

Μέρος

1

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΝΕΟΛΑΙΑΣ
ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΚΥΠΡΟΥ
ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΩΝ

Μαθηματικά

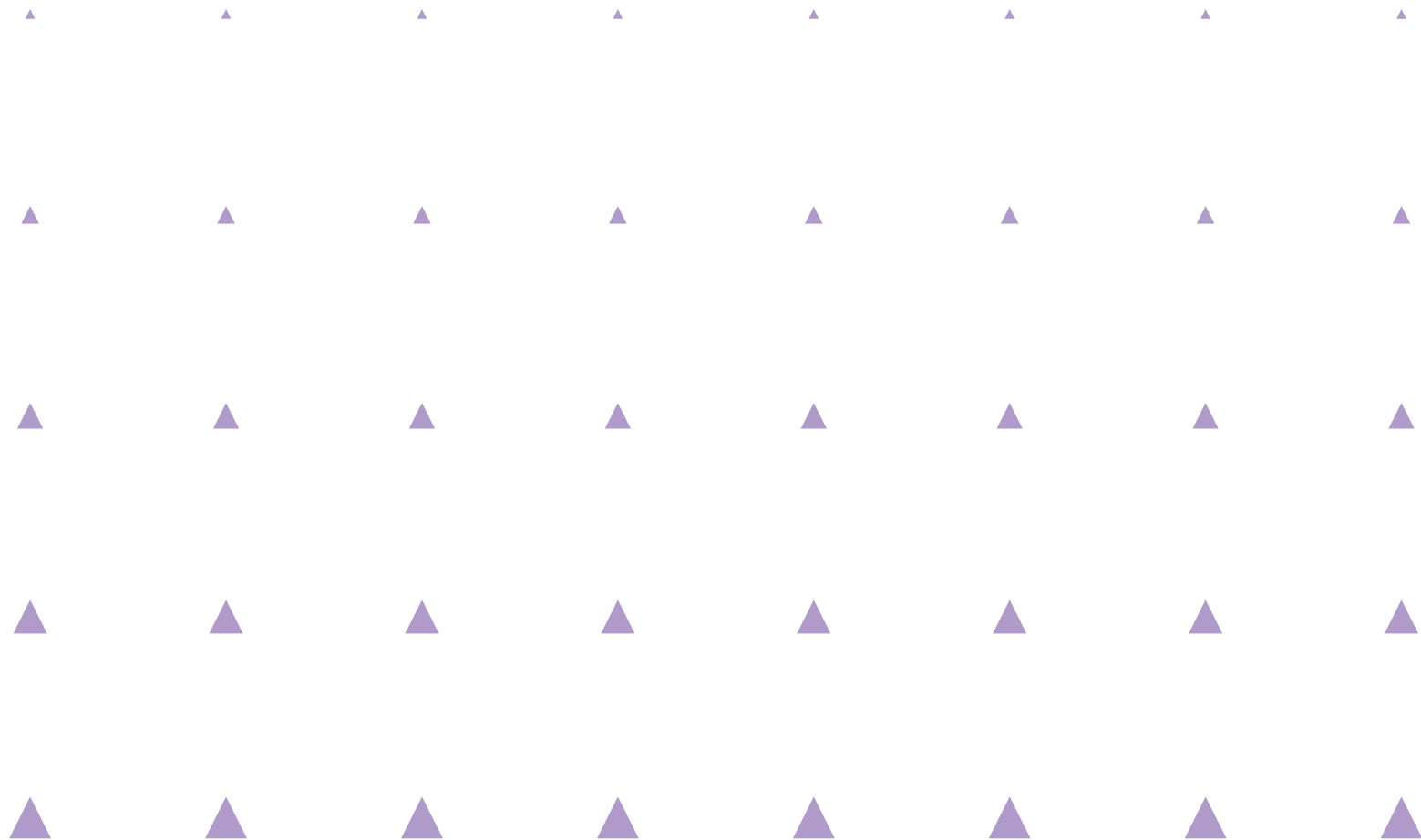
Ε΄ ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΝΕΟΛΑΙΑΣ
ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΚΥΠΡΟΥ
ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΩΝ

Μαθηματικά

Ε΄ ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ

ΜΕΡΟΣ 1



Συγγραφική ομάδα:

Δρ Αθανασίου Χρύσω

Δρ Δεληγιάννη Ελένη

Δρ Μονογυιού Αννίτα

Δρ Χειμωνή Μαρία

Ακαδημαϊκός υπεύθυνος:

Δρ Χρίστου Κωνσταντίνος, *Πανεπιστήμιο Κύπρου*

Επιστημονικοί συνεργάτες:

Δρ Πίττα - Πανταζή Δήμητρα, *Πανεπιστήμιο Κύπρου*

Δρ Πιττάλης Μάριος, *Πανεπιστήμιο Κύπρου*

Σύνδεσμος Επιθεωρήτρια:

Δρ Μιχαήλ Άντρη

Ηλεκτρονικός σχεδιασμός και σελίδωση:

Θεοφυλάκτου Γλαύκος, *Λειτουργός Υπηρεσίας Ανάπτυξης Προγραμμάτων*

Γλωσσική επιμέλεια έκδοσης:

Δρ Χαραλάμπους Ευαγγελία, *Λειτουργός Υπηρεσίας Ανάπτυξης Προγραμμάτων*

Συντονισμός έκδοσης:

Δρ Γεωργιάδης Πέτρος, *Συντονιστής Υπηρεσίας Ανάπτυξης Προγραμμάτων*

Α΄ Έκδοση 2026

Εκτύπωση: GLDT PRINTING & TRADING AGENTS LTD

© ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΝΕΟΛΑΙΑΣ
ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΚΥΠΡΟΥ
ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΩΝ

ISBN: 978-9963-0-1791-1

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Το Υπουργείο Παιδείας, Αθλητισμού και Νεολαίας οραματίζεται ένα σχολείο που θα διασφαλίζει υψηλής ποιότητας εκπαίδευση για κάθε μαθητή και μαθήτριά. Τα Μαθηματικά αποτελούν θεμελιώδες μέσο για την κατανόηση του κόσμου γύρω μας και έχουν καίρια σημασία για την καθημερινή ζωή των ανθρώπων, για την επίλυση πρακτικών προβλημάτων, για την ανάπτυξη της κριτικής, δημιουργικής, λογικής και αναλυτικής σκέψης, καθώς και για την καλλιέργεια στάσεων και αξιών όπως η ακρίβεια, η υπευθυνότητα και η μεθοδικότητα. Η νέα αυτή σειρά βασίζεται στο αναθεωρημένο και επικαιροποιημένο Αναλυτικό Πρόγραμμα Μαθηματικών και εναρμονίζεται πλήρως με διεθνή πρότυπα και πρακτικές, ενώ παράλληλα λαμβάνει υπόψη τις ιδιαιτερότητες του κυπριακού εκπαιδευτικού συστήματος και τη μετάβαση των παιδιών από τη Δημοτική στη Μέση Εκπαίδευση.

Η επικαιροποίηση των εγχειριδίων των Μαθηματικών εστιάζεται κυρίως στη μεθοδολογία διδασκαλίας των μαθηματικών εννοιών. Τα εγχειρίδια δίνουν έμφαση στην πιο συνεκτική προσέγγιση του περιεχομένου των Μαθηματικών, στην ανάπτυξη της κριτικής και δημιουργικής σκέψης μέσω αναστοχαστικών δραστηριοτήτων, στην ανάπτυξη των δεξιοτήτων της έρευνας, της επικοινωνίας και της εφαρμογής των Μαθηματικών ιδεών με τη χρήση της τεχνολογίας. Επικεντρώνονται στις προαπαιτούμενες γνώσεις, έτσι ώστε όλοι/ες οι μαθητές/μαθήτρίες να οικοδομούν τις νέες έννοιες, δεξιότητες, στρατηγικές, στάσεις σε αυτά που ήδη γνωρίζουν.

Σημαντική καινοτομία των νέων εγχειριδίων είναι η ενσωμάτωση δραστηριοτήτων διαμορφωτικής αξιολόγησης, η διαβάθμιση των δραστηριοτήτων ανάλογα με το επίπεδο δυσκολίας τους, η χρήση πολλαπλών παραδειγμάτων και η συζήτηση θεμάτων σχετικών με παγκόσμια θέματα ή προβλήματα που αντιμετωπίζει η σύγχρονη κοινωνία.

Αυτή η νέα σειρά βιβλίων δεν αποτελεί απλώς ένα εκπαιδευτικό εργαλείο, αλλά ένα βήμα για τη δημιουργία μιας νέας κουλτούρας μάθησης, που ενσωματώνει τις σύγχρονες αντιλήψεις της εκπαίδευσης και εστιάζει στις αξίες της διαρκούς βελτίωσης. Με την πίστη μας στις δυνατότητες κάθε μαθητή/μαθήτριάς, στηρίζουμε την ανάπτυξή του/της μέσα από τη γνώση, τη διαρκή ανατροφοδότηση και την ενίσχυση των δεξιοτήτων του/της, για την αντιμετώπιση του μέλλοντος.

Ευχόμαστε καλή επιτυχία στους μαθητές και στις μαθήτρίες μας στην πορεία τους με αυτά τα νέα βιβλία Μαθηματικών και προσβλέπουμε σε μια δημιουργική και παραγωγική μαθησιακή εμπειρία.

Δρ Στυλιανίδης Μάριος
Διευθυντής Δημοτικής Εκπαίδευσης

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Δομή Ενοτήτων



Επανάληψη..... 7



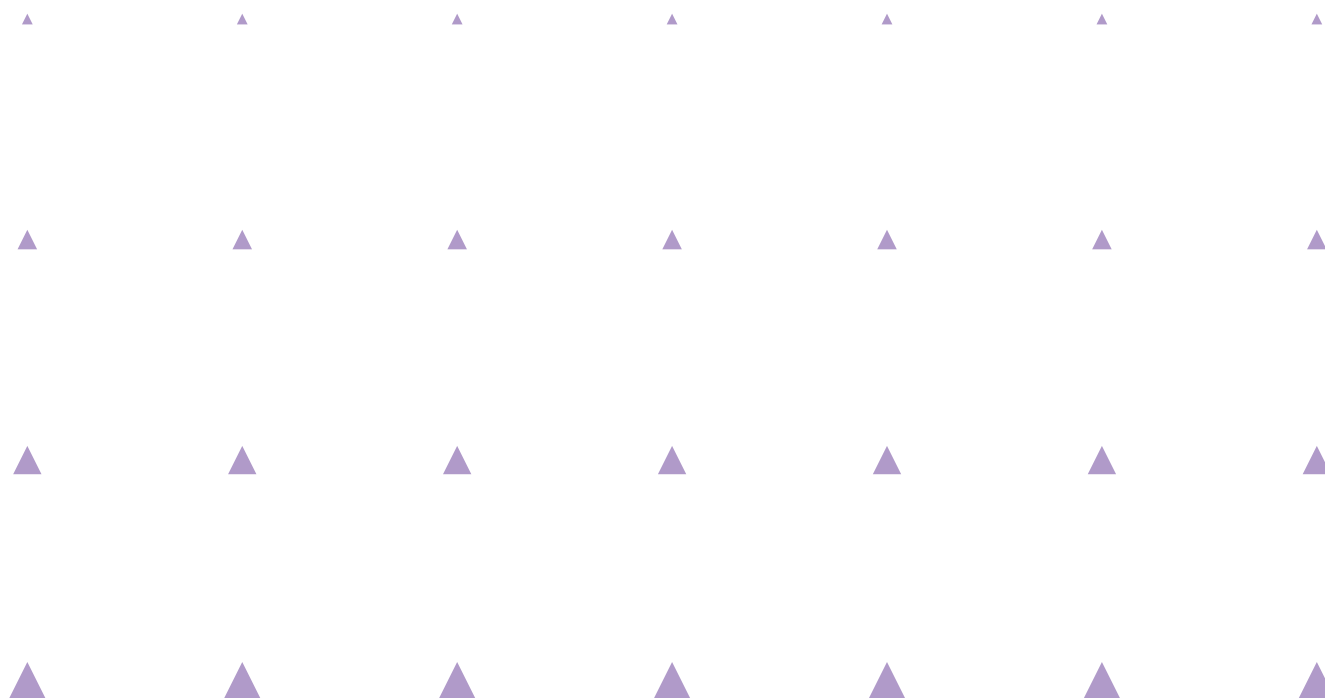
Ιδιότητες των πράξεων 27



Αριθμοί - Πράξεις 59



Γεωμετρία..... 95



1**Επανάληψη**

Μάθημα 1:	Αριθμοί μέχρι το 10 000	9
Μάθημα 2:	Πρόσθεση και αφαίρεση ακέραιων αριθμών	14
Μάθημα 3:	Πολλαπλάσια και διαιρέτες	18
Μάθημα 4:	Πολλαπλασιασμός ακέραιων αριθμών	20
Μάθημα 5:	Διαίρεση ακέραιων αριθμών	23

2**Ιδιότητες των πράξεων**

Μάθημα 1:	Προσεταιριστική και αντιμεταθετική ιδιότητα πρόσθεσης και πολλαπλασιασμού	30
Μάθημα 2:	Επιμεριστική ιδιότητα πολλαπλασιασμού και διαίρεσης	35
Μάθημα 3:	Ιδιότητες πολλαπλασιασμού	41
Μάθημα 4:	Ιδιότητες διαίρεσης	45

3**Αριθμοί – Πράξεις**

Μάθημα 1:	Αριθμοί μέχρι τα 100 000 000 – Πρόσθεση και αφαίρεση	62
Μάθημα 2:	Εκτίμηση γινομένου	71
Μάθημα 3:	Κατακόρυφος αλγόριθμος πολλαπλασιασμού	75
Μάθημα 4:	Εκτίμηση πηλίκου	80
Μάθημα 5:	Κατακόρυφος αλγόριθμος διαίρεσης με διψήφιο διαιρέτη	82

4**Γεωμετρία**

Μάθημα 1:	Ευθεία, ημιευθεία, ευθύγραμμο τμήμα	98
Μάθημα 2:	Παράλληλες, τεμνόμενες και κάθετες ευθείες	102
Μάθημα 3:	Εκτίμηση και μέτρηση γωνιών	108





Ενότητα

επανάληψη

1 επανάληψη



Στην ενότητα αυτή θα θυμηθούμε...

- Να απαγγέλλουμε, να διαβάζουμε, να γράφουμε, να αναγνωρίζουμε και να αναπαριστούμε τετραψήφιους αριθμούς.
- Να στρογγυλοποιούμε αριθμούς στην πλησιέστερη δεκάδα, εκατοντάδα και χιλιάδα.
- Να εκτελούμε νοερούς υπολογισμούς σε προσθέσεις και αφαιρέσεις.
- Να εφαρμόζουμε τους κατακόρυφους αλγόριθμους των τεσσάρων πράξεων.
- Να επιλύουμε προβλήματα μίας και δύο πράξεων, προσθετικής και πολλαπλασιαστικής δομής.
- Να βρίσκουμε τους παράγοντες και τα πολλαπλάσια αριθμών.

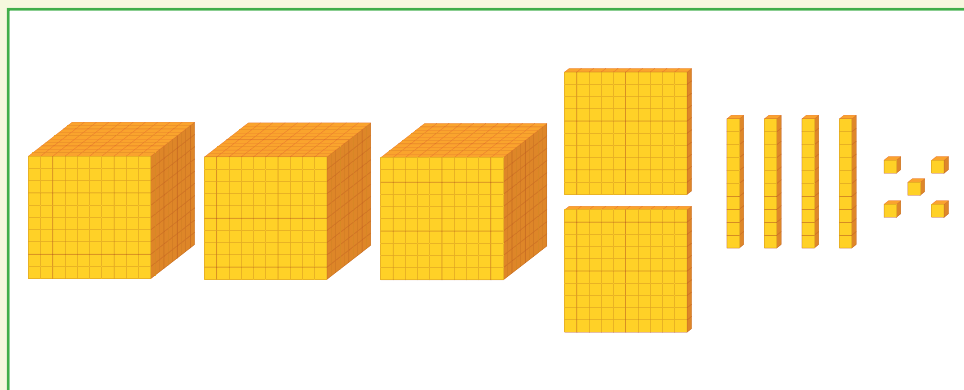
ΜΑΘΗΜΑ 1



Έχουμε μάθει...

- Αριθμοί

Παράδειγμα:



Συμβολική μορφή:

3245

Λεκτική μορφή:

τρεις χιλιάδες διακόσια
σαράντα πέντε

Αναλυτική μορφή:

$3000 + 200 + 40 + 5$

- Σύγκριση αριθμών

Παραδείγματα:

$993 > 972$

$2524 < 6524$

$7145 < 7245$

- Στρογγυλοποίηση αριθμών

Παράδειγμα:

Στρογγυλοποίηση στην πλησιέστερη:

Δεκάδα

$3619 \rightarrow 3620$

Εκατοντάδα

$3619 \rightarrow 3600$

Χιλιάδα

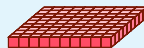
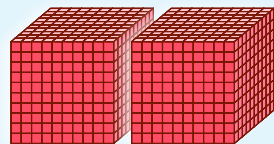
$3619 \rightarrow 4000$



Δραστηριότητες

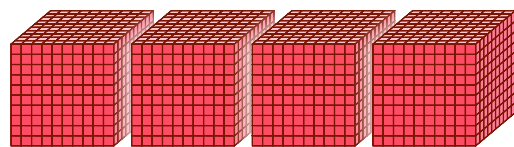
1. Να γράψετε τον αριθμό, όπως στο παράδειγμα.

Παράδειγμα:



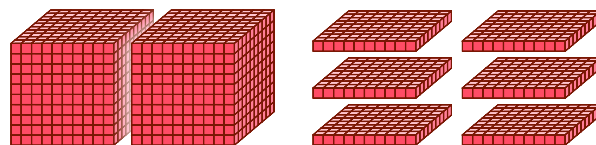
Χ	Ε	Δ	Μ
2	1	4	6

(α)



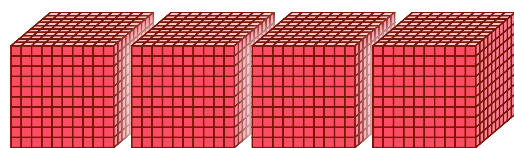
Χ	Ε	Δ	Μ

(β)



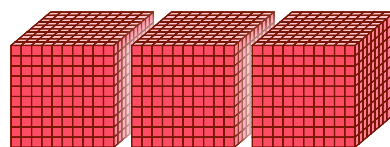
Χ	Ε	Δ	Μ

(γ)



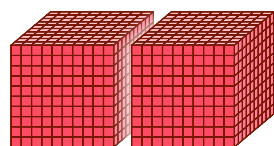
Χ	Ε	Δ	Μ

(δ)



Χ	Ε	Δ	Μ

(ε)



Χ	Ε	Δ	Μ

2. Να συμπληρώσετε τον πίνακα, όπως στο παράδειγμα.

	Συμβολική μορφή	Λεκτική μορφή	Αναλυτική μορφή
	Παράδειγμα: 379	τριακόσια εβδομήντα εννιά	$300 + 70 + 9$
(α)	832		
(β)		τετρακόσια οκτώ	
(γ)			$700 + 90 + 3$
(δ)	3596		
(ε)			$7000 + 800 + 20 + 1$
(στ)		πέντε χιλιάδες τριακόσια ογδόντα	

3. Να γράψετε την αξία του υπογραμμισμένου ψηφίου στους πιο κάτω αριθμούς, όπως στο παράδειγμα.

Παράδειγμα:

3865
800

(α) 312

(β) 567

(γ) 671

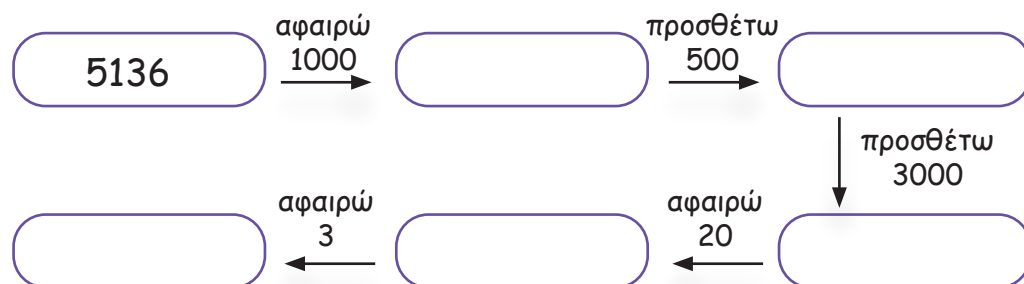
(δ) 3296

(ε) 1347

(στ) 8702

(ζ) 7400

4. Να συμπληρώσετε.



5. Πιο κάτω παρουσιάζονται δύο τρόποι σχηματισμού του αριθμού 7345. Να συμπληρώσετε τον πίνακα με ακόμη δύο διαφορετικούς τρόπους.

Αριθμός	Χ	Ε	Δ	Μ	Αναλυτική μορφή
7345	7	3	4	5	$7000 + 300 + 40 + 5$
7345		73		45	$7300 + 45$
7345					
7345					

6. Να συμπληρώσετε, όπως στο παράδειγμα.

Παράδειγμα:

2 χιλιάδες και 35 μονάδες



2035

- (α) 6 χιλιάδες και 102 μονάδες 
- (β) 2 χιλιάδες και 13 δεκάδες και 5 μονάδες 
- (γ) ___ χιλιάδες ___ εκατοντάδες και ___ μονάδες  2537
- (δ) ___ χιλιάδες και ___ δεκάδες  4250

7. Να συμπληρώσετε με το κατάλληλο σύμβολο $<$, $>$ ή $=$.

(α) 7305 7503

(β) 1498 1298

(γ) 2409 2490

(δ) τρεις χιλιάδες δώδεκα 3012

(ε) πέντε χιλιάδες δύο 5302

(στ) χίλια τρία 1030

8. Να στρογγυλοποιήσετε τους αριθμούς:

(α) στην πλησιέστερη δεκάδα.

(i) 43 $\rightarrow$

(ii) 59 $\rightarrow$

(iii) 172 $\rightarrow$

(iv) 2385 $\rightarrow$

(β) στην πλησιέστερη εκατοντάδα.

(i) 580 $\rightarrow$

(ii) 731 $\rightarrow$

(iii) 6437 $\rightarrow$

(iv) 8194 $\rightarrow$

(γ) στην πλησιέστερη χιλιάδα.

(i) 2400 $\rightarrow$

(ii) 4765 $\rightarrow$

(iii) 7501 $\rightarrow$

(iv) 8383 $\rightarrow$

ΜΑΘΗΜΑ 2



Έχουμε μάθει...

- Υπολογισμός αθροίσματος

Παραδείγματα:

$$198 + 399 = (198 + 2) + (399 - 2) = 200 + 397 = 597$$

ή

$$198 + 399 = (198 - 1) + (399 + 1) = 197 + 400 = 597$$

ή

$$198 + 399 = 200 + 400 - 3 = 600 - 3 = 597$$

- Υπολογισμός διαφοράς

Παραδείγματα:

$$600 - 297 = (600 + 3) - (297 + 3) = 603 - 300 = 303$$

ή

$$600 - 297 = (600 - 1) - (297 - 1) = 599 - 296 = 303$$

ή

$$600 - 297 = 600 - 300 + 3 = 300 + 3 = 303$$

- Κατακόρυφος υπολογισμός αθροίσματος

Παραδείγματα:

$$\begin{array}{r} \text{Ε Δ Μ} \\ 6 \ 1 \ 4 \\ + 2 \ 3 \ 1 \\ \hline 8 \ 4 \ 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{Χ Ε Δ Μ} \\ \overset{1}{2} \ \overset{1}{4} \ 5 \ 6 \\ + 3 \ 1 \ 6 \ 7 \\ \hline 5 \ 6 \ 2 \ 3 \end{array}$$

- Κατακόρυφος υπολογισμός διαφοράς

Παραδείγματα:

$$\begin{array}{r} \text{Ε Δ Μ} \\ 9 \ 7 \ 2 \\ - 4 \ 5 \ 1 \\ \hline 5 \ 2 \ 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{Ε Δ Μ} \\ \overset{7}{8} \ \overset{13}{3} \ 2 \\ - 3 \ 7 \ 1 \\ \hline 4 \ 6 \ 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{Χ Ε Δ Μ} \\ \overset{8}{9} \ \overset{9}{0} \ \overset{9}{0} \ \overset{10}{0} \\ - 3 \ 5 \ 2 \ 8 \\ \hline 5 \ 4 \ 7 \ 2 \end{array}$$



Δραστηριότητες

1. Να υπολογίσετε το αποτέλεσμα.

A.

