

# Μαθηματικά

Ε΄ Δημοτικού Μέρος 1



<b>Συγγραφική ομάδα:</b>	Αθανασίου Χρύσω Δεληγιάννη Ελένη Παναούρα-Μάκη Γεωργία Παντζιάρá Μαριλένα Παπαριστοδήμου Έφη Σιακαλλή Μύρια Χειμωνή Μαρία
<b>Επιστημονικοί συνεργάτες:</b>	Παναούρα Ρίτα, Πανεπιστήμιο Frederick Πίπτα-Πανταζή Δήμητρα, Πανεπιστήμιο Κύπρου Πιπτάλης Μάριος, Πανεπιστήμιο Κύπρου Χρίστου Κωνσταντίνος, Πανεπιστήμιο Κύπρου
<b>Σύνδεσμος Πρώτος Λειτουργός Εκπαίδευσης: (2011-2018)</b>	Χαμπιαούρης Κώστας
<b>Σύνδεσμος Επιθεωρητής:</b>	Χαριδήμου Κυριάκος
<b>Ηλεκτρονικός σχεδιασμός:</b>	Χατζηθεοδοσίου Άντρη, Λειτουργός Υπηρεσίας Ανάπτυξης Προγραμμάτων
<b>Ηλεκτρονική σελίδωση:</b>	Χατζηθεοδοσίου Άντρη Λειτουργός Υπηρεσίας Ανάπτυξης Προγραμμάτων
<b>Επιμέλεια έκδοσης:</b>	Άστρα-Ιωάννου Μαρίνα, Λειτουργός Υπηρεσίας Ανάπτυξης Προγραμμάτων
<b>Συντονισμός έκδοσης:</b>	Παρπούνας Χρίστος, Συντονιστής Υπηρεσίας Ανάπτυξης Προγραμμάτων

**Α΄ Έκδοση:** 2015

**Β΄ Έκδοση:** 2016

**Γ΄ Έκδοση:** 2019

**Εκτύπωση:** Proteas Press Ltd

© ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ  
ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ  
ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΩΝ

**ISBN:** 978-9963-0-1672-3



Στο εξώφυλλο χρησιμοποιήθηκε ανακυκλωμένο χαρτί σε ποσοστό τουλάχιστον 50%, προερχόμενο από διαχείριση απορριμμάτων χαρτιού. Το υπόλοιπο ποσοστό προέρχεται από υπεύθυνα διαχειρισμένα δασών.

Το Υπουργείο Παιδείας και Πολιτισμού οραματίζεται ένα σχολείο που θα έχει στο επίκεντρό του τον κάθε μαθητή και την κάθε μαθήτριά. Ένα σχολείο στο οποίο όλα ανεξάρτητα τα παιδιά εξασφαλίζουν όλα τα εφόδια που χρειάζονται, για να φτάσουν στο μέγιστο των δυνατοτήτων τους. Σε αυτό το πλαίσιο, το Υπουργείο Παιδείας και Πολιτισμού έχει σχεδιάσει και υλοποιεί ριζικές αλλαγές στο εκπαιδευτικό μας σύστημα, και τα Μαθηματικά έχουν πρωτεύοντα ρόλο στις αλλαγές αυτές.

Με την εφαρμογή του αναθεωρημένου Αναλυτικού Προγράμματος Μαθηματικών, οι σκοποί, οι στόχοι, το περιεχόμενο, οι μέθοδοι διδασκαλίας και αξιολόγησης στο μάθημα διαφοροποιούνται. Στηρίζονται σε διεθνή αποτελέσματα και σε διεθνώς δοκιμασμένες πρακτικές και λαμβάνουν υπόψη τις ιδιαίτερες δυσκολίες που αντιμετωπίζουν τα παιδιά στην Κύπρο κατά τη μετάβασή τους από τη μία βαθμίδα εκπαίδευσης στην άλλη.

Η φιλοσοφία συγγραφής των νέων εγχειριδίων των Μαθηματικών είναι ανθρωπιστική, με επίκεντρο την ολόπλευρη ανάπτυξη των μαθητών, παρέχοντάς τους τα απαραίτητα προσόντα και χαρακτηριστικά για ποιοτική ζωή στον σύγχρονο κόσμο. Δίνεται ιδιαίτερη έμφαση στον εκσυγχρονισμό των Μαθηματικών, ώστε να έχουν άμεση σχέση και εφαρμογή στην καθημερινή ζωή, να αναπτύσσουν την κριτική σκέψη και τη δημιουργικότητα και γενικά να συνάδουν με τις ανάγκες της κοινωνίας μας και με τα Αναλυτικά Προγράμματα των πλείστων χωρών της Ευρώπης. Ανάμεσα στις προτεραιότητές μας είναι η ανάπτυξη δεξιοτήτων επίλυσης σύνθετων προβλημάτων, ώστε τα σημερινά παιδιά και αυριανοί πολίτες να αποκτήσουν τέτοιες δεξιότητες που να προωθούν την ανάπτυξη της δημιουργικότητας και της καινοτομίας, κάτι που είναι ιδιαίτερα απαραίτητο στη σύγχρονη κοινωνία.

Τα νέα εγχειρίδια των Μαθηματικών περιλαμβάνουν πρωτοποριακές μεθόδους και πρακτικές διδασκαλίας και απευθύνονται σε όλα τα παιδιά, ώστε να ικανοποιούν τις ιδιαιτερότητες του καθενός. Τα παιδιά διερευνούν τις μαθηματικές έννοιες με τρόπο που υποκινεί το ενδιαφέρον και την περιέργειά τους. Επιλύουν προβλήματα της καθημερινότητας και έχουν τη δυνατότητα να κατανοήσουν έννοιες και να αποκτήσουν δεξιότητες ανάλογα με τις ανάγκες και τις προσδοκίες τους. Αξιοποιούν, ταυτόχρονα, τη σύγχρονη τεχνολογία με τρόπο που συμβάλλει αποτελεσματικά στην επίτευξη των στόχων της μαθηματικής εκπαίδευσης.

Χρίστος Χατζηθανασίου  
Διευθυντής Δημοτικής Εκπαίδευσης



## Περιεχόμενα

	Σελίδα
<b>ΕΝΟΤΗΤΑ 1</b> .....	7
Επανάληψη	
<b>ΕΝΟΤΗΤΑ 2</b> .....	35
Ιδιότητες πράξεων, Πολλαπλασιασμός και διαίρεση, Επίλυση προβλήματος	
<b>ΕΝΟΤΗΤΑ 3</b> .....	87
Πολλαπλάσια - Διαιρέτες, Ανάλυση σε γινόμενο πρώτων παραγόντων, Μέγιστος Κοινός Διαιρέτης, Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο	



# Ενότητα

# 1



1. Να μελετήσεις το πιο κάτω άρθρο και να απαντήσεις στις ερωτήσεις.

### Ο ΓΥΡΟΣ ΤΟΥ ΚΟΣΜΟΥ ΜΕ ΠΟΔΗΛΑΤΟ

Οι πρώτοι που έκαναν τον γύρο του κόσμου με ποδήλατο ήταν οι Γάλλοι Φρανσουάζ και Κλοντ Εβρέ. Την 1η Απριλίου 1980, ξεκίνησαν το ταξίδι τους. Δεκατέσσερα ολόκληρα χρόνια κράτησε η περιπέτειά τους. Στη διάρκεια των χρόνων αυτών, τους έσκασε το λάστιχο 503 φορές και τράβηξαν 35 000 φωτογραφίες. Διένυσαν περίπου 150 000 km και επισκέφθηκαν 68 χώρες.

Πιο πρόσφατα, ο γύρος του κόσμου με ποδήλατο πραγματοποιήθηκε από τον Άγγλο Άλαστερ Χάμφρεϊ, ο οποίος κατάφερε να επισκεφθεί 60 χώρες σε 4 χρόνια. Εβδομήντα τέσσερις χιλιάδες ήταν τα συνολικά χιλιόμετρα που διένυσε, αφού επέστρεψε στην πατρίδα του τον Νοέμβριο του 2005.



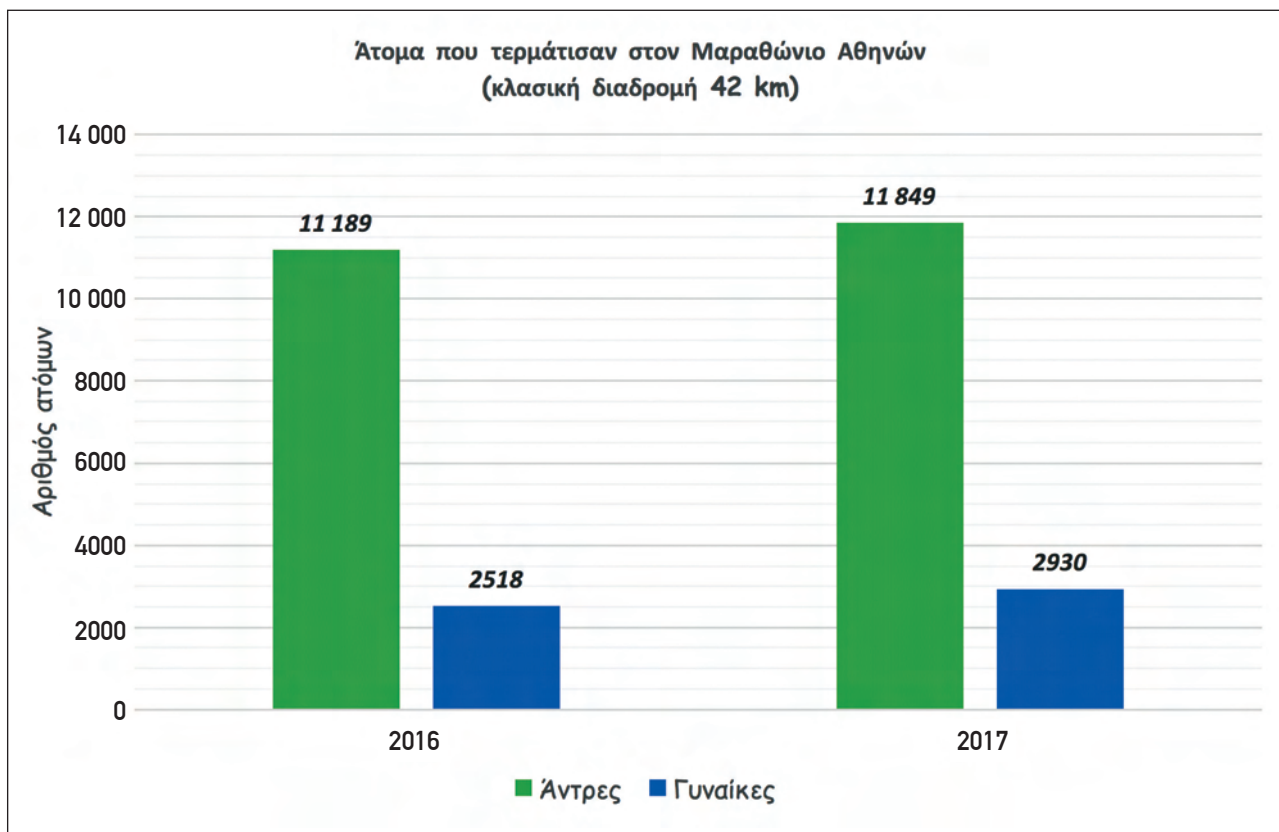
(α) Ποια χρονιά ολοκληρώθηκε το ταξίδι των Φρανσουάζ και Κλοντ Εβρέ;

(β) Ποια χρονιά άρχισε το ταξίδι του ο Άλαστερ Χάμφρεϊ;

(γ) Πόσα περισσότερα χιλιόμετρα διένυσαν στο ταξίδι τους οι Φρανσουάζ και Κλοντ Εβρέ σε σχέση με τον Άλαστερ Χάμφρεϊ;



2. Να συμπληρώσεις στο κείμενο τους αριθμούς που λείπουν, με βάση τις πληροφορίες που παρουσιάζονται στη γραφική παράσταση.



## ΜΑΡΑΘΩΝΙΟΣ ΑΘΗΝΑΣ 2017: ΡΕΚΟΡ ΣΥΜΜΕΤΟΧΩΝ

Ένα μεγάλο ρεκόρ συμμετοχών σημειώθηκε στο Μαραθώνιο Αθηνών που διεξήχθη στις 12 Νοεμβρίου 2017. Οι άντρες δρομείς που τερμάτισαν στην κλασική διαδρομή των 42 km ήταν \_\_\_\_\_, ενώ οι γυναίκες δρομείς ήταν \_\_\_\_\_. Ο συνολικός αριθμός των δρομέων που συμμετείχαν το 2017 ήταν \_\_\_\_\_. Ο αριθμός αυτός είναι \_\_\_\_\_ μεγαλύτερος από τον συνολικό αριθμό των δρομέων που συμμετείχαν στην ίδια διαδρομή το 2016. Συγκεκριμένα, οι άντρες δρομείς το 2017 ήταν \_\_\_\_\_ περισσότεροι από τους άντρες δρομείς που συμμετείχαν το 2016. Οι γυναίκες δρομείς το 2017 ήταν \_\_\_\_\_ περισσότερες από τις γυναίκες δρομείς που συμμετείχαν το 2016.



## Παραδείγματα

1. Να γράψεις τους πιο κάτω αριθμούς σε αναλυτική και λεκτική μορφή.

(α) 654      (β) 3425      (γ) 67 309      (δ) 132 003

**Λύση:**

Αριθμός	Χιλιάδες			Μονάδες			Αναλυτική μορφή	Λεκτική μορφή
	Εκατοντάδες	Δεκάδες	Μονάδες	Εκατοντάδες	Δεκάδες	Μονάδες		
(α) 654				6	5	4	$600 + 50 + 4$	εξακόσια πενήντα τέσσερα
(β) 3425			3	4	2	5	$3000 + 400 + 20 + 5$	τρεις χιλιάδες τετρακόσια είκοσι πέντε
(γ) 67 309		6	7	3	0	9	$60\ 000 + 7000 + 300 + 9$	εξήντα επτά χιλιάδες τριακόσια εννιά
(δ) 132 003	1	3	2	0	0	3	$100\ 000 + 30\ 000 + 2000 + 3$	εκατόν τριάντα δύο χιλιάδες τρία

2. Να σχηματίσεις τον αριθμό 154 128 με τρεις διαφορετικούς τρόπους.

**Λύση:**

Αριθμός	ΕΧ	ΔΧ	Χ	Ε	Δ	Μ	Αναλυτική μορφή
154 128	1	5	4	1	2	8	$100\ 000 + 50\ 000 + 4000 + 100 + 20 + 8$
154 128		15	4	1	2	8	$150\ 000 + 4000 + 100 + 20 + 8$
154 128	1		54	1		28	$100\ 000 + 54\ 000 + 100 + 28$

# Δραστηριότητες

1. Να αντιστοιχίσεις, όπως στο παράδειγμα.

4075	-----	εκατόν σαράντα επτά χιλιάδες τριακόσια
16 750		τέσσερις χιλιάδες εφτακόσια πέντε
147 300		δεκαέξι χιλιάδες εφτακόσια πενήντα
4705		τέσσερις χιλιάδες εβδομήντα πέντε
1650		δεκαέξι χιλιάδες εβδομήντα πέντε
16 075		χίλια εξακόσια πενήντα
143 700		εκατόν σαράντα τρεις χιλιάδες εφτακόσια

2. Να συμπληρώσεις τον πίνακα, όπως στο παράδειγμα.

Αριθμός	Χιλιάδες			Μονάδες			Αναλυτική μορφή
	Εκατοντάδες	Δεκάδες	Μονάδες	Εκατοντάδες	Δεκάδες	Μονάδες	
5379			5	3	7	9	$5000 + 300 + 70 + 9$
27 832							
	9	0	1	0	8	3	
430 596							
							$50\ 000 + 2000 + 60 + 1$

3. Να γράψεις την αξία του υπογραμμισμένου ψηφίου στους πιο κάτω αριθμούς, όπως στο παράδειγμα.

Παράδειγμα:

3865

800

(α) 683 302

\_\_\_\_\_

(β) 703 288

\_\_\_\_\_

(γ) 97 146

\_\_\_\_\_

(δ) 3405

\_\_\_\_\_

(ε) 271 004

\_\_\_\_\_

(στ) 82 546

\_\_\_\_\_

(ζ) 742 785

\_\_\_\_\_

(η) 13 715

\_\_\_\_\_

(θ) 131 000

\_\_\_\_\_

(ι) 29 999

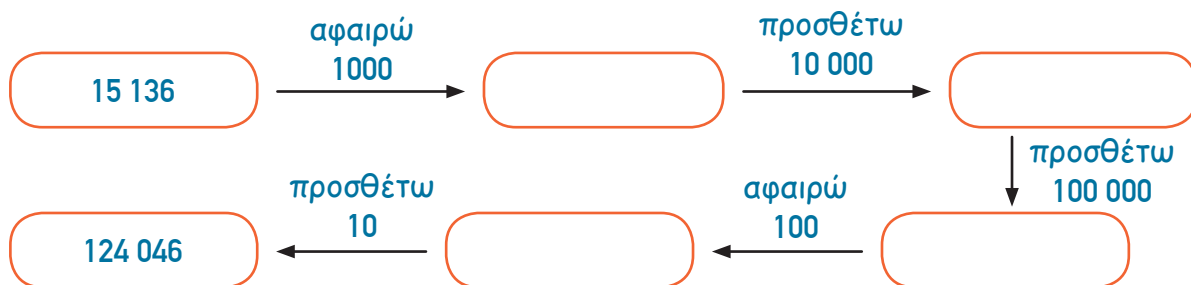
\_\_\_\_\_

(κ) 184 392

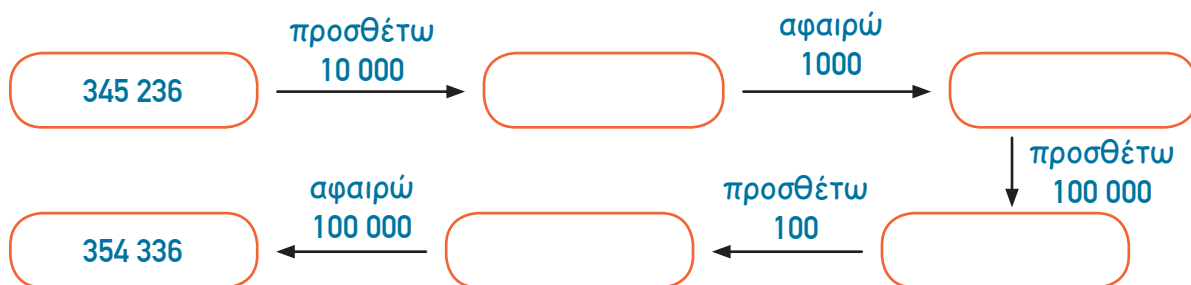
\_\_\_\_\_

4. Να συμπληρώσεις.

(α)



(β)



5. Ο Φίλιππος βρήκε πληροφορίες για τα κράτη που συμμετέχουν στους αγώνες μικρών κρατών Ευρώπης.

Κράτος	Πληθυσμός
Άγιος Μαρίνος	32 576
Ανδόρα	85 082
Ισλανδία	325 671
Κύπρος (ελεύθερες περιοχές)	840 407
Λίχτενσταϊν	37 132
Λουξεμβούργο	549 680
Μάλτα	446 547
Μαυροβούνιο	647 905
Μονακό	36 371

Οι Αγώνες Μικρών Κρατών Ευρώπης διοργανώνονται από τα μέλη της Αθλητικής Ομοσπονδίας των Μικρών Ευρωπαϊκών Κρατών. Ως μέλη γίνονται δεκτές οι ευρωπαϊκές χώρες που έχουν πληθυσμό μικρότερο από 1 000 000.

