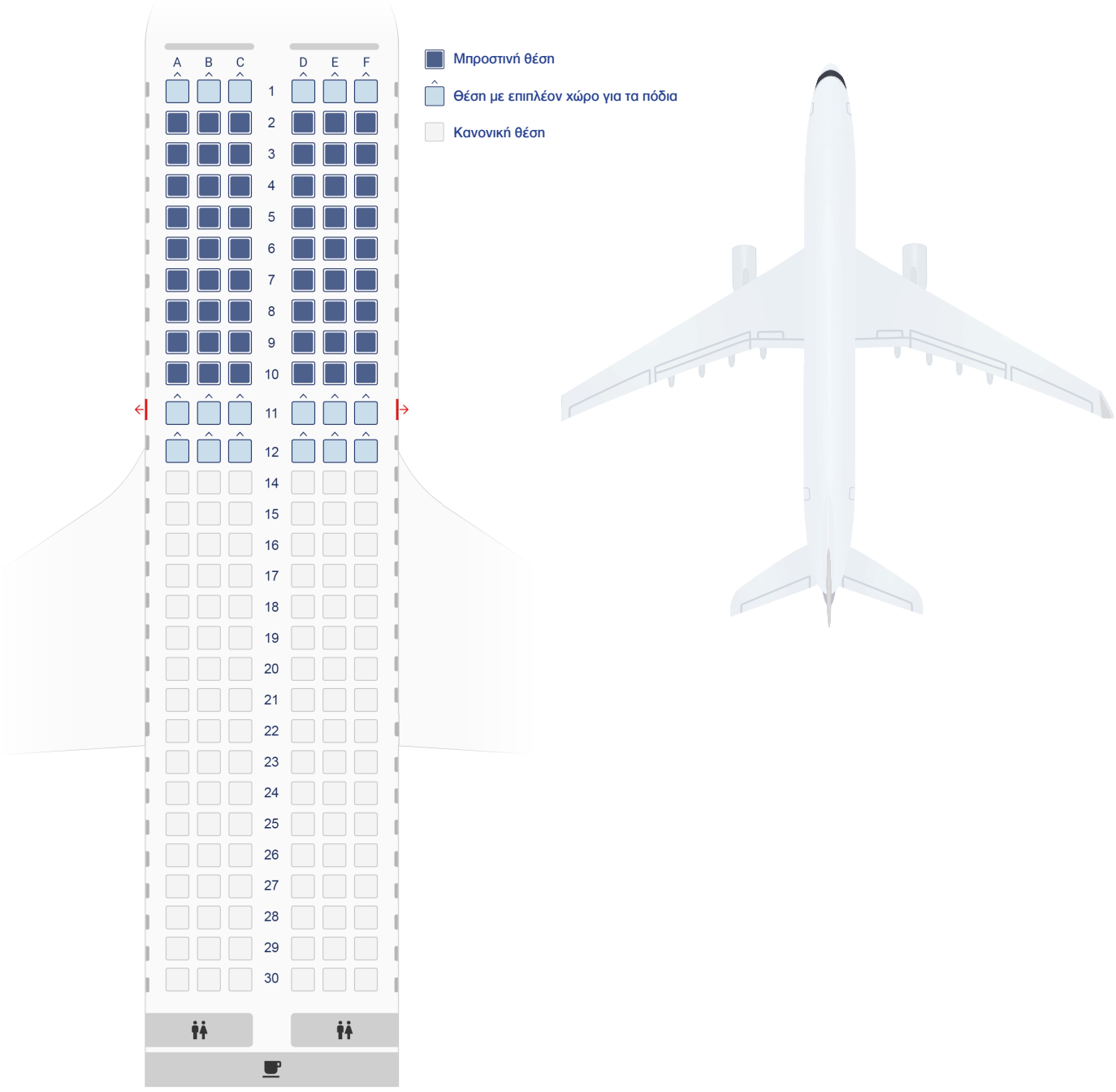
Στην ενότητα αυτή θα μάθουμε...

- Να χρησιμοποιούμε συντεταγμένες, για να ορίζουμε τη θέση ενός σημείου.
- Να ερμηνεύουμε και να κατασκευάζουμε γραμμική γραφική παράσταση.

Τα Μαθηματικά στον κόσμο

Η αρίθμηση των θέσεων χρησιμοποιείται εδώ και πολλά χρόνια σε χώρους εκδηλώσεων και μέσα μεταφοράς. Για παράδειγμα, η πιο κάτω εικόνα παρουσιάζει το διάγραμμα των θέσεων σε ένα αεροπλάνο.

Να επιλέξετε μία θέση στο αεροπλάνο και να δώσετε όλες τις απαραίτητες πληροφορίες, ώστε ένα άλλο άτομο να έχει τη δυνατότητα να την εντοπίσει με ακρίβεια.

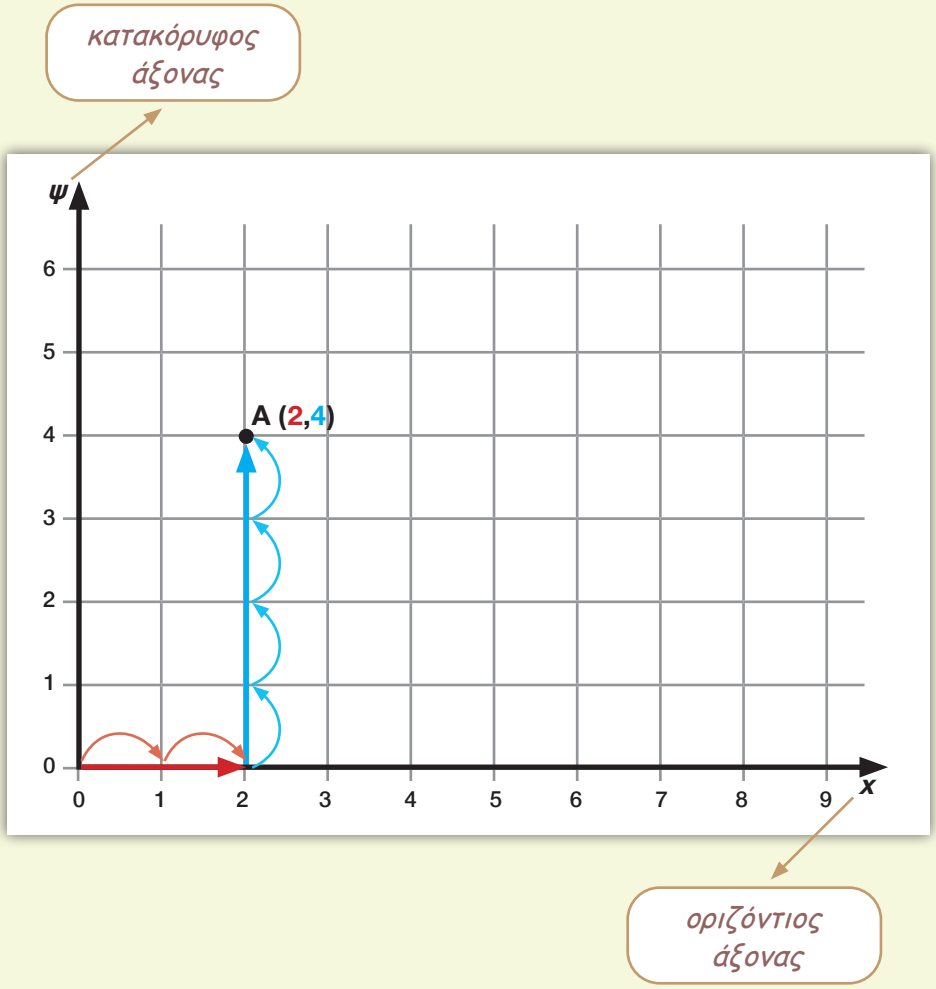


Διάγραμμα θέσεων αεροπλάνου

Έχουμε μάθει...

Στο αεροπλάνο, για να προσδιορίσουμε μία θέση χρειάζεται να αναφερθούμε σε δύο στοιχεία: στον αριθμό της σειράς και στο γράμμα της θέσης. Αντίστοιχα, στα μαθηματικά, για να προσδιορίσουμε τη θέση ενός σημείου, χρησιμοποιούμε δύο αριθμούς που λέγονται συντεταγμένες.

Οι **συντεταγμένες** δείχνουν τη θέση του σημείου σε ένα σύστημα αξόνων, το οποίο αποτελείται από έναν **οριζόντιο** και έναν **κατακόρυφο άξονα**.

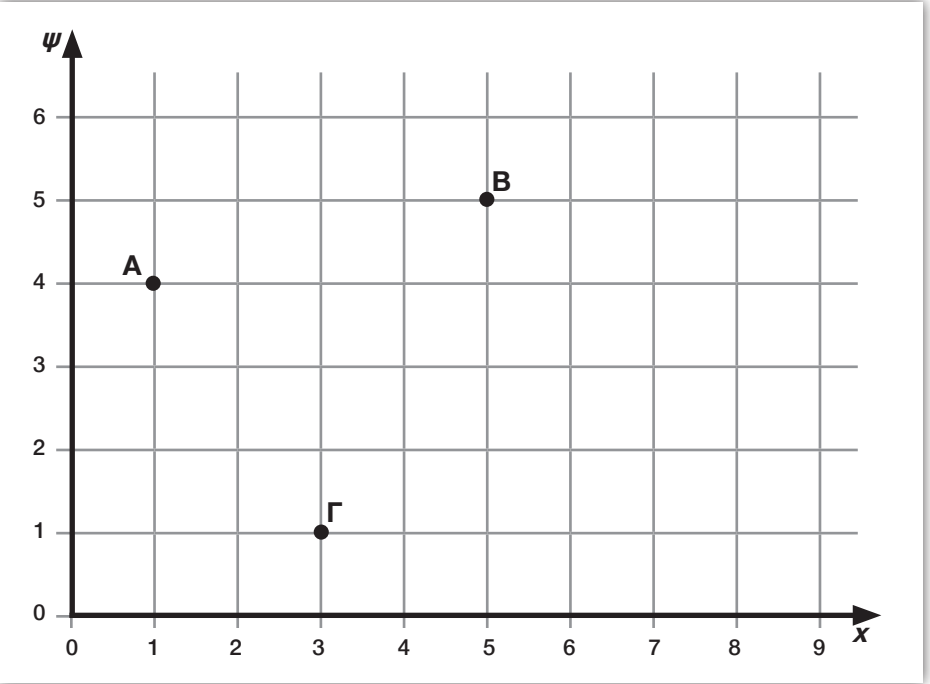


Για παράδειγμα, το σημείο Α έχει συντεταγμένες Α (2, 4):

- Ο πρώτος αριθμός, δηλαδή το 2, μας λέει πόσα βήματα μετακινούμαστε στον οριζόντιο άξονα.
- Ο δεύτερος αριθμός, δηλαδή το 4, μας λέει πόσα βήματα μετακινούμαστε στον κατακόρυφο άξονα.

Δραστηριότητες 1

1.1. (α) Να γράψετε τις συντεταγμένες των σημείων Α, Β και Γ.

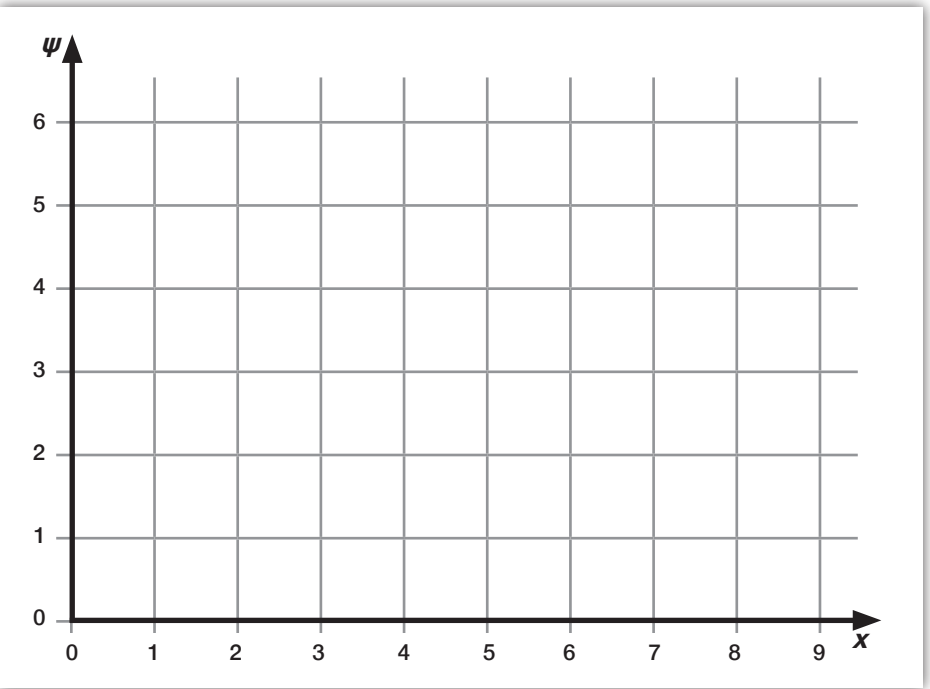


Α (___ , ___)	Β (___ , ___)	Γ (___ , ___)

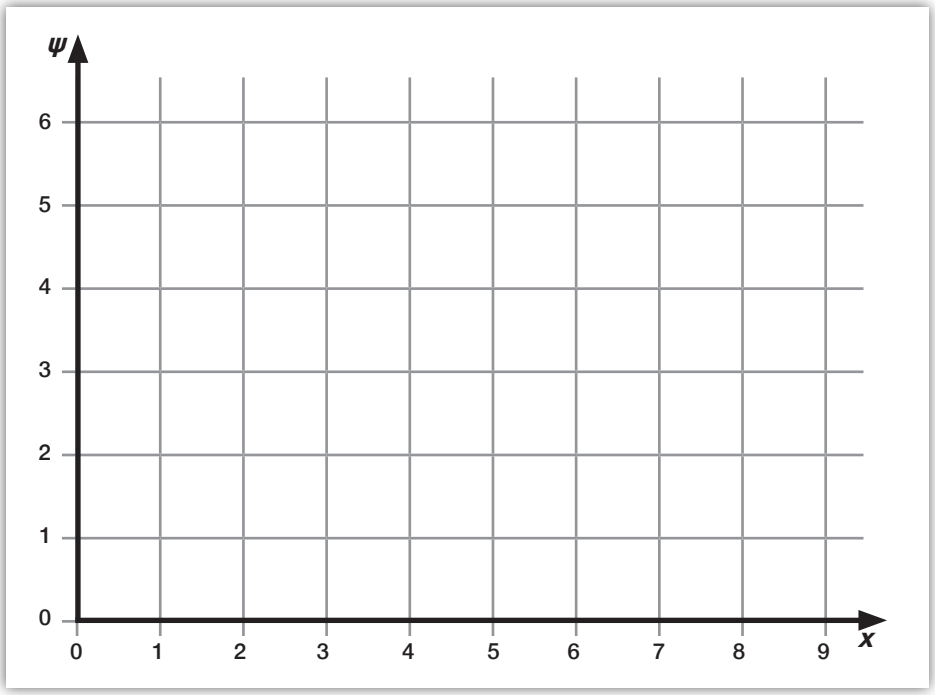
(β) Να τοποθετήσετε στο πιο πάνω πλέγμα τα σημεία Δ (6,2) και Ε (2,6)

1.2. Να κατασκευάσετε το τρίγωνο ΓΔΕ με κορυφές τα πιο κάτω σημεία.

Γ (3, 2) Δ (7, 3) Ε (7, 1)



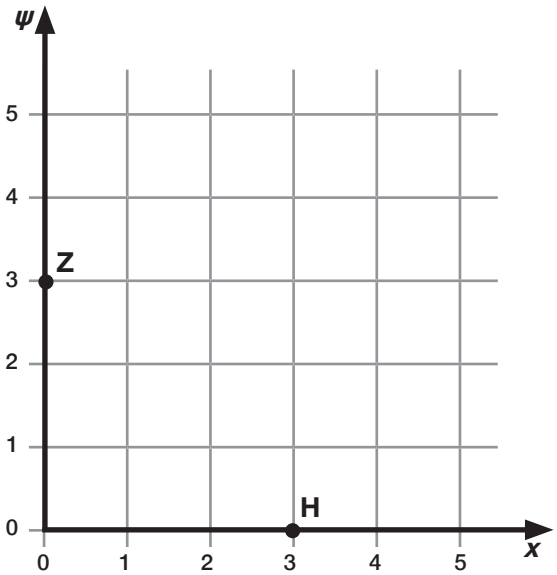
1.3. (α) Να κατασκευάσετε ένα ευθύγραμμο τμήμα με άκρα τα σημεία Α (4,1) και Β (8,1).



(β) Να ονομάσετε και να σημειώσετε τις συντεταγμένες τριών άλλων σημείων που ανήκουν στο ευθύγραμμο τμήμα.

Αναστοχασμός

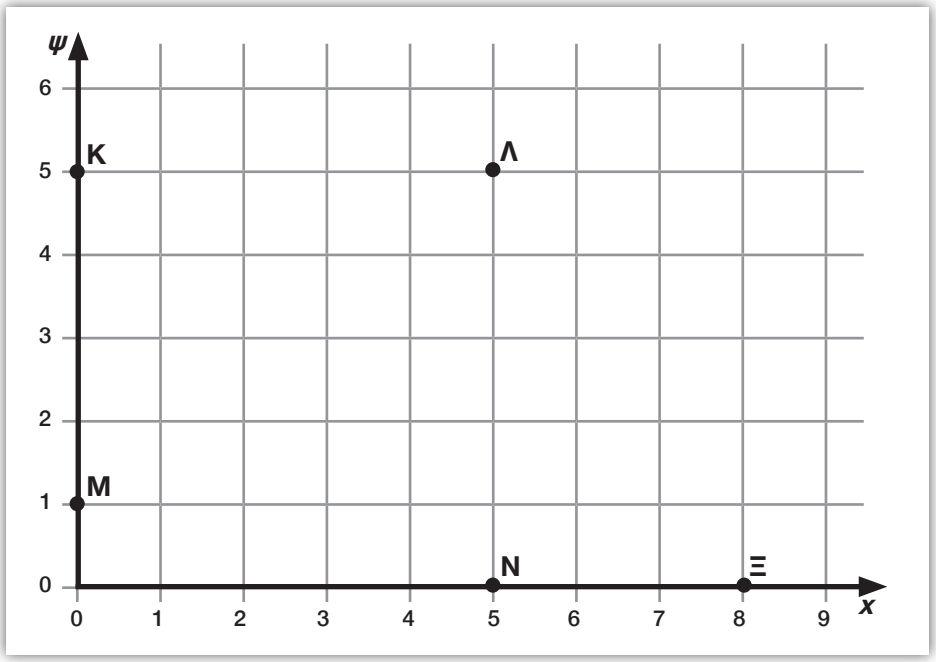
Ποιες είναι οι συντεταγμένες του σημείου Ζ και του σημείου Η;



Ζ (___ , ___)

Η (___ , ___)

1.4. Να βάλετε σε κύκλο την ορθή απάντηση, με βάση τα σημεία στο πιο κάτω σύστημα αξόνων.



