

# Μαθηματικά

Ε΄ Δημοτικού Μέρος 2



<b>Συγγραφική ομάδα:</b>	Αθανασίου Χρύσω Δεληγιάννη Ελένη Παναούρα-Μάκη Γεωργία Παντζιάρá Μαριλένα Παπαριστοδήμου Έφη Σιακαλλή Μύρια Χειμωνή Μαρία
<b>Επιστημονικοί συνεργάτες:</b>	Παναούρα Ρίτα, Πανεπιστήμιο Frederick Πίπτα-Πανταζή Δήμητρα, Πανεπιστήμιο Κύπρου Πιπτάλης Μάριος, Πανεπιστήμιο Κύπρου Χρίστου Κωνσταντίνος, Πανεπιστήμιο Κύπρου
<b>Σύνδεσμος Πρώτος Λειτουργός Εκπαίδευσης: (2011-2018)</b>	Χαμπιαούρης Κώστας
<b>Σύνδεσμος Επιθεωρητής:</b>	Χαριδήμου Κυριάκος
<b>Ηλεκτρονικός σχεδιασμός:</b>	Χατζηθεοδοσίου Άντρη, Λειτουργός Υπηρεσίας Ανάπτυξης Προγραμμάτων
<b>Ηλεκτρονική σελίδωση:</b>	Χατζηθεοδοσίου Άντρη Λειτουργός Υπηρεσίας Ανάπτυξης Προγραμμάτων
<b>Επιμέλεια έκδοσης:</b>	Άστρα-Ιωάννου Μαρίνα, Λειτουργός Υπηρεσίας Ανάπτυξης Προγραμμάτων
<b>Συντονισμός έκδοσης:</b>	Παρπούνας Χρίστος, Συντονιστής Υπηρεσίας Ανάπτυξης Προγραμμάτων

**Α΄ Έκδοση:** 2015

**Β΄ Έκδοση:** 2016

**Γ΄ Έκδοση:** 2019

**Εκτύπωση:** Printco Cassoulides Ltd

© ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ  
ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ  
ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΩΝ

**ISBN:** 978-9963-0-1687-7



Στο εξώφυλλο χρησιμοποιήθηκε ανακυκλωμένο χαρτί σε ποσοστό τουλάχιστον 50%, προερχόμενο από διαχείριση απορριμμάτων χαρτιού. Το υπόλοιπο ποσοστό προέρχεται από υπεύθυνη διαχείριση δασών.

Το Υπουργείο Παιδείας και Πολιτισμού οραματίζεται ένα σχολείο που θα έχει στο επίκεντρό του τον κάθε μαθητή και την κάθε μαθήτριά. Ένα σχολείο στο οποίο όλα ανεξάρτητα τα παιδιά εξασφαλίζουν όλα τα εφόδια που χρειάζονται, για να φτάσουν στο μέγιστο των δυνατοτήτων τους. Σε αυτό το πλαίσιο, το Υπουργείο Παιδείας και Πολιτισμού έχει σχεδιάσει και υλοποιεί ριζικές αλλαγές στο εκπαιδευτικό μας σύστημα, και τα Μαθηματικά έχουν πρωτεύοντα ρόλο στις αλλαγές αυτές.

Με την εφαρμογή του αναθεωρημένου Αναλυτικού Προγράμματος Μαθηματικών, οι σκοποί, οι στόχοι, το περιεχόμενο, οι μέθοδοι διδασκαλίας και αξιολόγησης στο μάθημα διαφοροποιούνται. Στηρίζονται σε διεθνή αποτελέσματα και σε διεθνώς δοκιμασμένες πρακτικές και λαμβάνουν υπόψη τις ιδιαίτερες δυσκολίες που αντιμετωπίζουν τα παιδιά στην Κύπρο κατά τη μετάβασή τους από τη μία βαθμίδα εκπαίδευσης στην άλλη.

Η φιλοσοφία συγγραφής των νέων εγχειριδίων των Μαθηματικών είναι ανθρωπιστική, με επίκεντρο την ολόπλευρη ανάπτυξη των μαθητών, παρέχοντάς τους τα απαραίτητα προσόντα και χαρακτηριστικά για ποιοτική ζωή στον σύγχρονο κόσμο. Δίνεται ιδιαίτερη έμφαση στον εκσυγχρονισμό των Μαθηματικών, ώστε να έχουν άμεση σχέση και εφαρμογή στην καθημερινή ζωή, να αναπτύσσουν την κριτική σκέψη και τη δημιουργικότητα και γενικά να συνάδουν με τις ανάγκες της κοινωνίας μας και με τα Αναλυτικά Προγράμματα των πλείστων χωρών της Ευρώπης. Ανάμεσα στις προτεραιότητές μας είναι η ανάπτυξη δεξιοτήτων επίλυσης σύνθετων προβλημάτων, ώστε τα σημερινά παιδιά και αυριανοί πολίτες να αποκτήσουν τέτοιες δεξιότητες που να προωθούν την ανάπτυξη της δημιουργικότητας και της καινοτομίας, κάτι που είναι ιδιαίτερα απαραίτητο στη σύγχρονη κοινωνία.

Τα νέα εγχειρίδια των Μαθηματικών περιλαμβάνουν πρωτοποριακές μεθόδους και πρακτικές διδασκαλίας και απευθύνονται σε όλα τα παιδιά, ώστε να ικανοποιούν τις ιδιαιτερότητες του καθενός. Τα παιδιά διερευνούν τις μαθηματικές έννοιες με τρόπο που υποκινεί το ενδιαφέρον και την περιέργειά τους. Επιλύουν προβλήματα της καθημερινότητας και έχουν τη δυνατότητα να κατανοήσουν έννοιες και να αποκτήσουν δεξιότητες ανάλογα με τις ανάγκες και τις προσδοκίες τους. Αξιοποιούν, ταυτόχρονα, τη σύγχρονη τεχνολογία με τρόπο που συμβάλλει αποτελεσματικά στην επίτευξη των στόχων της μαθηματικής εκπαίδευσης.

Χρίστος Χατζηθαλασίου  
Διευθυντής Δημοτικής Εκπαίδευσης









## Περιεχόμενα

	Σελίδα
<b>ΕΝΟΤΗΤΑ 4</b> .....	<b>7</b>
Κλάσματα, Πρόσθεση και αφαίρεση κλασμάτων	
<b>ΕΝΟΤΗΤΑ 5</b> .....	<b>71</b>
Είδη γραμμών, Είδη τριγώνων, Παράλληλες και κάθετες ευθείες, Παραλληλόγραμμα	



# Ενότητα 4





## ΣΤΗΝ ΕΝΟΤΗΤΑ ΑΥΤΗ ΘΑ ΜΑΘΟΥΜΕ

- Να ερμηνεύουμε το κλάσμα ως μέρος επιφάνειας και ως μέρος συνόλου.
- Να βρίσκουμε ισοδύναμα κλάσματα.
- Να απλοποιούμε κλάσματα, χρησιμοποιώντας τον Μέγιστο Κοινό Διαιρέτη (ΜΚΔ).
- Να συγκρίνουμε κλάσματα.
- Να μετατρέπουμε ετερόνυμα κλάσματα σε ομώνυμα, χρησιμοποιώντας το Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο (ΕΚΠ).
- Να προσθέτουμε και να αφαιρούμε ετερόνυμα κλάσματα.



Είσαι δημοσιογράφος της εφημερίδας «Ώρα Ειδήσεων». Να χρησιμοποιήσεις τις πληροφορίες στο πρωτοσέλιδο της εφημερίδας, για να γράψεις ένα κείμενο για κάθε είδηση.

# Ώρα Ειδήσεων

Πέμπτη, 21 Νοεμβρίου 2019



## Υπέρ της κατασκευής νέου σχολικού κτηρίου οι περισσότεροι κάτοικοι




---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

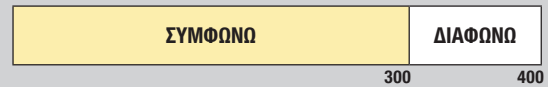
---

---

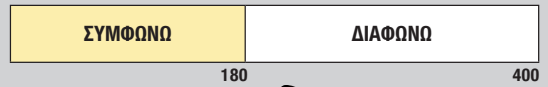
---

## Έρευνα για τα κατοικίδια ζώα

Το μεγαλύτερο πλεονέκτημα του σκύλου είναι η συντροφιά του.



Το μεγαλύτερο μειονέκτημα είναι η φροντίδα που χρειάζεται όταν λείπω.



## Πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα




---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

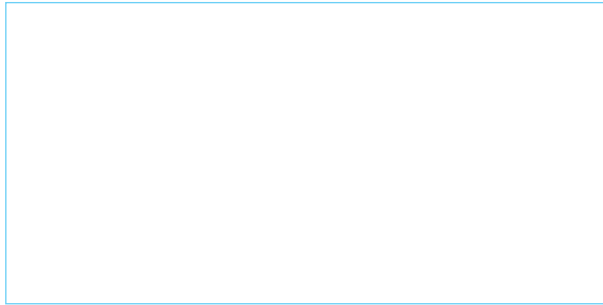
---

---

---

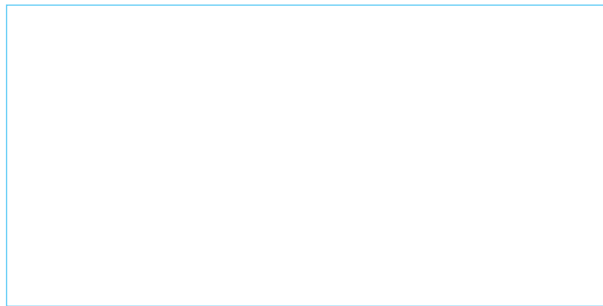
Να δείξεις το κλάσμα  $\frac{5}{8}$  με τρεις διαφορετικούς τρόπους. Κάθε ορθογώνιο είναι ίσο με 1 ακέραια μονάδα.

1<sup>ος</sup> τρόπος:



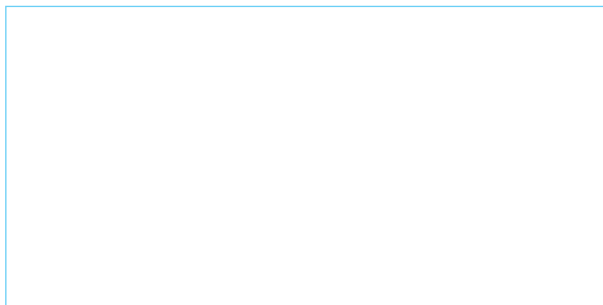
---

2<sup>ος</sup> τρόπος:



---

3<sup>ος</sup> τρόπος:



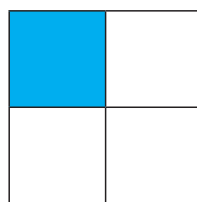


# Νέες Έννοιες

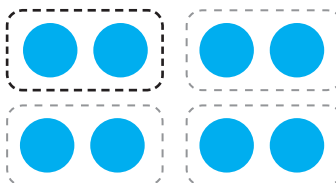
- Το **κλάσμα** είναι ένας αριθμός που εκφράζει το μέρος μιας επιφάνειας ή ενός συνόλου ομοειδών αντικειμένων.

Παράδειγμα:

Αριθμητής  $\frac{1}{4}$  Μέρος  
Παρονομαστής 4 Όλο



ή



- **Ομώνυμα** ονομάζονται τα κλάσματα που έχουν τον ίδιο παρονομαστή.

Παράδειγμα:

$$\frac{1}{6}, \frac{2}{6}, \frac{5}{6}$$

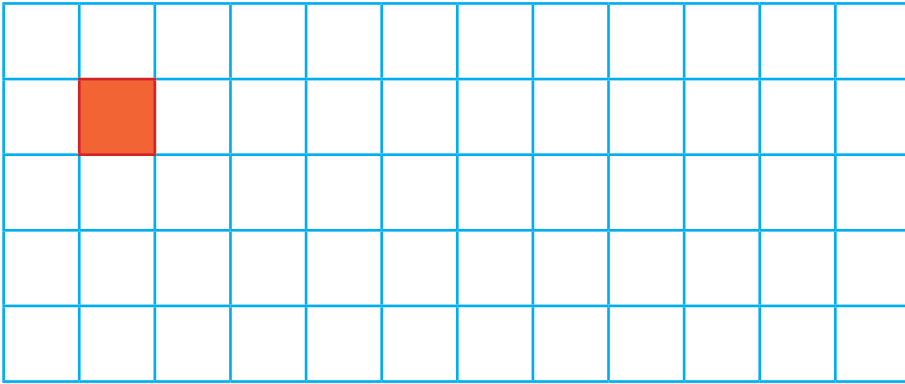
- **Ετερόνυμα** ονομάζονται τα κλάσματα που έχουν διαφορετικούς παρονομαστές.

Παράδειγμα:

$$\frac{1}{5}, \frac{2}{3}, \frac{4}{8}$$

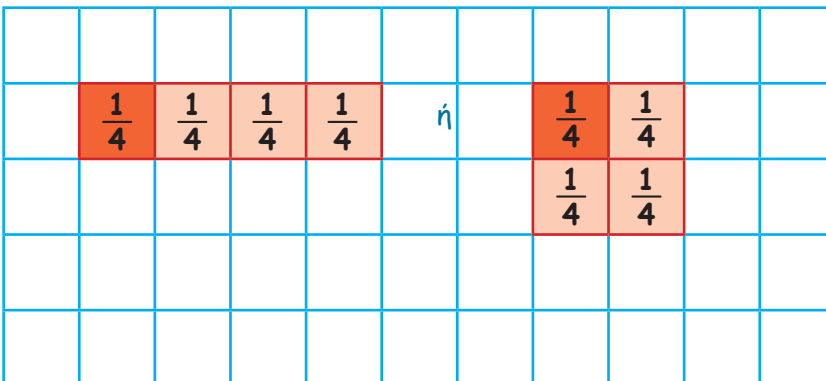
## Παράδειγμα

1. Αν το πιο κάτω τετράγωνο αναπαριστά το  $\frac{1}{4}$  ενός σχήματος, να σχεδιάσεις ολόκληρο το σχήμα.



Λύση:

Υπάρχουν διάφοροι τρόποι αναπαράστασης ολόκληρου του σχήματος. Για παράδειγμα:

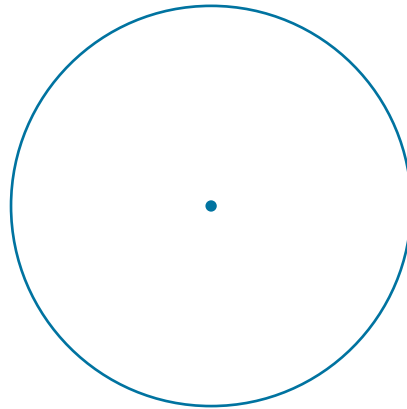


# Δραστηριότητες

1. (α) Να σκιάσεις τα  $\frac{2}{3}$ , αν το πιο κάτω ορθογώνιο είναι ίσο με 1 μονάδα.

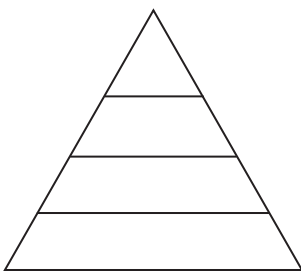


(β) Να σκιάσεις τα  $\frac{7}{8}$ , αν ο πιο κάτω κύκλος είναι ίσος με 1 μονάδα.

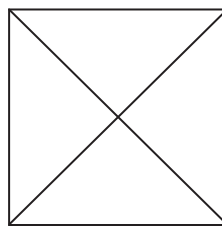


2. Να βάλεις σε κύκλο τα σχήματα που είναι χωρισμένα σε τέταρτα.

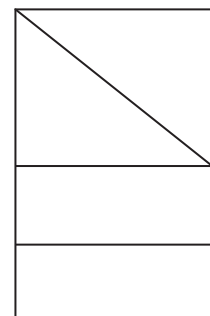
A



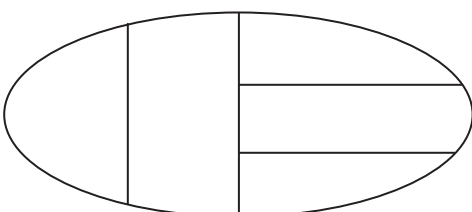
B



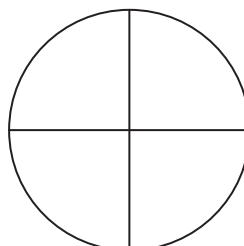
Γ



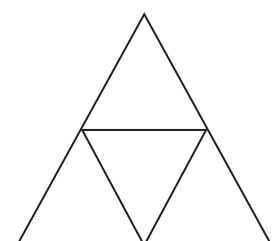
Δ



Ε

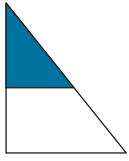


ΣΤ



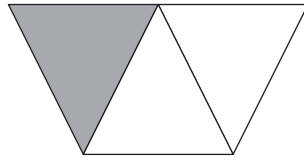


3. Να σημειώσεις **Ορθό** ή **Λάθος** σε κάθε πρόταση.



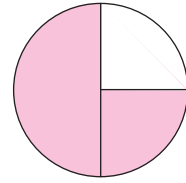
Το  $\frac{1}{2}$  του τριγώνου είναι σκιασμένο με μπλε χρώμα.

\_\_\_\_\_



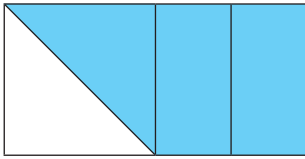
Το  $\frac{1}{3}$  του τραπεζίου είναι σκιασμένο με γκριζο χρώμα.

\_\_\_\_\_



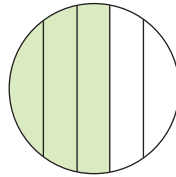
Το  $\frac{1}{4}$  του κύκλου είναι σκιασμένο με ροζ χρώμα.

\_\_\_\_\_



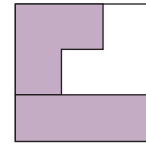
Τα  $\frac{3}{4}$  του ορθογωνίου είναι σκιασμένα με γαλάζιο χρώμα.

\_\_\_\_\_



Τα  $\frac{3}{5}$  του κύκλου είναι σκιασμένα με πράσινο χρώμα.

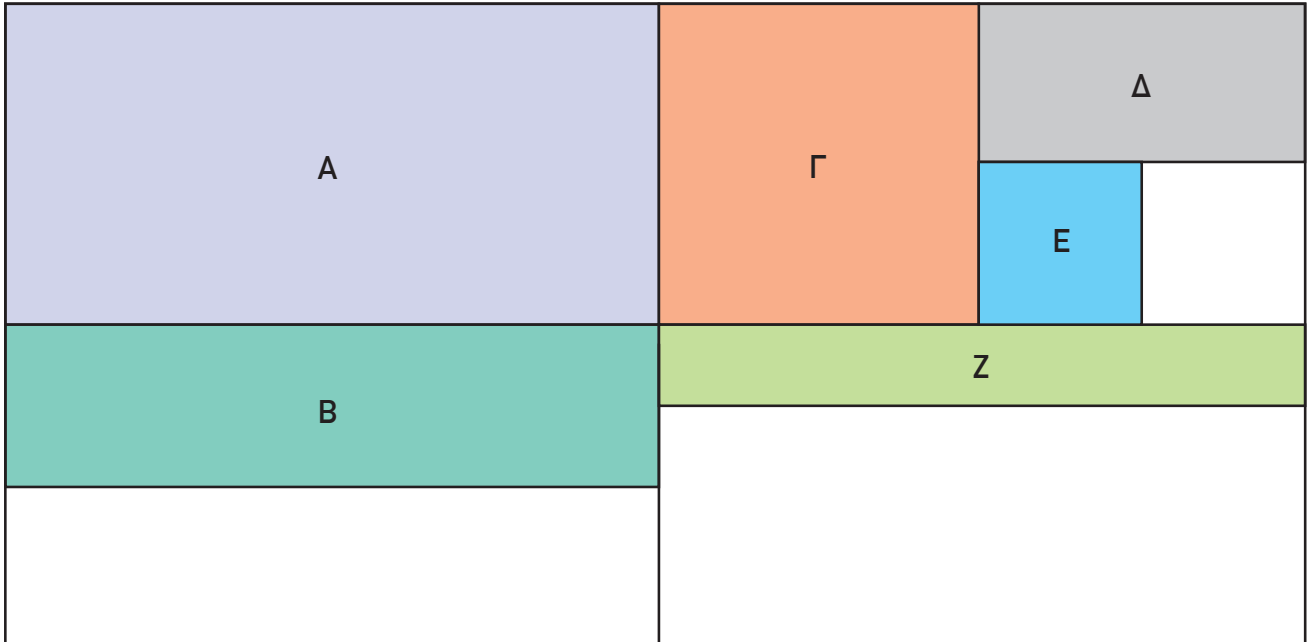
\_\_\_\_\_



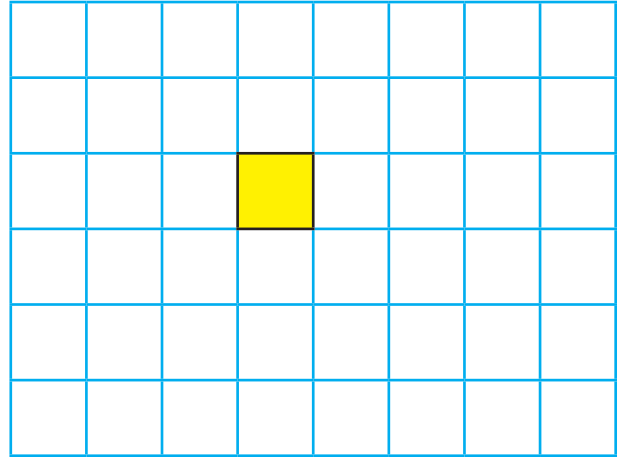
Τα  $\frac{2}{3}$  του τετραγώνου είναι σκιασμένα με μοβ χρώμα.

\_\_\_\_\_

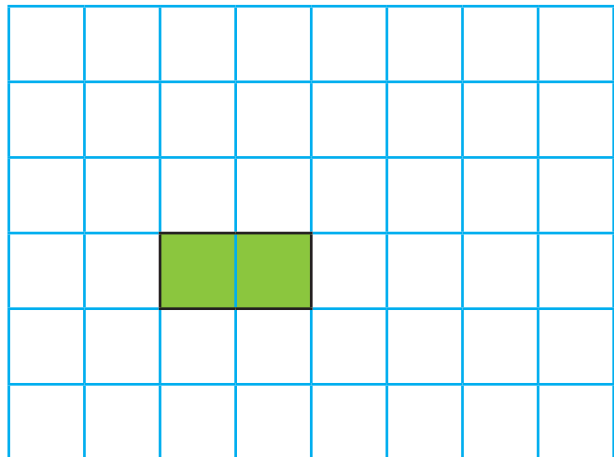
4. Τι μέρος ολόκληρου του ορθογωνίου εκφράζουν τα σχήματα **A**, **B**, **Γ**, **Δ**, **E** και **Z**;



5. (α) Να σχεδιάσεις ολόκληρο το σχήμα, αν το κίτρινο τετράγωνο παρουσιάζει το  $\frac{1}{5}$  ενός σχήματος.



(β) Να σχεδιάσεις ολόκληρο το σχήμα, αν το πράσινο ορθογώνιο παρουσιάζει τα  $\frac{2}{7}$  ενός σχήματος.



6. Δύο λωρίδες χαρτιού έχουν κοπεί, όπως φαίνεται πιο κάτω. Ποια λωρίδα είχε αρχικά μεγαλύτερο μήκος; Να επεξηγήσεις.




---



---

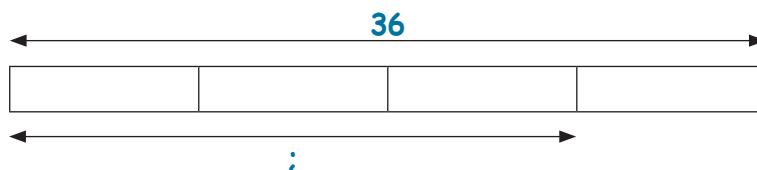


---

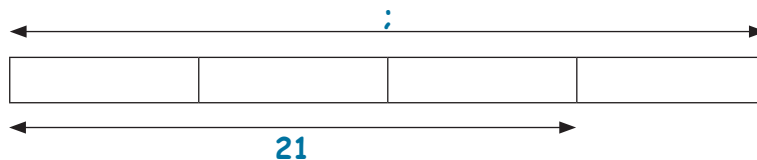
Μια εταιρεία συσκευάζει χρωματιστά σοκολατάκια, ώστε σε κάθε συσκευασία τα  $\frac{3}{4}$  από αυτά να έχουν κόκκινο χρώμα.



(α) Με ποιο τρόπο είναι δυνατόν να χρησιμοποιήσεις το πιο κάτω μοντέλο, για να υπολογίσεις πόσα είναι τα κόκκινα σοκολατάκια μιας συσκευασίας που περιέχει 36 σοκολατάκια; Να εξηγήσεις.



(β) Σε μια άλλη συσκευασία με χρωματιστά σοκολατάκια, τα σοκολατάκια που έχουν κόκκινο χρώμα είναι 21. Να χρησιμοποιήσεις το πιο κάτω μοντέλο, για να υπολογίσεις πόσα είναι όλα τα σοκολατάκια στη συσκευασία.



# Νέες Έννοιες

Κλάσμα ως μέρος αριθμού

- Υπολογισμός κλασματικού μέρους ενός αριθμού

Παράδειγμα:

$$\frac{3}{4} \text{ του } 20 = \square$$

Το  $\frac{1}{4}$  του 20 είναι το 5.

Τα  $\frac{3}{4}$  του 20 είναι  $3 \times 5 = 15$ .

- Υπολογισμός αριθμού, όταν είναι γνωστό ένα κλασματικό μέρος του αριθμού

Παράδειγμα:

$$\frac{2}{5} \text{ του } \square = 8$$

Το  $\frac{1}{5}$  του  $\square$  είναι το 4.

Τα  $\frac{5}{5}$  είναι  $5 \times 4 = 20$ .

Άρα,  $\frac{2}{5}$  του  $\square$  = 8.

## Παραδείγματα

1. Μια δεξαμενή πετρελαίου έχει μέγιστη χωρητικότητα 40 L. Είναι γεμάτη κατά τα  $\frac{2}{5}$ . Πόσα λίτρα πετρέλαιο περιέχει η δεξαμενή;

Λύση:

$$\frac{2}{5} \text{ του } 40 = \square$$

Το  $\frac{1}{5}$  του 40 είναι το 8.

Τα  $\frac{2}{5}$  του 40 είναι  $2 \times 8 = 16$ .

Η δεξαμενή περιέχει 16 L πετρέλαιο.

2. Ένα κατάστημα έχει έκπτωση στα είδη ένδυσης ίση με τα  $\frac{3}{4}$  της αρχικής τους τιμής. Ποια ήταν η αρχική τιμή ενός φορέματος, αν η έκπτωση είναι ίση με €27;

Λύση:

$$\frac{3}{4} \text{ του } \square = 27$$

Το  $\frac{1}{4}$  του  $\square$  είναι το 9.

Τα  $\frac{4}{4}$  είναι  $4 \times 9 = 36$ .

Άρα,  $\frac{3}{4}$  του  $\square$  είναι 27.

Το  $\frac{1}{4}$  του  $\square$  είναι το 9, αφού  $27 \div 3 = 9$ .

Η αρχική τιμή του φορέματος ήταν €36.

# Δραστηριότητες

1. Να συμπληρώσεις.

A.

$$(α) \frac{1}{5} \text{ του } 15 = \square$$

$$(β) \frac{1}{3} \text{ του } 30 = \square$$

$$(γ) \frac{1}{4} \text{ του } 32 = \square$$

$$(δ) \frac{4}{6} \text{ του } 48 = \square$$

$$(ε) \frac{3}{5} \text{ του } 45 = \square$$

$$(στ) \frac{4}{7} \text{ του } 28 = \square$$

$$(ζ) \frac{5}{7} \text{ του } 42 = \square$$

$$(η) \frac{6}{8} \text{ του } 24 = \square$$

$$(θ) \frac{5}{9} \text{ του } 90 = \square$$

B.

$$(α) \frac{1}{6} \text{ του } \square = 5$$

$$(β) \frac{1}{4} \text{ του } \square = 6$$

$$(γ) \frac{1}{8} \text{ του } \square = 9$$

$$(δ) \frac{2}{5} \text{ του } \square = 10$$

$$(ε) \frac{3}{7} \text{ του } \square = 18$$

$$(στ) \frac{4}{6} \text{ του } \square = 12$$

$$(ζ) \frac{4}{9} \text{ του } \square = 40$$

$$(η) \frac{3}{14} \text{ του } \square = 6$$

$$(θ) \frac{6}{10} \text{ του } \square = 30$$

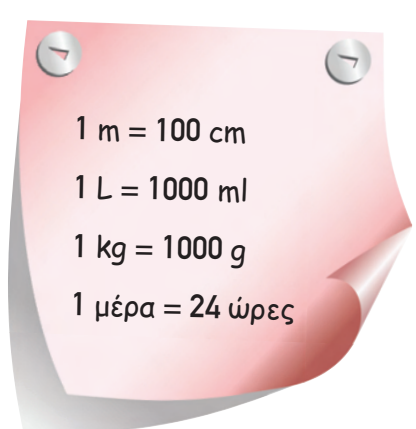
2. Να συμπληρώσεις.

(α) Τα  $\frac{3}{4}$  του μέτρου είναι \_\_\_\_\_ cm.

(β) Τα  $\frac{2}{3}$  του εικοσιτετράωρου είναι \_\_\_\_\_ ώρες.

(γ) Τα  $\frac{4}{5}$  του λίτρου είναι \_\_\_\_\_ ml.

(δ) Τα  $\frac{7}{10}$  του κιλού είναι \_\_\_\_\_ g.


$$1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$$

$$1 \text{ L} = 1000 \text{ ml}$$

$$1 \text{ kg} = 1000 \text{ g}$$

$$1 \text{ μέρα} = 24 \text{ ώρες}$$




3. Να επιλύσεις τα προβλήματα.

(α) Η Ιωάννα διάβασε τα  $\frac{2}{7}$  ενός βιβλίου. Πόσες σελίδες διάβασε η Ιωάννα, αν το βιβλίο έχει συνολικά 56 σελίδες;

(β) Τα  $\frac{4}{6}$  των ψηφιακών ταινιών που διαθέτει ο Μηνάς είναι ταινίες δράσης. Πόσες είναι όλες οι ταινίες που διαθέτει ο Μηνάς, αν οι ταινίες δράσης είναι 24;

(γ) Τα  $\frac{3}{4}$  των εφαρμογών στο κινητό της Χριστίνας είναι παιχνίδια. Πόσες συνολικά εφαρμογές έχει στο κινητό της η Χριστίνα, αν τα παιχνίδια είναι 12;



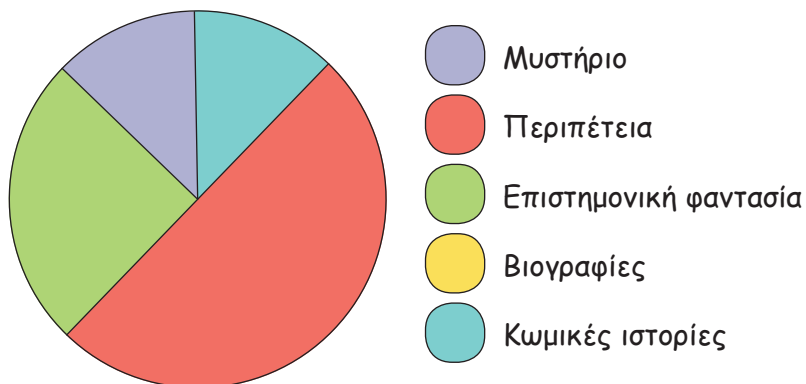


(δ) Σε μια ορχήστρα υπάρχουν έγχορδα, πνευστά και κρουστά όργανα. Ο συνολικός αριθμός των οργάνων της ορχήστρας είναι 60. Το  $\frac{1}{3}$  του συνολικού αριθμού των οργάνων είναι έγχορδα και τα  $\frac{2}{5}$  του συνολικού αριθμού των οργάνων είναι πνευστά. Πόσα είναι τα κρουστά όργανα της ορχήστρας;

(ε) Σε μια μουσικοχορευτική παράσταση συμμετέχουν τρία διαφορετικά καλλιτεχνικά σύνολα: χορευτές, μουσικοί και ηθοποιοί. Το  $\frac{1}{3}$  των συμμετεχόντων είναι χορευτές. Τα  $\frac{3}{5}$  των συμμετεχόντων είναι μουσικοί. Το  $\frac{1}{15}$  των συμμετεχόντων είναι ηθοποιοί. Πόσοι είναι οι συμμετέχοντες από κάθε καλλιτεχνικό σύνολο, αν οι ηθοποιοί είναι 3;

## ΕΠΙΛΥΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

Α. Ένας εκδοτικός οίκος διεξήγαγε μια έρευνα σχετικά με το αγαπημένο είδος βιβλίου των 40 μαθητών της Ε' τάξης ενός δημοτικού σχολείου.



(α) Τι μέρος των μαθητών προτιμά κάθε είδος βιβλίου;

(β) Να υπολογίσεις τον αριθμό των μαθητών που προτιμούν κάθε είδος βιβλίου και να συμπληρώσεις τον πίνακα.

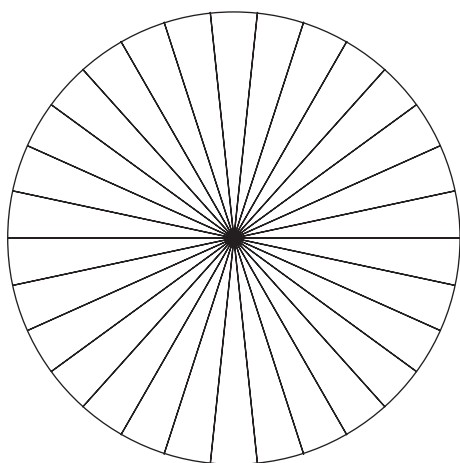
Ε' τάξη	Αριθμός μαθητών
Μυστήριο	
Περιπέτεια	
Επιστημονική φαντασία	
Βιογραφίες	
Κωμικές ιστορίες	
Σύνολο	

Β. Ο πίνακας παρουσιάζει τα αποτελέσματα για τις προτιμήσεις των μαθητών της Στ' τάξης ενός δημοτικού σχολείου.

Στ' τάξη	Αριθμός μαθητών
Μυστήριο	0
Περιπέτεια	10
Επιστημονική φαντασία	15
Βιογραφίες	0
Κωμικές ιστορίες	5
Σύνολο	30

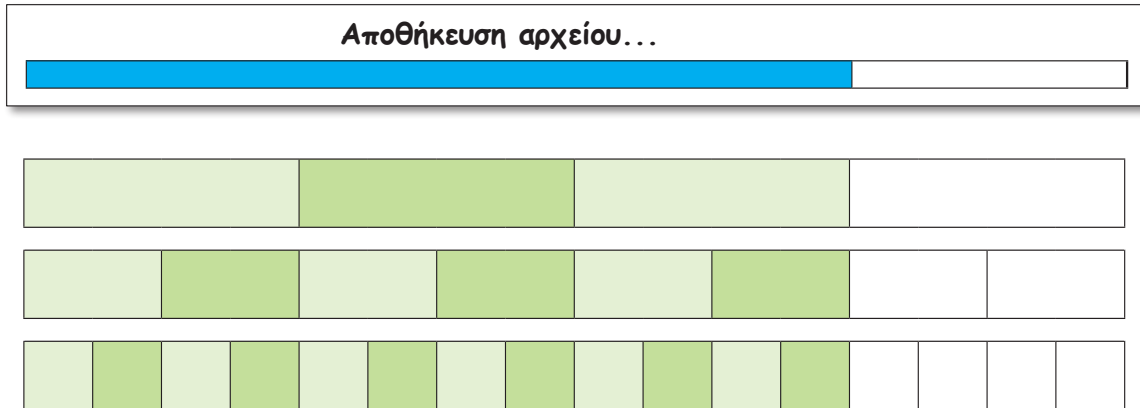


(α) Να παρουσιάσεις τα πιο πάνω αποτελέσματα στην κυκλική γραφική παράσταση.



(β) Τι μέρος των μαθητών προτιμά κάθε είδος βιβλίου;

Ο Στέφανος αποθηκεύει μια εφαρμογή στο κινητό του τηλέφωνο. Τα διαγράμματα Α, Β και Γ παρουσιάζουν με διαφορετικό τρόπο την πρόοδο αποθήκευσης της εφαρμογής.



(α) Να γράψεις το κλάσμα που εκφράζει το σκιασμένο μέρος κάθε διαγράμματος.

A.

B.

Γ.

(β) Να συγκρίνεις τα πιο πάνω κλάσματα μεταξύ τους. Τι παρατηρείς;

---



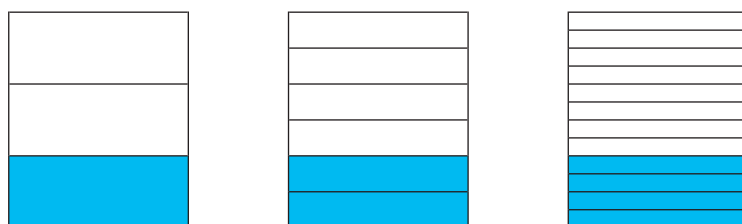
---

(γ) Με ποιο τρόπο μπορείς να σχηματίσεις και άλλα κλάσματα που να εκφράζουν το μέρος του αρχείου που έχει αποθηκευτεί; Να εξηγήσεις.

# Νέες Έννοιες

- **Ισοδύναμα** ονομάζονται τα κλάσματα που εκφράζουν το ίδιο μέρος μιας επιφάνειας ή ενός συνόλου ομοειδών αντικειμένων.

Παράδειγμα:

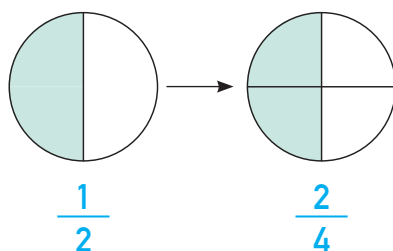


$$\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{4}{12}$$

- Για να σχηματίσουμε ισοδύναμα κλάσματα, πολλαπλασιάζουμε ή διαιρούμε τους όρους του κλάσματος με τον ίδιο αριθμό.

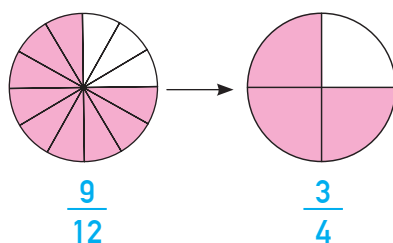
Παραδείγματα:

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \times 2}{2 \times 2} = \frac{2}{4}$$



Τα κλάσματα  $\frac{1}{2}$  και  $\frac{2}{4}$  είναι ισοδύναμα:  $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$

$$\frac{9}{12} = \frac{9 \div 3}{12 \div 3} = \frac{3}{4}$$

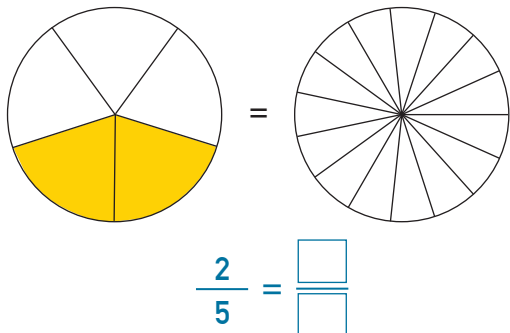


Τα κλάσματα  $\frac{9}{12}$  και  $\frac{3}{4}$  είναι ισοδύναμα:  $\frac{9}{12} = \frac{3}{4}$

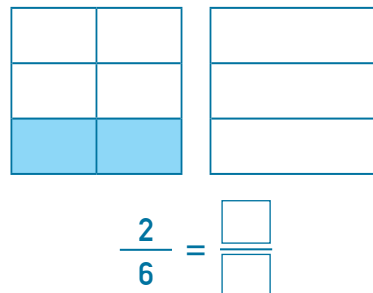
# Παράδειγμα

1. Να σκιάσεις το δεύτερο σχήμα, ώστε να σχηματίσεις ένα κλάσμα ισοδύναμο με το κλάσμα που παρουσιάζεται στο πρώτο σχήμα.