Να γράψεις τα κράτη με τη σειρά, αρχίζοντας από το κράτος που έχει τον μικρότερο πληθυσμό.

Κράτος
1.
2.
3.
4.
5.
6.
7.
8.
9.

6. Να συμπληρώσεις με το κατάλληλο σύμβολο >, <, =.

(α) 7305 ○ 7503

(β) πέντε χιλιάδες δύο ○ 5302

(γ) 1498 ○ 1298

(δ) τρεις χιλιάδες δώδεκα ○ 30 012

(ε) 25 490 ○ 20 590

(στ) χίλια τρία ○ 1003

7. Ο Νεόφυτος συμπλήρωσε στον πίνακα τον αριθμό 4444.

Αριθμός	Χ	Ε	Δ	Μ
4444	4	4	4	4

Να απαντήσεις στις ερωτήσεις. Να αιτιολογήσεις την απάντησή σου.

(α) Πόσες φορές μεγαλύτερη είναι η αξία του ψηφίου 4 στις δεκάδες από την αξία του ψηφίου 4 στις μονάδες;

---

---

(β) Πόσες φορές μεγαλύτερη είναι η αξία του ψηφίου 4 στις εκατοντάδες από την αξία του ψηφίου 4 στις μονάδες;

---

---

(γ) Πόσες φορές μικρότερη είναι η αξία του ψηφίου 4 στις εκατοντάδες από την αξία του ψηφίου 4 στις χιλιάδες;

---

---

(δ) Πόσες φορές μικρότερη είναι η αξία του ψηφίου 4 στις μονάδες από την αξία του ψηφίου 4 στις χιλιάδες;

---

---

8. Να συμπληρώσεις τον πίνακα, για να σχηματίσεις τους αριθμούς με τρεις διαφορετικούς τρόπους.

Αριθμός	ΕΧ	ΔΧ	Χ	Ε	Δ	Μ	Αναλυτική μορφή
7345							
7345							
7345							

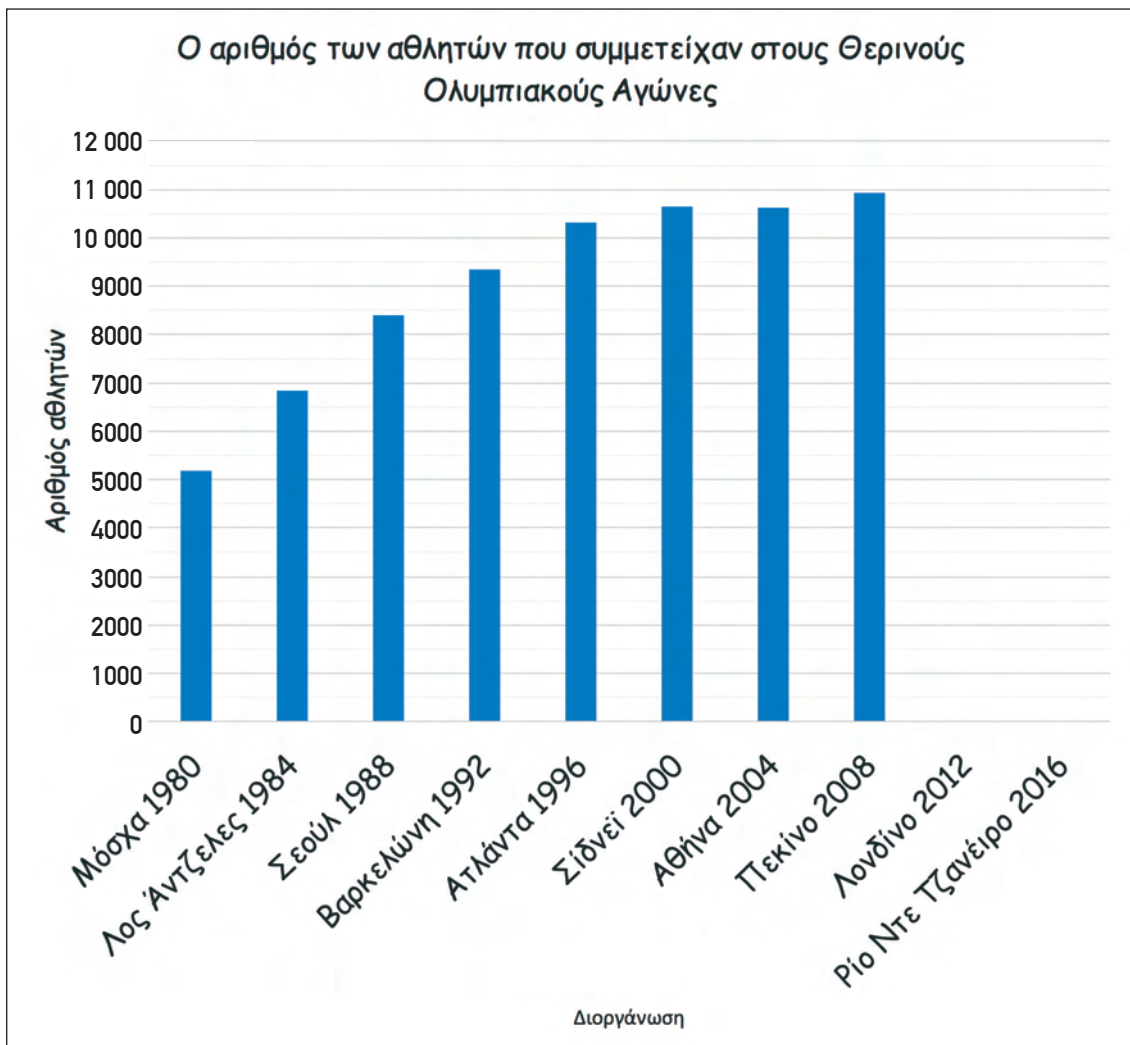
Αριθμός	ΕΧ	ΔΧ	Χ	Ε	Δ	Μ	Αναλυτική μορφή
25 321							
25 321							
25 321							

Αριθμός	ΕΧ	ΔΧ	Χ	Ε	Δ	Μ	Αναλυτική μορφή
173 564	0						
173 564	0	0					
173 564	0		0		0		

9. Να συμπληρώσεις τον πίνακα, όπως στο παράδειγμα.

	<b>Στρογγυλοποίηση αριθμού στην πλησιέστερη:</b>		
	Δεκάδα	Εκατοντάδα	Χιλιάδα
<b>Παράδειγμα:</b>			
2356	2360	2400	2000
1473			
8467			
3609			
6728			
4255			
7016			

10. (α) Να μελετήσεις το πιο κάτω ραβδόγραμμα και να συμπληρώσεις τον πίνακα.



<b>ΔΙΟΡΓΑΝΩΣΗ</b>	Οι αθλητές που συμμετείχαν ήταν περίπου ...
Μόσχα 1980	
Λος Άντζελες 1984	
Σεούλ 1988	
Βαρκελώνη 1992	
Ατλάντα 1996	
Σίδνεϊ 2000	
Αθήνα 2004	
Πεκίνο 2008	

(β) Στους Θερινούς Ολυμπιακούς Αγώνες που διοργανώθηκαν στο Λονδίνο το 2012 και στο Ρίο Ντε Τζανέιρο το 2016 συμμετείχαν 10 829 και 11 237 αθλητές αντίστοιχα. Να συμπληρώσεις το ραβδόγραμμα με βάση τα στοιχεία αυτά.



## Παραδείγματα

1. Να κάνεις τις πιο κάτω πράξεις νοερά.

(α)  $66 + 37$

(β)  $199 + 265$

(γ)  $75 - 27$

(δ)  $605 - 199$

**Λύση:**

$$(α) \quad 66 + 37 = 60 + 30 + 6 + 7 = 90 + 13 = 103$$

$60 + 6$     $30 + 7$

$$(β) \quad 199 + 265 = 200 + 265 - 1 = 465 - 1 = 464$$

$200 - 1$

$$(γ) \quad 75 - 27 = 75 - 25 - 2 = 50 - 2 = 48$$

$25 + 2$

$$(δ) \quad 605 - 199 = 605 - 200 + 1 = 405 + 1 = 406$$

$200 - 1$

2. Να κάνεις τις πιο κάτω πράξεις κατακόρυφα.

(α)  $456 + 167$

(β)  $832 - 371$

(γ)  $9000 - 3567$

**Λύση:**

$$(α) \quad \begin{array}{r} 1 \ 1 \\ 456 \\ + 167 \\ \hline 623 \end{array}$$

$$(β) \quad \begin{array}{r} 7 \ 13 \\ 832 \\ - 371 \\ \hline 461 \end{array}$$

$$(γ) \quad \begin{array}{r} 8 \ 9 \ 9 \ 10 \\ 9000 \\ - 3567 \\ \hline 5433 \end{array}$$

# Δραστηριότητες

1. Να κάνεις τις πράξεις νοερά.

A.

$$(\alpha) 67 + 6 =$$

$$(\beta) 19 + 77 =$$

$$(\gamma) 54 + 7 =$$

$$(\delta) 56 + 21 =$$

$$(\epsilon) 47 + 25 =$$

$$(\sigma\tau) 14 + 149 =$$

$$(\zeta) 87 + 33 =$$

$$(\eta) 415 + 417 =$$

$$(\theta) 98 + 314 =$$

$$(\iota) 75 + 28 =$$

$$(\kappa) 25 + 28 =$$

$$(\lambda) 199 + 199 =$$

B.

$$(\alpha) 94 - 8 =$$

$$(\beta) 67 - 9 =$$

$$(\gamma) 76 - 13 =$$

$$(\delta) 400 - 198 =$$

$$(\epsilon) 204 - 24 =$$

$$(\sigma\tau) 78 - 39 =$$

$$(\zeta) 682 - 299 =$$

$$(\eta) 274 - 176 =$$

$$(\theta) 157 - 98 =$$

$$(\iota) 383 - 187 =$$

$$(\kappa) 500 - 178 =$$

$$(\lambda) 900 - 223 =$$

2. Να κάνεις τις πράξεις.

356	882	9452	8376
<u>122 +</u>	<u>137</u>	<u>2498 +</u>	<u>2189 +</u>
	<u>245 +</u>		

23 674	54 367	34 698	544 811
<u>64 895 +</u>	<u>32 794 +</u>	<u>71 840 +</u>	<u>356 445 +</u>

4182	7004	5000	99 302
<u>3239 -</u>	<u>4167 -</u>	<u>2458 -</u>	<u>21 585 -</u>

431 925	219 925	800 500	408 679
<u>204 815 -</u>	<u>121 705 -</u>	<u>79 989 -</u>	<u>45 500 -</u>

3. Να κάνεις τις πράξεις κατακόρυφα στο τετράδιό σου.

(α)  $985 + 37$

(β)  $237 + 96 + 39$

(γ)  $429 + 1115 + 2078$

(δ)  $4128 + 1375$

(ε)  $2139 + 9765$

(στ)  $12\ 025 + 4127$

(ζ)  $418 - 179$

(η)  $500 - 297$

(θ)  $8135 - 6918$

(ι)  $32\ 128 - 11\ 345$

(κ)  $23\ 456 - 6572$

(λ)  $35\ 678 - 18\ 603$

(μ)  $65\ 963 + 3676$

(ν)  $60\ 000 - 4451$

(ξ)  $54\ 000 - 11\ 129$

(ο)  $62\ 232 - 16\ 892$

(π)  $14\ 675 + 438\ 092$

(ρ)  $775\ 300 - 276\ 664$

4. Να επιλύσεις τα προβλήματα.

(α) Στα πλαίσια μιας εκστρατείας δεντροφύτευσης, φυτεύτηκαν σε ένα δάσος 1372 πεύκα, 2375 κυπαρίσσια και 688 κέδροι. Ποιος είναι ο συνολικός αριθμός των δέντρων που φυτεύτηκαν στο δάσος;

Απάντηση: \_\_\_\_\_

(β) Στις αρχές Δεκεμβρίου υπήρχαν σε ένα κατάστημα παιχνιδιών 1647 παιχνίδια. Κατά τη διάρκεια του μήνα, παραλήφθηκαν από το κατάστημα 9435 παιχνίδια και πωλήθηκαν 8698 παιχνίδια. Πόσα παιχνίδια υπήρχαν στο κατάστημα στο τέλος Δεκεμβρίου;

Απάντηση: \_\_\_\_\_

(γ) Ένα μουσικό συγκρότημα κυκλοφόρησε καινούριο τραγούδι. Κατά την πρώτη μέρα κυκλοφορίας του, ο αριθμός των προβολών του βίντεο του τραγουδιού στο διαδίκτυο ήταν 11 039. Κατά τη δεύτερη ημέρα, οι προβολές του βίντεο ήταν 652 λιγότερες. Ποιος ήταν ο συνολικός αριθμός προβολών του βίντεο και τις δύο ημέρες μαζί;

Απάντηση: \_\_\_\_\_

5. Ο πιο κάτω πίνακας παρουσιάζει τις αφίξεις τουριστών στην Κύπρο κατά το πρώτο τρίμηνο του 2017 και του 2018.

	ΑΦΙΞΕΙΣ ΤΟΥΡΙΣΤΩΝ	
	2017	2018
Ιανουάριος	62 611	75 867
Φεβρουάριος	82 209	101 481
Μάρτιος	140 873	192 090

(α) Να υπολογίσεις τη διαφορά στον αριθμό τουριστών που αφίχθηκαν στην Κύπρο τον Ιανουάριο του 2018 σε σχέση με τον Ιανουάριο του 2017.

(β) Να χρησιμοποιήσεις τις πληροφορίες του πίνακα, για να κατασκευάσεις ένα πρόβλημα, το οποίο λύνεται με τη μαθηματική πρόταση  $82\,209 - 62\,611 = v$ .

---

---

---

---

(γ) Να χρησιμοποιήσεις τις πληροφορίες του πίνακα, για να κατασκευάσεις ένα πρόβλημα του οποίου η απάντηση να είναι 369 438.

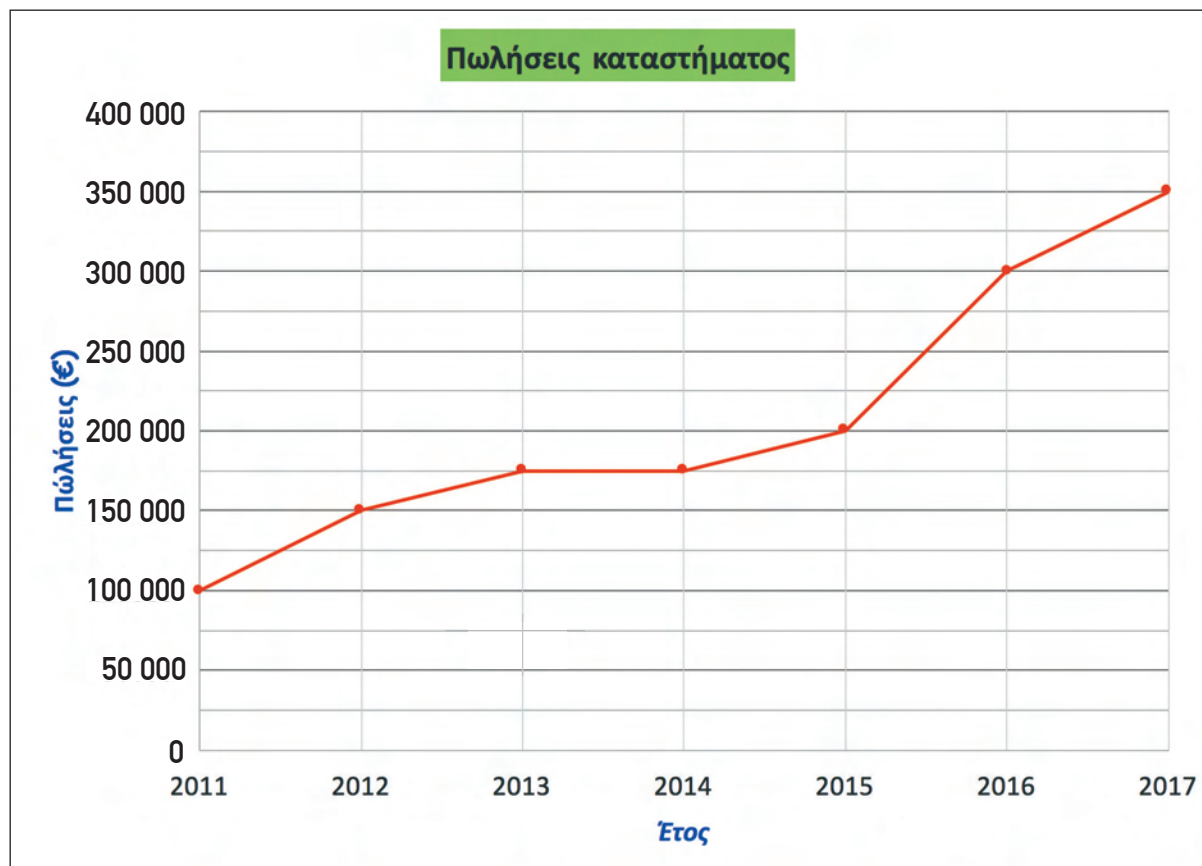
---

---

---

---

6. Ένα κατάστημα άρχισε τη λειτουργία του το 2011. Στόχος του καταστήματος ήταν τα έσοδα των πωλήσεων να αυξάνονται κάθε χρονιά. Η πιο κάτω γραφική παράσταση παρουσιάζει τις ετήσιες πωλήσεις του καταστήματος από το 2011 μέχρι το 2017.



(α) Ποια χρονιά το κατάστημα είχε τις υψηλότερες πωλήσεις;

(β) Ποια χρονιά το κατάστημα είχε τις χαμηλότερες πωλήσεις;

(γ) Μεταξύ ποιων χρονιών δεν επιτεύχθηκε ο στόχος του καταστήματος; Να αιτιολογήσεις την απάντησή σου;

(δ) Ο διευθυντής του καταστήματος υποστηρίζει ότι η μεγαλύτερη αύξηση στις πωλήσεις παρατηρήθηκε μεταξύ των χρονιών 2015 και 2016. Συμφωνείς; Να αιτιολογήσεις την απάντησή σου.

## Παραδείγματα

1. Να χρησιμοποιήσεις την επιμεριστική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού, για να υπολογίσεις τα πιο κάτω γινόμενα.

(α)  $6 \times 23$

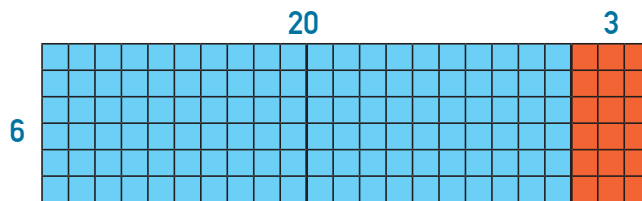
(β)  $6 \times 29$

**Λύση:**

$$\begin{aligned} \text{(α)} \quad 6 \times 23 &= 6 \times (20 + 3) \\ &= (6 \times 20) + (6 \times 3) \\ &= 120 + 18 \\ &= 138 \end{aligned}$$

Αναλύουμε το 23 σε  $20 + 3$ .