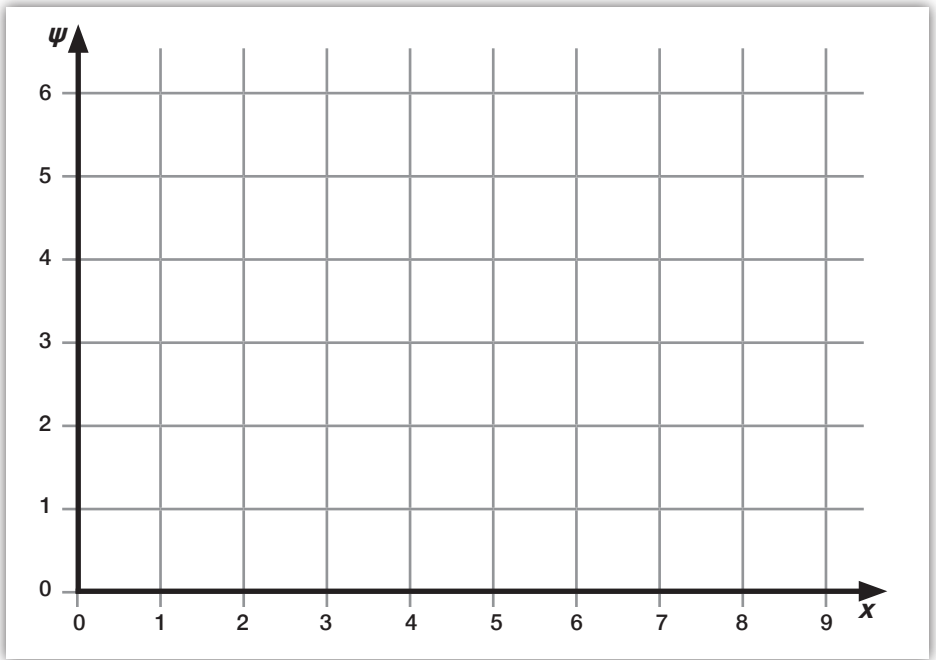
(α) Ποιες είναι οι συντεταγμένες του σημείου Ν;

(i) (0, 8) (ii) (5, 0) (iii) (5, 5) (iv) (0, 5)

(β) Ποιο σημείο έχει συντεταγμένες (0, 1);

(i) το Κ (ii) το Λ (iii) το Ξ (iv) το Μ

1.5. (α) Να τοποθετήσετε στο σύστημα αξόνων τα πιο κάτω σημεία Κ (0,5), Λ (6, 5) και Μ (6, 1).



(β) Να σημειώσετε το σημείο Ν και να γράψετε τις συντεταγμένες του, ώστε το σχήμα ΚΛΜΝ να είναι ορθογώνιο. Ν (__ , __)

Εφαρμογή

1.6. Ο πιο κάτω χάρτης παρουσιάζει τα αξιοθέατα ενός νησιού. Τα σημεία στον χάρτη δείχνουν τις εισόδους σε κάθε αξιοθέατο.



(α) Να συμπληρώσετε τον πίνακα.

Αξιοθέατο	Μουσείο	Φάρος	Δάσος	Σπηλιά	Αρχαίος ναός
Συντεταγμένες	(3, 1)				

(β) Ο Αντώνης και η Αρετή βρίσκονται στο νησί.

Ο Αντώνης βρίσκεται στο Μουσείο. Θα μετακινηθεί 4 τετράγωνα προς τα δεξιά και 2 τετράγωνα προς τα πάνω, για να επισκεφθεί τον Αρχαίο ναό.

Να περιγράψετε τη διαδρομή της Αρετής, αν βρίσκεται στον Αρχαίο ναό και θα επισκεφθεί το Δάσος.

Διερεύνηση

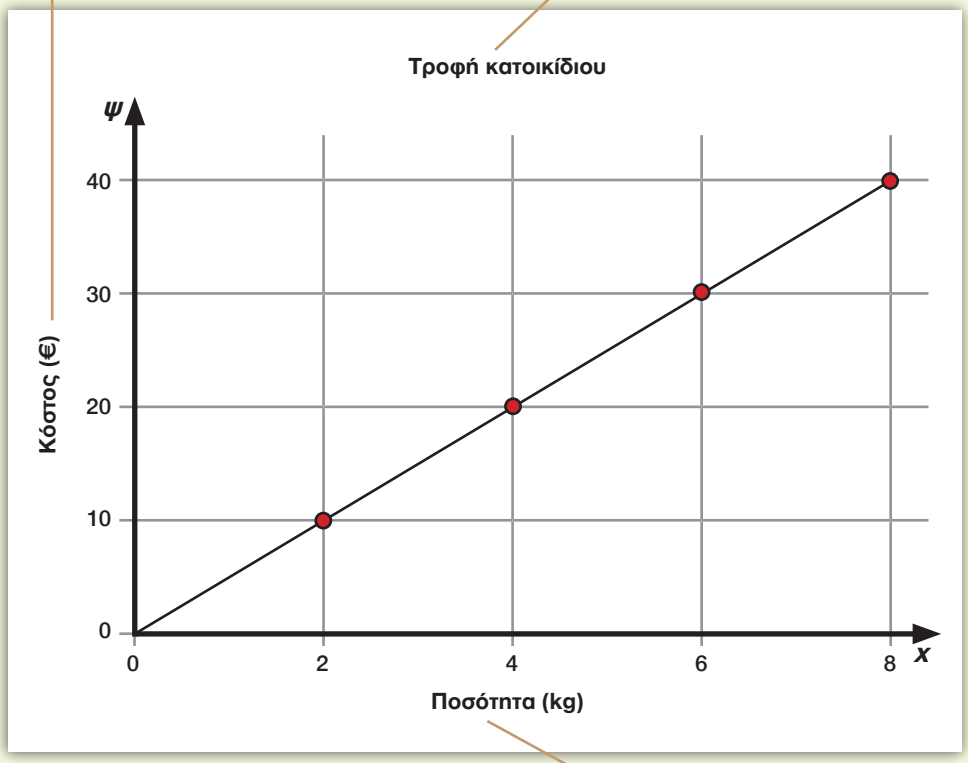


Έχουμε μάθει ότι οι γραφικές παραστάσεις αποτελούν έναν χρήσιμο τρόπο παρουσίασης και μελέτης δεδομένων. Πιο κάτω παρουσιάζεται μία **γραμμική γραφική παράσταση** με τίτλο **«Τροφή κατοικίδιου»**, η οποία απεικονίζει τη σχέση μεταξύ της ποσότητας της τροφής ενός κατοικίδιου ζώου και του κόστους της.

Ο τίτλος του οριζόντιου άξονα είναι **«Ποσότητα (Kg)»** (ποσότητα της τροφής σε κιλά). Ο τίτλος του κατακόρυφου άξονα είναι **«Κόστος (€)»** (τιμή της τροφής σε ευρώ).

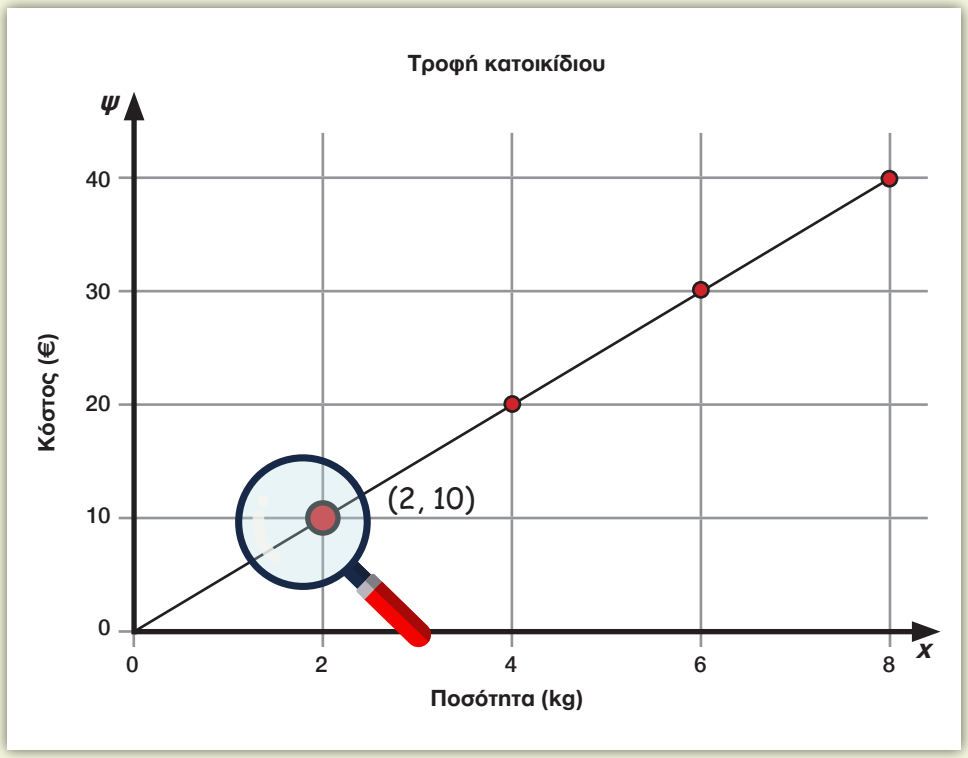
Τίτλος γραφικής παράστασης

Τίτλος κατακόρυφου άξονα



Τίτλος οριζόντιου άξονα

Το σημείο (2, 10) δείχνει ότι η ποσότητα των 2 kg τροφής αντιστοιχεί σε κόστος €10. Το 2, δηλαδή, εκφράζει την ποσότητα της τροφής σε κιλά και το 10 το κόστος σε ευρώ.



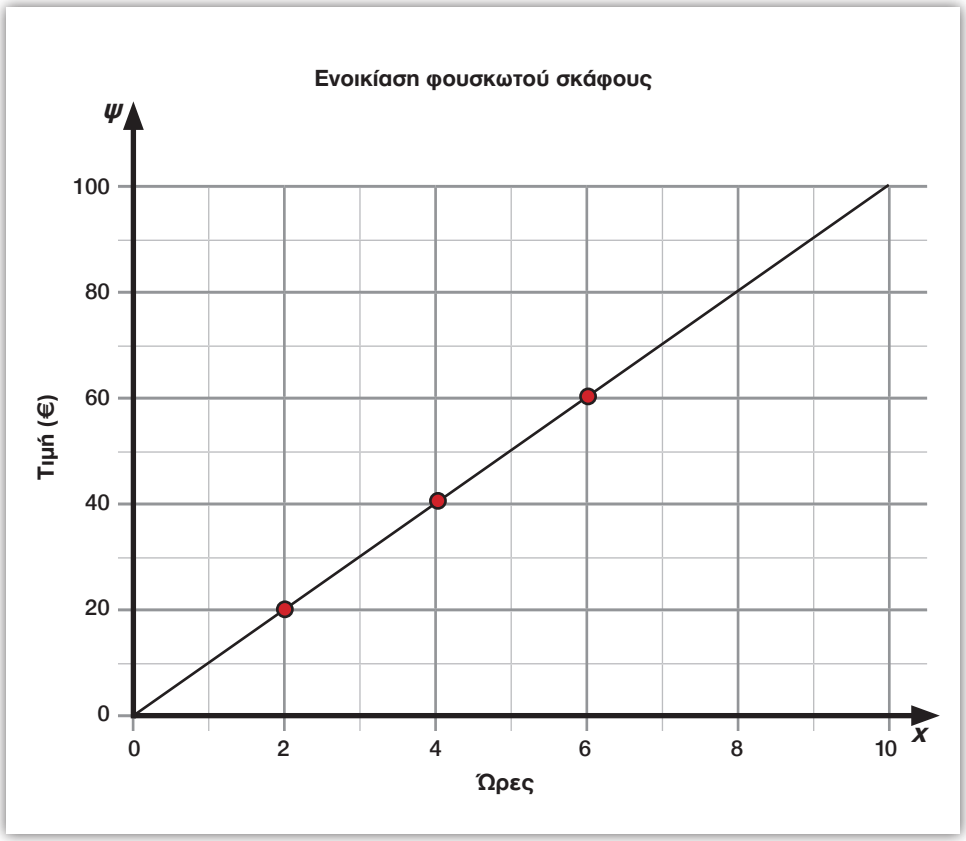
(α) Να συμπληρώσετε τον πίνακα, με βάση τη γραφική παράσταση.

Ποσότητα (kg)	Τιμή (€)
2	10
4	

(β) Ποια σχέση παρατηρείτε μεταξύ της ποσότητας και του κόστους της τροφής; Πόσο κοστίζει 1 kg τροφής; Να επεξηγήσετε.

Δραστηριότητες 1

1.1. Η γραφική παράσταση παρουσιάζει την τιμή ενοικίασης φουσκωτού σκάφους ανάλογα με τον χρόνο ενοικίασης.



(α) Να συμπληρώσετε το κόστος ενοικίασης του σκάφους για:

(i) 2 ώρες _____ (ii) 6 ώρες _____

(iii) 8 ώρες _____ (iv) 5 ώρες _____

(β) Να συμπληρώσετε τη διάρκεια ενοικίασης του σκάφους, αν η τιμή ενοικίασης είναι:

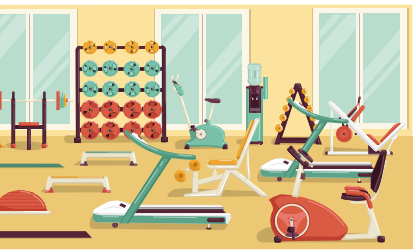
(i) €40 _____ (ii) €30 _____

(iii) €100 _____ (iv) €90 _____

Αναστοχασμός

Ο Πάρης πλήρωσε €120 για την ενοικίαση του πιο πάνω σκάφους. Πόσες ώρες ενοικίασε το σκάφος;

Εφαρμογή

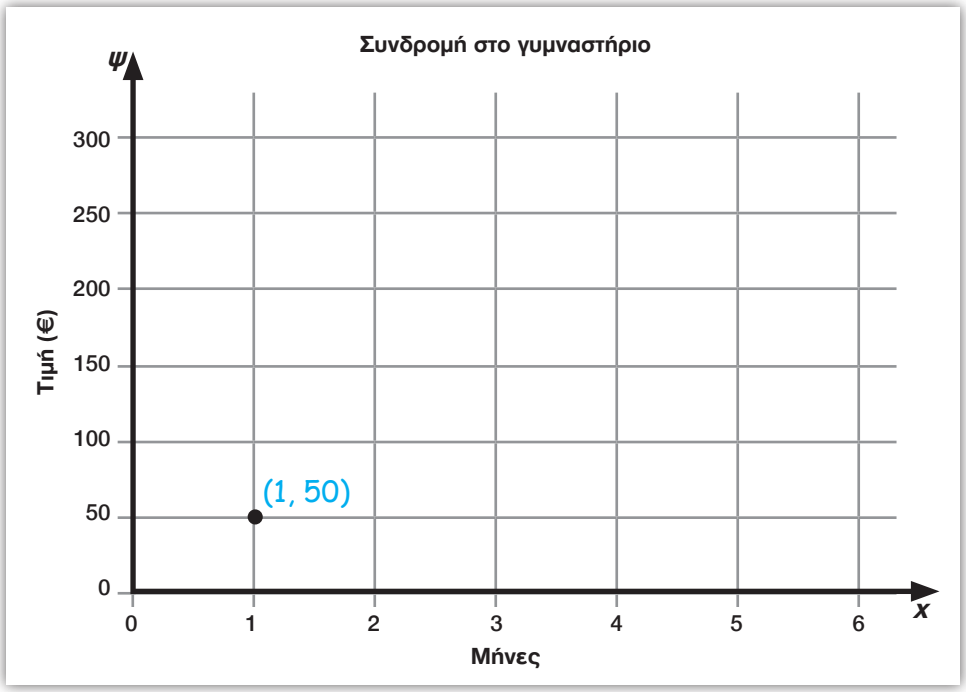


1.2. Η μηνιαία συνδρομή σε ένα γυμναστήριο είναι €50.

(α) Να συμπληρώσετε τον πίνακα.

Μήνες	Τιμή (€)
1	50
2	
3	
4	
5	
6	

(β) Να κατασκευάσετε τη γραφική παράσταση με βάση τον πιο πάνω πίνακα.



Μικρή Επανάληψη

1. Να σημειώσετε ✔ στην κατάλληλη στήλη στον πίνακα.