(α) $47 + 25 =$ _____

(β) $19 + 77 =$ _____

(γ) $98 + 314 =$ _____

(δ) $415 + 28 =$ _____

(ε) $199 + 199 =$ _____

(στ) $419 + 417 =$ _____

B.

(α) $94 - 8 =$ _____

(β) $67 - 29 =$ _____

(γ) $157 - 98 =$ _____

(δ) $264 - 37 =$ _____

(ε) $682 - 299 =$ _____

(στ) $400 - 198 =$ _____

2. Να υπολογίσετε το αποτέλεσμα.

(α)

$$\begin{array}{r} 3\ 5\ 6 \\ + 1\ 2\ 2 \\ \hline \end{array}$$

(β)

$$\begin{array}{r} 5\ 3\ 6\ 1 \\ + 2\ 4\ 9\ 8 \\ \hline \end{array}$$

(γ)

$$\begin{array}{r} 8\ 8\ 2 \\ 1\ 3\ 7 \\ + 2\ 4\ 5 \\ \hline \end{array}$$

(δ)

$$\begin{array}{r} 6\ 3\ 7\ 6 \\ + 2\ 6\ 8\ 9 \\ \hline \end{array}$$

(ε)

$$\begin{array}{r} 6\ 4\ 8\ 9 \\ - 3\ 2\ 3\ 9 \\ \hline \end{array}$$

(στ)

$$\begin{array}{r} 8\ 5\ 8\ 3 \\ - 4\ 1\ 6\ 7 \\ \hline \end{array}$$

(ζ)

$$\begin{array}{r} 5\ 0\ 0\ 0 \\ - 2\ 4\ 5\ 8 \\ \hline \end{array}$$

(η)

$$\begin{array}{r} 9\ 3\ 0\ 2 \\ - 1\ 5\ 8\ 5 \\ \hline \end{array}$$

3. Να υπολογίσετε κατακόρυφα το αποτέλεσμα. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

(α) $46 + 39$ (β) $429 + 1156$ (γ) $985 + 37 + 5$ (δ) $2025 + 798$
 (ε) $4128 + 375$ (στ) $1115 + 2078 + 32$ (ζ) $4567 + 4847$ (η) $2439 + 6765$

(θ) $87 - 24$ (ι) $458 - 23$ (ια) $497 - 179$ (ιβ) $8135 - 6918$
 (ιγ) $9003 - 2341$ (ιδ) $500 - 235$ (ιε) $6000 - 4451$ (ιζ) $7001 - 5984$

4. Να επιλύσετε τα προβλήματα.

(α) Στο πλαίσιο μιας εκστρατείας δεντροφύτευσης, φυτεύτηκαν σε ένα δάσος 1372 πεύκα, 2375 κυπαρίσσια και 688 κέδροι. Ποιος είναι ο συνολικός αριθμός των δέντρων που φυτεύτηκαν στο δάσος;

Απάντηση: _____

(β) Στις αρχές Δεκεμβρίου υπήρχαν σε ένα κατάστημα παιχνιδιών 1547 παιχνίδια. Κατά τη διάρκεια του μήνα, παραλήφθηκαν ακόμα από το κατάστημα 7435 παιχνίδια και πωλήθηκαν 6798 παιχνίδια. Πόσα παιχνίδια υπήρχαν στο κατάστημα στο τέλος Δεκεμβρίου;

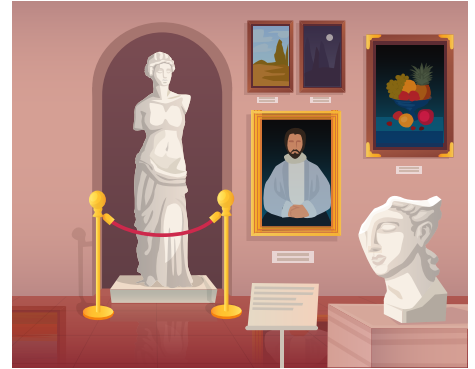
Απάντηση: _____

(γ) Ένα μουσικό συγκρότημα κυκλοφόρησε καινούριο τραγούδι. Κατά την πρώτη ώρα κυκλοφορίας του, ο αριθμός των προβολών του βίντεο του τραγουδιού στο διαδίκτυο ήταν 5039. Κατά τη δεύτερη ώρα, οι προβολές του βίντεο ήταν 652 λιγότερες. Ποιος ήταν ο συνολικός αριθμός προβολών του βίντεο και τις δύο ώρες μαζί;

Απάντηση: _____

5. Ο πιο κάτω πίνακας παρουσιάζει τις επισκέψεις σε ένα μουσείο κατά το πρώτο τρίμηνο του 2025 και του 2026.

	Επισκέψεις στο μουσείο	
	2025	2026
Ιανουάριος	1711	2167
Φεβρουάριος	4309	5381
Μάρτιος	3973	2290



Να απαντήσετε στις ερωτήσεις.

(α) Πόσα άτομα επισκέφθηκαν το μουσείο το πρώτο τρίμηνο του 2025;

(β) Πόσα λιγότερα άτομα επισκέφθηκαν το μουσείο τον Φεβρουάριο του 2025 σε σχέση με τον Φεβρουάριο του 2026;

(γ) Πόσα περισσότερα άτομα επισκέφθηκαν το μουσείο το πρώτο τρίμηνο του 2025 σε σχέση με το πρώτο τρίμηνο του 2026;

ΜΑΘΗΜΑ 3



Έχουμε μάθει...

- **Πολλαπλάσια** ενός αριθμού ονομάζονται οι αριθμοί που προκύπτουν από τον πολλαπλασιασμό του αριθμού επί οποιονδήποτε φυσικό αριθμό (π.χ. 1, 2, 3,).

Παράδειγμα:

Το 6 είναι πολλαπλάσιο του 3, γιατί $2 \times 3 = 6$

- **Παράγοντας ή Διαιρέτης** ενός αριθμού ονομάζεται κάθε αριθμός που διαιρεί ακριβώς τον αριθμό.

Παράδειγμα:

Το 3 είναι παράγοντας του 6, γιατί $6 \div 3 = 2$



Δραστηριότητες

- (α) Να γράψετε τα πρώτα πέντε πολλαπλάσια του 4, ξεκινώντας από το 4.

- (β) Να γράψετε τα πρώτα πέντε πολλαπλάσια του 6, ξεκινώντας από το 6.

- (α) Να βάλετε σε κύκλο τα πολλαπλάσια του 8.

4	8	18	12
16	21	24	32

- (β) Να βάλετε σε κύκλο τους άρτιους αριθμούς που είναι πολλαπλάσια του 9.

18	27	28	36
45	54	90	81

- (γ) Να βάλετε σε κύκλο τα κοινά πολλαπλάσια του 2 και του 4.

10	8	18	2
4	24	16	80

3. Να συμπληρώσετε τους παράγοντες κάθε αριθμού, όπως το παράδειγμα.

Παράδειγμα:

20

$$1 \times 20 = 20$$

$$2 \times 10 = 20$$

$$4 \times 5 = 20$$

Παράγοντες του 20:

1, 2, 4, 5, 10, 20

(α)

25

Παράγοντες του 25:

(β)

18

Παράγοντες του 18:

(γ)

32

Παράγοντες του 32:

4. Να σημειώσετε ΟΡΘΟ ή ΛΑΘΟΣ.

(α) Το 6 είναι πολλαπλάσιο του 3.

(β) Το 24 είναι κοινό πολλαπλάσιο του 3 και του 6.

(γ) Το 8 είναι παράγοντας του 4.

(δ) Το 35 είναι κοινό πολλαπλάσιο του 3 και του 5.

5. Να βρείτε τον αριθμό που περιγράφει η Αρετή.



- Είναι διψήφιος αριθμός, πολλαπλάσιο του 7.
- Το 9 είναι ένας από τους παράγοντες του αριθμού.



ΜΑΘΗΜΑ 4



Έχουμε μάθει...

- Κατακόρυφος αλγόριθμος πολλαπλασιασμού

Παράδειγμα:

$$\begin{array}{r}
 \text{Ε Δ Μ} \\
 \begin{array}{r}
 1 \quad 3 \\
 1 \quad 2 \quad 7 \\
 \times \quad \quad 5 \\
 \hline
 6 \quad 3 \quad 5
 \end{array}
 \end{array}$$



Δραστηριότητες

1. Να υπολογίσετε το γινόμενο.

(α)

$$\begin{array}{r}
 6 \quad 2 \\
 \times \quad 9 \\
 \hline
 \end{array}$$

(β)

$$\begin{array}{r}
 9 \quad 8 \\
 \times \quad 7 \\
 \hline
 \end{array}$$

(γ)

$$\begin{array}{r}
 8 \quad 3 \\
 \times \quad 8 \\
 \hline
 \end{array}$$

(δ)

$$\begin{array}{r}
 1 \quad 3 \quad 9 \\
 \times \quad \quad 4 \\
 \hline
 \end{array}$$

(ε)

$$\begin{array}{r}
 3 \quad 7 \quad 1 \\
 \times \quad \quad 8 \\
 \hline
 \end{array}$$

(στ)

$$\begin{array}{r}
 6 \quad 9 \quad 2 \\
 \times \quad \quad 7 \\
 \hline
 \end{array}$$

(ζ)

$$\begin{array}{r}
 1 \quad 6 \quad 3 \quad 9 \\
 \times \quad \quad \quad 2 \\
 \hline
 \end{array}$$

(η)

$$\begin{array}{r}
 2 \quad 4 \quad 7 \quad 1 \\
 \times \quad \quad \quad 4 \\
 \hline
 \end{array}$$

(θ)

$$\begin{array}{r}
 1 \quad 5 \quad 0 \quad 2 \\
 \times \quad \quad \quad 6 \\
 \hline
 \end{array}$$

2. Να υπολογίσετε κατακόρυφα το γινόμενο. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

(α) 37×6

(β) 54×7

(γ) 69×8

(δ) 98×7

(ε) 305×9

(στ) 139×5

(ζ) 817×4

(η) 273×9

(θ) 1821×3

(ι) 2358×2

(ια) 1457×6

(ιβ) 1176×7

3. Να επιλύσετε τα προβλήματα.

(α) Ο Άγγελος έχει στο κινητό του τηλέφωνο 7 λίστες με τραγούδια. Κάθε λίστα περιλαμβάνει 145 τραγούδια. Ποιος είναι ο συνολικός αριθμός τραγουδιών στο κινητό τηλέφωνο του Άγγελου;

Απάντηση: _____

(β) Η αίθουσα πολλαπλής χρήσης ενός δημοτικού σχολείου έχει ορθογώνιο σχήμα. Το μήκος της είναι 17 m και το πλάτος της 9 m. Πόσο είναι το εμβαδόν της αίθουσας;

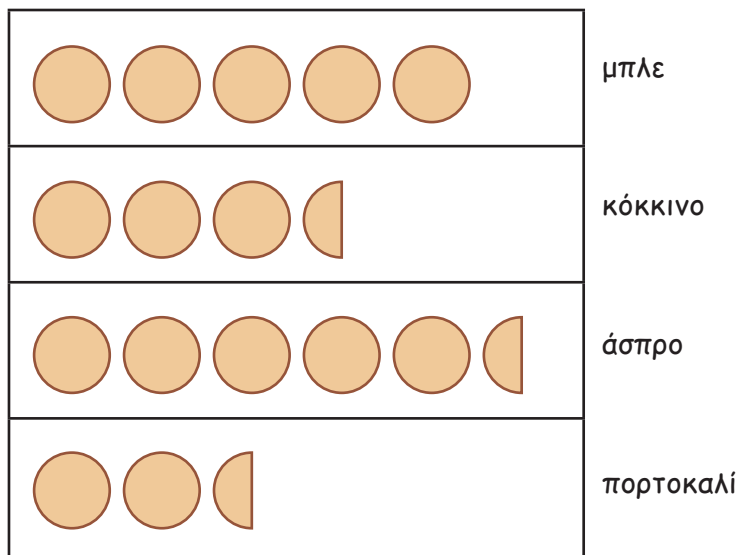
Απάντηση: _____

(γ) Ένα κατάστημα παιχνιδιών παρέλαβε στις αρχές του μήνα ένα κιβώτιο που περιείχε 8 σακούλια με βόλους. Κάθε σακούλι περιείχε 75 βόλους. Μέχρι το τέλος του μήνα, πωλήθηκαν 389 βόλοι. Πόσοι βόλοι δεν πωλήθηκαν;

Απάντηση: _____

4. Το πιο κάτω εικονόγραμμα παρουσιάζει τα πουκάμισα από το κάθε χρώμα που πωλήθηκαν σε ένα κατάστημα ένδυσης τον Ιούλιο.

Τα πουκάμισα που πωλήθηκαν τον Ιούλιο



= 120 πουκάμισα

Να απαντήσετε στις ερωτήσεις.

- (α) Πόσα πουκάμισα μπλε χρώματος πωλήθηκαν στο κατάστημα;

- (β) Πόσα πουκάμισα κόκκινου και πορτοκαλί χρώματος πωλήθηκαν συνολικά;

- (γ) Πόσα περισσότερα ήταν τα πουκάμισα άσπρου χρώματος που πωλήθηκαν από τα πουκάμισα κόκκινου χρώματος;

ΜΑΘΗΜΑ 5



Έχουμε μάθει...

- Κατακόρυφος αλγόριθμος διαίρεσης

Παράδειγμα:

Διαιρετέος	973		9	Διαιρέτης
	- 9		108	
	073			Πηλίκο
	- 72			
Υπόλοιπο	1			

Επαλήθευση: $973 = (108 \times 9) + 1$



Δραστηριότητες

1. Να υπολογίσετε το πηλίκο και να επαληθεύσετε την απάντησή σας.

(α)

$$\begin{array}{r|l} 798 & 6 \\ \hline \end{array}$$

Επαλήθευση:

(β)

$$\begin{array}{r|l} 957 & 4 \\ \hline \end{array}$$

Επαλήθευση:

(γ)

$$\begin{array}{r|l} 409 & 5 \\ \hline \end{array}$$

Επαλήθευση:

(δ)

$$\begin{array}{r|l} 736 & 7 \\ \hline \end{array}$$

Επαλήθευση:

2. Να υπολογίσετε κατακόρυφα το πηλίκο και να επαληθεύσετε την απάντησή σας. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

(α) $369 \div 3$

(β) $364 \div 2$

(γ) $485 \div 6$

(δ) $6426 \div 3$

(ε) $1697 \div 8$

(στ) $3609 \div 9$

(ζ) $4032 \div 5$

(η) $1528 \div 4$

(θ) $3319 \div 3$

3. Να επιλύσετε τα προβλήματα.

(α) Τα 135 παιδιά του σχολείου της Σεμέλης, θα επισκεφθούν το Κέντρο Περιβαλλοντικής Εκπαίδευσης Ακρωτηρίου. Θα χωριστούν σε ομάδες. Κάθε ομάδα θα αποτελείται από 9 παιδιά. Πόσες ομάδες θα σχηματιστούν;

Απάντηση: _____

(β) Το κιβώτιο Α περιέχει 2424 διαφημιστικά φυλλάδια και το κιβώτιο Β 1320 φυλλάδια. Τέσσερις διανομείς μοιράστηκαν στα ίσα όλα τα διαφημιστικά φυλλάδια. Πόσα φυλλάδια πήρε ο κάθε διανομέας;

Απάντηση: _____

(γ) Η Σοφία αγόρασε έναν ηλεκτρονικό υπολογιστή αξίας €877. Έδωσε προκαταβολή €259 και το υπόλοιπο ποσό θα το εξοφλήσει σε 6 ίσες δόσεις. Ποιο είναι το ποσό που θα αντιστοιχεί σε κάθε δόση;

Απάντηση: _____

4. Να βρείτε τον αριθμό σε κάθε περίπτωση.

(α) Ένας αριθμός διαιρείται με το 7. Δίνει πηλίκο 75 και υπόλοιπο 0. Ποιος είναι ο αριθμός;

(β) Ένας αριθμός διαιρείται με το 5. Δίνει πηλίκο 186 και υπόλοιπο 3. Ποιος είναι ο αριθμός;

5. Να γράψετε τα δυνατά υπόλοιπα των πιο κάτω διαιρέσεων, χωρίς να κάνετε τις πράξεις, όπως στο παράδειγμα.

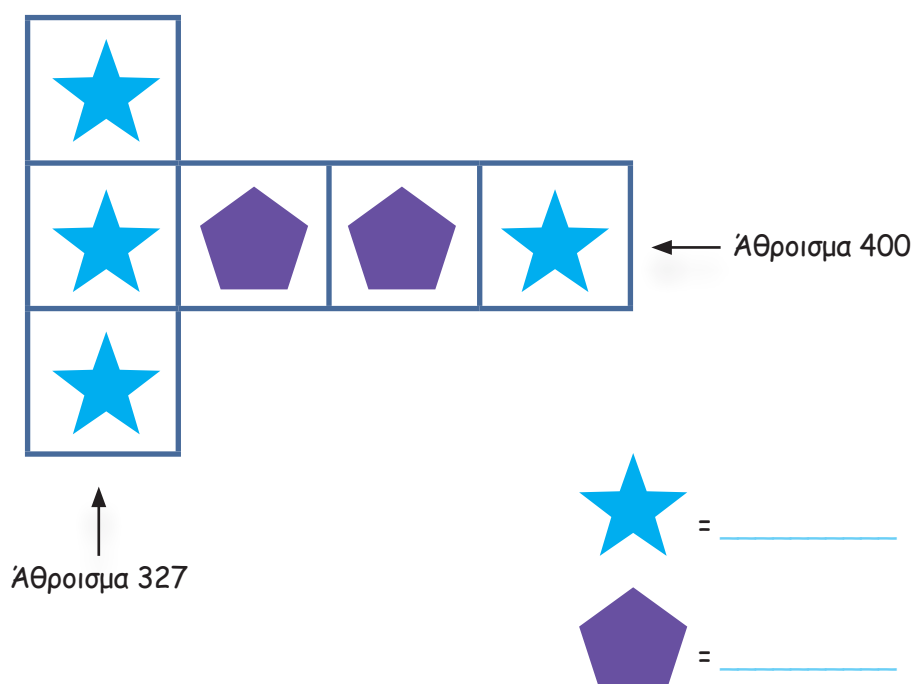
Παράδειγμα:  $\div 6$ 1, 2, 3, 4, 5

(α)  $\div 7$ _____

(β)  $\div 4$ _____

(γ)  $\div 9$ _____

6. Να βρείτε την τιμή που αναπαριστά κάθε σχήμα, με βάση το διάγραμμα.







2

Ενότητα

ιδιότητες πράξεων

2

Ιδιότητες των πράξεων



Στην ενότητα αυτή θα μάθουμε...

- Να χρησιμοποιούμε τις ιδιότητες των πράξεων, για να απλοποιούμε υπολογισμούς και να ελέγχουμε τα αποτελέσματά τους.



Τα Μαθηματικά στον κόσμο

Σε κάθε γωνιά του κόσμου, οι άνθρωποι ανέπτυξαν «έξυπνους» τρόπους, για να υπολογίζουν το αποτέλεσμα μαθηματικών πράξεων. Για παράδειγμα, για να υπολογίσει ένας έμπορος πόσα μήλα υπάρχουν συνολικά σε 4 καλάθια που το καθένα έχει 25 μήλα, θα μπορούσε να μετρήσει τα μήλα ένα-ένα. Με αυτόν τον τρόπο, όμως, θα καθυστερούσε πολύ. Για να κάνει τον υπολογισμό πιο γρήγορα, θα μπορούσε να τα μετρήσει 25-25 ή να υπολογίσει πόσα μήλα υπάρχουν στα δύο καλάθια και στη συνέχεια στα άλλα δύο. Δηλαδή, να υπολογίσει πρώτα ότι $2 \times 25 = 50$ και στη συνέχεια να προσθέσει $50 + 50 = 100$.



Οι «έξυπνοι» αυτοί τρόποι βασίζονται στις ιδιότητες των πράξεων και μας βοηθούν μέχρι και σήμερα να απλοποιούμε τους υπολογισμούς μας και να βρίσκουμε το αποτέλεσμα πιο εύκολα και γρήγορα.

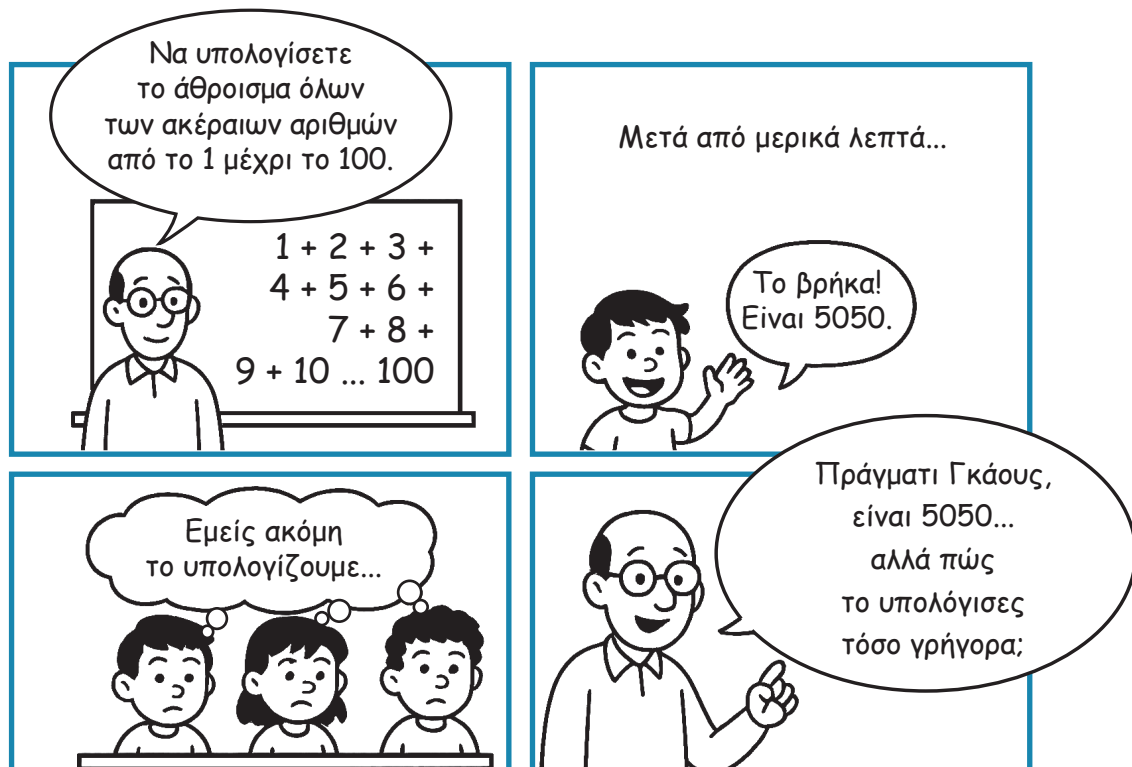
- Να αναφέρετε μια περίπτωση στην οποία χρησιμοποιήσατε έναν «έξυπνο» τρόπο, για να υπολογίσετε το αποτέλεσμα μιας πράξης.

ΜΑΘΗΜΑ 1



Εξερεύνηση

Ο Καρλ Φρίντριχ Γκάους γεννήθηκε το 1777 μ.Χ. στη Γερμανία και θεωρείται ένας από τους σημαντικότερους μαθηματικούς όλων των εποχών. Από μικρή ηλικία ξεχώρισε για τις μαθηματικές του ικανότητες. Η πιο κάτω γελοιογραφία παρουσιάζει ένα γνωστό περιστατικό από τα μαθητικά του χρόνια.



Πώς θα εργαζόσασταν, για να υπολογίσετε το πιο πάνω άθροισμα;

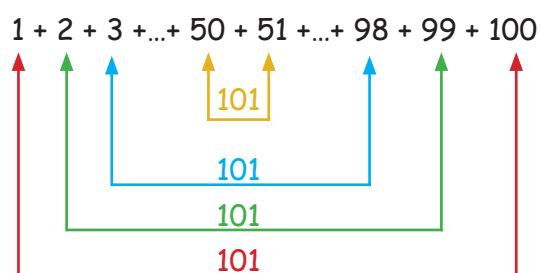


Διερεύνηση

Ο Γκάους, για να υπολογίσει γρήγορα το άθροισμα όλων των ακέραιων αριθμών από το 1 μέχρι το 100, αξιοποίησε την **προσεταιριστική ιδιότητα**:

Όταν προσθέτουμε ή πολλαπλασιάζουμε τρεις ή περισσότερους αριθμούς, το τελικό αποτέλεσμα δεν επηρεάζεται από τη σειρά με την οποία κάνουμε τις προσθέσεις ή τους πολλαπλασιασμούς.

(α) Πιο κάτω παρουσιάζεται ο τρόπος με τον οποίο εργάστηκε ο Γκάους.
Να τον περιγράψετε.