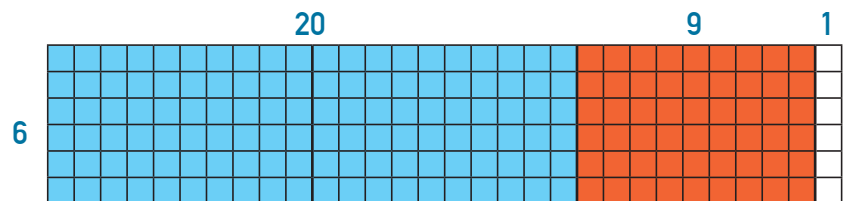
Πολλαπλασιάζουμε ξεχωριστά το 6 επί 20 και το 6 επί 3.  
Προσθέτουμε τα δύο γινόμενα.



$$\begin{aligned} \text{(β)} \quad 6 \times 29 &= 6 \times (30 - 1) \\ &= (6 \times 30) - (6 \times 1) \\ &= 180 - 6 \\ &= 174 \end{aligned}$$

Γράφουμε το 29 ως  $30 - 1$ .

Πολλαπλασιάζουμε ξεχωριστά το 6 επί 30 και το 6 επί 1.  
Αφαιρούμε το δεύτερο γινόμενο από το πρώτο.



2. Να κάνεις κατακόρυφα τον πολλαπλασιασμό  $127 \times 5$ .

**Λύση:**

$$\begin{array}{r} 13 \\ 127 \\ \times \quad 5 \\ \hline 635 \end{array}$$

## Δραστηριότητες

1. Να χρησιμοποιήσεις την επιμεριστική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού, για να υπολογίσεις τα πιο κάτω γινόμενα.

$$(α) 7 \times 95$$

$$(β) 8 \times 68$$

$$(γ) 9 \times 79$$

$$(δ) 135 \times 4$$

$$(ε) 5 \times 398$$

$$(στ) 152 \times 8$$



2. Να υπολογίσεις τα γινόμενα.

$$\begin{array}{r} 62 \\ \times 9 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 98 \\ \times 7 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 83 \\ \times 8 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 139 \\ \times 4 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 371 \\ \times 8 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 692 \\ \times 7 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 565 \\ \times 3 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 108 \\ \times 7 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 589 \\ \times 8 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1639 \\ \times 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2421 \\ \times 4 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4502 \\ \times 6 \\ \hline \end{array}$$

3. Να υπολογίσεις κατακόρυφα στο τετράδιό σου τα πιο κάτω γινόμενα.

(α)  $37 \times 6$

(β)  $54 \times 7$

(γ)  $69 \times 8$

(δ)  $68 \times 7$

(ε)  $305 \times 9$

(στ)  $817 \times 4$

(ζ)  $139 \times 5$

(η)  $273 \times 9$

(θ)  $2358 \times 9$

(ι)  $1821 \times 3$

(κ)  $1457 \times 8$

(λ)  $2576 \times 7$

4. Να επιλύσεις τα προβλήματα.

(α) Ο Στέλιος έχει στο κινητό του τηλέφωνο 7 λίστες με τραγούδια. Κάθε λίστα περιλαμβάνει 43 τραγούδια. Ποιος είναι ο συνολικός αριθμός τραγουδιών στο κινητό τηλέφωνο του Στέλιου;

Απάντηση: \_\_\_\_\_

(β) Ένα κατάστημα παιχνιδιών παρέλαβε 8 κιβώτια με βόλους. Κάθε κιβώτιο περιέχει 6 σακούλια με βόλους και κάθε σακούλι περιέχει 9 βόλους. Ποιος είναι ο συνολικός αριθμός βόλων που παρέλαβε το κατάστημα;

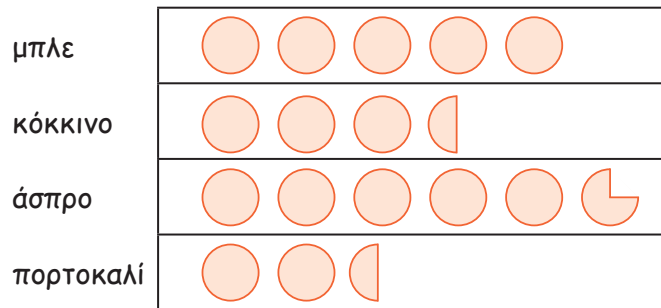
Απάντηση: \_\_\_\_\_

(γ) Η αίθουσα μουσικής ενός δημοτικού σχολείου έχει ορθογώνιο σχήμα. Το μήκος της είναι 17 m και το πλάτος της 9 m. Να υπολογίσεις την περίμετρο και το εμβαδόν της αίθουσας.

Απάντηση: \_\_\_\_\_

5. Το πιο κάτω εικονόγραμμα παρουσιάζει τον αριθμό των πουκαμίσων που πωλήθηκαν σε ένα κατάστημα ένδυσης τον Ιούλιο.

 = 120 πουκάμισα



(α) Ποια χρώματα πουκαμίσων είχαν περισσότερες από 500 πωλήσεις;

(β) Πόσα πουκάμισα μπλε και κόκκινου χρώματος πωλήθηκαν συνολικά;

(γ) Πόσα περισσότερα ήταν τα πουκάμισα άσπρου χρώματος που πωλήθηκαν από τα πουκάμισα μπλε χρώματος;

## Παραδείγματα

1. Να χρησιμοποιήσεις την επιμεριστική ιδιότητα της διαίρεσης, για να υπολογίσεις το πηλίκο  $288 \div 9$ .

**Λύση:**

$$\begin{aligned} 288 \div 9 &= (270 + 18) \div 9 \\ &= (270 \div 9) + (18 \div 9) \\ &= 30 + 2 \\ &= 32 \end{aligned}$$

ή

$$\begin{aligned} 288 \div 9 &= (180 + 90 + 18) \div 9 \\ &= (180 \div 9) + (90 \div 9) + (18 \div 9) \\ &= 20 + 10 + 2 \\ &= 32 \end{aligned}$$

2. Να κάνεις κατακόρυφα τη διαίρεση  $973 \div 9$ .

**Λύση:**

Διαιρετέος			Διαιρέτης
	9 7 3		9
	- 9		1 0 8
	0 7 3		
	- 7 2		Πηλίκο
	1		
Υπόλοιπο			

Επαλήθευση:  $973 = (9 \times 108) + 1$

3. Να γράφεις ποια είναι τα δυνατά υπόλοιπα της διαίρεσης  $1789 \div 5$ , χωρίς να κάνεις την πράξη.

**Λύση:**

Το υπόλοιπο μιας διαίρεσης είναι μικρότερο από τον διαιρέτη. Άρα, στην πιο πάνω διαίρεση με διαιρέτη το 5, το υπόλοιπο είναι δυνατόν να έχει τις τιμές 0, 1, 2, 3 ή 4.

# Δραστηριότητες

1. Να χρησιμοποιήσεις την επιμεριστική ιδιότητα της διαίρεσης, για να υπολογίσεις τα πιο κάτω πηλίκα.

$$(α) 279 \div 9$$

$$(β) 375 \div 3$$

$$(γ) 485 \div 5$$

$$(δ) 238 \div 7$$

$$(ε) 304 \div 4$$

$$(στ) 408 \div 6$$

2. Να εκτελέσεις τις διαιρέσεις και να κάνεις επαλήθευση.

(α) $\begin{array}{r} 798 \overline{) 6} \\ \hline \end{array}$	(β) $\begin{array}{r} 957 \overline{) 4} \\ \hline \end{array}$	(γ) $\begin{array}{r} 409 \overline{) 5} \\ \hline \end{array}$	(δ) $\begin{array}{r} 736 \overline{) 7} \\ \hline \end{array}$
Επαλήθευση:	Επαλήθευση:	Επαλήθευση:	Επαλήθευση:

3. Να κάνεις κατακόρυφα τις διαιρέσεις στο τετράδιό σου και να επαληθεύσεις την απάντησή σου.

(α)  $569 \div 3$

(β)  $674 \div 4$

(γ)  $485 \div 6$

(δ)  $349 \div 8$

(ε)  $324 \div 3$

(στ)  $535 \div 5$

(ζ)  $429 \div 4$

(η)  $928 \div 9$

(θ)  $3609 \div 9$

(ι)  $1696 \div 8$

(κ)  $2426 \div 3$

(λ)  $6013 \div 7$

(μ)  $4035 \div 5$

(ν)  $1528 \div 4$

(ξ)  $3319 \div 3$



4. Να βρεις τους αριθμούς.

(α) Ένας αριθμός διαιρείται με το 7. Δίνει πηλίκο 75 και υπόλοιπο 0. Ποιος είναι ο αριθμός;

(β) Ένας αριθμός διαιρείται με το 9. Δίνει πηλίκο 86 και υπόλοιπο 4. Ποιος είναι ο αριθμός;

(γ) Ένας αριθμός διαιρείται με το 5. Δίνει πηλίκο 186 και υπόλοιπο 3. Ποιος είναι ο αριθμός;

5. Να γράψεις ποια είναι τα δυνατά υπόλοιπα των πιο κάτω διαιρέσεων, χωρίς να κάνεις τις πράξεις.

(α)  $675 \div 6$  \_\_\_\_\_

(β)  $187 \div 7$  \_\_\_\_\_

(γ)  $2789 \div 4$  \_\_\_\_\_

(δ)  $\kappa \div 9$  \_\_\_\_\_

6. Να επιλύσεις τα προβλήματα.

(α) Τα 135 παιδιά του σχολείου της Ναταλίας θα επισκεφθούν το Κέντρο Περιβαλλοντικής Εκπαίδευσης Ακρωτηρίου. Θα χωριστούν σε ομάδες. Κάθε ομάδα θα αποτελείται από 9 παιδιά. Πόσες ομάδες θα σχηματιστούν;

Απάντηση: \_\_\_\_\_

(β) Το κιβώτιο Α περιέχει 2424 διαφημιστικά φυλλάδια και το κιβώτιο Β 1320 φυλλάδια. Τέσσερις διανομείς μοιράστηκαν στα ίσα τα φυλλάδια. Πόσα φυλλάδια πήρε ο κάθε διανομέας;

Απάντηση: \_\_\_\_\_

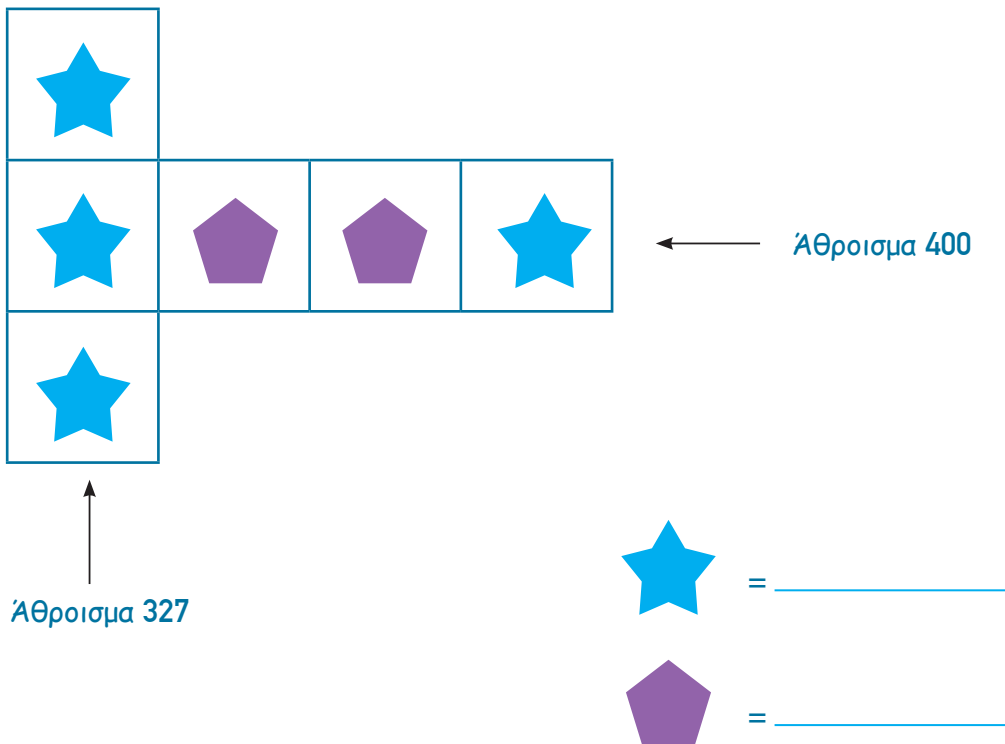
(γ) Η Στεφανία αγόρασε έναν ηλεκτρονικό υπολογιστή αξίας €877. Έδωσε προκαταβολή €259 και το υπόλοιπο ποσό θα το εξοφλήσει σε 6 ίσες δόσεις. Ποιο είναι το ποσό που αντιστοιχεί σε κάθε δόση;

Απάντηση: \_\_\_\_\_

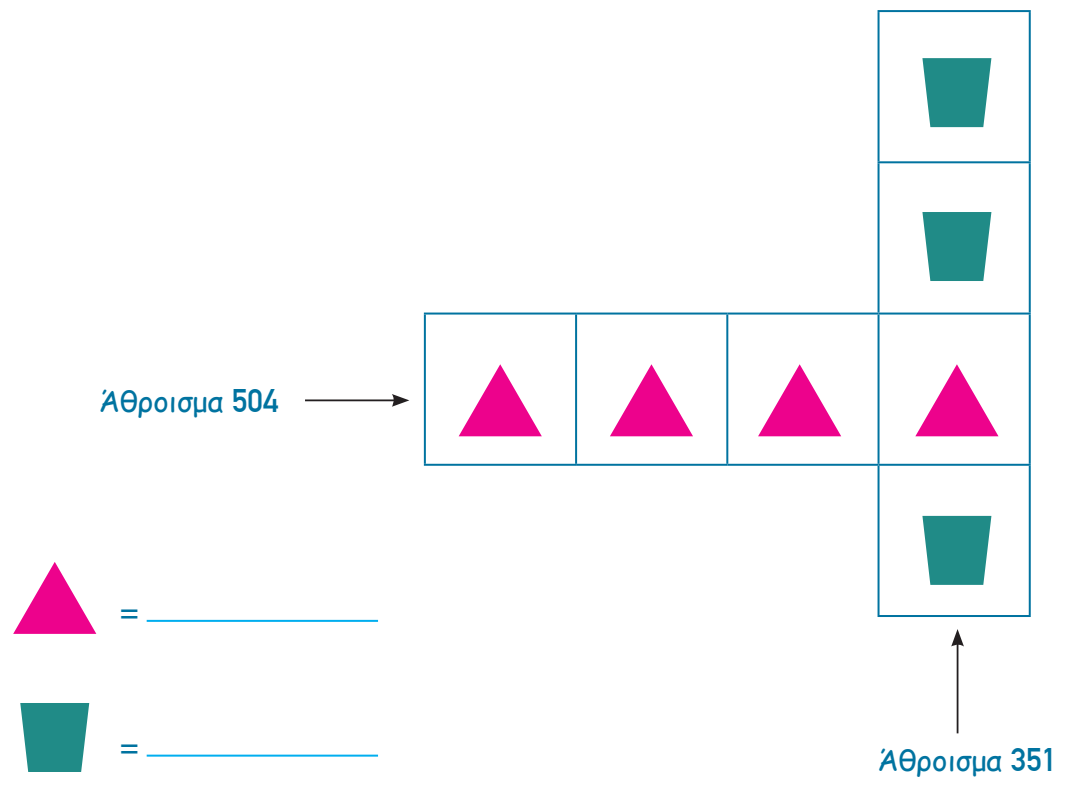


7. Να βρεις την τιμή που αναπαριστά κάθε σχήμα, με βάση τα διαγράμματα.

(α)



(β)





# Ενότητα





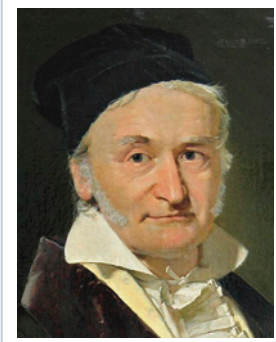
## ΣΤΗΝ ΕΝΟΤΗΤΑ ΑΥΤΗ ΘΑ ΜΑΘΟΥΜΕ

- Να αναγνωρίζουμε και να εφαρμόζουμε τις ιδιότητες των πράξεων.
- Να εκτιμούμε το πηλίκο μιας διαίρεσης με διψήφιο διαιρέτη, να εφαρμόζουμε τον κατακόρυφο αλγόριθμο της διαίρεσης με διψήφιο διαιρέτη και να επαληθεύουμε την απάντησή μας.



Ο Καρλ Φρίντριχ Γκάους γεννήθηκε το 1777 στη Γερμανία και υπήρξε ένας από τους σπουδαιότερους μαθηματικούς των νεότερων χρόνων. Ο Γκάους ήταν ένα παιδί «θαύμα» και υπάρχουν πολλές αναφορές για τις εκπληκτικές του ικανότητες στα μαθηματικά.

Σε μια από αυτές τις αναφορές, περιγράφεται η απόπειρα ενός από τους δασκάλους του Γκάους στο δημοτικό σχολείο να απασχολήσει τους μαθητές του, ζητώντας τους να προσθέσουν όλους τους ακέραιους αριθμούς από το 1 ως το 100. Ο μικρός Γκάους υπολόγισε το άθροισμα σε λιγότερο από 1 λεπτό, εκπλήσσοντας τον δάσκαλό του.



Με ποιο τρόπο είναι δυνατόν να εργάστηκε ο Γκάους, για να υπολογίσει τόσο γρήγορα το άθροισμα των ακέραιων αριθμών από το 1 ως το 100;

Να εισηγηθείς διαφορετικούς τρόπους, για να υπολογίσεις τα πιο κάτω αθροίσματα.

(α)  $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10$

(β)  $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \dots + 16 + 17 + 18 + 19 + 20$



## Διερεύνηση 2

Να εισηγηθείς διαφορετικούς τρόπους, για να υπολογίσεις το πιο κάτω γινόμενο.

$$4 \times 12 \times 5$$

Με ποιον τρόπο υπολόγισες πιο γρήγορα το αποτέλεσμα; Να εξηγήσεις.

# Νέες Έννοιες

## • Ιδιότητες της πρόσθεσης

### • Αντιμεταθετική:

Όταν προσθέτω δύο αριθμούς, το αποτέλεσμα δεν επηρεάζεται από τη σειρά με την οποία προσθέτω τους αριθμούς.

Παράδειγμα:

$$5 + 2 = 2 + 5$$

$$7 = 7$$

### • Προσεταιριστική:

Όταν προσθέτω τρεις ή περισσότερους αριθμούς, το τελικό αποτέλεσμα δεν επηρεάζεται από τη σειρά με την οποία κάνω τις προσθέσεις.

Παράδειγμα:

$$(5 + 2) + 8 = 5 + (2 + 8)$$

$$7 + 8 = 5 + 10$$

$$15 = 15$$

## • Ιδιότητες του πολλαπλασιασμού

### • Αντιμεταθετική:

Όταν πολλαπλασιάζω δύο αριθμούς, το αποτέλεσμα δεν επηρεάζεται από τη σειρά με την οποία πολλαπλασιάζω τους αριθμούς.

Παράδειγμα:

$$4 \times 2 = 2 \times 4$$

$$8 = 8$$

### • Προσεταιριστική:

Όταν πολλαπλασιάζω τρεις ή περισσότερους αριθμούς, το τελικό αποτέλεσμα δεν επηρεάζεται από τη σειρά με την οποία κάνω τους πολλαπλασιασμούς.

Παράδειγμα:

$$(5 \times 2) \times 3 = 5 \times (2 \times 3)$$

$$10 \times 3 = 5 \times 6$$

$$30 = 30$$



## Παράδειγμα

1. Να υπολογίσεις την τιμή των πιο κάτω παραστάσεων.