Αριθμός	Διαιρείται με:			
	2	4	5	10
420				
3542				
7000				

2. Να υπολογίσετε τον ΜΚΔ και το ΕΚΠ των αριθμών. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

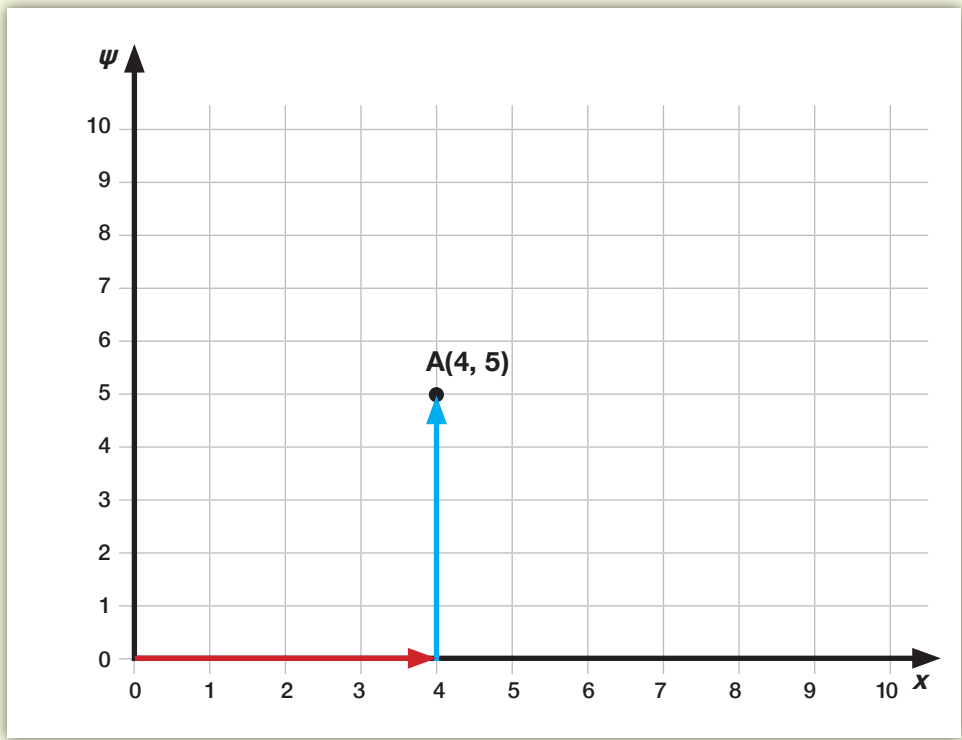
(α) 9, 36 (β) 11, 17 (γ) 12, 18

Περίληψη Ενότητας

Συντεταγμένες

Παράδειγμα

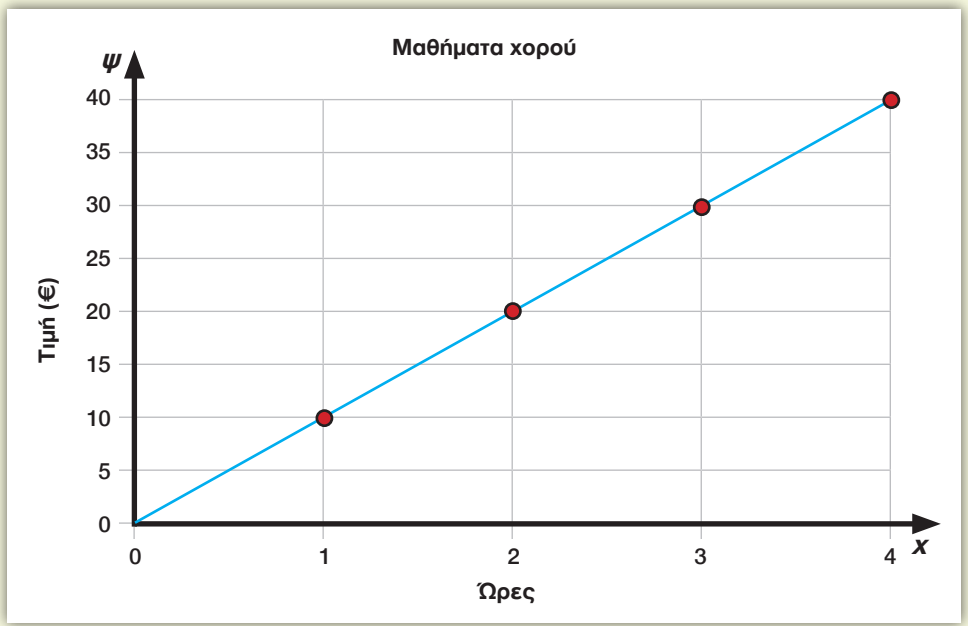
Το σημείο Α έχει συντεταγμένες Α (4, 5).



Γραμμική γραφική παράσταση

Παράδειγμα:

Η πιο κάτω γραφική παράσταση με τίτλο «Μαθήματα χορού», απεικονίζει τη σχέση μεταξύ των ωρών των μαθημάτων χορού (οριζόντιος άξονας) και του κόστους τους (κατακόρυφος άξονας).



Επιπρόσθετες Δραστηριότητες

Συντεταγμένες

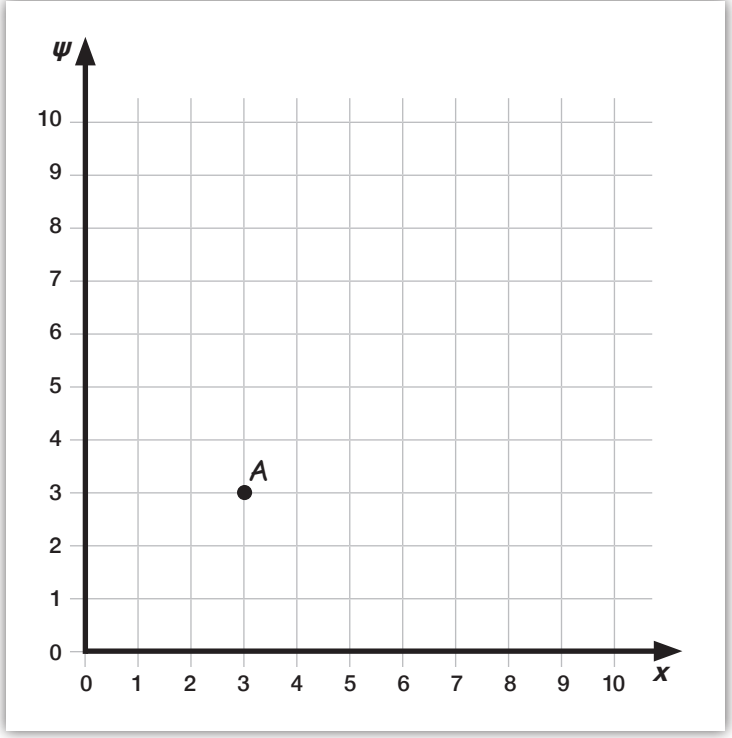
1 Να τοποθετήσετε τα σημεία στο πλέγμα, όπως στο παράδειγμα.

Α (3,3) Β (1,8)

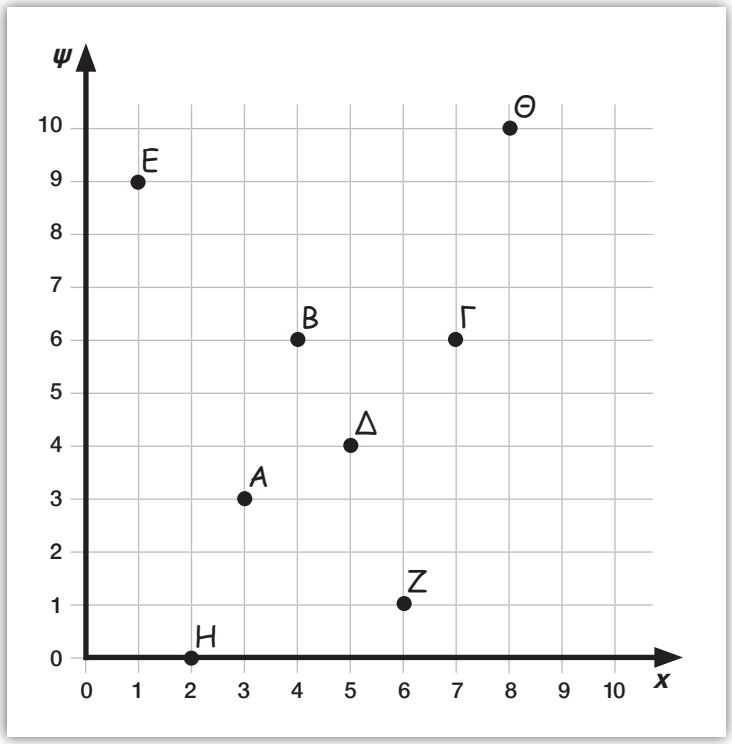
Γ (2,8) Δ (6,2)

Ε (0,4) Ζ (7,6)

Η (9,5) Θ (7,0)



2 Να γράψετε τις συντεταγμένες κάθε σημείου.



Α (___ , ___)

Β (___ , ___)

Γ (___ , ___)

Δ (___ , ___)

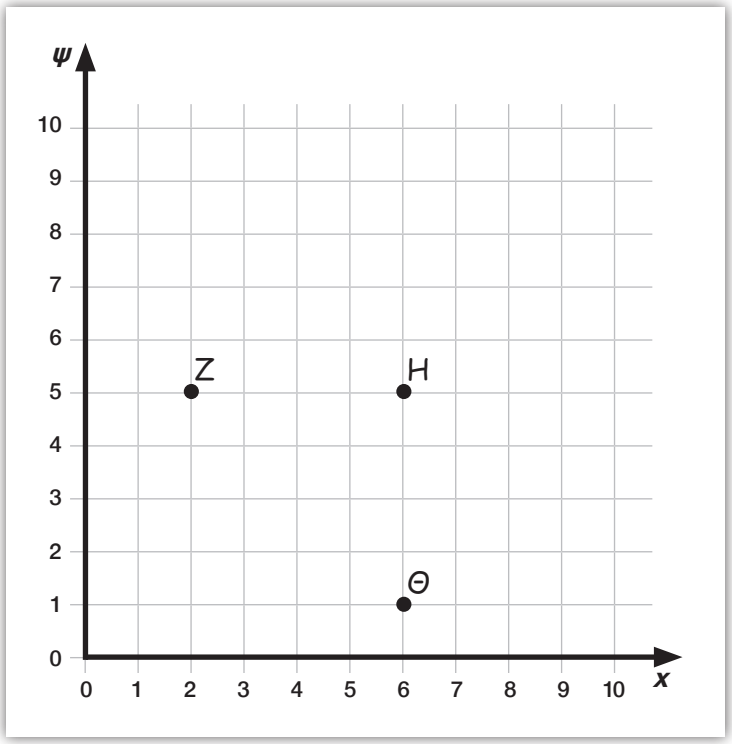
Ε (___ , ___)

Ζ (___ , ___)

Η (___ , ___)

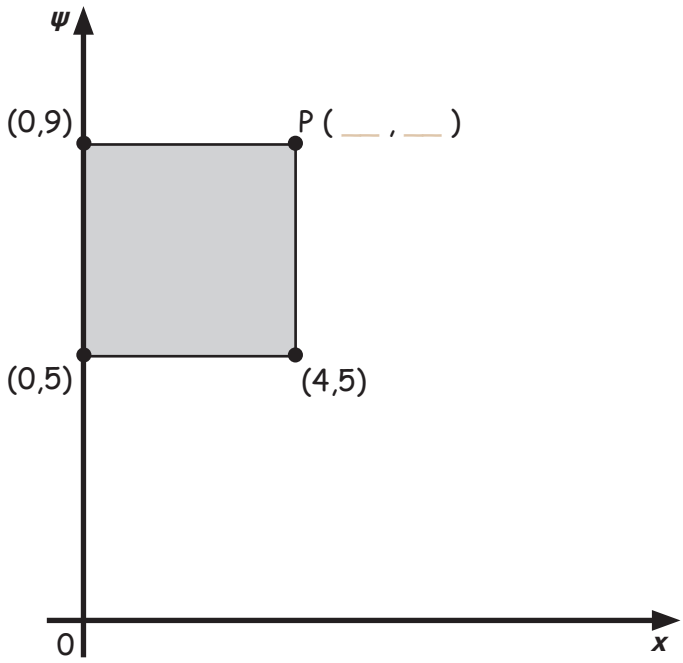
Θ (___ , ___)

3 Το σχήμα ΖΗΘΙ είναι τετράγωνο. Να τοποθετήσετε την κορυφή Ι και να γράψετε τις συντεταγμένες της.



Ι (__ , __)

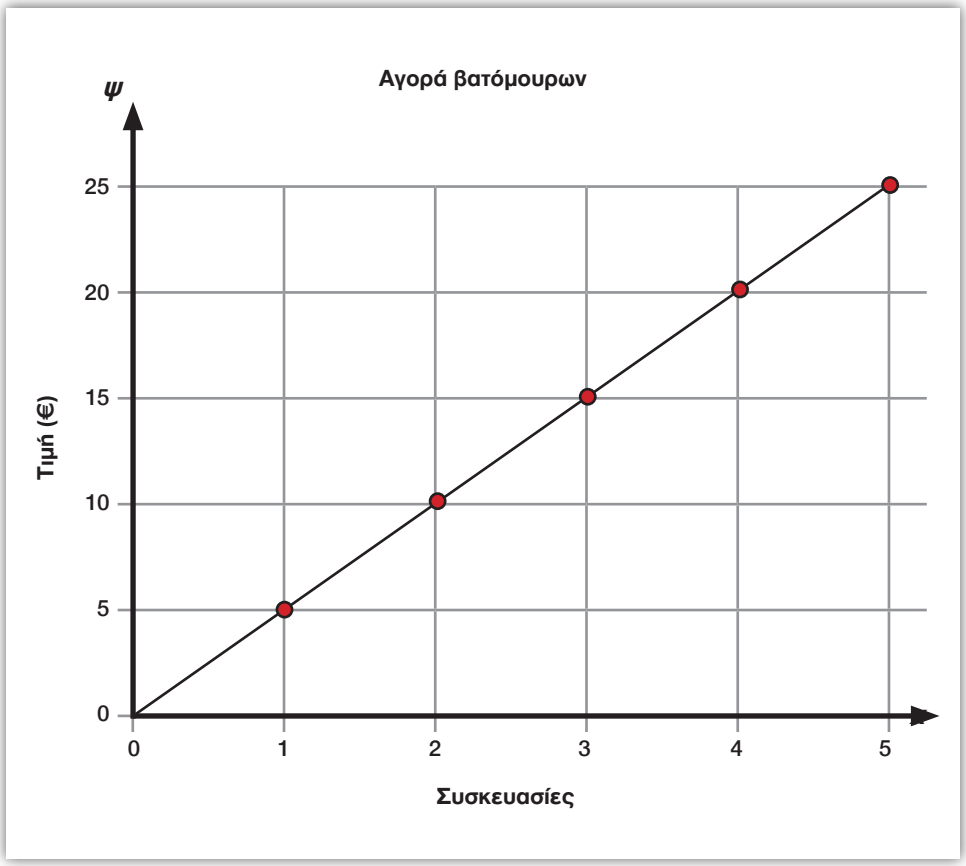
4 Ποιες είναι οι συντεταγμένες της κορυφής Ρ, του πιο κάτω τετραγώνου;



Γραμμική γραφική παράσταση

5 Η γραφική παράσταση παρουσιάζει την τιμή των βατόμουρων ανάλογα με τον αριθμό των συσκευασιών.





(α) Να συμπληρώσετε πόσα στοιχίζουν:

(i) 2 συσκευασίες _____ (ii) 3 συσκευασίες _____

(β) Να συμπληρώσετε πόσες συσκευασίες είναι δυνατόν να αγοράσετε με:

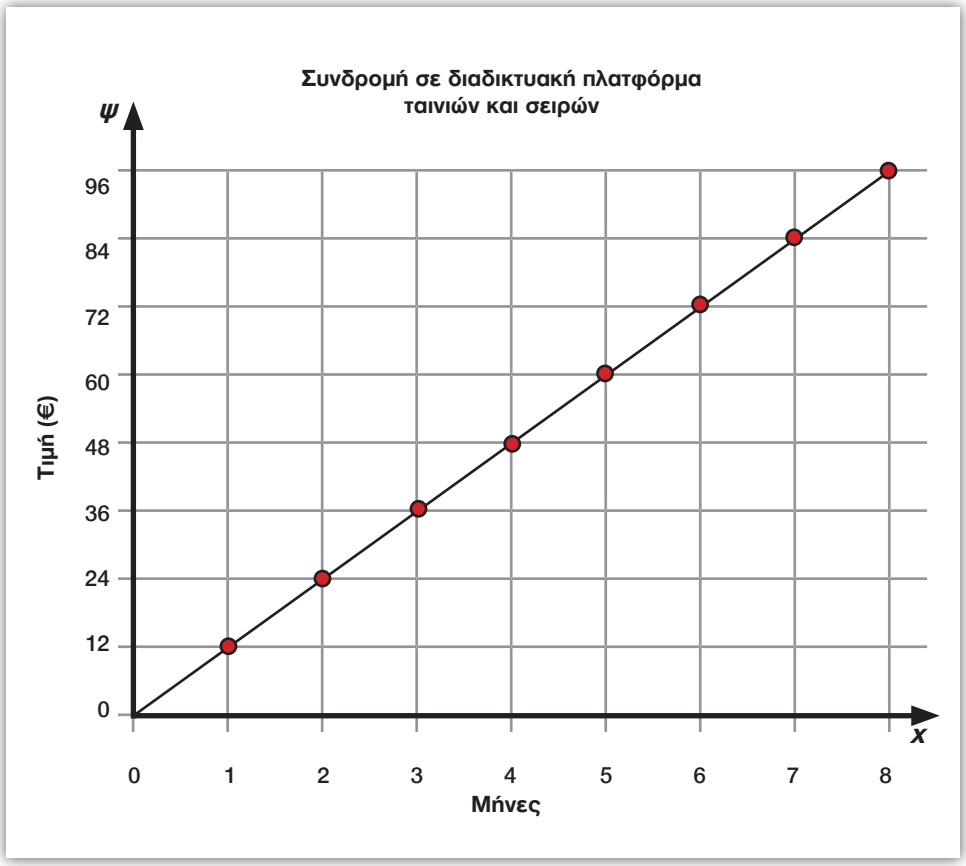
(i) €5 _____ (ii) €20 _____

6 Με βάση τη γραφική παράσταση στη δραστηριότητα 5 με τίτλο «Αγορά βατόμουρων», να συμπληρώσετε τα πιο κάτω:

(α) 8 συσκευασίες στοιχίζουν €_____ .

(β) Με €50 αγοράζουμε _____ συσκευασίες.

7 Η γραφική παράσταση παρουσιάζει τη μηνιαία συνδρομή σε μια διαδικτυακή πλατφόρμα ταινιών και σειρών.

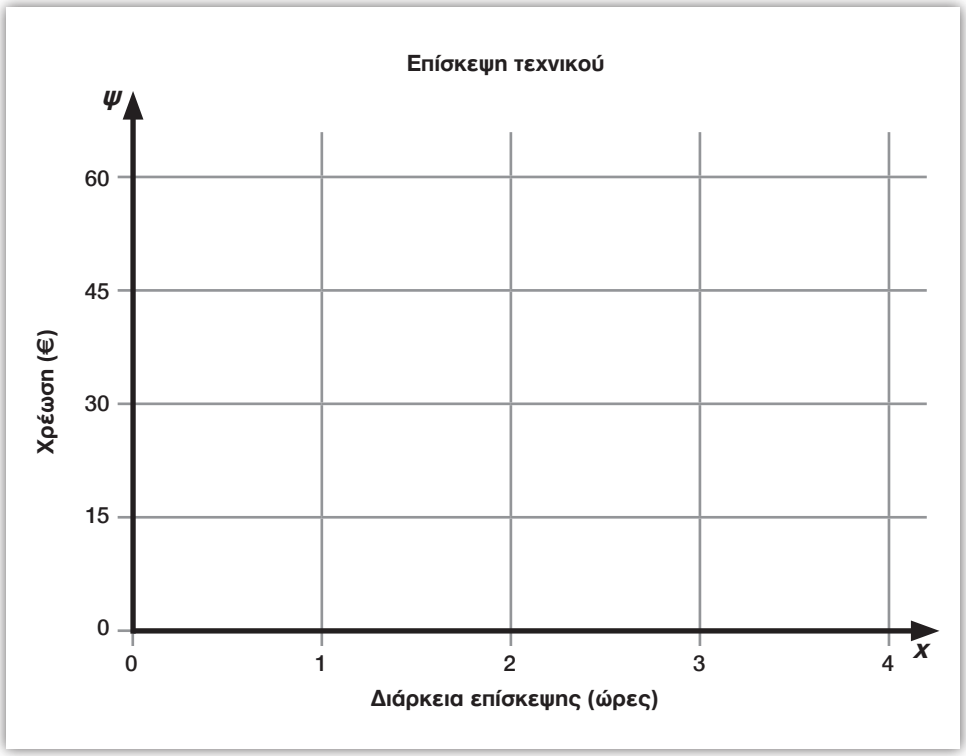


Να γράψετε πληροφορίες με βάση τη γραφική παράσταση.