Δημιούργησα 50 ζευγάρια
με άθροισμα 101.

Άρα, $50 \times 101 = 5050$.



(β) Να υπολογίσετε το αποτέλεσμα.

(i) $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10$

(ii) $2 + 75 + 25 + 30 + 58$

(iii) $2 \times 25 \times 5 \times 4$



Παράδειγμα 1

Να χρησιμοποιήσετε την προσεταιριστική ιδιότητα, για να υπολογίσετε το αποτέλεσμα.

$$(α) 17 + 52 + 13$$

$$(β) 5 \times 7 \times 12$$

Λύση:

$$\begin{aligned} (α) 17 + 52 + 13 &= (17 + 13) + 52 \\ &= 30 + 52 \\ &= 82 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (β) 5 \times 7 \times 12 &= 7 \times (5 \times 12) \\ &= 7 \times 60 \\ &= 420 \end{aligned}$$



Δραστηριότητες 1

1.1. Να χρησιμοποιήσετε την προσεταιριστική ιδιότητα, για να υπολογίσετε το αποτέλεσμα.

$$(α) 57 + 26 + 13 =$$

$$(β) 118 + 345 + 12 =$$

$$(γ) 24 + 25 + 26 + 27 + 25 =$$

$$(δ) 2 \times 7 \times 5 =$$

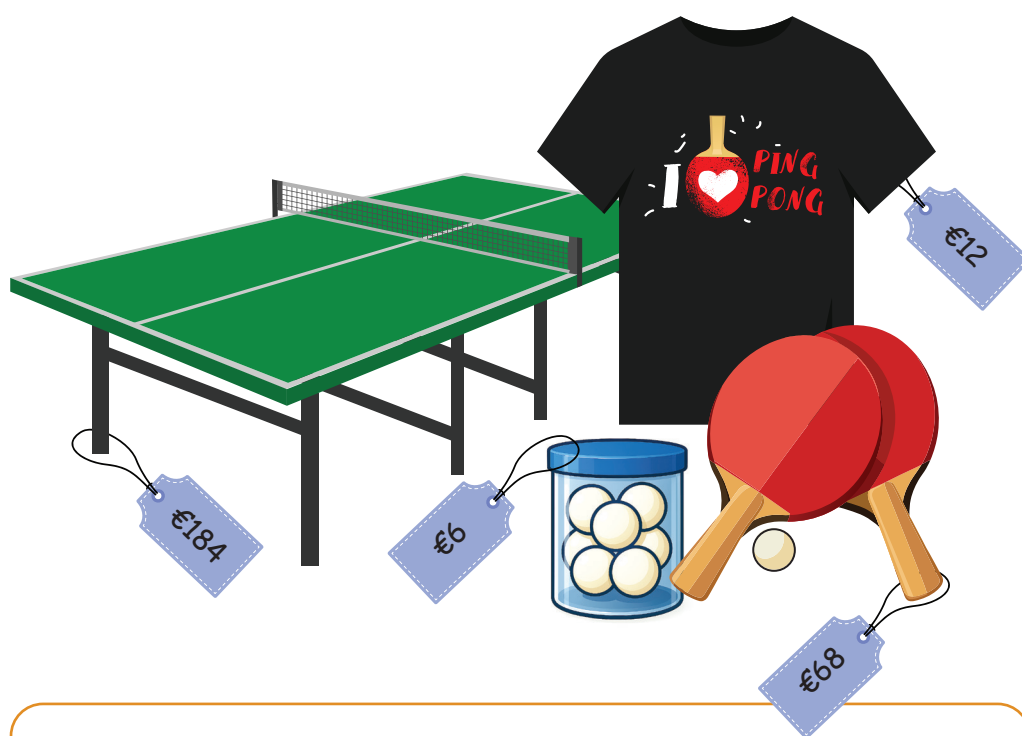
$$(ε) 4 \times 8 \times 25 \times 9 =$$

$$(στ) 15 \times 5 \times 3 \times 4 =$$



- 1.2. Στην καθημερινή ζωή χρησιμοποιούμε συχνά την προσεταιριστική ιδιότητα. Για παράδειγμα, όταν κάνουμε αγορές και θέλουμε να υπολογίσουμε γρήγορα το συνολικό ποσό που θα πληρώσουμε, δεν προσθέτουμε πάντα τους αριθμούς με τη σειρά που τους βλέπουμε.

Ο Γιάννης θα αγοράσει τα πιο κάτω προϊόντα επιτραπέζιας αντισφαίρισης. Πώς είναι δυνατόν να υπολογίσει εύκολα τη συνολική αξία των προϊόντων;



Αναστοχασμός

Να χρησιμοποιήσετε την προσεταιριστική ιδιότητα, για να υπολογίσετε το αποτέλεσμα.

(α) $193 + 25 + 74 + 17 + 20 + 5 + 6 =$

(β) $2 \times 5 \times 4 \times 25 \times 10 \times 2 \times 5 \times 2 =$



Επικοινωνία

1.3. Γνωρίζουμε ότι στην πρόσθεση και στον πολλαπλασιασμό ισχύει η αντιμεταθετική ιδιότητα:

Όταν προσθέτουμε ή πολλαπλασιάζουμε δύο αριθμούς, το τελικό αποτέλεσμα δεν επηρεάζεται από τη σειρά με την οποία κάνουμε τις προσθέσεις ή τους πολλαπλασιασμούς.

Για παράδειγμα $4 + 5 = 5 + 4$ και $3 \times 7 = 7 \times 3$.

Να εισηγηθείτε μία δική σας διερεύνηση, η οποία να εξετάζει αν η αντιμεταθετική ιδιότητα ισχύει στην αφαίρεση και στη διαίρεση.

1.4. Να συμπληρώσετε τον αριθμό που λείπει σε κάθε περίπτωση.

(α) $35 + 18 = 18 + \underline{\hspace{2cm}}$

(β) $25 \times 7 \times 4 = 25 \times \underline{\hspace{2cm}} \times 7$

(γ) $25 + 49 + 15 = \underline{\hspace{2cm}} + 25 + 15$

(δ) $45 \times 9 \times \underline{\hspace{2cm}} = 45 \times 2 \times 9$

(ε) $14 + 39 + 26 = \underline{\hspace{2cm}} + 39$

(στ) $25 \times 48 \times \underline{\hspace{2cm}} = 50 \times 48$



Επικοινωνία

1.5. Ο Ιωάννης σκέφτηκε ότι, για να υπολογίσει το γινόμενο 83×4 , είναι δυνατόν να υπολογίσει το γινόμενο $83 \times 2 \times 2$.



(α) Να εξηγήσετε γιατί $83 \times 4 = 83 \times 2 \times 2$.

(β) Να χρησιμοποιήσετε τον τρόπο του Ιωάννη, για να υπολογίσετε το γινόμενο σε κάθε περίπτωση.

(i) 35×14

(ii) 12×25

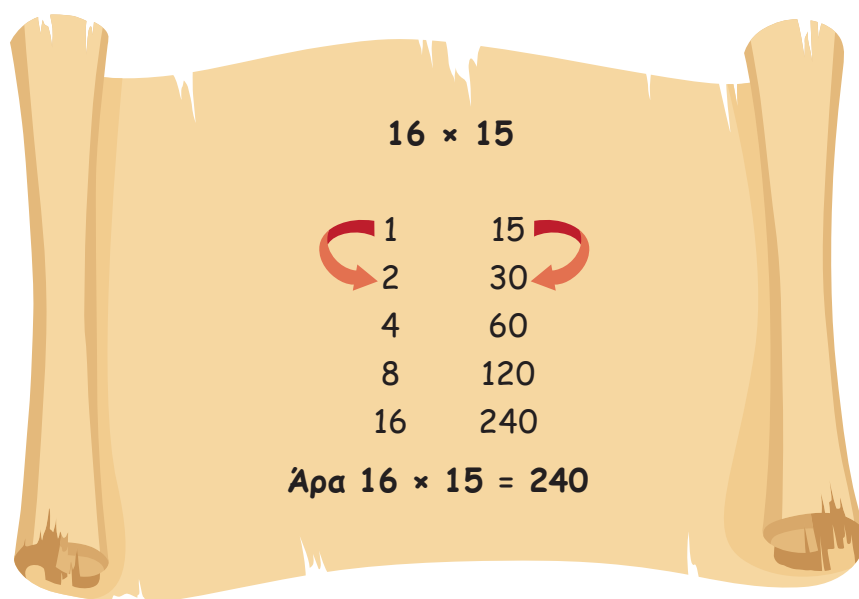
(iii) 60×15

ΜΑΘΗΜΑ 2



Εξερεύνηση

Ο πάπυρος του Ριντ είναι ένα από τα σημαντικότερα έγγραφα της αρχαιότητας. Χρονολογείται γύρω στο 1650 π.Χ. και βρέθηκε στα ερείπια μιας πόλης κοντά στον ποταμό Νείλο. Στον πάπυρο περιγράφεται η μέθοδος που χρησιμοποιούσαν οι αρχαίοι Αιγύπτιοι για τον υπολογισμό ενός γινομένου. Πιο κάτω παρουσιάζεται ένα παράδειγμα.



- (α) Να περιγράψετε την μέθοδο υπολογισμού ενός γινομένου που χρησιμοποιούσαν οι αρχαίοι Αιγύπτιοι.
- (β) Να συνεχίσετε την πιο πάνω διαδικασία, για να υπολογίσετε το γινόμενο 32×15 .

- (γ) Με ποιον τρόπο είναι δυνατόν να συνδυάσουμε ορισμένα από τα πιο πάνω γινόμενα, για να υπολογίσουμε τα γινόμενα:

(i) 6×15

(ii) 20×15

(iii) 28×15



Δραστηριότητες 1

1.1. Να χρησιμοποιήσετε τη μέθοδο των αρχαίων Αιγυπτίων, για να υπολογίσετε το γινόμενο.

(α) 16×35

(β) 64×25

(γ) 9×45

(δ) 12×24



Αναστοχασμός

(α) Πόσο μεγαλύτερο είναι το 17×12 από το 16×12 ;

(i) 1

(ii) 17

(iii) 12

(iv) 16

(v) 24

(β) Πόσο μικρότερο είναι το γινόμενο 30×21 από το 32×21 ;

(i) 30

(ii) 2

(iii) 42

(iv) 21

(v) 1



Διερεύνηση 1

Η μέθοδος των αρχαίων Αιγυπτίων στηριζόταν στον διπλασιασμό και την **επιμεριστική ιδιότητα**. Για παράδειγμα, για να υπολογίσουμε το γινόμενο 11×18 , είναι δυνατόν να εργαστούμε με τους πιο κάτω τρόπους.

A

$$\begin{aligned} 11 \times 18 &= (10 + 1) \times 18 \\ &= (10 \times 18) + (1 \times 18) \\ &= 180 + 18 \\ &= 198 \end{aligned}$$

B

$$\begin{aligned} 11 \times 18 &= 11 \times (9 + 9) \\ &= (11 \times 9) + (11 \times 9) \\ &= 99 + 99 \\ &= 198 \end{aligned}$$

Γ

$$\begin{aligned} 11 \times 18 &= 11 \times (5 + 5 + 8) \\ &= (11 \times 5) + (11 \times 5) + (11 \times 8) \\ &= 55 + 55 + 88 \\ &= 198 \end{aligned}$$

Δ

$$\begin{aligned} 11 \times 18 &= 11 \times (20 - 2) \\ &= (11 \times 20) - (11 \times 2) \\ &= 220 - 22 \\ &= 198 \end{aligned}$$

(α) Πώς εφαρμόζεται η επιμεριστική ιδιότητα σε κάθε περίπτωση; Να επεξηγήσετε.

(β) Να εισηγηθείτε ακόμα έναν τρόπο για τον υπολογισμό του γινομένου 11×18 που βασίζεται στην επιμεριστική ιδιότητα.



Παράδειγμα 1

Να χρησιμοποιήσετε την επιμεριστική ιδιότητα, για να υπολογίσετε το γινόμενο 14×12 .

Λύση:

Δύο ενδεικτικοί τρόποι υπολογισμού του γινομένου είναι οι πιο κάτω:

Α' τρόπος

Γράφουμε το 14 ως άθροισμα αριθμών και πολλαπλασιάζουμε ξεχωριστά κάθε όρο της πρόσθεσης με το 12.

$$\begin{aligned} 14 \times 12 &= (10 + 4) \times 12 \\ &= (10 \times 12) + (4 \times 12) \\ &= 120 + 48 \\ &= 168 \end{aligned}$$

Β' τρόπος

Γράφουμε το 12 ως άθροισμα αριθμών και πολλαπλασιάζουμε ξεχωριστά κάθε όρο της πρόσθεσης με το 14.

$$\begin{aligned} 14 \times 12 &= 14 \times (10 + 2) \\ &= (14 \times 10) + (14 \times 2) \\ &= 140 + 28 \\ &= 168 \end{aligned}$$



Δραστηριότητες 2

2.1. Να χρησιμοποιήσετε την επιμεριστική ιδιότητα, για να υπολογίσετε το γινόμενο.
Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

(α) 24×18

(β) 16×15

(γ) 68×11

(δ) 22×45

2.2. Να επιλέξετε τις αριθμητικές παραστάσεις που δίνουν το ίδιο αποτέλεσμα με το γινόμενο:

(α) 6×19

(i) $(6 + 10) \times (6 + 9)$

(ii) $(6 \times 20) - (6 \times 1)$

(iv) $(2 \times 19) + (2 \times 19) + (2 \times 19)$

(vi) $(4 \times 19) + (2 \times 19)$

(β) 13×25

(i) $(10 \times 25) + (3 \times 25)$

(ii) $(13 \times 20) + (13 \times 5)$

(iv) $(4 \times 25) + (4 \times 25) + (3 \times 25)$

(v) $(13 \times 5) + (13 \times 5)$



Διερεύνηση 2

Η επιμεριστική ιδιότητα είναι δυνατόν να χρησιμοποιηθεί και στη διαίρεση, όπως φαίνεται πιο κάτω.

$$\begin{aligned} 345 \div 5 &= (300 + 40 + 5) \div 5 \\ &= (300 \div 5) + (40 \div 5) + (5 \div 5) \\ &= 60 + 8 + 1 \\ &= 69 \end{aligned}$$



(α) Τι παρατηρείτε; Πώς εφαρμόζεται η επιμεριστική ιδιότητα στη διαίρεση;

(β) Να εισηγηθείτε διαφορετικούς τρόπους υπολογισμού του πιο πάνω πηλίκου που βασίζονται στην επιμεριστική ιδιότητα.

Η διαίρεση $345 \div 5$ είναι **τέλεια**, γιατί δίνει πηλίκο 69 και **υπόλοιπο 0**.

Μία διαίρεση που δίνει υπόλοιπο διαφορετικό από το 0, λέγεται **ατελής**.



Αναστοχασμός

Να χρησιμοποιήσετε την επιμεριστική ιδιότητα, για να υπολογίσετε το πηλίκο $297 \div 3$ με τρεις διαφορετικούς τρόπους.



Παράδειγμα 2

Να χρησιμοποιήσετε την επιμεριστική ιδιότητα, για να υπολογίσετε το πηλίκο $156 \div 4$.

Λύση:

Α' τρόπος

Γράφουμε το 156 ως άθροισμα αριθμών, οι οποίοι διαιρούνται με το 4.

$$\begin{aligned} 156 \div 4 &= (120 + 36) \div 4 \\ &= (120 \div 4) + (36 \div 4) \\ &= 30 + 9 \\ &= 39 \end{aligned}$$

ή

$$\begin{aligned} 156 \div 4 &= (80 + 60 + 16) \div 4 \\ &= (80 \div 4) + (60 \div 4) + (16 \div 4) \\ &= 20 + 15 + 4 \\ &= 39 \end{aligned}$$

Β' τρόπος

Γράφουμε το 156 ως διαφορά αριθμών, οι οποίοι διαιρούνται με το 4.

$$\begin{aligned} 156 \div 4 &= (160 - 4) \div 4 \\ &= (160 \div 4) - (4 \div 4) \\ &= 40 - 1 \\ &= 39 \end{aligned}$$

ή

$$\begin{aligned} 156 \div 4 &= (200 - 44) \div 4 \\ &= (200 \div 4) - (44 \div 4) \\ &= 50 - 11 \\ &= 39 \end{aligned}$$



Δραστηριότητες 3

3.1. Να χρησιμοποιήσετε την επιμεριστική ιδιότητα, για να υπολογίσετε το πηλίκο.

(α) $415 \div 5$

(β) $177 \div 3$

(γ) $165 \div 15$

(δ) $252 \div 12$



Αναστοχασμός

Δίνεται το πιο κάτω πηλίκο.

$$600 \div 15 = 40$$

Πώς είναι δυνατόν να το αξιοποιήσετε, για να συμπληρώσετε τον διαιρέτη στην πιο κάτω διαίρεση;

$$640 \div \underline{\hspace{1cm}} = 40$$

ΜΑΘΗΜΑ 3



Εξερεύνηση

Οι Ρώσοι χωρικοί ανέπτυξαν μια πρακτική μέθοδο που τους βοηθούσε να υπολογίζουν εύκολα ένα γινόμενο. Για παράδειγμα, για τον υπολογισμό του γινομένου 16×25 , οι Ρώσοι χωρικοί εργάζονταν με τον ακόλουθο τρόπο:

16	25
8	50
4	100
2	200
1	400

Άρα, $16 \times 25 = 400$

Να περιγράψετε την πιο πάνω μέθοδο υπολογισμού ενός γινομένου που χρησιμοποιούσαν οι Ρώσοι χωρικοί.



Δραστηριότητες 1

1.1. Να υπολογίσετε το γινόμενο, χρησιμοποιώντας τη μέθοδο των Ρώσων χωρικών.

(α) 16×15

(β) 32×55



Αναστοχασμός

Κατά την εφαρμογή της μεθόδου τους, οι Ρώσοι χωρικοί κάποιες φορές έφταναν σε έναν περιττό αριθμό, ο οποίος δεν μπορούσε να διαιρεθεί ακριβώς διά 2, όπως στο πιο κάτω παράδειγμα.

$$12 \times 15$$

12	15
6	30
3	60

Πώς νομίζετε ότι θα εργάζονταν στη συνέχεια οι Ρώσοι χωρικοί, ώστε να υπολογίσουν το γινόμενο 12×15 ;



Παράδειγμα 2

Να συμπληρώσετε, ώστε το γινόμενο σε κάθε περίπτωση να είναι το ίδιο.

(α) $18 \times 25 = 450$

(β) $25 \times 24 = 600$

$9 \times \underline{\quad} = 450$

$75 \times \underline{\quad} = 600$

Λύση:

(α) $18 \times 25 = 450$

$\downarrow \div 2 \quad \downarrow \times 2$

$9 \times 50 = 450$

Το 18 διαιρείται διά 2. Άρα, το 25 διπλασιάζεται, ώστε το γινόμενο να παραμείνει το ίδιο.

(β) $25 \times 24 = 600$

$\downarrow \times 3 \quad \downarrow \div 3$

$75 \times 8 = 600$

Το 25 τριπλασιάζεται. Άρα, το 24 διαιρείται διά τρία, ώστε το γινόμενο να παραμείνει το ίδιο.



Ο πολλαπλασιασμός και η διαίρεση είναι αντίστροφες πράξεις.



Δραστηριότητες 2

2.1. Να συμπληρώσετε.

(α) $18 \times 12 = 216$

$36 \times \underline{\quad} = 216$

(β) $15 \times 36 = 540$

$\underline{\quad} \times 12 = 540$

(γ) $11 \times 35 = 385$

$77 \times \underline{\quad} = 385$

(δ) $22 \times 24 = 528$

$\underline{\quad} \times 6 = 528$

(ε) $15 \times 32 = 480$

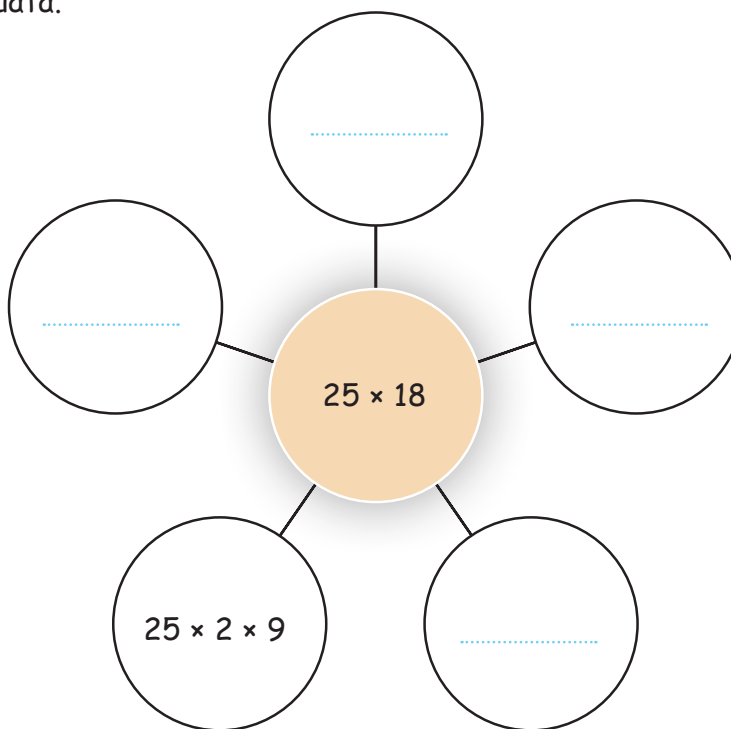
$60 \times \underline{\quad} = 480$

(στ) $28 \times 41 = 1148$

$\underline{\quad} \times 164 = 1148$



- 2.2. Να συμπληρώσετε το διάγραμμα με διαφορετικές αριθμητικές παραστάσεις που δίνουν το ίδιο αποτέλεσμα με την αριθμητική παράσταση 25×18 , αξιοποιώντας τις ιδιότητες που μελετήσατε στα προηγούμενα μαθήματα.



Μικρή Επανάληψη

1. Να συμπληρώσετε τον πίνακα, για να σχηματίσετε τον κάθε αριθμό με δύο διαφορετικούς τρόπους.

Συμβολική μορφή αριθμού	Χ	Ε	Δ	Μ	Αναλυτική μορφή αριθμού
1935					
1935					
5407					
5407					

2. Να συμπληρώσετε.

(α) 5429 → ____ χιλιάδες και ____ εκατοντάδες και ____ μονάδες

(β) 3464 → ____ εκατοντάδες και ____ δεκάδες και ____ μονάδες

ΜΑΘΗΜΑ 4



Διερεύνηση 1

Πιο κάτω παρουσιάζεται μία μέθοδος υπολογισμού του πηλίκου $120 \div 15$.

$$\begin{array}{l} 120 \div 15 \\ \downarrow \div 3 \quad \downarrow \div 3 \\ 40 \div 5 = 8 \\ \text{Άρα, } 120 \div 15 = 8 \end{array}$$

ή

$$\frac{120}{15} = \frac{40}{5} = 40 \div 5 = 8$$

$$\begin{array}{l} 120 \div 15 \\ \downarrow \div 5 \quad \downarrow \div 5 \\ 24 \div 3 = 8 \\ \text{Άρα, } 120 \div 15 = 8 \end{array}$$

ή

$$\frac{120}{15} = \frac{24}{3} = 24 \div 3 = 8$$



Κάθε διαίρεση είναι δυνατόν να γραφεί με τη μορφή κλάσματος.

$$120 \div 15 = \frac{120}{15}$$

(α) Πώς διευκολύνει η πιο πάνω μέθοδος τον υπολογισμό του πηλίκου;

(β) Να εφαρμόσετε την πιο πάνω μέθοδο, για να υπολογίσετε το πηλίκο:

(i) $210 \div 35$

(ii) $\frac{450}{150}$



Παράδειγμα 1

Να υπολογίσετε το πηλίκο $96 \div 12$, χρησιμοποιώντας απλοποίηση.

Λύση:

Α' τρόπος

$$\begin{array}{r} 96 \div 12 \\ \downarrow \div 2 \quad \downarrow \div 2 \\ 48 \div 6 = 8 \end{array}$$

$$96 \div 12 = \frac{96}{12} = \frac{48}{6} = 48 \div 6 = 8$$

Β' τρόπος

$$\begin{array}{r} 96 \div 12 \\ \downarrow \div 3 \quad \downarrow \div 3 \\ 32 \div 4 = 8 \end{array}$$

$$96 \div 12 = \frac{96}{12} = \frac{32}{4} = 32 \div 4 = 8$$

Γ' τρόπος

$$\begin{array}{r} 96 \div 12 \\ \downarrow \div 2 \quad \downarrow \div 2 \\ 48 \div 6 = 8 \\ \downarrow \div 2 \quad \downarrow \div 2 \\ 24 \div 3 = 8 \end{array}$$

$$96 \div 12 = \frac{96}{12} = \frac{48}{6} = \frac{24}{3} = 24 \div 3 = 8$$

Άρα, $96 \div 12 = 8$



Δραστηριότητες 1

1.1. Να υπολογίσετε το πηλίκο, χρησιμοποιώντας απλοποίηση.