(α)

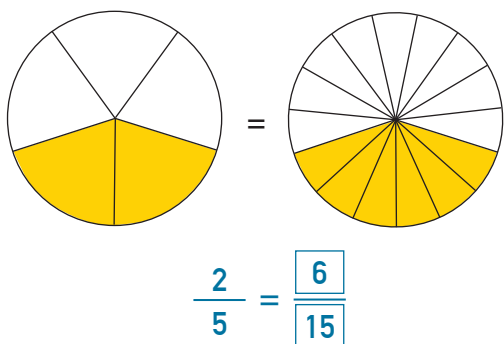


(β)



**Λύση:**

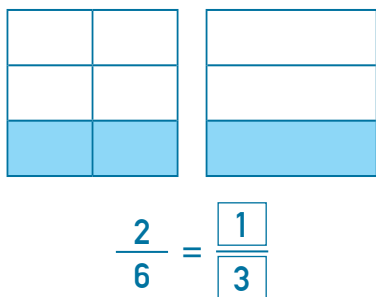
(α)



Το πρώτο σχήμα είναι χωρισμένο σε πέμπτα, ενώ το δεύτερο είναι χωρισμένο σε δέκατα πέμπτα. Ο παρονομαστής έχει τριπλασιαστεί. Άρα, τριπλασιάζουμε και τον αριθμητή.

$$\frac{2}{5} = \frac{2 \times 3}{5 \times 3} = \frac{6}{15}$$

(β)

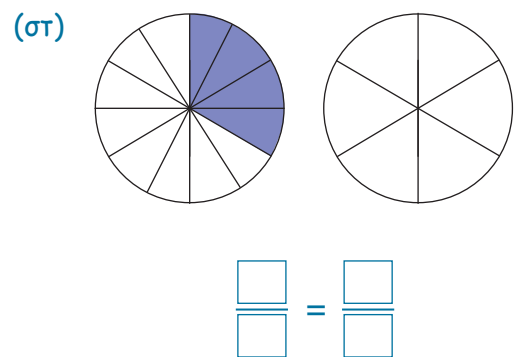
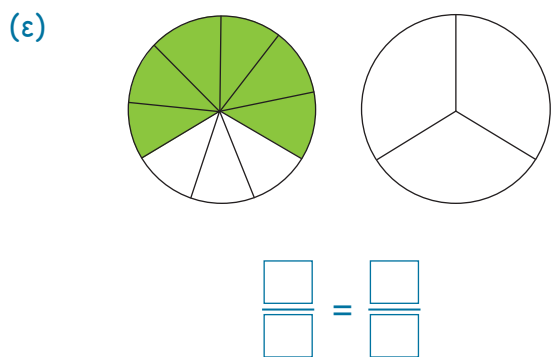
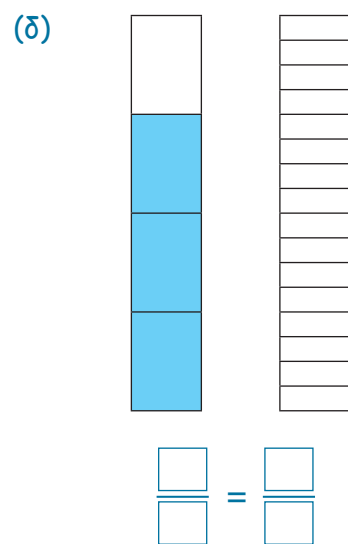
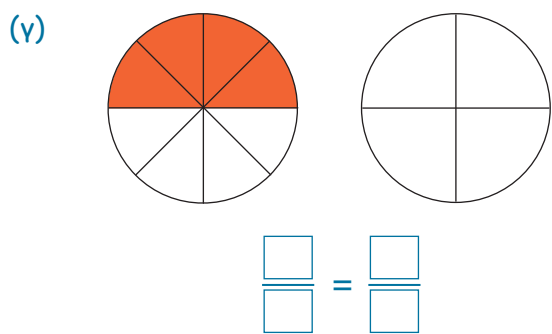
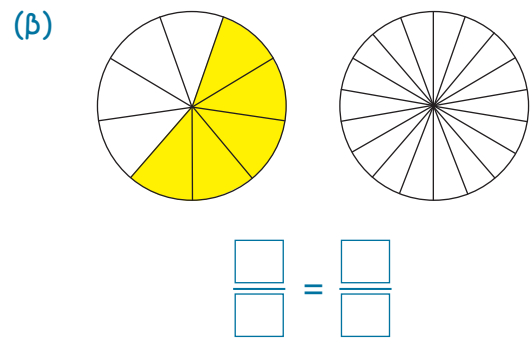
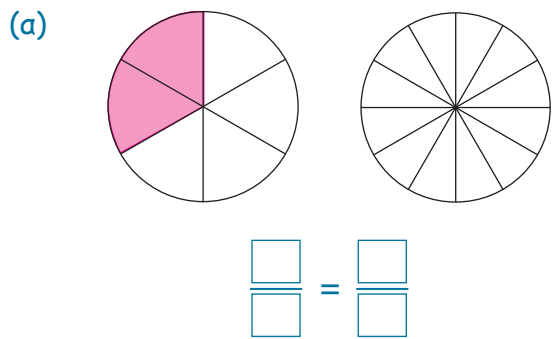


Το πρώτο σχήμα είναι χωρισμένο σε έκτα, ενώ το δεύτερο είναι χωρισμένο σε τρίτα. Ο παρονομαστής έχει διαιρεθεί διά 2. Άρα, διαιρούμε διά 2 και τον αριθμητή.

$$\frac{2}{6} = \frac{2 \div 2}{6 \div 2} = \frac{1}{3}$$

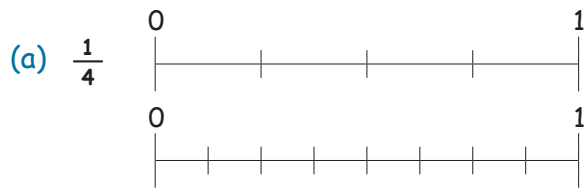
# Δραστηριότητες

1. Να σκιάσεις το δεύτερο σχήμα, ώστε να σχηματίσεις ένα ισοδύναμο κλάσμα με το κλάσμα που παρουσιάζεται στο πρώτο σχήμα.

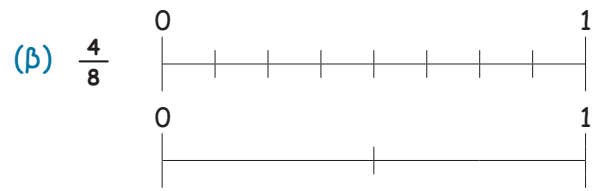




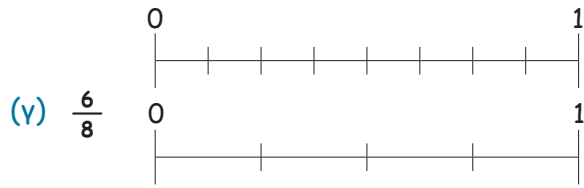
2. Να χρησιμοποιήσεις τις αριθμητικές γραμμές, για να βρεις ισοδύναμα κλάσματα με:



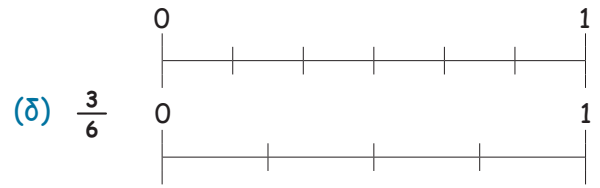
$$\frac{1}{4} = \frac{\square}{\square}$$



$$\frac{4}{8} = \frac{\square}{\square}$$



$$\frac{6}{8} = \frac{\square}{\square}$$



$$\frac{3}{6} = \frac{\square}{\square}$$

3. Να συμπληρώσεις.

(α)  $\frac{3}{8} = \frac{\square}{16}$

(β)  $\frac{4}{7} = \frac{12}{\square}$

(γ)  $\frac{2}{9} = \frac{\square}{27}$

(δ)  $\frac{12}{18} = \frac{\square}{3}$

(ε)  $\frac{32}{40} = \frac{\square}{5}$

(στ)  $\frac{12}{27} = \frac{4}{\square}$

(ζ)  $\frac{18}{24} = \frac{3}{\square}$

(η)  $\frac{8}{15} = \frac{\square}{45}$

(θ)  $\frac{40}{45} = \frac{\square}{9}$

(ι)  $\frac{\square}{20} = \frac{4}{80}$

(κ)  $\frac{\square}{7} = \frac{15}{21}$

(λ)  $\frac{24}{30} = \frac{\square}{5}$

(μ)  $\frac{3}{13} = \frac{\square}{39}$

(ν)  $\frac{7}{10} = \frac{28}{\square}$

(ξ)  $\frac{7}{28} = \frac{\square}{4}$

(ο)  $\frac{33}{44} = \frac{3}{\square}$

Να δείξεις ότι τα κλάσματα  $\frac{5}{15}$ ,  $\frac{6}{18}$  και  $\frac{7}{21}$  είναι ισοδύναμα. Να επεξηγήσεις τον τρόπο με τον οποίο εργάστηκες.



# Νέες Έννοιες

- Ένα κλάσμα βρίσκεται στην πιο **απλή μορφή**, αν ο Μέγιστος Κοινός Διαιρέτης (ΜΚΔ) του αριθμητή και του παρονομαστή είναι το 1. Το κλάσμα αυτό ονομάζεται **ανάγωγο**.

Παράδειγμα:

Το κλάσμα  $\frac{3}{10}$  είναι ανάγωγο κλάσμα, αφού  $\text{ΜΚΔ}(3, 10) = 1$

- Για να προκύψει ανάγωγο κλάσμα:

(α) Διαιρούμε τους όρους του κλάσματος με τον **Μέγιστο Κοινό Διαιρέτη (ΜΚΔ)** τους.

ή

(β) Διαιρούμε τους όρους του κλάσματος με έναν κοινό διαιρέτη και συνεχίζουμε τη διαδικασία αυτή, μέχρι το κλάσμα που θα προκύψει να βρίσκεται στην πιο απλή του μορφή.

Παράδειγμα:

Για να απλοποιήσουμε το κλάσμα  $\frac{16}{28}$ , ώστε αυτό να βρίσκεται στην πιο απλή του μορφή:

Διαιρούμε τους όρους του κλάσματος με τον ΜΚΔ τους:

$$\text{ΜΚΔ}(16, 28) = 4$$

$$\frac{16}{28} = \frac{16 \div 4}{28 \div 4} = \frac{4}{7} \quad \text{ή} \quad \frac{\cancel{16}^4}{\cancel{28}_7} = \frac{4}{7}$$

ή

Διαιρούμε τους όρους του κλάσματος με έναν κοινό διαιρέτη.

$$\frac{16}{28} = \frac{16 \div 2}{28 \div 2} = \frac{8}{14}$$

Διαιρούμε ξανά τους όρους του κλάσματος με έναν κοινό διαιρέτη.

$$\frac{8}{14} = \frac{8 \div 2}{14 \div 2} = \frac{4}{7}$$

## Παραδείγματα

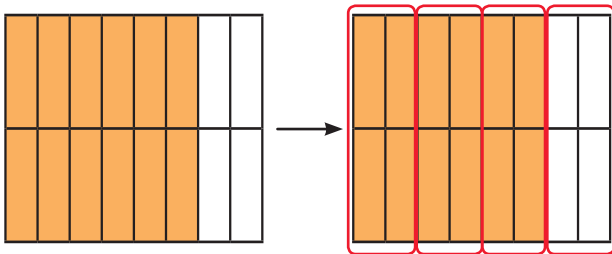
1. Να γράψεις το κλάσμα  $\frac{12}{16}$  στην πιο απλή του μορφή.

Λύση:

$$\frac{\overset{3}{\cancel{12}}}{\underset{4}{\cancel{16}}} = \frac{3}{4}$$

Ο ΜΚΔ του 12 και του 16 είναι το 4. Διαιρούμε τον αριθμητή και τον παρονομαστή με το 4.

$$\frac{12}{16} = \frac{12 \div 4}{16 \div 4} = \frac{3}{4}$$



2. Να εξετάσεις κατά πόσο τα κλάσματα  $\frac{7}{9}$  και  $\frac{6}{15}$  βρίσκονται στην πιο απλή τους μορφή.

Λύση:

Το κλάσμα  $\frac{7}{9}$  βρίσκεται στην πιο απλή του μορφή, αφού  $\text{ΜΚΔ}(7, 9) = 1$ .

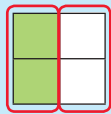
Το κλάσμα  $\frac{6}{15}$  δεν βρίσκεται στην πιο απλή του μορφή, αφού το 3 είναι κοινός διαιρέτης του 6 και του 15.

$$\frac{6}{15} = \frac{6 \div 3}{15 \div 3} = \frac{2}{5}$$

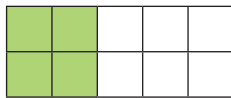
# Δραστηριότητες

1. Να γράψεις τα κλάσματα στην πιο απλή μορφή, όπως στο παράδειγμα.

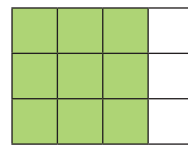
Παράδειγμα:

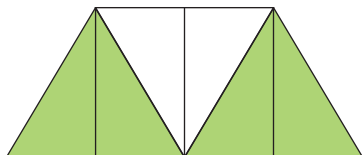


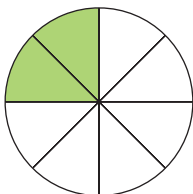
$$\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

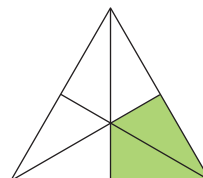


$$\frac{4}{10} =$$










2. Να βάλεις σε κύκλο το κλάσμα που βρίσκεται στην πιο απλή του μορφή.

(α)  $\frac{5}{20}$ ,  $\frac{4}{20}$ ,  $\frac{3}{20}$

(β)  $\frac{6}{8}$ ,  $\frac{9}{12}$ ,  $\frac{5}{8}$

(γ)  $\frac{4}{8}$ ,  $\frac{4}{9}$ ,  $\frac{4}{10}$

3. Να γράψεις τα κλάσματα στην πιο απλή μορφή.

(α)  $\frac{12}{18} =$

(β)  $\frac{10}{30} =$

(γ)  $\frac{54}{63} =$

(δ)  $\frac{9}{27} =$

(ε)  $\frac{16}{40} =$

(στ)  $\frac{15}{35} =$

(ζ)  $\frac{14}{28} =$

(η)  $\frac{24}{36} =$

(θ)  $\frac{40}{72} =$

(ι)  $\frac{35}{45} =$

(κ)  $\frac{11}{55} =$

(λ)  $\frac{28}{42} =$

4. Να συμπληρώσεις.

(α)  $\frac{4}{8} = \frac{7}{\square}$

(β)  $\frac{3}{\square} = \frac{8}{24}$

(γ)  $\frac{\square}{44} = \frac{9}{36}$

(δ)  $\frac{\square}{15} = \frac{7}{21}$

(ε)  $\frac{12}{18} = \frac{10}{\square}$

(στ)  $\frac{56}{64} = \frac{49}{\square}$

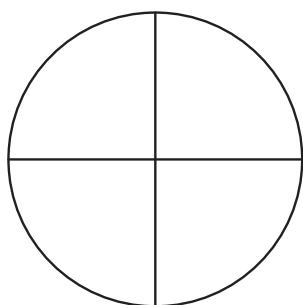
5. Οι 40 μαθητές μιας σχολής καλών τεχνών θα παρακολουθήσουν το Σαββατοκυριακό ένα μάθημα που τους αρέσει. Ο πιο κάτω πίνακας παρουσιάζει τον αριθμό μαθητών που δήλωσαν ότι θα παρακολουθήσουν κάθε μάθημα.

Μάθημα	Αριθμός μαθητών	Μέρος μαθητών που δήλωσαν συμμετοχή
Ζωγραφική	20	
Γλυπτική	10	
Κεραμική	4	
Υαλογραφία	4	
Ξυλογλυπτική	2	

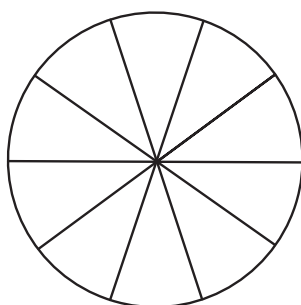
(α) Να συμπληρώσεις τον πίνακα. Να γράψεις τα κλάσματα στην πιο απλή τους μορφή.

(β) Να επιλέξεις έναν από τους πιο κάτω κύκλους και να κατασκευάσεις μια γραφική παράσταση που να παρουσιάζει το μέρος των μαθητών δήλωσαν συμμετοχή σε κάθε μάθημα.

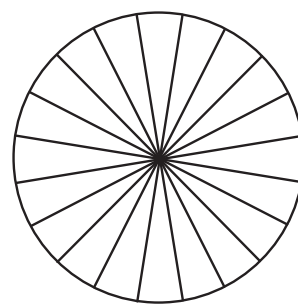
A.



B.



Γ.



**Υπόμνημα**

- Ζωγραφική
- Γλυπτική
- Κεραμική
- Υαλογραφία
- Ξυλογλυπτική





Να σειροθετήσεις τα πιο κάτω κλάσματα, αρχίζοντας από το μικρότερο κλάσμα. Να εξηγήσεις.

$$\frac{5}{8}$$

$$\frac{3}{8}$$

$$\frac{3}{16}$$

$$\frac{3}{4}$$

$$\frac{1}{2}$$

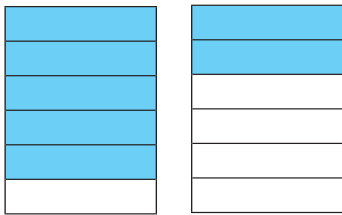


# Νέες Έννοιες

• Σύγκριση κλασμάτων

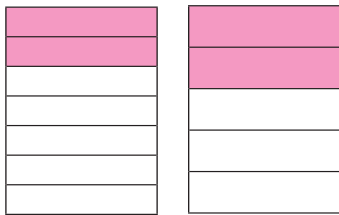
Παραδείγματα:

(α)  $\frac{5}{6} > \frac{2}{6}$



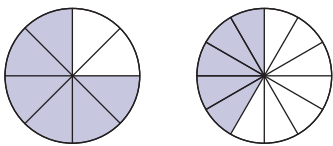
Τα κλάσματα  $\frac{5}{6}$  και  $\frac{2}{6}$  είναι ομώνυμα.  
Μεγαλύτερο είναι το κλάσμα με τον μεγαλύτερο αριθμητή.

(β)  $\frac{2}{7} < \frac{2}{5}$



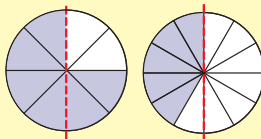
Τα κλάσματα  $\frac{2}{7}$  και  $\frac{2}{5}$  έχουν τον ίδιο αριθμητή.  
Μεγαλύτερο είναι το κλάσμα με τον μικρότερο παρονομαστή.

(γ)  $\frac{6}{8} > \frac{5}{12}$

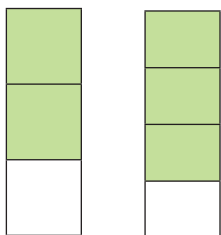


Συγκρίνουμε τα κλάσματα με βάση το μισό.

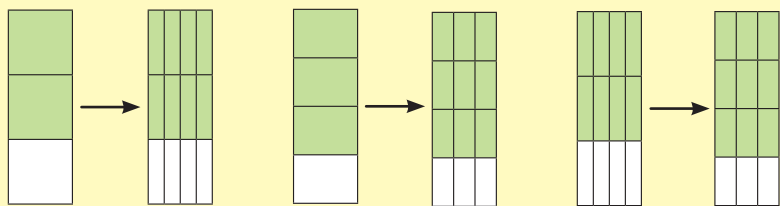
$$\frac{6}{8} > \frac{1}{2} \text{ και } \frac{5}{12} < \frac{1}{2}$$



(δ)  $\frac{2}{3} < \frac{3}{4}$



Μετατρέπουμε τα κλάσματα σε ομώνυμα, υπολογίζοντας το Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο (ΕΚΠ) των παρονομαστών τους.



$$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 4}{3 \times 4} = \frac{8}{12}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 3}{4 \times 3} = \frac{9}{12}$$

$$\frac{8}{12} < \frac{9}{12}$$

## Παράδειγμα

1. Να συγκρίνεις τα κλάσματα  $\frac{5}{8}$  και  $\frac{5}{12}$ .

**Λύση:**

**Α' τρόπος:**

Τα κλάσματα  $\frac{5}{8}$  και  $\frac{5}{12}$  έχουν τον ίδιο αριθμητή.

Μεγαλύτερο είναι το κλάσμα με τον μικρότερο παρονομαστή.

$$\text{Άρα, } \frac{5}{8} > \frac{5}{12}.$$

**Β' τρόπος:**

Συγκρίνουμε τα κλάσματα με βάση το μισό.

$$\frac{5}{8} > \frac{1}{2} \text{ και } \frac{5}{12} < \frac{1}{2}$$

$$\text{Άρα, } \frac{5}{8} > \frac{5}{12}.$$

**Γ' τρόπος:**

Τα κλάσματα  $\frac{5}{8}$  και  $\frac{5}{12}$  είναι ετερόνυμα. Μετατρέπουμε τα κλάσματα σε ομώνυμα.

$$\text{ΕΚΤΠ } [8,12] = 24$$

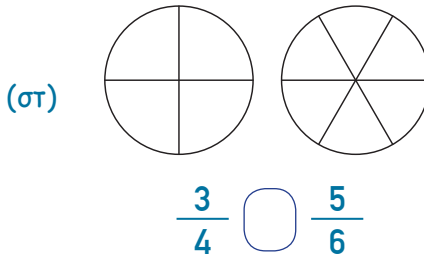
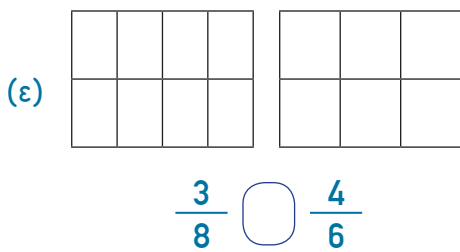
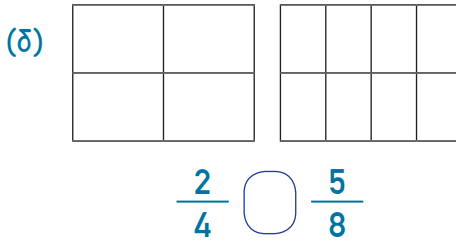
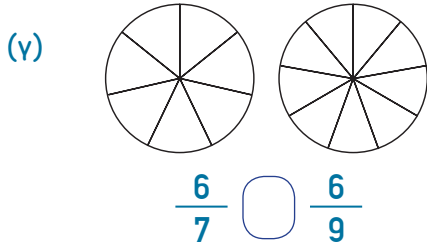
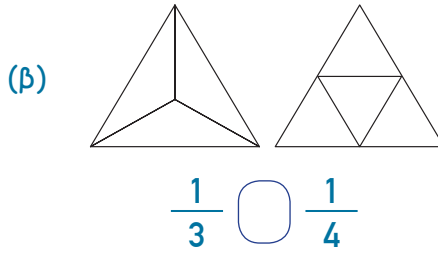
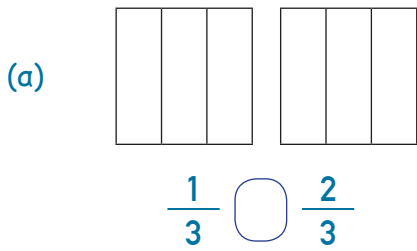
$$\frac{5}{8} = \frac{5 \times 3}{8 \times 3} = \frac{15}{24} \quad \text{και} \quad \frac{5}{12} = \frac{5 \times 2}{12 \times 2} = \frac{10}{24}$$

$$\frac{15}{24} > \frac{10}{24}$$

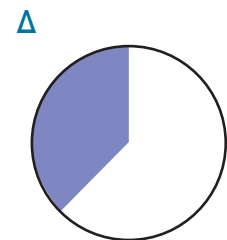
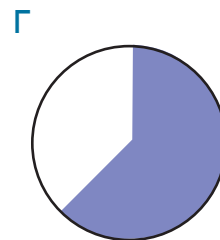
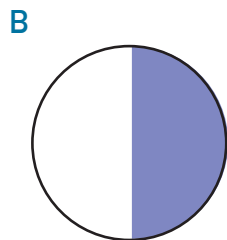
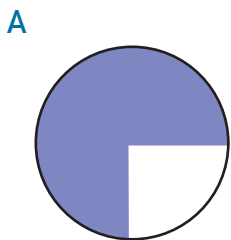
$$\text{Άρα, } \frac{5}{8} > \frac{5}{12}.$$

# Δραστηριότητες

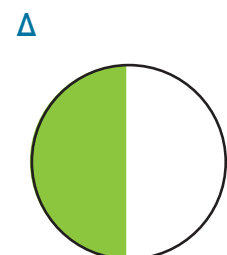
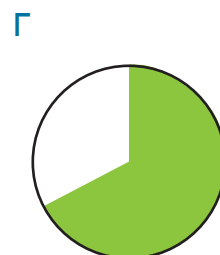
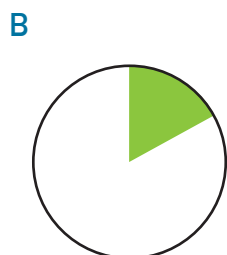
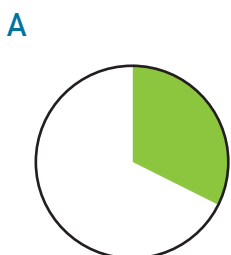
1. Να χρησιμοποιήσεις τα διαγράμματα, για να συγκρίνεις τα κλάσματα.



2. (α) Σε ποιον από τους πιο κάτω κύκλους είναι σκιασμένα τα  $\frac{3}{8}$ ;



(β) Σε ποιον από τους πιο κάτω κύκλους είναι σκιασμένα τα  $\frac{4}{6}$ ;



3. Να βάλεις σε κύκλο όλα τα κλάσματα που είναι μεγαλύτερα από το  $\frac{1}{2}$ .

$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{9}{10}$	$\frac{17}{20}$	$\frac{21}{40}$	$\frac{12}{25}$	$\frac{18}{35}$
---------------	---------------	---------------	----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------

4. Να συμπληρώσεις με τα σύμβολα  $>$ ,  $<$ ,  $=$ .

(α)  $\frac{5}{8}$    $\frac{6}{8}$

(β)  $\frac{5}{6}$    $\frac{5}{8}$

(γ)  $\frac{2}{3}$    $\frac{3}{9}$

(δ)  $\frac{11}{12}$    $\frac{5}{6}$

(ε)  $\frac{6}{12}$    $\frac{5}{9}$

(στ)  $\frac{3}{4}$    $\frac{12}{16}$

(ζ)  $\frac{8}{10}$    $\frac{2}{7}$

(η)  $\frac{7}{8}$    $\frac{7}{9}$

(θ)  $\frac{6}{8}$    $\frac{9}{12}$

5. Να γράψεις τα κλάσματα με τη σειρά, αρχίζοντας από το μικρότερο.

(α)  $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5},$  \_\_\_\_\_

(β)  $\frac{2}{5}, \frac{7}{10}, \frac{3}{10}, \frac{3}{5},$  \_\_\_\_\_

(γ)  $\frac{11}{15}, \frac{1}{3}, \frac{4}{5}, \frac{13}{15},$  \_\_\_\_\_

6. Πιο κάτω παρουσιάζεται μια συνταγή για την παρασκευή ανάμικτου χυμού.

### Ανάμικτος χυμός

- $\frac{3}{4}$  του ποτηριού χυμός ανανά
- $\frac{1}{2}$  του ποτηριού χυμός μάνγκο
- $\frac{2}{3}$  του ποτηριού χυμός ρόδι
- 1 ποτήρι φράουλες
- 1 μπανάνα
- 1 ποτήρι πάγο



Ποιο είδος χυμού χρησιμοποιείται σε μεγαλύτερη ποσότητα στη συνταγή; Να εξηγήσεις.

7. Να συμπληρώσεις τους αριθμητές σε κάθε κλάσμα, ώστε να ισχύει η σχέση, αν γνωρίζεις ότι και τα δύο κλάσματα είναι μικρότερα από την ακέραια μονάδα. Να βρεις τρεις διαφορετικές λύσεις. Να περιγράψεις τις στρατηγικές που χρησιμοποίησες.

$$\frac{\square}{4} > \frac{\square}{5}$$

$$\frac{\square}{4} > \frac{\square}{5}$$

$$\frac{\square}{4} > \frac{\square}{5}$$

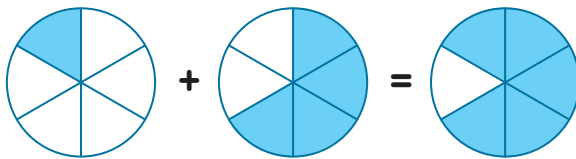


**ΕΧΟΥΜΕ ΜΑΘΕΙ**

Πρόσθεση και αφαίρεση ομώνυμων κλασμάτων

- Προσθέτουμε δύο ή περισσότερα ομώνυμα κλάσματα, προσθέτοντας τους αριθμητές τους.

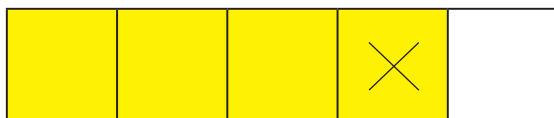
Παράδειγμα:



$$\frac{1}{6} + \frac{4}{6} = \frac{1+4}{6} = \frac{5}{6}$$

- Αφαιρούμε δύο ομώνυμα κλάσματα, αφαιρώντας τους αριθμητές τους.

Παράδειγμα:



$$\frac{4}{5} - \frac{1}{5} = \frac{4-1}{5} = \frac{3}{5}$$

## ΕΠΙΛΥΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

Ο Δημήτρης και η Αγγελική ταξιδεύουν με το αυτοκίνητο σε διάφορες πόλεις της Ευρώπης. Θα φτάσουν στον τελικό προορισμό τους ύστερα από ταξίδι 6 ημερών. Ο πιο κάτω πίνακας παρουσιάζει το μέρος της διαδρομής που κάλυψαν τις πρώτες πέντε μέρες.

Μέρα	Μέρος διαδρομής
1η	$\frac{1}{10}$
2η	$\frac{2}{10}$
3η	$\frac{1}{10}$
4η	$\frac{1}{10}$
5η	$\frac{4}{10}$



(α) Τι μέρος της διαδρομής κάλυψαν τις δύο πρώτες μέρες;

(β) Πόσο μεγαλύτερο ήταν το μέρος της διαδρομής που κάλυψαν την 5η μέρα σε σχέση με την 4η μέρα;

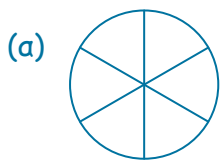
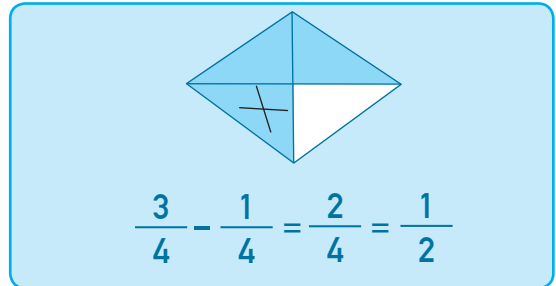
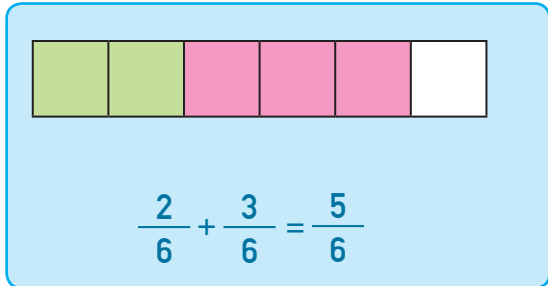
(γ) Μέχρι ποια μέρα είχαν καλύψει τη μισή διαδρομή;

(δ) Τι μέρος της διαδρομής απομένει να καλύψουν την 6η μέρα, ώστε να φτάσουν στον τελικό τους προορισμό;

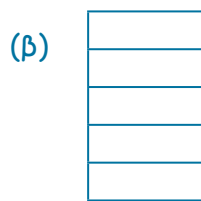
# Δραστηριότητες

1. Να υπολογίσεις το αποτέλεσμα, όπως στα παραδείγματα. Να γράψεις την απάντηση στην πιο απλή μορφή.

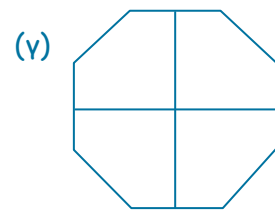
Παραδείγματα:



$$\frac{5}{6} + \frac{1}{6} = \underline{\hspace{2cm}}$$



$$\frac{2}{5} + \frac{1}{5} = \underline{\hspace{2cm}}$$



$$\frac{3}{4} - \frac{2}{4} = \underline{\hspace{2cm}}$$

(δ)  $\frac{3}{8} + \frac{2}{8} = \underline{\hspace{2cm}}$

(ε)  $\frac{2}{7} + \frac{4}{7} = \underline{\hspace{2cm}}$

(στ)  $\frac{7}{10} - \frac{4}{10} = \underline{\hspace{2cm}}$

(ζ)  $\frac{2}{5} - \frac{1}{5} = \underline{\hspace{2cm}}$

(η)  $\frac{4}{6} - \frac{3}{6} = \underline{\hspace{2cm}}$

(θ)  $\frac{7}{8} - \frac{5}{8} = \underline{\hspace{2cm}}$

(ι)  $\frac{9}{9} - \frac{4}{9} = \underline{\hspace{2cm}}$

(κ)  $\frac{8}{8} - \frac{4}{8} = \underline{\hspace{2cm}}$

(λ)  $1 - \frac{2}{8} = \underline{\hspace{2cm}}$

(μ)  $\frac{3}{4} + \frac{1}{4} = \underline{\hspace{2cm}}$

(ν)  $\frac{4}{9} - \frac{3}{9} = \underline{\hspace{2cm}}$

(ξ)  $\frac{5}{8} + \frac{3}{8} = \underline{\hspace{2cm}}$

(ο)  $\frac{7}{7} - \frac{4}{7} = \underline{\hspace{2cm}}$

(π)  $\frac{3}{12} + \frac{7}{12} = \underline{\hspace{2cm}}$

(ρ)  $1 - \frac{4}{9} = \underline{\hspace{2cm}}$

(σ)  $\frac{6}{9} - \frac{2}{9} = \underline{\hspace{2cm}}$

(τ)  $\frac{6}{10} + \frac{2}{10} = \underline{\hspace{2cm}}$

(υ)  $1 - \frac{6}{11} = \underline{\hspace{2cm}}$

2. Να συμπληρώσεις τους πίνακες.

ΚΑΝΟΝΑΣ: ΑΦΑΙΡΩ $\frac{4}{7}$	
Είσοδος	Έξοδος
$\frac{6}{7}$	
$\frac{5}{7}$	
	0
1	

ΚΑΝΟΝΑΣ: _____	
Είσοδος	Έξοδος
$\frac{3}{9}$	$\frac{8}{9}$
$\frac{1}{9}$	$\frac{6}{9}$
$\frac{2}{9}$	$\frac{7}{9}$
$\frac{4}{9}$	1

3. Να επιλύσεις τα προβλήματα.

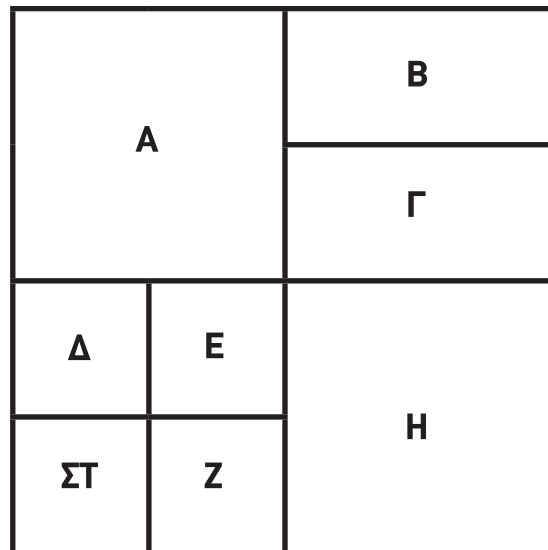
(α) Ένας ποδηλάτης κάλυψε το πρωί τα  $\frac{2}{8}$  μιας ποδηλατικής διαδρομής. Το απόγευμα κάλυψε  $\frac{3}{8}$  της διαδρομής περισσότερα από το πρωί. Τι μέρος της διαδρομής κάλυψε συνολικά ο ποδηλάτης το πρωί και το απόγευμα;

Απάντηση: \_\_\_\_\_

(β) Ο Ιάσωνας χρησιμοποίησε  $\frac{1}{5}$  kg ζάχαρη για να φτιάξει μπισκότα και  $\frac{3}{5}$  kg ζάχαρη για να φτιάξει ένα γλύκισμα. Τι μέρος του κιλού ζάχαρη περίσσεψε, αν ο Ιάσωνας είχε αρχικά 1 kg ζάχαρη;

Απάντηση: \_\_\_\_\_

Ένας κτηματομεσίτης διαχώρισε μια μεγάλη έκταση γης σε οκτώ μικρότερα τεμάχια. Η κάτοψη παρουσιάζει τον τρόπο με τον οποίο έγινε ο διαχωρισμός.

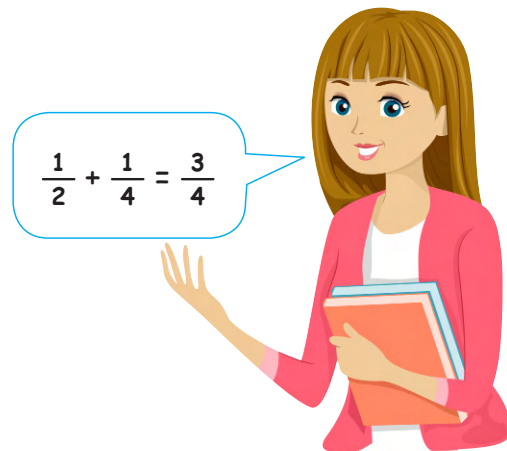
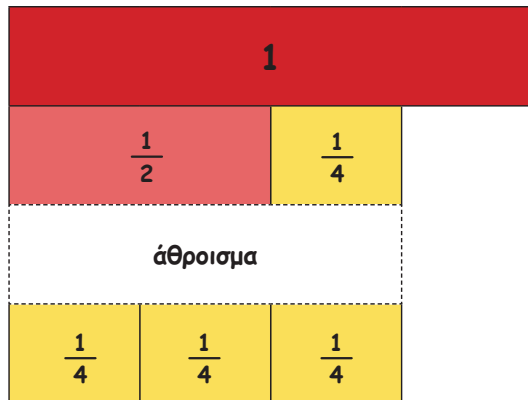


- Ο κύριος Γεωργίου αγόρασε τα τεμάχια Δ και Ε.
- Η κυρία Αδάμου αγόρασε τα τεμάχια Α και Β.
- Ο κύριος Νικολάου αγόρασε τα τεμάχια Γ, Η και Ζ.

(α) Να υπολογίσεις τι μέρος ολόκληρης της έκτασης αγόρασε κάθε άτομο.

(β) Να υπολογίσεις τι μέρος ολόκληρου του τεμαχίου γης δεν πωλήθηκε.

Η Σοφία χρησιμοποίησε ράβδους κλασμάτων, για να αναπαραστήσει το άθροισμα  $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = v$ .



(α) Να επεξηγήσεις τον τρόπο εργασίας της Σοφίας.

(β) Γιατί η Σοφία επέλεξε τις ράβδους σε τέταρτα, για να αναπαραστήσει το άθροισμα  $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$  ;

(γ) Να εξηγήσεις με ποιο τρόπο είναι δυνατόν να χρησιμοποιήσει η Σοφία τις ράβδους κλασμάτων, για να υπολογίσει τη διαφορά  $\frac{2}{3} - \frac{1}{6} = v$ .

(δ) Σε ποιο συμπέρασμα καταλήγεις όσον αφορά την πρόσθεση και την αφαίρεση των ετερόνυμων κλασμάτων;

---



---



---

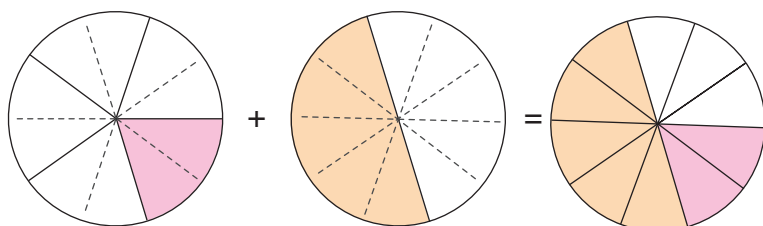


---

# Νέες Έννοιες

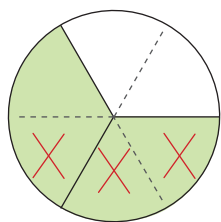
- Για να προσθέσουμε ή να αφαιρέσουμε ετερόνυμα κλάσματα, πρώτα τα μετατρέπουμε σε ομώνυμα.