(α)  $25 + 72 + 75$

(β)  $12 \times 7 \times 5$

**Λύση:**

$$\begin{aligned} \text{(α)} \quad 25 + 72 + 75 &= 25 + 75 + 72 \\ &= (25 + 75) + 72 \\ &= 100 + 72 \\ &= 172 \end{aligned}$$

Χρησιμοποιούμε την αντιμεταθετική και την προσεταιριστική ιδιότητα της πρόσθεσης, για να υπολογίσουμε πιο γρήγορα το άθροισμα.

$$\begin{aligned} \text{(β)} \quad 12 \times 7 \times 5 &= 12 \times 5 \times 7 \\ &= (12 \times 5) \times 7 \\ &= 60 \times 7 \\ &= 420 \end{aligned}$$

Χρησιμοποιούμε την αντιμεταθετική και την προσεταιριστική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού, για να υπολογίσουμε πιο γρήγορα το γινόμενο.

# Δραστηριότητες

1. Να υπολογίσεις την τιμή των πιο κάτω παραστάσεων.

(α)  $26 + 19 + 4 =$  \_\_\_\_\_

(β)  $2 \times 8 \times 5 =$  \_\_\_\_\_

(γ)  $57 + 36 + 13 =$  \_\_\_\_\_

(δ)  $5 \times 9 \times 6 =$  \_\_\_\_\_

(ε)  $24 + 25 + 26 + 27 + 25 =$  \_\_\_\_\_

(στ)  $5 \times 3 \times 13 \times 20 =$  \_\_\_\_\_

(ζ)  $2024 + 2008 + 16 =$  \_\_\_\_\_

(η)  $4 \times 8 \times 25 \times 5 =$  \_\_\_\_\_

2. Ο Γιάννης επισκέφθηκε ένα κατάστημα αθλητικών ειδών. Αγόρασε τα πιο κάτω προϊόντα. Να υπολογίσεις τη συνολική αξία των προϊόντων που αγόρασε ο Γιάννης.



3. Να υπολογίσεις την τιμή του  $v$  σε κάθε περίπτωση.

(α)  $(10 \times 6) \times 5 = v \times (10 \times 5)$

$v = \square$

(β)  $23 + 17 = v + 23$

$v = \square$

(γ)  $19 + 26 + 11 = v + 11 + 19$

$v = \square$

(δ)  $35 \times v \times 8 = 8 \times (35 \times 2)$

$v = \square$

(ε)  $28 + v + 12 = 24 + 40$

$v = \square$


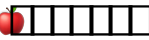

(στ)  $15 + 36 + 25 = v + 36$

$v = \square$

4. Να υπολογίσεις τα αθροίσματα, αν γνωρίζεις ότι:

 +  = 100

και

 +  +  = 10

(α)  +  + 350 = \_\_\_\_\_

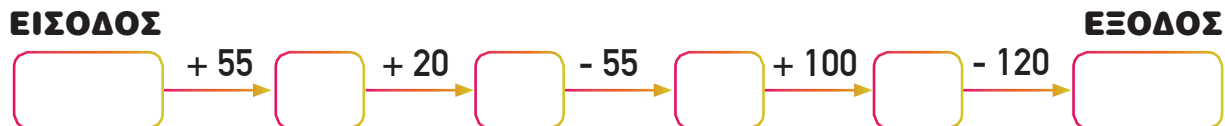
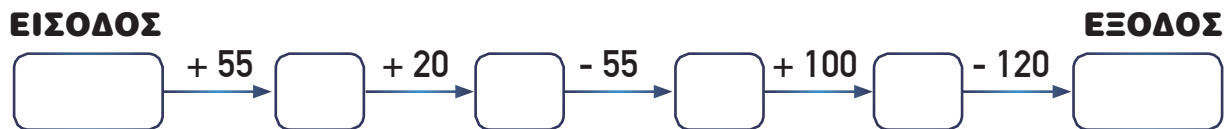
(β) ( + ) - 4 = \_\_\_\_\_

(γ)  $2240 - (\text{flower} + 180 + \text{telephone}) =$  \_\_\_\_\_

(δ)  $1320 + \text{snowflake} + 2000 + 180 + \text{smiley face} =$  \_\_\_\_\_

(ε)  $\text{snowflake} + 2000 + \text{smiley face} + 4100 + \text{flower} + 1900 + \text{telephone} =$  \_\_\_\_\_

Να γράψεις στην είσοδο των πιο κάτω αλυσίδων έναν δικό σου αριθμό και να κάνεις τις πράξεις, για να βρεις τον αριθμό στην έξοδο.

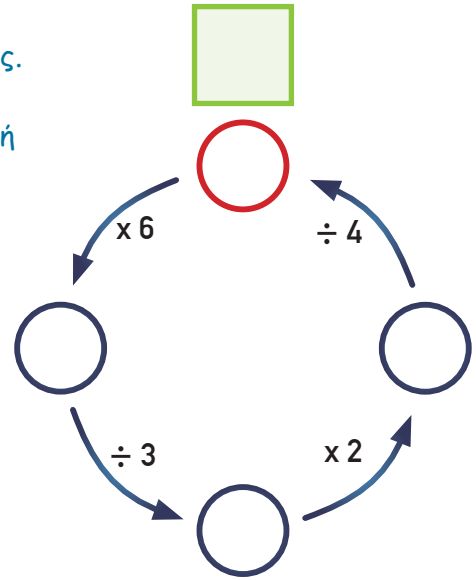


Τι παρατηρείς; Γιατί συμβαίνει αυτό;

# Διερεύνηση 2

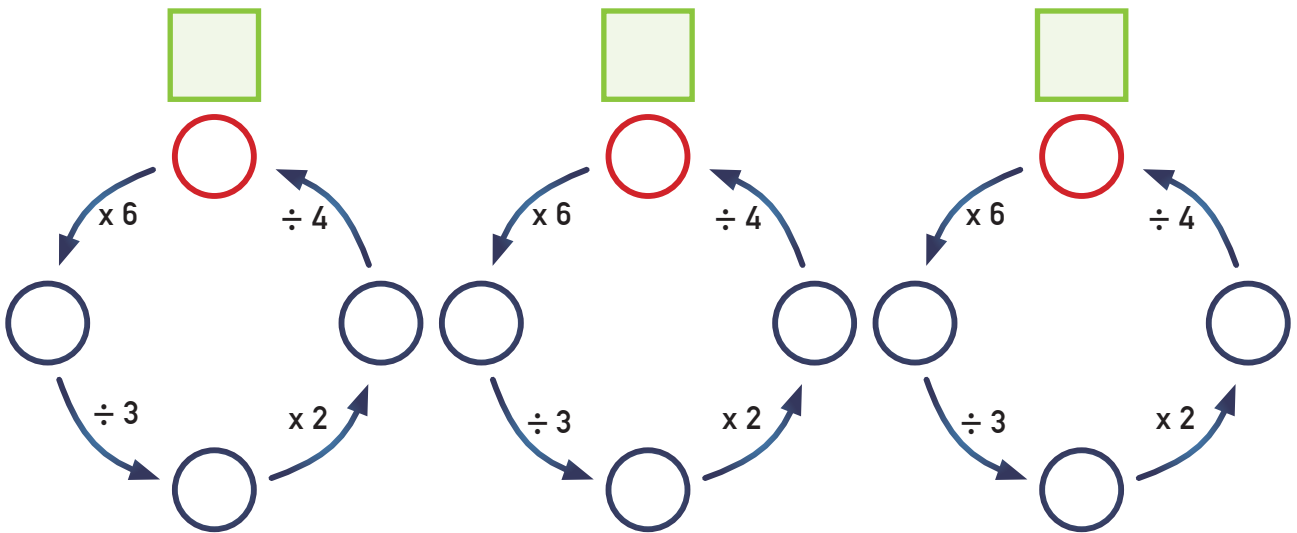
Να γράψεις έναν αριθμό στον κόκκινο κύκλο του διαγράμματος.

(α) Να συμπληρώσεις το διάγραμμα και να γράψεις την τελική απάντηση στο πράσινο τετράγωνο.



(β) Τι παρατηρείς;

(γ) Να χρησιμοποιήσεις τα πιο κάτω διαγράμματα, για να ελέγξεις κατά πόσο αυτό που παρατήρησες ισχύει και για άλλους αριθμούς.



(δ) Να επεξηγήσεις γιατί ισχύει η πιο πάνω παρατήρηση.

---

---

---

# Νέες Έννοιες

- Η πρόσθεση και η αφαίρεση είναι αντίθετες πράξεις.

Παραδείγματα:

$$42 + \cancel{25} - \cancel{25} = 42$$

$$54 - \cancel{15} + 30 + \cancel{15} = 54 + 30 = 84$$

- Ο πολλαπλασιασμός και η διαίρεση είναι αντίστροφες πράξεις.

Παραδείγματα:

$$(\cancel{15} \times \cancel{23}) \div \cancel{23} = 15$$

$$(\cancel{252} \div \cancel{12}) \times \cancel{12} = 252$$

## Παραδείγματα

1. Να υπολογίσεις την τιμή των πιο κάτω παραστάσεων.

$$(α) (75 - 37) + 37$$

$$(β) (200 \times 21) \div 7$$

**Λύση:**

$$(α) (75 - \cancel{37}) + \cancel{37} = 75$$

$$(β) (200 \times \cancel{21}) \div \cancel{7} = 200 \times 3 = 600$$

2. Να συμπληρώσεις τον αριθμό που λείπει.

$$(250 + 135) - 135 = 250 + \square$$

**Λύση:**

$$(250 + \cancel{135}) - \cancel{135} = 250$$

Άρα, ο αριθμός που λείπει είναι το 0.

$$(250 + 135) - 135 = 250 + \boxed{0}$$

# Δραστηριότητες

1. Να συμπληρώσεις.

A.

$$(α) (85 + 47) - 47 = \boxed{\phantom{00}}$$

$$(β) (2450 - 1300) + 1300 = \boxed{\phantom{00}}$$

$$(γ) 3240 + (510 - 240) = \boxed{\phantom{00}}$$

$$(δ) (4200 + 1400) - 400 = \boxed{\phantom{00}}$$

$$(ε) (3200 + \heartsuit) - \heartsuit = \boxed{\phantom{00}}$$

$$(στ) (\spadesuit + 2350) - \boxed{\phantom{00}} = 2350$$

$$(ζ) (α + 72) - 72 = \boxed{\phantom{00}}$$

$$(η) β + (1832 - \boxed{\phantom{00}}) = 1832$$

B.

$$(α) (650 \div 25) \times 50 = \boxed{\phantom{00}}$$

$$(β) (150 \times 18) \div 18 = \boxed{\phantom{00}}$$

$$(γ) (360 \div 27) \times 3 = \boxed{\phantom{00}}$$

$$(δ) (240 \div 36) \times 6 = \boxed{\phantom{00}}$$

$$(ε) (25 \times \boxed{\phantom{00}}) \div 6 = 25$$

$$(στ) (\blacklozenge \div 20) \times \boxed{\phantom{00}} = \blacklozenge$$

$$(ζ) (\odot \times \boxed{\phantom{00}}) \div \odot = 40$$

$$(η) (β \times 12) \div 12 = \boxed{\phantom{00}}$$

2. Να συμπληρώσεις.

$$(α) (65 + 26) - 26 = 65 + \boxed{\phantom{00}}$$

$$(β) (320 - 185) + \boxed{\phantom{00}} = 320 - 100$$

$$(γ) (104 \times 26) \div 13 = \boxed{\phantom{00}} \div 2$$

$$(δ) (\boxed{\phantom{00}} \div 5) \times 15 = 42 \times 3$$

$$(ε) (500 \times 45) \div 9 = 500 \times \boxed{\phantom{00}}$$

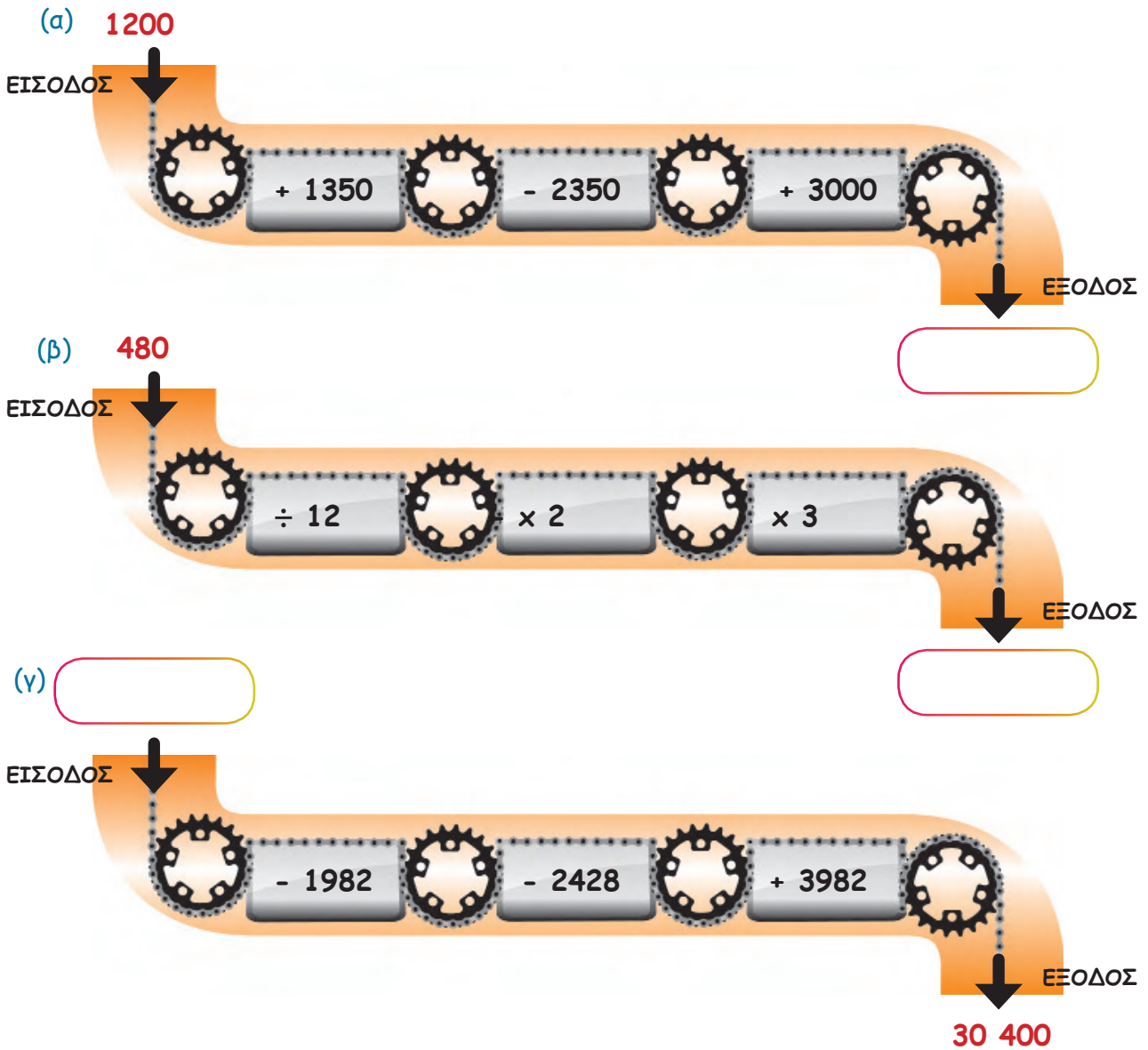
$$(στ) (2400 \times 12) \div 36 = 2400 \div \boxed{\phantom{00}}$$

$$(ζ) (87 + 230) - 30 = \boxed{\phantom{00}} + 200$$

$$(η) (\boxed{\phantom{00}} - 50) + 150 = 95 + 100$$




3. Να υπολογίσεις τον αριθμό στην έξοδο ή στην είσοδο.




4. Να βρεις τον αριθμό που σκέφτεται κάθε παιδί.

(α)



Σκέφτομαι έναν αριθμό.  
Τον διπλασιάζω.  
Στη συνέχεια, προσθέτω 5.  
Το τελικό αποτέλεσμα είναι 485.

(β)



Σκέφτομαι έναν αριθμό.  
Αφαιρώ 3.  
Στη συνέχεια, πολλαπλασιάζω επί 3.  
Το τελικό αποτέλεσμα είναι 900.

### ΕΧΟΥΜΕ ΜΑΘΕΙ

- Να αναγνωρίζουμε και να εφαρμόζουμε τις ιδιότητες των πράξεων.
- Να εκτιμούμε το πηλίκο μιας διαίρεσης με διψήφιο διαιρέτη, να εφαρμόζουμε τον κατακόρυφο αλγόριθμο της διαίρεσης με διψήφιο διαιρέτη και να επαληθεύουμε την απάντησή μας.

## ΕΠΙΛΥΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

### Ο Πάπυρος του Ριντ

Ο Πάπυρος του Ριντ μας έδωσε σημαντικές πληροφορίες για τα μαθηματικά των αρχαίων Αιγυπτίων. Ο πάπυρος βρέθηκε στα ερείπια μιας πόλης κοντά στον ποταμό Νείλο. Σήμερα βρίσκεται ανάμεσα στα εκθέματα του Βρετανικού Μουσείου στο Λονδίνο.

Μια από τις σημαντικές πληροφορίες που περιέχεται στον πάπυρο αναφέρεται στη μέθοδο που χρησιμοποιούσαν οι αρχαίοι Αιγύπτιοι για τον υπολογισμό ενός γινομένου. Η μέθοδος αυτή στηρίζεται στον διπλασιασμό.

$$16 \times 15$$

\1	15		$1 \times 15 = 15$
\2	30		$2 \times 15 = 30$
\4	60	ή	$4 \times 15 = 60$
\8	120		$8 \times 15 = 120$
\16	240		$16 \times 15 = 240$

Με βάση την πιο πάνω μέθοδο  $16 \times 15 = 240$



(α) Να συνεχίσεις την πιο πάνω διαδικασία, για να υπολογίσεις το γινόμενο  $64 \times 15$ .

(β) Να εξηγήσεις με ποιο τρόπο είναι δυνατόν να χρησιμοποιήσεις ορισμένα από τα πιο πάνω γινόμενα, για να υπολογίσεις τα πιο κάτω:

(i)  $6 \times 15$

(ii)  $20 \times 15$

(iii)  $28 \times 15$

## Παραδείγματα

1. Να χρησιμοποιήσεις την επιμεριστική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού, για να υπολογίσεις την τιμή της παράστασης  $15 \times 28$ .

**Λύση:**

$$\begin{aligned} 15 \times 28 &= 15 \times (20 + 8) \\ &= (15 \times 20) + (15 \times 8) \\ &= 300 + 120 \\ &= 420 \end{aligned}$$

ή

$$\begin{aligned} 15 \times 28 &= 15 \times (30 - 2) \\ &= (15 \times 30) - (15 \times 2) \\ &= 450 - 30 \\ &= 420 \end{aligned}$$

2. Να κάνεις κατακόρυφα τους πολλαπλασιασμούς.