(α) $60 \div 15$

(β) $72 \div 18$

(γ) $\frac{210}{14}$

(δ) $\frac{408}{24}$



Διερεύνηση 2

(α) Να μελετήσετε τον πιο κάτω τρόπο υπολογισμού ενός πηλίκου.

$$72 \div 18$$

$$72 \div 18 = 72 \div 9 \div 2$$

$$72 \div 9 = 8$$

$$8 \div 2 = 4$$

$$\text{Άρα, } 72 \div 18 = 4$$

$$180 \div 15$$

$$180 \div 15 = 180 \div 3 \div 5$$

$$180 \div 3 = 60$$

$$60 \div 5 = 12$$

$$\text{Άρα, } 180 \div 15 = 12$$

Τι παρατηρείτε; Με ποιον τρόπο απλοποιείται η διαίρεση στις πιο πάνω περιπτώσεις;

(β) Να περιγράψετε τα βήματα που θα ακολουθήσετε, για να υπολογίσετε το πηλίκο $180 \div 12$, με βάση τον πιο πάνω τρόπο.



Παράδειγμα 2

Να συμπληρώσετε τον αριθμό που λείπει.

$$300 \div 15 = 300 \div 3 \div \square$$

Λύση:

$$300 \div 15 = 300 \div 3 \div \boxed{5}$$

Ο αριθμός που λείπει είναι το 5, γιατί $15 = 3 \times 5$.



Δραστηριότητες 2

2.1. Να συμπληρώσετε τον αριθμό που λείπει.

(α) $90 \div 18 = 90 \div 9 \div \square$

(β) $70 \div 14 = 70 \div \square \div 2$

(γ) $105 \div \square = 105 \div 5 \div 3$

(δ) $120 \div \square = 120 \div 6 \div 4$



Αναστοχασμός

Ποια από τα πιο κάτω θα χρησιμοποιούσατε, για να απλοποιήσετε τη διαίρεση $72 \div 24$; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

A.

$$72 \div 8 \div 3$$

B.

$$72 \div (20 + 4)$$

Γ.

$$72 \div 2 \div 12$$



Παράδειγμα 3

Να υπολογίσετε το πηλίκο $450 \div 18$.

Λύση:

Α' τρόπος

Διαιρούμε τον διαιρετέο και τον διαιρέτη με έναν κοινό παράγοντα, π.χ. με το 9.

$$\begin{array}{l} 450 \div 18 \\ \downarrow \div 9 \quad \downarrow \div 9 \\ 50 \div 2 = 25 \end{array}$$

Άρα, $450 \div 18 = 25$

Β' τρόπος

Διαιρούμε τον διαιρετέο διαδοχικά με μικρότερους διαιρέτες, π.χ. το 9 και το 2, αφού $18 = 9 \times 2$.

$$\begin{aligned} 450 \div 18 &= 450 \div 9 \div 2 \\ 450 \div 9 &= 50 \\ 50 \div 2 &= 25 \end{aligned}$$

Άρα, $450 \div 18 = 25$



Δραστηριότητες 3

3.1. Να υπολογίσετε το πηλίκο.

(α) $150 \div 6$

(β) $210 \div 15$

(γ) $770 \div 14$

(δ) $240 \div 48$



3.2. Η Σοφία θα χρησιμοποιήσει υπολογιστική μηχανή, για να υπολογίσει το πηλίκο $200 \div 8$. Το πλήκτρο 8 της μηχανής δεν λειτουργεί. Πώς είναι δυνατόν να υπολογίσει το πηλίκο; Να βρείτε δύο διαφορετικούς τρόπους.



3.3. Να αντιστοιχίσετε κάθε δήλωση με την κατάλληλη λέξη **ΟΡΘΟ** ή **ΛΑΘΟΣ**.
Να εξηγήσετε.

(α) Για να υπολογίσουμε το πηλίκο $264 \div 12$, διαιρούμε πρώτα το 264 διά 2 και στη συνέχεια διαιρούμε το αποτέλεσμα διά 6.

(β) Για να υπολογίσουμε το πηλίκο $216 \div 24$, διαιρούμε πρώτα το 216 διά 4 και στη συνέχεια διαιρούμε το αποτέλεσμα διά 8.

ΟΡΘΟ

(γ) Για να υπολογίσουμε το πηλίκο $420 \div 15$, διαιρούμε πρώτα το 420 διά 10 και στη συνέχεια διαιρούμε το αποτέλεσμα διά 5.

ΛΑΘΟΣ

(δ) Για να υπολογίσουμε το πηλίκο $144 \div 16$, διαιρούμε πρώτα το 144 διά 2 και στη συνέχεια διαιρούμε το αποτέλεσμα διά 8.



Αναστοχασμός

Είναι δυνατόν να υπολογίσετε το πηλίκο, απλοποιώντας τη διαίρεση;
Να εξηγήσετε.

(α) $156 \div 13$

(β) $80 \div 6$



Διαμορφωτική Αξιολόγηση

- 1 Να χρησιμοποιήσετε τις ιδιότητες των πράξεων, για να υπολογίσετε το αποτέλεσμα.

(α) $12 + 39 + 28 =$

(β) $25 \times 8 \times 4 \times 2 =$

(γ) $29 \times 18 =$

(δ) $80 \div 16 =$

- 2 Να συμπληρώσετε.

(α) $15 \times 42 = (15 \times \square) + (\square \times 2)$

(β) $168 \div 14 = (140 \div \square) + (\square \div 14)$

(γ) $25 \times 18 = 50 \times \square$

(δ) $75 \times 2 = 15 \times \square$

(ε) $120 \div 15 = 120 \div 3 \div \square$

(στ) $144 \div 8 = \square \div 4$

- 3 (α) Ποια από τις πιο κάτω δηλώσεις είναι ορθή; Γιατί;

Α. Για να διαιρέσω έναν αριθμό διά 5, μπορώ πρώτα να τον διαιρέσω διά 10 και έπειτα να διαιρέσω αυτό που θα βρω διά 2.

Β. Για να διαιρέσω έναν αριθμό διά 5, μπορώ, πρώτα να τον διαιρέσω διά 10 και έπειτα να πολλαπλασιάσω αυτό που θα βρω επί 2.

(β) Να χρησιμοποιήσετε την ορθή δήλωση, για να υπολογίσετε κάθε πηλίκο.

(i)

$420 \div 5$

(ii)

$3700 \div 5$



Περίληψη Ενότητας

Ιδιότητες των πράξεων

Πρόσθεση και Αφαίρεση

Αντιμεταθετική ιδιότητα Όταν προσθέτω δύο αριθμούς, το αποτέλεσμα δεν επηρεάζεται από τη σειρά με την οποία προσθέτω τους αριθμούς. $5 + 2 = 2 + 5$ $7 = 7$	Προσεταιριστική ιδιότητα Όταν προσθέτω τρεις ή περισσότερους αριθμούς, το τελικό αποτέλεσμα δεν επηρεάζεται από τη σειρά με την οποία κάνω τις προσθέσεις. $(5 + 2) + 8 = 5 + (2 + 8)$ $7 + 8 = 5 + 10$ $15 = 15$
Ουδέτερο στοιχείο της πρόσθεσης Το 0 είναι το ουδέτερο στοιχείο της πρόσθεσης. $5 + 0 = 5$ $0 + 5 = 5$	Αντίθετες πράξεις Η πρόσθεση και η αφαίρεση είναι αντίθετες πράξεις. $5 + \cancel{2} - \cancel{2} = 5$

Πολλαπλασιασμός και Διαίρεση

Αντιμεταθετική ιδιότητα Όταν πολλαπλασιάζω δύο αριθμούς, το αποτέλεσμα δεν επηρεάζεται από τη σειρά με την οποία πολλαπλασιάζω τους αριθμούς. $4 \times 2 = 2 \times 4$ $8 = 8$	Προσεταιριστική ιδιότητα Όταν πολλαπλασιάζω τρεις ή περισσότερους αριθμούς, το τελικό αποτέλεσμα δεν επηρεάζεται από τη σειρά με την οποία κάνω τους πολλαπλασιασμούς. $(5 \times 2) \times 3 = 5 \times (2 \times 3)$ $10 \times 3 = 5 \times 6$ $30 = 30$
Ουδέτερο στοιχείο του πολλαπλασιασμού Το 1 είναι το ουδέτερο στοιχείο του πολλαπλασιασμού. $5 \times 1 = 5$ $1 \times 5 = 5$	Απορροφητικό στοιχείο του πολλαπλασιασμού Το 0 είναι το απορροφητικό στοιχείο του πολλαπλασιασμού. $5 \times 0 = 0$ $0 \times 5 = 0$
Αντίστροφες πράξεις Ο πολλαπλασιασμός και η διαίρεση είναι αντίστροφες πράξεις. $(15 \times \cancel{3}) \div \cancel{3} = 15$	
Επιμεριστική ιδιότητα $6 \times 28 = 6 \times (20 + 8)$ $= (6 \times 20) + (6 \times 8)$ $= 120 + 48$ $= 168$	
$84 \div 4 = (80 + 4) \div 4$ $= (80 \div 4) + (4 \div 4)$ $= 20 + 1$ $= 21$	



Επιπρόσθετες Δραστηριότητες

Προσεταιριστική ιδιότητα στην πρόσθεση και στον πολλαπλασιασμό.

1 Να υπολογίσετε το αποτέλεσμα των πιο κάτω αριθμητικών παραστάσεων.

(α) $82 + 73 + 17 =$ (β) $125 + 192 + 75 =$ (γ) $18 + 24 + 12 + 26 =$

(δ) $9 \times 5 \times 2 =$ (ε) $15 \times 8 \times 4 =$ (στ) $5 \times 9 \times 4 \times 6 =$

2 (α) Να συμπληρώσετε τον αριθμό που λείπει σε κάθε περίπτωση.

$25 \times 24 = 25 \times 4 \times \underline{\hspace{1cm}}$

$25 \times 24 = 25 \times 3 \times \underline{\hspace{1cm}}$

(β) Σε ποια περίπτωση θα υπολογίσετε πιο εύκολα το γινόμενο 25×24 ;
Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(γ) Να χρησιμοποιήσετε τον πιο πάνω τρόπο, για να υπολογίσετε το γινόμενο σε κάθε περίπτωση.

(i) 35×18

(ii) 16×25

3 Πώς είναι δυνατόν να υπολογίσουμε την τιμή των πιο κάτω αριθμητικών παραστάσεων, αν γνωρίζουμε ότι ισχύει η πιο κάτω σχέση;

$\star + \heartsuit = 100$

(α) $\star + \heartsuit + 350 =$

(β) $\heartsuit + \star =$

(γ) $\star + 85 + \heartsuit =$

(δ) $\star + 125 - \star =$

Ιδιότητες Πολλαπλασιασμού

- 4 (α) Να υπολογίσετε το γινόμενο, χρησιμοποιώντας την επιμεριστική ιδιότητα. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

(i) 54×11 (ii) 34×16 (iii) 46×19 (iv) 15×81

- (β) Να υπολογίσετε το γινόμενο, χρησιμοποιώντας τη μέθοδο των Ρώσων χωρικών. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

(i) 8×14 (ii) 31×6 (iii) 16×24 (iv) 32×45

- 5 Να συμπληρώσετε.

(α) $15 \times 42 = (15 \times \square) + (\square \times 2)$ (β) $32 \times 18 = (30 \times \square) + 36$

(γ) $48 \times 39 = (48 \times \square) - (48 \times 1)$ (δ) $37 \times 16 = 370 + (37 \times \square)$

- 6 Να συμπληρώσετε.

(α) $45 \times 8 = 90 \times \square$ (β) $12 \times 15 = \square \times 60$ (γ) $48 \times 25 = 12 \times \square$

(δ) $\square \times 75 = 4 \times 150$ (ε) $15 \times \square = 5 \times 21$ (στ) $26 \times 15 = 30 \times \square$

- 7 (α) Να υπολογίσετε το γινόμενο στους πιο κάτω πολλαπλασιασμούς.

(i) $65 \times 10 = \square$

(ii) $72 \times 100 = \square$

(iii) $5 \times 1000 = \square$

- (β) Να αξιοποιήσετε τα πιο πάνω γινόμενα, για να υπολογίσετε:

(i) 65×9

(ii) 72×99

(iii) 5×999

- 8 Να επεξηγήσετε γιατί οι πιο κάτω αριθμητικές παραστάσεις δίνουν το ίδιο γινόμενο με το 20×25 .

10×50

100×5

$40 \times 12,5$

- 9 Να σημειώσετε με ✓ στις αριθμητικές παραστάσεις που δίνουν το ίδιο γινόμενο με το 25×18 .

$(20 + 5) \times 18$	
$(25 \times 10) + (25 \times 8)$	
$(20 \times 18) + (5 \times 18)$	
$(20 + 5) \times (10 + 8)$	
$25 \times 10 \times 8$	
$25 \times 2 \times 9$	
$25 \times (3 + 6)$	

- 10 Να απαντήσετε στις ερωτήσεις, χωρίς να κάνετε τις πράξεις.

(α) Πόσο πιο μεγάλο είναι το 15×24 από το 14×24 ;

(β) Πόσο πιο μικρό είναι το 15×23 από το 15×24 ;

- 11 Ποιο από τα πιο κάτω δίνει το μεγαλύτερο γινόμενο; Να απαντήσετε, χωρίς να κάνετε τις πράξεις.

57×23

56×24

2 Ιδιότητες των πράξεων

Ιδιότητες Διάρθρωσης

12 Να υπολογίσετε το πηλίκο. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

(α) $144 \div 16$

(β) $200 \div 8$

(γ) $240 \div 15$

(δ) $350 \div 25$



Επικοινωνία

13 Ο Ιωάννης και η Σοφία εργάστηκαν όπως φαίνεται πιο κάτω, για να υπολογίσουν το πηλίκο $84 \div 12$.



$$84 \div 12 = 84 \div 2 \div 6$$

$$84 \div 2 = 42$$

$$42 \div 6 = 7$$

$$\text{Άρα, } 84 \div 12 = 7$$

$$84 \div 12 = 84 \div 4 \div 3$$

$$84 \div 4 = 21$$

$$21 \div 3 = 7$$

$$\text{Άρα, } 84 \div 12 = 7$$



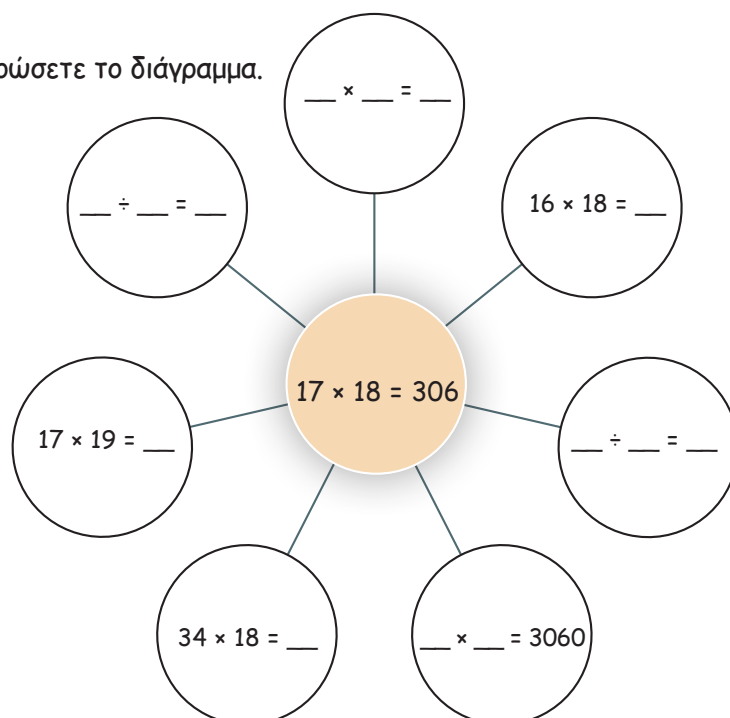
Ποιο από τα δύο παιδιά εργάστηκε ορθά; Να επεξηγήσετε. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.



14 Να εξηγήσετε γιατί ο τρόπος με τον οποίο εργάστηκε ο Πάρης είναι λανθασμένος. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

Για να υπολογίσω το πηλίκο $420 \div 15$, διαιρώ πρώτα το 420 διά 10. Στη συνέχεια διαιρώ το αποτέλεσμα διά 5.

15 Να συμπληρώσετε το διάγραμμα.









Ενότητα

αριθμοί – πράξεις



3 αριθμοί – πράξεις



Στην ενότητα αυτή θα μάθουμε...

- Να διαβάζουμε, να γράφουμε, να αναλύουμε και να συνθέτουμε αριθμούς μέχρι τα 100 000 000.
- Να υπολογίζουμε το άθροισμα και τη διαφορά αριθμών μέχρι τα 100 000 000.
- Να εκτιμούμε το γινόμενο ενός πολλαπλασιασμού με διψήφιο παράγοντα.
- Να υπολογίζουμε κατακόρυφα το γινόμενο ενός πολλαπλασιασμού με διψήφιο παράγοντα.
- Να εκτιμούμε το πηλίκο μιας διαίρεσης με διψήφιο διαιρέτη.
- Να υπολογίζουμε κατακόρυφα το πηλίκο μιας διαίρεσης με διψήφιο διαιρέτη και να επαληθεύουμε την απάντησή μας.



Τα Μαθηματικά στον κόσμο

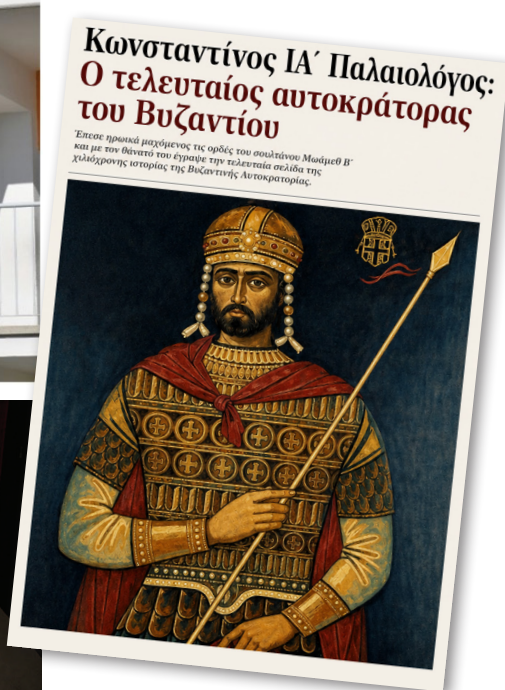
Οι αρχαίοι Έλληνες χρησιμοποιούσαν το **Ιωνικό σύστημα αρίθμησης**, στο οποίο κάθε γράμμα του ελληνικού αλφαβήτου αντιστοιχούσε σε έναν αριθμό. Για να ξεχωρίζουν τους αριθμούς από τα γράμματα, σημείωναν μία οξεία στην πάνω δεξιά πλευρά του γράμματος.

Μονάδες	Δεκάδες	Εκατοντάδες
Α' = 1	Ι' = 10	Ρ' = 100
Β' = 2	Κ' = 20	Σ' = 200
Γ' = 3	Λ' = 30	Τ' = 300
Δ' = 4	Μ' = 40	Υ' = 400
Ε' = 5	Ν' = 50	Φ' = 500
Ζ' (Στίγμα) = 6	Ξ' = 60	Χ' = 600
Ζ' = 7	Ο' = 70	Ψ' = 700
Η' = 8	Π' = 80	Ω' = 800
Θ' = 9	Ϛ' (Κόππα) = 90	ϛ' (Σαμπί) = 900

Οι υπόλοιποι αριθμοί σχηματίζονταν ως συνδυασμός γραμμάτων, προσθέτοντας τις αριθμητικές τους αξίες, π.χ. **ΙΒ' = 12** (10 + 2), **ΚΑ' = 21** (20 + 1). Το Ιωνικό σύστημα αρίθμησης εξακολουθεί να χρησιμοποιείται μέχρι και σήμερα σε ορισμένες περιπτώσεις, όπως φαίνεται πιο κάτω.



Χρυσή λάρνακα του τάφου του Φιλίππου Β'



- Να διαβάσετε τους αριθμούς στις εικόνες.

ΜΑΘΗΜΑ 1



Διερεύνηση

Το Ιωνικό σύστημα αρίθμησης εγκαταλείφθηκε σταδιακά, επειδή ήταν δύσκολο για τη γραφή και την ανάγνωση μεγάλων αριθμών. Τελικά, επικράτησε το **δεκαδικό σύστημα αρίθμησης**, το οποίο βασίζεται στην **αξία θέσης ψηφίου**, όπως φαίνεται στον πιο κάτω πίνακα.

Εκατομμύρια			Χιλιάδες			Μονάδες		
Εκατοντάδες εκατομμύρια	Δεκάδες εκατομμύρια	Μονάδες εκατομμύρια	Εκατοντάδες χιλιάδες	Δεκάδες χιλιάδες	Μονάδες χιλιάδες	Εκατοντάδες	Δεκάδες	Μονάδες
					3	2	4	5
				3	2	4	5	0
			3	2	4	5	0	0
		3	2	4	5	0	0	0
	3	2	4	5	0	0	0	0
3	2	4	5	0	0	0	0	0

(α) Να διαβάσετε τους πιο πάνω αριθμούς.

(β) Να εξηγήσετε πώς αλλάζει η αξία του κόκκινου ψηφίου ανάλογα με τη θέση του στον αριθμό.



Παράδειγμα 1

Να γράψετε σε λεκτική μορφή τους πιο κάτω αριθμούς.

(α) 34 510

(β) 345 100

(γ) 3 451 000

Λύση:

(α) 34 510

Τριάντα τέσσερις χιλιάδες πεντακόσια δέκα

34 510
χιλιάδες μονάδες

(β) 345 100

Τριακόσιες σαράντα πέντε χιλιάδες εκατόν

345 100
χιλιάδες μονάδες

(γ) 3 451 000

Τρία εκατομμύρια

τετρακόσιες πενήντα μία χιλιάδες

3 451 000
εκατομμύρια χιλιάδες μονάδες



Δραστηριότητες 1

1.1. Να συμπληρώσετε τον πίνακα.

Συμβολική μορφή	Λεκτική μορφή
4835	
33 279	
280 420	
3 910 875	
25 100 000	
	τριάντα πέντε χιλιάδες διακόσια είκοσι ένα
	εκατόν δεκαεπτά χιλιάδες διακόσια δύο
	δύο εκατομμύρια τριακόσιες χιλιάδες σαράντα ένα
	εβδομήντα εκατομμύρια πεντακόσιες χιλιάδες
	εκατόν είκοσι οκτώ εκατομμύρια

1.2. Να γράψετε την αξία του υπογραμμισμένου ψηφίου σε κάθε αριθμό, όπως στο παράδειγμα.

Παράδειγμα:

93 517

90 000

(α) 685 726

(β) 4 830 701

(γ) 1 750 728

(δ) 835 000 000

(ε) 38 979 000

1.3. Να συγκρίνετε τους αριθμούς, χρησιμοποιώντας τα σύμβολα $<$, $>$ ή $=$.

(α) 45 631 54 631

(β) 318 002 317 999

(γ) 7 752 000 77 520 000

(δ) 19 003 000 19 030 000

1.4. Να συμπληρώσετε τα ψηφία που λείπουν, ώστε να ισχύουν οι ανισότητες.