Παράδειγμα:



$$\frac{1}{5} + \frac{1}{2} = \frac{2}{10} + \frac{5}{10} = \frac{7}{10}$$

$$\text{ΕΚΤ} [5, 2] = 10$$



$$\frac{2}{3} - \frac{1}{2} = \frac{4}{6} - \frac{3}{6} = \frac{1}{6}$$

$$\text{ΕΚΤ} [3, 2] = 6$$

## Παράδειγμα

1. Να βρεις το αποτέλεσμα. Να γράφεις την απάντηση στην πιο απλή μορφή.

$$(α) \frac{2}{4} + \frac{3}{8}$$

$$(β) \frac{2}{7} + \frac{1}{5}$$

$$(γ) \frac{6}{9} - \frac{2}{6}$$

**Λύση:**

Για να βρούμε το αποτέλεσμα, πρέπει να μετατρέψουμε τα κλάσματα σε ομώνυμα:

$$(α) \frac{2}{4} + \frac{3}{8} = \frac{4}{8} + \frac{3}{8} = \frac{7}{8}$$

$$(β) \frac{2}{7} + \frac{1}{5} = \frac{10}{35} + \frac{7}{35} = \frac{17}{35}$$

$$(γ) \frac{6}{9} - \frac{2}{6} = \frac{12}{18} - \frac{6}{18} = \frac{\overset{1}{\cancel{6}}}{\underset{3}{\cancel{18}}} = \frac{1}{3}$$

Το κλάσμα  $\frac{6}{18}$  δεν βρίσκεται στην πιο απλή του μορφή.

$$\text{ΜΚΔ}(6,18) = 6$$

$$\text{Άρα, } \frac{6}{18} = \frac{6 \div 6}{18 \div 6} = \frac{1}{3}$$



# Δραστηριότητες

1. Να βρεις το αποτέλεσμα. Να γράψεις την απάντηση στην πιο απλή μορφή.

$$(α) \frac{1}{2} + \frac{3}{8} =$$

$$(β) \frac{2}{15} + \frac{2}{3} =$$

$$(γ) \frac{1}{3} + \frac{1}{5} =$$

$$(δ) \frac{2}{3} - \frac{6}{12} =$$

$$(ε) \frac{3}{4} + \frac{1}{6} =$$

$$(στ) \frac{4}{7} + \frac{3}{14} =$$

$$(ζ) \frac{4}{5} - \frac{1}{2} =$$

$$(η) \frac{4}{5} - \frac{3}{15} =$$

$$(θ) \frac{3}{4} - \frac{3}{7} =$$

$$(ι) \frac{4}{9} + \frac{2}{6} =$$

$$(κ) \frac{1}{2} + \frac{2}{5} =$$

$$(λ) \frac{5}{6} - \frac{2}{5} =$$

$$(μ) \frac{2}{6} + \frac{1}{5} + \frac{6}{30} =$$

$$(ν) \left( \frac{9}{10} - \frac{1}{5} \right) - \frac{1}{5} =$$

$$(ξ) \left( \frac{5}{7} - \frac{15}{28} \right) + \frac{3}{4} =$$

$$(ο) \left( \frac{5}{6} + \frac{1}{8} \right) - \frac{1}{12} =$$

2. Να επιλύσεις τα προβλήματα. Να γράψεις την απάντηση στην πιο απλή μορφή.

(α) Σε μια σελίδα ενός περιοδικού δημοσιεύτηκαν δύο διαφημίσεις. Η μια διαφήμιση κάλυπτε το  $\frac{1}{4}$  της σελίδας και η άλλη τα  $\frac{2}{8}$ . Τι μέρος της σελίδας κάλυπταν συνολικά οι διαφημίσεις;

Απάντηση: \_\_\_\_\_

(β) Η Νικολέτα ασχολήθηκε με το κολύμπι για  $\frac{1}{3}$  της ώρας και με την επιτραπέζια αντισφαίριση για  $\frac{1}{6}$  της ώρας. Τι μέρος της ώρας ασχολήθηκε και με τα δύο αθλήματα;

Απάντηση: \_\_\_\_\_

(γ) Η Χαρά χρησιμοποίησε  $\frac{1}{4}$  kg αλεύρι για την ετοιμασία ενός γλυκίσματος και  $\frac{3}{10}$  kg αλεύρι για την ετοιμασία μπισκότων. Πόσο αλεύρι της περίσσεψε, αν το κουτί περιείχε  $\frac{3}{4}$  kg αλεύρι;

Απάντηση: \_\_\_\_\_

(δ) Τα  $\frac{3}{5}$  ενός πάρκου θα φυτευτούν με γρασίδι και το  $\frac{1}{3}$  του πάρκου θα αξιοποιηθεί για τη δημιουργία παιδικής χαράς. Ο υπόλοιπος χώρος θα φυτευτεί με καλλωπιστικά φυτά. Τι μέρος του συνολικού χώρου του πάρκου θα φυτευτεί με καλλωπιστικά φυτά;

Απάντηση: \_\_\_\_\_

3. Να συμπληρώσεις το μαγικό τετράγωνο, αν το άθροισμα σε κάθε σειρά, στήλη ή διαγώνιο είναι ίσο με 1.

	$\frac{1}{3}$	
$\frac{1}{6}$	$\frac{3}{8}$	

4. Να υπολογίσεις την τιμή κάθε παράστασης, αν  $v = \frac{3}{4}$ . Να γράψεις την απάντηση στην πιο απλή μορφή.

(α)  $v + \frac{1}{8} =$

(β)  $\frac{5}{6} - v =$

(γ)  $\frac{1}{5} + v - \frac{7}{10} =$

5. Να συμπληρώσεις.

$$(α) \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \boxed{\phantom{0}} = 1$$

$$(β) \left(\frac{4}{6} - \frac{1}{3}\right) + \boxed{\phantom{0}} = 1$$

$$(γ) \frac{2}{5} + \boxed{\phantom{0}} + \frac{1}{6} = 1$$

6. Η Βασιλική πρόσθεσε δύο ετερόνυμα κλάσματα και το άθροισμα που βρήκε ήταν  $\frac{5}{6}$ . Ποια μπορεί να ήταν τα κλάσματα που πρόσθεσε;

## ΕΠΙΛΥΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

Ένας τοπικός τηλεοπτικός σταθμός διοργανώνει έρανο για φιλανθρωπικό σκοπό. Ο στόχος είναι να μαζευτούν €4000 μέσα σε 4 μέρες.

Το πιο κάτω διάγραμμα εμφανίζεται στην οθόνη των τηλεθεατών και παρουσιάζει την πρόοδο του εράνου στο τέλος κάθε μέρας.



1η μέρα



Στόχος €4000

(α) Με βάση το πιο πάνω διάγραμμα, να βάλεις σε κύκλο τις δηλώσεις που μπορούν να χρησιμοποιηθούν από τους παρουσιαστές, για να περιγράψουν την πρόοδο του εράνου κατά την 1η μέρα.

A. Έχουμε μαζέψει €1000.

B. Έχουμε επιτύχει το  $\frac{1}{4}$  του στόχου μας.

Γ. Απομένει να μαζευτούν €2000 μέχρι να επιτύχουμε τον στόχο μας.

Δ. Έχουμε επιτύχει τα  $\frac{2}{8}$  του στόχου μας.

(β) Να γράψεις μια δική σου δήλωση, για να περιγράψεις την πρόοδο του εράνου κατά την 1η μέρα.

---

---

---

---

(γ) Το ποσό που μαζεύτηκε τη 2η μέρα του εράνου αντιστοιχεί στο  $\frac{1}{2}$  του στόχου.

(i) Να γράψεις μια μαθηματική πρόταση, για να δείξεις τι μέρος του συνολικού στόχου επιτεύχθηκε κατά τις πρώτες δύο μέρες του εράνου.

(ii) Πόσα χρήματα είχαν μαζευτεί συνολικά μέχρι και τη 2η μέρα;

(iii) Να παρουσιάσεις στο διάγραμμα την πρόοδο του εράνου μέχρι και τη 2η μέρα.



(iv) Να γράψεις δύο διαφορετικές δηλώσεις, για να περιγράψεις την πρόοδο του εράνου μέχρι τη 2η μέρα.

---

---

---

---

(δ) Το ποσό που μαζεύτηκε την 3η μέρα του εράνου ήταν €500.

(i) Σε τι μέρος του στόχου αντιστοιχεί το ποσό αυτό;

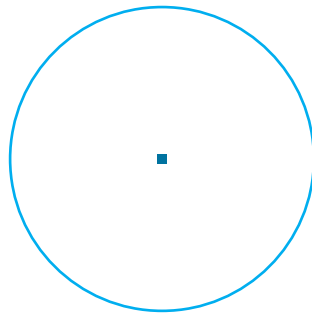
(ii) Τι μέρος συνολικά του στόχου είχε επιτευχθεί, κατά τις τρεις πρώτες μέρες του εράνου;

# Δραστηριότητες ενότητας

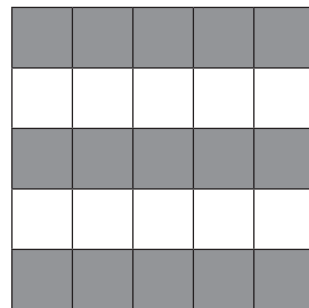
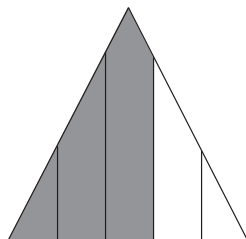
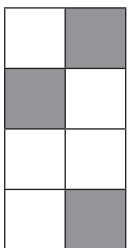
1. (α) Να σκιάσεις τα  $\frac{3}{4}$ , αν το πιο κάτω τετράγωνο είναι ίσο με 1 μονάδα.



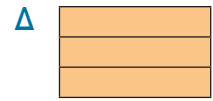
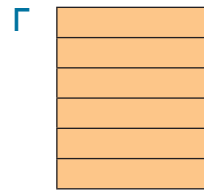
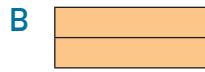
(β) Να σκιάσεις τα  $\frac{5}{8}$ , αν ο πιο κάτω κύκλος είναι ίσος με 1 μονάδα.



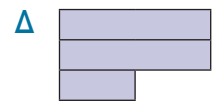
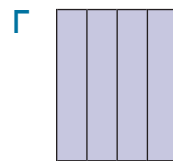
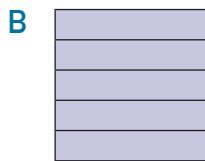
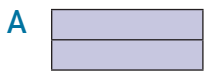
2. Να σημειώσεις ✓ στα σχήματα που έχουν σκιασμένα τα  $\frac{3}{5}$  της επιφάνειάς τους.



3. (α) Να βάλεις σε κύκλο ολόκληρο το σχήμα, αν  =  $\frac{1}{4}$



(β) Να βάλεις σε κύκλο ολόκληρο το σχήμα, αν  =  $\frac{2}{5}$



4. Να συμπληρώσεις.

(α)  $\frac{1}{6}$  του 48 =

(β)  $\frac{1}{8}$  του 32 =

(γ)  $\frac{1}{5}$  του 30 =

(δ)  $\frac{5}{9}$  του 90 =

(ε)  $\frac{3}{7}$  του 56 =

(στ)  $\frac{9}{11}$  του 44 =

(ζ)  $\frac{3}{8}$  του 64 =

(η)  $\frac{7}{10}$  του 60 =

(θ)  $\frac{5}{12}$  του 60 =

(ι)  $\frac{1}{5}$  του  = 20

(κ)  $\frac{1}{8}$  του  = 10

(λ)  $\frac{1}{4}$  του  = 15

(μ)  $\frac{3}{5}$  του  = 27

(ν)  $\frac{3}{9}$  του  = 18

(ξ)  $\frac{4}{6}$  του  = 24

(ο)  $\frac{2}{3}$  του  = 12

(π)  $\frac{5}{6}$  του  = 100

(ρ)  $\frac{7}{10}$  του  = 49



5. Να απαντήσεις στις ερωτήσεις.

(α) Πόσες ώρες είναι τα  $\frac{5}{6}$  του εικοσιτετράωρου;

(β) Πόσα εκατοστόμετρα είναι τα  $\frac{7}{10}$  του μέτρου;

(γ) Πόσα γραμμάρια είναι τα  $\frac{3}{4}$  του κιλού;

(δ) Πόσα χιλιοστόλιτρα είναι τα  $\frac{2}{5}$  του λίτρου;

6. Να επιλύσεις τα προβλήματα.

(α) Τα  $\frac{3}{8}$  των ψαριών σε ένα ενυδρείο είναι χρυσόψαρα. Πόσα είναι τα χρυσόψαρα, αν ο συνολικός αριθμός των ψαριών στο ενυδρείο είναι 88;

Απάντηση: \_\_\_\_\_

(β) Τα  $\frac{2}{3}$  ενός κήπου καλύφθηκαν με γρασίδι. Ποιο είναι το συνολικό εμβαδόν του κήπου, αν ο χώρος με γρασίδι αντιστοιχεί σε 24 m<sup>2</sup>;

Απάντηση: \_\_\_\_\_

(γ) Η Θεανώ έχει μια συλλογή 48 γραμματόσημων από διάφορες χώρες. Το  $\frac{1}{3}$  του συνολικού αριθμού των γραμματόσημων της είναι από την Ελλάδα, τα  $\frac{3}{8}$  από την Αγγλία και τα υπόλοιπα είναι από την Αμερική. Πόσα γραμματόσημα από την Αμερική έχει στη συλλογή της η Θεανώ;

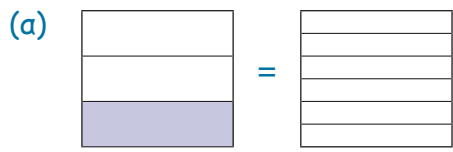
Απάντηση: \_\_\_\_\_

(δ) Τα παιδιά στο σχολείο του Αλέξη έκαναν μια έρευνα, για να δουν τον τρόπο με τον οποίο έρχονται τα παιδιά στο σχολείο. Βρήκαν πως το  $\frac{1}{4}$  του συνόλου των παιδιών έρχονται με το λεωφορείο, τα  $\frac{3}{5}$  με το αυτοκίνητο και τα  $\frac{3}{20}$  με τα πόδια. Πόσα παιδιά έρχονται με το λεωφορείο και πόσα με το αυτοκίνητο, αν τα παιδιά που έρχονται με τα πόδια είναι 18;

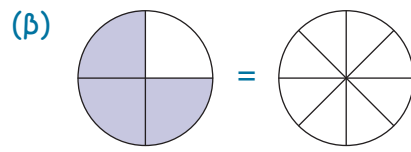
Απάντηση: \_\_\_\_\_



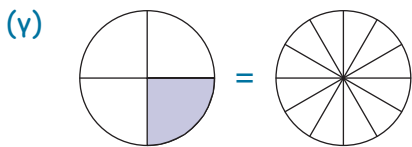
7. Να σκιάσεις κατάλληλα, ώστε να σχηματιστούν ισοδύναμα κλάσματα.



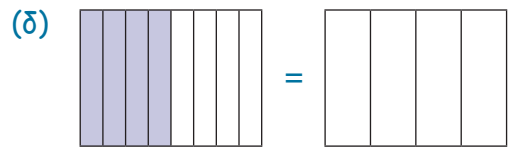
$$\frac{1}{3} = \square$$



$$\frac{3}{4} = \square$$



$$\frac{1}{4} = \square$$



$$\frac{4}{8} = \square$$

8. Να συμπληρώσεις.

$\frac{1}{2} = \frac{\square}{4}$
$\frac{1}{3} = \frac{\square}{6}$
$\frac{1}{3} = \frac{\square}{9}$
$\frac{1}{\square} = \frac{3}{12}$
$\frac{1}{\square} = \frac{6}{48}$

$\frac{3}{8} = \frac{\square}{40}$
$\frac{9}{10} = \frac{63}{\square}$
$\frac{5}{8} = \frac{\square}{48}$
$\frac{3}{7} = \frac{\square}{63}$
$\frac{1}{5} = \frac{12}{\square}$

$\frac{4}{8} = \frac{\square}{16}$
$\frac{\square}{4} = \frac{6}{24}$
$\frac{3}{\square} = \frac{21}{28}$
$\frac{1}{2} = \frac{6}{\square}$
$\frac{2}{5} = \frac{4}{\square}$

$\frac{1}{2} = \frac{\square}{100}$
$\frac{4}{7} = \frac{20}{\square}$
$\frac{6}{7} = \frac{\square}{28}$
$\frac{1}{8} = \frac{12}{\square}$
$\frac{1}{4} = \frac{\square}{32}$

9. Να γράφεις τα κλάσματα στην πιο απλή τους μορφή.

(α)  $\frac{12}{36} =$

(β)  $\frac{14}{42} =$

(γ)  $\frac{55}{66} =$

(δ)  $\frac{15}{18} =$

(ε)  $\frac{20}{55} =$

(στ)  $\frac{18}{54} =$

(ζ)  $\frac{22}{26} =$

(η)  $\frac{26}{39} =$

10. Μια αεροπορική εταιρεία εξετάζει το ενδεχόμενο να σταματήσει την προσφορά γεύματος κατά τη διάρκεια των πτήσεων της. Για το σκοπό αυτό, έκανε μια έρευνα σχετικά με τις απόψεις των επιβατών.

Πιο κάτω παρουσιάζονται οι απαντήσεις που έδωσαν οι 100 επιβάτες μιας πτήσης.



Απόψεις των επιβατών για την προσφορά γεύματος στις πτήσεις

		Αριθμός επιβατών
<b>A</b>	Προτιμώ να προσφέρεται γεύμα / Είμαι ικανοποιημένος από την ποιότητα.	40
<b>B</b>	Προτιμώ να προσφέρεται γεύμα / Δεν είμαι ικανοποιημένος από την ποιότητα.	32
<b>Γ</b>	Προτιμώ να μην προσφέρεται γεύμα.	28
		<b>100</b>

(α) Ο Φάνης δήλωσε ότι τα  $\frac{4}{10}$  των επιβατών επέλεξαν τη δήλωση A.

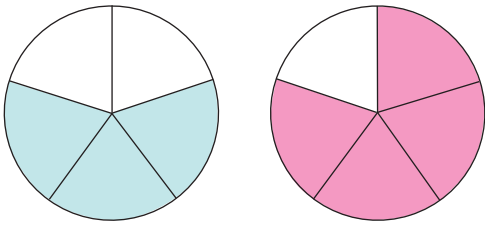
Το κλάσμα που έγραψε ο Φάνης βρίσκεται στην πιο απλή μορφή; Να επεξηγήσεις.



(β) Να γράφεις στην πιο απλή μορφή τα κλάσματα που παρουσιάζουν το μέρος των επιβατών που επέλεξε τις δηλώσεις B και Γ.

11. Να γράψεις το κλάσμα που αναπαριστά το σκιασμένο μέρος κάθε επιφάνειας. Στη συνέχεια να συγκρίνεις τα κλάσματα, χρησιμοποιώντας το κατάλληλο σύμβολο  $<$ ,  $>$ ,  $=$ .

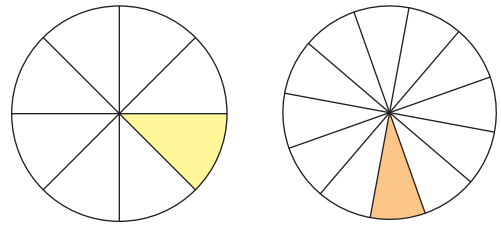
(α)



\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

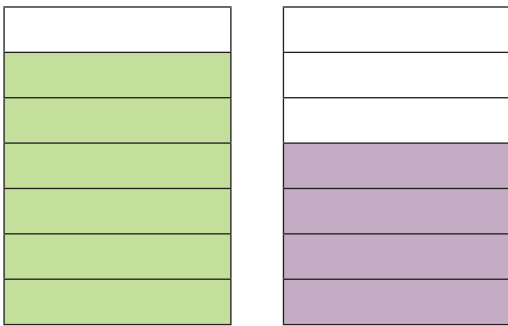
(β)



\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

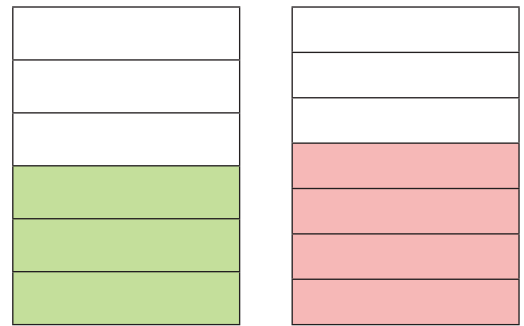
(γ)



\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

(δ)



\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

12. Να συμπληρώσεις με τα σύμβολα  $<$ ,  $>$ ,  $=$ .

$$\frac{1}{6} \bigcirc \frac{5}{6}$$

$$\frac{2}{4} \bigcirc \frac{1}{4}$$

$$\frac{4}{8} \bigcirc \frac{2}{6}$$

$$\frac{2}{4} \bigcirc \frac{2}{5}$$

$$\frac{4}{8} \bigcirc \frac{3}{5}$$

$$\frac{4}{8} \bigcirc \frac{12}{24}$$

$$\frac{2}{4} \bigcirc \frac{2}{3}$$

$$\frac{1}{4} \bigcirc \frac{5}{6}$$

$$\frac{2}{3} \bigcirc \frac{3}{5}$$

$$\frac{2}{3} \bigcirc \frac{4}{6}$$

$$\frac{2}{3} \bigcirc \frac{5}{12}$$

$$\frac{2}{3} \bigcirc \frac{2}{5}$$

$$\frac{3}{8} \bigcirc \frac{1}{5}$$

$$\frac{2}{3} \bigcirc \frac{1}{4}$$

$$\frac{2}{6} \bigcirc \frac{3}{5}$$

$$\frac{2}{3} \bigcirc \frac{3}{4}$$

13. (α) Τρεις ομάδες έκαναν κωπηλασία. Μετά από μία ώρα κωπηλασίας, η πρώτη ομάδα κάλυψε τα  $\frac{5}{7}$  της διαδρομής, η δεύτερη ομάδα τα  $\frac{5}{9}$  της διαδρομής και η τρίτη ομάδα τα  $\frac{5}{6}$  της διαδρομής. Ποια ομάδα βρισκόταν πιο κοντά στον τερματισμό μετά από μία ώρα κωπηλασίας; Να εξηγήσεις.

- (β) Σε απόσταση  $\frac{1}{2}$  km από έναν κατασκηνωτικό χώρο υπάρχει ένα πάρκο, σε απόσταση  $\frac{3}{4}$  km ένα ποτάμι και σε απόσταση  $\frac{2}{8}$  km ένα μονοπάτι της φύσης. Ποιο σημείο βρίσκεται πιο κοντά στον κατασκηνωτικό χώρο;

14. Να υπολογίσεις το αποτέλεσμα. Να γράψεις την απάντηση στην πιο απλή μορφή.

(α)  $\frac{1}{8} + \frac{3}{8} =$

(β)  $\frac{4}{5} + \frac{1}{5} =$

(γ)  $\frac{7}{9} - \frac{1}{9} =$

(δ)  $\frac{4}{7} - \frac{2}{7} =$

(ε)  $\frac{9}{10} - \frac{7}{10} =$

(στ)  $\frac{3}{4} - \frac{2}{4} =$

(ζ)  $\frac{6}{6} - \frac{2}{6} =$

(η)  $1 - \frac{3}{12} =$

(θ)  $1 - \frac{3}{7} =$

(ι)  $\frac{3}{10} + \frac{2}{10} =$

(κ)  $\frac{4}{5} - \frac{2}{5} =$

(λ)  $\frac{4}{9} + \frac{2}{9} =$

15. Να υπολογίσεις το αποτέλεσμα στο τετράδιό σου. Να γράφεις την απάντηση στην πιο απλή μορφή.

$$(α) \frac{2}{5} + \frac{3}{10} =$$

$$(β) \frac{1}{4} + \frac{1}{12} =$$

$$(γ) \frac{1}{2} + \frac{2}{10} =$$

$$(δ) \frac{2}{3} + \frac{1}{6} =$$

$$(ε) \frac{5}{8} + \frac{1}{4} =$$

$$(στ) \frac{1}{2} + \frac{2}{5} =$$

$$(ζ) \frac{3}{5} - \frac{4}{10} =$$

$$(η) \frac{5}{12} - \frac{1}{3} =$$

$$(θ) \frac{1}{2} - \frac{1}{10} =$$

$$(ι) \frac{3}{5} - \frac{1}{2} =$$

$$(κ) \frac{6}{8} - \frac{1}{4} =$$

$$(λ) \frac{5}{6} - \frac{2}{3} =$$

$$(μ) \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{8}\right) - \frac{1}{6} =$$

$$(ν) \left(\frac{7}{9} - \frac{3}{4}\right) + \frac{5}{12} =$$

$$(ξ) \left(1 - \frac{2}{7}\right) + \frac{1}{14} =$$

16. Να συμπληρώσεις.

$$(α) \left(\frac{7}{8} - \frac{1}{3}\right) + \boxed{\phantom{0}} = 1$$

$$(β) \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{10}\right) + \boxed{\phantom{0}} = 1$$

$$(γ) \boxed{\phantom{0}} + \left(\frac{3}{5} + \frac{1}{4}\right) = 1$$



17. Να επιλύσεις τα προβλήματα.

(α) Σε έναν ηλεκτροπαραγωγικό σταθμό, τα  $\frac{2}{5}$  της ενέργειας παράχθηκαν με τη χρήση πετρελαίου, τα  $\frac{3}{20}$  με τη χρήση λιγνίτη και το  $\frac{1}{4}$  με τη χρήση φυσικού αερίου. Η υπόλοιπη ενέργεια παράχθηκε από ανανεώσιμες πηγές. Τι μέρος της ενέργειας παράχθηκε από ανανεώσιμες πηγές;

Απάντηση: \_\_\_\_\_

(β) Τέσσερα αδέρφια αγόρασαν ένα ηλεκτρονικό παιχνίδι. Η Μαρίνα πλήρωσε το  $\frac{1}{3}$  του κόστους του παιχνιδιού, ο Ιάκωβος το  $\frac{1}{4}$ , η Σοφία τα  $\frac{3}{8}$  και η Μυρτώ πλήρωσε €10. Πόσα κόστιζε το ηλεκτρονικό παιχνίδι που αγόρασαν τα παιδιά;

Απάντηση: \_\_\_\_\_

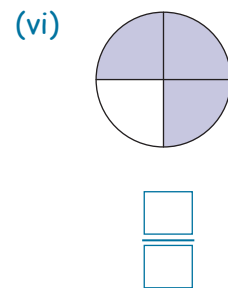
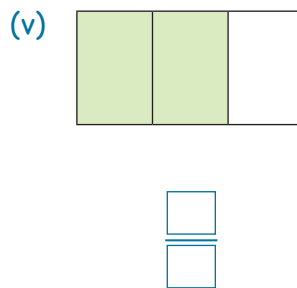
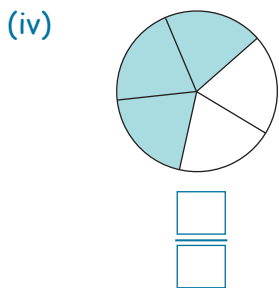
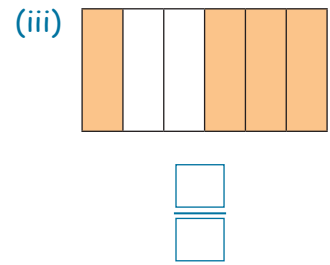
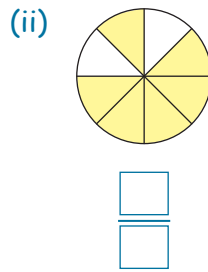
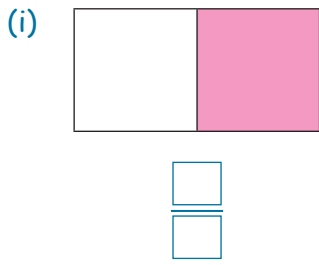
(γ) Να υπολογίσεις τη διαφορά στο μήκος των δύο μονοπατιών, με βάση τις πληροφορίες που παρουσιάζει η πιο κάτω πινακίδα.



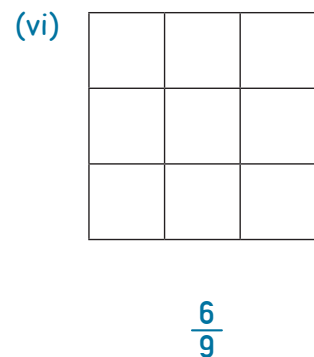
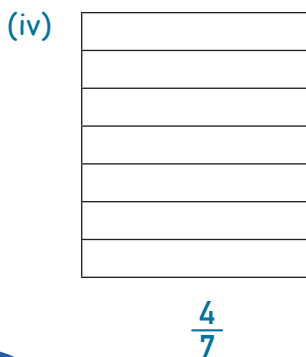
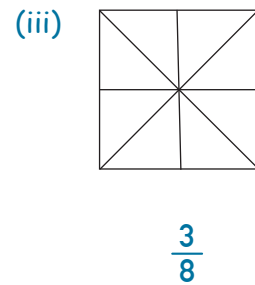
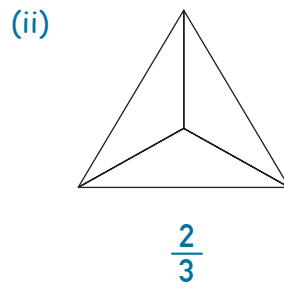
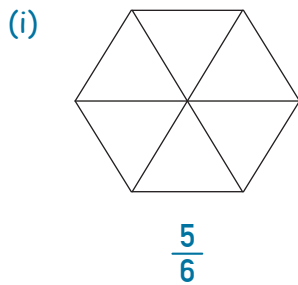


# Δραστηριότητες Εμπλουτισμού

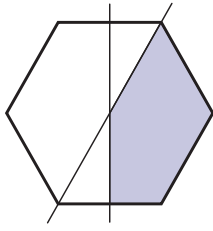
1. (α) Να γράψεις το κλάσμα που παρουσιάζει η σκιασμένη επιφάνεια σε κάθε εικόνα.



(β) Να σκιάσεις το μέρος της επιφάνειας που δείχνει το κλάσμα σε κάθε περίπτωση.



2. Να βάλεις σε κύκλο το κλάσμα που εκφράζει το σκιασμένο μέρος του εξαγώνου.



A.  $\frac{1}{2}$

B.  $\frac{5}{12}$

Γ.  $\frac{4}{12}$

Δ.  $\frac{2}{3}$

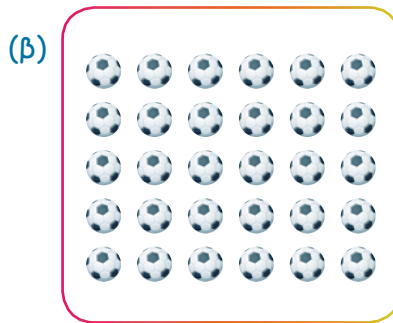
3. Να συμπληρώσεις.



$\frac{3}{4}$  του 20 = \_\_\_\_\_

$\frac{3}{10}$  του 20 = \_\_\_\_\_

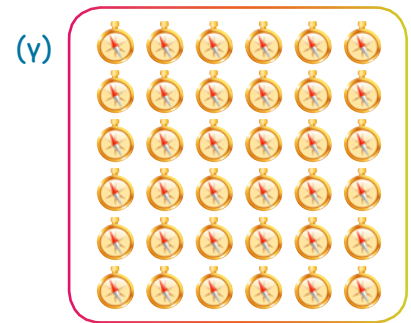
$\frac{1}{5}$  του 20 = \_\_\_\_\_



$\frac{2}{5}$  του 30 = \_\_\_\_\_

$\frac{1}{3}$  του 30 = \_\_\_\_\_

$\frac{5}{6}$  του 30 = \_\_\_\_\_

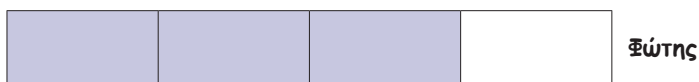


$\frac{1}{3}$  του 36 = \_\_\_\_\_

$\frac{10}{12}$  του 36 = \_\_\_\_\_

$\frac{1}{4}$  του 36 = \_\_\_\_\_

4. Τα  $\frac{2}{5}$  των χρημάτων του Τάσου είναι το ίδιο ποσό με τα  $\frac{3}{4}$  των χρημάτων του Φώτη, όπως φαίνεται στο πιο κάτω μοντέλο.



Αν ο Φώτης έχει συνολικά €120, να υπολογίσεις πόσα χρήματα έχει ο Τάσος.

5. Έξι φίλοι πήγαν για δείπνο σε μια πιτσαρία. Παράγγειλαν τρεις πίτσες. Κάποιες τις έκοψαν σε τρίτα, κάποιες σε τέταρτα και κάποιες σε έκτα. Έφαγαν όλοι την ίδια ποσότητα πίτσας. Πώς είναι αυτό δυνατό;



A large empty rectangular box with a thin border, intended for the student's answer to the problem.

6. Να βάλεις σε κύκλο το κλάσμα ώστε να ισχύει η ανισότητα.

(α)  $\frac{1}{3}$



$\frac{5}{8}$

(β)  $\frac{1}{4}$



$\frac{3}{4}$

A.  $\frac{7}{8}$

Γ.  $\frac{5}{6}$

A.  $\frac{1}{8}$

Γ.  $\frac{5}{6}$

B.  $\frac{3}{8}$

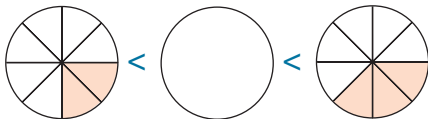
Δ.  $\frac{1}{6}$

B.  $\frac{3}{6}$

Δ.  $\frac{1}{6}$

(γ)

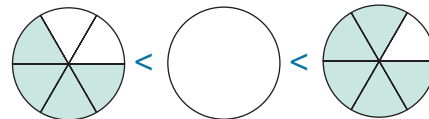
$\frac{2}{8}$



$\frac{3}{8}$

(δ)

$\frac{4}{6}$



$\frac{5}{6}$

A.  $\frac{1}{8}$

Γ.  $\frac{1}{3}$

A.  $\frac{1}{6}$

Γ.  $\frac{2}{8}$

B.  $\frac{5}{8}$

Δ.  $\frac{2}{3}$

B.  $\frac{1}{2}$

Δ.  $\frac{6}{8}$

7. Να χρησιμοποιήσεις τρία από τα πιο κάτω κλάσματα, για να συμπληρώσεις την ισότητα.

$\frac{1}{4}$

$\frac{1}{5}$

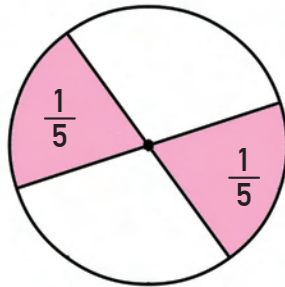
$\frac{1}{10}$

$\frac{1}{20}$

$\frac{1}{40}$

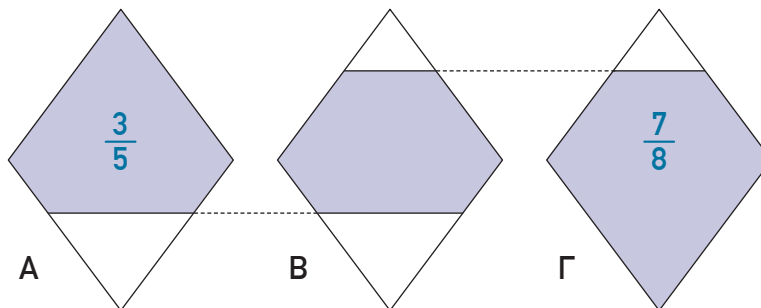
+  +  =  $\frac{1}{2}$

8. Στον πιο κάτω κύκλο, κάθε μέρος που είναι σκιασμένο με ροζ χρώμα είναι ίσο με το  $\frac{1}{5}$  του εμβαδού του κύκλου. Τα δύο μέρη που δεν έχουν σκιαστεί έχουν το ίδιο εμβαδόν.



Τι μέρος του εμβαδού του κύκλου αναπαριστά ένα από τα μέρη που δεν έχουν σκιαστεί;

9. Τα σχήματα Α, Β και Γ είναι ίσα. Τα  $\frac{3}{5}$  του σχήματος Α είναι σκιασμένα. Τα  $\frac{7}{8}$  του σχήματος Γ είναι σκιασμένα. Τι μέρος του σχήματος Β είναι σκιασμένο; Να επεξηγήσεις.



10. Να επιλύσεις τα προβλήματα.

(α) Σε ένα πάρτι γενεθλίων, τα μισά παιδιά ήπιαν λεμονάδα, το ένα τρίτο αναψυκτικό και δεκαπέντε παιδιά δεν ήπιαν τίποτα. Πόσα παιδιά ήταν στο πάρτι, αν κάθε παιδί ήπιασε μόνο ένα είδος ποτού;

Απάντηση: \_\_\_\_\_

(β) Σε μια συναυλία, το  $\frac{1}{5}$  των εισιτηρίων πωλήθηκαν προς €20 το ένα, τα  $\frac{2}{3}$  προς €15 το ένα και τα υπόλοιπα προς €10 το ένα. Αν πωλήθηκαν 90 εισιτήρια προς €20 το ένα, πόσες ήταν οι συνολικές εισπράξεις σ' αυτή τη συναυλία;

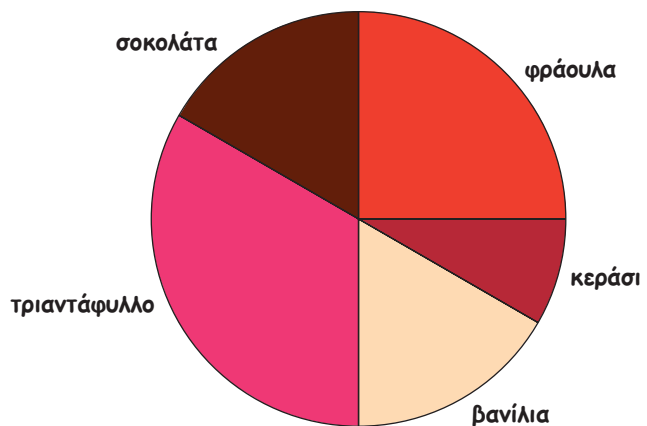
Απάντηση: \_\_\_\_\_

11. Η κυκλική γραφική παράσταση παρουσιάζει τις απαντήσεις των παιδιών ενός σχολείου στην ερώτηση «Τποια είναι η αγαπημένη σας γεύση παγωτού;».

Να μελετήσεις τις πληροφορίες και να συμπληρώσεις τον πίνακα.

- Τα παιδιά που διάλεξαν τριαντάφυλλο είναι όσα και τα παιδιά που διάλεξαν φράουλα και κεράσι μαζί.
- Τα παιδιά που διάλεξαν σοκολάτα είναι όσα και τα παιδιά που διάλεξαν βανίλια.

Αγαπημένη γεύση παγωτού



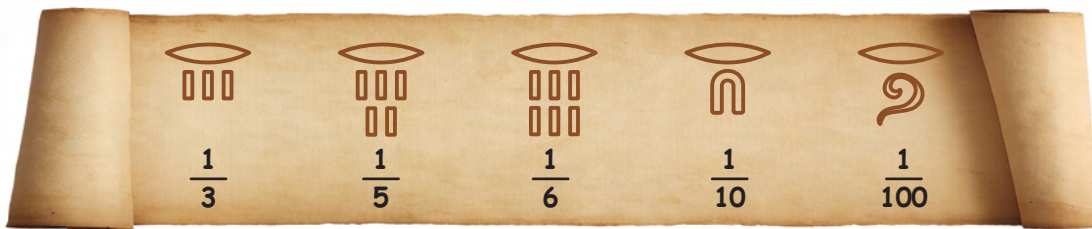
Αγαπημένη γεύση παγωτού	Φράουλα	Κεράσι	Βανίλια	Τριαντάφυλλο	Σοκολάτα
Μέρος του συνολικού αριθμού των παιδιών		$\frac{1}{12}$			
Αριθμός παιδιών					40

12. (α) Να υπολογίσεις την τιμή του  $x$ , αν  $\frac{3}{x} + \frac{2}{9} = \frac{1}{3}$ .

(β) Το σύμβολο  $*$  στην πιο κάτω εξίσωση αντιπροσωπεύει τον ίδιο ακέραιο αριθμό. Να υπολογίσεις την τιμή του.

$$\frac{2}{*} - \frac{*}{3} = \frac{1}{15}$$

13. Οι αρχαίοι Αιγύπτιοι έγραφαν μόνο κλάσματα με αριθμητή το 1 (εναδικά κλάσματα). Τα υπόλοιπα κλάσματα τα έγραφαν ως άθροισμα εναδικών κλασμάτων. Για παράδειγμα, το κλάσμα  $\frac{5}{12}$  το έγραφαν ως  $\frac{1}{4} + \frac{1}{6}$ .



(α) Να ελέγξεις κατά πόσο  $\frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{5}{12}$ .

(β) Να γράψεις τα κλάσματα  $\frac{3}{4}$  και  $\frac{5}{8}$ , ως άθροισμα διαφορετικών εναδικών κλασμάτων.