(α)  $375 \times 42$

(β)  $1042 \times 18$

**Λύση:**

(α)

$$\begin{array}{r} 375 \\ \times 42 \\ \hline 750 \rightarrow 2 \times 375 \\ + 15000 \rightarrow 40 \times 375 \\ \hline 15750 \end{array}$$

(β)

$$\begin{array}{r} 1024 \\ \times 18 \\ \hline 8192 \rightarrow 8 \times 1024 \\ + 10240 \rightarrow 10 \times 1024 \\ \hline 18432 \end{array}$$

## Δραστηριότητες

1. Να χρησιμοποιήσεις την επιμεριστική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού, για να υπολογίσεις την τιμή των πιο κάτω παραστάσεων.

$$(α) 27 \times 15$$

$$(β) 68 \times 11$$

$$(γ) 12 \times 49$$

$$(δ) 22 \times 75$$

$$(ε) 34 \times 19$$

$$(στ) 15 \times 81$$

2. Να υπολογίσεις τα γινόμενα.

$$\begin{array}{r} 39 \\ \times 14 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 71 \\ \times 12 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 92 \\ \times 47 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 129 \\ \times 12 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 371 \\ \times 32 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 692 \\ \times 47 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1230 \\ \times 15 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2082 \\ \times 22 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 692 \\ \times 35 \\ \hline \end{array}$$

3. Να υπολογίσεις κατακόρυφα στο τετράδιό σου τα πιο κάτω γινόμενα.

(α)  $37 \times 16$

(β)  $57 \times 17$

(γ)  $26 \times 98$

(δ)  $36 \times 26$

(ε)  $35 \times 29$

(στ)  $17 \times 84$

(ζ)  $39 \times 14$

(η)  $27 \times 56$

(θ)  $58 \times 79$

(ι)  $821 \times 19$

(κ)  $457 \times 24$

(λ)  $576 \times 37$

4. Να επιλύσεις τα προβλήματα.

(α) Σε ένα εργοστάσιο συσκευάζονται μπουκάλια νερού σε συσκευασίες των 12 μπουκαλιών. Πόσα μπουκάλια νερού περιέχονται συνολικά σε 135 συσκευασίες;

Απάντηση: \_\_\_\_\_

(β) Σε μια αθλητική ημερίδα συμμετέχουν 24 ομάδες των 8 παιδιών η κάθε μία και 13 ομάδες των 15 παιδιών η κάθε μία. Πόσα είναι όλα τα παιδιά που συμμετέχουν στην αθλητική ημερίδα;

Απάντηση: \_\_\_\_\_

(γ) Οι παίκτες μιας ομάδας πετόσφαιρας θα αγοράσουν από μία καινούρια στολή. Η στολή αποτελείται από μπλούζα που κοστίζει €18, παντελόνι που κοστίζει €20 και κάλτσες που κοστίζουν €12. Ποιο είναι το συνολικό κόστος αγοράς των στολών, αν όλοι οι παίκτες είναι 18;

Απάντηση: \_\_\_\_\_

Ο Γιάννης χρησιμοποιεί τον πιο κάτω τρόπο, για να υπολογίσει το πηλίκο μιας διαίρεσης.

$$70 \div 14 = v$$

$$70 \div 7 = 10$$

$$10 \div 2 = 5$$

Άρα,  $70 \div 14 = 5$

$$300 \div 25 = v$$

$$300 \div 5 = 60$$

$$60 \div 5 = 12$$

Άρα,  $300 \div 25 = 12$



(α) Να περιγράψεις τον τρόπο που χρησιμοποιεί ο Γιάννης.

(β) Να υπολογίσεις το πηλίκο  $180 \div 15$ , χρησιμοποιώντας τον τρόπο του Γιάννη.





# Νέες Έννοιες

- Για να υπολογίσουμε ένα πηλίκο, είναι δυνατόν να απλοποιήσουμε τη διαίρεση, διαιρώντας διαδοχικά με μικρότερους διαιρέτες.

Παράδειγμα:

$$72 \div 6 = v$$

$$72 \div 2 = 36$$

$$36 \div 3 = 12$$

Άρα,  $72 \div 6 = 12$

## Παράδειγμα

1. Να υπολογίσεις το πηλίκο  $180 \div 12$ , διαιρώντας διαδοχικά με μικρότερους διαιρέτες.

Λύση:

$$180 \div 12 = \nu$$

$$180 \div 6 = 30$$

$$30 \div 2 = 15$$

Άρα,  $180 \div 12 = 15$

ή

$$180 \div 12 = \nu$$

$$180 \div 3 = 60$$

$$60 \div 4 = 15$$

Άρα,  $180 \div 12 = 15$

$$12 = 6 \times 2$$

Άρα, μπορώ να διαιρέσω πρώτα με το 6 και μετά με το 2.

$$12 = 3 \times 4$$

Άρα, μπορώ να διαιρέσω πρώτα με το 3 και μετά με το 4.

# Δραστηριότητες

1. Να υπολογίσεις τα πιο κάτω πηλίκα, διαιρώντας διαδοχικά με μικρότερους διαιρέτες.

$$(α) 210 \div 15$$

$$(β) 90 \div 18$$

$$(γ) 150 \div 6$$

$$(δ) 770 \div 14$$

$$(ε) 240 \div 48$$

$$(στ) 72 \div 18$$

Ο Γιώργος χρησιμοποιεί τον πιο κάτω τρόπο σκέψης, για να εκτιμήσει το πηλίκο των πιο κάτω διαιρέσεων.

$$\begin{aligned} 402 \div 19 \\ \approx 400 \div 20 \\ = 40 \div 2 \\ = 20 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 8095 \div 23 \\ \approx 8000 \div 20 \\ = 800 \div 2 \\ = 400 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 293 \div 42 \\ \approx 280 \div 40 \\ = 28 \div 4 \\ = 7 \end{aligned}$$



(α) Να εξηγήσεις τον τρόπο σκέψης του Γιώργου.

(β) Να εκτιμήσεις το πηλίκο στις πιο κάτω διαιρέσεις.

$$721 \div 93$$

$$5602 \div 71$$

$$483 \div 62$$

## Παραδείγματα

1. Να εκτιμήσεις το πηλίκο  $978 \div 51$

**Λύση:**

$$978 \div 51 \approx 1000 \div 50$$

$$1000 \div 50 = 20$$

Άρα,  $978 \div 51 \approx 20$

2. Ένα αθλητικό σωματείο θα διαθέσει €585 για την αγορά καινούριων στολών για την παιδική ομάδα ποδοσφαίρου. Να εκτιμήσεις πόσες στολές μπορούν να αγοραστούν, αν η κάθε στολή κοστίζει €28 ευρώ.

**Λύση:**

$$585 \div 28 \approx 600 \div 30$$

$$600 \div 30 = 20$$

Άρα,  $585 \div 28 \approx 20$

Μπορούν να αγοραστούν περίπου 20 στολές.



# Δραστηριότητες

1. Να εκτιμήσεις το πηλίκο, όπως στο παράδειγμα.

Παράδειγμα:  
 $821 \div 41$   
 $\approx 800 \div 40$   
 $= 20$

(α)  $617 \div 23$

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

(β)  $821 \div 39$

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

(γ)  $482 \div 52$

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

(δ)  $531 \div 48$

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

(ε)  $141 \div 73$

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

(στ)  $1463 \div 53$

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

(ζ)  $2425 \div 64$

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

(η)  $2171 \div 72$

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

(θ)  $4901 \div 75$

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

(ι)  $6515 \div 81$

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

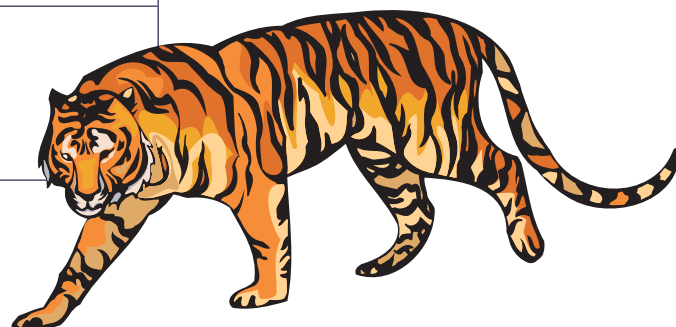
(κ)  $8125 \div 89$

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

2. Ένας τίγρης χρειάζεται περίπου 25 kg τροφής την ημέρα. Για πόσες περίπου μέρες είναι αρκετή καθεμιά από τις πιο κάτω ποσότητες τροφής;

Ποσότητα τροφής	Αριθμός ημερών
418 kg	
114 kg	
79 kg	
1053 kg	



Η Τερέζα θέλει να αγοράσει μια καινούρια κιθάρα που κοστίζει €168. Για το σκοπό αυτό, τους επόμενους 12 μήνες θα αποταμιεύει ένα ποσό.

Πιο κάτω παρουσιάζονται τρεις διαφορετικοί τρόποι, για τον υπολογισμό του ποσού που θα αποταμιεύει η Τερέζα κάθε μήνα.

Να περιγράψεις τον κάθε τρόπο.

A.

Ο αριθμός 168 είναι δυνατόν να αναλυθεί ως εξής:  $168 = 120 + 48$

$$\begin{array}{r|l} 120 + 48 & 12 \\ & \Delta\text{Μ} \\ & 10 \\ + & 4 \\ \hline & 14 \end{array}$$

Άρα,  $168 \div 12 = 14$

B.

$$\begin{array}{r|l} 168 & 12 \\ - 120 & \Delta\text{Μ} \\ \hline 48 & 10 \text{ (} 10 \times 12 \text{)} \\ + 4 & + 4 \text{ (} 4 \times 12 \text{)} \\ \hline - 48 & 14 \\ \hline 0 & \end{array}$$

Άρα,  $168 \div 12 = 14$

Γ.

$$\begin{array}{r|l} 168 & 12 \\ - 120 & \Delta\text{Μ} \\ \hline 48 & 14 \\ - 48 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Άρα,  $168 \div 12 = 14$



# Νέες Έννοιες

- Αλγόριθμος διαίρεσης με διψήφιο διαιρέτη

Παράδειγμα:

$$452 \div 16 = \nu$$

Υπολογισμός:

δαιρετέος			δαιρέτης			
	4	5	2		1	6
	-	3	2		2	8
	1	3	2			
	-	1	2			
			4			
υπόλοιπο						

πηλίκo

Επαλήθευση:  $452 = (16 \times 28) + 4$



## Παραδείγματα

1. Να υπολογίσεις το πηλίκο  $822 \div 21$  και να επαληθεύσεις την απάντησή σου.

Λύση:

$$822 \div 21 = \nu$$

Υπολογισμός:

$$\begin{array}{r|l} 822 & 21 \\ - 63 & 39 \\ \hline 192 & \\ - 189 & \\ \hline 3 & \end{array}$$

Επαλήθευση:  $(21 \times 39) + 3 = 822$

2. Μια εταιρεία αγόρασε ηλεκτρονικούς υπολογιστές που κόστισαν συνολικά €2676. Το ποσό αυτό θα αποπληρωθεί σε 12 ισόποσες δόσεις. Ποιο είναι το ποσό κάθε δόσης;

$$\begin{array}{r|l} 2676 & 12 \\ - 24 & 223 \\ \hline 276 & \\ - 24 & \\ \hline 36 & \\ - 36 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Απάντηση: Το ποσό κάθε δόσης είναι €223.

# Δραστηριότητες

1. Η Σιμώνη εργάστηκε με τον πιο κάτω τρόπο, για να υπολογίσει το πηλίκο  $483 \div 23$ .

Εκτίμηση

$$483 \div 23 \approx 500 \div 25$$

$$500 \div 25 = 20$$

$$\text{Άρα, } 483 \div 23 \approx 20$$

Υπολογισμός

$$\begin{array}{r} \phantom{0} \phantom{0} \\ 483 \phantom{0} \phantom{0} \\ - 46 \phantom{0} \phantom{0} \\ \hline 23 \phantom{0} \\ - 23 \\ \hline 0 \end{array}$$

Επαλήθευση

$$21 \times 23 = 483$$

Να εργαστείς με τον πιο πάνω τρόπο, για να εκτελέσεις τις διαιρέσεις.

Εκτίμηση	Υπολογισμός	Επαλήθευση
$658 \div 50$		
$486 \div 39$		
$836 \div 42$		
$3287 \div 31$		

2. Να υπολογίσεις κατακόρυφα στο τετράδιό σου τα πιο κάτω πηλίκα.

(α)  $564 \div 40$

(β)  $953 \div 30$

(γ)  $649 \div 20$

(δ)  $735 \div 49$

(ε)  $875 \div 25$

(στ)  $755 \div 26$

(ζ)  $917 \div 45$

(η)  $472 \div 14$

(θ)  $543 \div 23$

(ι)  $3785 \div 26$

(κ)  $6402 \div 51$

(λ)  $3009 \div 29$

3.(α) Σε μια διαίρεση με διαιρέτη το 43, προκύπτει πηλίκο 3 και υπόλοιπο 28. Να βρεις τον διαιρετέο.

(β) Σε μια διαίρεση με διαιρετέο το 192, προκύπτει πηλίκο 10 και υπόλοιπο 12. Να βρεις τον διαιρέτη.

4. Να επιλύσεις τα προβλήματα.

(α) Τα 426 παιδιά ενός σχολείου θα επισκεφθούν το αρχαιολογικό μουσείο. Για τη μεταφορά τους θα χρησιμοποιηθούν λεωφορεία που το καθένα διαθέτει 55 θέσεις. Ποιο θα είναι το κόστος των λεωφορείων, αν κάθε λεωφορείο χρεώνει €135 για τη διαδρομή προς και από το μουσείο;

Απάντηση: \_\_\_\_\_

(β) Ο κύριος Παύλος θα συσκευάσει 675 L ελαιόλαδο σε δοχεία των 15 L το καθένα. Το κάθε δοχείο θα το πωλεί στην τιμή των €42. Πόσα χρήματα θα εισπράξει από την πώληση όλων των δοχείων;

Απάντηση: \_\_\_\_\_

(γ) Ο σύνδεσμος γονέων ενός σχολείου πλήρωσε €1836 για την αγορά εκτυπωτών. Ποια ήταν η τιμή κάθε εκτυπωτή, αν αγοράστηκαν συνολικά 18 ίδιοι εκτυπωτές;

Απάντηση: \_\_\_\_\_

(δ) Ο Μιχάλης συμμετείχε σε ένα παιχνίδι γνώσεων. Συγκέντρωσε συνολικά 465 βαθμούς. Πόσους βαθμούς συγκέντρωσε σε κάθε γύρο ο Μιχάλης, αν έπαιξε 15 γύρους και ο αριθμός των βαθμών που συγκέντρωσε σε κάθε γύρο ήταν ο ίδιος;

Απάντηση: \_\_\_\_\_

5. Η Βασιλική έκανε τη διαίρεση  $119 \div 14$  και βρήκε πηλίκο 8 και υπόλοιπο 7.

Να επεξηγήσεις με ποιο τρόπο είναι δυνατόν να αξιοποιήσει την πιο πάνω απάντηση για να υπολογίσει τα πηλίκα, χωρίς να κάνει τις πράξεις:

(α)  $123 \div 14$

(β)  $128 \div 14$



**ΕΠΙΛΥΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ**

Τα 30 μέλη ενός ναυτικού ομίλου προγραμματίζουν μια τριήμερη εκδρομή. Πιο κάτω παρουσιάζονται όλες οι πληροφορίες σχετικά με την εκδρομή.

**Τιμές διανυκτέρευσης ανά δωμάτιο για 1 βράδι**

Τύπος δωματίου	Κόστος
Δίκλινο δωμάτιο	€96
Τρίκλινο δωμάτιο	€102




- Κάθε άτομο έχει στη διάθεσή του €190.
- Η διαμονή σε ξενοδοχείο θα είναι για 2 βράδια.
- Η ενασχόληση με ναυταθλήματα κάθε μέρα δεν θα ξεπερνά τις 5 ώρες.

**Προσφερόμενα Ναυταθλήματα**

Είδος	Μέγιστος αριθμός ατόμων σε κάθε ομάδα*	Κόστος	Διάρκεια
Κωπηλασία	8	€240	2 ώρες
Κολύμβηση	12	€120	1 ώρα
Ιστιοσανίδα	4	€240	4 ώρες
Ιστιοπλοΐα	3	€150	3 ώρες
Υδατοσφαίριση	15	€180	2 ώρες
Καταδύσεις	5	€300	4 ώρες

\* Για κάθε άθλημα μπορούν να δημιουργηθούν περισσότερες από μία ομάδες, οι οποίες θα αθλούνται παράλληλα.



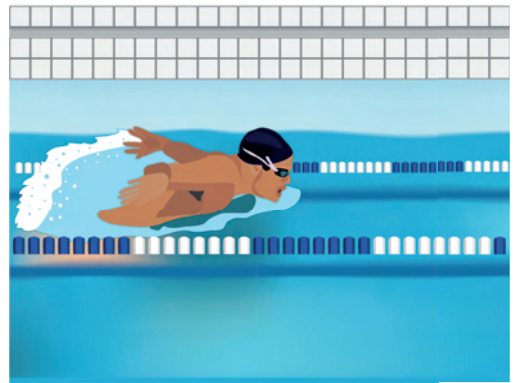
(α) (i) Ποιον τύπο δωματίου είναι καλύτερα να επιλέξουν για τη διαμονή τους τα μέλη του ομίλου;  
Να εξηγήσεις.

(ii) Να υπολογίσεις το κόστος της διαμονής ανά άτομο με βάση την απάντησή σου στο πιο πάνω ερώτημα.

(β) Να υπολογίσεις το κόστος ανά άτομο για κάθε είδος ναυαθλήματος.

(γ) Να εισηγηθείς ένα τριήμερο πρόγραμμα ναυταθλημάτων που μπορούν να ακολουθήσουν τα μέλη του ομίλου, λαμβάνοντας υπόψη:

- το ποσό που έχει στη διάθεσή του κάθε άτομο,
- το κόστος και τη διάρκεια κάθε ναυταθλήματος,
- το κόστος διαμονής στο ξενοδοχείο.





# Δραστηριότητες ενότητας

1. Να υπολογίσεις την τιμή των πιο κάτω παραστάσεων.

(α)  $85 + 38 + 15 =$  \_\_\_\_\_

(β)  $37 + 29 + 33 =$  \_\_\_\_\_

(γ)  $150 + 290 + 350 =$  \_\_\_\_\_

(δ)  $6 \times 12 \times 5 =$  \_\_\_\_\_

(ε)  $3008 + 2500 + 102 =$  \_\_\_\_\_

(στ)  $63 + 59 + 17 + 41 =$  \_\_\_\_\_

(ζ)  $25 \times 7 \times 4 =$  \_\_\_\_\_

2. Να υπολογίσεις την τιμή του  $v$  σε κάθε περίπτωση.