8 Μια εταιρεία παρέχει υπηρεσίες τεχνικής υποστήριξης ηλεκτρονικών υπολογιστών. Για κάθε επίσκεψη τεχνικού στον χώρο του πελάτη, υπάρχει χρέωση ανά ώρα εργασίας.

(α) Με βάση τον πίνακα, να κατασκευάσετε τη γραφική παράσταση για το κόστος της επίσκεψης τεχνικού της εταιρείας.

Ώρες	Χρέωση (€)
1	15
2	30
3	45
4	60



(β) Ο υπεύθυνος ενός καταστήματος πλήρωσε €150 για την επιδιόρθωση των ηλεκτρονικών υπολογιστών στο κατάστημα. Πόσες ώρες εργάστηκε ο τεχνικός;

7 Ενότητα
κλάσματα

7 Κλάσματα

Στην ενότητα αυτή θα μάθουμε...

- Να υπολογίζουμε έναν αριθμό, όταν είναι γνωστό ένα κλασματικό μέρος του.
- Να υπολογίζουμε ισοδύναμα κλάσματα και να απλοποιούμε κλάσματα.
- Να μετατρέπουμε μικτούς αριθμούς σε καταχρηστικά κλάσματα και καταχρηστικά κλάσματα σε μικτούς αριθμούς.
- Να συγκρίνουμε κλάσματα και μικτούς αριθμούς.
- Να προσθέτουμε και να αφαιρούμε ετερώνυμα κλάσματα και μικτούς αριθμούς.

Τα Μαθηματικά στον κόσμο

Η στρατηγική της Ευρωπαϊκής Ένωσης για τη Βιοποικιλότητα έως το 2030 έχει στόχο την προστασία της φύσης και την αποκατάστασή της στις περιοχές όπου έχει χαθεί. Μία σημαντική επιδίωξη είναι να γίνουν οι πόλεις πιο πράσινες, με περισσότερα δέντρα, πάρκα και κήπους. Έτσι, οι άνθρωποι θα απολαμβάνουν καθαρότερο αέρα, λιγότερη ζέστη το καλοκαίρι και καλύτερη ποιότητα ζωής.

Μία ευρωπαϊκή πρωτεύουσα που αποτελεί πρότυπο πράσινης ανάπτυξης είναι η Βιέννη στην Αυστρία, καθώς σχεδόν το $\frac{1}{2}$ της έκτασής της καλύπτεται από πράσινο. Αντίθετα, η Λευκωσία αποτελεί ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα έλλειψης πρασίνου. Στο κέντρο και στις πυκνοκατοικημένες περιοχές γύρω από αυτό, το πράσινο καταλαμβάνει μόλις το $\frac{1}{25}$ της έκτασης της πόλης. Η εικόνα αυτή αλλάζει στην ευρύτερη επαρχία της Λευκωσίας, όπου το πράσινο φτάνει μέχρι το $\frac{1}{4}$ της συνολικής έκτασης, λόγω της ύπαρξης μεγάλων «πράσινων πνευμόνων», όπως το Εθνικό Δασικό Πάρκο Αθαλάσσας και το Γραμμικό Πάρκο Πεδιαίου.



Λευκωσία



Βιέννη

- Ποια κλάσματα συναντάς στο κείμενο; Ποια πληροφορία μας δίνει καθένα από αυτά;

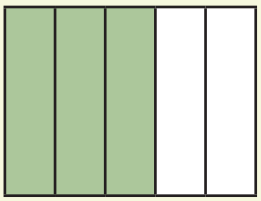
ΜΑΘΗΜΑ 1

Έχουμε μάθει...

- Το **κλάσμα** είναι ένας αριθμός που εκφράζει το μέρος ενός όλου.

Παράδειγμα:

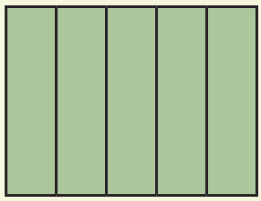
αριθμητής → 3 ← όροι του κλάσματος
κλασματική γραμμή → ——
παρονομαστής → 5 ←



- Όταν ο αριθμητής και ο παρονομαστής είναι οι ίδιοι, τότε το κλάσμα εκφράζει ολόκληρη την ακέραια μονάδα.

Παράδειγμα:

$1 = \frac{5}{5}$



- **Ομώνυμα** ονομάζονται τα κλάσματα που έχουν τον ίδιο παρονομαστή.

Παράδειγμα:

Τα κλάσματα $\frac{1}{5}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{5}$ είναι ομώνυμα.

- **Ετερώνυμα** ονομάζονται τα κλάσματα που έχουν διαφορετικούς παρονομαστές.

Παράδειγμα:

Τα κλάσματα $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{7}{8}$ είναι ετερώνυμα.

- Υπολογισμός του κλασματικού μέρους ενός αριθμού.

Παράδειγμα:

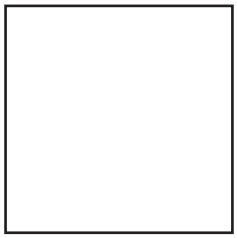
Τα $\frac{3}{5}$ του 20 είναι 12.

Το $\frac{1}{5}$ του 20 είναι 4 $(20 \div 5 = 4)$.

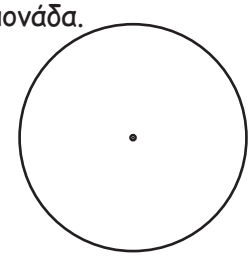
Τα $\frac{3}{5}$ του 20 είναι 12 $(3 \times 4 = 12)$.

Δραστηριότητες 1

1.1. (α) Να σκιάσετε τα $\frac{3}{4}$, αν το τετράγωνο αναπαριστά 1 ακέραια μονάδα.

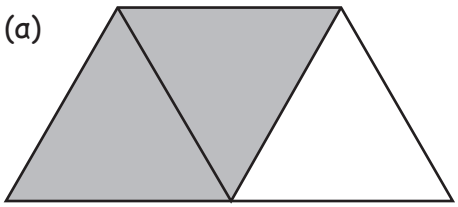


(β) Να σκιάσετε τα $\frac{7}{8}$, αν ο κύκλος αναπαριστά 1 ακέραια μονάδα.



1.2. Να σημειώσετε Ορθό ή Λάθος σε κάθε πρόταση.

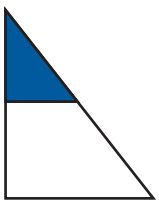
(α)



Τα $\frac{2}{3}$ του σχήματος είναι χρωματισμένα με γκρίζο χρώμα.

_____

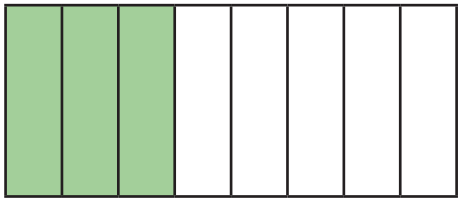
(β)



Το $\frac{1}{2}$ του τριγώνου είναι χρωματισμένο με μπλε χρώμα.

_____

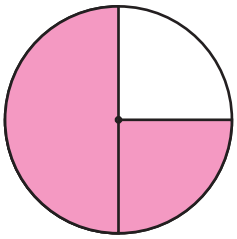
(γ)



Τα $\frac{3}{5}$ του ορθογωνίου είναι χρωματισμένα με πράσινο χρώμα.

_____

(δ)



Τα $\frac{3}{4}$ του κύκλου είναι χρωματισμένα με ροζ χρώμα.

_____

1.3. Να συμπληρώσετε.

(α) $1 = \frac{\square}{4}$ (β) $\frac{7}{\square} = 1$ (γ) $1 = \frac{15}{\square}$ (δ) $\frac{\square}{100} = 1$

1.4. Να συμπληρώσετε.

(α) Το $\frac{1}{3}$ του 18 είναι $\square$ Τα $\frac{2}{3}$ του 18 είναι $\square$ Τα $\frac{3}{3}$ του 18 είναι $\square$

(β) Το $\frac{1}{8}$ του 24 είναι $\square$ Το $\frac{5}{8}$ του 24 είναι $\square$ Το $\frac{7}{8}$ του 24 είναι $\square$

(γ) Το $\frac{1}{9}$ του 36 είναι $\square$ Το $\frac{4}{9}$ του 36 είναι $\square$ Το $\frac{8}{9}$ του 36 είναι $\square$

1.5. Να συμπληρώσετε.

(α) Το $\frac{2}{5}$ του 15 είναι $\square$ (β) Το $\frac{3}{4}$ του 32 είναι $\square$

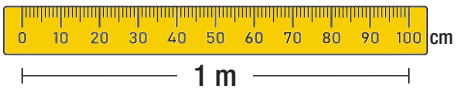
(γ) Τα $\frac{5}{9}$ του 90 είναι $\square$ (δ) Τα $\frac{3}{7}$ του 42 είναι $\square$

(ε) Τα $\frac{3}{8}$ του 24 είναι $\square$ (στ) Τα $\frac{9}{10}$ του 90 είναι $\square$

Εφαρμογή

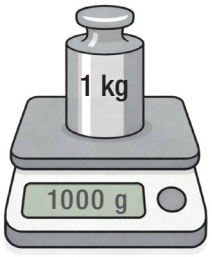
1.6. Έχουμε μάθει ότι, για να εκφράσουμε τη μέτρηση μεγεθών, όπως το μήκος, η μάζα, η χωρητικότητα και ο χρόνος, χρησιμοποιούμε βασικές μονάδες μέτρησης.

Να συμπληρώσετε.



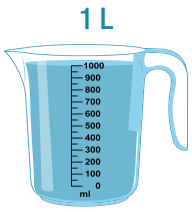
(α) Το $\frac{1}{4}$ του μέτρου είναι _____ cm.

(β) Τα $\frac{3}{5}$ του μέτρου είναι _____ cm.



(γ) Το $\frac{1}{5}$ του κιλού είναι _____ g.

(δ) Τα $\frac{7}{10}$ του κιλού είναι _____ g.



(ε) Το $\frac{1}{10}$ του λίτρου είναι _____ ml.

(στ) Τα $\frac{4}{5}$ του λίτρου είναι _____ ml.



(ζ) Το $\frac{1}{6}$ του εικοσιτετράωρου είναι _____ ώρες.

(η) Τα $\frac{2}{3}$ του εικοσιτετράωρου είναι _____ ώρες.

1.7. Να επιλύσετε τα προβλήματα. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

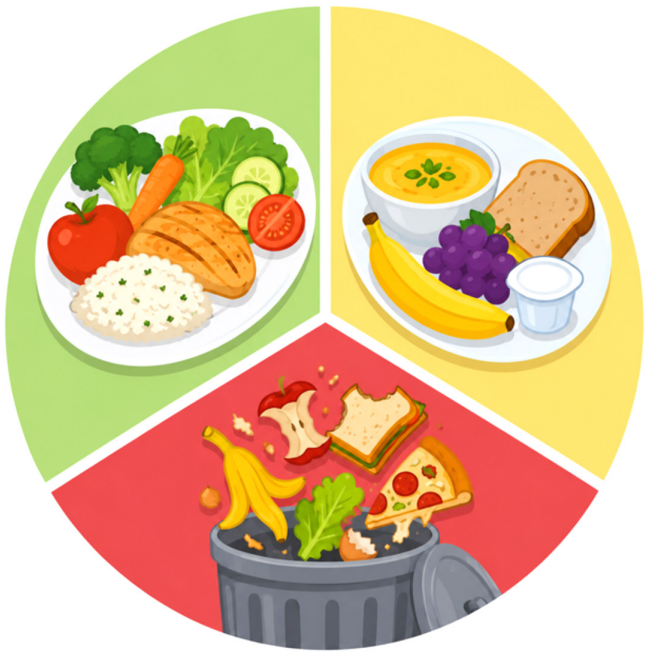
(α) Τα $\frac{3}{4}$ των εφαρμογών στο κινητό του Αντώνη είναι παιχνίδια. Πόσα είναι τα παιχνίδια, αν όλες οι εφαρμογές που έχει στο κινητό του ο Αντώνης είναι 28;

(β) Ένα βιβλίο έχει συνολικά 210 σελίδες. Η Σοφία διάβασε τα $\frac{2}{7}$ του βιβλίου. Πόσες σελίδες τής έμειναν να διαβάσει;

Εφαρμογή

1.8. Η σπατάλη τροφίμων αποτελεί ένα από τα μεγαλύτερα προβλήματα της σύγχρονης εποχής. Ένα σημαντικό μέρος της ποσότητας τροφίμων που παράγονται παγκόσμια καταλήγει στα απορρίμματα, ενώ εκατομμύρια άνθρωποι εξακολουθούν να αντιμετωπίζουν την πείνα καθημερινά. Η σπατάλη αυτή επιβαρύνει και το περιβάλλον, καθώς για την παραγωγή των τροφίμων καταναλώνονται φυσικοί πόροι, όπως νερό, ενέργεια και καλλιεργήσιμη γη.

Κάθε χρόνο παράγονται περίπου 6 δισεκατομμύρια τόνοι τροφίμων. Το πιο κάτω διάγραμμα παρουσιάζει το μέρος της ποσότητας που καταναλώνεται και το μέρος που καταλήγει στα απορρίμματα.



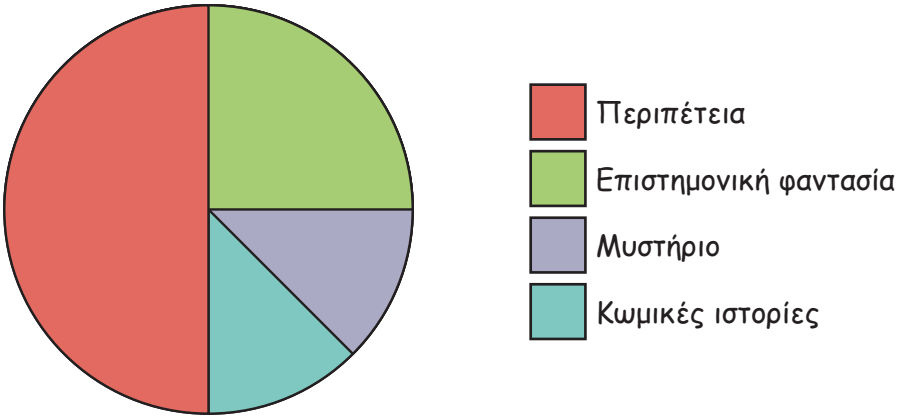
(α) Τι μέρος των τροφίμων που παράγονται καταναλώνεται κάθε χρόνο;

(β) Πόσοι τόνοι τροφίμων καταναλώνονται κάθε χρόνο;

(γ) Πόσοι τόνοι τροφίμων καταλήγουν στα απορρίμματα κάθε χρόνο;

1.9. Ένας εκδοτικός οίκος πραγματοποίησε έρευνα σχετικά με το αγαπημένο είδος βιβλίων των παιδιών ηλικίας από 10 μέχρι 12 ετών. Στην έρευνα συμμετείχαν συνολικά 200 παιδιά.

Αγαπημένο είδος βιβλίου των παιδιών



Να συμπληρώσετε πληροφορίες για το αγαπημένο είδος βιβλίων των παιδιών με βάση τη γραφική παράσταση, όπως στα παραδείγματα.

Παραδείγματα:

- Το $\frac{1}{2}$ του αριθμού των παιδιών προτιμά τα βιβλία περιπέτειας.
- 25 παιδιά προτιμούν τα βιβλία μυστηρίου.

- _____
- _____
- _____
- _____



ΜΑΘΗΜΑ 2

Διερεύνηση



Σε μία αίθουσα εκδηλώσεων υπάρχουν τρία ενυδρεία. Σε κάθε ενυδρείο υπάρχει ένας αριθμός ψαριών. Έξι από αυτά είναι χρυσόψαρα.

(α) Να υπολογίσετε τον συνολικό αριθμό των ψαριών σε κάθε ενυδρείο, με βάση τις πιο κάτω πληροφορίες.

Ενυδρείο Α

Το $\frac{1}{5}$ των ψαριών στο ενυδρείο είναι χρυσόψαρα.

Ενυδρείο Β

Τα $\frac{2}{5}$ των ψαριών στο ενυδρείο είναι χρυσόψαρα.

Ενυδρείο Γ

Τα $\frac{3}{5}$ των ψαριών στο ενυδρείο είναι χρυσόψαρα.

(β) Να υπολογίσετε τον αριθμό σε κάθε περίπτωση.

Το $\frac{1}{8}$ του αριθμού είναι 10. ☐

Τα $\frac{2}{3}$ του αριθμού είναι 10. ☐

Τα $\frac{4}{9}$ του αριθμού είναι 4. ☐

Τα $\frac{7}{10}$ του αριθμού είναι 28. ☐

(γ) Να εξηγήσετε πώς υπολογίζουμε έναν αριθμό, όταν γνωρίζουμε ένα κλασματικό του μέρος.

Παράδειγμα 1

Ποιος είναι ο αριθμός, αν τα $\frac{2}{5}$ του αριθμού είναι 12;

Λύση:

Πρώτα, υπολογίζουμε το $\frac{1}{5}$ του αριθμού:

Το $\frac{1}{5}$ του αριθμού είναι 6.

Το $\frac{1}{5}$ του αριθμού είναι ίσο με $12 \div 2 = 6$.

Στη συνέχεια, υπολογίζουμε τα $\frac{5}{5}$ του αριθμού:

Τα $\frac{5}{5}$ του αριθμού είναι 30.

Τα $\frac{5}{5}$ του αριθμού είναι ίσα με $5 \times 6 = 30$.

Άρα, ο αριθμός είναι το 30.

Δραστηριότητες 1

1.1. Να υπολογίσετε τον αριθμό σε κάθε περίπτωση.

(α) το $\frac{1}{3}$ του αριθμού είναι 8

(β) το $\frac{1}{9}$ του αριθμού είναι 5

(γ) το $\frac{1}{4}$ του αριθμού είναι 7

(δ) τα $\frac{2}{5}$ του αριθμού είναι 18

(ε) τα $\frac{3}{4}$ του αριθμού είναι 15

(στ) τα $\frac{5}{6}$ του αριθμού είναι 20

1.2. Να συμπληρώσετε.

(α) το $\frac{1}{4}$ του $\square$ είναι 8 (β) το $\frac{1}{3}$ του $\square$ είναι 5 (γ) το $\frac{1}{9}$ του $\square$ είναι 7

(δ) τα $\frac{2}{5}$ του $\square$ είναι 10 (ε) τα $\frac{3}{7}$ του $\square$ είναι 18 (στ) τα $\frac{4}{6}$ του $\square$ είναι 12

(ζ) τα $\frac{4}{9}$ του $\square$ είναι 40 (η) τα $\frac{3}{14}$ του $\square$ είναι 6 (θ) τα $\frac{6}{10}$ του $\square$ είναι 24

1.3. Να επιλύσετε τα προβλήματα.