$\frac{3}{4}$

$\frac{5}{8}$

# Ενοτητα 5





## ΣΤΗΝ ΕΝΟΤΗΤΑ ΑΥΤΗ ΘΑ ΜΑΘΟΥΜΕ

- Να ορίζουμε ευθείες, ημιευθείες και ευθύγραμμα τμήματα.
- Να αναγνωρίζουμε και να κατασκευάζουμε παράλληλες και κάθετες ευθείες.
- Να εκτιμούμε και να μετρούμε γωνίες.
- Να αναγνωρίζουμε τα παραλληλόγραμμα και να διερευνούμε τις βασικές τους ιδιότητες.
- Να ταξινομούμε τρίγωνα ως προς τις πλευρές τους.
- Να κατασκευάζουμε το ύψος τριγώνου.
- Να υπολογίζουμε το εμβαδόν τριγώνου και το εμβαδόν παραλληλογράμμου.

1.

#### Σημείο

Το σημείο δεν έχει διαστάσεις και καθορίζει μια θέση. Σημειώνεται με τελεία και συμβολίζεται με ένα κεφαλαίο γράμμα.

#### Ευθεία

Είναι ένα σύνολο από σημεία, με άπειρο μήκος χωρίς αρχή ή τέλος και χωρίς πλάτος. Κατασκευάζεται με χάρακα.

#### Ημιευθεία

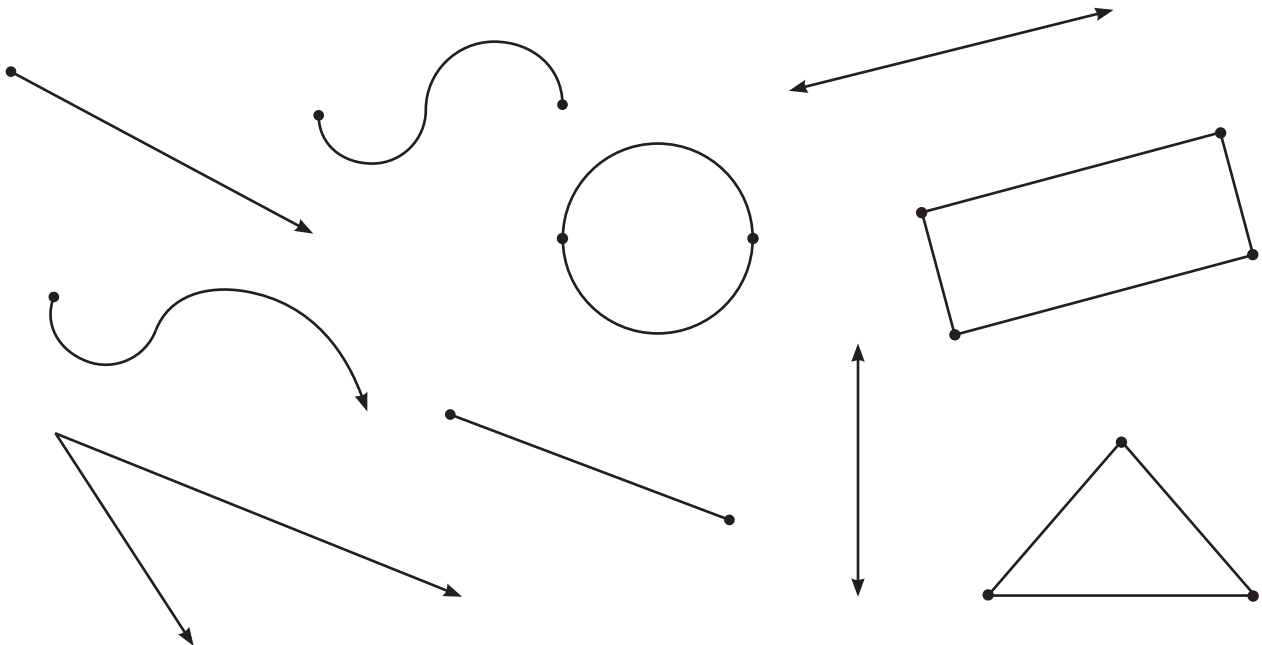
Είναι ένα μέρος της ευθείας που έχει συγκεκριμένη αρχή, αλλά δεν έχει τέλος.

#### Ευθύγραμμο τμήμα

Είναι ένα μέρος της ευθείας. Αποτελείται από δύο σημεία της ευθείας (άκρα) και όλα τα σημεία μεταξύ τους.

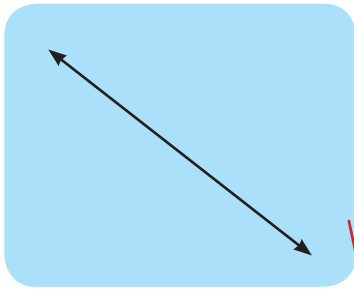
(α) Με βάση τους πιο πάνω ορισμούς να σημειώσεις:

- Με κόκκινο χρώμα τις ευθείες.
- Με μπλε χρώμα τις ημιευθείες.
- Με πράσινο χρώμα τα ευθύγραμμα τμήματα.

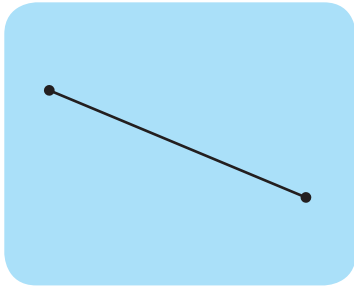
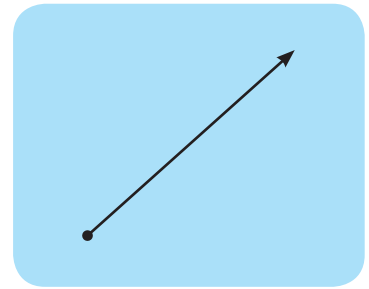


(β) Να κατασκευάσεις μια ευθεία, μια ημιευθεία και ένα ευθύγραμμο τμήμα.

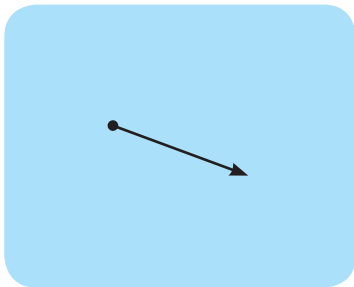
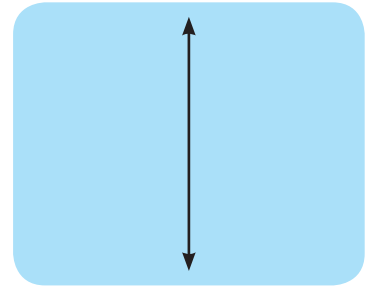
2. Να αντιστοιχίσεις, όπως στο παράδειγμα.



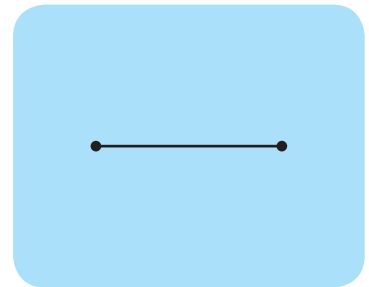
**Ημιευθεία**



**Ευθύγραμμο τμήμα**

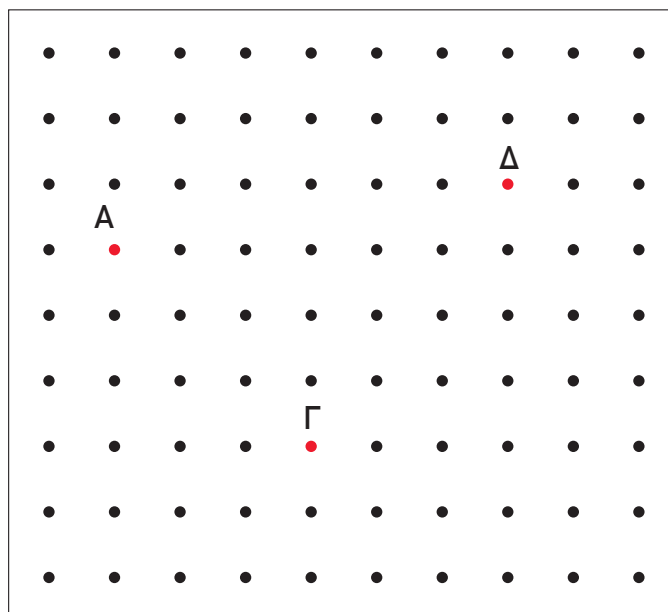


**Ευθεία**



3. Να κατασκευάσεις:

- Ένα ευθύγραμμο τμήμα  $AB$  με μήκος 6 μονάδες.
- Μια ευθεία που να περνά από τα σημεία  $A$  και  $\Gamma$ .
- Μια ημιευθεία που να ξεκινά από το σημείο  $B$  και να περνά από το σημείο  $\Delta$ .



4. (α) Να χρησιμοποιήσεις τον χάρακά σου, για να σημειώσεις στην πιο κάτω ευθεία με τη σειρά τα σημεία Α, Β, Γ και Δ, ώστε:

$$AB = 2 \text{ cm}$$

$$AG = 6 \text{ cm}$$

$$GD = 1 \text{ cm}$$



(β) Πόσο είναι το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος ΒΓ;

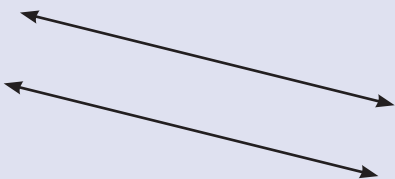
Πόσο είναι το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος ΑΔ;

Πόσο είναι το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος ΒΔ;

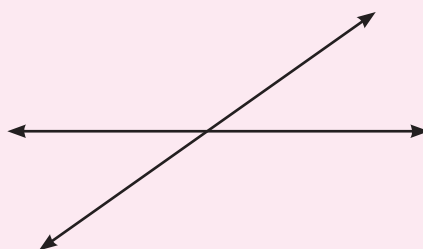


Να ταξινομήσεις τις πιο κάτω κάρτες σε ομάδες. Ποιο κριτήριο χρησιμοποίησες; Να επεξηγήσεις.

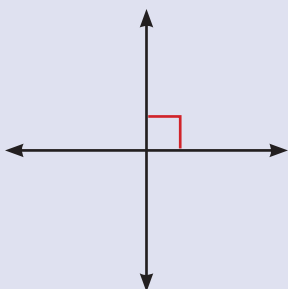
A.



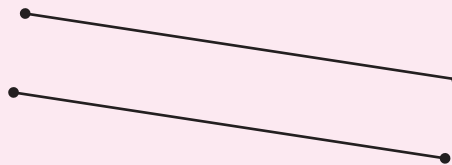
B.



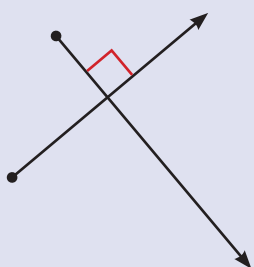
Γ.



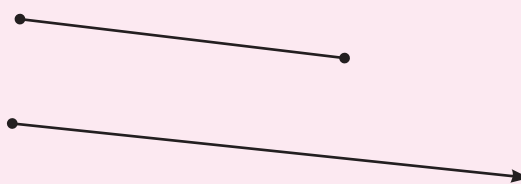
Δ.



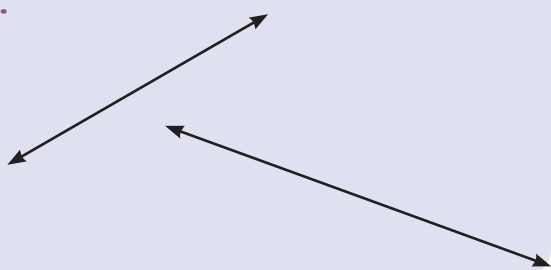
Ε.



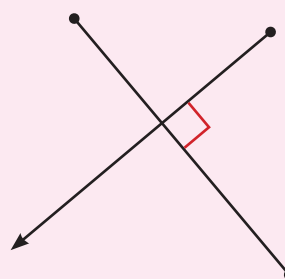
Ζ.



Η.



Θ.

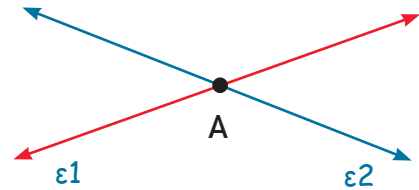


# Νέες Έννοιες

- Δύο ευθείες τέμνονται όταν έχουν ένα κοινό σημείο. Το κοινό τους σημείο ονομάζεται **σημείο τομής**.

Παράδειγμα:

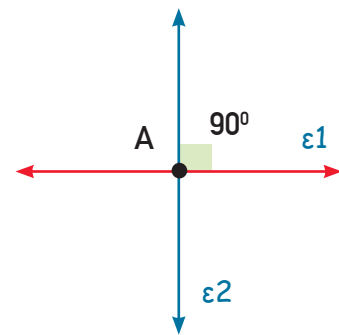
Το σημείο τομής των ευθειών  $\epsilon_1$  και  $\epsilon_2$  είναι το  $A$ .



- **Κάθετες** ονομάζονται δύο ευθείες που τέμνονται και σχηματίζουν μεταξύ τους ορθή γωνία.

Παράδειγμα:

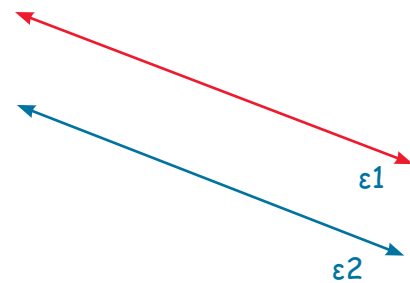
Οι ευθείες  $\epsilon_1$  και  $\epsilon_2$  τέμνονται κάθετα.



- **Παράλληλες** ονομάζονται δύο ευθείες που δεν έχουν κανένα κοινό σημείο.

Παράδειγμα:

Η ευθεία  $\epsilon_1$  είναι παράλληλη με την ευθεία  $\epsilon_2$ .



## Παραδείγματα

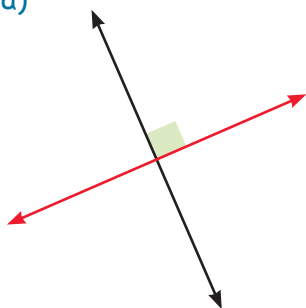
1. Να περιγράψεις τη σχέση κάθε ζεύγους ευθειών, χρησιμοποιώντας μία από τις φράσεις στο πλαίσιο.

«παράλληλες ευθείες»

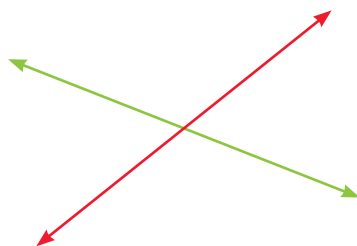
«κάθετες ευθείες»

«ευθείες που τέμνονται αλλά όχι κάθετα»

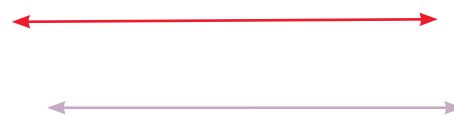
(α)



(β)



(γ)



**Λύση:**

(α) κάθετες ευθείες

(β) ευθείες που τέμνονται αλλά όχι κάθετα

(γ) παράλληλες ευθείες

2. Να παρατηρήσεις τον χάρτη και να βρεις:

(α) Δύο οδούς που είναι παράλληλες μεταξύ τους.

(β) Δύο οδούς που είναι κάθετες μεταξύ τους.

(γ) Δύο οδούς που τέμνονται, αλλά όχι κάθετα.

**Λύση:**

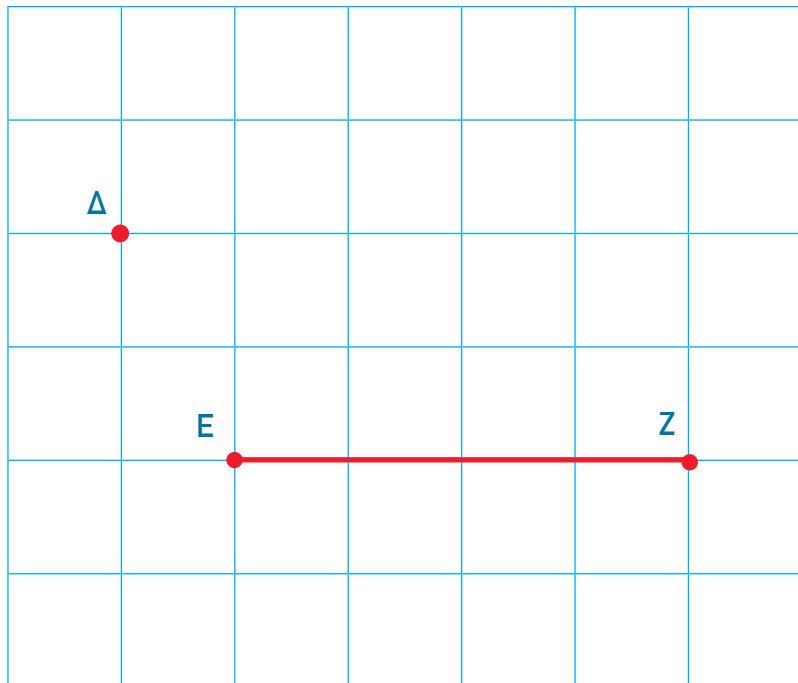
(α) Οδός Ελευθερίας και Οδός Κάμπου

(β) Οδός Ειρήνης και Οδός Απ. Αντρέα

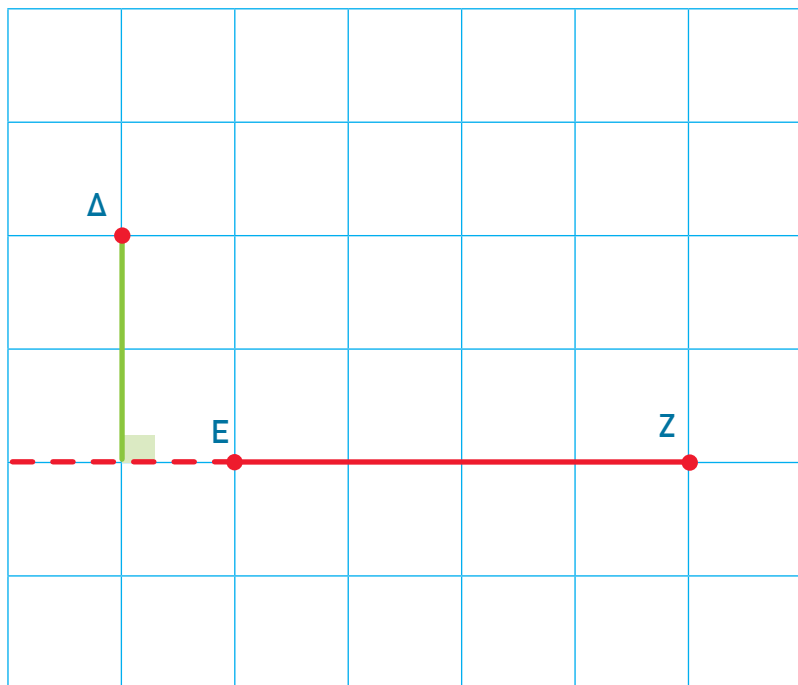
(γ) Οδός Αθηνών και Οδός Πεύκου

				Ελευθερίας
				Ειρήνης
	Αθηνών	Απ. Ανδρέα	Θεσσαλονίκης	Αγ. Δημητρίου
	Κάμπου			
	Πεύκου			

3. Από το σημείο  $\Delta$ , να φέρεις ευθύγραμμο τμήμα που να τέμνει κάθετα την ευθεία που περιέχει το ευθύγραμμο τμήμα  $EZ$ .



Λύση:



Προεκτείνουμε το ευθύγραμμο τμήμα  $EZ$ . Από το σημείο  $\Delta$  φέρουμε ευθύγραμμο τμήμα κάθετο στην ευθεία που περιέχει το  $EZ$ .

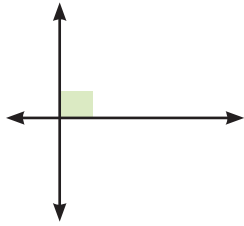


# Δραστηριότητες

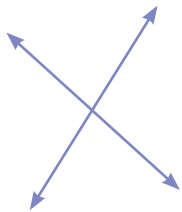
1. Να αντιστοιχίσεις.



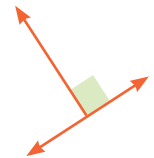
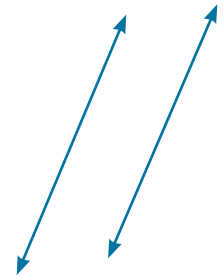
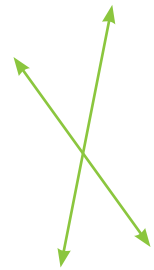
παράλληλες ευθείες



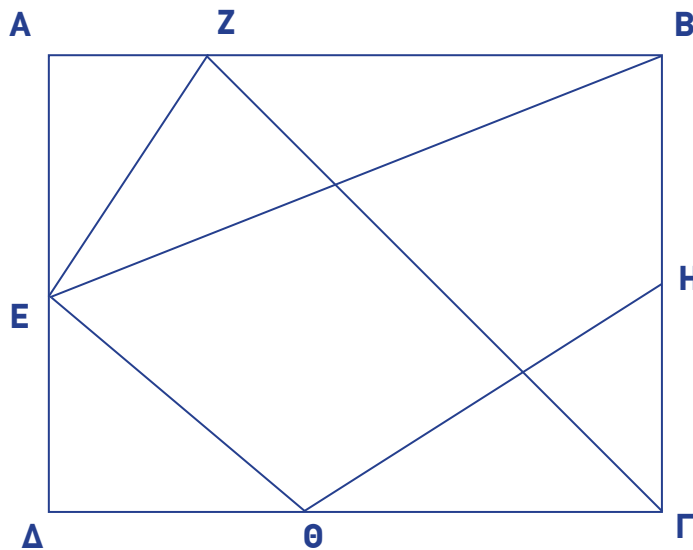
κάθετες ευθείες



ευθείες που τέμνονται  
αλλά όχι κάθετα



2. Να παρατηρήσεις το πιο κάτω σχήμα και να βρεις ένα ζεύγος ευθύγραμμων τμημάτων που:

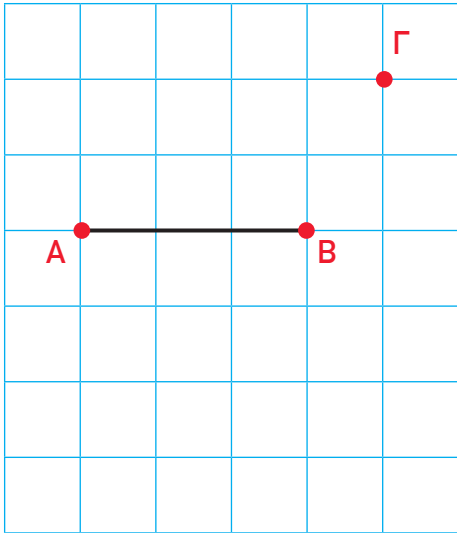


(α) είναι παράλληλα μεταξύ τους \_\_\_\_\_

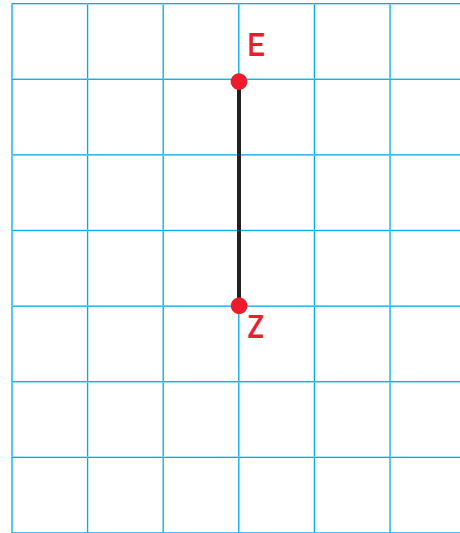
(β) τέμνονται κάθετα \_\_\_\_\_

(γ) τέμνονται, αλλά όχι κάθετα \_\_\_\_\_

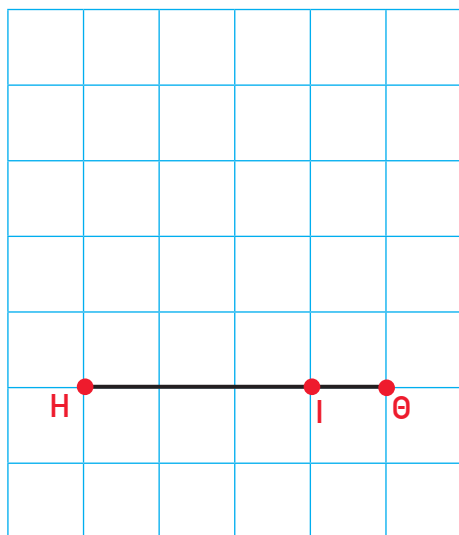
3. (α) Να κατασκευάσεις ένα ευθύγραμμο τμήμα που να είναι παράλληλο με το ευθύγραμμο τμήμα  $AB$  και να περνά από το σημείο  $\Gamma$ .



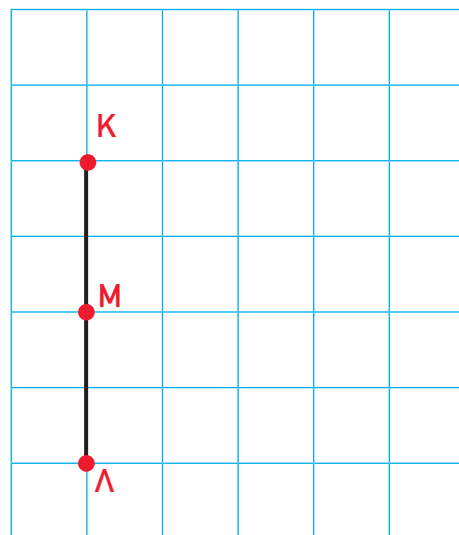
(β) Να κατασκευάσεις δύο ευθύγραμμο τμήματα που να είναι παράλληλα με το ευθύγραμμο τμήμα  $EZ$ .



(γ) Από το σημείο  $I$ , να φέρεις ευθύγραμμο τμήμα που να τέμνει κάθετα το ευθύγραμμο τμήμα  $H\Theta$ .



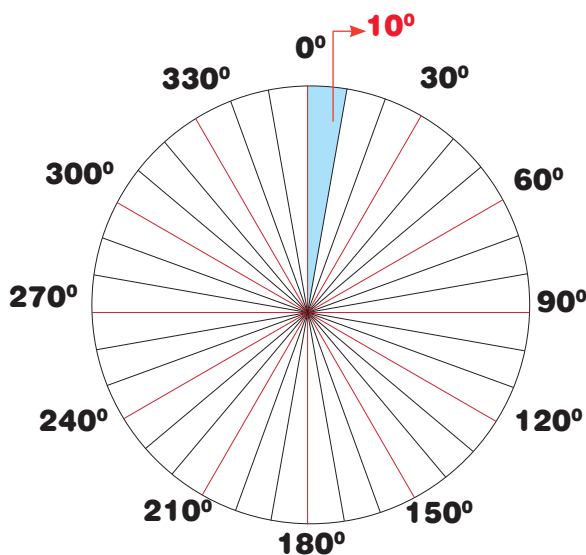
(δ) Από το σημείο  $M$  να φέρεις ευθύγραμμο τμήμα που να τέμνει κάθετα το ευθύγραμμο τμήμα  $ΚΛ$ .



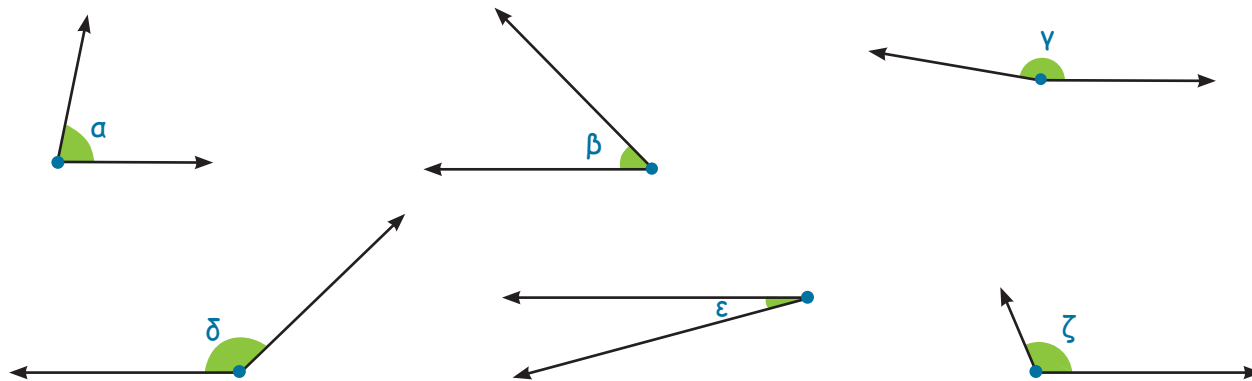
Οι Αρχαίοι Βαβυλώνιοι χώρισαν τον κύκλο σε 360 ίσους κυκλικούς τομείς. Ονόμασαν τον κάθε κυκλικό τομέα **μείρα**.

Η **μείρα** χρησιμοποιείται ως μονάδα μέτρησης της γωνίας και συμβολίζεται με  $^{\circ}$ . Ο αριθμός που προκύπτει από τη μέτρηση μιας γωνίας ονομάζεται **μέτρο της γωνίας**.

Στην πιο κάτω εικόνα, ο κύκλος είναι χωρισμένος σε 36 ίσους κυκλικούς τομείς. Κάθε κυκλικός τομέας είναι ίσος με 10 μείρες ή  $10^{\circ}$ .



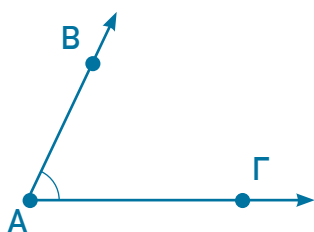
Να χρησιμοποιήσεις τις πληροφορίες, για να εκτιμήσεις το μέτρο των πιο κάτω γωνιών. Να εξηγήσεις ποιες στρατηγικές χρησιμοποίησες.



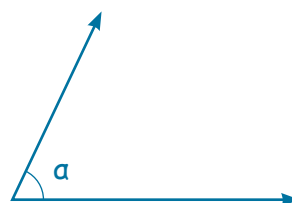
# Νέες Έννοιες

## • Συμβολισμός γωνιών

Οι γωνίες συμβολίζονται με τους πιο κάτω τρόπους:



$\hat{B}\hat{A}\hat{\Gamma}$  ή  $\hat{\Gamma}\hat{A}\hat{B}$   
Γωνία  $\hat{B}\hat{A}\hat{\Gamma}$  ή γωνία  $\hat{\Gamma}\hat{A}\hat{B}$

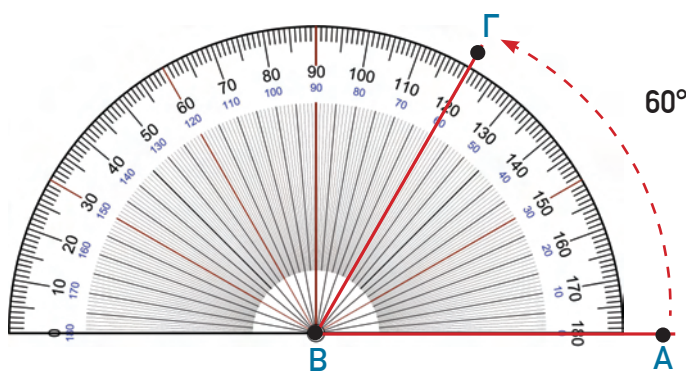


$\hat{\alpha}$   
Γωνία  $\hat{\alpha}$

## • Μέτρηση γωνιών

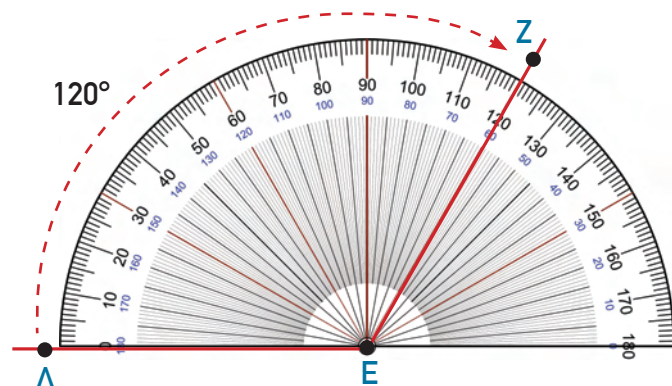
Το μοιρογνωμόνιο είναι ένα όργανο που χρησιμοποιείται για τη μέτρηση των γωνιών σε **μοίρες** ( $^{\circ}$ ). Ο αριθμός που προκύπτει από τη μέτρηση ονομάζεται **μέτρο της γωνίας**.

Παραδείγματα:



Η γωνία  $\hat{A}\hat{B}\hat{\Gamma}$  έχει μέτρο 60 μοίρες, δηλαδή  $\hat{A}\hat{B}\hat{\Gamma} = 60^{\circ}$ .

Διαβάζουμε την κλίμακα αριστερόστροφα, ώστε ο αριθμός 0 να βρίσκεται στη μια πλευρά της γωνίας.

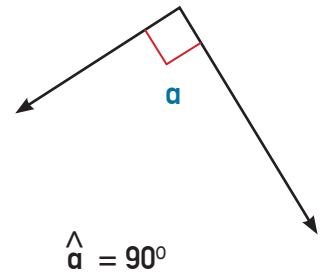


Η γωνία  $\hat{\Delta}\hat{E}\hat{Z}$  έχει μέτρο ίσο με 120 μοίρες, δηλαδή  $\hat{\Delta}\hat{E}\hat{Z} = 120^{\circ}$ .

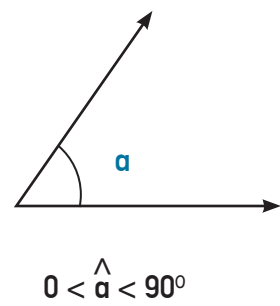
Διαβάζουμε την κλίμακα δεξιόστροφα, ώστε ο αριθμός 0 να βρίσκεται στη μια πλευρά της γωνίας.

• Ταξινόμηση γωνιών με βάση το μέτρο τους.

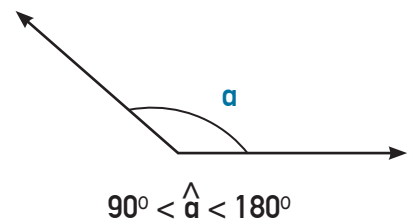
Το μέτρο μιας **ορθής γωνίας** είναι ίσο με  $90^\circ$ .



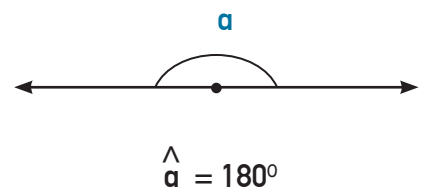
Το μέτρο μιας **οξείας γωνίας** είναι μεγαλύτερο από  $0^\circ$  και μικρότερο από  $90^\circ$ .



Το μέτρο μιας **αμβλείας γωνίας** είναι μεγαλύτερο από  $90^\circ$  και μικρότερο από  $180^\circ$ .

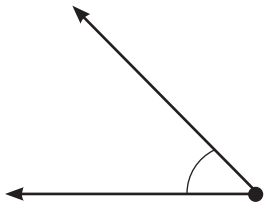


Το μέτρο μιας **ευθείας γωνίας** είναι ίσο με  $180^\circ$ .



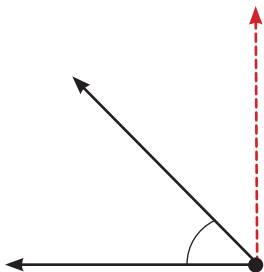
## Παράδειγμα

1. Να βάλεις σε κύκλο την ορθή εκτίμηση για το μέτρο της πιο κάτω γωνίας.



- A.  $145^\circ$
- B.  $15^\circ$
- Γ.  $120^\circ$
- Δ.  $46^\circ$

Λύση:



- A.  $145^\circ$
- B.  $15^\circ$
- Γ.  $120^\circ$
- Δ.  $46^\circ$

Η γωνία είναι οξεία, άρα το μέτρο της είναι μεγαλύτερο από  $0^\circ$  και μικρότερο από  $90^\circ$ .

Έχει μέτρο περίπου ίσο με το μισό της ορθής γωνίας, άρα η ορθή εκτίμηση είναι το Δ.

# Δραστηριότητες

1. Να ονομάσεις τις πιο κάτω γωνίες, όπως στο παράδειγμα.

$\hat{A} = 132^\circ$     αμβλεία γωνία

$\hat{\Delta} = 180^\circ$     \_\_\_\_\_

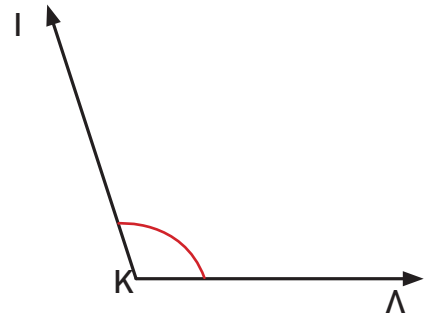
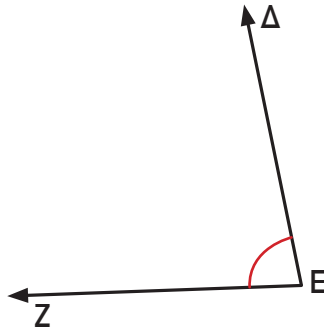
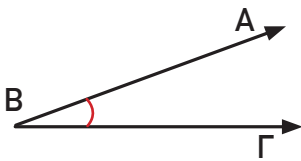
$\hat{B} = 90^\circ$     \_\_\_\_\_

$\hat{E} = 75^\circ$     \_\_\_\_\_

$\hat{\Gamma} = 86^\circ$     \_\_\_\_\_

$\hat{Z} = 165^\circ$     \_\_\_\_\_

2. Να βάλεις σε κύκλο την ορθή εκτίμηση για το μέτρο κάθε γωνίας.