(α)  $35 + 18 = 18 + v$

$v =$

(β)  $10 \times (7 \times 4) = (10 \times 7) \times v$

$v =$

(γ)  $25 + 49 + 15 = v + 25 + 15$

$v =$

(δ)  $45 \times 9 \times v = (45 \times 2) \times 9$

$v =$

(ε)  $14 + 39 + 26 = v + 39$

$v =$

(στ)  $25 + 48 + v = 50 + 48$

$v =$

3. Να συμπληρώσεις.

$$(α) (2013 - 55) + 55 = \boxed{\phantom{000}}$$

$$(β) (250 + 195) - 250 = \boxed{\phantom{000}}$$

$$(γ) (11\,215 + 95) - 11\,215 = \boxed{\phantom{000}}$$

$$(δ) 3350 + (599 - 350) = \boxed{\phantom{000}}$$

$$(ε) (1219 + \boxed{\phantom{000}}) - 650 = 1219$$

$$(στ) (\boxed{\phantom{000}} + 540) - 240 = 390$$

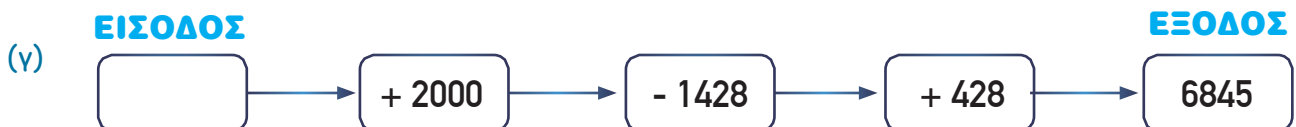
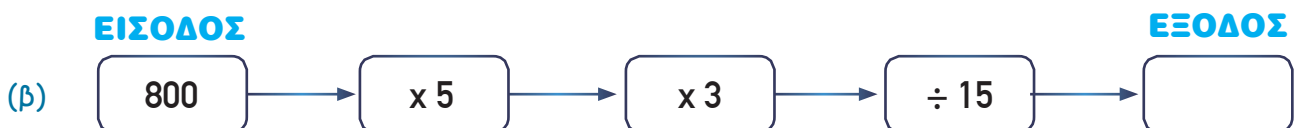
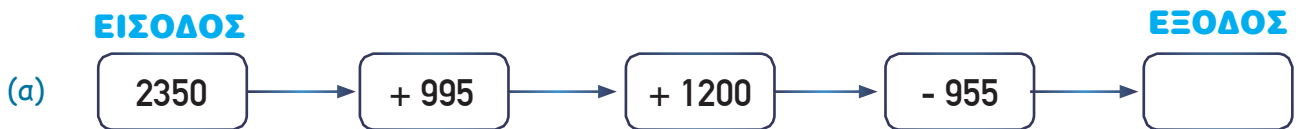
$$(ζ) (v \div 15) \times 15 = \boxed{\phantom{000}}$$

$$(η) (169 \times v) \div v = \boxed{\phantom{000}}$$

$$(θ) (v \times 20) \div v = \boxed{\phantom{000}}$$

$$(ι) (58 \div \boxed{\phantom{000}}) \times v = 58$$

4. Να βρεις τον αριθμό στην είσοδο ή στην έξοδο.





5. Να υπολογίσεις τα πιο κάτω γινόμενα.

(α)  $26 \times 19$

(β)  $68 \times 13$

(γ)  $36 \times 75$

(δ)  $42 \times 38$

(ε)  $34 \times 82$

(στ)  $16 \times 57$

(ζ)  $77 \times 16$

(η)  $28 \times 63$

(θ)  $324 \times 72$

(ι)  $785 \times 48$

(κ)  $248 \times 53$

(λ)  $298 \times 87$

6. Να εκτιμήσεις και να υπολογίσεις τα πιο κάτω πηλίκα στο τετράδιό σου. Στη συνέχεια, να επαληθεύσεις την απάντησή σου.

(α)  $448 \div 42$

(β)  $655 \div 48$

(γ)  $427 \div 51$

(δ)  $632 \div 25$

(ε)  $245 \div 18$

(στ)  $726 \div 22$

(ζ)  $804 \div 38$

(η)  $657 \div 15$

(θ)  $986 \div 43$

7. Να υπολογίσεις τα πιο κάτω πηλίκα, διαιρώντας διαδοχικά με μικρότερους διαιρέτες.

(α)  $144 \div 16$

(β)  $200 \div 8$

(γ)  $240 \div 15$

(δ)  $350 \div 25$

8. Να επιλύσεις τα προβλήματα.

(α) Ο Μηνάς αγόρασε την πιο κάτω συσκευασία βρώμης. Κάθε πρωί χρησιμοποιεί για την ετοιμασία του γεύματός του 50 g βρώμης. Για πόσες μέρες είναι αρκετή η ποσότητα βρώμης που περιέχεται στη συσκευασία;



(β) Η Αντωνία είχε μια κορδέλα μήκους 3 m. Έκοψε δύο κομμάτια κορδέλας μήκους 75 cm το καθένα. Ποιο είναι το μήκος της κορδέλας που περίσσεψε;

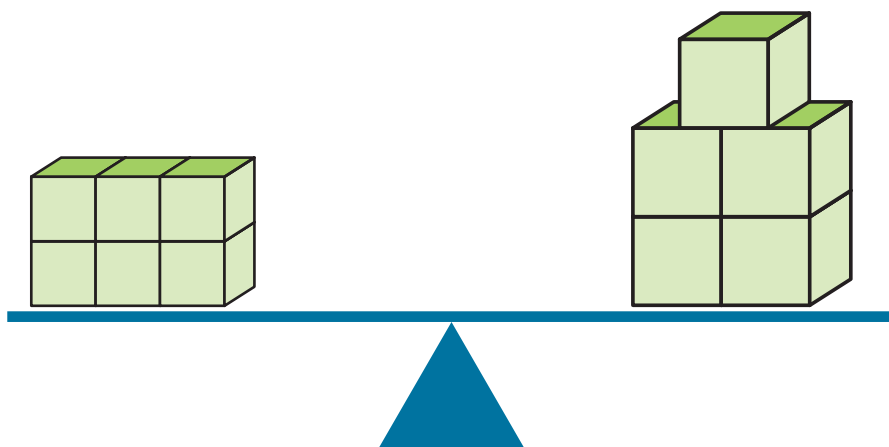


(γ) Η Στέφανη αγόρασε από το ανθοπωλείο τρεις ίδιες γλάστρες. Πλήρωσε με χαρτονόμισμα των €100 και πήρε τα πιο κάτω ρέστα. Ποιο ήταν το κόστος κάθε γλάστρας;



(δ) Ένας χώρος στάθμευσης διαθέτει 34 σειρές με θέσεις στάθμευσης για αυτοκίνητα και 8 σειρές με θέσεις στάθμευσης για μοτοσυκλέτες. Να υπολογίσεις τον συνολικό αριθμό θέσεων στον χώρο στάθμευσης, αν κάθε σειρά για αυτοκίνητα διαθέτει 25 θέσεις και κάθε σειρά για μοτοσυκλέτες διαθέτει 38 θέσεις.

(ε) Έξι μικρά κουτιά ζυγίζουν όσο 5 μεγάλα κουτιά, όπως φαίνεται στην πιο κάτω εικόνα.



Να υπολογίσεις τη μάζα ενός μεγάλου κουτιού, αν το κάθε μικρό κουτί ζυγίζει 355 g.

# Δραστηριότητες εμπλουτισμού

1. Να υπολογίσεις το άθροισμα  $\alpha + \beta$ , αν γνωρίζεις ότι το άθροισμα των αριθμών σε κάθε μικρό ορθογώνιο είναι το ίδιο.

$\alpha$	13	3
28	17	63
8	45	$\beta$

2. Να επιλέξεις 5 αριθμούς από το πλαίσιο A και να τους τοποθετήσεις στο πλαίσιο B, ώστε να ισχύει η πρόσθεση.

A

17

178

325

33

175

553

B

+

3. Να δώσεις πιθανές τιμές για τα σύμβολα    , αν γνωρίζεις ότι:

$$\text{blue circle} \times \text{red triangle} \times \text{green square} = 180$$

$$\text{blue circle} = \underline{\hspace{2cm}} \quad \text{red triangle} = \underline{\hspace{2cm}} \quad \text{green square} = \underline{\hspace{2cm}}$$

4. Να βρεις έναν σύντομο τρόπο, για να υπολογίσεις την τιμή του κ.

$$5 \times 5 \times 5 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 4 \times \kappa$$

5. Η Αναστασία υποστηρίζει ότι οι πιο κάτω παραστάσεις δίνουν το ίδιο αποτέλεσμα. Συμφωνείς με την Αναστασία; Να επεξηγήσεις.

$$(14 + 12) \times (8 + 12) \text{ και } (14 \times 12) + (8 \times 12)$$



6. Να βρεις τον αριθμό που σκέφτεται η Στέφανη.

Σκέφτομαι έναν ακέραιο αριθμό.  
Διαιρώ τον αριθμό αυτό διά 3.  
Προσθέτω 6.  
Διαιρώ διά 2.  
Το αποτέλεσμα είναι 4,5.



7.

$$5542 \div 17 = 326$$

Να αξιοποιήσεις το πιο πάνω πηλίκο, για να υπολογίσεις γρήγορα το γινόμενο  $18 \times 326$ .

8. Στο πιο κάτω τετράγωνο οι αριθμοί που βρίσκονται σε κάθε στήλη, σειρά ή διαγώνιο, δίνουν το ίδιο γινόμενο. Να υπολογίσεις το άθροισμα των δύο αριθμών που λείπουν.

12	1	18
9	6	4
		3

9. Να βρεις το ψηφίο που αναπαριστά κάθε γράμμα.

$$\begin{array}{r} Z\ 8 \\ \times\ 3\ H \\ \hline 2\ 7\ 3\ 0 \end{array}$$

$$Z = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$H = \underline{\hspace{2cm}}$$



10. Σε μια πόλη οι τουρίστες μπορούν να προμηθευτούν την «Κάρτα Μουσείου». Η κάρτα παρέχει δωρεάν είσοδο σε 5 δημοφιλή μουσεία της πόλης και έχει αξία €30 ανά άτομο (ανεξαρτήτως ηλικίας).

Ο πίνακας παρουσιάζει τις κανονικές τιμές των εισιτηρίων εισόδου, στα διάφορα μουσεία της πόλης, για τους επισκέπτες που δεν έχουν αγοράσει κάρτα.

	ΜΟΥΣΕΙΟ	ΤΙΜΗ ΑΝΑ ΑΤΟΜΟ	ΑΛΛΕΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΕΣ
1.	Κάστρο	Ενήλικες: €6 Παιδιά κάτω των 15 ετών: Δωρεάν	Κλειστό τη Δευτέρα
2.	Μουσείο Σύγχρονης Τέχνης	Ενήλικες: €10 Παιδιά κάτω των 12 ετών: Δωρεάν	Κλειστό τη Δευτέρα
3.	Μουσείο Φυσικής Ιστορίας	Γενική Είσοδος: €7	Κλειστό την Τρίτη
4.	Μουσείο Επιστημών	Γενική Είσοδος: €11	Κλειστό τη Δευτέρα
5.	Εθνικό Αρχαιολογικό Μουσείο	Γενική Είσοδος: €12	Κλειστό τη Δευτέρα

(α) Μια οικογένεια με έναν ενήλικα και δύο παιδιά (ηλικίας 7 και 10 χρόνων) θέλει να επισκεφθεί τα ακόλουθα μουσεία:

- Κάστρο
- Μουσείο Φυσικής Ιστορίας
- Εθνικό Αρχαιολογικό Μουσείο

Θα εξοικονομήσει η οικογένεια χρήματα, αν αγοράσει την «Κάρτα Μουσείου» για κάθε μέλος της;



(β) Μια άλλη οικογένεια με δύο ενήλικες και δύο παιδιά (ηλικίας 9 και 14 ετών) θέλει να επισκεφθεί τα ακόλουθα μουσεία:

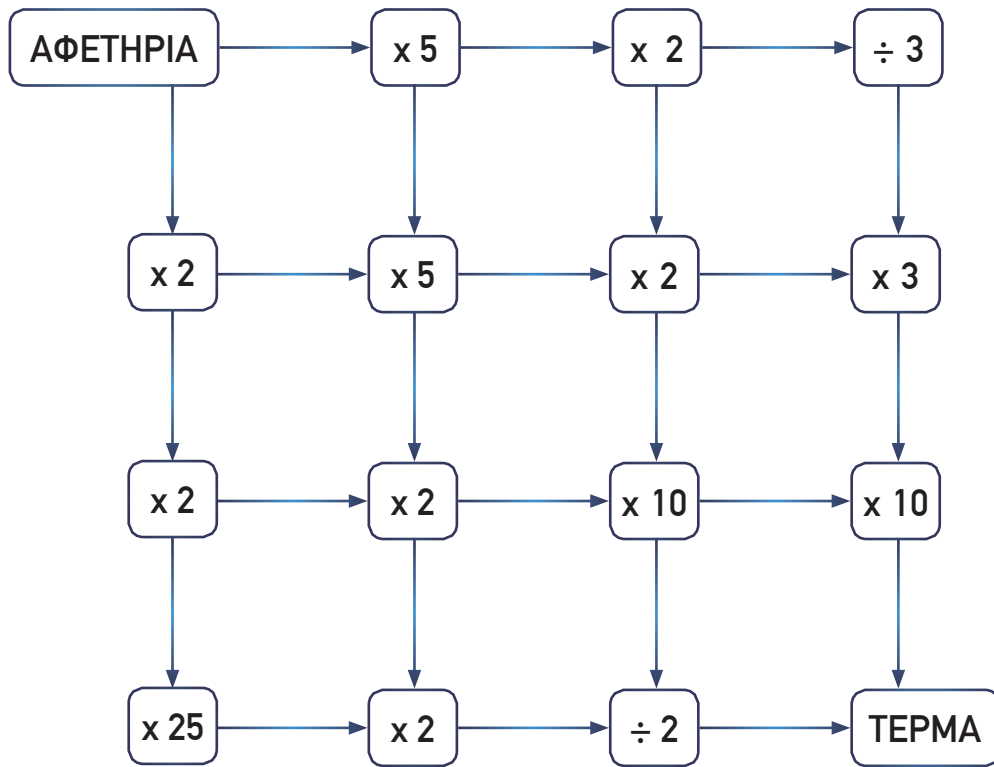
- Μουσείο Σύγχρονης Τέχνης
- Εθνικό Αρχαιολογικό Μουσείο

Αποφάσισε να μην αγοράσει την «Κάρτα Μουσείου». Να αξιολογήσεις την απόφασή της.

(γ) Μια οικογένεια με δύο ενήλικες και δύο παιδιά (ηλικίας 7 και 11 ετών) θα μείνει στην πόλη για 4 ημέρες, από το Σάββατο μέχρι και την Τρίτη. Θέλει να επισκέπτεται κάθε μέρα ένα διαφορετικό μουσείο. Αποφάσισε να αγοράσει την «Κάρτα Μουσείου».

Να εισηγηθείς ποια μουσεία είναι δυνατόν να επισκεφθεί η οικογένεια κατά την παραμονή της στην πόλη, ώστε να εξοικονομήσει χρήματα αγοράζοντας την «Κάρτα Μουσείου». Να καταγράψεις τα επιχειρήματά σου.

11. Να βρεις δύο διαφορετικές διαδρομές, ξεκινώντας από την αφετηρία και καταλήγοντας στο τέρμα, ώστε το αποτέλεσμα να είναι 100. Να ξεκινήσεις με τον αριθμό 1.





# Ενότητα 3



## ΣΤΗΝ ΕΝΟΤΗΤΑ ΑΥΤΗ ΘΑ ΜΑΘΟΥΜΕ

- Να αναγνωρίζουμε και να χρησιμοποιούμε τους όρους παράγοντας, διαιρέτης και πολλαπλάσιο.
- Να διατυπώνουμε και να εφαρμόζουμε τα κριτήρια διαιρετότητας του 2, 5, 10 και 4.
- Να αναγνωρίζουμε τους πρώτους και τους σύνθετους αριθμούς και να αναλύουμε έναν σύνθετο αριθμό σε γινόμενο πρώτων παραγόντων.
- Να ερμηνεύουμε βέννεια διαγράμματα.
- Να βρίσκουμε τον Μέγιστο Κοινό Διαιρέτη (ΜΚΔ) και το Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο (ΕΚΠ).




(α) Ο πιο κάτω πίνακας παρουσιάζει τους ακέραιους αριθμούς από το 1 μέχρι το 100.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

(i) Τι κοινό έχουν οι αριθμοί που είναι χρωματισμένοι με κίτρινο χρώμα;

(ii) Τι κοινό έχουν οι αριθμοί που είναι χρωματισμένοι με μπλε χρώμα;

(iii) Γιατί δύο από τους αριθμούς είναι χρωματισμένοι με πράσινο χρώμα;



(β) Πιο κάτω παρουσιάζονται κι άλλα κομμάτια από τον πίνακα των αριθμών μέχρι το 100. Σε κάθε κομμάτι οι αριθμοί είναι χρωματισμένοι με βάση έναν διαφορετικό κανόνα.

Να βρεις τον κανόνα με βάση τον οποίο χρωματίστηκαν οι αριθμοί σε κάθε κομμάτι.

(i)

24	25	26
34	35	36
44	45	46

(ii)

34	35	36
44	45	46
54	55	56

Σημείωση: Μπορεί να αξιοποιηθεί το εφαρμογίδιο <https://nrich.maths.org/5429/note>

# Νέες Έννοιες

- Παράγοντες/Διαιρέτες και Πολλαπλάσια

Παράδειγμα:

Το **4** και το **5** είναι παράγοντες (ή διαιρέτες) του 20, γιατί διαιρούν ακριβώς το 20.

Το **20** είναι πολλαπλάσιο του 4 και του 5.

- Το 0 είναι πολλαπλάσιο κάθε ακέραιου αριθμού. Κάθε ακέραιος αριθμός είναι πολλαπλάσιο και παράγοντας του εαυτού του.

$$4 \times 5 = 20$$

$$5 \times 4 = 20$$

$$20 \div 4 = 5$$

$$20 \div 5 = 4$$

## Παραδείγματα

1. Να βρεις τους παράγοντες (ή διαιρέτες) του 24.

**Λύση:**

**24**

$$1 \times 24 = 24$$

$$2 \times 12 = 24$$

$$3 \times 8 = 24$$

$$4 \times 6 = 24$$

Παράγοντες (ή Διαιρέτες) του 24: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24

2. Ποιοι από τους πιο κάτω αριθμούς είναι κοινοί διαιρέτες του 15 και του 40;

**2    10    5    4**

**Λύση:**

Διαιρέτες του 15: 1, 3, **5**, 15

Διαιρέτες του 40: 1, 2, 4, **5**, 8, 10, 20, 40

Κοινός διαιρέτης του 15 και του 40 είναι μόνο το 5.

3. Ποιοι από τους πιο κάτω αριθμούς είναι κοινά πολλαπλάσια του 3 και του 7;

**6    15    21    28**

**Λύση:**

Πολλαπλάσια του 3: 3, 6, 9, 12, 15, 18, **21**, 24, 27...

Πολλαπλάσια του 7: 7, 14, **21**, 28, 35, 42, 49...

Κοινό πολλαπλάσιο του 3 και του 7 είναι μόνο το 21.

# Δραστηριότητες

1. Να βρεις τους παράγοντες του κάθε αριθμού

20

Παράγοντες του 20:

---

36

Παράγοντες του 36:

---

45

Παράγοντες του 45:

---

100

Παράγοντες του 100:

---

2. Να βάλεις σε κύκλο τα **πολλαπλάσια** του αριθμού που είναι γραμμένος στα αριστερά.

4	24	46	100	58	36	48
9	24	36	54	91	450	64
50	5	20	25	32	350	600
100	10	200	350	110	400	2000

3. Να βάλεις σε κύκλο:

(α) τα κοινά πολλαπλάσια του 3 και του 4

9	12	30	36	60
16	24	45	48	28

(β) τους κοινούς διαιρέτες του 24 και του 36

24	36	3	9	4
2	18	8	12	6

4. Να βάλεις σε κύκλο την ορθή απάντηση.

(α) Ποιος από τους πιο κάτω αριθμούς έχει παράγοντες και το 3 και το 6;

(i) 21      (ii) 36      (iii) 27      (iv) 33

(β) Ποιος από τους πιο κάτω αριθμούς είναι διαιρέτης του 15, αλλά δεν είναι διαιρέτης του 12;

(i) 2      (ii) 3      (iii) 6      (iv) 5

(γ) Ποιος από τους πιο κάτω αριθμούς είναι παράγοντας του 24 και πολλαπλάσιο του 6;

(i) 2      (ii) 3      (iii) 12      (iv) 36

5. (α) Να γράψεις όλους τους αριθμούς που είναι παράγοντες του 12 και πολλαπλάσια του 3.