(α) 31 265 $<$ 3__ 265

(β) 672 319 $>$ 6__ 2 319

(γ) 1__ 4 920 $>$ 184 920

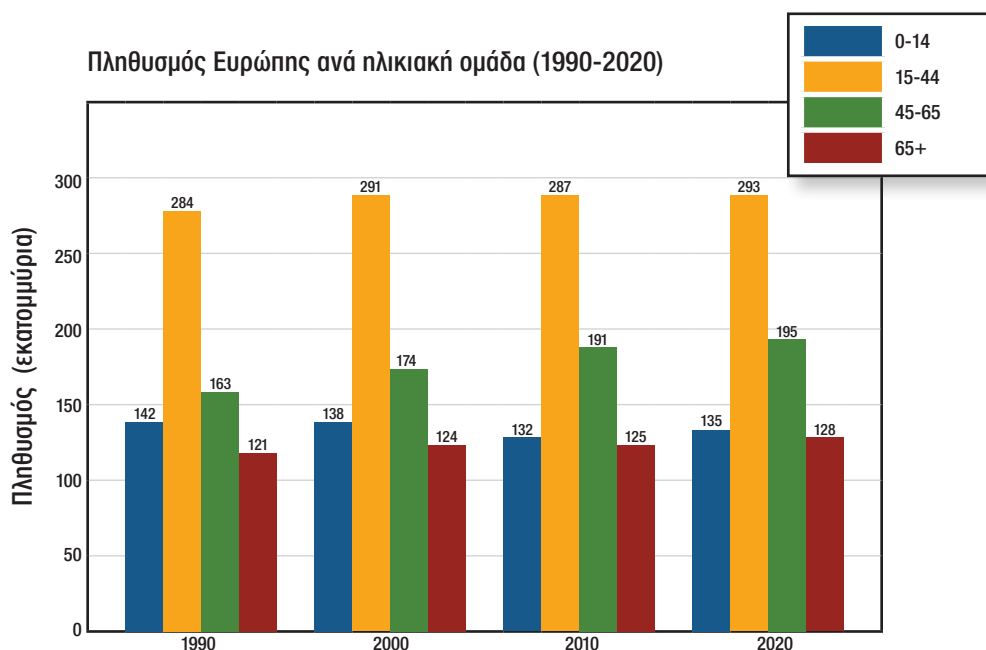
(δ) 82 __ 09 $<$ 82 409



Αναστοχασμός

Γιατί ο μεγαλύτερος εξαψήφιος αριθμός είναι το 999 999; Να επεξηγήσετε.

1.5. Η πιο κάτω γραφική παράσταση παρουσιάζει τον πληθυσμό της Ευρώπης ανά ηλικιακή ομάδα από το 1990 - 2020.



Ένας δημοσιογράφος ετοιμάζει ένα άρθρο σχετικά με τον πληθυσμό της Ευρώπης ανά ηλικιακή ομάδα. Επέλεξε τον τίτλο «Ευρώπη: μια ήπειρος που γερνά».

Να σχολιάσετε την επιλογή του τίτλου, με βάση τη γραφική παράσταση.

1.6. Να χρησιμοποιήσετε μερικά από τα ψηφία **6 3 3 5 5 0 7**, για να σχηματίσετε τον εξαψήφιο αριθμό που περιγράφεται.

- Το ψηφίο των δεκάδων χιλιάδων και των εκατοντάδων είναι το ίδιο.
- Το ψηφίο των εκατοντάδων χιλιάδων είναι διπλάσιο από το ψηφίο των δεκάδων.
- Είναι μικρότερος από τις εξακόσιες πενήντα πέντε χιλιάδες.



Αναστοχασμός

Να συμπληρώσετε τις πληροφορίες, ώστε να περιγράψετε τον αριθμό 6 215 348.

- Το ψηφίο των δεκάδων είναι διπλάσιο από το ψηφίο των εκατοντάδων χιλιάδων.

• _____

• _____

• _____

1.7. Να γράψετε τον κάθε αριθμό σε αναλυτική μορφή με τρεις διαφορετικούς τρόπους.

(α)

9152

9 χιλιάδες + 1 εκατοντάδα + 5 δεκάδες + 2 μονάδες

9 χιλιάδες + 15 δεκάδες + 2 μονάδες

(β)

50 638

1.8. Να συμπληρώσετε.



Παράδειγμα 2

(α) Να υπολογίσετε κατακόρυφα το άθροισμα $309\,814 + 173\,537$.

Λύση:

	ΕΧ	ΔΧ	ΜΧ	Ε	Δ	Μ	
		1	1		1		
	3	0	9	8	1	4	
+	1	7	3	5	3	7	
	4	8	3	3	5	1	

(β) Να υπολογίσετε κατακόρυφα τη διαφορά $199\,858 - 34\,549$.

Λύση:

	ΕΧ	ΔΧ	ΜΧ	Ε	Δ	Μ	
					4	18	
	1	9	9	8	5	8	
-		3	4	5	4	9	
	1	6	5	3	0	9	



Δραστηριότητες 2

2.1. Να υπολογίσετε κατακόρυφα το άθροισμα και τη διαφορά. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

(α) $56\,345 + 1321$

(β) $17\,860 + 11\,367$

(γ) $156\,734 + 43\,578$

(δ) $3\,456\,000 + 8\,769\,000$

(ε) $47\,935 - 12\,300$

(στ) $2\,154\,369 - 458\,122$

(ζ) $17\,935\,000 - 1\,230\,800$

(η) $182\,400\,000 - 25\,800\,000$

2.2. Ο πιο κάτω πίνακας παρουσιάζει τις αφίξεις τουριστών και τουριστριών στην Κύπρο κατά τους καλοκαιρινούς μήνες για το 2024 και το 2025.

Μήνας	2024	2025
Ιούνιος	482 261	498 527
Ιούλιος	551 229	589 116
Αύγουστος	554 923	602 026

Να απαντήσετε στις ερωτήσεις.

(α) Πόσα άτομα επισκέφθηκαν την Κύπρο το καλοκαίρι του 2024;

(β) Πόσα άτομα επισκέφθηκαν την Κύπρο το καλοκαίρι του 2025;

(γ) Πόσα περισσότερα άτομα επισκέφθηκαν την Κύπρο το καλοκαίρι του 2025 σε σχέση με το καλοκαίρι του 2024;



- 2.3. Πολλοί άνθρωποι φεύγουν από τη χώρα τους, για να ζήσουν σε μια άλλη χώρα. Αυτό το φαινόμενο ονομάζεται **μετανάστευση**. Σε μερικές περιπτώσεις οι άνθρωποι μεταναστεύουν επειδή το θέλουν, ενώ σε άλλες περιπτώσεις αναγκάζονται να φύγουν λόγω πολέμων ή φυσικών καταστροφών.

Ο πιο κάτω πίνακας παρουσιάζει τον αριθμό των μεταναστών και μεταναστριών σε διαφορετικές χώρες, όπως καταγράφηκε την 1^η Ιανουαρίου 2024 και την 1^η Ιανουαρίου 2025.

Χώρα	1 ^η Ιανουαρίου 2024	1 ^η Ιανουαρίου 2025
Γερμανία	16 900 000	17 200 000
Γαλλία	9 500 000	9 600 000
Ισπανία	8 800 000	9 500 000
Ηνωμένο Βασίλειο	10 500 000	10 700 000
Ιταλία	6 400 000	6 900 000



Να ερμηνεύσετε τα δεδομένα που παρουσιάζονται στον πιο πάνω πίνακα.



Μικρή Επανάληψη

- Να χρησιμοποιήσετε την προσεταιριστική ιδιότητα, για να υπολογίσετε το αποτέλεσμα.
 (α) $125 + 39 + 75 + 11$ _____
 (β) $5 \times 7 \times 20 \times 8$ _____
- Να υπολογίσετε το αποτέλεσμα με δύο διαφορετικούς τρόπους.
 (α) 15×28 _____
 (β) $132 \div 12$ _____



Διαμορφωτική Αξιολόγηση

1 Δίνεται ο αριθμός 745 639 728.

(α) Ποιο ψηφίο βρίσκεται στη θέση των εκατοντάδων χιλιάδων;

(β) Ποιο ψηφίο βρίσκεται στη θέση των δεκάδων εκατομμυρίων;

2 Να βάλετε σε κύκλο τους αριθμούς, οι οποίοι είναι μικρότεροι από το ένα εκατομμύριο και πενήντα χιλιάδες.

(α) 1 400 000

(β) 1 049 900

(γ) 1 060 000

(δ) 1 030 900

3 Να γράψετε τον αριθμό 123 802 σε αναλυτική μορφή, με δύο διαφορετικούς τρόπους.

Α' τρόπος:

Β' τρόπος:

4 Η Αρετή έγραψε έξι εξαψήφιους αριθμούς σε αύξουσα σειρά.

- Ο πρώτος αριθμός είναι το 345 900
- Ο τελευταίος αριθμός είναι το 347 000
- Το άθροισμα των ψηφίων σε καθέναν από τους άλλους αριθμούς είναι 20.
- Τα ψηφία σε κάθε αριθμό είναι διαφορετικά μεταξύ τους.

Ποιοι είναι δυνατόν να είναι οι άλλοι τέσσερις αριθμοί που έγραψε η Αρετή; Να τους γράψετε σε αύξουσα σειρά.

345 900 _____ 347 000





Τα Μαθηματικά στον κόσμο

Οι προσφυγικοί καταυλισμοί είναι ένα διαχρονικό φαινόμενο που παρατηρείται σε διάφορες εποχές και περιοχές του κόσμου. Ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα αποτελεί η Κύπρος, ύστερα από την τουρκική εισβολή του 1974, όταν χιλιάδες εκτοπισμένοι βρέθηκαν σε πρόχειρους καταυλισμούς σε διάφορες περιοχές του νησιού.



Προσφυγικός καταυλισμός στην Κύπρο το καλοκαίρι του 1974

Η κάλυψη των βασικών αναγκών των προσφύγων οργανώνεται μέσω ανθρωπιστικών αποστολών. Οι υπεύθυνοι συνήθως χρειάζεται να κάνουν γρήγορες εκτιμήσεις, ώστε να καθοριστεί πόσα τρόφιμα, πόσο νερό ή πόσες σκηνές απαιτούνται. Ορισμένα παραδείγματα εκτιμήσεων που χρειάζεται να γίνουν είναι:

- Πόσα κιλά τροφίμων χρειάζονται συνολικά κάθε μέρα, αν κάθε άτομο χρειάζεται περίπου 2 kg τροφίμων την ημέρα;
- Πόσα περίπου φορτηγά χρειάζονται για τη μεταφορά των κιβωτίων, αν κάθε φορτηγό μπορεί να μεταφέρει μέχρι 2000 kg;

- Πώς καταλαβαίνετε τη λέξη «εκτίμηση»;



Διερεύνηση

Ο Πάρης και η Σοφία εκτίμησαν το γινόμενο 21×24 με δύο διαφορετικούς τρόπους.

Το σύμβολο $\approx$ σημαίνει «είναι περίπου ίσο με».



$$21 \times 24 \approx 20 \times 20 \\ = 400$$



$$21 \times 24 \approx 20 \times 25 \\ = 500$$

(α) Να συγκρίνετε τους δύο τρόπους.



(β) Να υπολογίσετε το ακριβές γινόμενο, χρησιμοποιώντας την υπολογιστική μηχανή.

$21 \times 24 =$

(γ) Ποιου παιδιού η εκτίμηση είναι πιο κοντά στο ακριβές γινόμενο; Γιατί;



Παράδειγμα 1

Να εκτιμήσετε το γινόμενο.

(α) 78×114 (β) 26×382

Λύση:

(α) $78 \times 114 \approx 80 \times 100$
 $= 8000$

Για να εκτιμήσουμε ένα γινόμενο, συνήθως στρογγυλοποιούμε τους αριθμούς. Για παράδειγμα:

- Το 78 στρογγυλοποιείται στην πλησιέστερη δεκάδα στο 80.
- Το 114 στρογγυλοποιείται στην πλησιέστερη εκατοντάδα στο 100.

(β) $26 \times 382 \approx 25 \times 400$
 $= 10\,000$

Πολλές φορές, δεν χρησιμοποιούμε τη στρογγυλοποίηση, αλλά επιλέγουμε βολικούς αριθμούς που διευκολύνουν την εκτίμηση του γινομένου. Για παράδειγμα, ο πλησιέστερος βολικός αριθμός του 26 είναι το 25.



Δραστηριότητες 1

1.1. Να βάλετε σε κύκλο την καλύτερη εκτίμηση για το κάθε γινόμενο.

(α) 28×33 περίπου 800 περίπου 900 περίπου 1200

(β) 11×24 περίπου 200 περίπου 250 περίπου 300

(γ) 238×43 περίπου 8000 περίπου 10 000 περίπου 12 000

1.2. Να εκτιμήσετε το γινόμενο. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

(α) 57×31 (β) 387×48 (γ) 249×11 (δ) 398×24

1.3. Να γράψετε δύο διψήφιους αριθμούς, ώστε το γινόμενό τους να είναι περίπου 4200. Να βρείτε δύο διαφορετικές περιπτώσεις.

(α) $\times$ ≈ 4200

(β) $\times$ ≈ 4200

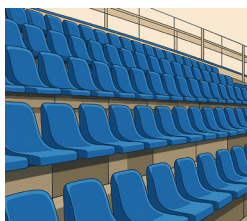


1.4. Ο Αντώνης έκανε την πιο κάτω εκτίμηση.

Εκτιμώ ότι το γινόμενο 85×76 είναι περίπου ίσο με το γινόμενο 90×80 .

Η εκτίμηση του Αντώνη είναι μεγαλύτερη ή μικρότερη από το ακριβές γινόμενο; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

1.5. Να εκτιμήσετε την απάντηση στα πιο κάτω προβλήματα.



(α) Σε έναν ποδοσφαιρικό αγώνα θα τοποθετηθεί ένα αναμνηστικό καπέλο σε κάθε θέση του σταδίου. Το στάδιο έχει 4 κερκίδες. Κάθε κερκίδα έχει 28 σειρές και κάθε σειρά 245 θέσεις. Πόσα περίπου αναμνηστικά καπέλα χρειάζονται;



(β) Σε μια εκστρατεία αναδάσωσης θα φυτευτούν δέντρα σε μια μεγάλη περιοχή. Η περιοχή χωρίζεται σε 25 τμήματα. Σε κάθε τμήμα φυτεύονται 48 σειρές δέντρων και σε κάθε σειρά υπάρχουν 30 δέντρα. Πόσα περίπου δέντρα θα φυτευτούν συνολικά;



Αναστοχασμός

Να συμπληρώσετε τη μαθηματική πρόταση με τρεις από τους πιο κάτω αριθμούς, ώστε το γινόμενο να είναι περίπου 20 000.

11

18

95

185

269

×

×

$\approx 20\,000$

ΜΑΘΗΜΑ 3



Διερεύνηση

Η Αρετή εργάστηκε όπως φαίνεται πιο κάτω, για να υπολογίσει το γινόμενο 23×12 .

x	20	3
10	200	30
2	40	6

$23 \times 12 = 200 + 40 + 30 + 6$
 $= 276$

(α) Να περιγράψετε τον πιο πάνω τρόπο υπολογισμού του γινομένου.

(β) Η Χαρά και ο Μάριος υπολόγισαν με διαφορετικούς τρόπους το γινόμενο 23×12 . Να εξηγήσετε πώς οι τρόποι αυτοί συνδέονται με τον τρόπο της Αρετής.

$$\begin{array}{r} 23 \\ \times 12 \\ \hline 6 \quad (2 \times 3) \\ 40 \quad (2 \times 20) \\ 30 \quad (10 \times 3) \\ + 200 \quad (10 \times 20) \\ \hline 276 \end{array}$$

Χαρά

$$\begin{array}{r} 23 \\ \times 12 \\ \hline 46 \\ + 230 \\ \hline 276 \end{array}$$

Μάριος



Παράδειγμα 1

Να εκτιμήσετε και να υπολογίσετε κατακόρυφα το γινόμενο 295×42 .

Λύση:

Εκτίμηση

$$295 \times 42 \approx 300 \times 40 \\ = 12\,000$$

Το γινόμενο 295×42
είναι περίπου ίσο με 12 000.

Υπολογισμός

			3	2	
			1	1	
			2	9	5
		x		4	2
			5	9	0
+	1	1	8	0	0
	1	2	3	9	0

2×295

40×295

Το ακριβές γινόμενο είναι 12 390. Παρατηρούμε ότι το 12 390 είναι πολύ κοντά στην εκτίμησή μας, που είναι 12 000.

Η εκτίμηση μάς βοηθά να ελέγχουμε αν το αποτέλεσμα μιας πράξης είναι ορθό.



Δραστηριότητες 1

1.1. Να εκτιμήσετε και να υπολογίσετε κατακόρυφα το γινόμενο.

(α) 23×64	(β) 39×14	(γ) 46×73
(δ) 312×26	(ε) 471×32	(στ) 5185×12



1.2. Ένας από τους πιο κάτω τρόπους υπολογισμού του γινομένου 32×18 είναι λανθασμένος.

A.

$$\begin{array}{r}
 \overset{1}{32} \\
 \times 18 \\
 \hline
 256 \\
 + 32 \\
 \hline
 288
 \end{array}$$

B.

$$\begin{array}{r}
 \overset{1}{32} \\
 \times 18 \\
 \hline
 256 \\
 + 320 \\
 \hline
 576
 \end{array}$$

Να χρησιμοποιήσετε εκτίμηση, για να διαπιστώσετε ποιος από τους υπολογισμούς είναι λανθασμένος. Στη συνέχεια, να εξηγήσετε το λάθος.



Αναστοχασμός

Ο υπολογισμός $23 \times 44 = 1011$ είναι λανθασμένος.

(α) Χωρίς να κάνετε την πράξη, να εντοπίσετε πού είναι δυνατόν να είναι το λάθος και να βάλετε ✓ σε ένα από τα πιο κάτω.

(i) Στον πολλαπλασιασμό των μονάδων.

☐

(ii) Στον πολλαπλασιασμό των δεκάδων.

☐

(iii) Στην πρόσθεση των ενδιάμεσων πολλαπλασιασμών.

☐

(β) Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

1.3. Να επιλύσετε τα προβλήματα. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

(α) Η ανακύκλωση είναι ένας από τους πιο σημαντικούς τρόπους, για να προστατέψουμε το περιβάλλον. Για κάθε τόνο χαρτιού που ανακυκλώνεται, διασώζονται 17 δέντρα. Πόσα δέντρα είναι δυνατόν να διασωθούν με την ανακύκλωση 25 τόνων χαρτιού;

(β) Η σωματική άσκηση συμβάλλει στην καλή υγεία. Ο Ιωάννης τρέχει 17 χιλιόμετρα κάθε εβδομάδα. Πόσα χιλιόμετρα θα τρέξει συνολικά σε 35 εβδομάδες;



Εφαρμογή

- 1.4. Οι μαθηματικές πράξεις είναι απαραίτητες στην καθημερινή ζωή, καθώς μας βοηθούν να οργανώνουμε καλύτερα τα οικονομικά μας. Χαρακτηριστικό παράδειγμα αποτελεί η ενοικίαση αυτοκινήτου, στην οποία χρειάζεται να συγκρίνουμε τιμές, λαμβάνοντας υπόψη τη διάρκεια ενοικίασης, ώστε να επιλέξουμε την πιο συμφέρουσα προσφορά.

Πιο κάτω παρουσιάζονται οι τιμές ενοικίασης αυτοκινήτων από δύο εταιρείες.

Εταιρεία Α
€55 τη μέρα

Εταιρεία Β
€120 για την πρώτη μέρα και
€50 για κάθε επιπλέον μέρα.

- (α) Ποια εταιρεία θα επιλέξετε, αν θα ενοικιάσετε αυτοκίνητο για 12 μέρες;

- (β) Ποια εταιρεία θα επιλέξετε, αν θα ενοικιάσετε αυτοκίνητο για 16 μέρες;

- (γ) Ποια εταιρεία θα επιλέξετε, αν θα ενοικιάσετε αυτοκίνητο για 14 μέρες;



Μικρή Επανάληψη

Να συμπληρώσετε.

(α) $18 \times 24 = (18 \times \square) + (\square \times 4)$

(β) $208 \div 4 = (200 \div \square) + (\square \div 4)$

(γ) $25 \times 72 = 50 \times \square$

(δ) $33 \times 9 = 11 \times \square$

(ε) $140 \div 35 = 140 \div 7 \div \square$

(στ) $280 \div 7 = \square \div 14$



Διαμορφωτική Αξιολόγηση

- 1 Να εκτιμήσετε και να υπολογίσετε το γινόμενο 247×38 .

Εκτίμηση

Υπολογισμός

- 2 Να υπολογίσετε κατακόρυφα το γινόμενο.

(α) 68×46

(β) 182×19

- 3 Ποιος από τους πιο κάτω υπολογισμούς είναι λανθασμένος; Να εξηγήσετε.

A.

$$\begin{array}{r} 1 \\ 43 \\ \times 26 \\ \hline 248 \\ + 860 \\ \hline 1108 \end{array}$$

B.

$$\begin{array}{r} 1 \\ 43 \\ \times 26 \\ \hline 258 \\ + 860 \\ \hline 1118 \end{array}$$

Επικοινωνία



- 4 Ο Σάββας παρακολουθεί κάθε χρόνο τους εντός έδρας αγώνες της αγαπημένης του ποδοσφαιρικής ομάδας. Έχει τις πιο κάτω επιλογές για την αγορά των εισιτηρίων.

Επιλογή Α: Το εισιτήριο για κάθε αγώνα κοστίζει €17.

Επιλογή Β: Το εισιτήριο διαρκείας κοστίζει €200.

Φέτος, ο Σάββας προγραμματίζει να παρακολουθήσει 14 αγώνες. Ποια επιλογή νομίζετε ότι είναι η πιο συμφέρουσα; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Εφαρμογή

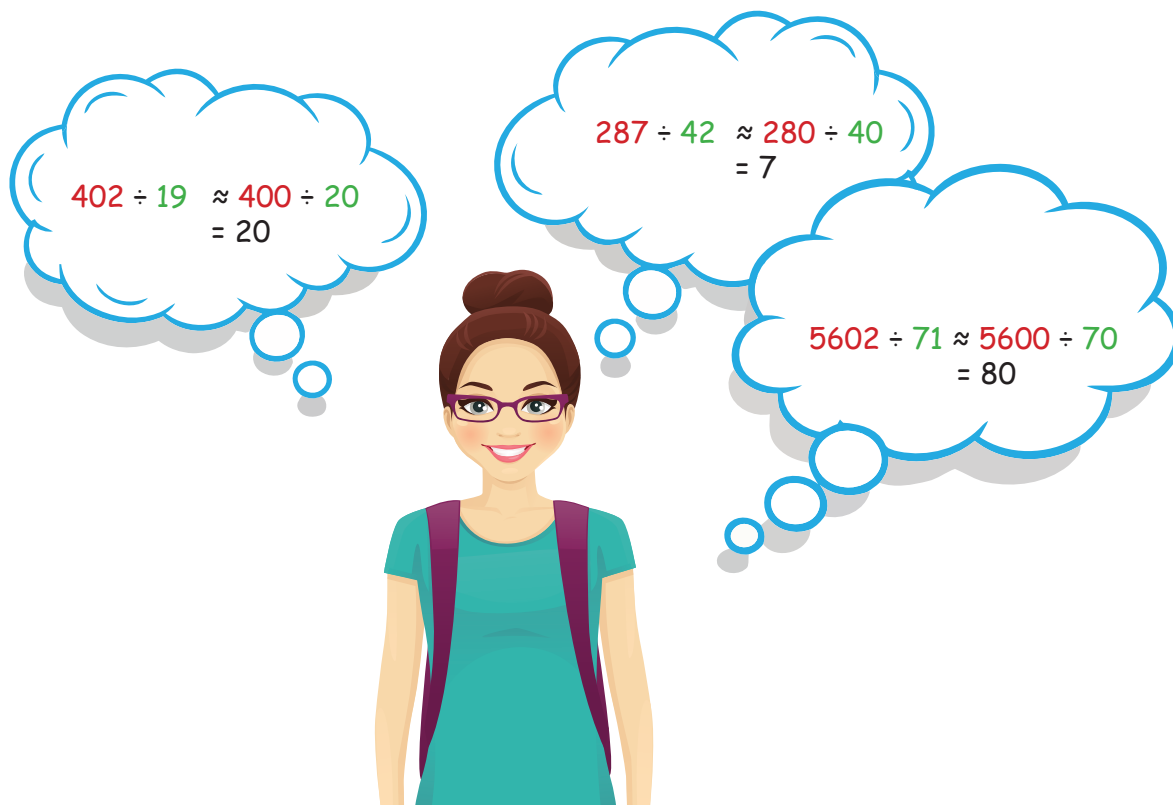


ΜΑΘΗΜΑ 4



Διερεύνηση

Η Σοφία εργάστηκε όπως φαίνεται πιο κάτω, για να εκτιμήσει το πηλίκο κάθε διαίρεσης.



Να περιγράψετε τον τρόπο που εργάστηκε η Σοφία.



Δραστηριότητες 1

1.1. Να βάλετε σε κύκλο την καλύτερη εκτίμηση για το κάθε πηλίκο.

(α) $176 \div 62$

περίπου 2

περίπου 3

περίπου 4

(β) $362 \div 35$

περίπου 8

περίπου 9

περίπου 10

(γ) $5394 \div 88$

περίπου 50

περίπου 60

περίπου 70

1.2. Να εκτιμήσετε το πηλίκο. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

(α) $208 \div 48$

(β) $654 \div 31$

(γ) $1642 \div 79$

(δ) $3142 \div 78$



Αναστοχασμός

Να χρησιμοποιήσετε έναν αριθμό από τις κάρτες, για να συμπληρώσετε τον διαιρέτη.