A.  $68^\circ$

B.  $145^\circ$

Γ.  $100^\circ$

Δ.  $20^\circ$

A.  $175^\circ$

B.  $82^\circ$

Γ.  $148^\circ$

Δ.  $25^\circ$

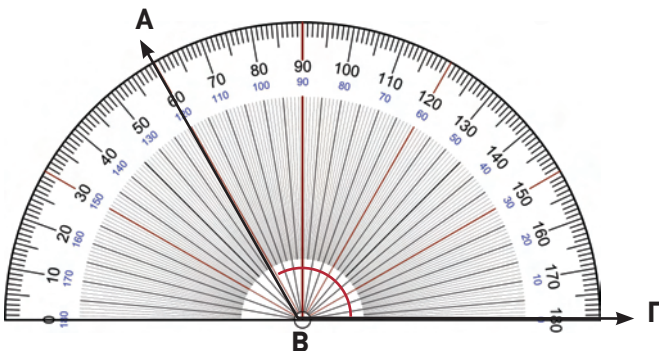
A.  $108^\circ$

B.  $180^\circ$

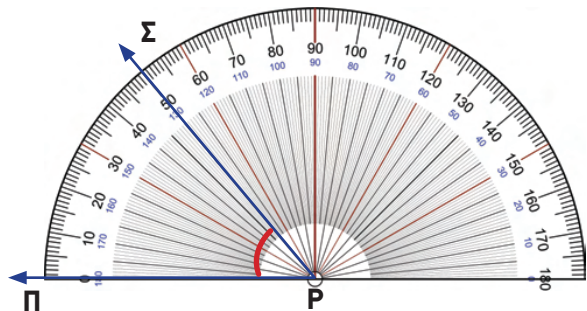
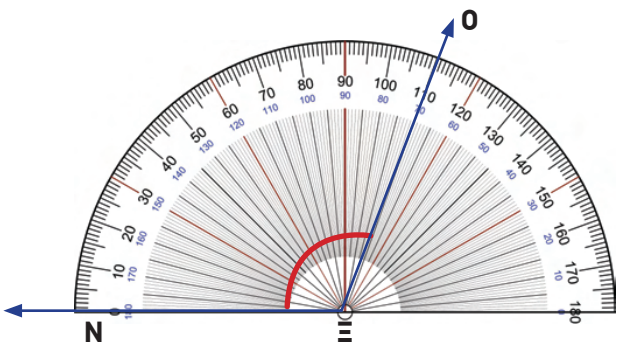
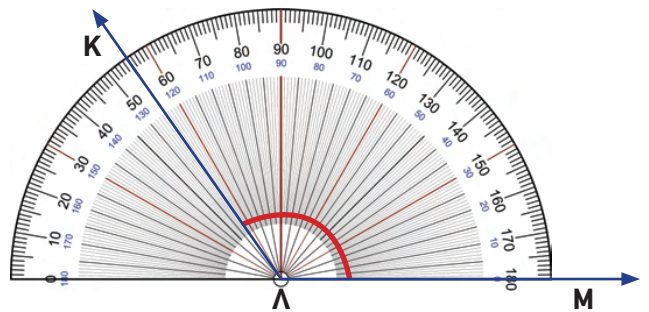
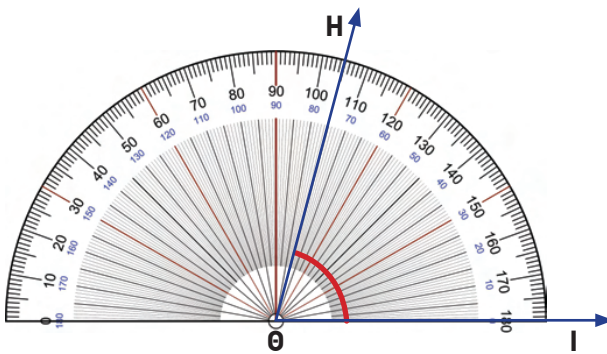
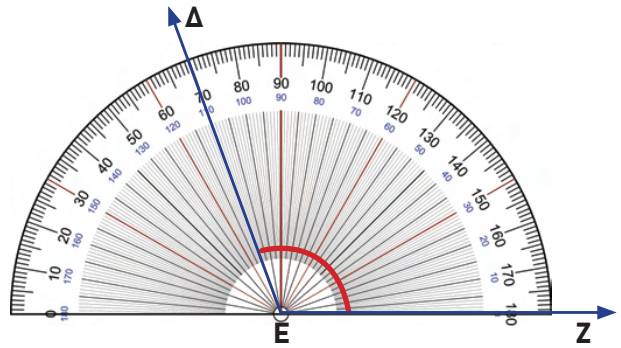
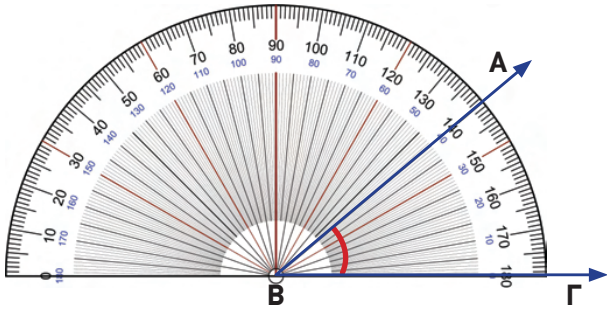
Γ.  $50^\circ$

Δ.  $87^\circ$

3. Ο Σάββας μέτρησε τη γωνία  $\hat{A}\hat{B}\hat{\Gamma}$  και βρήκε ότι το μέτρο της είναι ίσο με  $60^\circ$ . Είναι ορθή η μέτρηση του Σάββα; Να εξηγήσεις.



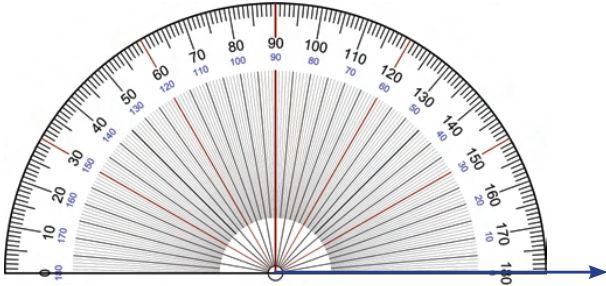
4. Να γράψεις το μέτρο της κάθε γωνίας.



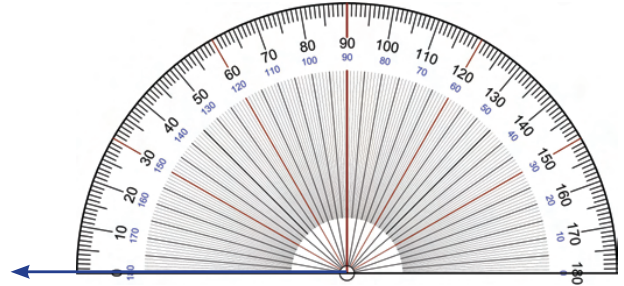


5. Να σχεδιάσεις γωνίες με βάση το μέτρο που δίνεται.

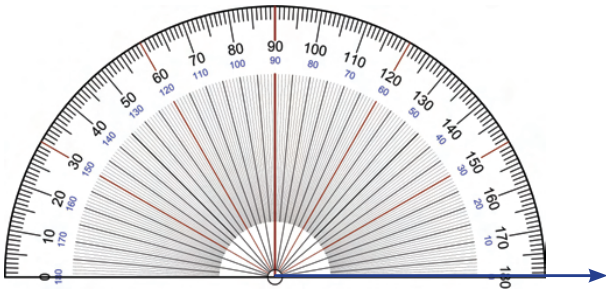
(α)  $50^\circ$



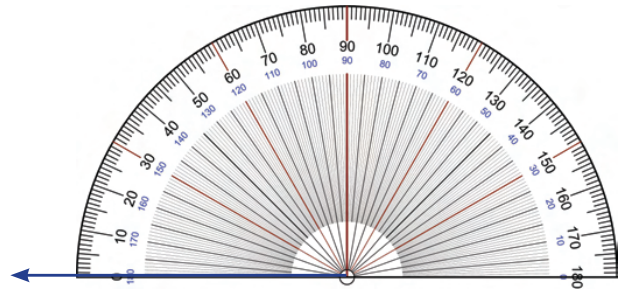
(β)  $110^\circ$



(γ)  $85^\circ$



(δ)  $130^\circ$



6. Να κατασκευάσεις:

(α) μια οξεία γωνία



(β) μια αμβλεία γωνία

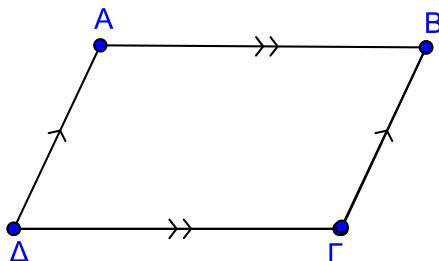


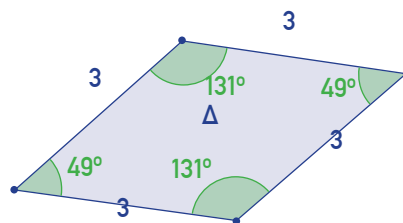
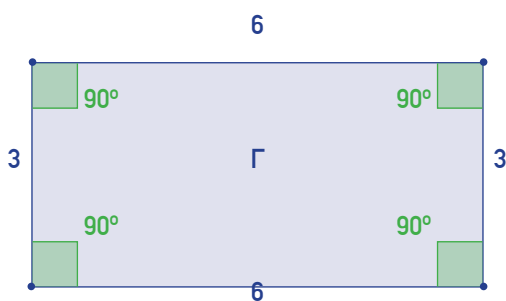
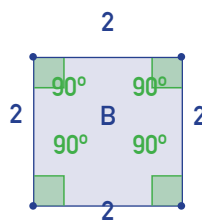
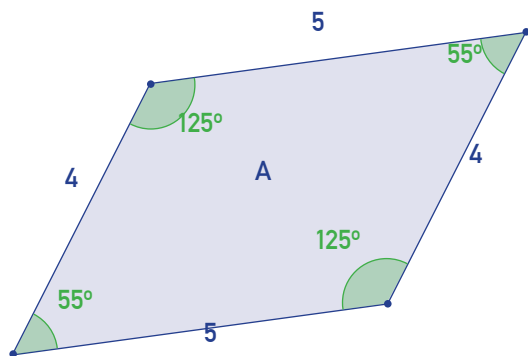
**ΕΧΟΥΜΕ ΜΑΘΕΙ**

- **Παραλληλόγραμμο** ονομάζεται το τετράπλευρο επίπεδο σχήμα που έχει τις απέναντι πλευρές του παράλληλες.

Παράδειγμα:

Η πλευρά  $AB$  είναι παράλληλη με την πλευρά  $\Delta\Gamma$  και η πλευρά  $A\Delta$  είναι παράλληλη με την πλευρά  $B\Gamma$ .





<http://tube.geogebra.org/m/1610217>

1. (α) Να παρατηρήσεις τα πιο πάνω σχήματα και να συμπληρώσεις τον πίνακα, βάζοντας ✓ σε κάθε ιδιότητα που ισχύει.

Σχήμα	Οι απέναντι πλευρές είναι ίσες	Οι απέναντι γωνίες είναι ίσες	Όλες οι πλευρές είναι ίσες	Όλες οι γωνίες είναι ίσες
Παραλληλόγραμμο Α				
Τετράγωνο Β				
Ορθογώνιο Γ				
Ρόμβος Δ				

(β) Να σύρεις τις κορυφές κάθε σχήματος, για να ελέγξεις κατά πόσο ισχύουν οι ιδιότητες που σημείωσες.

(γ) Ο Ιωάννης υποστηρίζει ότι «Το ορθογώνιο, το τετράγωνο και ο ρόμβος είναι και παραλληλόγραμμα». Συμφωνείς; Να εξηγήσεις.



# Νέες Έννοιες

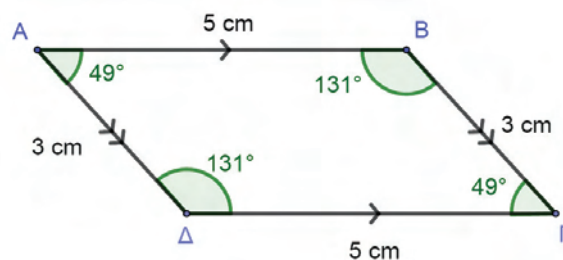
• Σε κάθε παραλληλόγραμμο ισχύουν οι πιο κάτω ιδιότητες:

(α) Οι απέναντι πλευρές του είναι ίσες.

Παράδειγμα:

$$AB = \Delta\Gamma = 5 \text{ cm}$$

$$A\Delta = B\Gamma = 3 \text{ cm}$$



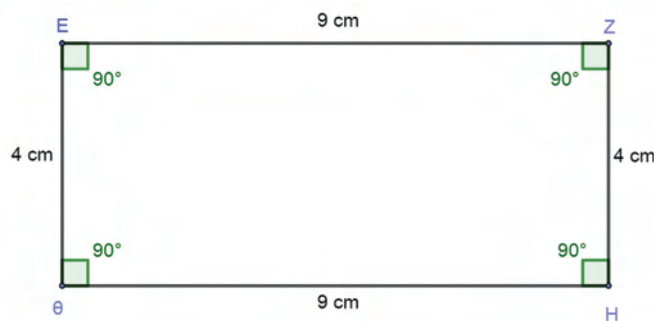
(β) Οι απέναντι γωνίες του είναι ίσες.

Παράδειγμα:

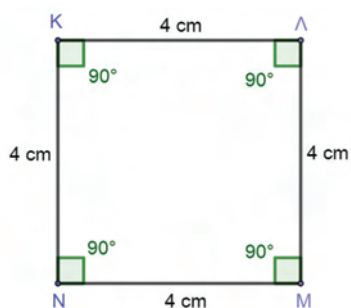
$$\hat{\Delta}AB = \hat{B}\Gamma\Delta = 49^\circ$$

$$\hat{A}B\Gamma = \hat{A}\Delta\Gamma = 131^\circ$$

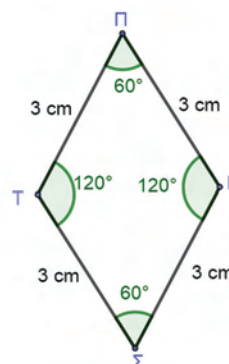
• Το ορθογώνιο, το τετράγωνο και ο ρόμβος είναι και παραλληλόγραμμο. Σε κάθε ορθογώνιο, τετράγωνο και ρόμβο ισχύουν όλες οι ιδιότητες που ισχύουν στο παραλληλόγραμμο.



ορθογώνιο



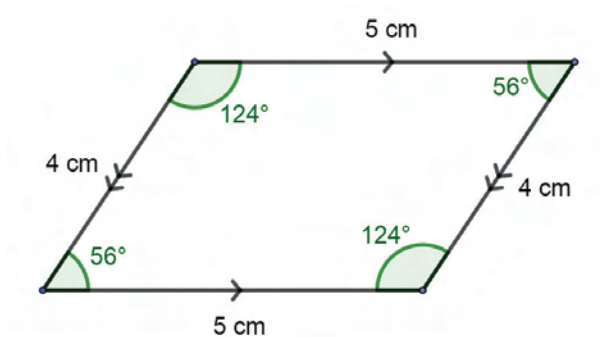
τετράγωνο



ρόμβος

## Παράδειγμα

1. Να εξηγήσεις κατά πόσο το πιο κάτω σχήμα είναι παραλληλόγραμμο.



Λύση:

Το σχήμα είναι παραλληλόγραμμο, γιατί είναι τετράπλευρο και οι απέναντι πλευρές του είναι παράλληλες.

ή

Το σχήμα είναι παραλληλόγραμμο, γιατί είναι τετράπλευρο και οι απέναντι πλευρές του είναι ίσες.

ή

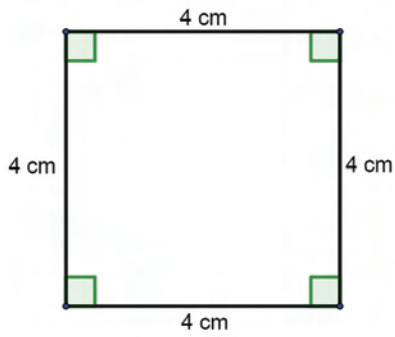
Το σχήμα είναι παραλληλόγραμμο, γιατί είναι τετράπλευρο και οι απέναντι γωνίες του είναι ίσες.



# Δραστηριότητες

1. Ποια από τα πιο κάτω σχήματα είναι παραλληλόγραμμα; Να αιτιολογήσεις την απάντησή σου.

(α)




---

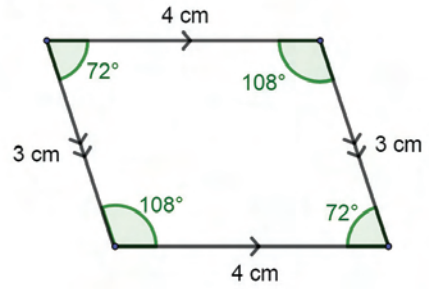


---



---

(β)




---

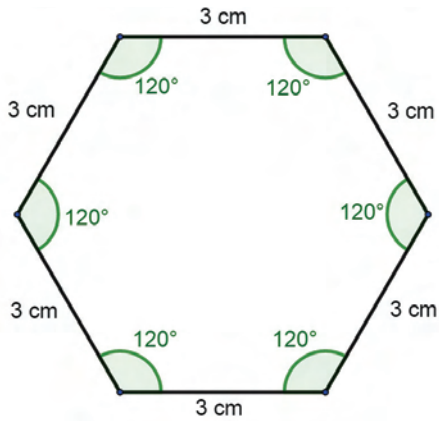


---



---

(γ)




---

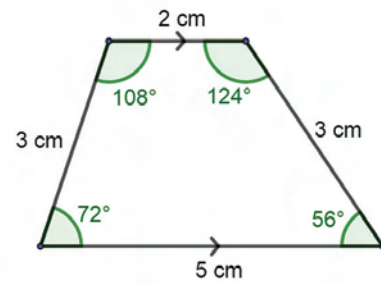


---



---

(δ)




---

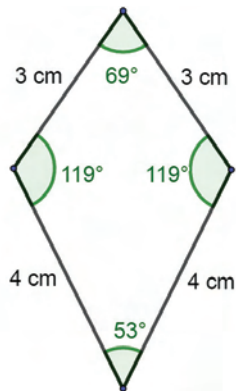


---



---

(ε)




---

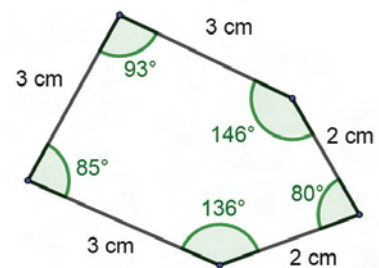


---



---

(στ)




---

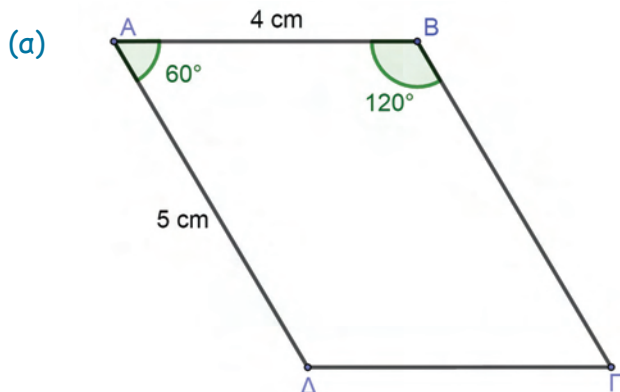


---



---

2. Να υπολογίσεις το μήκος των πλευρών και το μέτρο των γωνιών σε κάθε περίπτωση, αν τα πιο κάτω σχήματα είναι παραλληλόγραμμα.

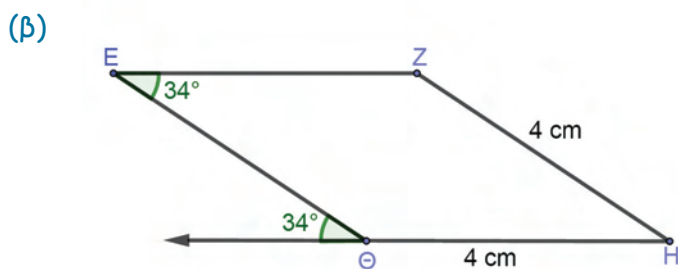


$$\Delta\Gamma = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$B\Gamma = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\hat{B}\hat{\Gamma}\hat{\Delta} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\hat{\Gamma}\hat{\Delta}\hat{A} = \underline{\hspace{2cm}}$$



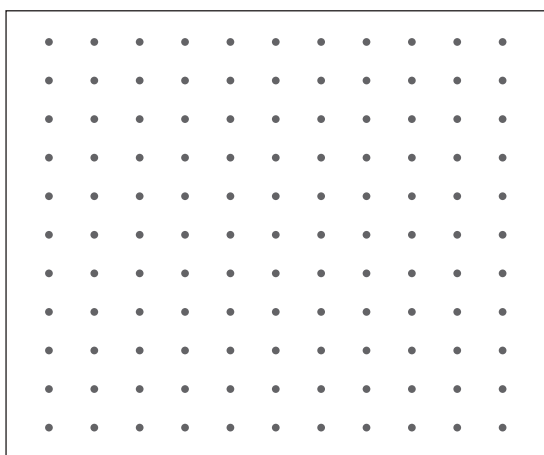
$$EZ = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$E\Theta = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\hat{H}\hat{\Theta}\hat{E} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\hat{E}\hat{Z}\hat{H} = \underline{\hspace{2cm}}$$

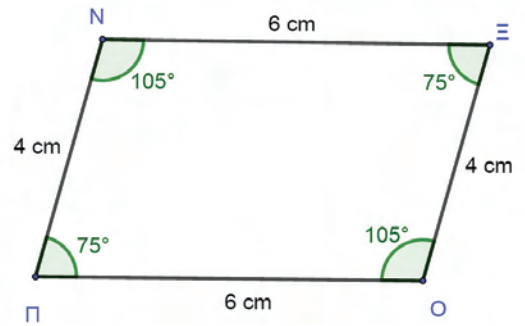
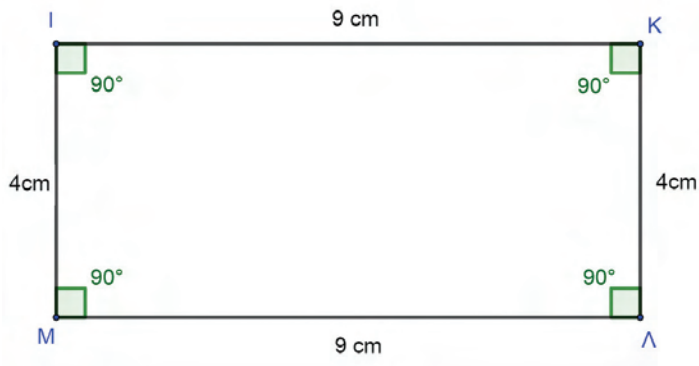
3. Να κατασκευάσεις στον βελονοπίνακα το πιο κάτω σχήμα.



- Είναι παραλληλόγραμμα.
- Όλες οι πλευρές του είναι ίσες.
- Οι γωνίες του δεν είναι ορθές.

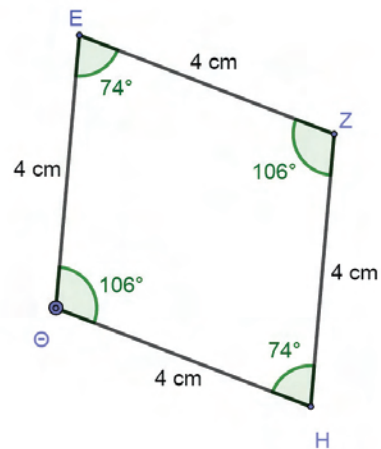
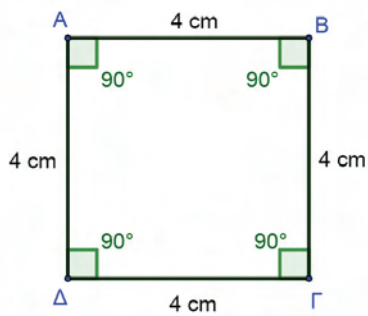
4. Να γράψεις κοινά χαρακτηριστικά και διαφορές για κάθε ζευγάρι σχημάτων.

(α)



Κοινά χαρακτηριστικά	Διαφορές

(β)



Κοινά χαρακτηριστικά	Διαφορές

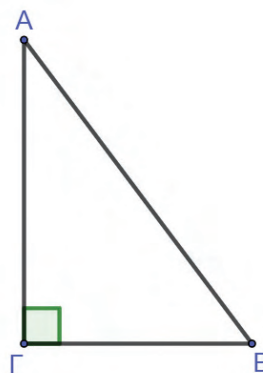


**ΕΧΟΥΜΕ ΜΑΘΕΙ**

- Είδη τριγώνων με βάση τις γωνίες τους
- **Ορθογώνιο** είναι το τρίγωνο που έχει μια ορθή γωνία.

Παράδειγμα:

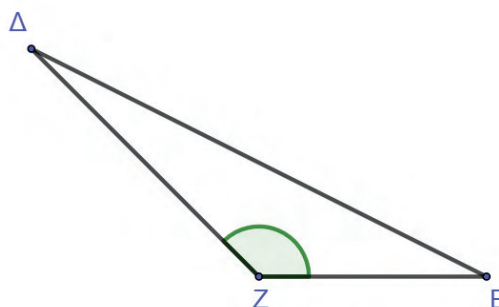
$$\widehat{A\Gamma B} = 90^\circ$$



- **Αμβλυγώνιο** είναι το τρίγωνο που έχει μια αμβλεία γωνία.

Παράδειγμα:

$$\widehat{E\Delta Z} > 90^\circ$$



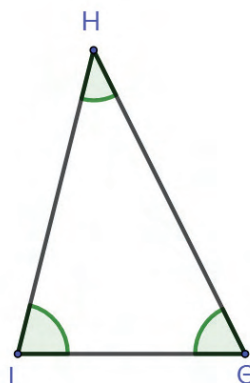
- **Οξυγώνιο** είναι το τρίγωνο που έχει όλες τις γωνίες του οξείες.

Παράδειγμα:

$$\widehat{H\Theta I} < 90^\circ$$

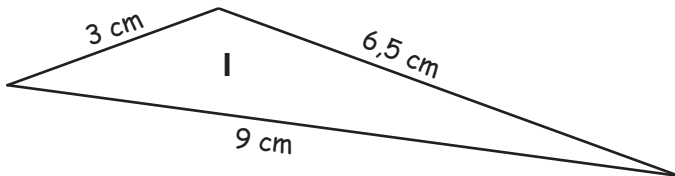
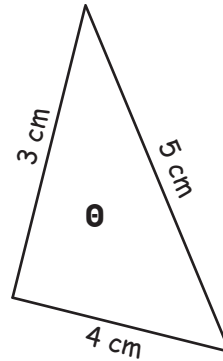
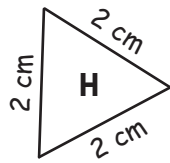
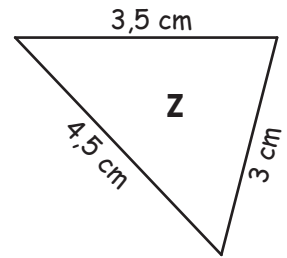
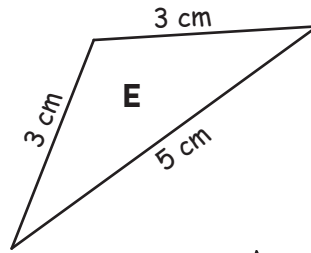
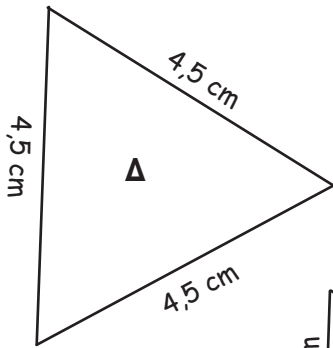
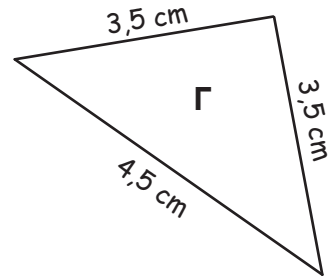
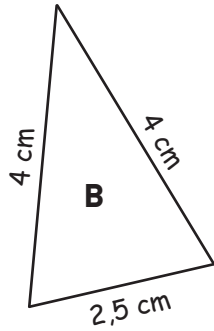
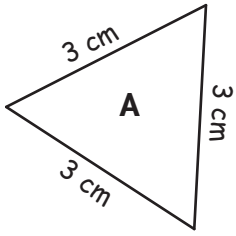
$$\widehat{\Theta I H} < 90^\circ$$

$$\widehat{I H \Theta} < 90^\circ$$





Να ταξινομήσεις τα πιο κάτω τρίγωνα σε ομάδες. Να επεξηγήσεις τον τρόπο με τον οποίο εργάστηκες.



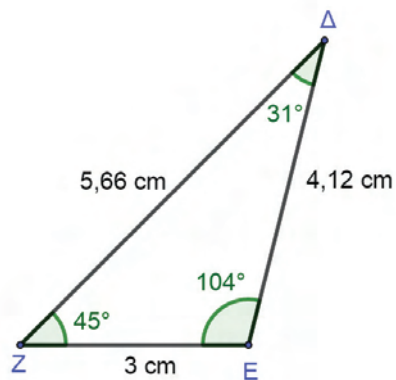
# Νέες Έννοιες

Είδη τριγώνων με βάση τις πλευρές τους

- **Σκαληνό** είναι το τρίγωνο που έχει τις πλευρές του άνισες.

Παράδειγμα:

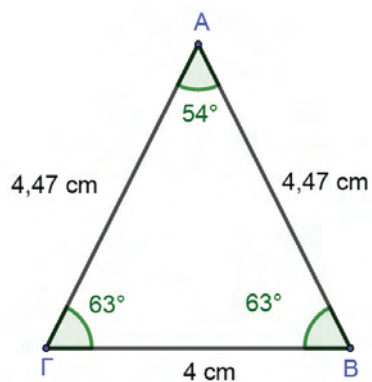
$$\Delta E \neq EZ \neq \Delta Z$$



- **Ισοσκελές** είναι το τρίγωνο που έχει δύο πλευρές ίσες.

Παράδειγμα:

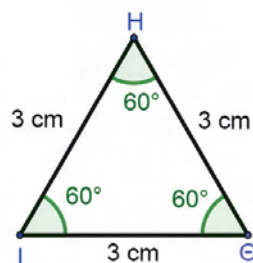
$$AB = A\Gamma$$



- **Ισόπλευρο** είναι το τρίγωνο που έχει και τις τρεις πλευρές ίσες.

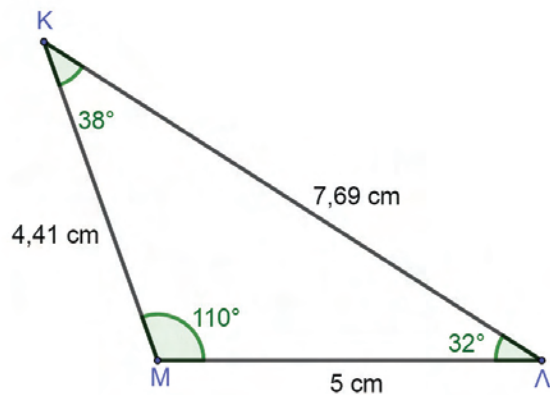
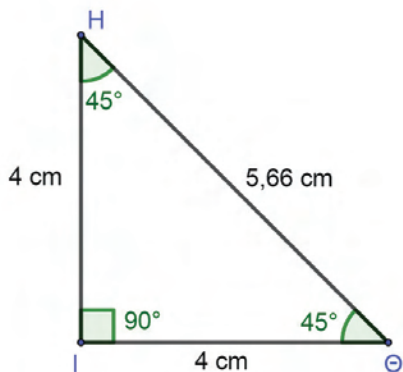
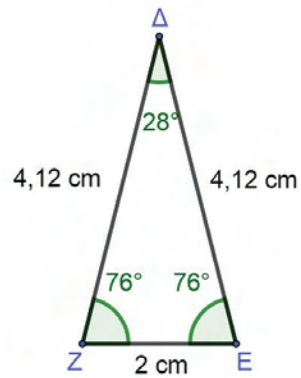
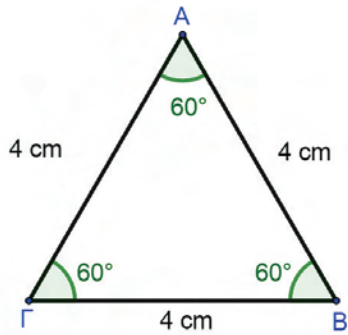
Παράδειγμα:

$$H\Theta = \Theta I = IH$$



# Παράδειγμα

1. Να χαρακτηρίσεις το είδος κάθε τριγώνου ως προς τις πλευρές και ως προς τις γωνίες του.

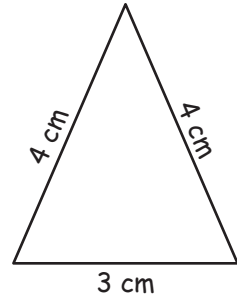
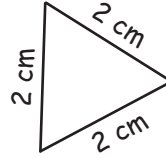
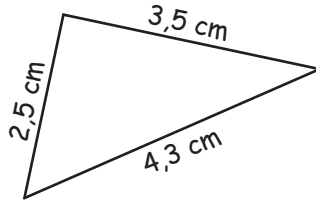
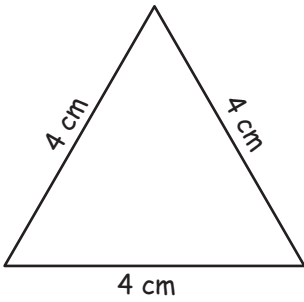


Λύση:

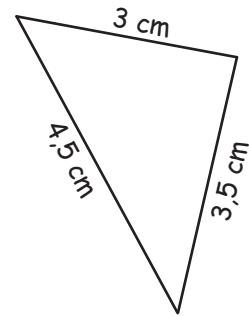
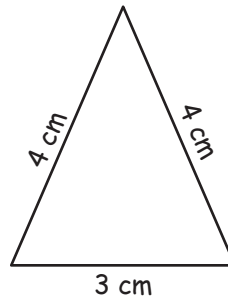
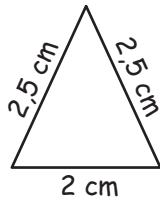
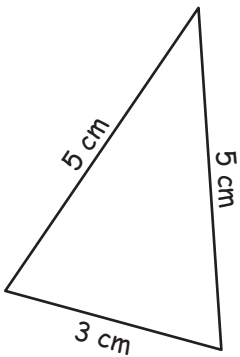
Τρίγωνο	Είδος τριγώνου ως προς τις γωνίες	Είδος τριγώνου ως προς τις πλευρές
ΑΒΓ	οξυγώνιο	ισόπλευρο
ΔΕΖ	οξυγώνιο	ισοσκελές
ΗΘΙ	ορθογώνιο	ισοσκελές
ΚΛΜ	αμβλυγώνιο	σκαληνό

1. Να βάλεις σε κύκλο:

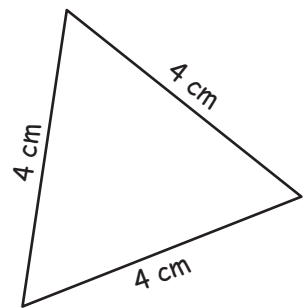
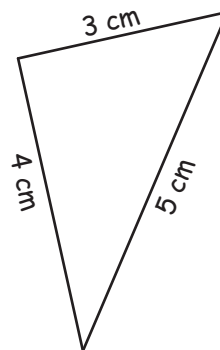
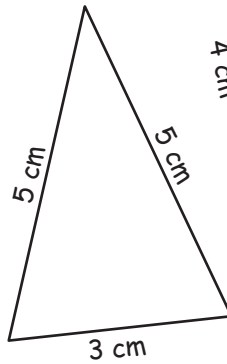
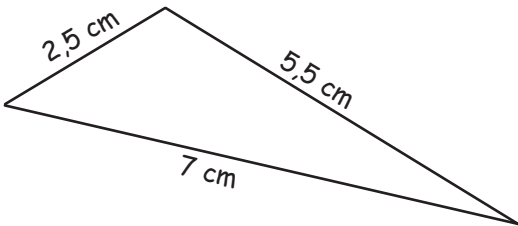
(α) τα **ισόπλευρα** τρίγωνα



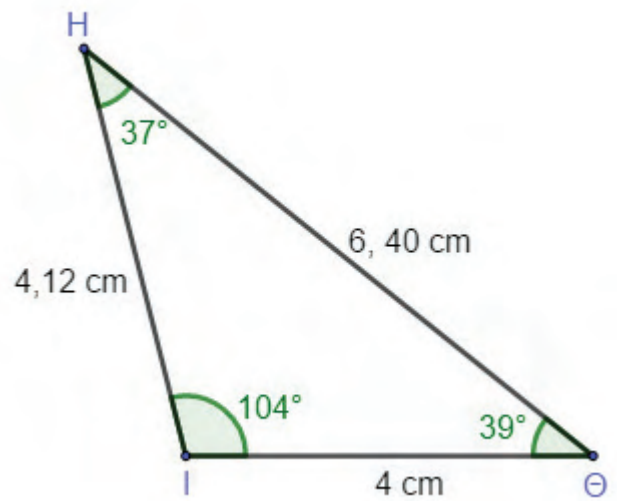
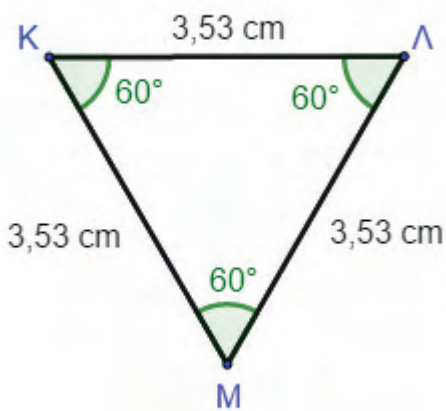
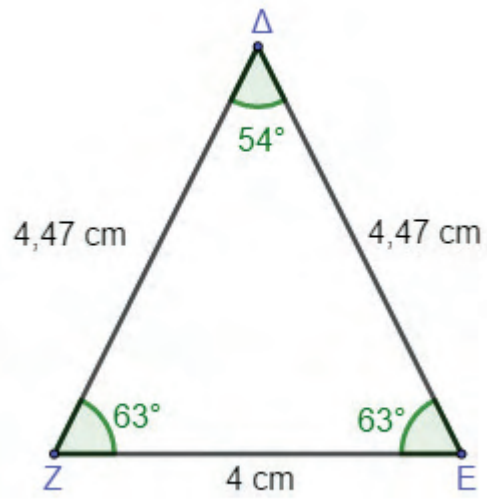
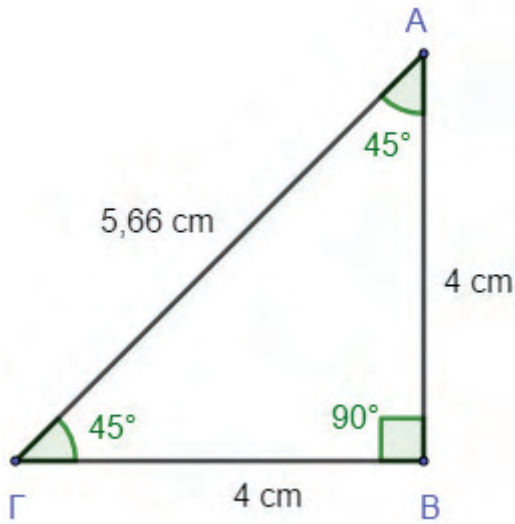
(β) τα **ισοσκελή** τρίγωνα



(γ) τα **σκαληνά** τρίγωνα



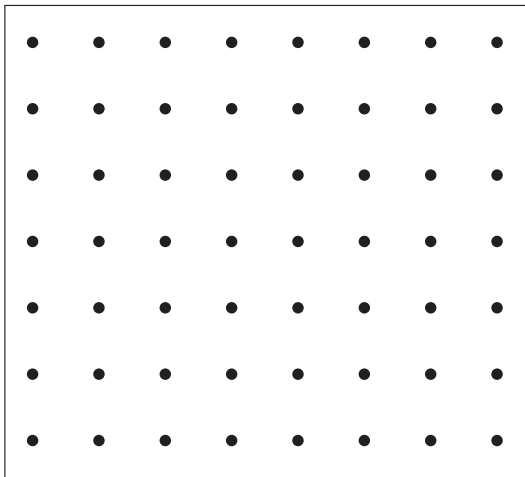
2. Να χαρακτηρίσεις το είδος κάθε τριγώνου ως προς τις πλευρές και ως προς τις γωνίες του, όπως στο παράδειγμα.



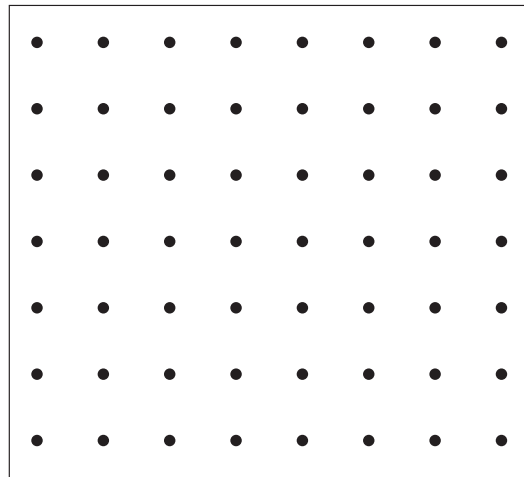
Τρίγωνο	Είδος τριγώνου ως προς τις γωνίες	Είδος τριγώνου ως προς τις πλευρές
ΑΒΓ	Ορθογώνιο	Ισοσκελές
ΔΕΖ		
ΗΘΙ		
ΚΛΜ		

3. Να κατασκευάσεις:

(α) ένα ορθογώνιο ισοσκελές τρίγωνο

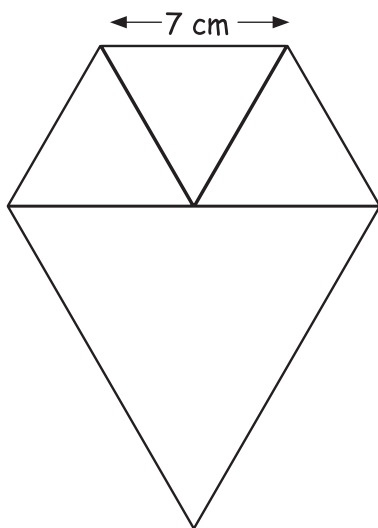


(β) ένα αμβλυγώνιο σκαληνό τρίγωνο

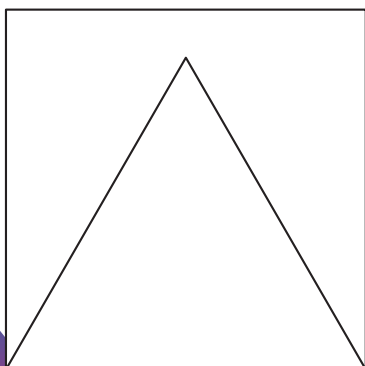


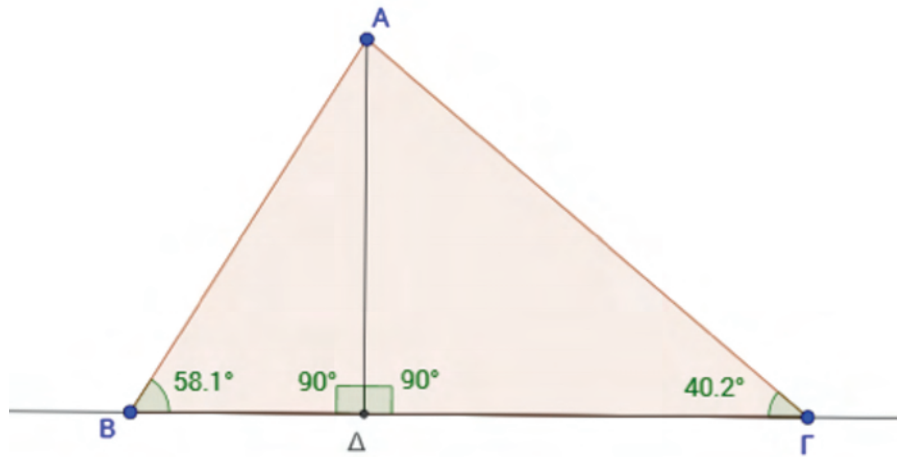
4. Να επιλύσεις τα προβλήματα.