(α) Το $\frac{1}{5}$ των θέσεων σε ένα αεροσκάφος παρέχει περισσότερο χώρο, ώστε οι επιβάτες να είναι πιο άνετοι. Ποιος είναι ο συνολικός αριθμός των θέσεων στο αεροσκάφος, αν οι θέσεις που παρέχουν περισσότερο χώρο είναι 30;

(β) Ο Πάρης απάντησε ορθά στα $\frac{5}{8}$ των ερωτήσεων ενός διαγωνίσματος. Απάντησε ορθά σε 15 ερωτήσεις. Πόσες ήταν οι ερωτήσεις του διαγωνίσματος;

(γ) Τα $\frac{2}{3}$ ενός κήπου καλύφθηκαν με γρασίδι. Ποιο είναι το εμβαδόν του κήπου, αν ο χώρος με γρασίδι αντιστοιχεί σε 24 m^2;

Αναστοχασμός

Πώς θα εργαστείτε, για να επιλύσετε το πιο κάτω πρόβλημα;

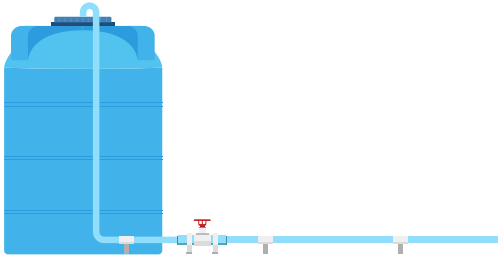
Η Σεμέλη αγόρασε $\frac{1}{8}$ L λάδι και πλήρωσε €3. Πόσα θα πληρώσει, αν αγοράσει $\frac{2}{3}$ L λάδι;

1.4. Να επιλύσετε τα προβλήματα.

(α) Η Αρετή αγόρασε $\frac{1}{5}$ m ύφασμα και πλήρωσε €10. Πόσα θα πληρώσει, αν αγοράσει $\frac{7}{10}$ m από το ίδιο ύφασμα;



(β) Μια δεξαμενή περιέχει 2000 L νερό, όταν είναι γεμάτη κατά τα $\frac{2}{3}$. Πόσο νερό περιέχει η δεξαμενή, όταν είναι γεμάτη κατά τα $\frac{4}{5}$;



Επικοινωνία

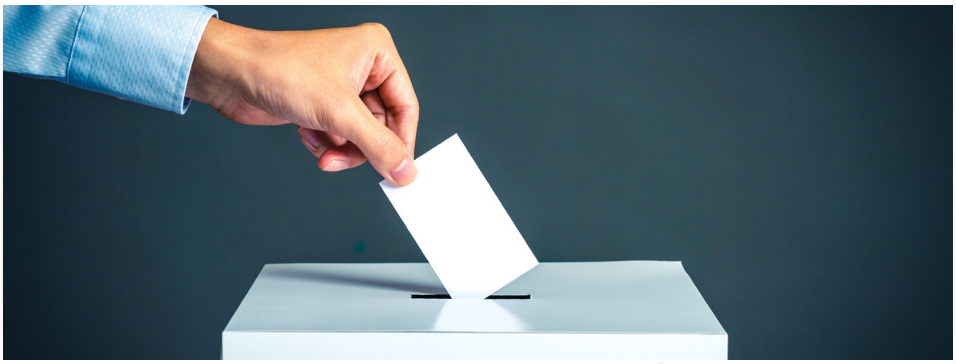
1.5. Πιο κάτω παρουσιάζεται ένα απόσπασμα από ένα δημοσίευμα, σχετικά με τα αποτελέσματα μιας εκλογικής αναμέτρησης.

ΚΥΠΡΟΣ ΠΟΛΙΤΙΚΗ ΟΙΚΟΝΟΜΙΑ ΚΟΣΜΟΣ ΚΟΙΝΩΝΙΑ

Μεγάλη η προσέλευση στις κάλπες στην εκλογική αναμέτρηση της Κυριακής

Αναλυτικά στοιχεία για την κατανομή των ψηφοφόρων

26 Απριλίου 2026, 22:30



- Στην εκλογική αναμέτρηση ψήφισαν 6000 άτομα, δηλαδή τα $\frac{3}{4}$ του συνολικού αριθμού των εγγεγραμμένων ψηφοφόρων στον εκλογικό κατάλογο
- Οι μισοί ψηφοφόροι που προσήλθαν να ψηφίσουν ήταν κάτω των 40 ετών
- Ο Υποψήφιος Α συγκέντρωσε 2000 ψήφους, δηλαδή τα $\frac{2}{3}$ των έγκυρων ψήφων

Να κατασκευάσετε ένα πρόβλημα, χρησιμοποιώντας πληροφορίες από το πιο πάνω απόσπασμα.

Διαμορφωτική Αξιολόγηση

1 Να συμπληρώσετε.

(α)

(i) το $\frac{1}{4}$ του 12 είναι ☐ (ii) τα $\frac{7}{9}$ του 45 είναι ☐ (iii) τα $\frac{6}{10}$ του 80 είναι ☐

(β)

(i) το $\frac{1}{3}$ του ☐ είναι 12 (ii) τα $\frac{5}{6}$ του ☐ είναι 25 (iii) τα $\frac{7}{9}$ του ☐ είναι 14

2 Ο Πάρης έχει αποταμιεύσει €450. Θα χρησιμοποιήσει τα $\frac{3}{5}$ του ποσού αυτού, για να αγοράσει ένα ποδήλατο. Πόσα κοστίζει το ποδήλατο;

3 Σε μια διάλεξη, τα $\frac{5}{8}$ των θέσεων που υπάρχουν στην αίθουσα είναι κρατημένες. Αν οι άδειες θέσεις στην αίθουσα είναι 60, να συμπληρώσετε τον πίνακα.

	Άδειες Θέσεις	Κρατημένες Θέσεις
Κλάσμα		$\frac{5}{8}$
Αριθμός	60	

4 Η Σοφία αγόρασε $\frac{1}{5}$ kg τυρί και πλήρωσε €4. Πόσα θα πληρώσει, αν αγοράσει $\frac{3}{4}$ kg από το ίδιο είδος τυριού;

ΜΑΘΗΜΑ 3

Διερεύνηση

- **Ισοδύναμα κλάσματα** ονομάζονται τα κλάσματα που εκφράζουν το ίδιο μέρος ενός όλου. Για παράδειγμα, μερικά κλάσματα που είναι ισοδύναμα με το $\frac{12}{18}$ είναι:

$$\frac{12}{18} = \frac{24}{36} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3} \ldots$$

- Η πιο **απλή μορφή** του κλάσματος $\frac{12}{18}$ είναι το $\frac{2}{3}$, γιατί ο αριθμητής και ο παρονομαστής του δεν έχουν κανένα κοινό διαιρέτη μεγαλύτερο από το 1, δηλαδή ο Μέγιστος Κοινός Διαιρέτης τους είναι το 1: ΜΚΔ (2, 3) = 1.

- Το κλάσμα αυτό ονομάζεται **ανάγωγο κλάσμα**.

(α) Να μελετήσετε τα πιο κάτω παραδείγματα ισοδύναμων κλασμάτων.

Μερικά ισοδύναμα κλάσματα του $\frac{15}{20}$ είναι:

$$\frac{15}{20} = \frac{30}{40} = \frac{3}{4} = \frac{24}{32} \ldots$$

Μερικά ισοδύναμα κλάσματα του $\frac{16}{40}$ είναι:

$$\frac{16}{40} = \frac{2}{5} = \frac{8}{20} = \frac{24}{60} \ldots$$

Ποιο κλάσμα είναι γραμμένο στην πιο απλή μορφή σε κάθε περίπτωση; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(β) Ποια διαδικασία είναι δυνατόν να ακολουθήσουμε, για να καταλήξουμε στην πιο απλή μορφή κάθε κλάσματος;

$\frac{30}{50} = \frac{\square}{\square}$ $\quad \frac{18}{27} = \frac{\square}{\square}$ $\quad \frac{20}{35} = \frac{\square}{\square}$

Παράδειγμα 1

Να απλοποιήσετε το κλάσμα $\frac{12}{16}$, ώστε να προκύψει ανάγωγο κλάσμα.

Λύση:

Α' Τρόπος:

Διαιρούμε τους όρους του κλάσματος με τον Μέγιστο Κοινό Διαιρέτη τους.

ΜΚΔ (12,16) = 4

$$\frac{12}{16} = \frac{12 \div 4}{16 \div 4} = \frac{3}{4}$$

Β' Τρόπος:

Διαιρούμε τον αριθμητή και τον παρονομαστή με έναν κοινό διαιρέτη, μέχρι να προκύψει το κλάσμα στην πιο απλή μορφή.

$$\frac{12}{16} = \frac{12 \div 2}{16 \div 2} = \frac{6}{8}$$

Το κλάσμα $\frac{6}{8}$ δεν βρίσκεται στην πιο απλή μορφή, αφού το 2 είναι κοινός διαιρέτης του 6 και του 8.

$$\frac{6}{8} = \frac{6 \div 2}{8 \div 2} = \frac{3}{4}$$

Δραστηριότητες 1

1.1. Να απλοποιήσετε τα κλάσματα, ώστε να προκύψουν ανάγωγα κλάσματα.

(α) $\frac{10}{12}$ =

(β) $\frac{5}{30}$ =

(γ) $\frac{54}{63}$ =

(δ) $\frac{16}{40}$ =

(ε) $\frac{14}{28}$ =

(στ) $\frac{40}{72}$ =

(ζ) $\frac{28}{42}$ =

(η) $\frac{12}{48}$ =

(θ) $\frac{18}{54}$ =

1.2. Να βάλετε σε κύκλο το κλάσμα που είναι γραμμένο στην πιο απλή μορφή, όπως στο παράδειγμα.

Παράδειγμα:

$\frac{5}{20}$ $\frac{4}{20}$ $\frac{3}{20}$

(α) $\frac{6}{8}$ $\frac{9}{12}$ $\frac{5}{8}$ (β) $\frac{4}{8}$ $\frac{4}{9}$ $\frac{4}{10}$ (γ) $\frac{8}{28}$ $\frac{3}{13}$ $\frac{9}{12}$

1.3. Να γράψετε κάθε κλάσμα στην κατάλληλη στήλη στον πίνακα, όπως στο παράδειγμα.

$\frac{5}{15}$ $\frac{2}{4}$ $\frac{4}{16}$ $\frac{8}{16}$ $\frac{5}{10}$ $\frac{3}{9}$ $\frac{6}{12}$ $\frac{2}{8}$

Απλοποιείται στο $\frac{1}{2}$	Απλοποιείται στο $\frac{1}{3}$	Απλοποιείται στο $\frac{1}{4}$
	$\frac{5}{15}$	

Αναστοχασμός

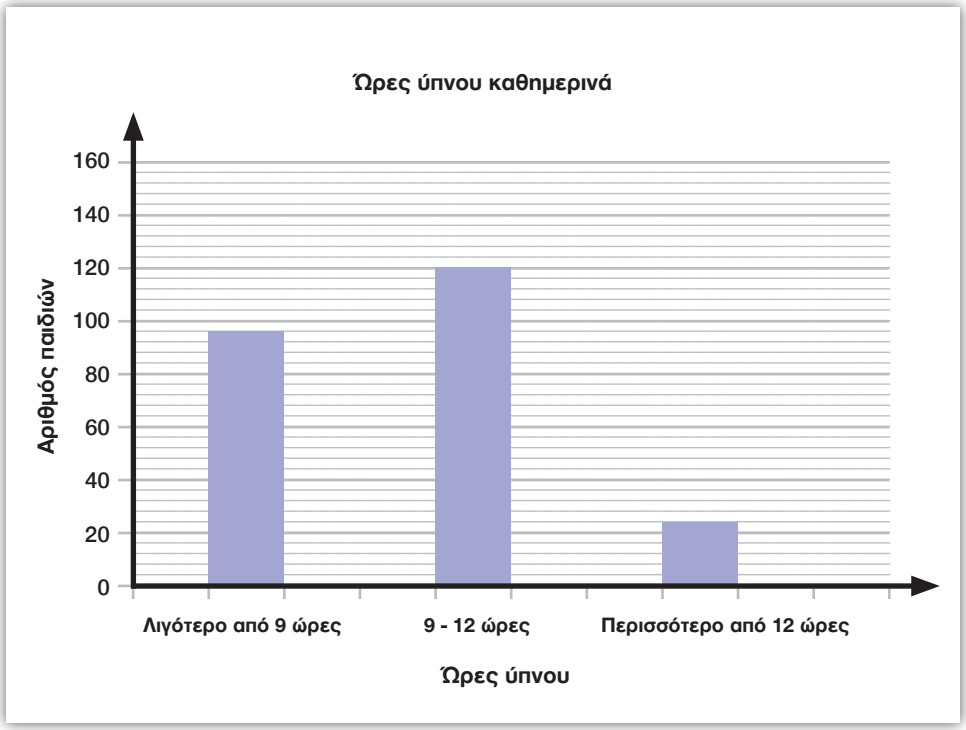
Να γράψετε τρία κλάσματα που η πιο απλή τους μορφή είναι τα $\frac{5}{8}$.

1.4. Να συμπληρώσετε.

(α) $\frac{4}{8} = \frac{7}{\square}$ (β) $\frac{3}{\square} = \frac{8}{24}$ (γ) $\frac{12}{18} = \frac{\square}{15}$ (δ) $\frac{\square}{64} = \frac{49}{56}$

1.5. Σύμφωνα με τις επίσημες οδηγίες των παιδιάτρων και των Διεθνών Οργανισμών Υγείας, τα παιδιά σχολικής ηλικίας (6 - 12 ετών) χρειάζονται 9 μέχρι 12 ώρες ύπνου το εικοσιτετράωρο.

Το πιο κάτω ραβδόγραμμα παρουσιάζει τα αποτελέσματα μίας έρευνας σχετικά με τις ώρες που κοιμούνται καθημερινά τα παιδιά σχολικής ηλικίας. Τα αποτελέσματα της έρευνας παρουσιάζονται στο πιο κάτω ραβδόγραμμα. Στην έρευνα συμμετείχαν 240 παιδιά.



Να παρουσιάσετε τα αποτελέσματα της έρευνας, χρησιμοποιώντας κλάσματα στην πιο απλή μορφή, ώστε να εκφράσετε το μέρος των παιδιών που κοιμάται (α) λιγότερο από 9 ώρες, (β) από 9 μέχρι 12 ώρες και (γ) περισσότερο από 12 ώρες.

Παράδειγμα 2

Να συγκρίνετε τα κλάσματα $\frac{5}{6}$ και $\frac{7}{9}$.

Λύση:

$\frac{5}{6} = \frac{5 \times 3}{6 \times 3} = \frac{15}{18}$

$\frac{7}{9} = \frac{7 \times 2}{9 \times 2} = \frac{14}{18}$

$\frac{15}{18} > \frac{14}{18}$

Άρα, $\frac{5}{6} > \frac{7}{9}$

Τα κλάσματα $\frac{5}{6}$ και $\frac{7}{9}$ είναι ετερώνυμα. Μετατρέπουμε τα κλάσματα σε ομώνυμα, για να τα συγκρίνουμε πιο εύκολα.

Για να μετατρέψουμε τα κλάσματα σε ομώνυμα, βρίσκουμε το Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο των παρονομαστών τους: ΕΚΠ [6, 9] = 18

Δραστηριότητες 2

2.1. Να συμπληρώσετε, χρησιμοποιώντας τα σύμβολα <, > ή =.

(α) $\frac{5}{8} \bigcirc \frac{6}{8}$ (β) $\frac{2}{9} \bigcirc \frac{7}{9}$ (γ) $\frac{4}{13} \bigcirc \frac{3}{13}$

(δ) $\frac{11}{12} \bigcirc \frac{2}{6}$ (ε) $\frac{2}{3} \bigcirc \frac{5}{9}$ (στ) $\frac{3}{4} \bigcirc \frac{12}{16}$

(ζ) $\frac{8}{10} \bigcirc \frac{4}{7}$ (η) $\frac{6}{8} \bigcirc \frac{9}{12}$ (θ) $\frac{11}{12} \bigcirc \frac{23}{24}$

Αναστοχασμός

Μία στρατηγική, για να συγκρίνουμε τα κλάσματα $\frac{3}{4}$ και $\frac{3}{8}$, είναι τα κάνουμε ομώνυμα.

Να εισηγηθείτε μία διαφορετική στρατηγική για τη σύγκριση των πιο πάνω κλασμάτων.

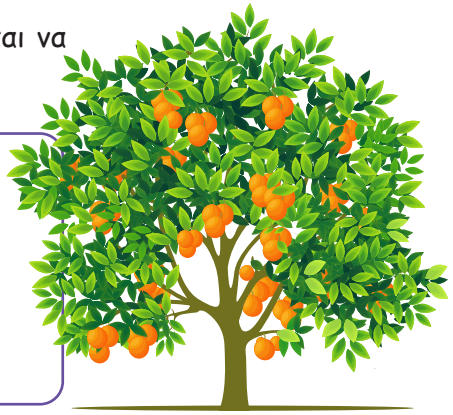
Εφαρμογή

2.2. Ο γεωπόνος είναι ο επιστήμονας που φροντίζει για την υγεία της γης, των φυτών και του περιβάλλοντος. Μία από τις βασικές αρμοδιότητές του είναι να εξετάζει τα καλλιεργήσιμα φυτά και να προτείνει τις κατάλληλες λύσεις, όπως το σωστό πότισμα ή τη λίπανσή τους.

Ένας γεωπόνος εξετάζει δύο πορτοκαλεώνες.

- Στον πορτοκαλεώνα Α, τα $\frac{7}{10}$ των δέντρων δείχνουν σημάδια έλλειψης νερού.
- Στον πορτοκαλεώνα Β, τα $\frac{7}{15}$ των δέντρων δείχνουν σημάδια έλλειψης νερού.

Ποιος πορτοκαλεώνας αντιμετωπίζει μεγαλύτερο πρόβλημα και χρειάζεται να ποτιστεί πρώτος; Να εξηγήσετε.



2.3. Πιο κάτω παρουσιάζεται μία συνταγή, για την παρασκευή ανάμικτου χυμού.



Υλικά για ανάμικτο χυμό

- $\frac{3}{4}$ του ποτηριού χυμό ανανά
- $\frac{2}{5}$ του ποτηριού χυμό μάνγκο
- $\frac{2}{3}$ του ποτηριού χυμό ρόδι
- 1 ποτήρι πάγο

Ποιο είδος χυμού χρησιμοποιείται σε μεγαλύτερη ποσότητα στη συνταγή; Να επεξηγήσετε.