(β) Να γράψεις τρεις αριθμούς που είναι πολλαπλάσια του 20, αλλά δεν είναι διαιρέτες του 200.

6. Να βρεις τον αριθμό, με βάση τις πληροφορίες.



Αθηνά

Ο αριθμός του σπιτιού μου:

- Είναι ανάμεσα στο 35 και το 55.
- Είναι πολλαπλάσιο του 8.
- Διαιρείται με το 6.

Ο αριθμός των μελών ενός θιάσου:

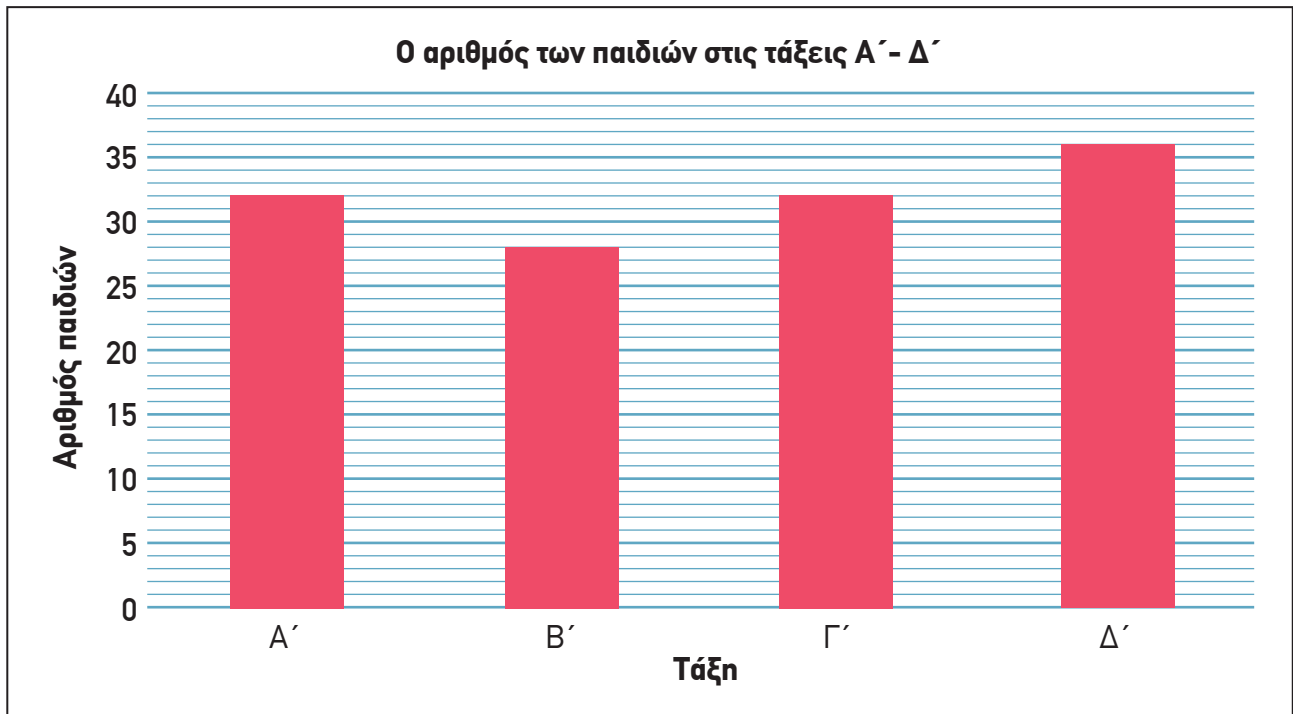
- Είναι διψήφιος. Είναι πολλαπλάσιο του 7.
- Δεν έχει ως παράγοντα το 4.
- Έχει άθροισμα ψηφίων 10.



Απόλλωνας

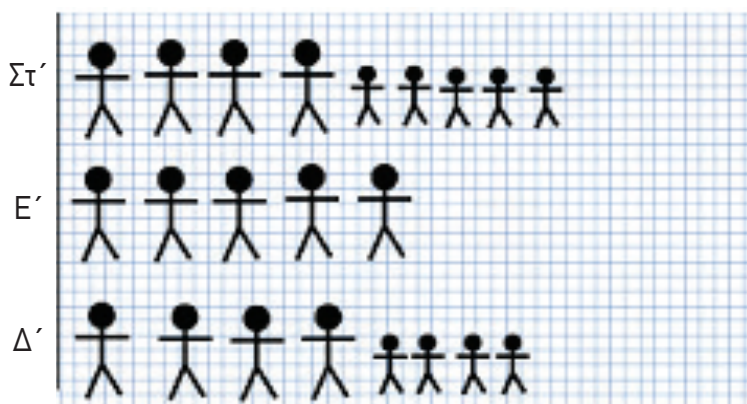
## ΕΠΙΛΥΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

Ο Νικόλας και η Χριστίνα κατασκεύασαν γραφικές παραστάσεις, για να παρουσιάσουν τον αριθμό των παιδιών σε κάθε τάξη του σχολείου τους.



Νικόλας

Ο αριθμός των παιδιών στις τάξεις Δ' - Στ'



Χριστίνα



(α) Ποιες πληροφορίες παρουσιάζει η γραφική παράσταση κάθε παιδιού;

(β) Με πόσα παιδιά είναι δυνατόν να αντιστοιχούν οι πιο κάτω εικόνες στη γραφική παράσταση της Χριστίνας; Να εξηγήσεις.



A large empty rectangular box with rounded corners and a thin blue border, intended for the student's answer.

(α) Να γράψεις τα επόμενα δέκα πολλαπλάσια κάθε αριθμού.

Πολλαπλάσια του 2: 2,

Πολλαπλάσια του 5: 5,

Πολλαπλάσια του 10: 10,

(β)

Κριτήρια διαιρετότητας είναι οι κανόνες με τους οποίους μπορούμε να διακρίνουμε κατά πόσο ένας αριθμός διαιρείται ακριβώς από κάποιον άλλο αριθμό.

Να παρατηρήσεις τους αριθμούς που έγραψες στο ερώτημα (α) και να διατυπώσεις το κριτήριο διαιρετότητας:

(i) του 2:

---

---

(ii) του 5:

---

---

(iii) του 10:

---

---

(γ) Να σημειώσεις ✓ στην κατάλληλη στήλη του πίνακα, όπως στο παράδειγμα.

Αριθμός	Διαιρείται με το 2	Διαιρείται με το 5	Διαιρείται με το 10
25		✓	
42			
75			
300			
111			
1071			
882			
1230			
285			
2784			

(δ) (i) Αν ένας αριθμός διαιρείται με το 10, διαιρείται πάντα και με το 5; Να εξηγήσεις.

(ii) Αν ένας αριθμός διαιρείται και με το 2 και με το 5, διαιρείται πάντα και με το 10; Να εξηγήσεις.

# Δραστηριότητες

1. Να βάλεις σε κύκλο τους αριθμούς που:

Διαιρούνται με το 2:	12	134	789	1000	475	13 456
Διαιρούνται με το 5:	156	3000	155	25	187 980	507
Διαιρούνται με το 10:	30	55	1348	500	610	8000

2. (α) Να γράψεις τρεις αριθμούς που διαιρούνται ταυτόχρονα με το 2 και με το 5.

(β) Να γράψεις τρεις τριψήφιους αριθμούς που διαιρούνται με το 2, αλλά δεν διαιρούνται με το 5.

3. (α) Να γράψεις τον μεγαλύτερο τριψήφιο αριθμό που διαιρείται με το 2.

--	--	--

(β) Να γράψεις τον μικρότερο τριψήφιο αριθμό που διαιρείται με το 5.

--	--	--

4. Σε μια φιλανθρωπική εκδήλωση υπήρχαν τρία περίπτερα.



Σε ποιο περίπτερο αντιστοιχεί κάθε ποσό εισπραξης;

Οι εισπράξεις κάθε περιπτέρου την πρώτη μέρα

Περίπτερο	Ποσό εισπραξης
	€ 1020
	€ 1995
	€ 1634

5. Ο Θανάσης ξέχασε τα 3 τελευταία ψηφία του κωδικού του ηλεκτρονικού του υπολογιστή. Θυμάται ότι το ψηφίο των δεκάδων είναι τριπλάσιο από το ψηφίο των εκατοντάδων και ότι ο αριθμός του κωδικού διαιρείται ακριβώς με το 2 και το 5.

Ποιος μπορεί να είναι ο κωδικός; Να βρεις όλες τις λύσεις.

5			
5			
5			



(α) Η Δανάη χρωμάτισε στους πιο κάτω πίνακες αριθμών τους αριθμούς που διαιρούνται με το 4. Να συνεχίσεις την εργασία της Δανάης.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

101	102	103	104	105	106	107	108	109	110
111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
121	122	123	124	125	126	127	128	129	130
131	132	133	134	135	136	137	138	139	140
141	142	143	144	145	146	147	148	149	150
151	152	153	154	155	156	157	158	159	160
161	162	163	164	165	166	167	168	169	170
171	172	173	174	175	176	177	178	179	180
181	182	183	184	185	186	187	188	189	190
191	192	193	194	195	196	197	198	199	200

(β) Να παρατηρήσεις τους αριθμούς που χρωμάτισες στο ερώτημα (α) και να εξηγήσεις ποιοι από τους πιο κάτω αριθμούς διαιρούνται με το 4.

**312                      912                      1012                      438                      638                      2038**  
**3536                      10 136                      25 736                      3174                      22 374                      100 374**

(γ) Να γράψεις δικούς σου αριθμούς που να διαιρούνται με το 4.

(δ) Να διατυπώσεις το κριτήριο διαιρετότητας του 4.

---



---

# Νέες Έννοιες

- **Κριτήριο Διαιρετότητας με το 2**  
Ένας αριθμός διαιρείται με το 2, αν και μόνο αν το ψηφίο των μονάδων του είναι 0, 2, 4, 6 ή 8.

Παράδειγμα:

Ο αριθμός 456 διαιρείται με το 2, γιατί το ψηφίο των μονάδων του είναι 6.

- **Κριτήριο Διαιρετότητας με το 5**  
Ένας αριθμός διαιρείται με το 5, αν και μόνο αν το ψηφίο των μονάδων του είναι 0 ή 5.

Παράδειγμα:

Ο αριθμός 345 διαιρείται με το 5, γιατί το ψηφίο των μονάδων του είναι 5.

- **Κριτήριο Διαιρετότητας με το 10**  
Ένας αριθμός διαιρείται με το 10, αν και μόνο αν το ψηφίο των μονάδων του είναι 0.

Παράδειγμα:

Ο αριθμός 240 διαιρείται με το 10, γιατί το ψηφίο των μονάδων του είναι 0.

- **Κριτήριο Διαιρετότητας με το 4**  
Ένας αριθμός διαιρείται με το 4, αν και μόνο αν ο αριθμός που σχηματίζεται από τα δύο τελευταία ψηφία του είναι πολλαπλάσιο του 4.

Παράδειγμα:

Ο αριθμός 324 διαιρείται με το 4, γιατί ο αριθμός 24 που σχηματίζεται από τα δύο τελευταία ψηφία του διαιρείται με το 4.

## Παραδείγματα

1. Δίνονται οι αριθμοί 5624, 585, 232, 3420. Να βρείτε ποιοι από τους αριθμούς αυτούς διαιρούνται με το 4.

**Λύση:**

Το 24, το 32 και το 20 διαιρούνται με το 4.

Άρα, οι αριθμοί 5624, 232 και 3420 διαιρούνται με το 4.

Το 85 δεν διαιρείται με το 4.

Άρα, το 585 δεν διαιρείται με το 4.

Ελέγγω σε κάθε αριθμό κατά πόσο ο αριθμός που σχηματίζεται από τα δύο τελευταία ψηφία διαιρείται με το 4.

2. Ο πιο κάτω τετραψήφιος αριθμός διαιρείται με το 4, το 5 και το 10. Να βρεις το ψηφίο που λείπει.

452

**Λύση:**

Για να διαιρείται ο αριθμός με το 4, πρέπει ο αριθμός που σχηματίζεται από τα δύο τελευταία ψηφία του να είναι το 20 ή το 24 ή το 28.

Για να διαιρείται ο αριθμός με το 5 και το 10, πρέπει το ψηφίο των μονάδων του αριθμού να είναι 0.

Άρα, το ψηφίο που λείπει είναι το 0.

452



# Δραστηριότητες

1. Να βάλεις σε κύκλο τους αριθμούς που διαιρούνται με το 4.

12	23	24	65	120	432	996
64	57	3426	7813	39 840	45 714	649

2. Να συμπληρώσεις το ψηφίο που λείπει, ώστε ο αριθμός να διαιρείται με το 4.

(α) 533

(β) 4715  8

(γ) 9

(δ) 136 01

3. Να συμπληρώσεις το ψηφίο που λείπει ώστε ο αριθμός:

(α) 4254  8 να διαιρείται με το 2 και το 4

(β) 6  να διαιρείται με το 4 και το 5

(γ) 355  να διαιρείται με το 2, το 5 και το 10

(δ) 47   να διαιρείται με το 4, με το 5 και το 10

(ε) 25202  να μην διαιρείται με το 4

(στ) 724  να διαιρείται με το 2, αλλά να μην διαιρείται με το 5 και το 10

4. Ποιες τιμές είναι δυνατόν να πάρει το  $A$ , ώστε ο πιο κάτω τριψήφιος αριθμός να διαιρείται με το 4; Να βρεις όλες τις λύσεις.

**74A**

(α) Η Έλενα σχεδίασε όλα τα ορθογώνια που έχουν εμβαδόν 2, 3 και 4 τετραγωνικές μονάδες, όπως φαίνεται πιο κάτω. Να συνεχίσεις την εργασία της, για να σχεδιάσεις όλα τα ορθογώνια που έχουν εμβαδόν 5, 6, 7, 8 και 9 τετραγωνικές μονάδες.



(β) Με βάση την εργασία σου στο ερώτημα (α), να συμπληρώσεις τον πιο κάτω πίνακα, όπως στο παράδειγμα.

Αριθμός	Διαιρέτες	Αριθμός διαιρετών
2	1, 2	2
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		

(γ)

Οι αριθμοί 2, 3, 5 και 7 είναι πρώτοι αριθμοί.  
Οι αριθμοί 4, 6, 8 και 9 είναι σύνθετοι αριθμοί.

Να γράψεις τους αριθμούς από το 11 μέχρι το 20 στην κατάλληλη στήλη του πίνακα. Να εξηγήσεις.

Πρώτοι αριθμοί	Σύνθετοι αριθμοί

# Νέες Έννοιες

- **Πρώτος αριθμός** είναι κάθε αριθμός μεγαλύτερος από το 1 που έχει μόνο δύο διαιρέτες, τον εαυτό του και το 1.

Παράδειγμα:

Ο αριθμός 19 διαιρείται μόνο με το 1 και με τον εαυτό του.

- **Σύνθετος αριθμός** είναι κάθε αριθμός μεγαλύτερος από το 1 που έχει περισσότερους από δύο διαιρέτες.

Παράδειγμα:

Ο αριθμός 21, εκτός από τον εαυτό του και το 1, διαιρείται με το 3 και το 7. Άρα, ο αριθμός 21 είναι σύνθετος.

- Ο αριθμός 1 δεν είναι ούτε πρώτος ούτε σύνθετος αριθμός. Διαιρείται μόνο με τον εαυτό του.

## Παράδειγμα

1. Να εξετάσεις ποιοι από τους αριθμούς 17, 27 και 29 είναι πρώτοι.

**Λύση:**

Το 17 έχει διαιρέτες μόνο τους αριθμούς 1 και 17. Άρα, είναι πρώτος.

Το 27, έχει διαιρέτες, εκτός από το 1 και το 27, τους αριθμούς 3 και 9. Άρα, είναι σύνθετος.

Το 29 έχει διαιρέτες μόνο τους αριθμούς 1 και 29. Άρα, είναι πρώτος.

# Δραστηριότητες

1. (α) Να βρεις τους διαιρέτες των πιο κάτω αριθμών, όπως στο παράδειγμα.

Αριθμός	Διαιρέτες
Παράδειγμα: 24	1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24
23	
28	
11	
30	
31	

(β) Ποιοι από τους πιο πάνω αριθμούς είναι σύνθετοι; \_\_\_\_\_

(γ) Ποιοι από τους πιο πάνω αριθμούς είναι πρώτοι; \_\_\_\_\_

2. (α) Να βάλεις σε κύκλο τους πρώτους αριθμούς.

3	4	1	2
33	7	49	
9	25	12	13

(β) Να βάλεις σε κύκλο τους σύνθετους αριθμούς.

5	15	1	18	2
36	11	17		
27	40	63	9	



3. Να γράψεις όλους τους πρώτους αριθμούς μέχρι το 30.

4. Οι πελάτες σε ένα μουσικό κατάστημα έπαιρναν κατά την είσοδό τους λαχνούς. Οι λαχνοί στους οποίους αναγράφεται πρώτος αριθμός κέρδιζαν έναν ψηφιακό δίσκο. Ποιοι από τους λαχνούς στην πιο κάτω εικόνα κέρδισαν;



5. Να βάλεις σε κύκλο τον αριθμό που σκέφτεται κάθε παιδί.

(α)



Είναι περιττός και σύνθετος αριθμός.

(i) 71    (ii) 56    (iii) 81    (iv) 37

(β)

Είναι άρτιος και πρώτος αριθμός.

(i) 12    (ii) 3    (iii) 6    (iv) 2



(α) Η Ζωή και ο Χάρης αναλύουν τον αριθμό 30 ως γινόμενο πρώτων παραγόντων. Να συνεχίσεις την εργασία της Ζωής και του Χάρη.

Ζωή

30 = \_\_\_\_\_

Χάρης

30 = \_\_\_\_\_

(β) Να αναλύσεις τον αριθμό 30 σε γινόμενο πρώτων παραγόντων, ξεκινώντας από διαφορετικούς παράγοντες.

30 = \_\_\_\_\_

Τι παρατηρείς;

---



---

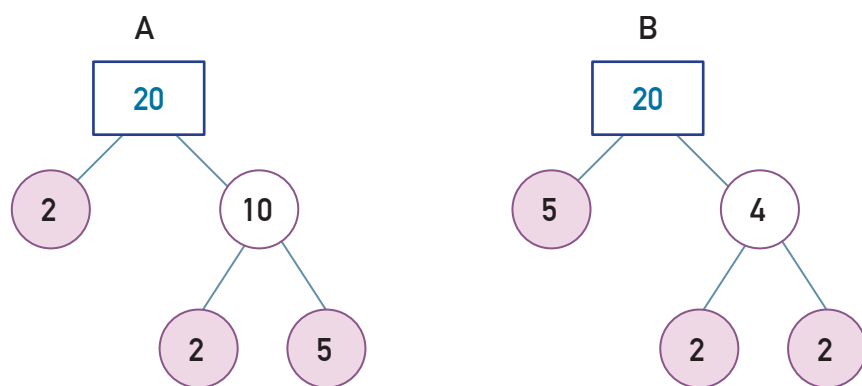


# Νέες Έννοιες

- Κάθε σύνθετος αριθμός μπορεί να γραφεί με μοναδικό τρόπο ως γινόμενο πρώτων παραγόντων, αν δεν λάβουμε υπόψη τη σειρά των παραγόντων στο γινόμενο.