(α) Το πιο κάτω σχήμα αποτελείται από τρία μικρά ισόπλευρα τρίγωνα και ένα μεγάλο ισόπλευρο τρίγωνο. Να υπολογίσεις την περίμετρο του σχήματος.



(β) Στο πιο κάτω σχήμα, η περίμετρος του ισόπλευρου τριγώνου είναι ίση με 48 cm. Να υπολογίσεις την περίμετρο του τετραγώνου.





[www.geogebra.org/m/eSNSaNxC](http://www.geogebra.org/m/eSNSaNxC)

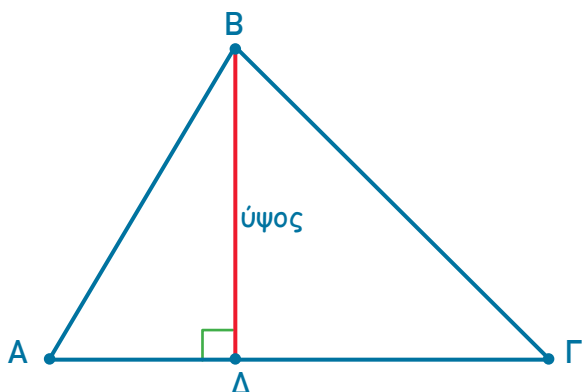
Να σύρετε την κορυφή  $A$  του τριγώνου  $AB\Gamma$  και να παρατηρήσετε τη θέση του ύψους  $A\Delta$  ως προς το τρίγωνο, όταν το τρίγωνο είναι:

- (α) οξυγώνιο
- (β) ορθογώνιο
- (γ) αμβλυγώνιο.

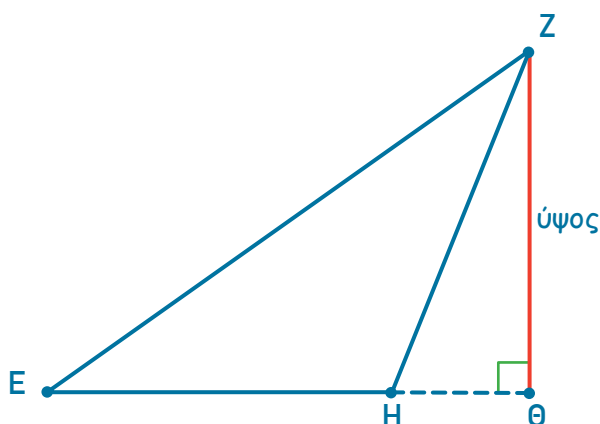


# Νέες Έννοιες

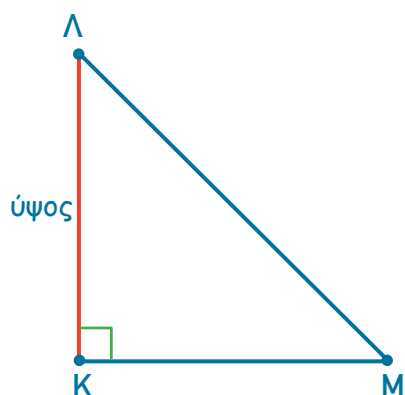
- **Ύψος** τριγώνου ονομάζεται το κάθετο ευθύγραμμο τμήμα που φέρεται από μια κορυφή του τριγώνου προς την ευθεία που περιέχει την απέναντι πλευρά του.



Για να κατασκευάσουμε το ύψος του τριγώνου  $AB\Gamma$ , από την κορυφή  $B$  φέρουμε ευθύγραμμο τμήμα κάθετο στην πλευρά  $A\Gamma$ .



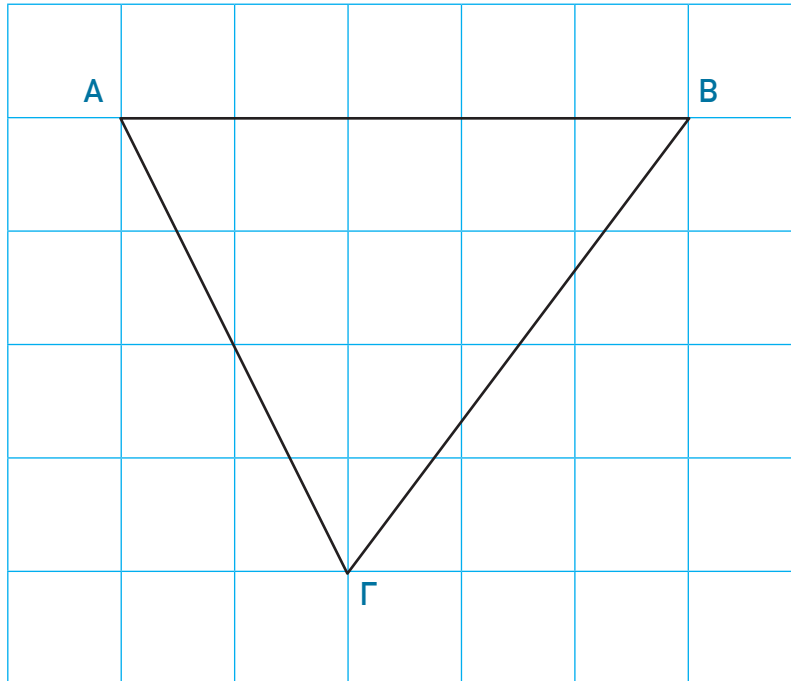
Για να κατασκευάσουμε το ύψος του τριγώνου  $EZH$  από την κορυφή  $Z$ , προεκτείνουμε το ευθύγραμμο τμήμα  $EH$ . Από την κορυφή  $Z$  φέρουμε ευθύγραμμο τμήμα κάθετο στην ευθεία που περιέχει το  $EH$ .



Στο τρίγωνο  $KLM$  στο οποίο η γωνία  $\hat{MKL}$  είναι ορθή, το ύψος από την κορυφή  $L$  συμπίπτει με την πλευρά  $LK$  του τριγώνου.

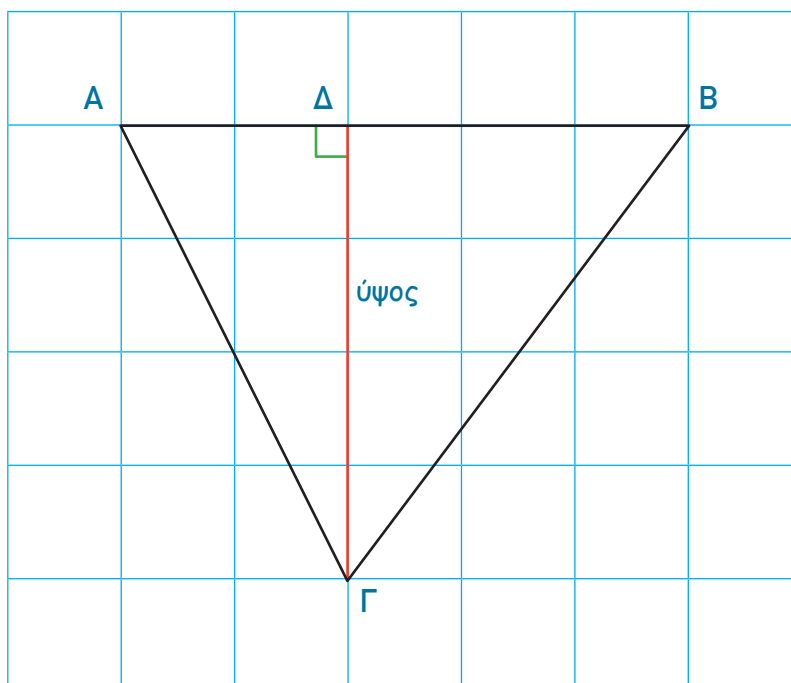
## Παράδειγμα

1. Στο πιο κάτω τρίγωνο, να κατασκευάσεις το ύψος που αντιστοιχεί στην πλευρά  $AB$ .



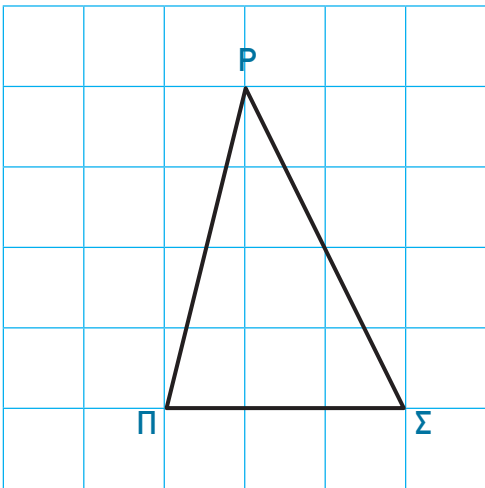
**Λύση:**

Από την κορυφή  $\Gamma$  φέρουμε το ευθύγραμμο τμήμα  $\Gamma\Delta$  κάθετο στην πλευρά  $AB$ .

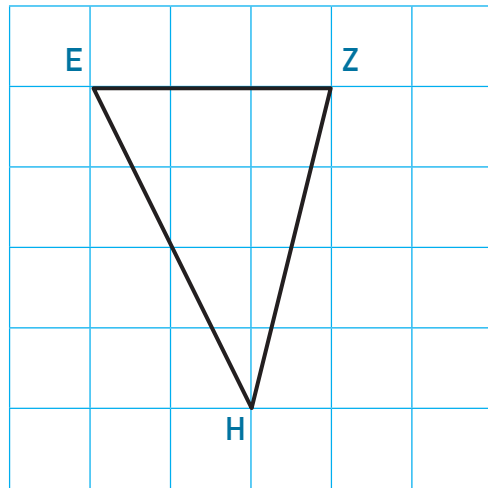


1. Στα πιο κάτω τρίγωνα, να κατασκευάσετε το ύψος που αντιστοιχεί:

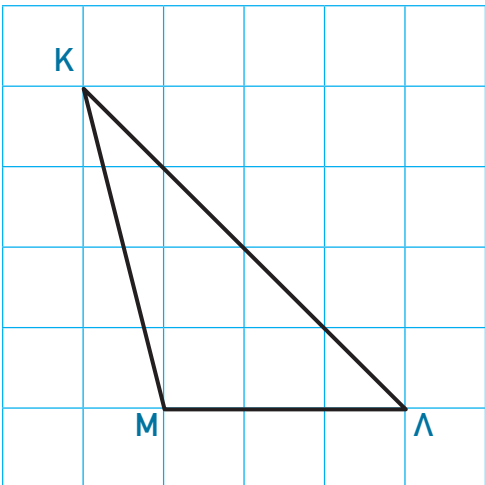
(α) στην πλευρά ΠΣ



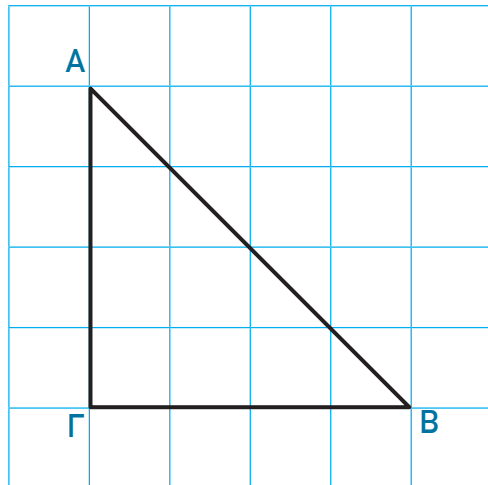
(β) στην πλευρά ΕΖ



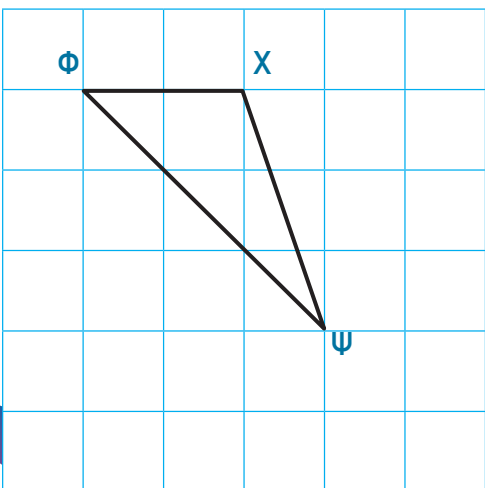
(γ) στην πλευρά ΜΛ



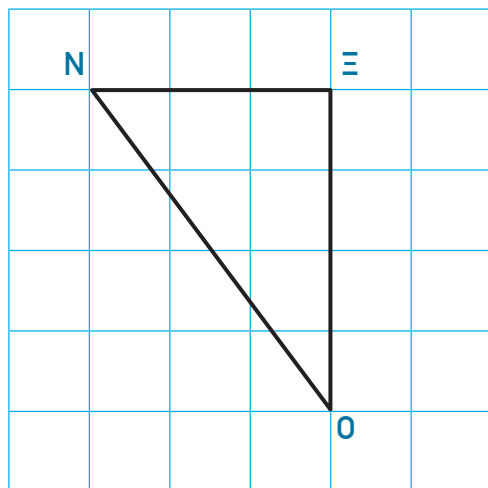
(δ) στην πλευρά ΓΒ



(ε) στην πλευρά ΦΧ



(στ) στην πλευρά ΝΞ

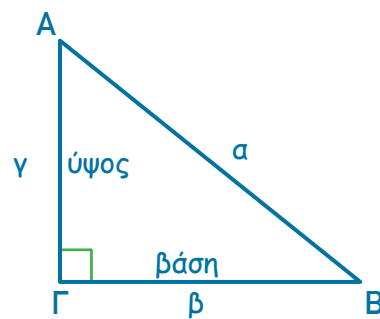


**ΕΧΟΥΜΕ ΜΑΘΕΙ**

- Περίμετρος και εμβαδόν ορθογωνίου τριγώνου

$$\Pi_{\text{τριγώνου}} = \alpha + \beta + \gamma$$

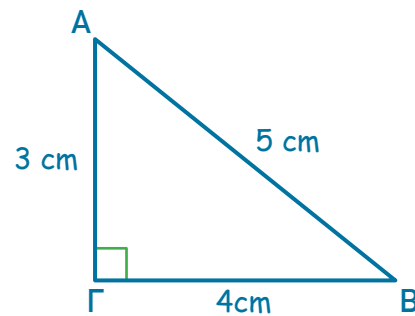
$$E_{\text{τριγώνου}} = (\text{βάση} \times \text{ύψος}) \div 2$$



Παράδειγμα:

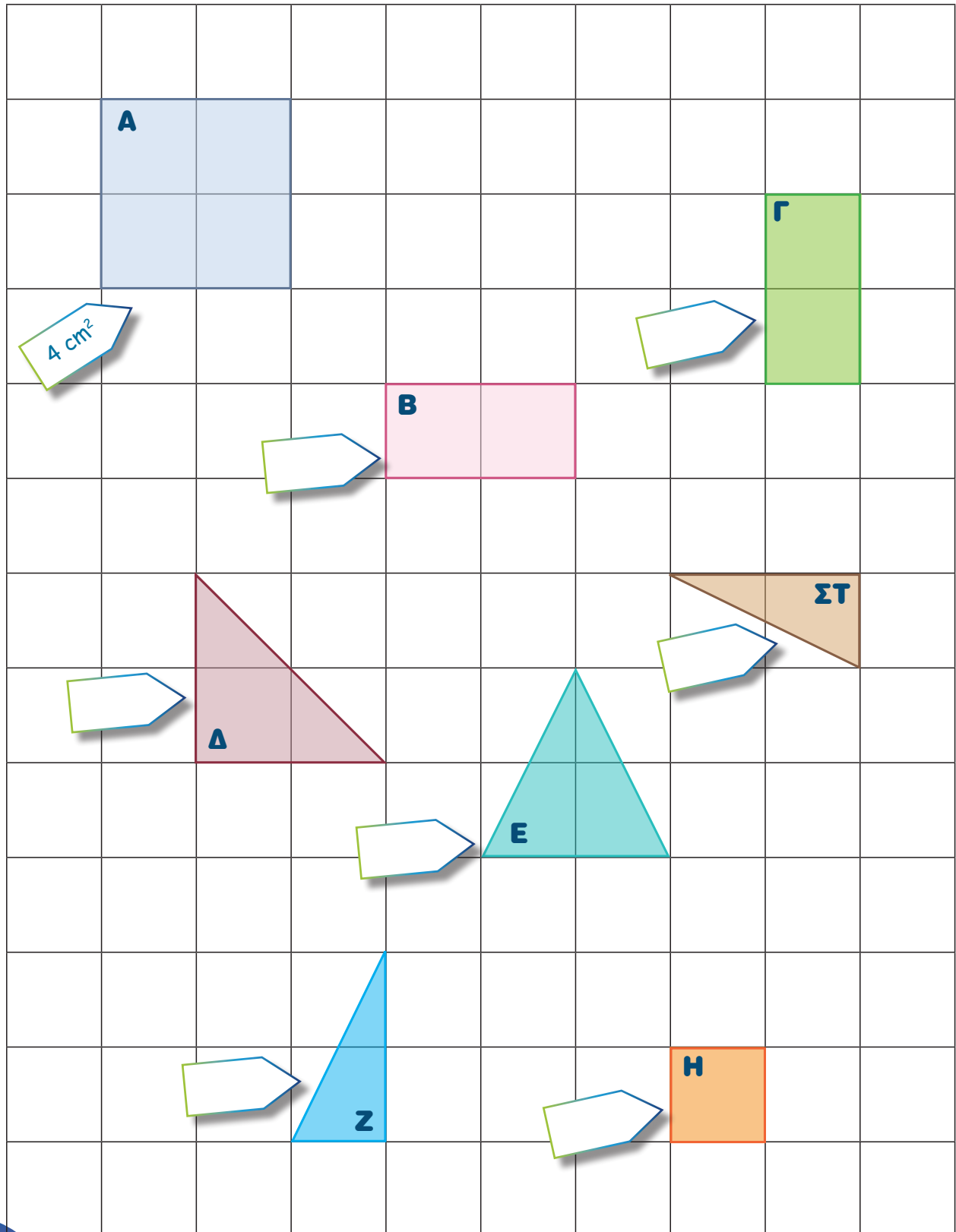
$$\Pi_{\text{τριγώνου}} = 3 + 4 + 5 = 12 \text{ cm}$$

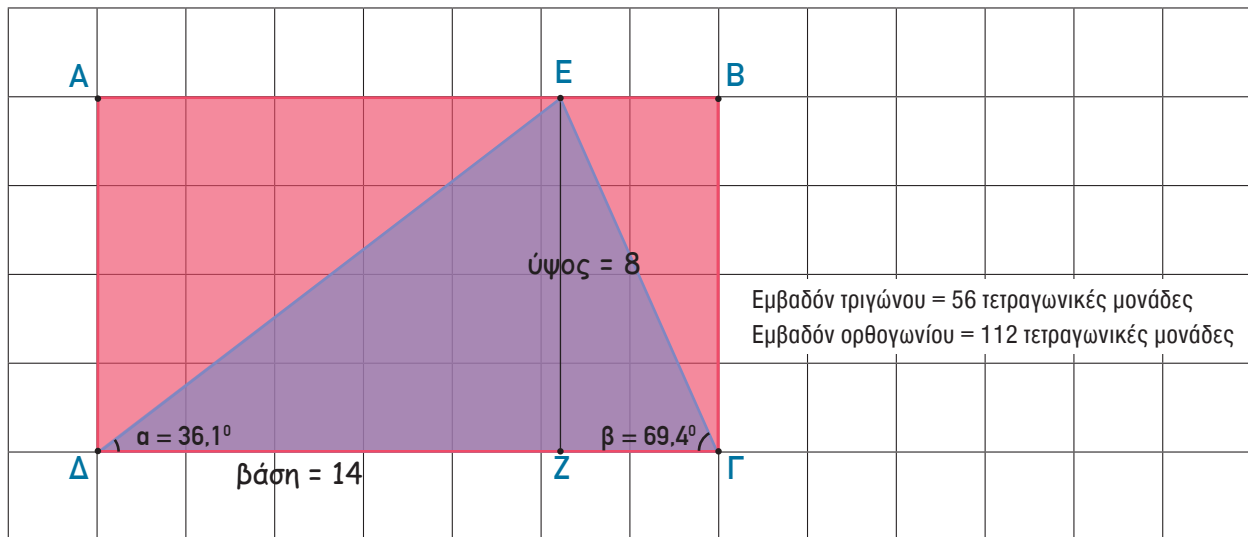
$$E_{\text{τριγώνου}} = (4 \times 3) \div 2 = 12 \div 2 = 6 \text{ cm}^2$$





Να υπολογίσεις το εμβαδόν των πιο κάτω σχημάτων, αν το Σχήμα Α έχει εμβαδόν  $4 \text{ cm}^2$ . Να αιτιολογήσεις την απάντησή σου.





<https://www.geogebra.org/m/3120415>

(α) Να μετακινήσεις την κορυφή Ε σε διαφορετικές θέσεις κατά μήκος του ΑΒ, για να κατασκευάσεις τρία διαφορετικά τρίγωνα και να συμπληρώσεις τον πίνακα.

Τρίγωνο	Βάση (μον.)	Ύψος (μον.)	Εμβαδόν Τριγώνου (τ. μον.)	Εμβαδόν Ορθογωνίου (τ. μον.)
Τρίγωνο Α				
Τρίγωνο Β				
Τρίγωνο Γ				

Τι παρατηρείς;

(β) Να μετακινήσεις την κορυφή Α ή την κορυφή Γ, για να σχηματίσεις τα πιο κάτω τρίγωνα και να συμπληρώσεις τον πίνακα.

Τρίγωνο	Βάση (μον.)	Ύψος (μον.)	Εμβαδόν Τριγώνου (τ. μον.)	Εμβαδόν Ορθογωνίου (τ. μον.)
Α	14	3		
Β	14	8		
Γ	10	7		
Δ	12	7		

(γ) Να περιγράψεις τον τρόπο υπολογισμού του εμβαδού ενός τριγώνου.

---



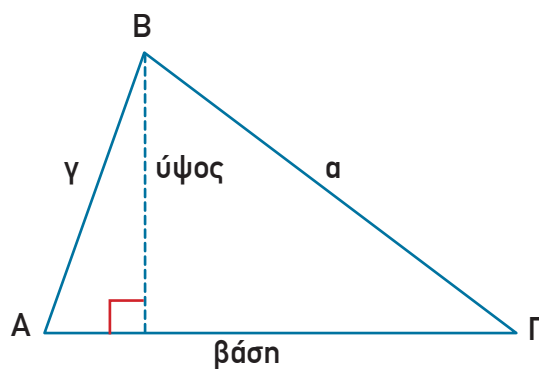
---

# Νέες Έννοιες

## • Εμβαδόν τριγώνου

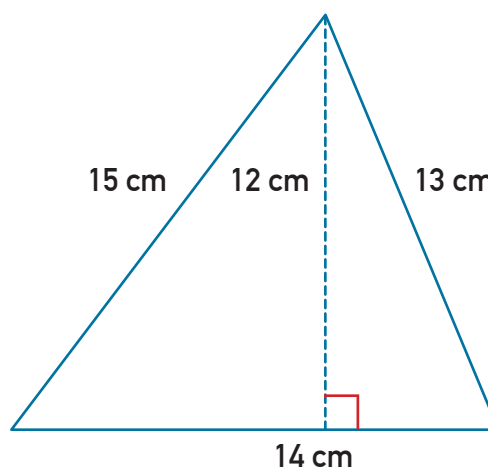
Για τον υπολογισμό του εμβαδού ενός τριγώνου, πολλαπλασιάζουμε τη βάση επί το ύψος του και διαιρούμε δια 2.

$$E_{\text{τριγώνου}} = (\text{βάση} \times \text{ύψος}) \div 2$$



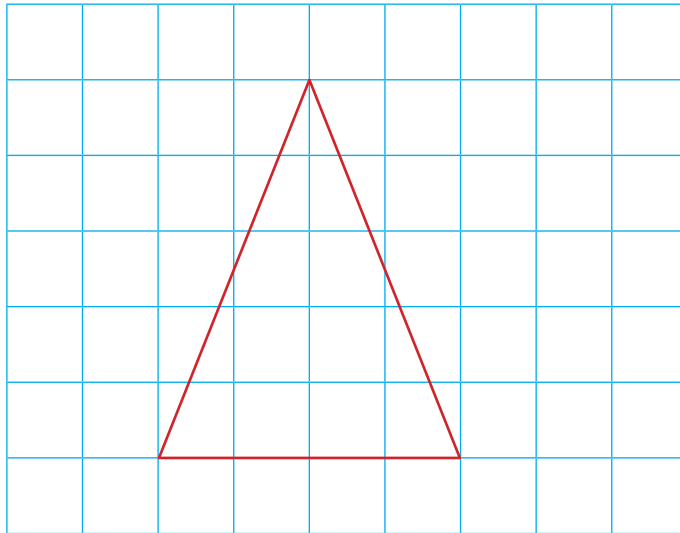
Παράδειγμα:

$$E_{\text{τριγώνου}} = (14 \times 12) \div 2 = 168 \div 2 = 84 \text{ cm}^2$$

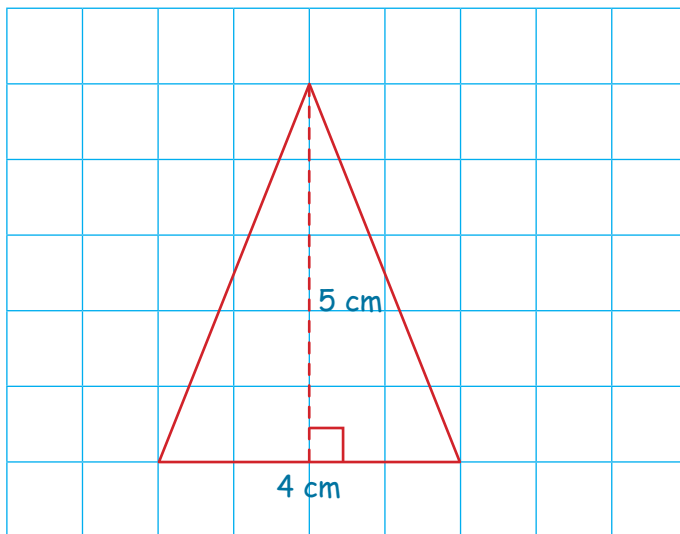


## Παράδειγμα

1. Να υπολογίσεις το εμβαδόν του πιο κάτω τριγώνου.



Λύση:



Η βάση του τριγώνου είναι 4 cm.

Το ύψος του τριγώνου είναι 5 cm.

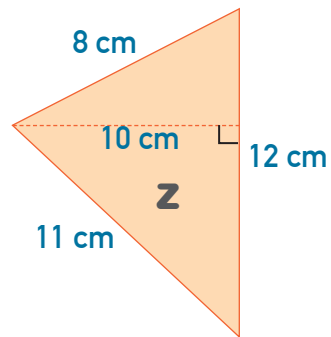
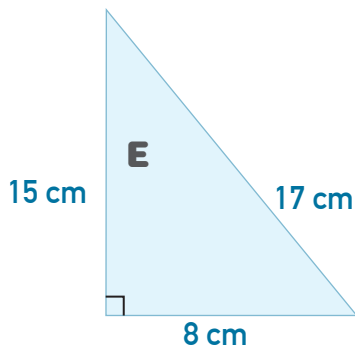
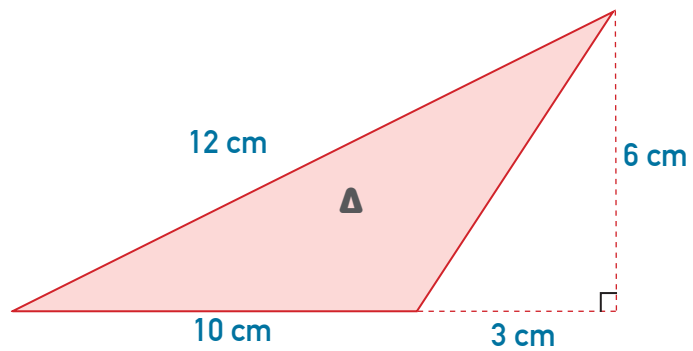
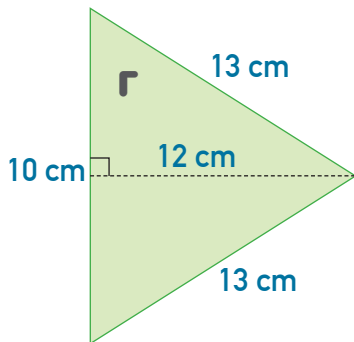
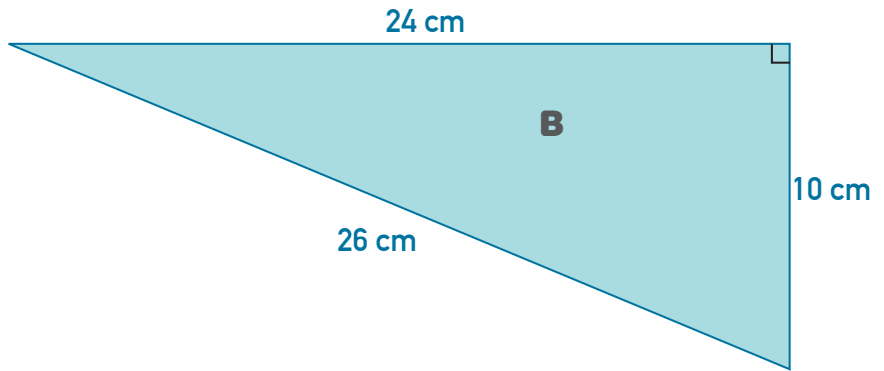
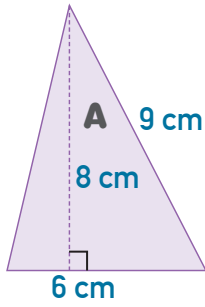
Άρα, το εμβαδόν του τριγώνου είναι:

$$E_{\text{τριγώνου}} = (4 \times 5) \div 2 = 20 \div 2 = 10 \text{ cm}^2$$



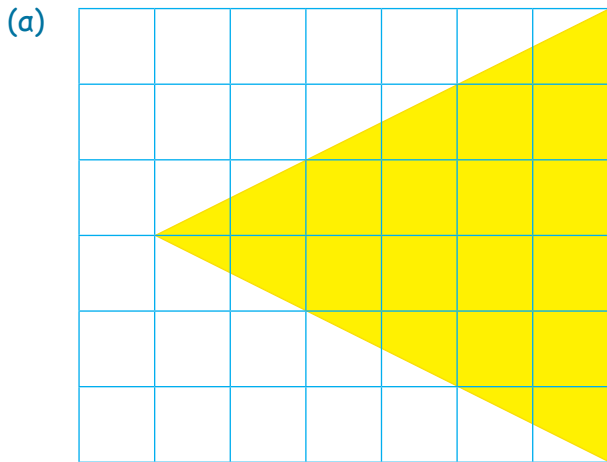
# Δραστηριότητες

1. Να συμπληρώσεις τον πίνακα.

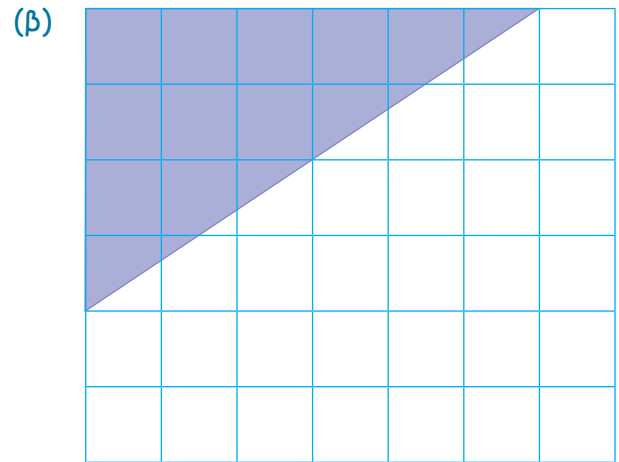


Σχήμα	Βάση (cm)	Ύψος (cm)	Εμβαδόν (cm <sup>2</sup> )
A			
B			
Γ			
Δ			
E			
Z			

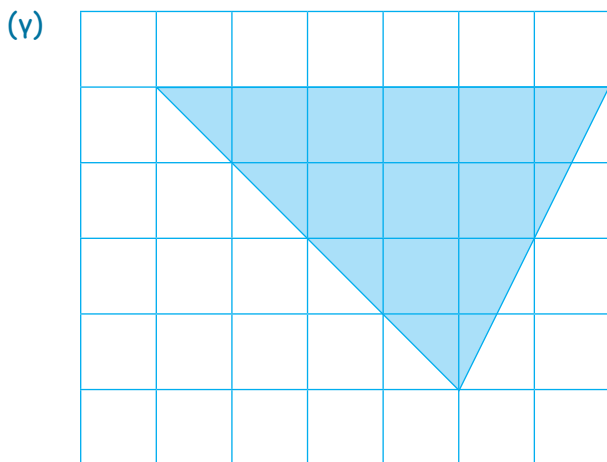
2. Να υπολογίσεις το εμβαδόν των πιο κάτω τριγώνων.



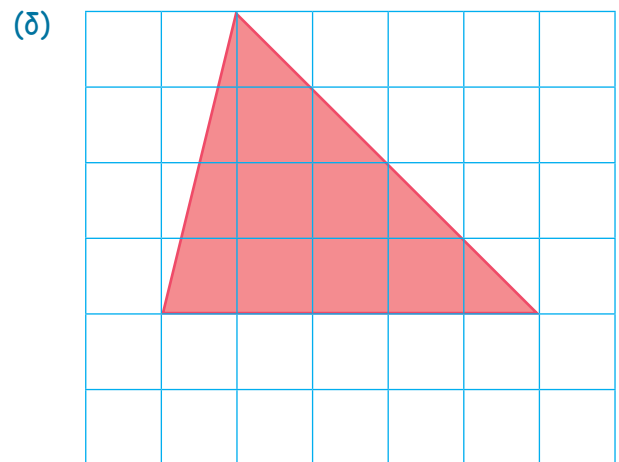
Βάση =  
Ύψος =  
Εμβαδόν =



Βάση =  
Ύψος =  
Εμβαδόν =

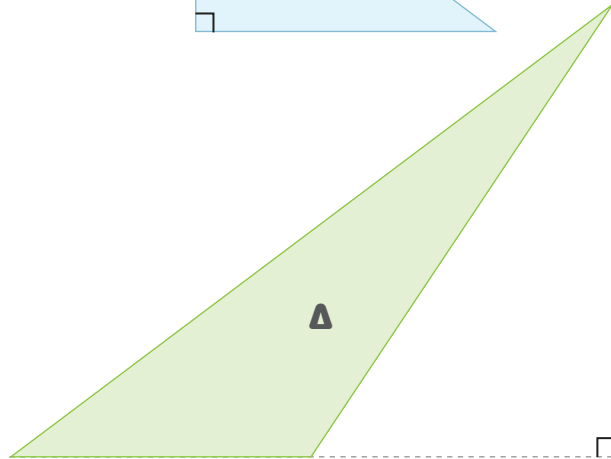
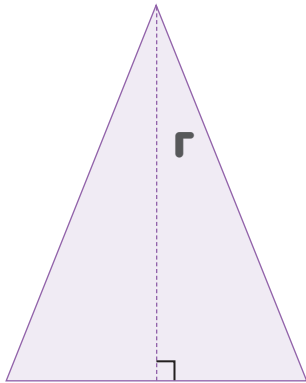
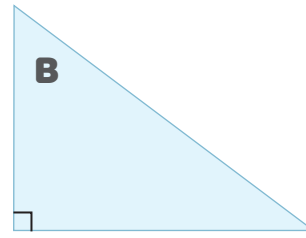
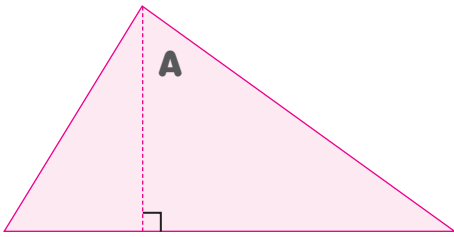


Βάση =  
Ύψος =  
Εμβαδόν =



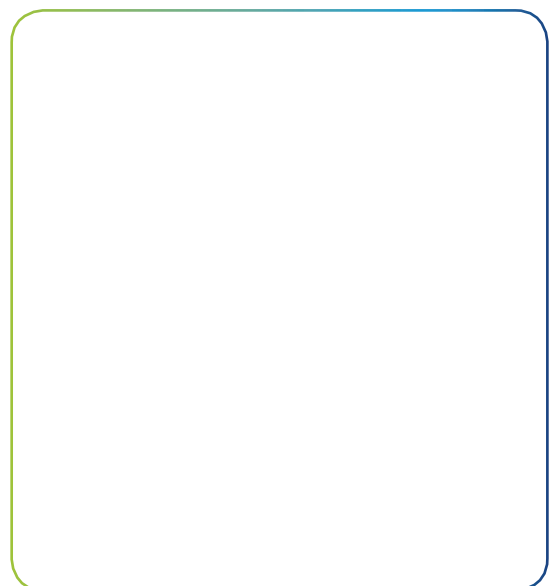
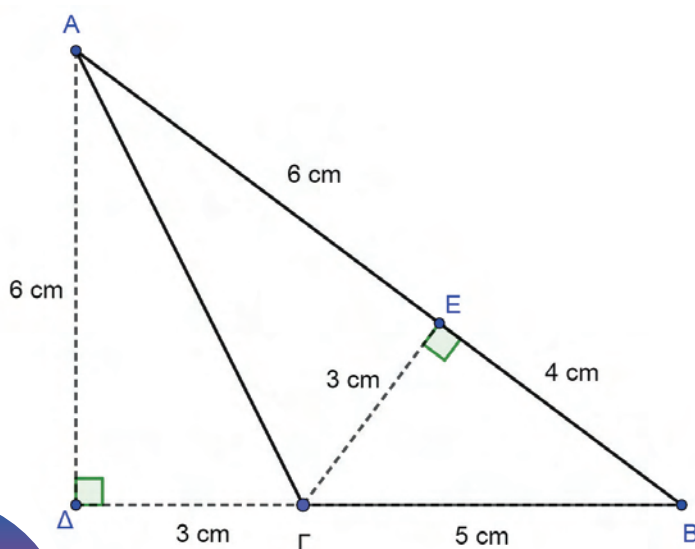
Βάση =  
Ύψος =  
Εμβαδόν =

3. Να μετρήσεις τη βάση και το ύψος κάθε τριγώνου. Στη συνέχεια, να συμπληρώσεις τον πίνακα.