2.4. Να γράψετε τα κλάσματα σε σειρά, αρχίζοντας από το μικρότερο κλάσμα.

(α) $\frac{11}{15}, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{13}{15}$ _____

(β) $\frac{2}{5}, \frac{8}{10}, \frac{5}{10}, \frac{3}{5}$ _____

(γ) $\frac{4}{9}, \frac{1}{2}, \frac{4}{7}, \frac{3}{4}$ _____

Αναστοχασμός

Να συμπληρώσετε με ένα κλάσμα, ώστε να ισχύει η πιο κάτω σχέση.

$$\frac{1}{4} < \frac{\square}{\square} < \frac{7}{8}$$

2.5. (α) Να συμπληρώσετε.

(i) $\frac{1}{3} < \frac{\square}{\square} < \frac{5}{6}$ (ii) $\frac{2}{5} < \frac{\square}{\square} < \frac{7}{10}$ (iii) $\frac{3}{4} < \frac{\square}{\square} < \frac{6}{7}$

(β) Να γράψετε τρία κλάσματα μικρότερα των $\frac{3}{5}$.

Μικρή Επανάληψη

1. Να συμπληρώσετε το ψηφίο που λείπει σε κάθε αριθμό, ώστε ο αριθμός να διαιρείται με το 4.

(α) 4 $\square$ (β) 12 $\square$ (γ) 631 $\square$ (δ) 45 $\square$ 6

2. Να επιλύσετε τα προβλήματα. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

(α) Σε ένα σιντριβάνι υπάρχουν δύο μηχανισμοί που εκτοξεύουν νερό. Ο πρώτος εκτοξεύει νερό κάθε 8 δευτερόλεπτα. Ο δεύτερος εκτοξεύει νερό κάθε 12 δευτερόλεπτα. Ύστερα από πόσα δευτερόλεπτα, από τη στιγμή που θα τεθούν σε λειτουργία και οι δύο μηχανισμοί, θα εκτοξεύσουν ξανά ταυτόχρονα νερό;

(β) Η Σεμέλη έχει 45 κόκκινες και 30 ροζ χάντρες. Θέλει να τις χρησιμοποιήσει όλες, για να φτιάξει όσο το δυνατόν περισσότερα ίδια βραχιόλια. Ποιος είναι ο μεγαλύτερος δυνατός αριθμός ίδιων βραχιολιών που είναι δυνατόν να φτιάξει η Σεμέλη; Πόσες χάντρες από το κάθε χρώμα θα έχει το κάθε βραχιόλι;

Διαμορφωτική Αξιολόγηση

1 Να γράψετε δύο ισοδύναμα κλάσματα με τα $\frac{4}{10}$.

2 Να απλοποιήσετε τα κλάσματα, ώστε να προκύψουν ανάγωγα κλάσματα.

(α) $\frac{15}{25}$ = (β) $\frac{45}{63}$ = (γ) $\frac{32}{48}$ =

Επικοινωνία

3 Να επεξηγήσετε γιατί τα κλάσματα $\frac{30}{40}$ και $\frac{36}{48}$ είναι ισοδύναμα.

4 Να συμπληρώσετε χρησιμοποιώντας τα σύμβολα <, > ή =.

(α) $\frac{3}{7}$ ◯ $\frac{4}{7}$ (β) $\frac{5}{8}$ ◯ $\frac{5}{9}$ (γ) $\frac{9}{10}$ ◯ $\frac{2}{5}$ (δ) $\frac{3}{4}$ ◯ $\frac{2}{3}$

5 Τα παιδιά μιας τάξης ρωτήθηκαν για την αγαπημένη τους γεύση παγωτού. Το $\frac{1}{3}$ των παιδιών επέλεξαν τη σοκολάτα, τα $\frac{2}{5}$ επέλεξαν τη φράουλα και τα $\frac{4}{15}$ επέλεξαν τη βανίλια. Ποια γεύση παγωτού προτιμούν τα περισσότερα παιδιά;

6 Να συμπληρώσετε τον αριθμητή που λείπει. Να επεξηγήσετε.

$\frac{\square}{12} = \frac{15}{20}$

Διερεύνηση 1

Γνωρίζουμε ότι, όταν σε ένα κλάσμα ο αριθμητής και ο παρονομαστής είναι οι ίδιοι, τότε το κλάσμα εκφράζει ολόκληρη την ακέραια μονάδα. Για παράδειγμα, $1 = \frac{5}{5} = \frac{6}{6} = \frac{10}{10}$.

(α) Να συμπληρώσετε και να επεξηγήσετε.

(i) Πόσα πέμπτα έχουν οι 4 ακέραιες μονάδες;

$4 = \frac{\square}{5}$

(ii) Πόσα έκτα έχουν οι 4 ακέραιες μονάδες;

$4 = \frac{\square}{6}$

(iii) Πόσα δέκατα έχουν οι 4 ακέραιες μονάδες;

$4 = \frac{\square}{10}$

(β) Πώς προκύπτει ο αριθμητής σε καθεμιά από τις πιο πάνω περιπτώσεις;

Αναστοχασμός

Να συμπληρώσετε.

$$6 = \frac{12}{2} = \frac{\square}{3} = \frac{30}{\square} = \frac{\square}{\square}$$

Δραστηριότητες 1

1.1. Να συμπληρώσετε.

(α) $\frac{35}{5} = \square$ (β) $\frac{24}{8} = \square$ (γ) $\square = \frac{60}{10}$ (δ) $\square = \frac{42}{6}$

(ε) $2 = \square$ (στ) $7 = \square$ (ζ) $\square = 12$ (η) $\square = 25$



1.2. Να βρεις τον αριθμό που περιγράφει η Αρετή.

Σκέφτηκα έναν αριθμό. Όταν τον έγραψα σε έβδομα, ο αριθμητής ήταν 42.

$\square$

Αναστοχασμός

Τι εκφράζουν τα πιο κάτω καταχρηστικά κλάσματα;

(α) $\frac{9}{4}$ (β) $\frac{21}{5}$

Διερεύνηση 2

Όταν σε ένα κλάσμα ο αριθμητής είναι μεγαλύτερος από τον παρονομαστή, το κλάσμα ονομάζεται καταχρηστικό, π.χ. $\frac{11}{5}$. Κάθε καταχρηστικό κλάσμα μπορεί να γραφεί ως μικτός αριθμός.

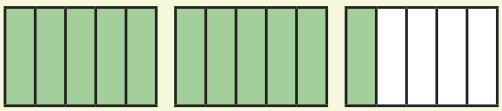
Μικτός αριθμός ονομάζεται ο αριθμός που έχει ακέραιο και κλασματικό μέρος και αναπαριστά το άθροισμα των δύο.

Για παράδειγμα, το $\frac{11}{5}$ μπορεί να γραφεί ως $2\frac{1}{5}$, αφού

$$\frac{11}{5} = \frac{10}{5} + \frac{1}{5} = 2 + \frac{1}{5} = 2\frac{1}{5}.$$

$2\frac{1}{5} = 2 + \frac{1}{5}$

ακέραιο μέρος — κλασματικό μέρος



(α) Να συμπληρώσετε τον πίνακα, όπως στο παράδειγμα.

Καταχρηστικό κλάσμα	Άθροισμα	Μικτός αριθμός
Παράδειγμα $\frac{9}{4}$	$\frac{8}{4} + \frac{1}{4} = 2 + \frac{1}{4}$	$2\frac{1}{4}$
$\frac{10}{4}$		
$\frac{11}{4}$		
$\frac{17}{4}$		
		$3\frac{3}{4}$
		$7\frac{1}{4}$
		$10\frac{2}{4}$

(β) Να περιγράψετε τον τρόπο με τον οποίο:

(i) ένα καταχρηστικό κλάσμα μετατρέπεται σε μικτό αριθμό.

(ii) ένας μικτός αριθμός μετατρέπεται σε καταχρηστικό κλάσμα.

Παράδειγμα 1

(α) Να μετατρέψετε τον μικτό αριθμό $2\frac{1}{3}$ σε καταχρηστικό κλάσμα.

(β) Να μετατρέψετε το καταχρηστικό κλάσμα $\frac{10}{3}$ σε μικτό αριθμό.

Λύση:

(α) $2\frac{1}{3} = 2 + \frac{1}{3}$

$= \frac{6}{3} + \frac{1}{3}$

$= \frac{7}{3}$

- Γράφουμε το ακέραιο μέρος ως καταχρηστικό κλάσμα:
  Κάθε ακέραια μονάδα είναι ίση με $\frac{3}{3}$.
  Άρα, $2 = \frac{3}{3} + \frac{3}{3} = \frac{6}{3}$
- Στη συνέχεια, προσθέτουμε τα κλάσματα $\frac{6}{3}$ και $\frac{1}{3}$.

(β)

Α΄ τρόπος

$\frac{10}{3} = \frac{9}{3} + \frac{1}{3}$

$= 3 + \frac{1}{3}$

$= 3\frac{1}{3}$

- Υπολογίζουμε πόσες ακέραιες μονάδες υπάρχουν στο καταχρηστικό κλάσμα:
  Κάθε ακέραια μονάδα είναι ίση με $\frac{3}{3}$.
  Άρα, $\frac{9}{3} = \frac{3}{3} + \frac{3}{3} + \frac{3}{3} = 3$
- Άρα, $\frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}$.

Β΄ τρόπος

$\frac{10}{3} = 10 \div 3$

$= 3\frac{1}{3}$

- Γράφουμε το κλάσμα $\frac{10}{3}$ ως διαίρεση και υπολογίζουμε το πηλίκο και το υπόλοιπο:
  $10 \div 3 = 3$ και υπόλοιπο 1
- Άρα, $\frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}$.

Δραστηριότητες 2

2.1. Να μετατρέψετε τους μικτούς αριθμούς σε καταχρηστικά κλάσματα.

(α) $1\frac{2}{5} = \square$ (β) $3\frac{4}{7} = \square$ (γ) $2\frac{5}{6} = \square$

(δ) $7\frac{1}{8} = \square$ (ε) $10\frac{3}{10} = \square$ (στ) $15\frac{1}{2} = \square$

2.2. Να μετατρέψετε τα καταχρηστικά κλάσματα σε μικτούς αριθμούς.

(α) $\frac{9}{4} = \square$ (β) $\frac{14}{5} = \square$ (γ) $\frac{27}{8} = \square$

(δ) $\frac{31}{3} = \square$ (ε) $\frac{45}{6} = \square$ (στ) $\frac{57}{10} = \square$

2.1. Να συμπληρώσετε, χρησιμοποιώντας τα σύμβολα <, > ή =.

(α) $4\frac{1}{4} \bigcirc \frac{21}{4}$ (β) $\frac{23}{7} \bigcirc 4\frac{2}{7}$ (γ) $\frac{24}{8} \bigcirc \frac{27}{8}$

(δ) $\frac{37}{8} \bigcirc 4\frac{5}{8}$ (ε) $\frac{23}{7} \bigcirc \frac{23}{24}$ (στ) $\frac{24}{8} \bigcirc \frac{18}{6}$

Αναστοχασμός

Να γράψετε έναν αριθμό μεταξύ του 2 και του 3. Να τον εκφράσετε ως καταχρηστικό κλάσμα.

$2 < \square < 3$

2.4. (α) Να βρείτε ποια από τα πιο κάτω κλάσματα βρίσκονται μεταξύ του 2 και του 3.

$\frac{7}{2}$ $\frac{12}{5}$ $\frac{12}{4}$ $\frac{5}{3}$ $\frac{8}{3}$ $\frac{9}{4}$

(β) Να συμπληρώσετε, ώστε τα κλάσματα να βρίσκονται μεταξύ του 3 και του 4.

$\frac{\square}{5}$ $\frac{\square}{3}$ $\frac{7}{\square}$ $\frac{13}{\square}$

Μικρή Επανάληψη

1. Να υπολογίσετε το γινόμενο. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

(α) 5 × 98 (β) 8 × 324 (γ) 15 × 72 (δ) 48 × 13

2. Να υπολογίσετε το πηλίκο. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

(α) 96 ÷ 4 (β) 313 ÷ 3 (γ) 275 ÷ 25 (δ) 199 ÷ 18

3. Να επιλύσετε τα προβλήματα. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

(α) Ο κύριος Γιάννης παραδίδει μαθήματα οδήγησης προς €18 την ώρα. Πόσα θα πληρώσει ένας μαθητής, αν χρειάζεται περίπου 65 ώρες μαθημάτων;

(β) Σε ένα αρτοποιείο παρασκευάστηκαν το πρωί 18 kg κουλουράκια, τα οποία θα μοιραστούν σε συσκευασίες των 500 g το καθένα. Κάθε συσκευασία πωλείται προς €4. Πόση θα είναι η είσπραξη από την πώληση όλων των συσκευασιών;

Διαμορφωτική Αξιολόγηση

1 Να βάλετε σε κύκλο το καταχρηστικό κλάσμα που εκφράζει το 3.

$\frac{3}{2}$ $\frac{7}{4}$ $\frac{12}{4}$ $\frac{15}{3}$

2 (α) Να μετατρέψετε τους μικτούς αριθμούς σε καταχρηστικά κλάσματα.

(i) $2\frac{3}{4} =$ ☐ (ii) $3\frac{4}{5} =$ ☐ (iii) $6\frac{4}{7} =$ ☐

(β) Να μετατρέψετε τα καταχρηστικά κλάσματα σε μικτούς αριθμούς.

(i) $\frac{9}{8} =$ ☐ (ii) $\frac{47}{5} =$ ☐ (iii) $\frac{19}{6} =$ ☐

3 Να συμπληρώσετε, χρησιμοποιώντας τα σύμβολα <, > ή =.

(α) $5\frac{1}{8}$ ◯ $\frac{45}{9}$ (β) $\frac{64}{8}$ ◯ $8\frac{3}{10}$ (γ) $\frac{43}{7}$ ◯ $\frac{41}{5}$

4 Να βάλετε σε κύκλο τα κλάσματα που είναι μεταξύ του 4 και του 5.

$\frac{21}{5}$ $\frac{27}{8}$ $\frac{9}{2}$ $\frac{27}{6}$ $\frac{15}{7}$ $\frac{32}{10}$

ΜΑΘΗΜΑ 5



Εξερεύνηση

(α) Να γράψετε μία κατάλληλη μαθηματική πρόταση και να επιλύσετε κάθε πρόβλημα.

Α.

Ένας αγώνας καλαθοσφαίρισης είχε 40 λεπτά καθαρού αγωνιστικού χρόνου και επιπλέον 55 λεπτά λόγω του διαλείμματος του ημιχρόνου και των διακοπών. Πόσα λεπτά διήρκεσε συνολικά ο αγώνας;

Μαθηματική πρόταση: _____

Απάντηση: _____

_____

Β.

Ένας αγώνας καλαθοσφαίρισης είχε 40 λεπτά καθαρού αγωνιστικού χρόνου και επιπλέον 1 ώρα λόγω του διαλείμματος του ημιχρόνου και των διακοπών. Πόσα λεπτά διήρκεσε συνολικά ο αγώνας;

Μαθηματική πρόταση: _____

Απάντηση: _____

_____

Πώς διαφέρουν τα δύο προβλήματα; Ποιο επιπρόσθετο βήμα χρειάστηκε να κάνετε, για να επιλύσετε το πρόβλημα Β;

(β) Να γράψετε μία κατάλληλη μαθηματική πρόταση για κάθε πρόβλημα.

Α.

Σε μια σχολική αυλή, τα $\frac{5}{8}$ της επιφάνειας καταλαμβάνει το γήπεδο καλαθοσφαίρισης και το $\frac{1}{8}$ ο χώρος παιχνιδιών. Τι μέρος της επιφάνειας της αυλής καταλαμβάνει το γήπεδο και ο χώρος παιχνιδιών;

Μαθηματική πρόταση: _____

Β.

Σε μια σχολική αυλή, τα $\frac{5}{8}$ της επιφάνειας καταλαμβάνει το γήπεδο καλαθοσφαίρισης και το $\frac{1}{4}$ ο χώρος παιχνιδιών. Τι μέρος της επιφάνειας της αυλής καταλαμβάνει το γήπεδο και ο χώρος παιχνιδιών;

Μαθηματική πρόταση: _____

Σε ποιο από τα δύο προβλήματα θα χρειαστεί να κάνετε ένα επιπρόσθετο βήμα, για να το επιλύσετε;

Διερεύνηση 1

Στα προβλήματα της Εξερεύνησης, είδαμε ότι, όταν προσθέτουμε ποσότητες, χρειάζεται να τις εκφράσουμε στην ίδια μονάδα μέτρησης. Για παράδειγμα, όταν προσθέτουμε χρόνο, προσθέτουμε λεπτά με λεπτά και ώρες με ώρες.

Το ίδιο ισχύει και με τα κλάσματα. Για να προσθέσουμε κλάσματα, χρειάζεται να είναι **ομώνυμα**, δηλαδή να έχουν τον ίδιο παρονομαστή. Έτσι, προσθέτουμε τέταρτα με τέταρτα, τρίτα με τρίτα, πέμπτα με πέμπτα κ.ο.κ.

Να μελετήσετε τις πιο κάτω περιπτώσεις πρόσθεσης ετερωνύμων κλασμάτων και να εισηγηθείτε έναν τρόπο υπολογισμού του αθροίσματος.

(α) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$

(β) $\frac{2}{3} + \frac{1}{4}$

(γ) $\frac{3}{8} + \frac{1}{6}$

Αναστοχασμός

Να περιγράψετε τη διαδικασία που θα ακολουθήσετε, για να υπολογίσετε τη διαφορά $\frac{5}{6} - \frac{3}{4}$.

Παράδειγμα 1

Να υπολογίσετε το άθροισμα $\frac{6}{9} + \frac{5}{6}$. Να γράψετε την απάντηση στην πιο απλή μορφή.

Λύση:

Τα κλάσματα είναι ετερώνυμα. Επομένως, για να τα προσθέσουμε, πρέπει πρώτα να τα κάνουμε ομώνυμα.

$$\frac{6}{9} + \frac{5}{6} = \frac{\overset{\curvearrowright}{2}6}{9} + \frac{\overset{\curvearrowright}{3}5}{6}$$

$$= \frac{12}{18} + \frac{15}{18}$$

$$= \frac{27}{18}$$

$$= 1\frac{9}{18}$$

$$= 1\frac{1}{2}$$

Τα κλάσματα $\frac{6}{9}$ και $\frac{5}{6}$ είναι ετερώνυμα. Για να τα προσθέσουμε, τα μετατρέπουμε σε ομώνυμα, υπολογίζοντας το ΕΚΠ του 9 και του 6: ΕΚΠ [9, 6] = 18. Άρα, μετατρέπουμε τα κλάσματα σε ομώνυμα με παρονομαστή το 18.