21

29

72

63

83

$577 \div \square \approx 20$

1.3. Μια ομάδα εθελοντών έχει μαζέψει €147, τα οποία θα διαθέσει για την αγορά τροφής για τα ζώα σε ένα καταφύγιο. Το κάθε σακούλι τροφής στοιχίζει €13.

Εφαρμογή



Μπορούμε να αγοράσουμε περίπου 10 σακούλια.

Μπορούμε να αγοράσουμε περίπου 15 σακούλια τροφής.



Γιατί τα παιδιά έκαναν διαφορετική εκτίμηση; Ποια νομίζετε ότι είναι η καλύτερη;

ΜΑΘΗΜΑ 5



Διερεύνηση

Πιο κάτω παρουσιάζονται δύο τρόποι υπολογισμού του πηλίκου $168 \div 12$.

Α' τρόπος

168	12	
- 120	ΔΜ	
48	10	(10 × 12)
- 48	+ 4	(4 × 12)
0	14	

Β' τρόπος

168	12	
- 12	ΔΜ	
48	14	
- 48		
0		

Να συγκρίνετε τους πιο πάνω τρόπους.



Παράδειγμα 1

Να εκτιμήσετε και να υπολογίσετε κατακόρυφα το πηλίκο $452 \div 16$. Να επαληθεύσετε την απάντησή σας.

Λύση:

Εκτίμηση

Υπολογισμός

Επαλήθευση

$$452 \div 16 \approx 450 \div 15 = 30$$

$$\begin{array}{r} \text{δαιρετέος} \quad 452 \\ - 32 \\ \hline 132 \\ - 128 \\ \hline \text{υπόλοιπο} \quad 4 \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{δαιρέτης} \quad 16 \\ 28 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{πηλίκο} \\ (28 \times 16) + 4 = 452 \end{array}$$



Δραστηριότητες 1

1.1. Να εκτιμήσετε και να υπολογίσετε κατακόρυφα το πηλίκο. Να επαληθεύσετε την απάντησή σας.

Εκτίμηση	Υπολογισμός	Επαλήθευση
(α) $658 \div 50$		
(β) $486 \div 39$		
(γ) $2676 \div 12$		



- 1.2. Ένας από τους πιο κάτω τρόπους υπολογισμού του πηλίκου $3287 \div 31$ είναι λανθασμένος.

A.

3287	31
-31	16
187	
- 186	
1	

B.

3287	31
-31	106
187	
- 186	
1	

Να χρησιμοποιήσετε εκτίμηση, για να διαπιστώσετε ποιος από τους υπολογισμούς είναι λανθασμένος. Στη συνέχεια, να εξηγήσετε το λάθος.

- 1.3. Να επιλύσετε τα προβλήματα. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

- (α) Ο σύνδεσμος γονέων ενός σχολείου αγόρασε 18 εκτυπωτές που ο καθένας κόστιζε €102. Ποιο ήταν το συνολικό κόστος για την αγορά των εκτυπωτών;
- (β) Ο Ιωάννης συμμετείχε σε ένα παιχνίδι γνώσεων. Συγκέντρωσε συνολικά 4004 βαθμούς. Πόσους βαθμούς συγκέντρωσε σε κάθε γύρο, αν συμμετείχε σε 13 γύρους και ο αριθμός των βαθμών που συγκέντρωσε σε κάθε γύρο ήταν ο ίδιος;
- (γ) Ένας ελαιοπαραγωγός θα συσκευάσει 675 L ελαιόλαδο σε δοχεία των 15 L το καθένα. Το κάθε δοχείο θα το πωλεί στην τιμή των €42. Πόσα χρήματα θα εισπράξει από την πώληση όλων των δοχείων;



- 1.4. Σε μια σχολική εκδρομή χρειάζεται η μεταφορά με λεωφορεία 576 παιδιών και 32 ενηλίκων. Το κάθε λεωφορείο έχει τη δυνατότητα να μεταφέρει μέχρι και 55 επιβάτες.

Χρειάζονται 10
λεωφορεία.

Χρειάζονται 11 λεωφορεία.

Χρειάζονται 12
λεωφορεία.



Αρετή

Άγγελος

Χαρά

Με ποιο από τα παιδιά συμφωνείτε; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.



Αναστοχασμός

Να γράψετε τρεις διαφορετικές διαιρέσεις με πηλίκο 83.

$$\square \div \square = 83$$

$$\square \div \square = 83$$

$$\square \div \square = 83$$

1.5. (α) Σε μία διαίρεση με διαιρέτη το 43, προκύπτει πηλίκο 3 και υπόλοιπο 26. Να βρείτε τον διαιρετέο.

(β) Σε μία διαίρεση με διαιρετέο το 192, προκύπτει πηλίκο 10 και υπόλοιπο 12. Να βρείτε τον διαιρέτη.



Αναστοχασμός

Η Χαρά κατέληξε στον πιο κάτω γενικό κανόνα:

Όταν ο διαιρετέος παραμένει ο ίδιος και ο διαιρέτης μεγαλώνει, τότε το πηλίκο μικραίνει. Για παράδειγμα:

$$168 \div 12 = \boxed{14}$$

$$168 \div 24 = \boxed{7}$$

Να παρατηρήσετε το πιο κάτω παράδειγμα. Να διατυπώσετε έναν άλλο γενικό κανόνα που προκύπτει από αυτό.

$$612 \div 18 = \boxed{34}$$

$$306 \div 18 = \boxed{17}$$



Διαμορφωτική Αξιολόγηση

- 1 Να εκτιμήσετε και να υπολογίσετε το πηλίκο $892 \div 31$.

- 2 Να υπολογίσετε κατακόρυφα το πηλίκο. Να επαληθεύσετε την απάντησή σας.

(α) $472 \div 14$

(β) $543 \div 23$

- 3 Σε μια αποθήκη υπάρχουν 35 κιβώτια με αμύγδαλα. Κάθε κιβώτιο περιέχει 48 συσκευασίες. Μια τοπική καφετέρια προμηθεύεται από την αποθήκη αυτή 56 συσκευασίες την εβδομάδα. Για πόσες εβδομάδες επαρκεί η ποσότητα της αποθήκης:

- 4 Να γράψετε δύο διαφορετικές διαιρέσεις με πηλίκο 24 και υπόλοιπο 3.



Περίληψη Ενότητας

- Αξία θέσης ψηφίου σε μεγάλους αριθμούς

Παράδειγμα:

Εκατομμύρια			Χιλιάδες			Μονάδες		
Εκατοντάδες εκατομμύρια	Δεκάδες εκατομμύρια	Μονάδες εκατομμύρια	Εκατοντάδες χιλιάδες	Δεκάδες χιλιάδες	Μονάδες χιλιάδες	Εκατοντάδες	Δεκάδες	Μονάδες
3	4	8	9	1	2	5	6	7

- Διαφορετικές μορφές αναπαράστασης αριθμών

Παράδειγμα:

Συμβολική μορφή: 348 912 567

Λεκτική Μορφή: τριακόσια σαράντα οκτώ εκατομμύρια εννιακόσιες δώδεκα χιλιάδες πεντακόσια εξήντα επτά

Αναλυτική μορφή:

$300\,000\,000 + 40\,000\,000 + 8\,000\,000 + 900\,000 + 10\,000 + 2000 + 500 + 60 + 7$

- Κατακόρυφος αλγόριθμος πρόσθεσης και αφαίρεσης

Παράδειγμα:

	ΕΧ	ΔΧ	ΜΧ	Ε	Δ	Μ
			1	1		
	5	2	0	9	7	3
+	1	7	5	5	6	4
	6	9	6	5	3	7

	ΕΧ	ΔΧ	ΜΧ	Ε	Δ	Μ
	8	13	4	10		
	9	3	5	0	8	7
-	1	7	2	5	2	6
	7	6	2	5	6	1

- Κατακόρυφος αλγόριθμος πολλαπλασιασμού

Παράδειγμα:

$$\begin{array}{r}
 1 \\
 74 \\
 \times 32 \\
 \hline
 148 \longrightarrow (2 \times 74) \\
 + 2220 \longrightarrow (30 \times 74) \\
 \hline
 2368
 \end{array}$$

- Κατακόρυφος αλγόριθμος διαίρεσης με διψήφιο διαιρέτη

Παράδειγμα:

$$\begin{array}{r}
 \overline{)2677} \\
 \underline{-24} \\
 27 \\
 \underline{-24} \\
 37 \\
 \underline{-36} \\
 1
 \end{array}$$

διαιρετέος (2677)
 διαιρέτης (12)
 πηλίκο (223)
 υπόλοιπο (1)

Επαλήθευση: $2677 = (12 \times 223) + 1$



Επιπρόσθετες Δραστηριότητες

Ανάλυση, σύνθεση, πρόσθεση και αφαίρεση αριθμών μέχρι τα 100 000 000

1 Να βάλετε σε κύκλο την ορθή απάντηση.

(α) Ποια είναι η αξία του ψηφίου 9 στον αριθμό 39 768 072;

(i) 9 εκατοντάδες (ii) 9 εκατοντάδες χιλιάδες (iii) 9 εκατομμύρια (iv) 9 μονάδες

(β) Σε ποιον αριθμό η αξία του ψηφίου 8 είναι 800 000;

(i) 128 070 764 (ii) 148 050 (iii) 814 901 (iv) 83 502

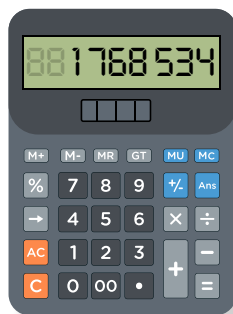
2 Να συμπληρώσετε το ψηφίο που λείπει σε κάθε αριθμό.

(α) 64 ___ 67 < 64 26 ___ < 64 2 ___ 9

(β) 545 ___ 18 < 545 61 ___ < 545 62 ___

(γ) 51 ___ 999 < 51 ___ 000 < 519 00 ___

3 Ο Άγγελος έγραψε στην υπολογιστική μηχανή τον αριθμό 1 768 534.



Ποιον αριθμό χρειάζεται να προσθέσει κάθε φορά στο 1 768 534, ώστε:

(α) το ψηφίο 4 να γίνει 9 _____ (β) το ψηφίο 8 να γίνει 9 _____

(γ) το ψηφίο 5 να γίνει 7 _____ (δ) το ψηφίο 1 να γίνει 8 _____

4 Να συμπληρώσετε τα ψηφία που λείπουν.

(α)

$$\begin{array}{r} 5 \ 3 \ 2 \ 6 \ 4 \\ + \quad \square \square \square \square \square \\ \hline 7 \ 4 \ 5 \ 7 \ 9 \end{array}$$

(β)

$$\begin{array}{r} \square \square \square \square \square \\ - 1 \ 4 \ 2 \ 0 \ 1 \\ \hline 7 \ 2 \ 1 \ 5 \ 4 \end{array}$$

(γ)

$$\begin{array}{r} \square \ 0 \ 6 \ 1 \ 8 \ 5 \\ + 3 \ 4 \ \square \ 2 \ 0 \ 7 \\ \hline 5 \ 5 \ 1 \ 3 \ 9 \ 2 \end{array}$$

5 Να υπολογίσετε τη διαφορά μεταξύ του μεγαλύτερου εξαψήφιου αριθμού με διαφορετικά ψηφία και του μικρότερου εξαψήφιου αριθμού με διαφορετικά ψηφία.

Εκτίμηση γινομένου - Κατακόρυφος υπολογισμός γινομένου

6 Να εκτιμήσετε και να υπολογίσετε το γινόμενο. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

(α) 38×41

(β) 57×68

(γ) 673×19

(δ) 1074×34

7 Να συμπληρώσετε τον παράγοντα που λείπει σε κάθε γινόμενο.

(α)

$$\begin{array}{r} 72 \\ \times \square \\ \hline 72 \\ + 2880 \\ \hline 2952 \end{array}$$

(β)

$$\begin{array}{r} 65 \\ \times \square \\ \hline 260 \\ + 1950 \\ \hline 2210 \end{array}$$

- 8 Η Χαρά θα παρακολουθήσει μαθήματα ιστιοσανίδας. Χρειάζεται μια ιστιοσανίδα για 15 μέρες. Έχει τις ακόλουθες επιλογές:

Επιλογή Α

Ενοικίαση ιστιοσανίδας με κόστος €50 την πρώτη ημέρα και €40 κάθε επιπλέον μέρα.

Επιλογή Β

Αγορά ιστιοσανίδας με κόστος €550.

Ποια επιλογή είναι η καλύτερη; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Εκτίμηση πηλίκου - Κατακόρυφος υπολογισμός πηλίκου

- 9 Να εκτιμήσετε και να υπολογίσετε κατακόρυφα το πηλίκο. Να επαληθεύσετε την απάντησή σας.

Εκτίμηση	Υπολογισμός	Επαλήθευση
(α) $432 \div 36$		
(β) $769 \div 34$		
(γ) $3287 \div 31$		



10 Να επιλύσετε τα προβλήματα.

(α) Μια εταιρεία αγόρασε ηλεκτρονικούς υπολογιστές που κόστισαν συνολικά €2688. Το ποσό αυτό θα αποπληρωθεί σε 24 ίσες δόσεις. Ποιο είναι το ποσό κάθε δόσης;

(β) Τα 206 παιδιά ενός σχολείου θα επισκεφθούν το αρχαιολογικό μουσείο. Για τη μεταφορά τους θα χρησιμοποιηθούν λεωφορεία που το καθένα διαθέτει 55 θέσεις. Ποιο θα είναι το κόστος των λεωφορείων, αν κάθε λεωφορείο χρεώνει €135 για τη διαδρομή προς και από το μουσείο;

11 Σε ποιες από τις παρακάτω διαιρέσεις, το πηλίκο είναι μονοψήφιος αριθμός; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας, χωρίς να κάνετε τις διαιρέσεις.

$$612 \div 18$$

$$344 \div 43$$

$$340 \div 68$$

$$840 \div 24$$

$$711 \div 79$$

$$407 \div 11$$







Ενότητα

γεωμετρία



4 γεωμετρία



Στην ενότητα αυτή θα μάθουμε...

- Να αναγνωρίζουμε ευθείες, ημιευθείες και ευθύγραμμα τμήματα.
- Να αναγνωρίζουμε και να κατασκευάζουμε παράλληλες και κάθετες ευθείες.
- Να εκτιμούμε και να βρίσκουμε το μέτρο γωνιών.



Τα Μαθηματικά στον κόσμο

Η γεωμετρία αποτελεί ένα σημαντικό εργαλείο στην αρχιτεκτονική, καθώς καθορίζει τη μορφή και την αισθητική των κτηρίων. Μέσα από τη χρήση γραμμών, γωνιών και σχημάτων, οι αρχιτέκτονες δημιουργούν εντυπωσιακά κτήρια που ενσωματώνονται αρμονικά στο περιβάλλον. Πιο κάτω παρουσιάζονται η πρόσοψη και ο εσωτερικός χώρος δύο κτηρίων διάσημων αρχιτεκτόνων.



Κτήριο Seagram του Mies van der Rohe, 1958, ΗΠΑ



Κτήριο Galaxy Soho της Zaha Hadid, 2012, Κίνα

- Να περιγράψετε τα πιο πάνω κτήρια.

ΜΑΘΗΜΑ 1



Διερεύνηση

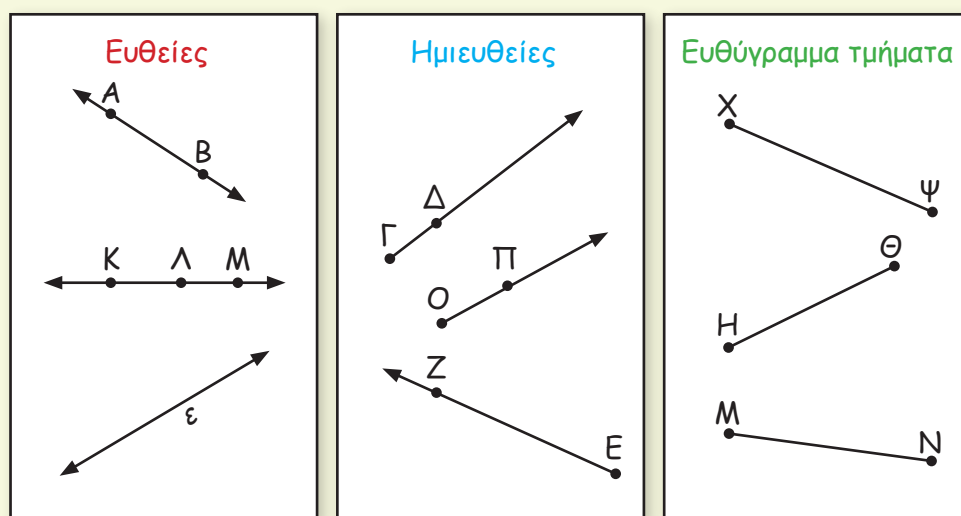


Τεχνολογία

Στα μαθηματικά, το **σημείο** προσδιορίζει μια θέση στον χώρο. Σημειώνεται με τελεία και συμβολίζεται με ένα κεφαλαίο γράμμα, όπως φαίνεται πιο κάτω:

P

Με βάση το σημείο ορίζονται και άλλες έννοιες, όπως η **ευθεία**, η **ημιευθεία** και το **ευθύγραμμο τμήμα**. Πιο κάτω παρουσιάζονται ορισμένα παραδείγματα.



(α) Να μελετήσετε τα πιο πάνω παραδείγματα και να σημειώσετε ✓ στην κατάλληλη στήλη στον πίνακα.

Ιδιότητα	Ευθεία	Ημιευθεία	Ευθύγραμμο τμήμα
Έχει αρχή.			
Έχει τέλος.			
Έχει μήκος.			
Συνεχίζεται χωρίς αρχή ή τέλος.			

(β) Πώς ξεχωρίζετε την ευθεία από την ημιευθεία και από το ευθύγραμμο τμήμα;

(γ) Γιατί μόνο ένα ευθύγραμμο τμήμα έχει μήκος;



Δραστηριότητες 1

1.1. Να αντιστοιχίσετε, όπως στο παράδειγμα.

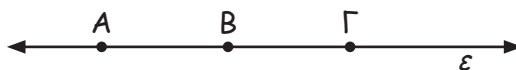
	
	
	

Ημιευθεία

Ευθύγραμμο
τμήμα

Ευθεία

1.2. Να περιγράψετε την πιο κάτω κατασκευή, χρησιμοποιώντας τους όρους ευθεία, ημιευθεία και ευθύγραμμο τμήμα, όπως στα παραδείγματα.

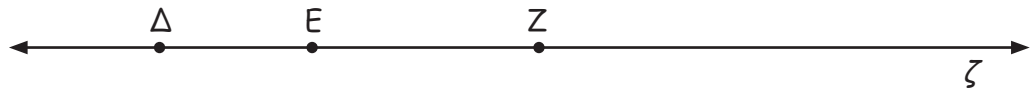


Παραδείγματα:

- Ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ.
- Ημιευθεία ΒΓ.

Επικοινωνία 

1.3. Στην ευθεία ζ έχουν τοποθετηθεί τα σημεία Δ , E και Z .



(α) Να χρησιμοποιήσετε τον χάρακά σας και να γράψετε το μήκος των πιο κάτω ευθύγραμμων τμημάτων.

$\Delta E =$ cm $EZ =$ cm $\Delta Z =$ cm

(β) Να σημειώσετε στην ευθεία ζ το σημείο H , ώστε το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος ZH να είναι ίσο με 4 cm.



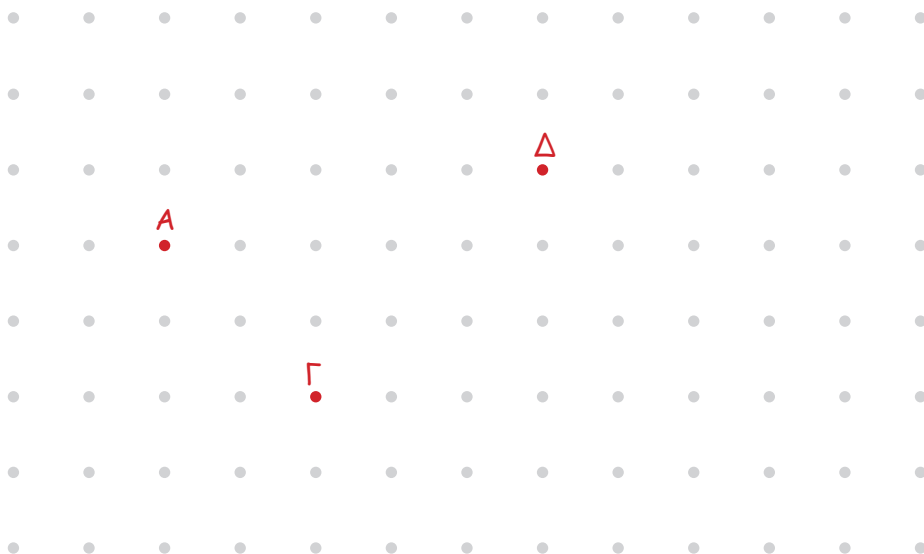
1.4. Στους χάρτες, τα δρομολόγια πλοίων που συνδέουν τα λιμάνια μεταξύ τους, σχεδιάζονται συχνά με ευθύγραμμα τμήματα. Αυτό συμβαίνει γιατί τα ευθύγραμμα τμήματα δείχνουν τη συντομότερη δυνατή απόσταση μεταξύ δύο σημείων και διευκολύνουν την απεικόνιση των διαδρομών.

Στον πιο κάτω χάρτη είναι σημειωμένα τέσσερα λιμάνια (σημεία A , B , Γ και Δ). Κάθε λιμάνι συνδέεται με τα υπόλοιπα με ένα δρομολόγιο πλοίου. Πόσα δρομολόγια υπάρχουν μεταξύ των τεσσάρων λιμανιών; Να εξηγήσετε.



1.5. Στο πιο κάτω πλέγμα, έχουν τοποθετηθεί τα σημεία Α, Γ και Δ. Να κατασκευάσετε:

- Ένα ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ με μήκος 6 cm.
- Μια ευθεία που να διέρχεται από τα σημεία Α και Γ.
- Μια ημιευθεία που να ξεκινά από το σημείο Β και να διέρχεται από το σημείο Δ.



Αναστοχασμός

(α) Πόσες διαφορετικές ευθείες διέρχονται από το σημείο Α;

(β) Πόσες διαφορετικές ευθείες διέρχονται από τα δύο σημεία Β και Γ;



Μικρή Επανάληψη

Να υπολογίσετε το αποτέλεσμα.

(α)
$$\begin{array}{r} 342 \\ \times 15 \\ \hline \end{array}$$

(β)
$$\begin{array}{r} 6723 \\ \times 36 \\ \hline \end{array}$$

(γ)
$$\begin{array}{r|l} 598 & 23 \\ \hline \end{array}$$

(δ)
$$\begin{array}{r|l} 2148 & 15 \\ \hline \end{array}$$

ΜΑΘΗΜΑ 2



Εξερεύνηση

Η Βαρκελώνη είναι μια πανέμορφη πόλη της Ισπανίας και αποτελεί έναν από τους πιο δημοφιλείς τουριστικούς προορισμούς στον κόσμο. Είναι γνωστή για την πλούσια ιστορία, την τέχνη και την ξεχωριστή αρχιτεκτονική της. Η πιο κάτω αεροφωτογραφία παρουσιάζει μια περιοχή της Βαρκελώνης.