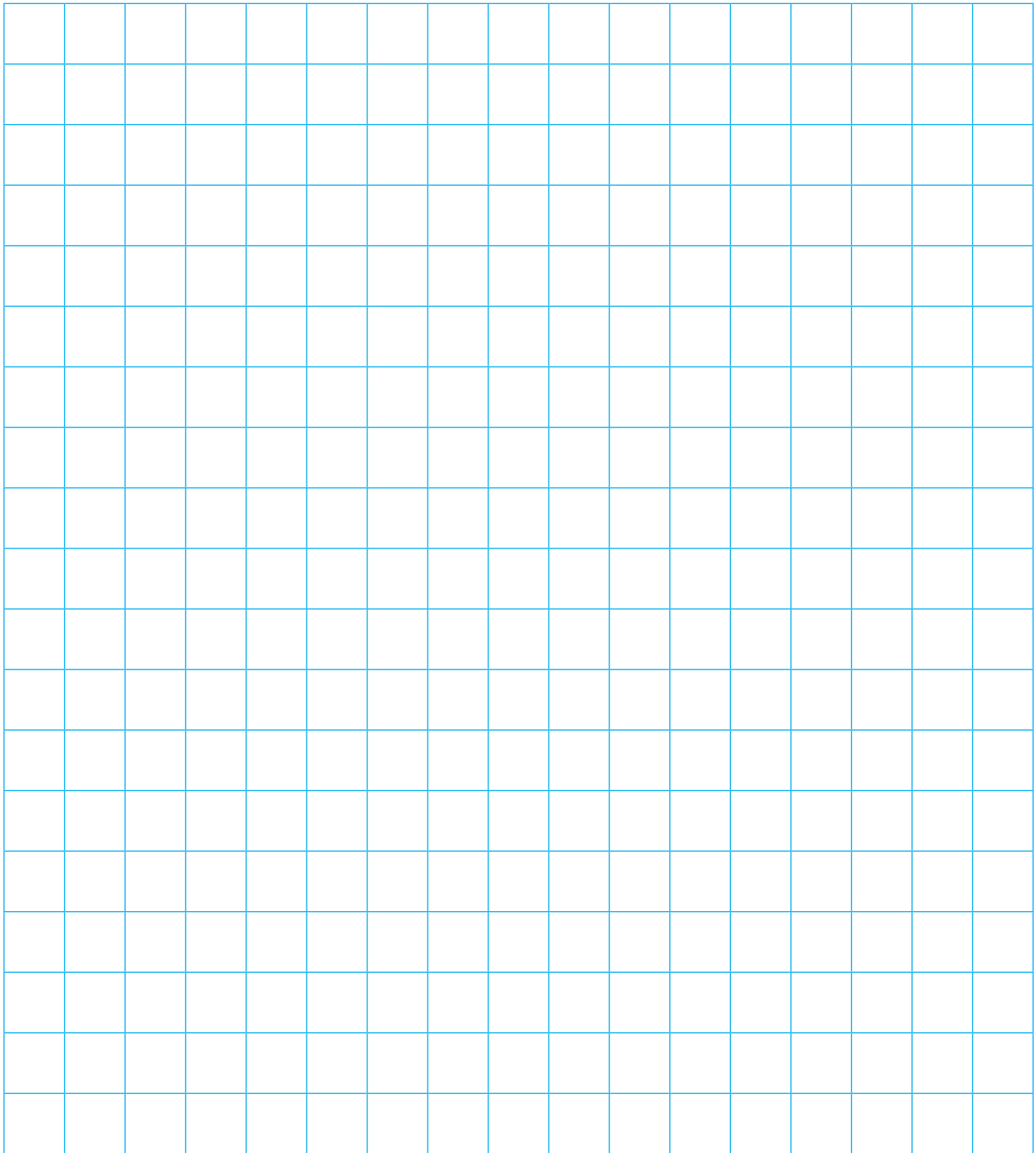


Τρίγωνο	Βάση (cm)	Ύψος (cm)	Εμβαδόν (cm <sup>2</sup> )
A			
B			
Γ			
Δ			

4. Να υπολογίσεις το εμβαδόν του τριγώνου ABΓ με δύο διαφορετικούς τρόπους. Να εξηγήσεις.

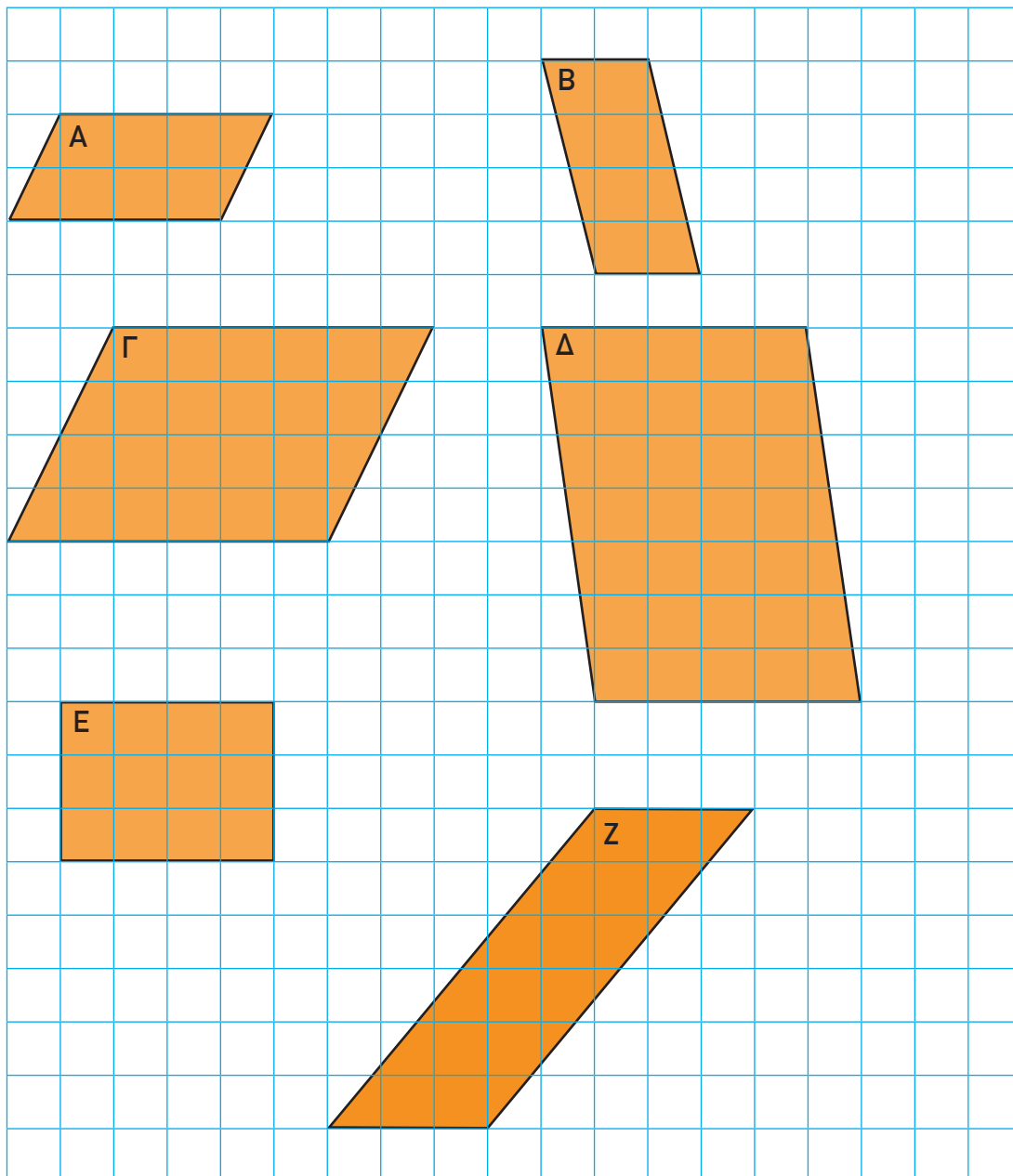


5. Να κατασκευάσεις δύο διαφορετικά τρίγωνα με εμβαδόν  $24 \text{ cm}^2$ .

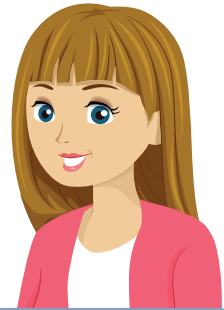


Να υπολογίσεις το εμβαδόν των πιο κάτω παραλληλόγραμμων. Να περιγράψεις τη στρατηγική που χρησιμοποίησες.

Κάθε  είναι ίσο με μια τετραγωνική μονάδα.



Η Χριστίνα θα υπολογίσει το εμβαδόν του παραλληλόγραμμου ΑΒΓΔ, μετασχηματίζοντας το παραλληλόγραμμο σε ορθογώνιο.



Μεταβολή Μήκους Βάσης Παραλληλόγραμμου

Μεγέθυνση/Σμίκρυνση

Μετακίνηση Γαλάζιου Σχήματος

Εμβαδόν Παραλληλόγραμμου = 159.57 τ. μον.  
 Εμβαδόν "Γαλάζιου" Σχήματος = 75.99 τ. μον.  
 Εμβαδόν "Κόκκινου" Σχήματος = 83.57 τ. μον.

16.45 μον.

<https://www.geogebra.org/m/ssUj4epQ>

- (α) Να χρησιμοποιήσεις το εφαρμογίδιο και να περιγράψεις τον τρόπο με τον οποίο εργάστηκε η Χριστίνα.
- (β) Να χρησιμοποιήσεις τους δρομείς, για να κατασκευάσεις παραλληλόγραμμο με διαφορετικές διαστάσεις. Να συμπληρώσεις τον πίνακα.

Σχήμα	Αρχικό Παραλληλόγραμμο			Ορθογώνιο που σχηματίζεται		
	Βάση	Ύψος	Εμβαδόν	Μήκος	Πλάτος	Εμβαδόν
A						
B						
Γ						
Δ						
E						

(γ) Να περιγράψεις έναν τρόπο υπολογισμού του εμβαδού ενός παραλληλόγραμμου, με βάση την εργασία σου στα ερωτήματα (α) και (β).

---



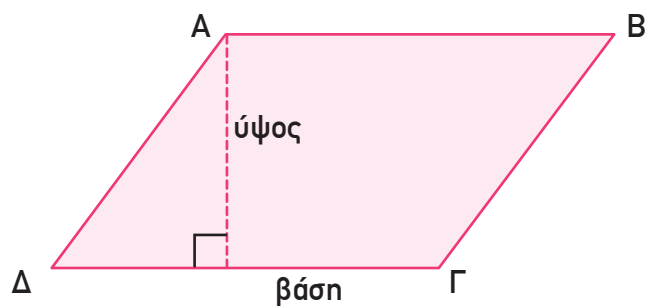
---

# Νέες Έννοιες

## • Εμβαδόν παραλληλόγραμμου

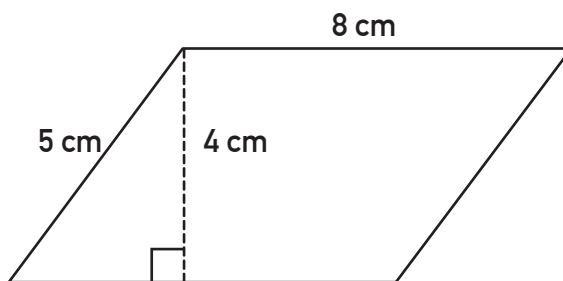
Για τον υπολογισμό του εμβαδού ενός παραλληλόγραμμου, πολλαπλασιάζουμε τη βάση επί το ύψος του.

$$E_{\text{παραλληλόγραμμου}} = \text{βάση} \times \text{ύψος}$$



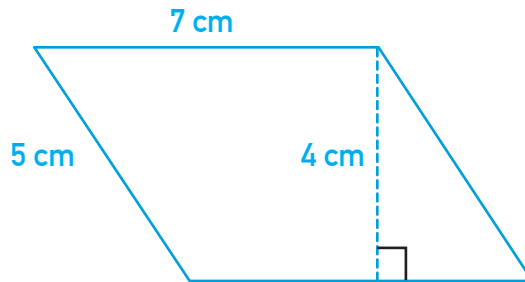
Παράδειγμα:

$$E_{\text{παραλληλόγραμμου}} = 8 \times 4 = 32 \text{ cm}^2$$



## Παράδειγμα

1. Να υπολογίσεις το εμβαδόν του παραλληλόγραμμου.



**Λύση:**

Η βάση του παραλληλόγραμμου είναι 7 cm.

Το ύψος του παραλληλόγραμμου είναι 4 cm.

Άρα, το εμβαδόν του παραλληλόγραμμου είναι:

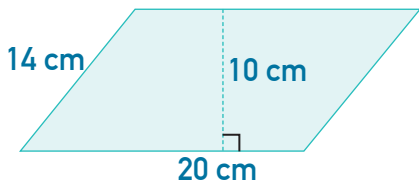
$$E_{\text{παραλληλόγραμμου}} = 7 \times 4 = 28 \text{ cm}^2$$



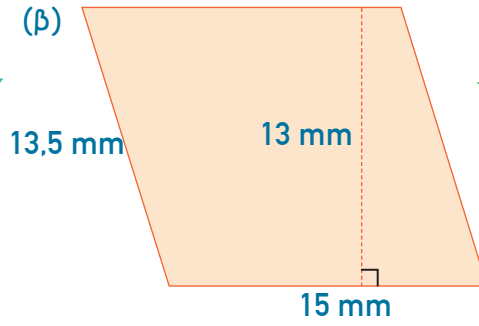
# Δραστηριότητες

1. Να χρωματίσεις με κόκκινο χρώμα τη βάση και το ύψος κάθε παραλληλόγραμμου. Να υπολογίσεις το εμβαδόν του παραλληλόγραμμου.

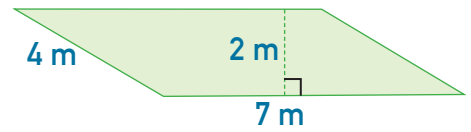
(α)



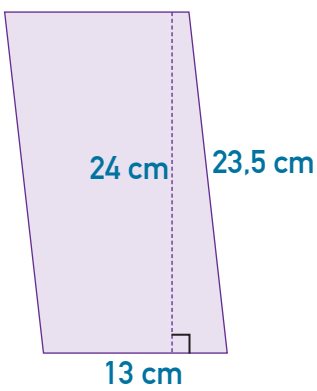

(β)



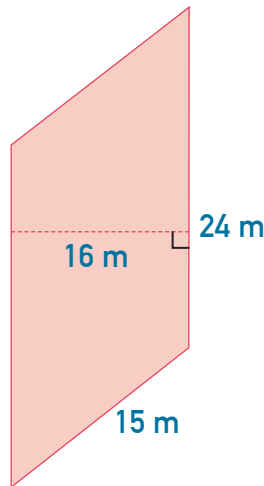

(γ)



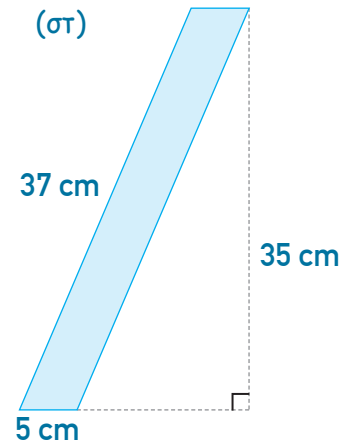

(δ)



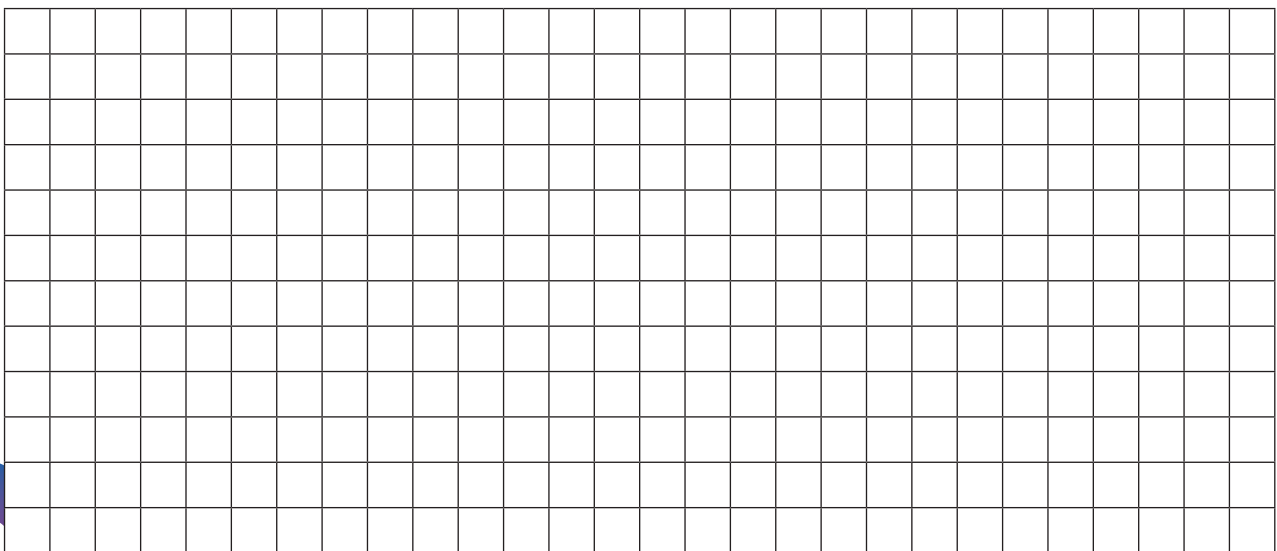

(ε)



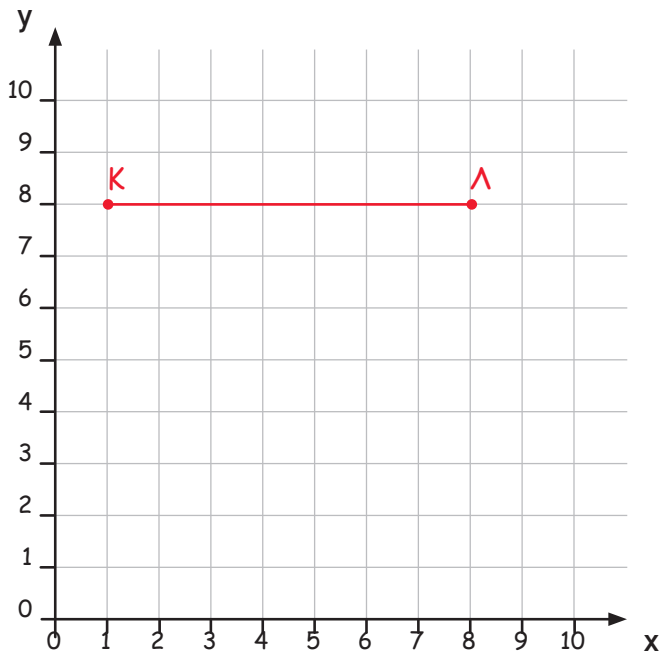

(στ)




2. Να σχεδιάσεις στο πιο κάτω πλέγμα δύο διαφορετικά παραλληλόγραμμα με εμβαδόν 24 τετραγωνικές μονάδες.

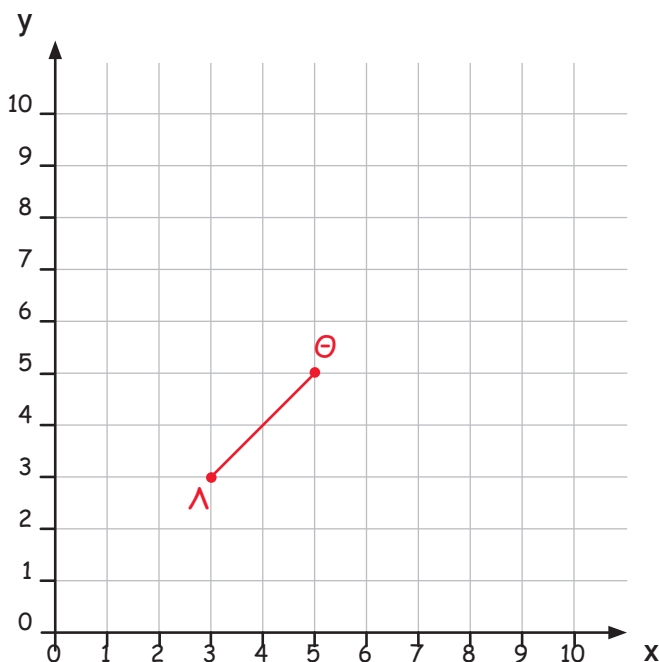


- (α) Στο πλέγμα έχει κατασκευαστεί μια από τις πλευρές του παραλληλόγραμμου ΚΛΜΝ. Αν η κορυφή Μ έχει συντεταγμένες (9,3), να κατασκευάσεις το παραλληλόγραμμο και να γράψεις τις συντεταγμένες της κορυφής Ν.



N ( \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_ )

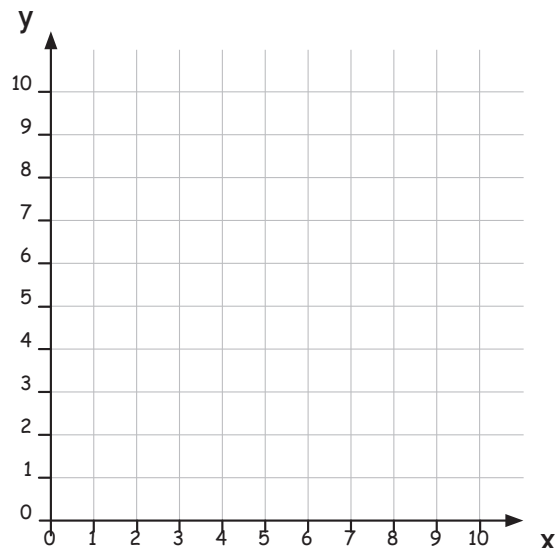
- (β) Στο πλέγμα έχει κατασκευαστεί μια από τις πλευρές του παραλληλόγραμμου ΘΙΚΛ. Αν η κορυφή Κ έχει συντεταγμένες (6,3), να κατασκευάσεις το παραλληλόγραμμο και να γράψεις τις συντεταγμένες της κορυφής Ι.



I ( \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_ )

# Νέες Έννοιες

- **Ορθοκανονικό σύστημα αξόνων** ονομάζουμε δύο κάθετους αριθμημένους άξονες, έναν οριζόντιο και έναν κατακόρυφο, με σημείο τομής τους το μηδέν του κάθε άξονα.

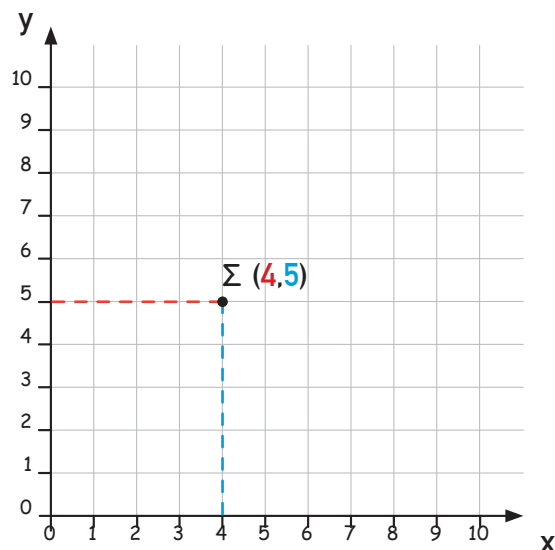


- Η θέση του σημείου  $\Sigma$  προσδιορίζεται από το ζεύγος των αριθμών  $(4,5)$ .

Το ζεύγος αυτό ονομάζεται **διατεταγμένο ζεύγος**, γιατί έχει σημασία η διάταξη, δηλαδή η σειρά με την οποία γράφονται οι αριθμοί που το αποτελούν.

Οι αριθμοί αυτοί ονομάζονται **συντεταγμένες** του σημείου  $\Sigma$ .

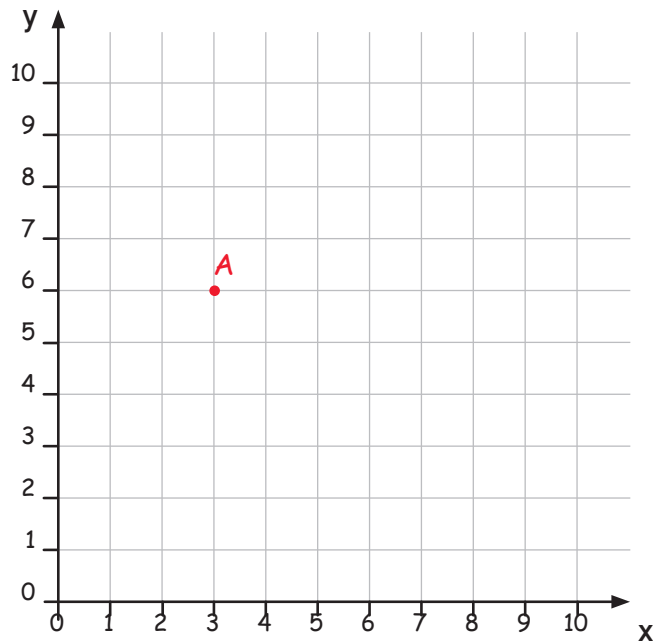
Για να αναφερθούμε στο σημείο  $\Sigma$ , γράφουμε  $\Sigma (4,5)$ .



- Το σημείο τομής των αξόνων με συντεταγμένες  $(0,0)$  ονομάζεται **αρχή των αξόνων**.

## Παράδειγμα

1. Στο πλέγμα έχει τοποθετηθεί η κορυφή  $A$  του ορθογωνίου τριγώνου  $AB\Gamma$ . Αν η κορυφή  $B$  έχει συντεταγμένες  $(8,3)$ , να κατασκευάσεις το τρίγωνο και να γράψεις τις συντεταγμένες της κορυφής  $\Gamma$ .

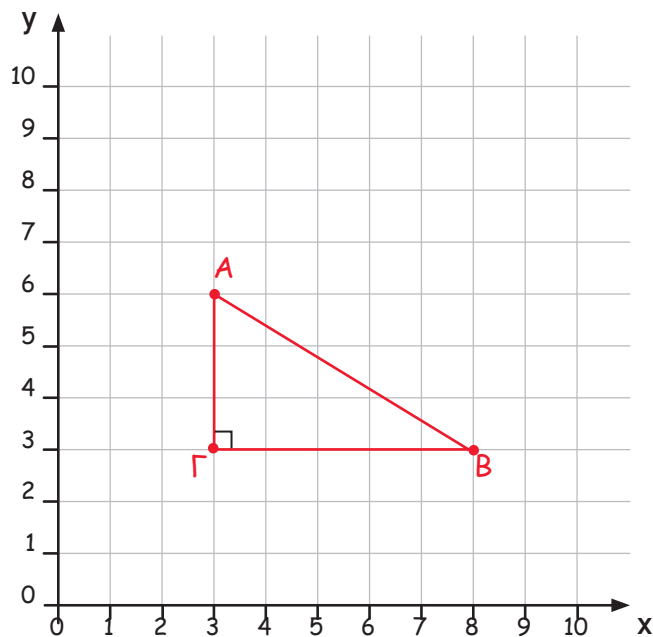


### Λύση:

Τοποθετούμε στο πλέγμα τις κορυφές  $A$  και  $B$ .

Στη συνέχεια, τοποθετούμε την κορυφή  $\Gamma$ , ώστε η γωνία  $\hat{\Gamma}$  να είναι ορθή.

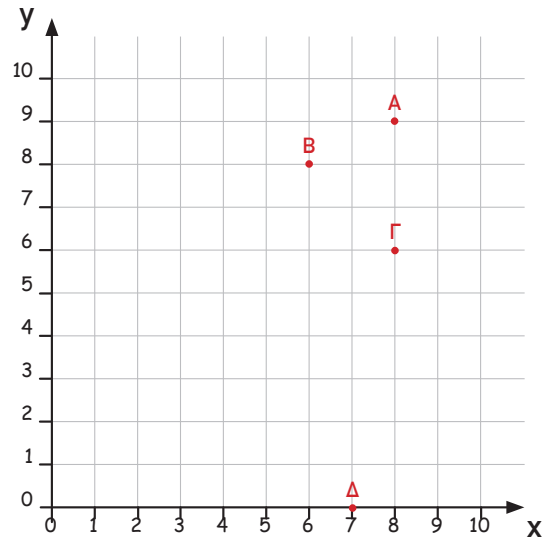
Η κορυφή  $\Gamma$  έχει συντεταγμένες  $(3,3)$ .



1. Να βάλεις σε κύκλο την ορθή απάντηση.

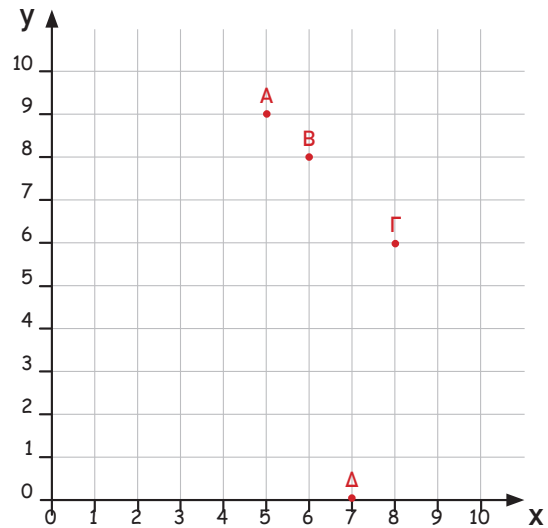
(α) Ποιο σημείο έχει συντεταγμένες (8,6):

- (i) το Α
- (ii) το Β
- (iii) το Γ
- (iv) το Δ
- (v) το Β και Δ



(β) Ποιες είναι οι συντεταγμένες του σημείου Δ:

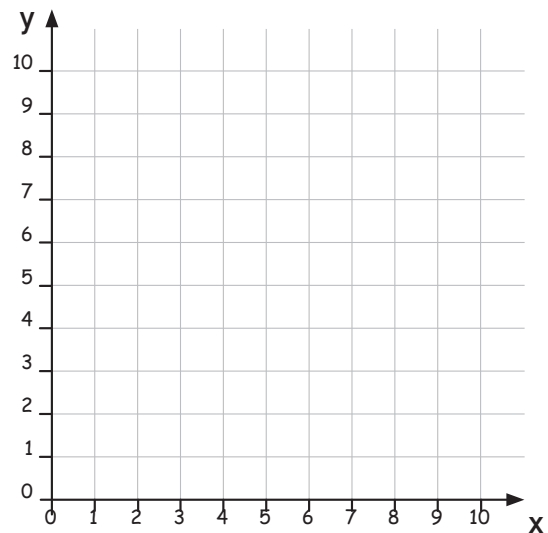
- (i) (5,9)
- (ii) (8,6)
- (iii) (6,8)
- (iv) (0,7)
- (v) (7,0)



2. Να κατασκευάσεις το ορθογώνιο ΔΕΖΗ και να γράψεις τις συντεταγμένες της κορυφής Η.

Δ (3,3) Ε (3,1)

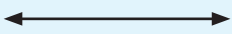
Ζ (7,1) Η ( ——— , ——— )



# Δραστηριότητες ενότητας


1. Να βάλεις σε κύκλο την κατάλληλη ονομασία, όπως στο παράδειγμα.

Παράδειγμα:




**ευθεία**  
ημιευθεία  
ευθύγραμμο τμήμα

(α)




ευθεία  
ημιευθεία  
ευθύγραμμο τμήμα

(β)




ευθεία  
ημιευθεία  
ευθύγραμμο τμήμα

(γ)



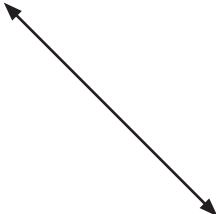
ευθεία  
ημιευθεία  
ευθύγραμμο τμήμα

(δ)



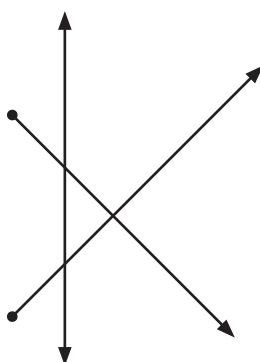
ευθεία  
ημιευθεία  
ευθύγραμμο τμήμα

(ε)

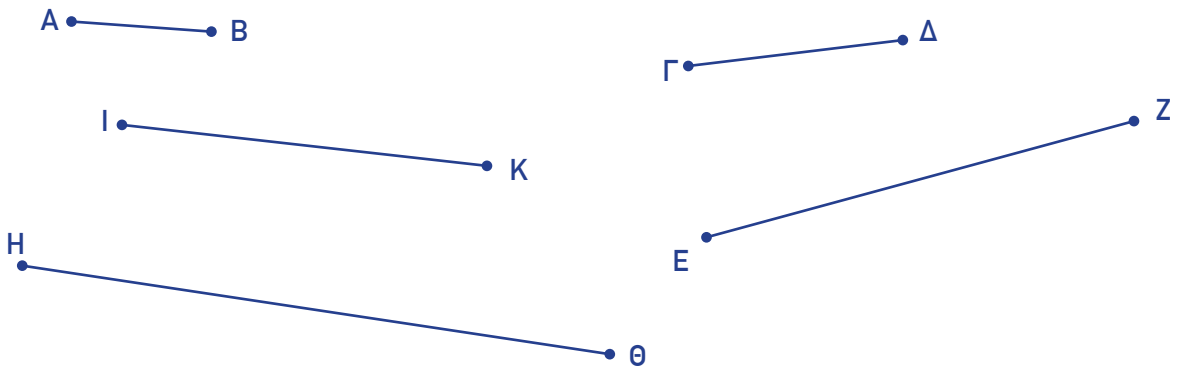


ευθεία  
ημιευθεία  
ευθύγραμμο τμήμα

2. Να σημειώσεις στην πιο κάτω κατασκευή με κόκκινο χρώμα τις ευθείες και με πράσινο χρώμα τις ημιευθείες.

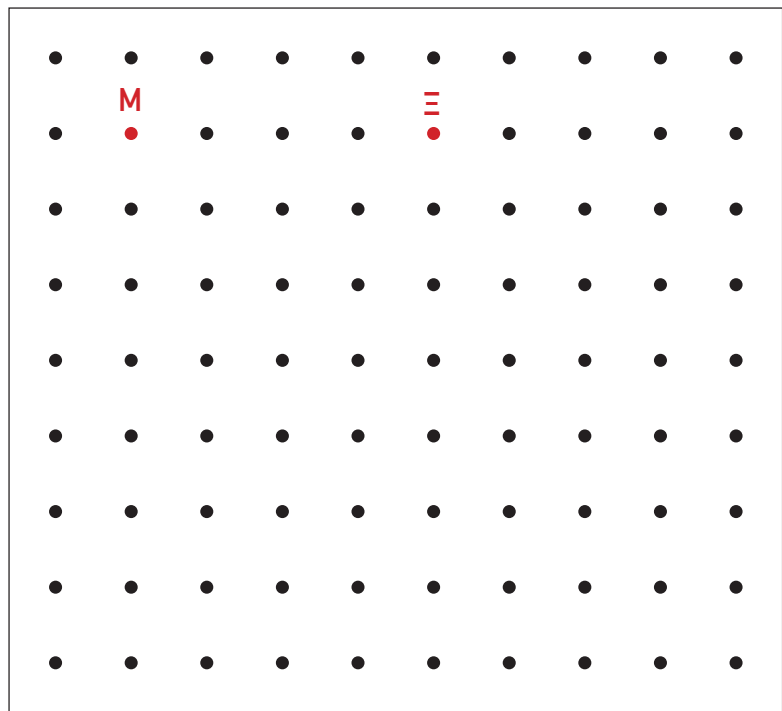


3. Να χρησιμοποιήσεις τον χάρακά σου, για να βρεις το ευθύγραμμο τμήμα που έχει τριπλάσιο μήκος από το ευθύγραμμο τμήμα AB.

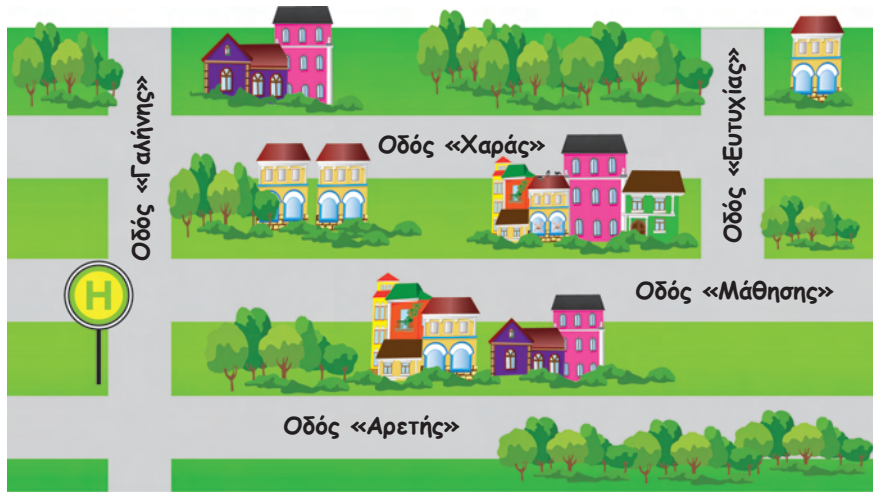


4. Να κατασκευάσεις στο πιο κάτω πλέγμα:

- Μια ημιευθεία που να ξεκινά από το σημείο M και να περνά από το σημείο Ξ.
- Ένα ευθύγραμμο τμήμα MN με μήκος 4 μονάδες.
- Μια ευθεία που να περνά από τα σημεία N και Ξ.



5.



(α) Να γράψεις δύο οδούς που είναι παράλληλες μεταξύ τους.

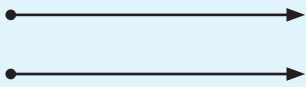


(β) Να γράψεις δύο οδούς που είναι κάθετες μεταξύ τους.



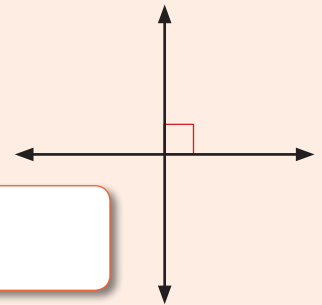
6. Να συμπληρώσεις, όπως στο παράδειγμα.

Παράδειγμα:

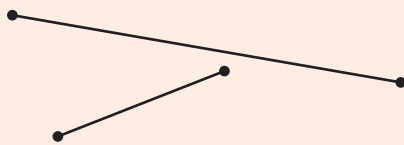


Οι δύο ημιευθείες είναι παράλληλες μεταξύ τους.

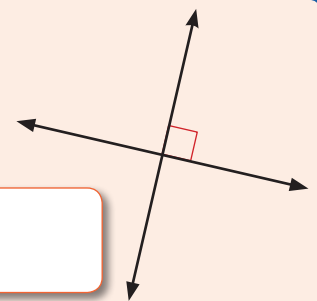
(α)



(β)

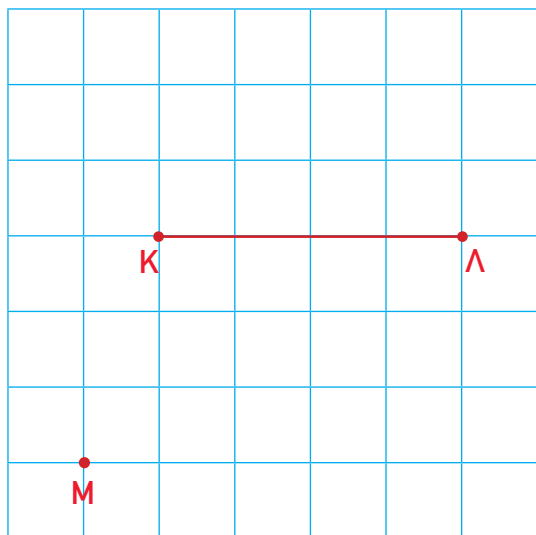


(γ)

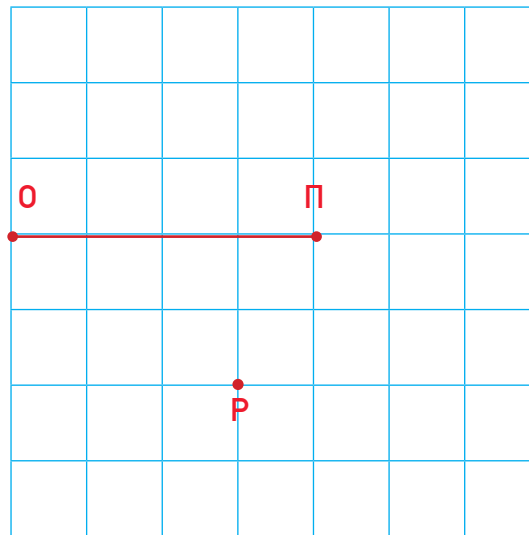




7. (α) Να κατασκευάσεις ένα ευθύγραμμο τμήμα που να είναι παράλληλο με το ευθύγραμμο τμήμα ΚΛ και να περνά από το σημείο Μ.

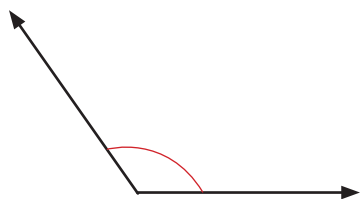


(β) Από το σημείο Ρ, να φέρεις ευθύγραμμο τμήμα που να τέμνει κάθετα το ευθύγραμμο τμήμα ΟΠ.



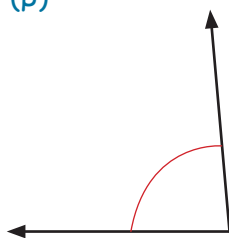
8. Να βάλεις σε κύκλο την ορθή εκτίμηση για το μέτρο κάθε γωνίας.