Μετατρέπουμε το καταχρηστικό κλάσμα σε μικτό αριθμό.

Το κλάσμα $\frac{9}{18}$ δεν βρίσκεται στην πιο απλή του μορφή. Για να το απλοποιήσουμε, υπολογίζουμε τον ΜΚΔ του 9 και του 18: ΜΚΔ (9, 18) = 9

Δραστηριότητες 1

1.1. Να υπολογίσετε το αποτέλεσμα στο τετράδιό σας. Να γράψετε την απάντηση στην πιο απλή μορφή.

(α) $\frac{1}{2}+\frac{3}{8}$ (β) $\frac{2}{15}+\frac{2}{3}$ (γ) $\frac{1}{4}+\frac{5}{6}$ (δ) $\frac{4}{5}+\frac{3}{4}$

(ε) $\frac{2}{3}-\frac{6}{12}$ (στ) $\frac{4}{5}-\frac{3}{15}$ (ζ) $\frac{3}{4}-\frac{3}{7}$ (η) $\frac{5}{6}-\frac{2}{5}$

(θ) $\frac{2}{6}+\frac{1}{5}+\frac{6}{30}$ (ι) $\left(\frac{9}{10}-\frac{2}{5}\right)-\frac{1}{5}$ (ια) $\left(\frac{5}{7}-\frac{15}{28}\right)+\frac{3}{4}$ (ιβ) $\left(\frac{5}{6}+\frac{1}{8}\right)-\frac{1}{12}$

Αναστοχασμός

Να γράψετε δύο ετερώνυμα κλάσματα που το άθροισμά τους είναι $\frac{5}{6}$.

1.2. Να επιλύσετε τα προβλήματα. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

(α) Σε μία σελίδα ενός περιοδικού δημοσιεύτηκαν δύο διαφημίσεις. Η μία διαφήμιση κάλυπτε το $\frac{1}{4}$ της σελίδας και η άλλη τα $\frac{2}{8}$. Τι μέρος της σελίδας κάλυπταν συνολικά οι διαφημίσεις;

(β) Το $\frac{1}{5}$ ενός πάρκου θα φυτευτεί με γρασίδι και το $\frac{1}{2}$ του πάρκου θα φυτευτεί με καλλωπιστικά φυτά. Ο υπόλοιπος χώρος θα αξιοποιηθεί για τη δημιουργία παιδικής χαράς. Τι μέρος του χώρου θα καταλαμβάνει η παιδική χαρά;

Αναστοχασμός

Να υπολογίσετε το αποτέλεσμα σε κάθε περίπτωση. Να επεξηγήσετε.

$3\frac{2}{5} + 2\frac{1}{5}$

$4\frac{3}{7} + 3\frac{1}{7}$

Παράδειγμα 2

Να υπολογίσετε το άθροισμα $2\frac{5}{7} + 3\frac{3}{7}$. Να γράψετε την απάντηση στην πιο απλή μορφή.

Λύση:

Α' τρόπος:

$$2\frac{5}{7} + 3\frac{3}{7} = (2+3) + \left(\frac{5}{7} + \frac{3}{7}\right)$$
$$= 5 + \frac{8}{7}$$
$$= 5 + \frac{7}{7} + \frac{1}{7}$$
$$= 5 + 1 + \frac{1}{7}$$
$$= 6 + \frac{1}{7}$$
$$= 6\frac{1}{7}$$

Προσθέτουμε πρώτα τους ακέραιους αριθμούς (3 + 2). Στη συνέχεια, προσθέτουμε τα κλάσματα $\left(\frac{5}{7} + \frac{3}{7}\right)$.

Β' τρόπος:

$$2\frac{5}{7} + 3\frac{3}{7} = \frac{19}{7} + \frac{24}{7}$$
$$= \frac{43}{7}$$
$$= 6\frac{1}{7}$$

Μετατρέπουμε τους μικτούς αριθμούς σε καταχρηστικά κλάσματα και τα προσθέτουμε.

Μετατρέπουμε το καταχρηστικό κλάσμα σε μικτό αριθμό.

Δραστηριότητες 2

2.1. Να υπολογίσετε το αποτέλεσμα στο τετράδιό σας. Να γράψετε το αποτέλεσμα στην πιο απλή μορφή.

(α) $3\frac{1}{5}+5\frac{2}{5}$ (β) $2\frac{1}{9}+3\frac{2}{9}$ (γ) $2\frac{1}{8}+1\frac{3}{8}$ (δ) $4\frac{1}{4}+2\frac{2}{4}$

(ε) $8\frac{3}{10}+3\frac{7}{10}$ (στ) $6\frac{4}{5}+\frac{2}{5}$ (ζ) $11\frac{9}{12}+8\frac{7}{12}$ (η) $6\frac{4}{7}+2\frac{6}{7}$

(θ) $5\frac{3}{7}-2\frac{1}{7}$ (ι) $2\frac{7}{8}-3\frac{2}{8}$ (ια) $3\frac{7}{10}-2\frac{1}{10}$ (ιβ) $4\frac{3}{4}-1\frac{1}{4}$

Παράδειγμα 3

Να υπολογίσετε το άθροισμα $2\frac{1}{2}+2\frac{1}{4}$. Να γράψετε την απάντηση στην πιο απλή μορφή.

Λύση:

Α΄ τρόπος

$$2\frac{1}{2}+2\frac{1}{4}=(2+2)+\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\right)$$
$$=4+\left(\frac{2}{4}+\frac{1}{4}\right)$$
$$=4+\frac{3}{4}$$
$$=4\frac{3}{4}$$

Προσθέτουμε τους ακέραιους αριθμούς $(2+2)$ και τα κλάσματα $\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\right)$. Επειδή τα κλάσματα είναι ετερώνυμα, χρειάζεται πρώτα να τα κάνουμε ομώνυμα.

Β΄ τρόπος

$$2\frac{1}{2}+2\frac{1}{4}=\frac{5}{2}+\frac{9}{4}$$
$$=\frac{10}{4}+\frac{9}{4}$$
$$=\frac{19}{4}$$
$$=4\frac{3}{4}$$

Μετατρέπουμε τους μικτούς αριθμούς σε καταχρηστικά κλάσματα και τα προσθέτουμε. Επειδή τα κλάσματα είναι ετερώνυμα, χρειάζεται πρώτα να τα κάνουμε ομώνυμα.

Μετατρέπουμε το καταχρηστικό κλάσμα σε μικτό αριθμό.

Δραστηριότητες 3

3.1. Να υπολογίσετε το αποτέλεσμα στο τετράδιό σας. Να γράψετε το αποτέλεσμα στην πιο απλή μορφή.

(α) $3\frac{1}{8}+2\frac{3}{4}$ (β) $5\frac{3}{5}+2\frac{1}{10}$ (γ) $6\frac{1}{3}+5\frac{4}{9}$ (δ) $3\frac{5}{6}+5\frac{2}{3}$

(ε) $8\frac{2}{12}+2\frac{6}{8}$ (στ) $7\frac{3}{4}+2\frac{2}{3}$ (ζ) $7\frac{7}{8}-4\frac{2}{3}$ (η) $4\frac{4}{5}-2\frac{3}{4}$

(θ) $9\frac{6}{7}-4\frac{1}{2}$ (ι) $3\frac{2}{3}-1\frac{1}{12}$ (ια) $5\frac{6}{9}-1\frac{1}{4}$ (ιβ) $5\frac{4}{5}-3\frac{2}{10}$

3.2. Να επιλύσετε τα προβλήματα.

(α) Ο Άγγελος διένυσε $2\frac{3}{5}$ km σε ένα μονοπάτι της φύσης και έκανε σταθμό. Στη συνέχεια, διένυσε ακόμη $1\frac{1}{5}$ km. Πόση απόσταση διένυσε συνολικά;

(β) Η Σεμέλη ανέμιξε $3\frac{1}{4}$ L μπογιά μπλε χρώματος και $1\frac{1}{2}$ L μπογιά λευκού χρώματος. Χρησιμοποίησε $2\frac{2}{5}$ L του μίγματος της μπογιάς, για να βάψει ένα δωμάτιο. Πόση μπογιά περίσσεψε;

Διερεύνηση 1

(α) Πόσα τρίτα έχουν οι 5 ακέραιες μονάδες; Να συμπληρώσετε.

$$5 = \frac{\square}{3}$$

(β) Να επεξηγήσετε με ποιον τρόπο μπορείτε να αξιοποιήσετε την πιο πάνω ισότητα, για να υπολογίσετε τη διαφορά $5 - \frac{1}{3}$.

(γ) Να υπολογίσετε τη διαφορά σε κάθε περίπτωση. Να περιγράψετε τον τρόπο με τον οποίο εργαστήκατε.

(i) $8 - 3\frac{1}{2}$

(ii) $3\frac{1}{5} - 1\frac{3}{5}$

(iii) $2\frac{1}{3} - 1\frac{3}{6}$

Παράδειγμα 4

Να υπολογίσετε τη διαφορά $4\frac{1}{5} - 1\frac{3}{5}$.

Λύση:

Α΄ τρόπος

$$4\frac{1}{5} - 1\frac{3}{5} = \left(3 + 1 + \frac{1}{5}\right) - 1\frac{3}{5}$$

Γράφουμε το $4\frac{1}{5}$ ως $3 + 1 + \frac{1}{5}$, επειδή $\frac{1}{5} < \frac{3}{5}$.

$$= \left(3 + \frac{5}{5} + \frac{1}{5}\right) - 1\frac{3}{5}$$

Μετατρέπουμε την 1 ακέραια μονάδα σε πέμπτα $\left(1 = \frac{5}{5}\right)$.

$$= 3\frac{6}{5} - 1\frac{3}{5}$$

$$= 2\frac{3}{5}$$

Β΄ τρόπος

$$4\frac{1}{5} - 1\frac{3}{5} = \frac{21}{5} - \frac{8}{5}$$

Μετατρέπουμε τους μικτούς αριθμούς σε καταχρηστικά κλάσματα και τα αφαιρούμε.

$$= \frac{13}{5}$$

$$= 2\frac{3}{5}$$

Δραστηριότητες 4

4.1. Να υπολογίσετε το αποτέλεσμα στο τετράδιό σας. Να γράψετε το αποτέλεσμα στην πιο απλή μορφή.

(α) $3 - \frac{4}{6}$ (β) $8 - \frac{6}{8}$ (γ) $5 - 3\frac{4}{7}$

(δ) $4\frac{4}{10} - 1\frac{9}{10}$ (ε) $9\frac{4}{9} - 1\frac{1}{2}$ (στ) $2\frac{1}{12} - 1\frac{2}{3}$

(ζ) $\left(1\frac{3}{4} + 2\frac{1}{4}\right) - 1\frac{1}{2}$ (η) $\left(8\frac{3}{4} - \frac{5}{6}\right) + 2\frac{1}{4}$ (θ) $4\frac{1}{2} - \left(2\frac{1}{8} + 1\frac{14}{16}\right)$

4.2. Κατά τον πρώτο χρόνο της ζωής ενός βρέφους, η μάζα του αυξάνεται συνεχώς. Στα επόμενα χρόνια η αύξηση της μάζας συνεχίζεται, αλλά με πιο αργό ρυθμό.

Ο πιο κάτω πίνακας παρουσιάζει τη μάζα ενός βρέφους κατά τον πρώτο χρόνο της ζωής του.

Μήνας	Μάζα
0	$3\frac{1}{8}$ kg
3	$6\frac{1}{5}$ kg
6	$7\frac{2}{5}$ kg
9	$9\frac{3}{20}$ kg
12	$11\frac{5}{8}$ kg



Σε ποιο τρίμηνο της ζωής του βρέφους παρατηρείται η μεγαλύτερη αύξηση στη μάζα του, το πρώτο (0-3 μηνών), το δεύτερο (3-6 μηνών), το τρίτο (6-9 μηνών) ή το τέταρτο (9-12 μηνών);

Αναστοχασμός

Πιο κάτω παρουσιάζεται ένας τρόπος υπολογισμού της διαφοράς 367 – 99 και ένας τρόπος υπολογισμού της διαφοράς $4\frac{2}{7} - 2\frac{6}{7}$.

$$367 - 99 = (367 + 1) - (99 + 1)$$
$$= 368 - 100$$
$$= 268$$

$$4\frac{2}{7} - 2\frac{6}{7} = \left(4\frac{2}{7} + \frac{1}{7}\right) - \left(2\frac{6}{7} + \frac{1}{7}\right)$$
$$= 4\frac{3}{7} - 3$$
$$= 1\frac{3}{7}$$

Να εξηγήσετε γιατί οι πιο πάνω τρόποι είναι ορθοί.

Εφαρμογή

4.3. Να κατασκευάσετε ένα πρόβλημα που να επιλύεται με τη μαθηματική πρόταση που δίνεται σε κάθε περίπτωση. Στη συνέχεια, να το επιλύσετε. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

(α) $\frac{1}{2} + \frac{3}{4}$

(β) $2\frac{1}{2} + 3\frac{3}{4}$

(γ) $8 - 3\frac{1}{2}$

Διαμορφωτική Αξιολόγηση

1 Να υπολογίσετε το αποτέλεσμα. Να γράψετε το αποτέλεσμα στην πιο απλή μορφή.

(α) $\frac{1}{8} + \frac{3}{4} =$

(β) $\frac{5}{6} - \frac{3}{8} =$

(γ) $6\frac{1}{4} + 2\frac{3}{5} =$

(δ) $12\frac{6}{7} - 4\frac{1}{2} =$

(ε) $8 - 2\frac{1}{4} =$

(δ) $10\frac{1}{3} - 2\frac{5}{6} =$

2 Ο Αλέξης πρέπει να εργαστεί σε ένα πλυντήριο αυτοκινήτων για 3 ώρες. Μέχρι τώρα έχει εργαστεί $1\frac{1}{4}$ ώρες. Πόσες ώρες τού μένουν να εργαστεί ακόμα;

3 Ο Πάρης και η Σοφία θα ταξιδέψουν με το αεροπλάνο. Η αποσκευή της Σοφίας ζυγίζει $19\frac{1}{5}$ kg. Η αποσκευή του Πάρη ζυγίζει $4\frac{1}{2}$ kg περισσότερο από την αποσκευή της Σοφίας. Αν το μέγιστο επιτρεπόμενο βάρος για κάθε αποσκευή είναι 23 kg, κατά πόσα κιλά υπερβαίνει το όριο η αποσκευή του Πάρη;

4 Να συμπληρώσετε τους αριθμούς που λείπουν.

$$\square\frac{5}{12} + \frac{\square}{4} = 5\frac{1}{6}$$

Περίληψη Ενότητας

Υπολογισμός αριθμού, όταν είναι γνωστό ένα κλασματικό μέρος του.

Παράδειγμα:

Τα $\frac{3}{7}$ του $\square$ είναι 15.

Το $\frac{1}{7}$ του αριθμού είναι 5, αφού $15 \div 3 = 5$.

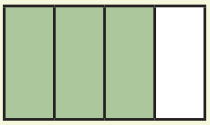
Τα $\frac{7}{7}$ του αριθμού είναι 35, αφού $7 \times 5 = 35$.

Άρα, τα $\frac{3}{7}$ του 35 είναι 15.

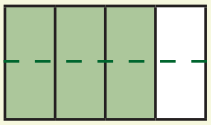
- **Ισοδύναμα κλάσματα** ονομάζονται τα κλάσματα που εκφράζουν την ίδια ποσότητα ή το ίδιο μέρος ενός όλου.

Παράδειγμα:

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 2}{4 \times 2} = \frac{6}{8}$$



$\frac{3}{4}$



$\frac{6}{8}$

- Όταν ο αριθμητής και ο παρονομαστής ενός κλάσματος έχουν ως Μέγιστο Κοινό Διαιρέτη το 1, τότε το κλάσμα βρίσκεται στην πιο απλή μορφή και ονομάζεται **ανάγωγο κλάσμα**.

- Η διαδικασία μετατροπής ενός κλάσματος στο αντίστοιχο ανάγωγο κλάσμα ονομάζεται **απλοποίηση** κλάσματος. Για να απλοποιήσουμε ένα κλάσμα, ώστε να προκύψει ανάγωγο κλάσμα, εργαζόμαστε με έναν από τους πιο κάτω τρόπους:

Α΄ τρόπος:

Διαιρούμε τους όρους του κλάσματος με τον ΜΚΔ τους.

Παράδειγμα:

$$\frac{16}{28} = \frac{16 \div 4}{28 \div 4} = \frac{4}{7}$$

Β΄ τρόπος:

Διαιρούμε τους όρους του κλάσματος με έναν κοινό διαιρέτη, μέχρι να προκύψει ανάγωγο κλάσμα.

Παράδειγμα:

$$\frac{16}{28} = \frac{16 \div 2}{28 \div 2} = \frac{8}{14}$$

$$\frac{8}{14} = \frac{8 \div 2}{14 \div 2} = \frac{4}{7}$$

Πρόσθεση και αφαίρεση κλασμάτων

- Για να προσθέσουμε ή να αφαιρέσουμε κλάσματα, θα πρέπει αυτά να είναι ομώνυμα. Αν τα κλάσματα είναι ετερώνυμα, τότε πρώτα τα μετατρέπουμε σε ομώνυμα.

Παραδείγματα:

$\frac{1}{7} + \frac{3}{7} = \square$

Τα κλάσματα είναι ομώνυμα. Άρα, $\frac{1}{7} + \frac{3}{7} = \frac{1+3}{7} = \frac{4}{7}$

$\frac{3}{4} - \frac{2}{3} = \square$

Τα κλάσματα είναι ετερώνυμα. Πρώτα τα μετατρέπουμε σε ομώνυμα. Το Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο των παρονομαστών είναι το 12 (ΕΚΠ [4,3] = 12).

$$\frac{3}{4} - \frac{2}{3} = \frac{\overset{3}{\smile}}{3} - \frac{\overset{4}{\smile}}{2} = \frac{9}{12} - \frac{8}{12} = \frac{1}{12}$$

Πρόσθεση και αφαίρεση μικτών αριθμών

- Για να προσθέσουμε ή να αφαιρέσουμε μικτούς αριθμούς, εργαζόμαστε με έναν από τους πιο κάτω τρόπους:

Α΄ τρόπος:

Προσθέτουμε ή αφαιρούμε τους ακέραιους αριθμούς και στη συνέχεια προσθέτουμε ή αφαιρούμε τα κλάσματα.

Παράδειγμα:

$$2\frac{3}{8} + 1\frac{1}{4} = 2\frac{3}{8} + 1\frac{\overset{2}{\smile}}{4} = 2\frac{3}{8} + 1\frac{2}{8}$$

$$= (2+1) + \left(\frac{3}{8} + \frac{2}{8}\right)$$

$$= 3\frac{5}{8}$$

Β΄ τρόπος:

Μετατρέπουμε τους μικτούς αριθμούς σε καταχρηστικά κλάσματα και τα προσθέσουμε ή τα αφαιρούμε.