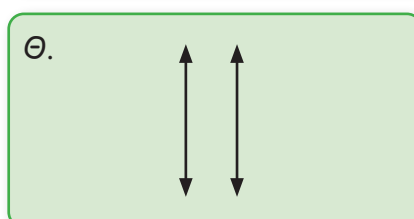
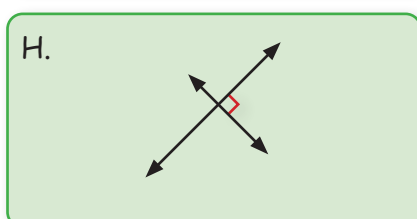
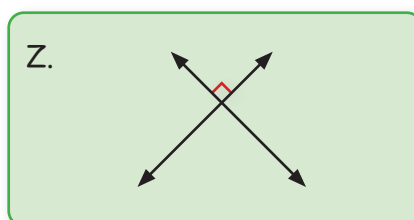
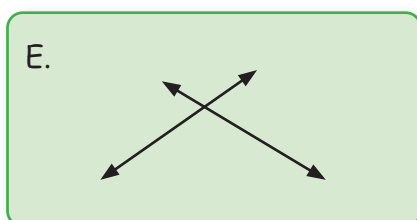
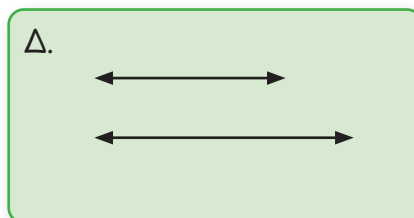
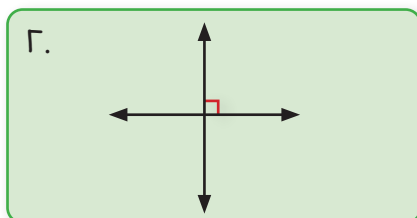
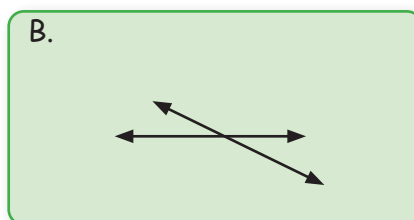
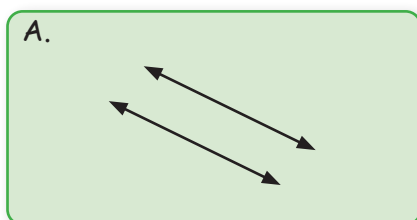
Η Βαρκελώνη είναι επίσης γνωστή για τον τρόπο με τον οποίο είναι κατασκευασμένοι οι δρόμοι της.

Γιατί νομίζετε συμβαίνει αυτό;



Διερεύνηση

(α) Να ταξινομήσετε τις πιο κάτω κάρτες σε δύο ομάδες. Ποιο κριτήριο χρησιμοποιήσατε; Να εξηγήσετε.



(β) Να ταξινομήσετε τις πιο πάνω κάρτες σε τρεις ομάδες. Να εξηγήσετε.



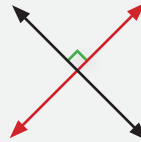
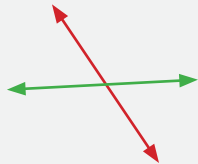
Παράδειγμα 1

Να χρησιμοποιήσετε μία φράση από το πλαίσιο, για κάθε ζεύγος ευθειών.

«παράλληλες ευθείες»

«τεμνόμενες ευθείες»

«κάθετες ευθείες»



Λύση:

(α) τεμνόμενες ευθείες

Οι ευθείες τέμνονται, αφού έχουν ένα κοινό σημείο.

(β) κάθετες ευθείες

Οι ευθείες τέμνονται και επιπλέον σχηματίζουν μεταξύ τους ορθή γωνία.

(γ) παράλληλες ευθείες

Οι ευθείες δεν έχουν κανένα κοινό σημείο.

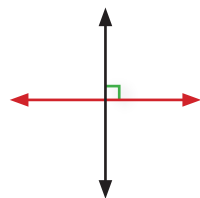
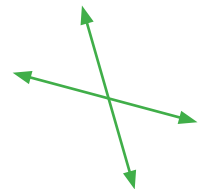


Δραστηριότητες 1

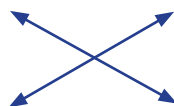
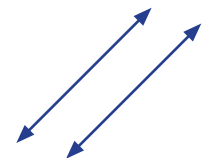
1.1. Να αντιστοιχίσετε.



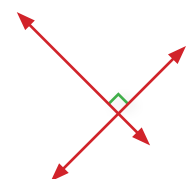
παράλληλες ευθείες



κάθετες ευθείες



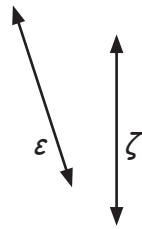
τεμνόμενες ευθείες





Αναστοχασμός

Να εξηγήσετε γιατί οι ευθείες ε και ζ δεν είναι παράλληλες.



1.2. Πιο κάτω παρουσιάζεται ένας χάρτης.

Εφαρμογή



(α) Να σημειώσετε ✓ στην κατάλληλη στήλη στον πίνακα.

	ΟΡΘΟ	ΛΑΘΟΣ
(i) Η οδός Ειρήνης τέμνει κάθετα την οδό Ελευθερίας.		
(ii) Η οδός Κάρπου είναι παράλληλη με την οδό Πεύκου.		
(iii) Η οδός Νίκης τέμνει την οδό Κάρπου αλλά όχι κάθετα.		

(β) Να παρατηρήσετε τον χάρτη και να γράψετε:

(i) Δύο οδούς που είναι παράλληλες μεταξύ τους. _____

(ii) Δύο οδούς που είναι κάθετες μεταξύ τους. _____

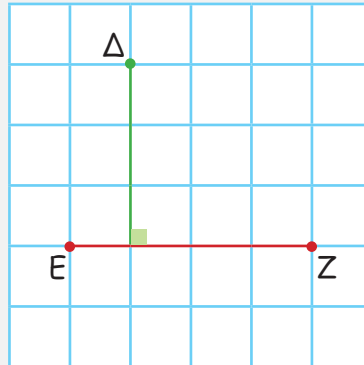
(iii) Δύο οδούς που τέμνονται αλλά όχι κάθετα. _____



Παράδειγμα 2

Να φέρετε ευθύγραμμο τμήμα από το σημείο Δ , ώστε να τέμνει κάθετα το ευθύγραμμο τμήμα EZ .

Λύση:



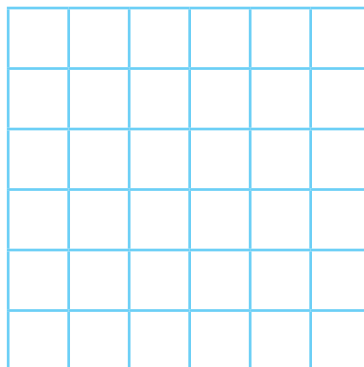
Με τον χάρακα φέρουμε από το σημείο Δ ένα ευθύγραμμο τμήμα, ώστε να σχηματίζει ορθή γωνία με το ευθύγραμμο τμήμα EZ .



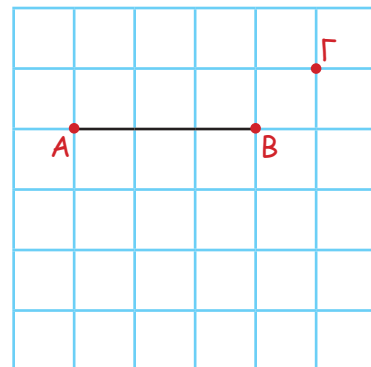
Δραστηριότητες 2

2.1.

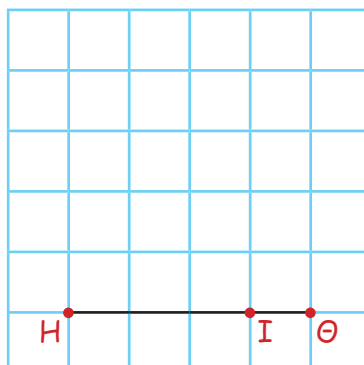
(α) Να κατασκευάσετε δύο ευθύγραμμα τμήματα που να είναι παράλληλα.



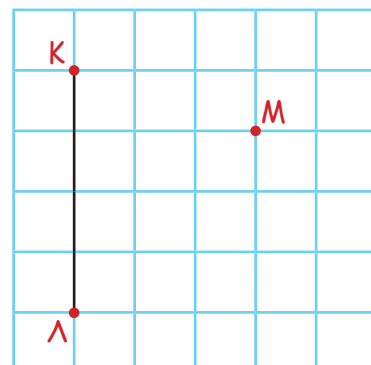
(β) Να φέρετε ένα ευθύγραμμο τμήμα από το σημείο Γ , ώστε να είναι παράλληλο με το ευθύγραμμο τμήμα AB .



(γ) Να φέρετε ένα ευθύγραμμο τμήμα από το σημείο I , ώστε να τέμνει κάθετα το ευθύγραμμο τμήμα $H\Theta$.



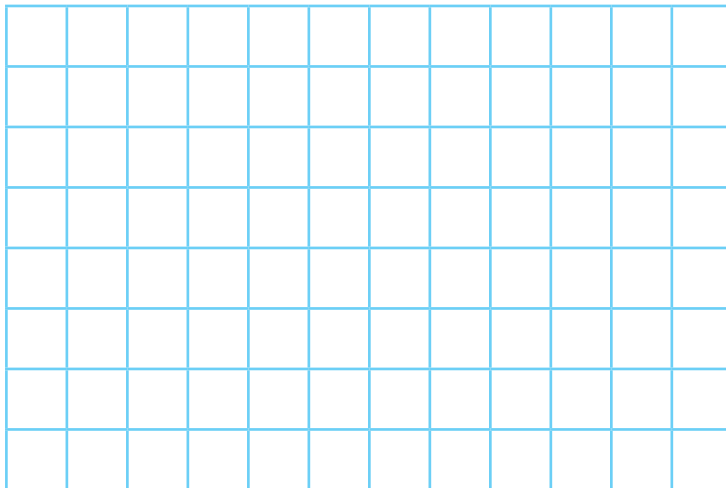
(δ) Να φέρετε ένα ευθύγραμμο τμήμα από το σημείο M , ώστε να τέμνει κάθετα το ευθύγραμμο τμήμα $ΚΛ$.





Αναστοχασμός

Να κατασκευάσετε στο πιο κάτω πλέγμα ένα σχήμα, το οποίο να έχει ένα ζευγάρι παράλληλων πλευρών και μία ορθή γωνία.



Μικρή Επανάληψη

1. Να συμπληρώσετε τον πίνακα.

Συμβολική μορφή	Λεκτική μορφή
156 700	
34 056 100	
	Εξήντα δύο χιλιάδες τριάντα επτά
	Τρία εκατομμύρια διακόσιες χιλιάδες

2. Να γράψετε τον αριθμό 5478 σε αναλυτική μορφή με δύο διαφορετικούς τρόπους, όπως στο παράδειγμα.

Παράδειγμα:

5 χιλιάδες + 4 εκατοντάδες + 7 δεκάδες + 8 μονάδες

(α)

(β)

ΜΑΘΗΜΑ 3



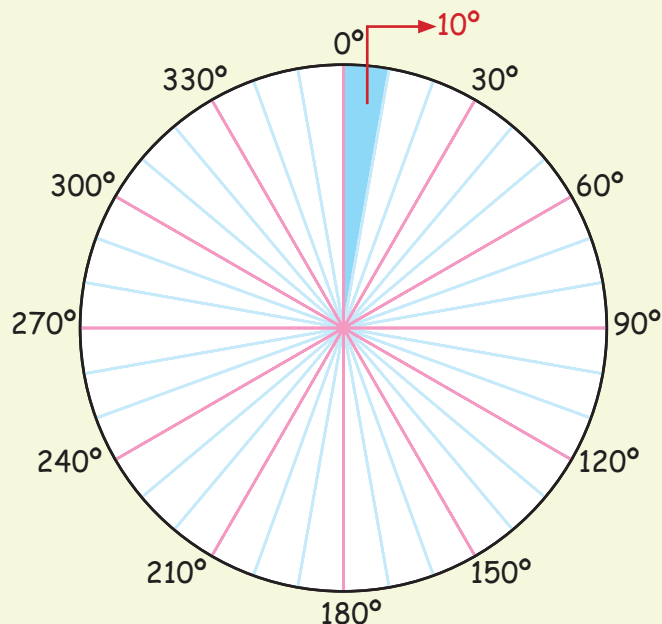
Εξερεύνηση

Οι Βαβυλώνιοι ήταν από τους αρχαιότερους πολιτισμούς που καλλιέργησαν τη Γεωμετρία και την Αστρονομία, 2000 χρόνια πριν από τη γέννηση του Χριστού.



Οι Βαβυλώνιοι διαίρεσαν το έτος σε 360 ημέρες και τον κύκλο σε 360 ίσους κυκλικούς τομείς. Ονόμασαν κάθε κυκλικό τομέα μοίρα. Η **μοίρα** χρησιμοποιείται ως μονάδα μέτρησης της γωνίας και συμβολίζεται με $^\circ$. Ο αριθμός που προκύπτει από τη μέτρηση μιας γωνίας ονομάζεται **μέτρο** της γωνίας.

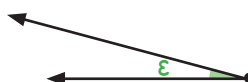
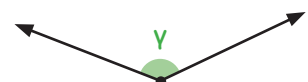
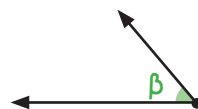
Στην πιο κάτω εικόνα, ο κύκλος είναι χωρισμένος σε 36 ίσους κυκλικούς τομείς. Κάθε κυκλικός τομέας είναι ίσος με 10 μοίρες ή 10° .



Οι γωνίες, με βάση το μέτρο τους, ταξινομούνται σε **ευθείες**, **ορθές**, **οξείες** και **αμβλείες**:

- Το μέτρο μιας ευθείας γωνίας είναι 180° .
- Το μέτρο μιας ορθής γωνίας είναι 90° .
- Η οξεία γωνία έχει μέτρο μικρότερο από 90° .
- Η αμβλεία γωνία έχει μέτρο μεγαλύτερο από 90° , αλλά μικρότερο από 180° .

Να χρησιμοποιήσετε τις πιο πάνω πληροφορίες, για να εκτιμήσετε το μέτρο των πιο κάτω γωνιών.

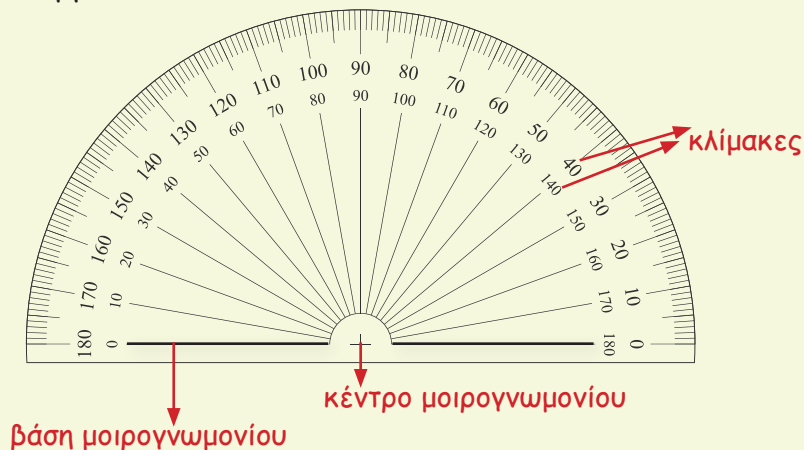




Διερεύνηση

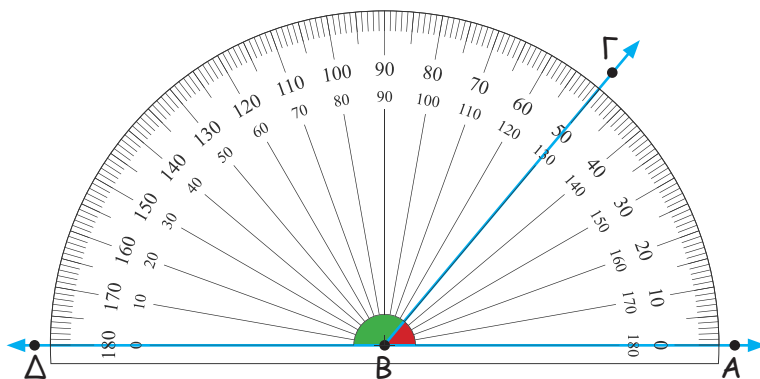
Το **μοιρογνωμόνιο** είναι το όργανο που χρησιμοποιείται για τη μέτρηση και την κατασκευή γωνιών.

Τεχνολογία



(α) Τι σχήμα έχει το μοιρογνωμόνιο;

(β) Το πιο κάτω μοιρογνωμόνιο έχει τοποθετηθεί για τη μέτρηση των γωνιών $\widehat{A\hat{B}G}$ και $\widehat{\Delta\hat{B}G}$.



Να εξηγήσετε ποια από τις δύο κλίμακες αριθμών θα επιλέξετε, για να βρείτε το μέτρο της γωνίας:

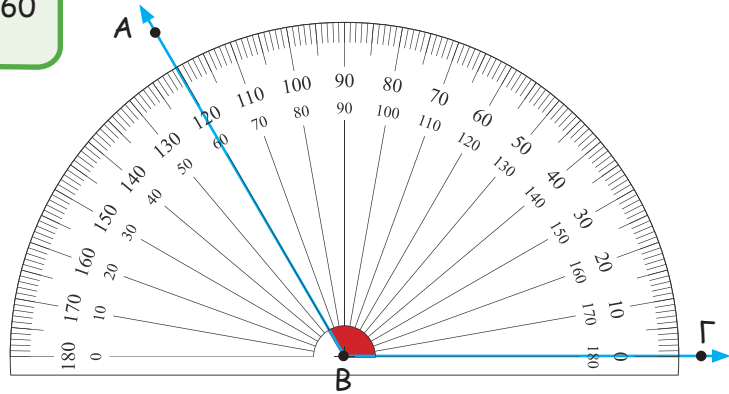
(i) $\widehat{A\hat{B}G}$

(ii) $\widehat{\Delta\hat{B}G}$



Αναστοχασμός

$$\hat{A\hat{B}\Gamma} = 60^\circ$$



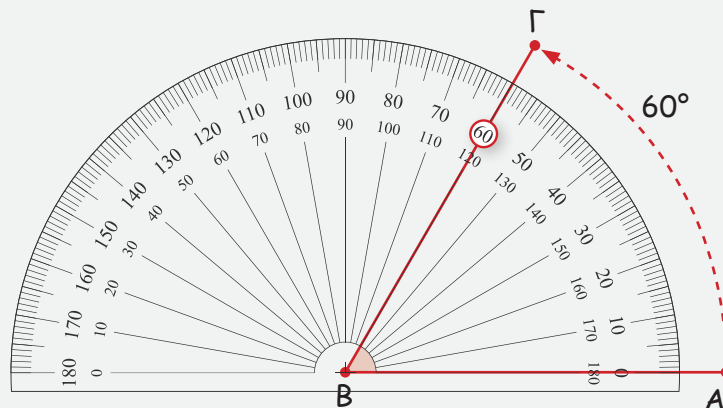
Να εξηγήσετε στον Αντώνη γιατί η μέτρησή του είναι λανθασμένη.



Παράδειγμα 1

Να γράψετε το μέτρο της γωνίας $\hat{A\hat{B}\Gamma}$.

Λύση:



$$\hat{A\hat{B}\Gamma} = 60^\circ$$

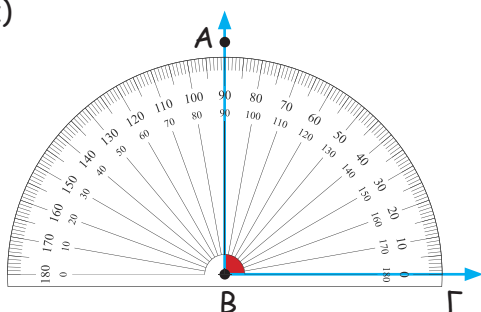
Η γωνία $\hat{A\hat{B}\Gamma}$ είναι οξεία γωνία.
Άρα, έχει μέτρο ίσο με 60 μοίρες.



Δραστηριότητες 1

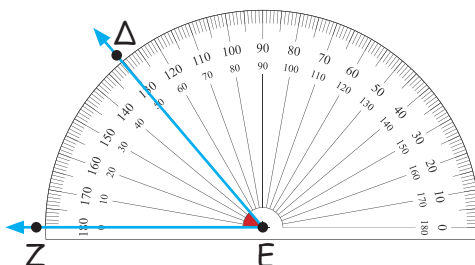
1.1. Να γράψετε το μέτρο κάθε γωνίας.

(α)



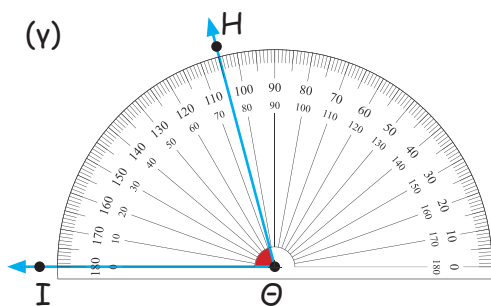
$\widehat{AB\Gamma} =$

(β)



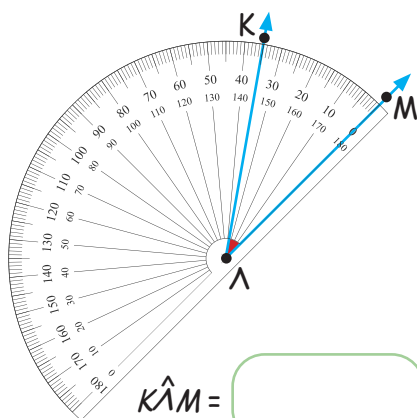
$\widehat{\Delta EZ} =$

(γ)



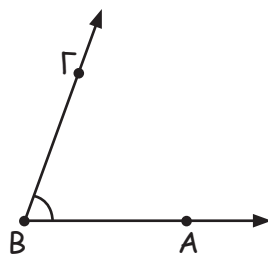
$\widehat{H\Theta I} =$

(δ)



$\widehat{\kappa\lambda\mu} =$

1.2. Να περιγράψετε τη διαδικασία που θα ακολουθήσετε, για να βρείτε το μέτρο της γωνίας $\widehat{AB\Gamma}$.



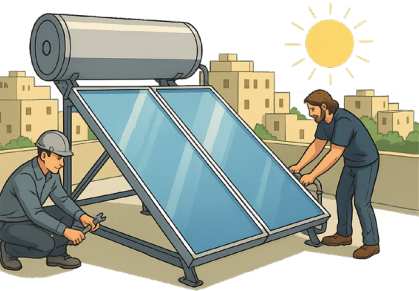
$\widehat{AB\Gamma} =$

Επικοινωνία



4 γεωμετρία

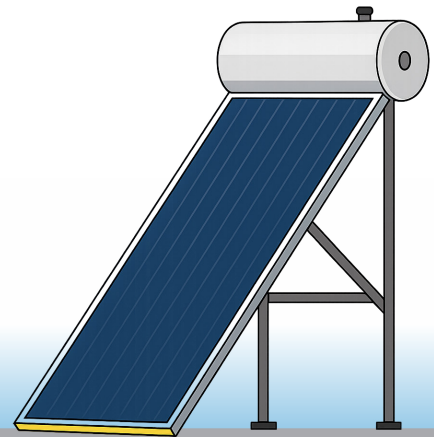
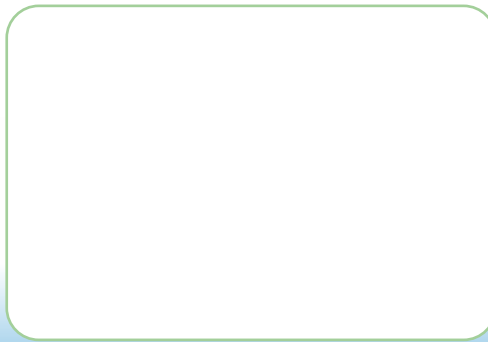
Εφαρμογή



- 1.3. Ο ηλιακός θερμοσίφωνας είναι μία συσκευή που αξιοποιεί την ηλιακή ακτινοβολία για τη θέρμανση του νερού. Στην Κύπρο, ο ηλιακός θερμοσίφωνας συστήνεται να τοποθετείται στις οροφές των κτηρίων και σε γωνία 30° ως προς το έδαφος, ώστε να μαζεύει όσο το δυνατόν περισσότερες ηλιακές ακτίνες.

Στην οροφή ενός κτηρίου στη Λάρνακα έχει τοποθετηθεί ένας ηλιακός θερμοσίφωνας, όπως φαίνεται πιο κάτω.

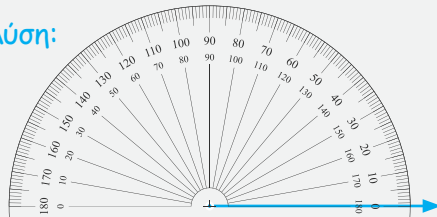
Έχει τοποθετηθεί σωστά ο θερμοσίφωνας στο κτήριο;
Να εξηγήσετε.



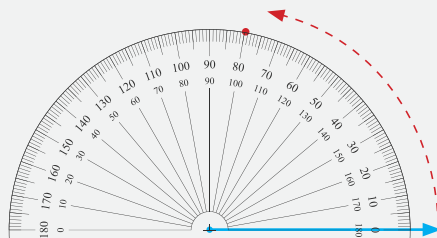
Παράδειγμα 2

Να κατασκευάσετε μία γωνία με μέτρο 80° .