(α)



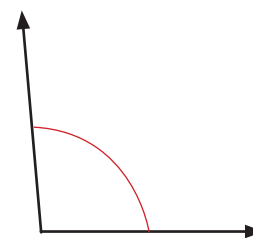
- A.  $85^\circ$
- B.  $90^\circ$
- Γ.  $135^\circ$

(β)



- A.  $5^\circ$
- B.  $85^\circ$
- Γ.  $105^\circ$

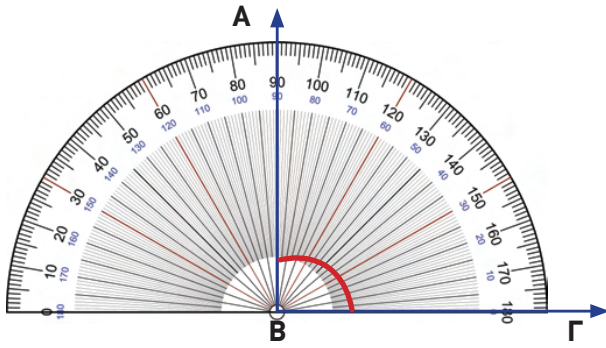
(γ)



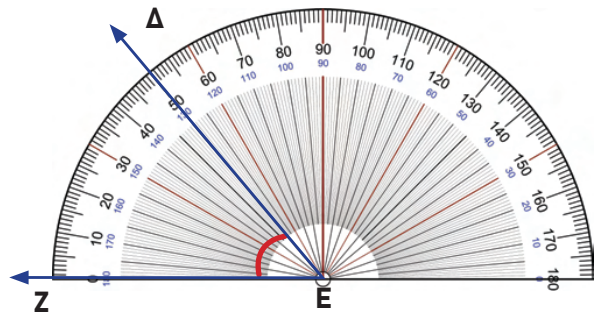
- A.  $75^\circ$
- B.  $90^\circ$
- Γ.  $95^\circ$

9. Να γράψεις το μέτρο της κάθε γωνίας.

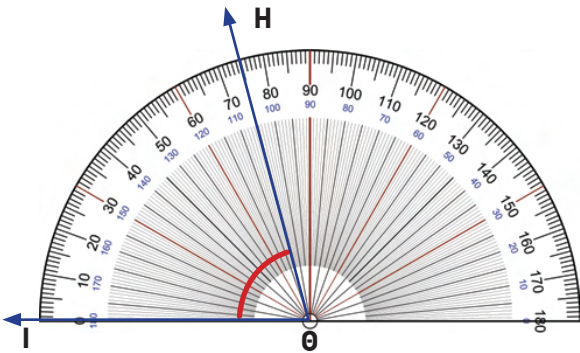
(α)



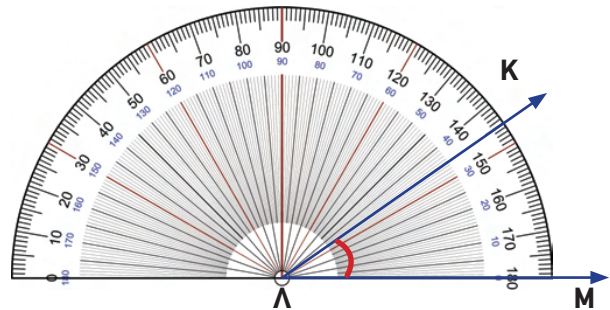

(β)




(γ)

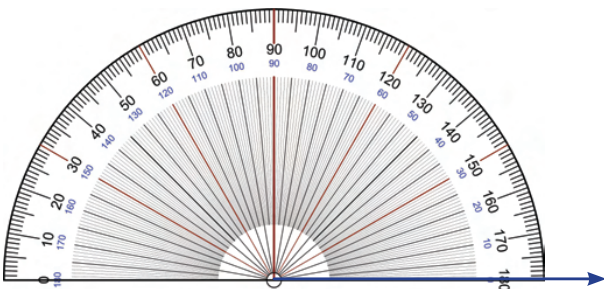



(δ)

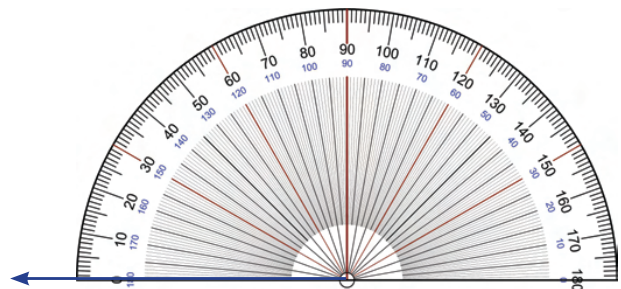



10. Να σχεδιάσεις γωνίες με βάση το μέτρο που δίνεται.

(α)  $80^\circ$

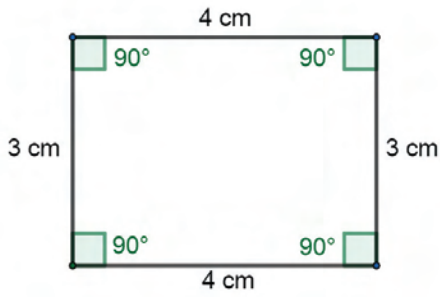


(β)  $130^\circ$



11. Ποια από τα πιο κάτω σχήματα είναι παραλληλόγραμμα; Να αιτιολογήσεις την απάντησή σου.

(α)

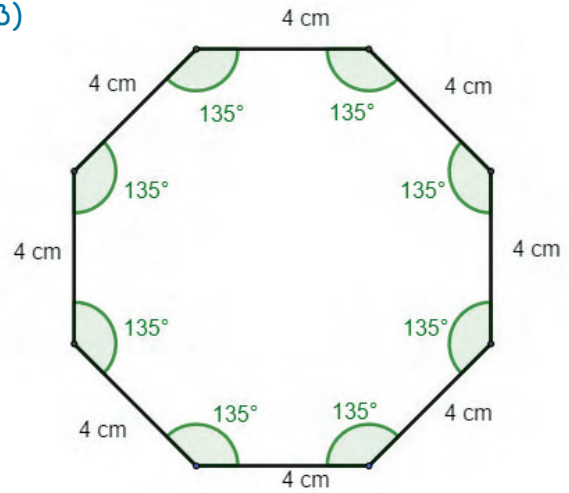



---



---

(β)

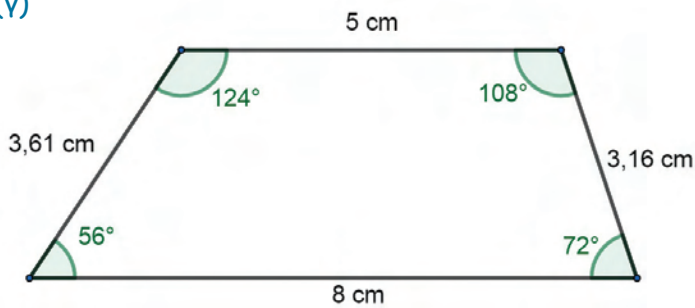



---



---

(γ)

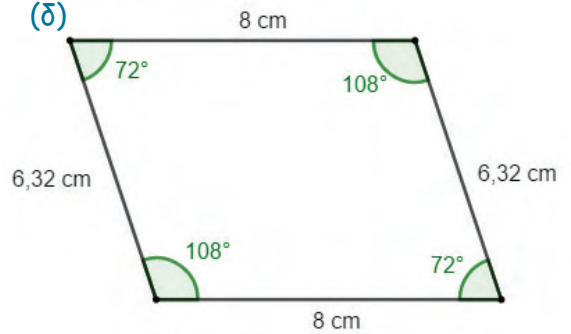



---



---

(δ)

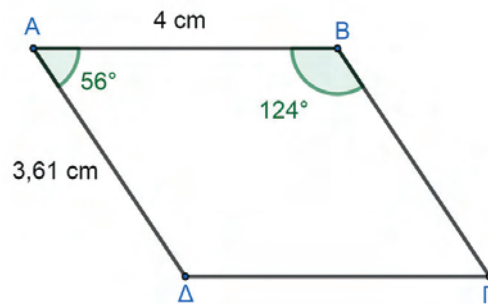



---



---

12. Να υπολογίσεις το μήκος των πλευρών και το μέτρο των γωνιών, αν το πιο κάτω σχήμα είναι παραλληλόγραμμα.



$\Delta\Gamma =$  \_\_\_\_\_

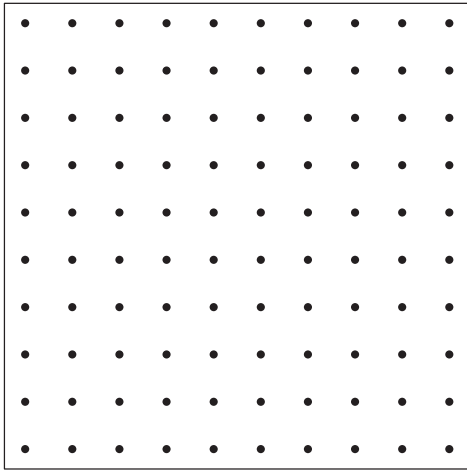
$B\Gamma =$  \_\_\_\_\_

$\hat{A}\Delta\Gamma =$  \_\_\_\_\_

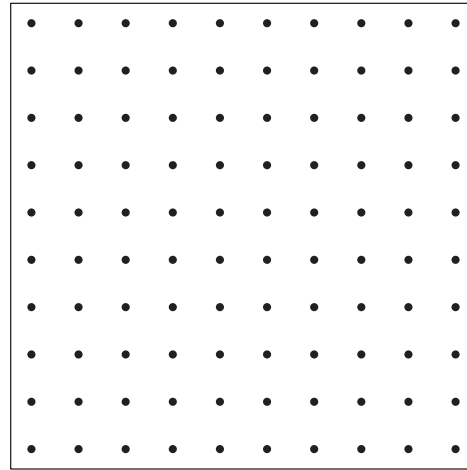
$\hat{\Delta}\Gamma B =$  \_\_\_\_\_

13. Να κατασκευάσεις σε κάθε πλέγμα ένα παραλληλόγραμμο, το οποίο να:

(α) μην έχει ορθές γωνίες

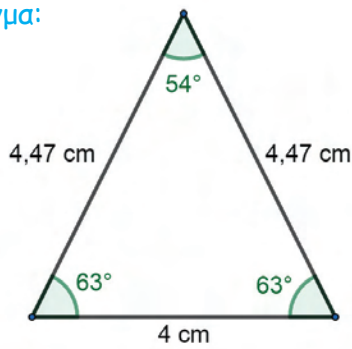


(β) έχει ορθές γωνίες



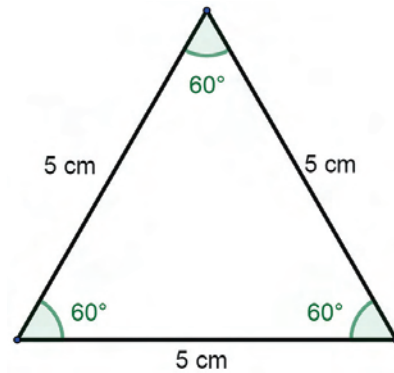
14. Να επιλέξεις μία ονομασία από το πρώτο πλαίσιο και μία από το δεύτερο, για να περιγράψεις κάθε τρίγωνο, όπως στο παράδειγμα.

Παράδειγμα:



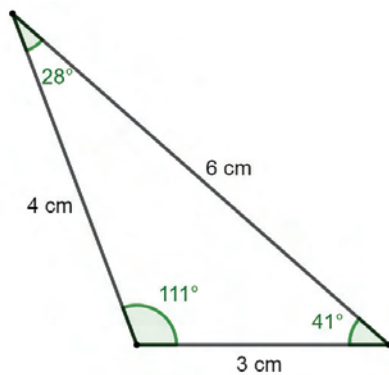
ισόπλευρο	οξυγώνιο
<b>ισοσκελές</b>	αμβλυγώνιο
σκαληνό	ορθογώνιο

(α)



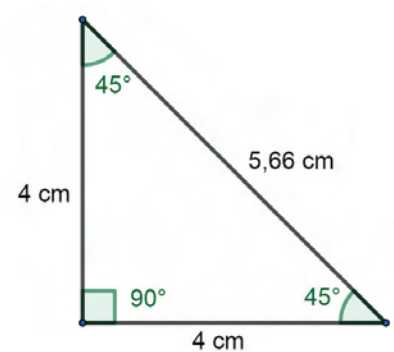
ισόπλευρο	οξυγώνιο
ισοσκελές	αμβλυγώνιο
σκαληνό	ορθογώνιο

(β)



ισόπλευρο	οξυγώνιο
ισοσκελές	αμβλυγώνιο
σκαληνό	ορθογώνιο

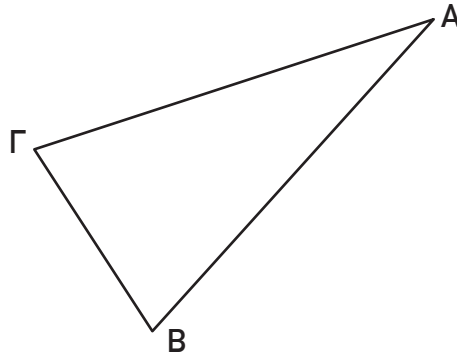
(γ)



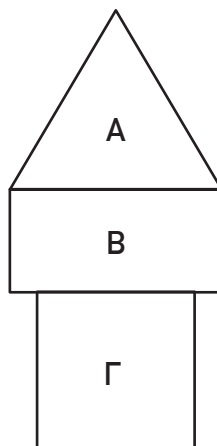
ισόπλευρο	οξυγώνιο
ισοσκελές	αμβλυγώνιο
σκαληνό	ορθογώνιο

15. Να επιλύσεις τα προβλήματα.

(α) Το τρίγωνο  $AB\Gamma$  είναι ισοσκελές και έχει περίμετρο ίση με 20 cm. Οι πλευρές  $AB$  και  $A\Gamma$  είναι και οι δύο διπλάσιες από την πλευρά  $B\Gamma$ . Να υπολογίσεις το μήκος της κάθε πλευράς του τριγώνου.

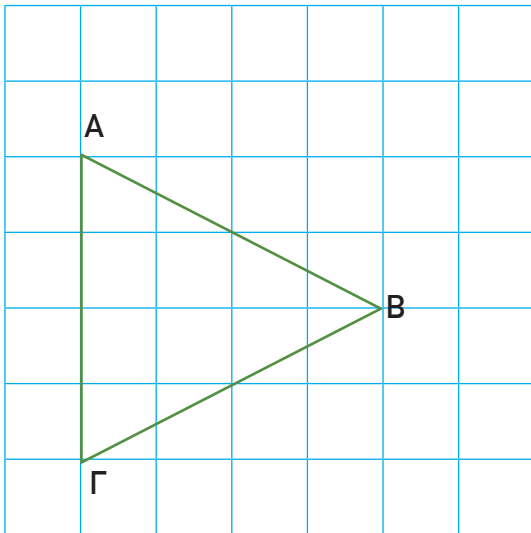


(β) Το ισόπλευρο τρίγωνο  $A$ , το ορθογώνιο  $B$  και το τετράγωνο  $\Gamma$  έχουν ίση περίμετρο. Αν το μήκος της πλευράς του τετραγώνου είναι 9 cm, να υπολογίσεις το μήκος των πλευρών του ορθογωνίου.

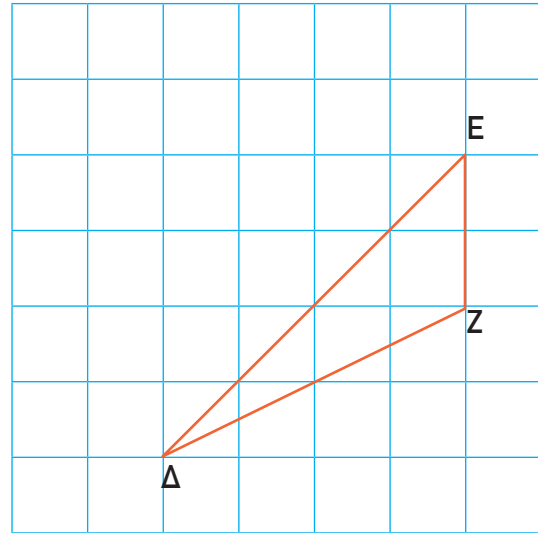


16. Στα πιο κάτω τρίγωνα, να κατασκευάσεις το ύψος που αντιστοιχεί:

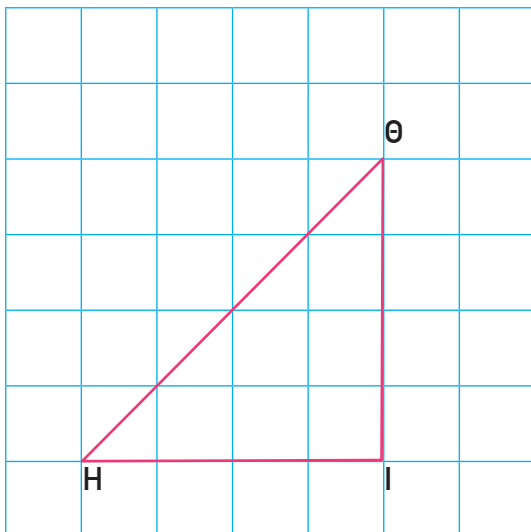
(α) στην πλευρά ΑΓ



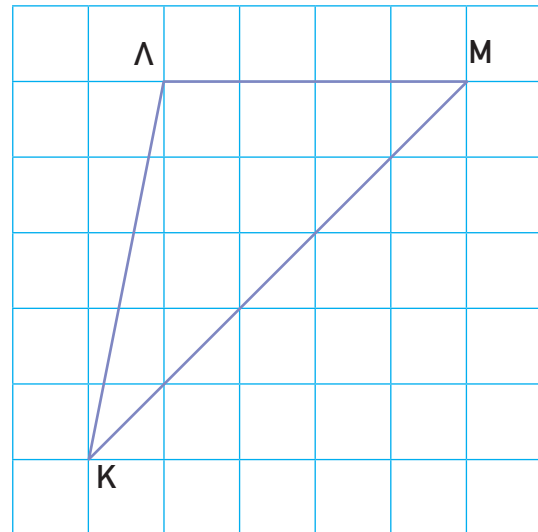
(β) στην πλευρά ZE



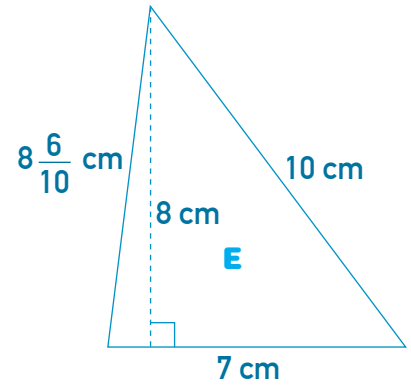
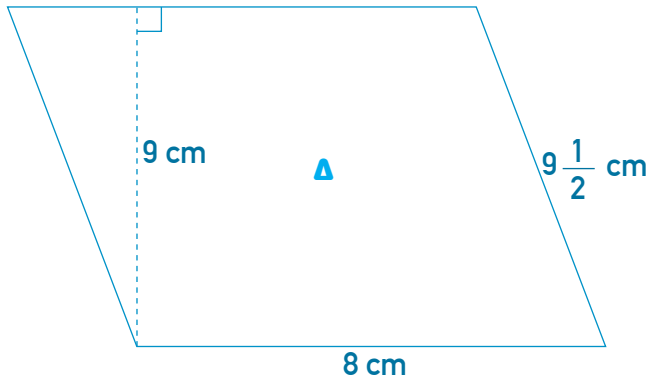
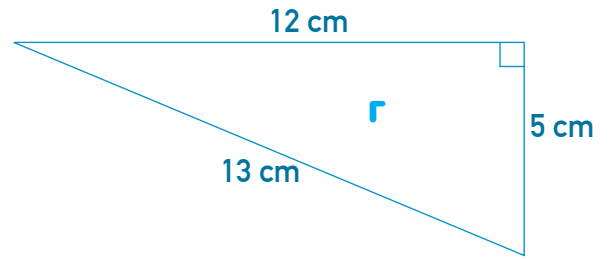
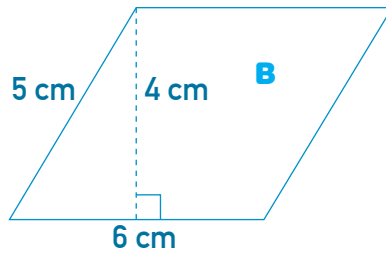
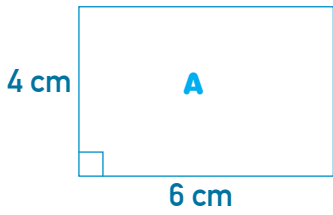
(γ) στην πλευρά ΘΙ



(δ) στην πλευρά ΛΜ

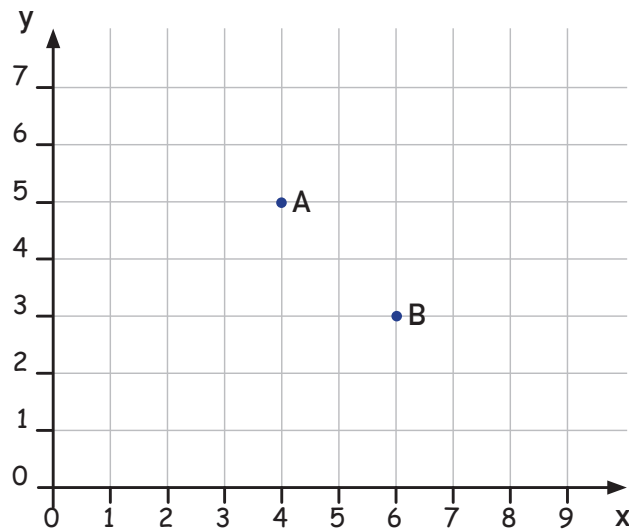


17. Να συμπληρώσεις τον πίνακα.



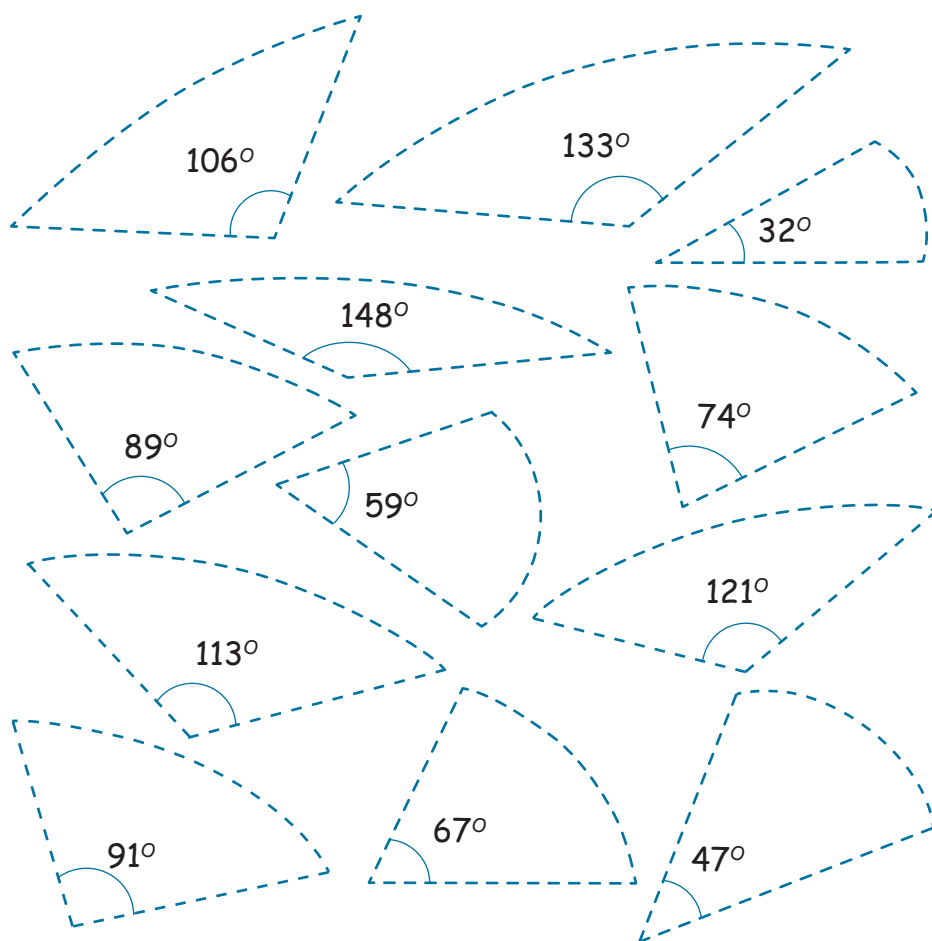
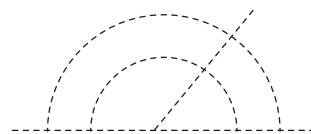
Σχήμα	Βάση (cm)	Ύψος (cm)	Εμβαδόν (cm <sup>2</sup> )
A			
B			
Γ			
Δ			
Ε			

18. Τα σημεία A, B, Γ και Δ αποτελούν τις κορυφές ενός ορθογωνίου. Στο πλέγμα τοποθετήθηκαν τα σημεία A και B.

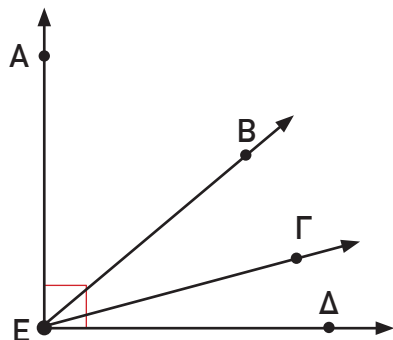


Να γράψεις τις συντεταγμένες των σημείων Γ και Δ.

1. Να χρωματίσεις με το ίδιο χρώμα τους κυκλικούς τομείς που είναι δυνατόν να ενώσεις (με τον τρόπο που φαίνεται στη διπλανή εικόνα), ώστε να σχηματιστεί μία ευθεία γωνία.



2. Να βρεις το μέτρο της γωνίας  $\widehat{B\epsilon\Delta}$ , αν  $\widehat{B\epsilon\Gamma} = 25^\circ$  και  $\widehat{A\epsilon\Gamma} = 75^\circ$ .



A.  $15^\circ$

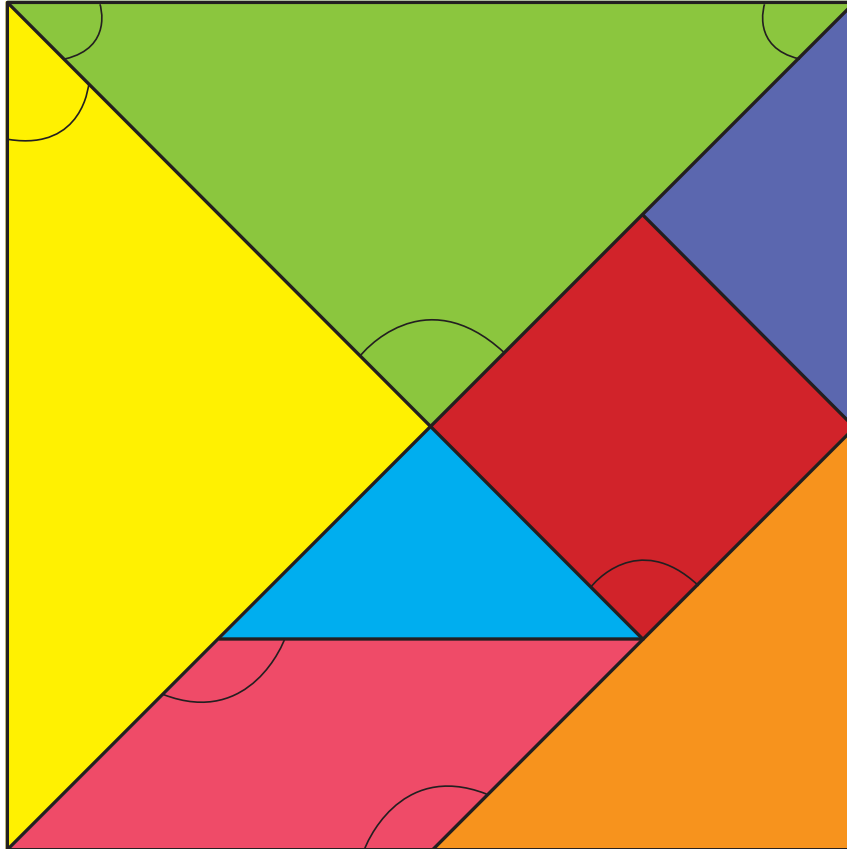
B.  $40^\circ$

Γ.  $50^\circ$

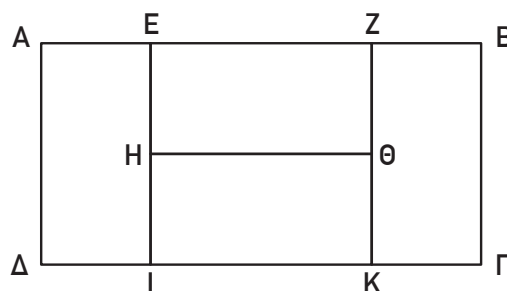
Δ.  $65^\circ$



3. Το μέτρο των γωνιών στο κινέζικο τετράγωνο μπορεί να είναι  $90^\circ$  ή  $45^\circ$  ή  $135^\circ$ . Να γράψεις το μέτρο των γωνιών που είναι σημειωμένες.



4. Τα ορθογώνια ΑΕΙΔ, ΕΖΘΗ, ΗΘΚΙ, ΖΒΓΚ έχουν τις ίδιες διαστάσεις. Αν το ευθύγραμμο τμήμα ΒΓ έχει μήκος 2 cm, ποιο είναι το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος ΑΒ;



A. 4 cm

B. 3 cm

Γ. 2 cm

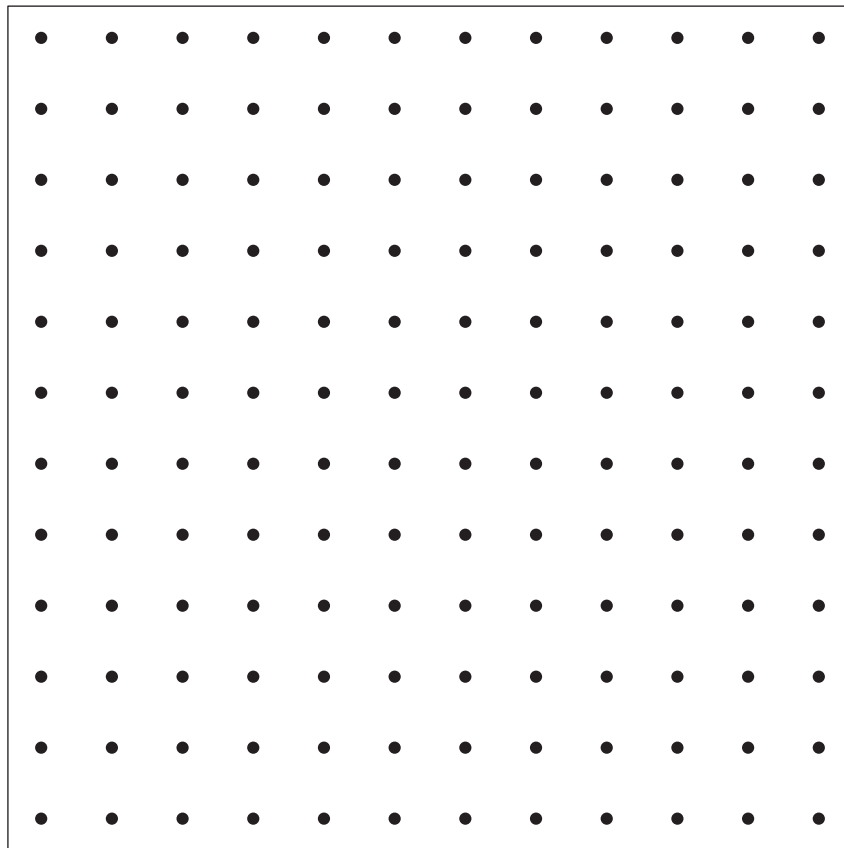
Δ. 1 cm

Ε. 0,5 cm

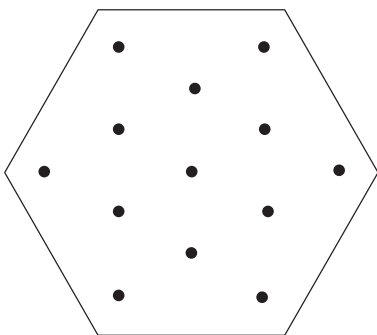
5. Να κατασκευάσεις μόνο 2 σχήματα στον βελονοπίνακα, ώστε:

- ένα από αυτά να είναι παραλληλόγραμμο
- ένα από αυτά να είναι τετράγωνο
- ένα από αυτά να είναι ρόμβος
- ένα από αυτά να είναι τετράπλευρο, αλλά όχι παραλληλόγραμμο.

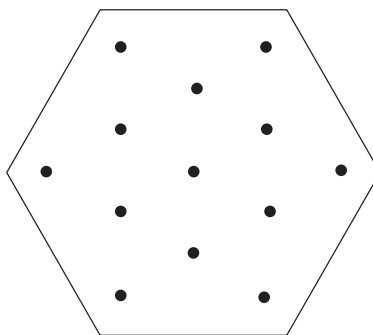
Να εξηγήσεις τον τρόπο σκέψης σου.



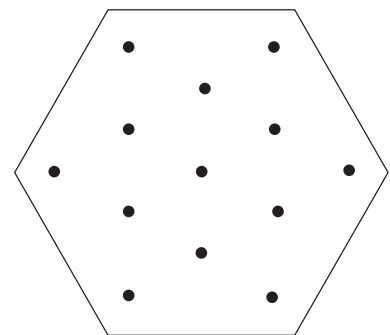
6. Να ενώσεις σημεία σε κάθε πλέγμα, ώστε να κατασκευάσεις το σχήμα που περιγράφεται κάθε φορά.



Ισοσκελές τρίγωνο  
με 3 οξείες γωνίες



Ορθογώνιο, σκαληνό  
τρίγωνο

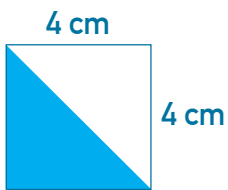


Ισοσκελές τρίγωνο με μία  
αμβλεία γωνία

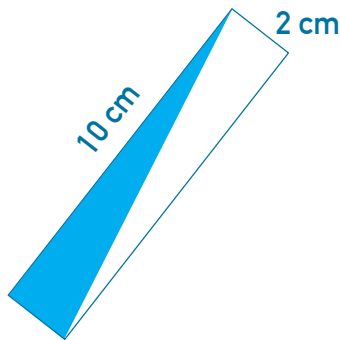
7. Το σχήμα ΑΒΓΔ είναι τετράγωνο. Να φέρεις τη διαγώνιο ΑΓ. Να ονομάσεις τα τρίγωνα που σχηματίζονται ως προς τις γωνίες και ως προς τις πλευρές τους.



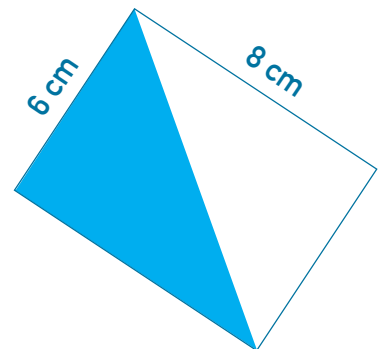
8. Να υπολογίσεις το εμβαδόν των πιο κάτω σχημάτων.



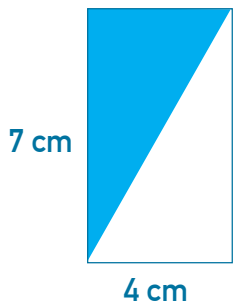
Εμβαδόν ορθογωνίου = \_\_\_\_\_  
 Εμβαδόν τριγώνου = \_\_\_\_\_



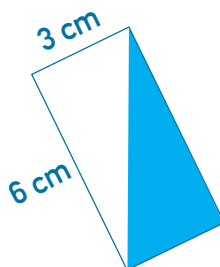
Εμβαδόν ορθογωνίου = \_\_\_\_\_  
 Εμβαδόν τριγώνου = \_\_\_\_\_



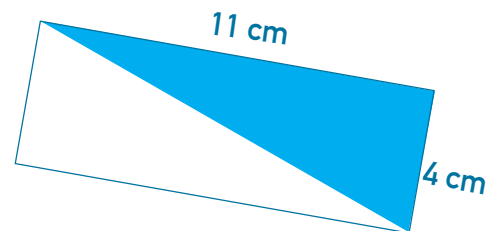
Εμβαδόν ορθογωνίου = \_\_\_\_\_  
 Εμβαδόν τριγώνου = \_\_\_\_\_



Εμβαδόν ορθογωνίου = \_\_\_\_\_  
 Εμβαδόν τριγώνου = \_\_\_\_\_

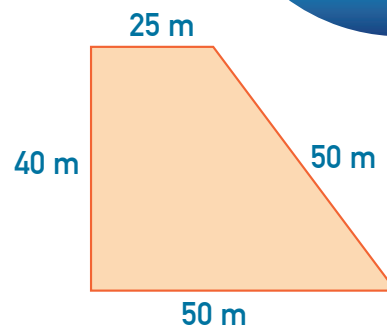


Εμβαδόν ορθογωνίου = \_\_\_\_\_  
 Εμβαδόν τριγώνου = \_\_\_\_\_



Εμβαδόν ορθογωνίου = \_\_\_\_\_  
 Εμβαδόν τριγώνου = \_\_\_\_\_

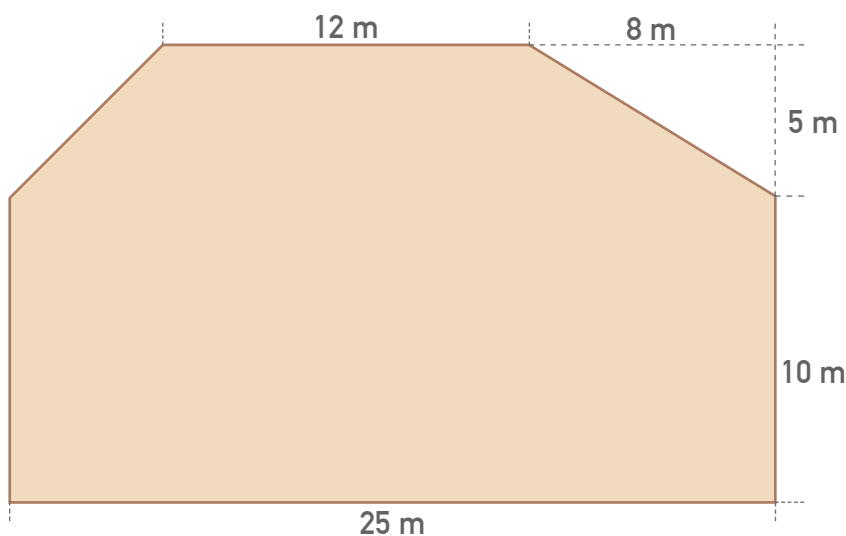
9. Μια εταιρεία τοποθέτησης τεχνητού γρασιδιού, θα τοποθετήσει γρασίδι στον κήπο ενός ξενοδοχείου. Ο κήπος έχει το σχήμα που φαίνεται δίπλα.



(α) Πόσα τετραγωνικά μέτρα γρασιδιού θα χρειαστούν, για να καλύψουν τον κήπο του ξενοδοχείου;

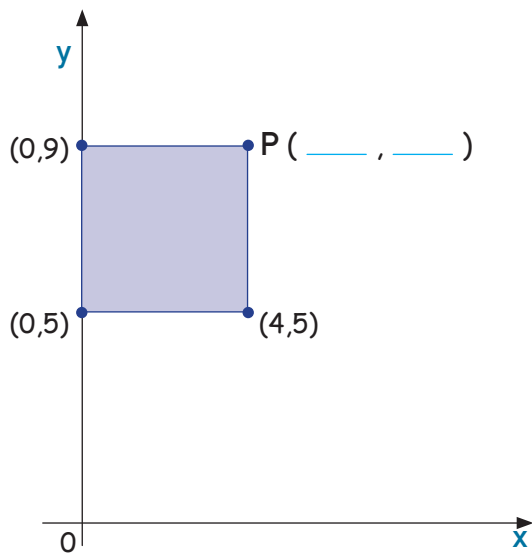
(β) Πόσα θα στοιχίσει η τοποθέτηση γρασιδιού στον κήπο, αν το κάθε τετραγωνικό μέτρο γρασιδιού στοιχίζει €20;

10. Ο κύριος Σωτήρης θα τοποθετήσει χαλί στο καινούριο του διαμέρισμα. Πιο κάτω παρουσιάζεται η κάτοψη του διαμερίσματος.



Να υπολογίσεις πόσα τετραγωνικά μέτρα χαλιού θα χρειαστεί ο κύριος Σωτήρης, για να καλύψει όλο το διαμέρισμα.

11. (α) Πιο κάτω παρουσιάζεται ένα τετράγωνο. Να γράψεις τις συντεταγμένες της κορυφής Ρ.



(β) Πιο κάτω παρουσιάζεται ένα παραλληλόγραμμο. Να γράψεις τις συντεταγμένες της κορυφής Ν.