Παράδειγμα:

$$2\frac{3}{8}+1\frac{1}{4}=\frac{19}{8}+\frac{5}{4}=\frac{19}{8}+\frac{\overset{2}{\cancel{5}}}{4}$$

$$=\frac{19}{8}+\frac{10}{8}$$

$$=\frac{29}{8}=3\frac{5}{8}$$

- Κατά την πρόσθεση μικτών αριθμών είναι δυνατόν το άθροισμα των κλασματικών μερών των δύο προσθετέων να είναι μεγαλύτερο από το 1.

Παράδειγμα:

$$2\frac{7}{8}+3\frac{1}{4}=2\frac{7}{8}+3\frac{\overset{2}{\cancel{1}}}{4}=2\frac{7}{8}+3\frac{2}{8}$$

$$=5\frac{9}{8}=5+\frac{9}{8}=5+\frac{8}{8}+\frac{1}{8}=5+1+\frac{1}{8}$$

$$=6\frac{1}{8}$$

- Κατά την αφαίρεση μικτών αριθμών είναι δυνατόν το κλασματικό μέρος του μειωτέου να είναι μικρότερο από το κλασματικό μέρος του αφαιρετέου.

Παράδειγμα:

$$5\frac{3}{8}-2\frac{7}{8}=\left(4+1+\frac{3}{8}\right)-2\frac{7}{8}$$

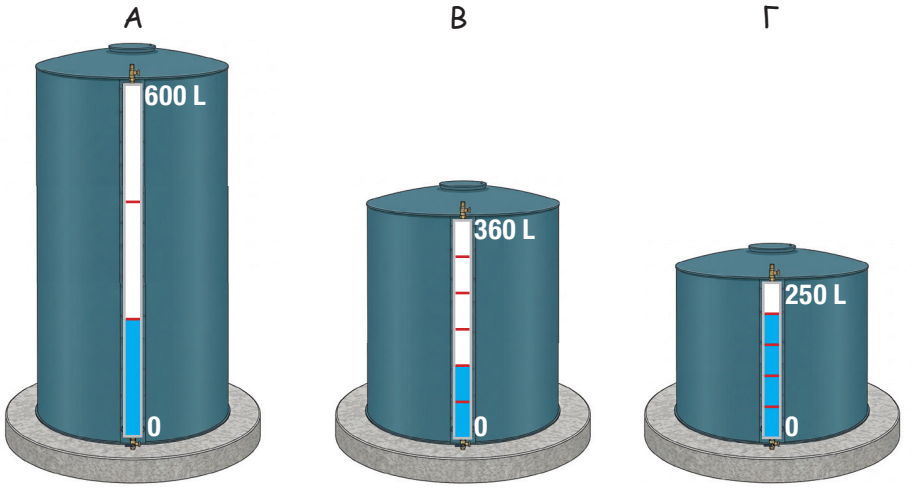
$$=\left(4+\frac{8}{8}+\frac{3}{8}\right)-2\frac{7}{8}$$

$$=4\frac{11}{8}-2\frac{7}{8}=2\frac{4}{8}=2\frac{1}{2}$$

Επιπρόσθετες Δραστηριότητες

Υπολογισμός αριθμού, όταν είναι γνωστό ένα κλασματικό μέρος του

1 Σε ένα φυτώριο χρησιμοποιούνται δεξαμενές νερού για το πότισμα των φυτών. Πιο κάτω παρουσιάζεται η μέγιστη χωρητικότητα και το επίπεδο του νερού σε τρεις δεξαμενές.



Πόσα λίτρα νερό περιέχει κάθε δεξαμενή;

2 Να συμπληρώσετε.

(α) το $\frac{1}{5}$ του 15 είναι ☐

(β) το $\frac{1}{3}$ του 30 είναι ☐

(γ) το $\frac{1}{4}$ του 32 είναι ☐

(δ) τα $\frac{3}{5}$ του 45 είναι ☐

(ε) τα $\frac{4}{7}$ του 28 είναι ☐

(στ) τα $\frac{4}{7}$ του 42 είναι ☐

(ζ) τα $\frac{5}{9}$ του 90 είναι ☐

(η) τα $\frac{4}{6}$ του 48 είναι ☐

3 Να συμπληρώσετε.

(α) το $\frac{1}{6}$ του ☐ είναι 5

(β) το $\frac{1}{4}$ του ☐ είναι 7

(γ) το $\frac{1}{8}$ του ☐ είναι 9

(δ) τα $\frac{2}{5}$ του ☐ είναι 40

(ε) τα $\frac{3}{7}$ του ☐ είναι 18

(στ) τα $\frac{2}{6}$ του ☐ είναι 12

(ζ) τα $\frac{4}{9}$ του ☐ είναι 12

(η) τα $\frac{3}{14}$ του ☐ είναι 6

4 Να επιλύσετε τα προβλήματα. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

(α) Τα $\frac{4}{6}$ των ψηφιακών ταινιών που διαθέτει ο Ιωάννης είναι ταινίες δράσης. Πόσες είναι οι ταινίες που διαθέτει ο Ιωάννης, αν οι ταινίες δράσης είναι 24;

(β) Το πλάτος ενός οικοπέδου είναι ίσο με το $\frac{1}{3}$ του μήκους του. Πόσο είναι το πλάτος του οικοπέδου, αν το μήκος του είναι 21m;

5 Ο πίνακας παρουσιάζει το μέρος του συνολικού αριθμού των παιδιών στην τάξη της Σεμέλης, που προτιμά κάθε άθλημα.

Άθλημα	Κλάσμα
Ποδόσφαιρο	$\frac{1}{4}$
Καλαθόσφαιρα	$\frac{1}{6}$
Αντισφαίριση	$\frac{1}{12}$
Κολύμβηση	$\frac{3}{8}$
Χειροσφαίριση	$\frac{1}{8}$

(α) Πόσα είναι τα παιδιά στην τάξη της Σεμέλης, αν τα παιδιά που προτιμούν το ποδόσφαιρο είναι 6;

(β) Πόσα παιδιά προτιμούν την κολύμβηση;

6 Να συμπληρώσετε.

(α) Τα $\frac{\square}{3}$ του 60 είναι 40

(β) Τα $\frac{\square}{5}$ του 35 είναι 21

(γ) Τα $\frac{2}{\square}$ του 80 είναι 32

(δ) Τα $\frac{4}{\square}$ του 36 είναι 16

7 Να επιλύσετε τα προβλήματα. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

(α) Μια ηλεκτρική σκούπα – ρομπότ καθαρίζει 20 m^2, όταν λειτουργεί για $\frac{1}{6}$ της ώρας. Πόσα τετραγωνικά μέτρα καθαρίζει, όταν λειτουργεί για $\frac{3}{4}$ της ώρας;

(β) Η Σοφία αγόρασε $\frac{3}{5}$ L χυμό ρόδι και πλήρωσε €6. Πόσα θα πληρώσει, αν αγοράσει $\frac{1}{2}$ L χυμό ρόδι;

Ισοδυναμία, απλοποίηση και σύγκριση κλασμάτων

8 Να συμπληρώσετε.

(α) $\frac{3}{8} = \frac{\square}{16}$ (β) $\frac{4}{7} = \frac{12}{\square}$ (γ) $\frac{2}{9} = \frac{\square}{27}$ (δ) $\frac{12}{18} = \frac{\square}{3}$

(ε) $\frac{32}{40} = \frac{\square}{5}$ (στ) $\frac{\square}{7} = \frac{15}{21}$ (ζ) $\frac{3}{\square} = \frac{18}{24}$ (η) $\frac{40}{45} = \frac{8}{\square}$

9 Να απλοποιήσετε τα κλάσματα, ώστε να προκύψουν ανάγωγα κλάσματα.

(α) $\frac{12}{18} =$ (β) $\frac{15}{30} =$ (γ) $\frac{9}{27} =$

(δ) $\frac{35}{45} =$ (ε) $\frac{11}{55} =$ (στ) $\frac{28}{42} =$

10 Να βάλετε σε κύκλο τα κλάσματα που είναι ανάγωγα.

$\frac{12}{18}$ $\frac{7}{8}$ $\frac{15}{21}$ $\frac{14}{19}$ $\frac{6}{11}$ $\frac{7}{28}$

11 Να γράψετε δύο ισοδύναμα κλάσματα με τα $\frac{4}{6}$, χρησιμοποιώντας τα πιο κάτω ψηφία. Κάθε ψηφίο μπορεί να χρησιμοποιηθεί μόνο μία φορά.

2	15	10	3

$\frac{4}{6} = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$

12 Να συμπληρώσετε.

(α) $\frac{\square}{44} = \frac{9}{36}$ (β) $\frac{7}{21} = \frac{\square}{15}$ (γ) $\frac{4}{\square} = \frac{10}{25}$ (δ) $\frac{12}{18} = \frac{16}{\square}$

13 Να απαντήσετε στις ερωτήσεις. Να γράψετε την απάντηση στην πιο απλή μορφή.

(α) Στην τάξη της Χαράς, τα 18 από τα 24 παιδιά συμμετέχουν στη χορωδία του σχολείου. Τι μέρος των παιδιών της τάξης συμμετέχει στη χορωδία;

Απάντηση: _____

(β) Σε μια συμφωνική ορχήστρα, οι 16 από τους 100 μουσικούς παίζουν βιολί. Τι μέρος των μουσικών της ορχήστρας παίζει βιολί;

Απάντηση: _____

14 Να συμπληρώσετε, χρησιμοποιώντας τα σύμβολα <, > ή =.

(α) $\frac{5}{6} \bigcirc \frac{5}{8}$ (β) $\frac{15}{16} \bigcirc \frac{13}{16}$ (γ) $\frac{24}{32} \bigcirc \frac{3}{4}$ (δ) $\frac{6}{10} \bigcirc \frac{3}{8}$

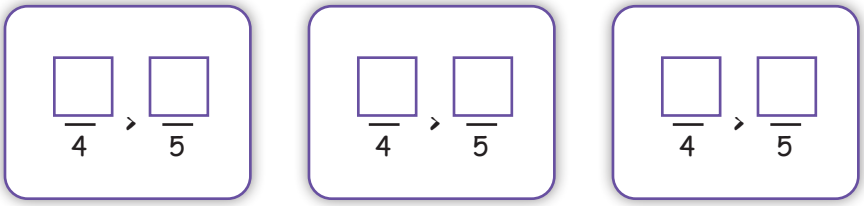
(ε) $\frac{10}{12} \bigcirc \frac{15}{18}$ (στ) $\frac{3}{5} \bigcirc \frac{8}{10}$ (ζ) $\frac{5}{6} \bigcirc \frac{6}{7}$ (η) $\frac{5}{8} \bigcirc \frac{7}{16}$

15 Να γράψετε τα κλάσματα σε σειρά, αρχίζοντας από το μεγαλύτερο κλάσμα.

(α) $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}$ _____

(β) $\frac{1}{4}, \frac{3}{5}, \frac{3}{20}, \frac{4}{10}$ _____

16 Να συμπληρώσετε τον αριθμητή σε κάθε κλάσμα, ώστε να ισχύει η πιο κάτω σχέση. Να βρείτε τρεις διαφορετικές λύσεις.



Μικτοί αριθμοί και καταχρηστικά κλάσματα

17 (α) Να μετατρέψετε τους μικτούς αριθμούς σε καταχρηστικά κλάσματα.

(α) $4\frac{1}{2} =$ □ (β) $7\frac{5}{6} =$ □ (γ) $8\frac{9}{10} =$ □

(δ) $2\frac{6}{11} =$ □ (ε) $3\frac{6}{9} =$ □ (στ) $2\frac{13}{15} =$ □

(β) Να μετατρέψετε τα καταχρηστικά κλάσματα σε μικτούς αριθμούς.

(α) $\frac{13}{2} =$ □ (β) $\frac{36}{7} =$ □ (γ) $\frac{59}{8} =$ □

(δ) $\frac{29}{6} =$ □ (ε) $\frac{33}{4} =$ □ (στ) $\frac{56}{9} =$ □

18 Να συμπληρώσετε, χρησιμοποιώντας τα σύμβολα <, > ή =.

(α) $\frac{9}{5} \bigcirc 1\frac{1}{3}$ (β) $1\frac{1}{6} \bigcirc \frac{7}{6}$ (γ) $\frac{11}{3} \bigcirc 3\frac{1}{3}$

(δ) $5\frac{1}{2} \bigcirc \frac{3}{2}$ (ε) $6\frac{7}{10} \bigcirc \frac{80}{10}$ (στ) $\frac{16}{4} \bigcirc 4$

19 (α) Να βάλετε σε κύκλο τα κλάσματα που είναι μεταξύ του 4 και του 5.

$\frac{21}{5}$ $\frac{33}{8}$ $\frac{15}{4}$ $\frac{13}{2}$ $\frac{31}{6}$ $\frac{49}{10}$ $\frac{16}{7}$

(β) Να συμπληρώσετε, ώστε τα κλάσματα να βρίσκονται μεταξύ του 2 και του 3.

$\frac{\square}{2}$ $\frac{\square}{5}$ $\frac{8}{\square}$ $\frac{15}{\square}$

Πρόσθεση και αφαίρεση κλασμάτων και μικτών αριθμών

20 Να υπολογίσετε το αποτέλεσμα στο τετράδιό σας. Να γράψετε την απάντηση στην πιο απλή μορφή.

Α.

(α) $\frac{3}{10}+\frac{2}{10}$ (β) $\frac{1}{4}+\frac{1}{12}$ (γ) $\frac{1}{2}+\frac{2}{7}$ (δ) $\frac{3}{5}+\frac{2}{3}$

(ε) $\frac{5}{6}-\frac{2}{6}$ (στ) $\frac{6}{8}-\frac{1}{4}$ (ζ) $\frac{3}{5}-\frac{1}{3}$ (η) $\frac{5}{6}-\frac{3}{4}$

(θ) $\frac{2}{6}+\frac{1}{5}+\frac{6}{10}$ (ι) $\left(\frac{9}{10}+\frac{2}{5}\right)-\frac{1}{4}$ (ια) $\left(\frac{5}{7}-\frac{15}{28}\right)+\frac{3}{4}$ (ιβ) $\left(\frac{5}{6}+\frac{1}{8}\right)-\frac{1}{12}$

Β.

(α) $2\frac{1}{5}+1\frac{3}{5}$ (β) $5\frac{2}{3}+2\frac{2}{3}$ (γ) $3\frac{1}{5}+2\frac{3}{4}$ (δ) $3\frac{5}{6}+6\frac{3}{4}$

(ε) $5\frac{7}{8}-2\frac{1}{8}$ (στ) $1-\frac{3}{7}$ (ζ) $8-\frac{2}{3}$ (η) $12-4\frac{1}{5}$

(θ) $4\frac{1}{2}-2\frac{7}{9}$ (ι) $10\frac{1}{6}-4\frac{2}{5}$ (ια) $7\frac{2}{5}-3\frac{2}{3}$ (ιβ) $11\frac{1}{5}-6\frac{1}{4}$

21 Να συμπληρώσετε το μαγικό τετράγωνο, ώστε σε κάθε σειρά, στήλη και διαγώνιο το άθροισμα να είναι ίσο με $25\frac{1}{2}$.

		10
	$8\frac{1}{2}$	$11\frac{1}{2}$
7		4

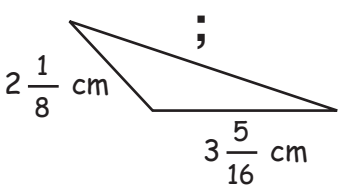
22 Να επιλύσετε τα προβλήματα. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

(α) Ένας ζαχαροπλάστης χρησιμοποίησε $2\frac{2}{3}$ kg καρύδια και $3\frac{4}{5}$ kg φουντούκια, για να παρασκευάσει γλυκά. Πόσα κιλά ξηρούς καρπούς χρησιμοποίησε συνολικά ο ζαχαροπλάστης;

(β) Το όρος της Αγίας Ελένης είναι ένα ενεργό ηφαίστειο στις Η.Π.Α. Πριν από την έκρηξή του το 1980, είχε ύψος $2\frac{9}{10}$ km. Μετά την έκρηξη, το ύψος του ήταν $2\frac{1}{2}$ km. Πόση ήταν η μείωση στο ύψος του ηφαιστείου;

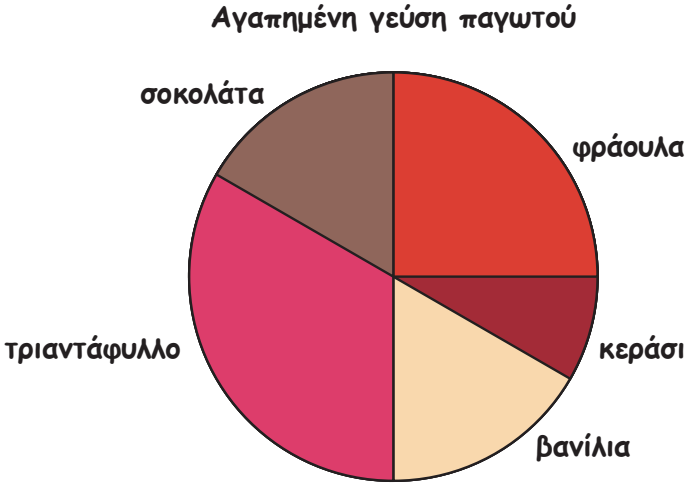
(γ) Ένας κηπουρός θα περιφράξει έναν ορθογώνιο κήπο με μήκος $9\frac{3}{4}$ m και πλάτος $7\frac{4}{5}$m. Πόσα μέτρα περίφραξης θα χρειαστεί;

23 Να υπολογίσετε το μήκος της άγνωστης πλευράς στο πιο κάτω τρίγωνο, αν γνωρίζετε την περίμετρό του.



Περίμετρος $10\frac{5}{16}$ cm

24 Η κυκλική γραφική παράσταση παρουσιάζει τις προτιμήσεις των παιδιών σχετικά με την αγαπημένη τους γεύση παγωτού.



Δίνονται επίσης και οι πιο κάτω πληροφορίες:

- Τα παιδιά που διάλεξαν κεράσι είναι το $\frac{1}{12}$ του συνολικού αριθμού των παιδιών.
- Τα παιδιά που διάλεξαν σοκολάτα είναι 40.
- Τα παιδιά που διάλεξαν τριαντάφυλλο είναι όσα και τα παιδιά που διάλεξαν φράουλα και κεράσι μαζί.
- Τα παιδιά που διάλεξαν σοκολάτα είναι όσα και τα παιδιά που διάλεξαν βανίλια.

Με βάση τη γραφική παράσταση και τις πληροφορίες, να συμπληρώσετε τον πίνακα.

	Φράουλα	Κεράσι	Βανίλια	Τριαντάφυλλο	Σοκολάτα
Κλάσμα		$\frac{1}{12}$			
Αριθμός					40