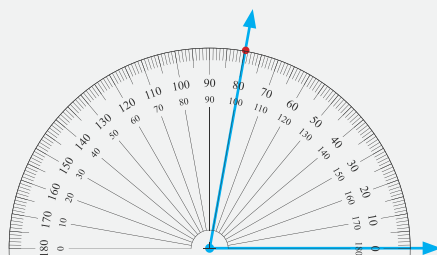
Λύση:



Τοποθετούμε το μοιρογνώνιο, ώστε η βάση του να συμπίπτει με τη μία πλευρά της γωνίας και το κέντρο του να βρίσκεται στην κορυφή της γωνίας.



Επιλέγουμε την κλίμακα που ξεκινά από το μηδέν (0°). Εντοπίζουμε τον αριθμό 80 και βάζουμε μία τελεία.



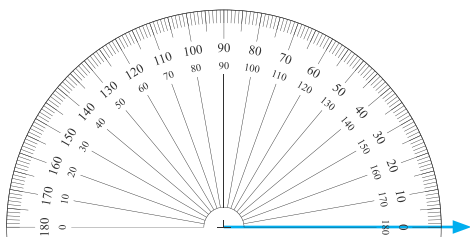
Ενώνουμε την κορυφή της γωνίας με την τελεία.



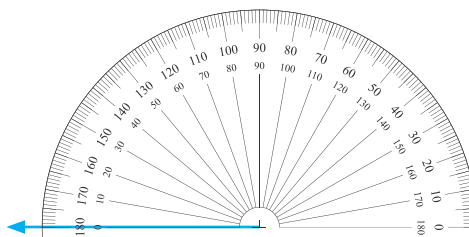
Δραστηριότητες 2

2.1. Να κατασκευάσετε γωνίες, με βάση το μέτρο που δίνεται σε κάθε περίπτωση.

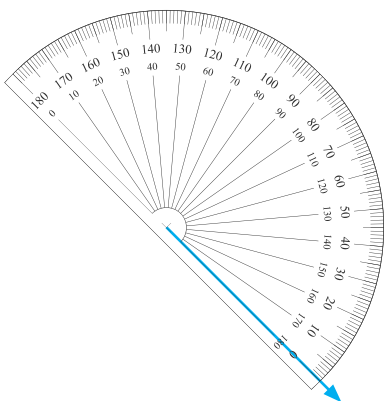
(α) 50°



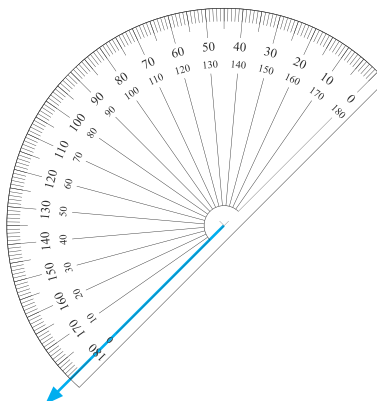
(β) 110°



(γ) 85°



(δ) 130°



2.2. Να κατασκευάσετε μία γωνία με μέτρο:

(α) 50°

(β) 120°

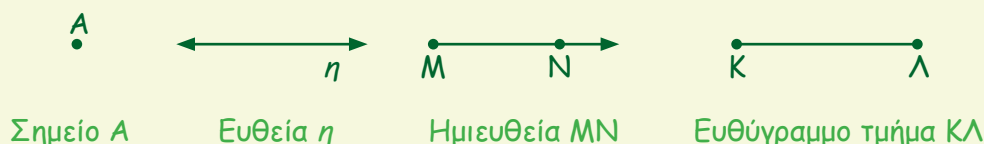


Περίληψη Ενότητας

Σημείο, ευθεία, ημιευθεία, ευθύγραμμο τμήμα

- Το **σημείο** δεν έχει διαστάσεις και καθορίζει μια θέση στον χώρο. Σημειώνεται με τελεία και συμβολίζεται με ένα κεφαλαίο γράμμα.
- Η **ευθεία** είναι ένα σύνολο από σημεία, με άπειρο μήκος, χωρίς αρχή και τέλος και χωρίς πλάτος. Κατασκευάζεται με χάρακα.
- Η **ημιευθεία** είναι ένα μέρος της ευθείας που έχει συγκεκριμένη αρχή, αλλά δεν έχει τέλος.
- Το **ευθύγραμμο τμήμα** είναι ένα μέρος της ευθείας. Αποτελείται από δύο σημεία της ευθείας (άκρα) και όλα τα σημεία μεταξύ τους.

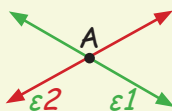
Παραδείγματα:



Τεμνόμενες, κάθετες και παράλληλες ευθείες

- Δύο ευθείες **τέμνονται** όταν έχουν ένα κοινό σημείο. Το κοινό τους σημείο ονομάζεται σημείο τομής.

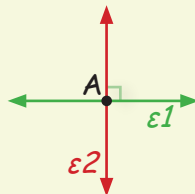
Παράδειγμα:



Το σημείο τομής των ευθειών $\epsilon 1$ και $\epsilon 2$ είναι το A.

- **Κάθετες** ονομάζονται δύο ευθείες που τέμνονται και σχηματίζουν μεταξύ τους ορθή γωνία.

Παράδειγμα:



Οι ευθείες $\epsilon 1$ και $\epsilon 2$ τέμνονται κάθετα στο σημείο A.

- **Παράλληλες** ονομάζονται δύο ευθείες που δεν έχουν κανένα κοινό σημείο.

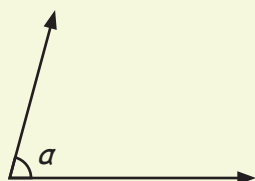
Παράδειγμα:



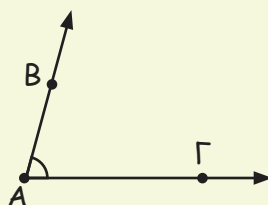
Η ευθεία $\epsilon 1$ είναι παράλληλη με την ευθεία $\epsilon 2$.

Συμβολισμός γωνιών

- Οι γωνίες συμβολίζονται με τους πιο κάτω τρόπους:



$\hat{\alpha}$
Γωνία $\hat{\alpha}$

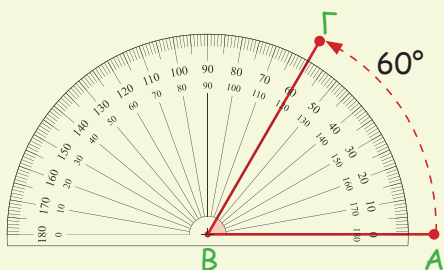


$\hat{B\hat{A}\Gamma}$ ή $\hat{\Gamma\hat{A}B}$
Γωνία $\hat{B\hat{A}\Gamma}$ ή γωνία $\hat{\Gamma\hat{A}B}$

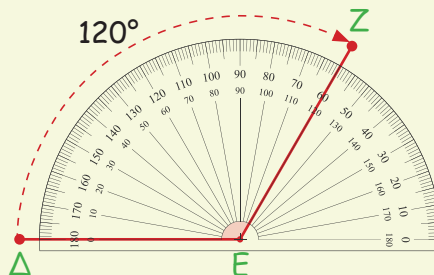
Μέτρηση γωνιών

- Το **μοιρογνωμόνιο** είναι ένα όργανο που χρησιμοποιείται για τη μέτρηση των γωνιών σε **μοίρες** ($^\circ$). Ο αριθμός που προκύπτει από τη μέτρηση ονομάζεται **μέτρο** της γωνίας.

Παραδείγματα:



Η γωνία $\hat{A\hat{B}\Gamma}$ έχει μέτρο 60 μοίρες, δηλαδή $\hat{A\hat{B}\Gamma} = 60^\circ$.



Η γωνία $\hat{\Delta\hat{E}Z}$ έχει μέτρο 120 μοίρες, δηλαδή $\hat{\Delta\hat{E}Z} = 120^\circ$.

Ταξινόμηση γωνιών με βάση το μέτρο τους

$\hat{\alpha} = 90^\circ$	$0^\circ < \hat{\beta} < 90^\circ$	$90^\circ < \hat{\gamma} < 180^\circ$	$\hat{\delta} = 180^\circ$
Ορθή γωνία	Οξεία γωνία	Αμβλεία γωνία	Ευθεία γωνία



Επιπρόσθετες Δραστηριότητες

Ευθεία, ημιευθεία, ευθύγραμμο τμήμα

1 Να βάλετε σε κύκλο την ορθή απάντηση.

Παράδειγμα:

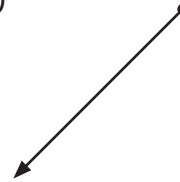


ευθεία

ημιευθεία

ευθύγραμμο τμήμα

(α)



ευθεία

ημιευθεία

ευθύγραμμο τμήμα

(β)

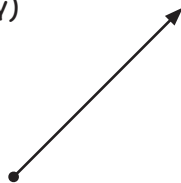


ευθεία

ημιευθεία

ευθύγραμμο τμήμα

(γ)



ευθεία

ημιευθεία

ευθύγραμμο τμήμα

(δ)

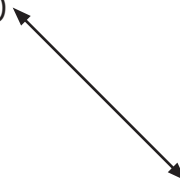


ευθεία

ημιευθεία

ευθύγραμμο τμήμα

(ε)

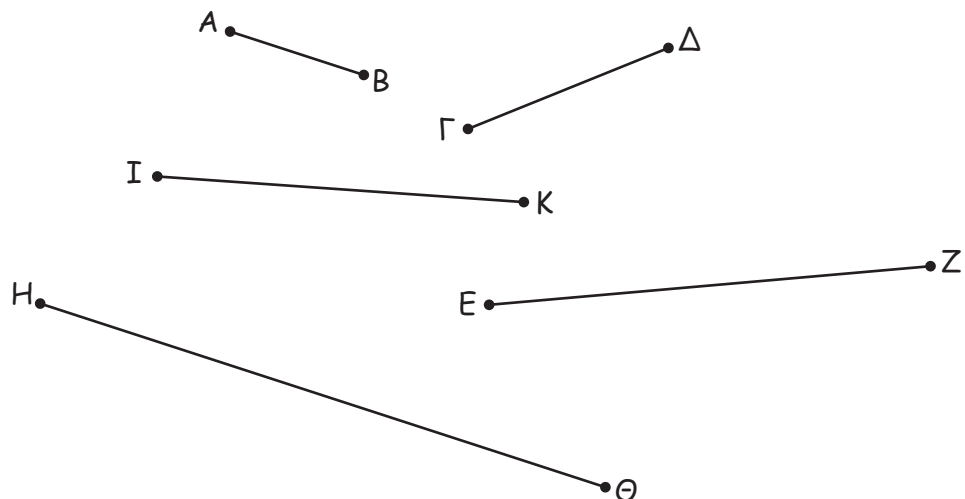


ευθεία

ημιευθεία

ευθύγραμμο τμήμα

2 Να χρησιμοποιήσετε τον χάρακά σας, για να βρείτε το ευθύγραμμο τμήμα που έχει τριπλάσιο μήκος από το ευθύγραμμο τμήμα AB.



- 3 (α) Να χρησιμοποιήσετε τον χάρακά σας, για να σημειώσετε στην πιο κάτω ευθεία με τη σειρά τα σημεία Α, Β, Γ και Δ, ώστε $AB = 2 \text{ cm}$, $AG = 6 \text{ cm}$ και $ΓΔ = 1 \text{ cm}$.

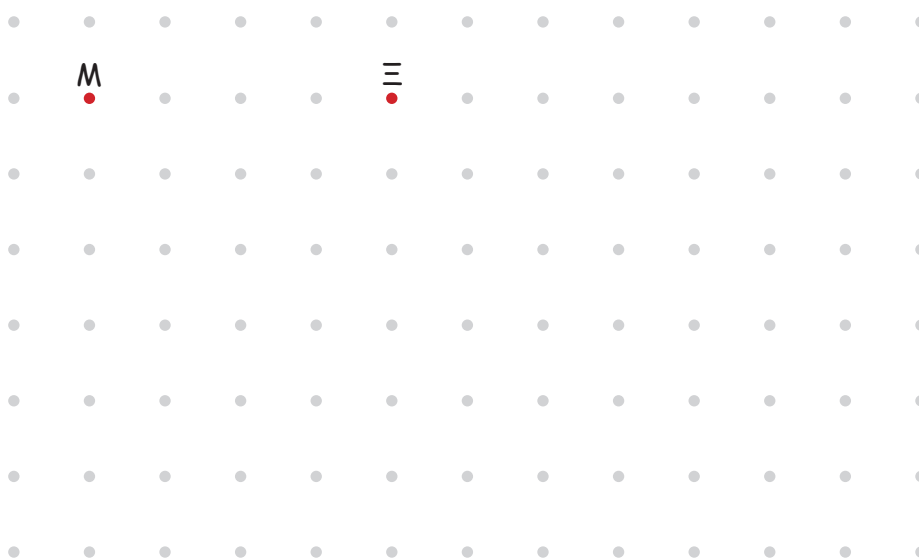


(β) Να γράψετε το μήκος των πιο κάτω ευθύγραμμων τμημάτων.

$BΓ =$ $AΔ =$ $BΔ =$

- 4 Να κατασκευάσετε στο πιο κάτω πλέγμα:

- Μια ημιευθεία που να ξεκινά από το σημείο Μ και να διέρχεται από το σημείο Ξ.
- Ένα ευθύγραμμο τμήμα ΜΝ με μήκος 4 cm.
- Μια ευθεία που να διέρχεται από τα σημεία Ν και Ξ.



- 5 Να εξηγήσετε γιατί ο συλλογισμός του Αντώνη είναι ορθός.

Ένα ευθύγραμμο τμήμα ποτέ δεν θα γίνει ευθεία, όσο μεγάλο και αν είναι το μήκος του.

Επικοινωνία

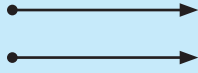


4 γεωμετρία

Παράλληλες, τεμνόμενες και κάθετες ευθείες

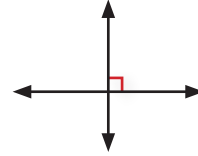
6 Να συμπληρώσετε, όπως στο παράδειγμα.

Παράδειγμα:

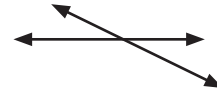
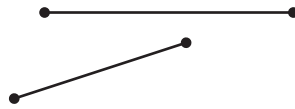


Οι δύο ημιευθείες είναι παράλληλες μεταξύ τους.

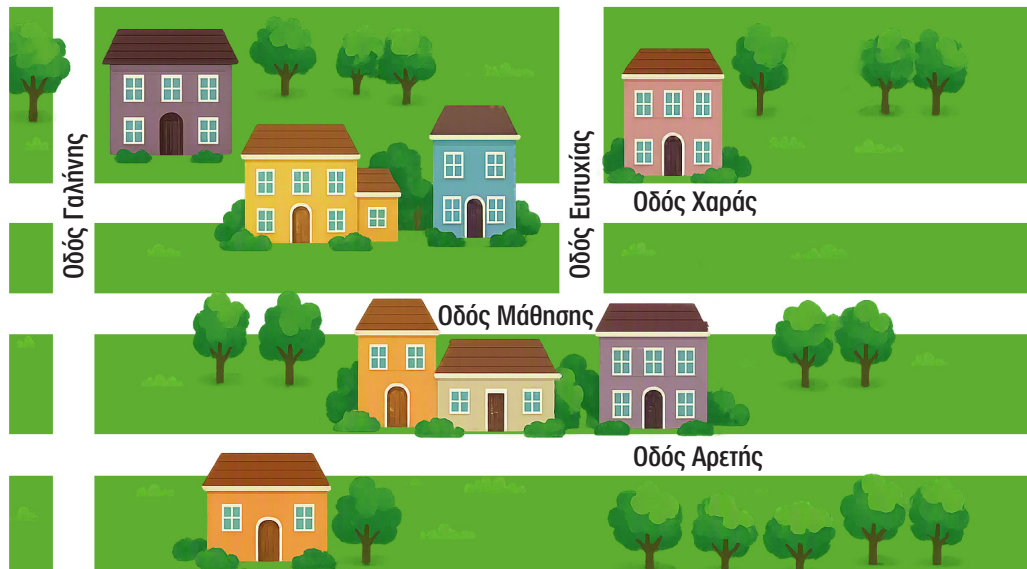
(α)



(β)



7 Ο πιο κάτω χάρτης παρουσιάζει τη γειτονιά της Σεμέλης.



(α) Να γράψετε δύο οδούς που είναι παράλληλες μεταξύ τους.

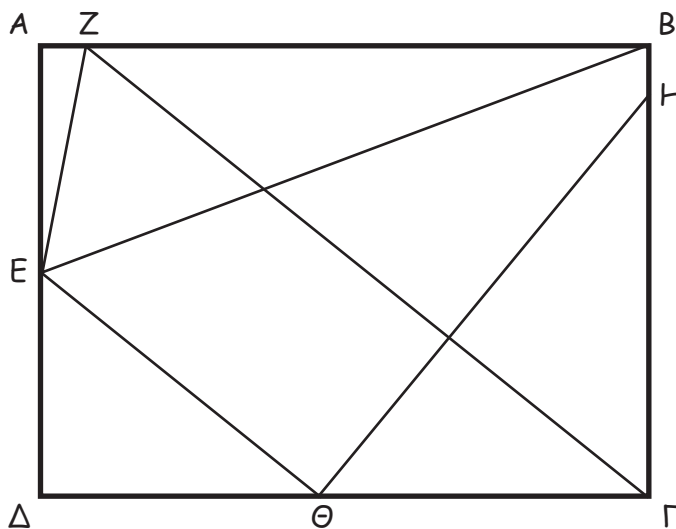
(β) Να γράψετε δύο οδούς που τέμνονται κάθετα.

- 8 Να παρατηρήσετε το πιο κάτω σχήμα και να βρείτε ένα ζεύγος ευθύγραμμων τμημάτων που:

(α) είναι παράλληλα μεταξύ τους _____

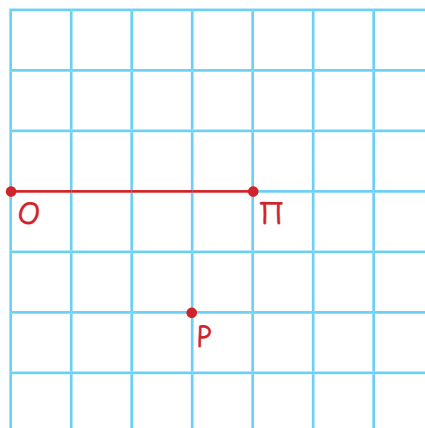
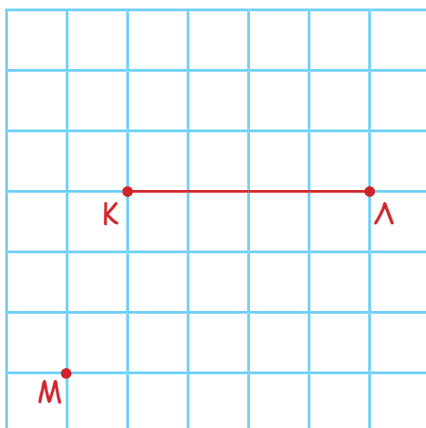
(β) τέμνονται κάθετα _____

(γ) τέμνονται, αλλά όχι κάθετα _____



- 9 (α) Να φέρετε ένα ευθύγραμμο τμήμα που να είναι παράλληλο με το ευθύγραμμο τμήμα ΚΛ και να διέρχεται από το σημείο Μ.

- (β) Να φέρετε ένα ευθύγραμμο τμήμα από το σημείο Ρ, ώστε να τέμνει κάθετα το ευθύγραμμο τμήμα ΟΠ.



Γωνίες

10 Να ονομάσετε τις πιο κάτω γωνίες, όπως στο παράδειγμα.

Παράδειγμα:

$\hat{A} = 132^\circ$ αμβλεία γωνία

$\hat{B} = 90^\circ$ _____

$\hat{F} = 86^\circ$ _____

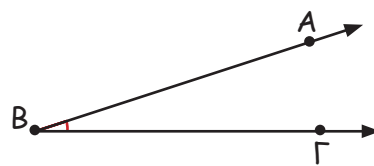
$\hat{D} = 180^\circ$ _____

$\hat{E} = 75^\circ$ _____

$\hat{Z} = 165^\circ$ _____

11 Να βάλετε σε κύκλο την ορθή εκτίμηση για το μέτρο κάθε γωνίας.

(α)



A. 68°

B. 145°

Γ. 100°

Δ. 20°

(β)



A. 175°

B. 82°

Γ. 148°

Δ. 25°

(γ)



A. 108°

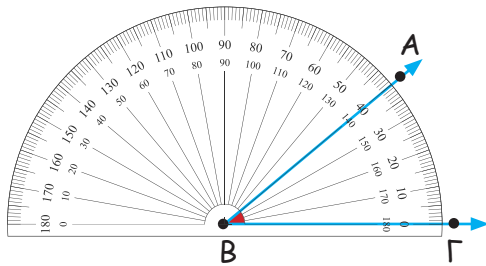
B. 180°

Γ. 50°

Δ. 87°

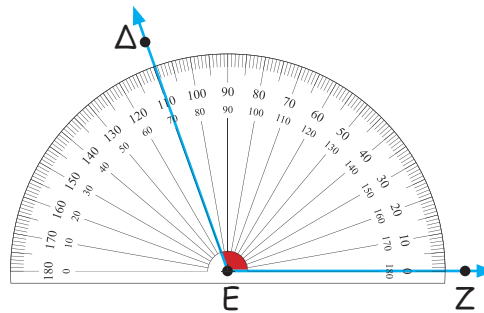
12 Να γράψετε το μέτρο κάθε γωνίας.

(α)



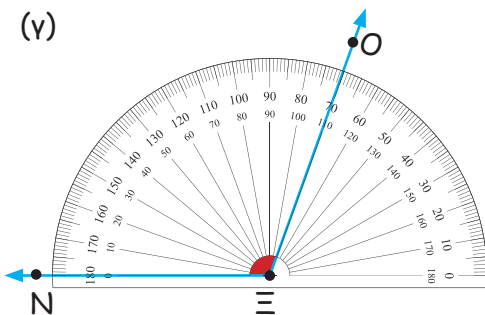
$$\widehat{A\hat{B}\Gamma} = \boxed{}$$

(β)



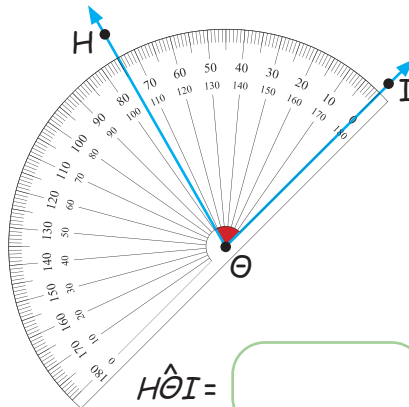
$$\widehat{\Delta\hat{E}Z} = \boxed{}$$

(γ)



$$\widehat{Ν\hat{\Xi}Ο} = \boxed{}$$

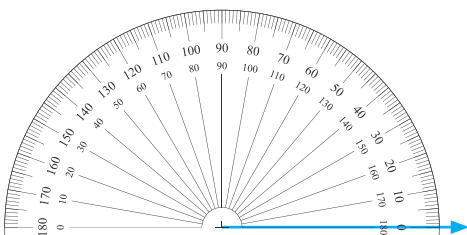
(δ)



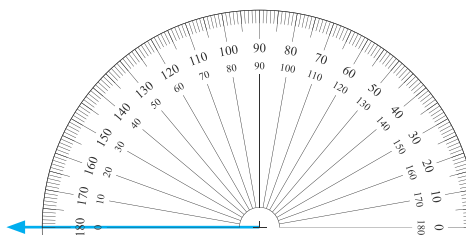
$$\widehat{Η\hat{\Theta}Ι} = \boxed{}$$

13 Να κατασκευάσετε γωνίες με βάση το μέτρο που δίνεται σε κάθε περίπτωση.

(α) 70°

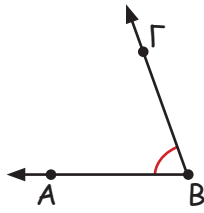


(β) 120°



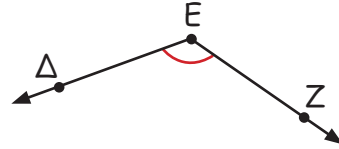
14 Να βρείτε το μέτρο των πιο κάτω γωνιών.

(α)



$$\hat{A\hat{B}\Gamma} = \boxed{}$$

(β)



$$\hat{\Delta\hat{E}Z} = \boxed{}$$

15 Να κατασκευάσετε μία γωνία με μέτρο:

(α) 45°

(β) 115°



16 Η Αρετή κατασκεύασε μία γωνία με μέτρο 75° . Στη συνέχεια, επέκτεινε (μεγάλωσε) τις πλευρές της γωνίας. Χρειάζεται να ξαναμετρήσει το μέτρο της γωνίας; Να εξηγήσετε.