Παράδειγμα:

Το 20 μπορεί να αναλυθεί σε γινόμενο πρώτων παραγόντων, χρησιμοποιώντας δένδροδιάγραμμα, όπως πιο κάτω:



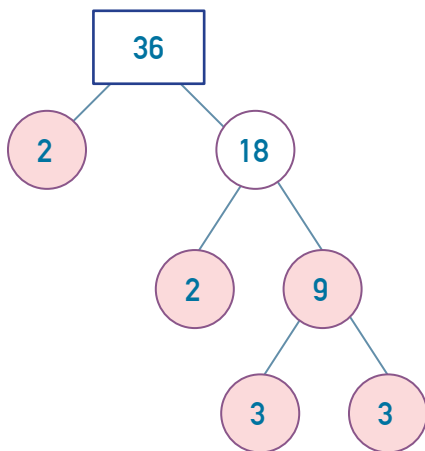
Ο μοναδικός τρόπος γραφής του αριθμού 20 σε γινόμενο πρώτων παραγόντων είναι:  
 $20 = 2 \times 2 \times 5$

## Παράδειγμα

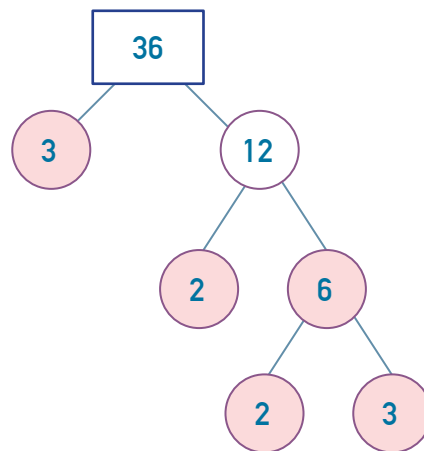
1. Να αναλύσεις τον αριθμό 36 σε γινόμενο πρώτων παραγόντων, ξεκινώντας από διαφορετικούς παράγοντες κάθε φορά.

**Λύση:**

Ο αριθμός 36 αναλύεται σε γινόμενο πρώτων παραγόντων, όπως φαίνεται πιο κάτω:



$$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$$



$$36 = 3 \times 2 \times 2 \times 3$$

# Δραστηριότητες

1. (α) Ο Σάββας ανέλυσε τον αριθμό 24 σε γινόμενο πρώτων παραγόντων, όπως φαίνεται πιο κάτω. Να αναλύσεις τον αριθμό 24 σε γινόμενο πρώτων παραγόντων, ξεκινώντας από διαφορετικούς παράγοντες.

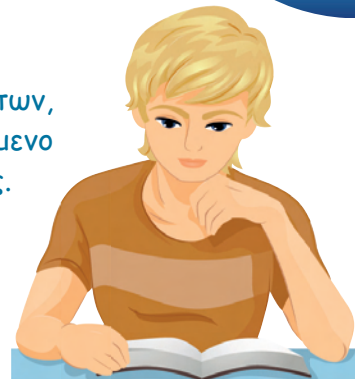


Diagram showing the prime factorization of 24:

```
graph TD; 24[24] --- 2((2)); 24 --- 12((12)); 12 --- 2((2)); 12 --- 6((6)); 6 --- 2((2)); 6 --- 3((3));
```

$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$

24

$24 = \underline{\hspace{2cm}}$

(β) Να αναλύσεις τον αριθμό 56 σε γινόμενο πρώτων παραγόντων, ξεκινώντας από διαφορετικούς παράγοντες κάθε φορά.

56

$56 = \underline{\hspace{2cm}}$

56

$56 = \underline{\hspace{2cm}}$

2. Να αναλύσεις κάθε αριθμό σε γινόμενο πρώτων παραγόντων, χρησιμοποιώντας δένδροδιαγράμματα.

(α)

18

$18 = \underline{\hspace{2cm}}$

(β)

45

$45 = \underline{\hspace{2cm}}$

(γ)

32

$32 = \underline{\hspace{2cm}}$

(δ)

64

$64 = \underline{\hspace{2cm}}$

(ε)

100

$100 = \underline{\hspace{2cm}}$

(στ)

75

$75 = \underline{\hspace{2cm}}$

3. Να συμπληρώσεις.

$(\alpha) 28 = 2 \times \square \times 7$

$(\beta) 16 = \square \times 2 \times 2 \times 2$

$(\gamma) 2 \times \square \times \square = 50$

$(\delta) 22 = 2 \times \square$

$(\epsilon) \square \times 7 = 49$

$(\sigma\tau) \square \times 2 \times 3 \times 7 = 84$

Ο Μιχάλης ανέλυσε τον αριθμό 90 σε γινόμενο πρώτων παραγόντων.



$$90 = 2 \times 45$$

$$90 = 2 \times 5 \times 9$$

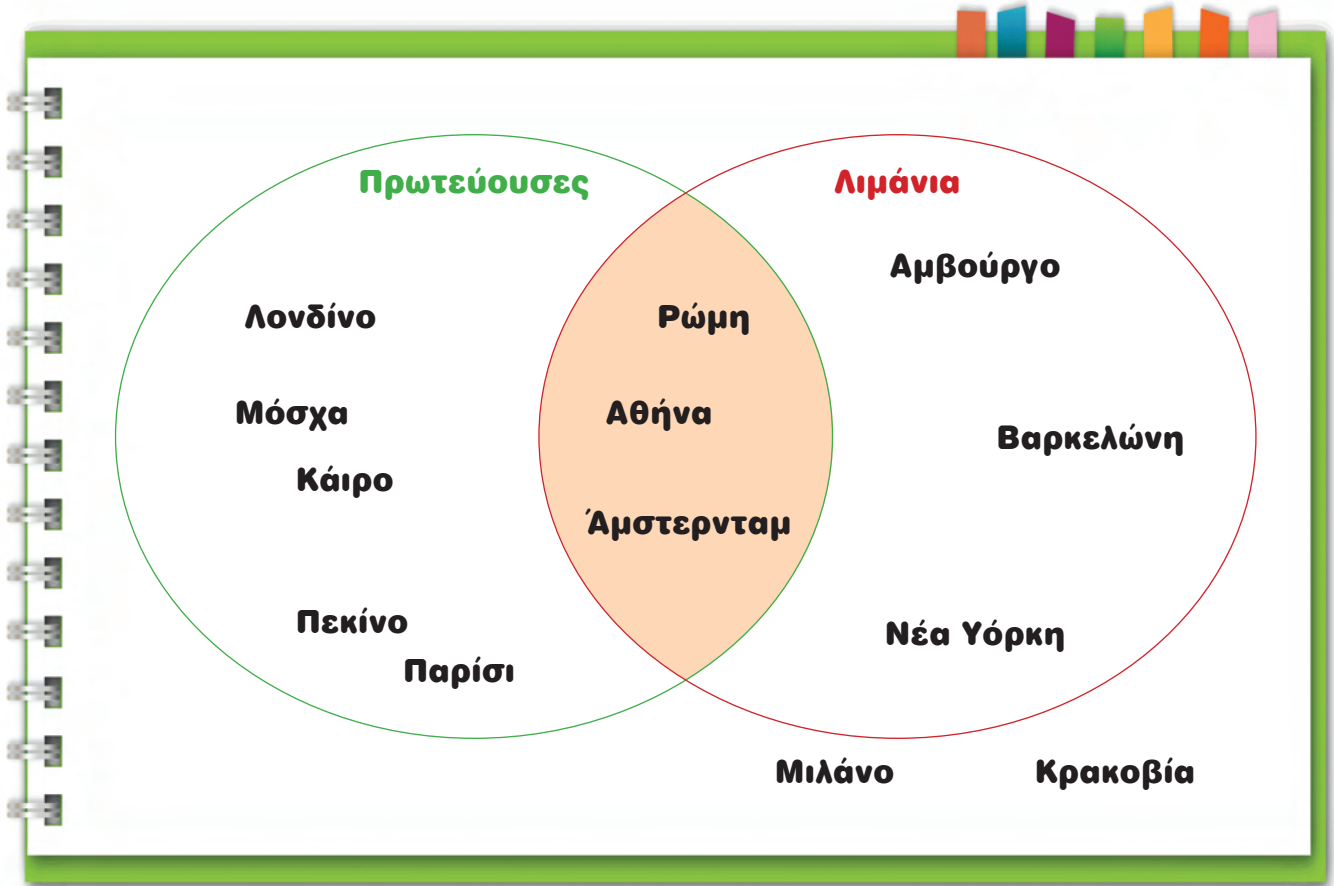
$$90 = 2 \times 5 \times 3 \times 3$$

(α) Η Σοφία, παρατηρώντας την εργασία του Μιχάλη, ανέφερε ότι ο αριθμός 90 διαιρείται με το 15. Συμφωνείς με την άποψη της Σοφίας;

(β) Να βρεις όλους τους διαιρέτες του 90, αξιοποιώντας την ανάλυση του αριθμού σε γινόμενο πρώτων παραγόντων.



Ποιες πληροφορίες παρουσιάζει το βέννιο διάγραμμα; Να επεξηγήσεις.



Νέα Υόρκη, ΗΠΑ

Αθήνα, Ελλάδα



## Δραστηριότητες

1. Να απαντήσεις στις ερωτήσεις, με βάση το βένναιο διάγραμμα στην Εξερεύνηση.

(α) Ποιες από τις πόλεις είναι πρωτεύουσες;

---

---

(β) Ποιες από τις πόλεις είναι λιμάνια;

---

---

(γ) Γιατί οι πόλεις Ρώμη, Αθήνα και Άμστερνταμ τοποθετήθηκαν στην τομή του διαγράμματος;

---

---

(δ) Να επεξηγήσεις τη θέση των πόλεων Κρακοβία και Μιλάνο στο διάγραμμα.

---

---

(ε) Να τοποθετήσεις στο βένναιο διάγραμμα τη Λευκωσία, τη Λεμεσό, τη Λάρνακα, την Πάφο, την Κερύνεια και την Αμμόχωστο.









---

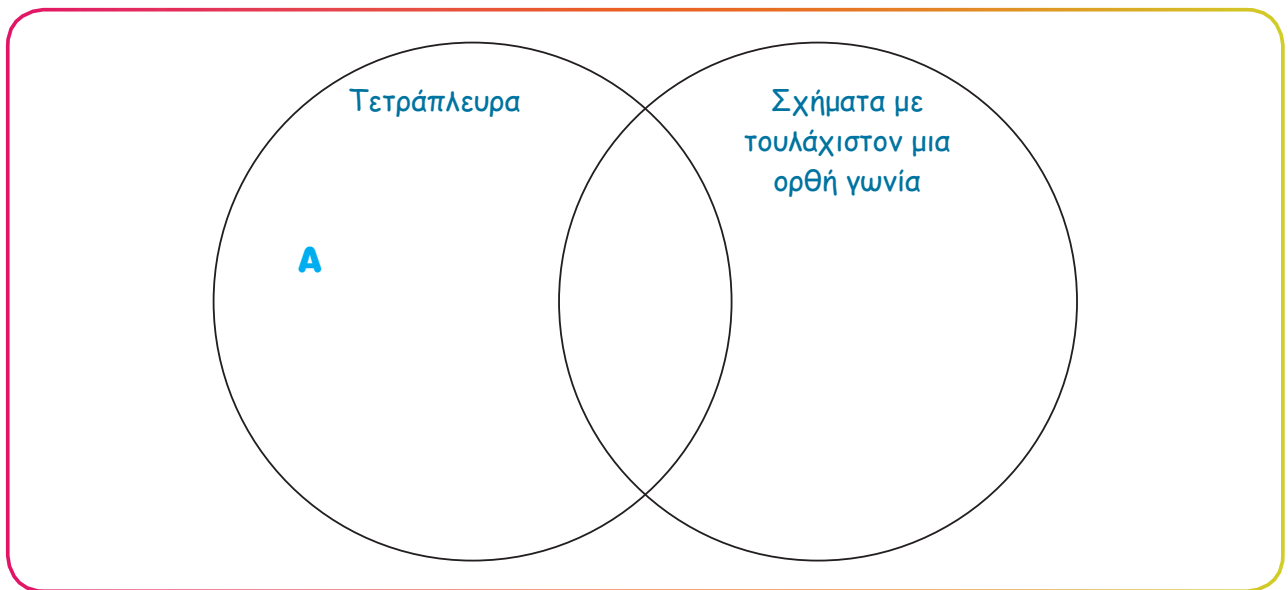
---

(στ) Να τοποθετήσεις στην κατάλληλη θέση και άλλες πόλεις του κόσμου.



2. Να τοποθετήσεις τα σχήματα στην κατάλληλη θέση στο βέννιο διάγραμμα, όπως στο παράδειγμα.

							
A	B	Γ	Δ	Ε	ΣΤ	Ζ	Η





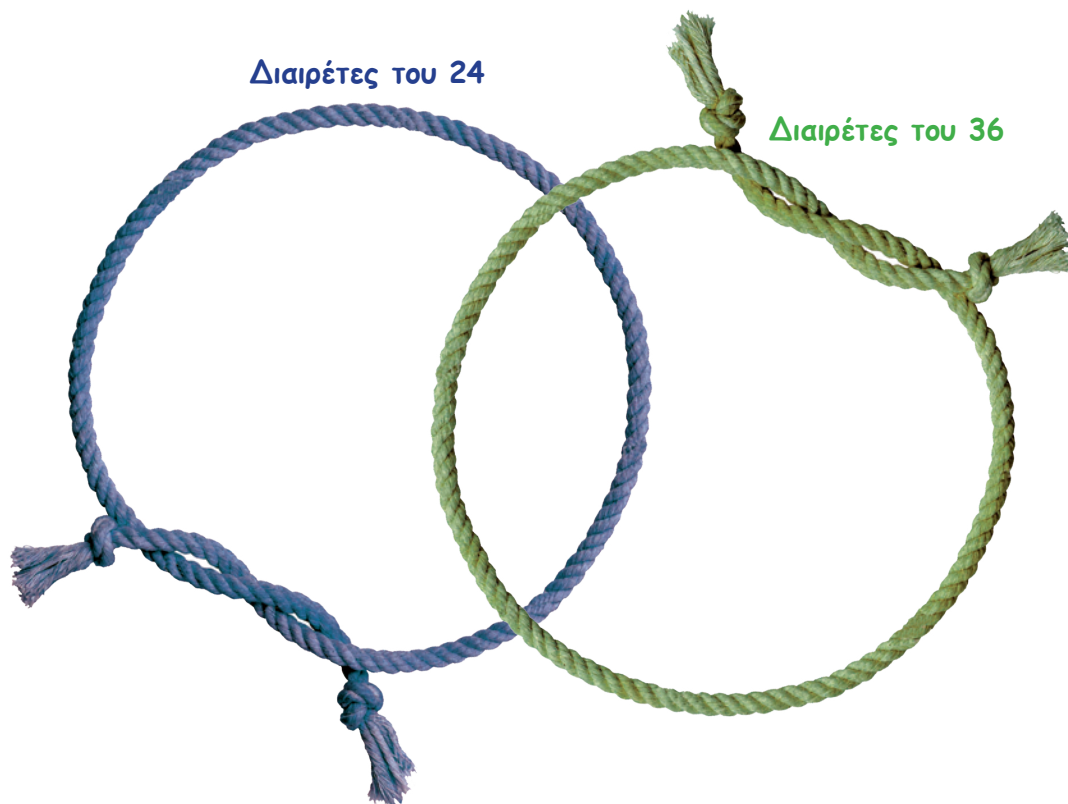
(α) Να γράψεις τους διαιρέτες του 24 και του 36.

Διαιρέτες του 24: \_\_\_\_\_

Διαιρέτες του 36: \_\_\_\_\_

Κοινοί διαιρέτες του 24 και του 36: \_\_\_\_\_

(β) Να σημειώσεις τους διαιρέτες του 24 και του 36 στην κατάλληλη θέση στο πιο κάτω βέννιο διάγραμμα. Να εξηγήσεις.



(γ) Ποιος είναι ο Μέγιστος Κοινός Διαιρέτης (ΜΚΔ) του 24 και του 36;

---



---

(δ) Με ποιο τρόπο είναι δυνατόν να υπολογίσεις τον ΜΚΔ δύο αριθμών;

# Νέες Έννοιες

- **Μέγιστος Κοινός Διαιρέτης (ΜΚΔ)** δύο ή περισσότερων αριθμών ονομάζεται ο μεγαλύτερος κοινός διαιρέτης των αριθμών αυτών.
- Για να υπολογίσουμε τον ΜΚΔ δύο ή περισσότερων αριθμών, καταγράφουμε όλους τους διαιρέτες κάθε αριθμού. Στη συνέχεια, βρίσκουμε τον μεγαλύτερο διαιρέτη που είναι κοινός σε όλους τους αριθμούς.

Παράδειγμα:

Ποιος είναι ο Μέγιστος Κοινός Διαιρέτης (ΜΚΔ) του 20 και του 24;

Διαιρέτες του 20: 1, 2, ~~4~~, 5, 10, 20

Διαιρέτες του 24: 1, 2, 3, ~~4~~, 6, 8, 12, 24

Ο Μέγιστος Κοινός Διαιρέτης του 20 και του 24 είναι το 4.

$\text{ΜΚΔ}(20, 24) = 4$

## Παραδείγματα

1. Να υπολογίσεις τον ΜΚΔ του 30 και του 36.

**Λύση:**

Διαιρέτες του 30: 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30

Διαιρέτες του 36: 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36

ΜΚΔ (30, 36) = 6

Καταγράφω όλους τους διαιρέτες του 30 και του 36. Στη συνέχεια, υπολογίζω τον ΜΚΔ.

2. Η κυρία Ευγενία θα ετοιμάσει ίδια πακέτα που περιέχουν χυμό πορτοκάλι και χυμό ροδάκινο. Έχει στη διάθεσή της 48 χυμούς πορτοκάλι και 36 χυμούς ροδάκινο.

(α) Ποιος είναι ο μεγαλύτερος δυνατός αριθμός ίδιων πακέτων που μπορεί να ετοιμάσει η κυρία Ευγενία;

(β) Πόσους χυμούς πορτοκάλι και πόσους χυμούς ροδάκινο θα περιέχει κάθε πακέτο;

**Λύση:**

(α) Διαιρέτες του 48: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48

Διαιρέτες του 36: 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36

ΜΚΔ (48, 36) = 12

Υπολογίζω τον ΜΚΔ του 48 και του 36, για να βρω τον μεγαλύτερο δυνατό αριθμό πακέτων.

Ο μεγαλύτερος δυνατός αριθμός ίδιων πακέτων που μπορεί να ετοιμάσει είναι 12.

(β) Χυμοί πορτοκάλι:  $48 \div 12 = 4$

Χυμοί ροδάκινο:  $36 \div 12 = 3$

Κάθε πακέτο θα περιέχει 4 χυμούς πορτοκάλι και 3 χυμούς ροδάκινο.

1. Να υπολογίσεις τον ΜΚΔ των πιο κάτω αριθμών.


(α) ΜΚΔ (16, 24) =

(β) ΜΚΔ (20, 100) =

(γ) ΜΚΔ (11, 23) =

(δ) ΜΚΔ (14, 28) =

(ε) ΜΚΔ (32, 48, 80) =




2. Ο κύριος Βασίλης έχει στη διάθεσή του 16 τουλίπες και 24 μαργαρίτες. Θα χρησιμοποιήσει όλα τα λουλούδια, για να φτιάξει ίδιες ανθοδέσμες.

(α) Πόσες ίδιες ανθοδέσμες μπορεί να φτιάξει ο κύριος Βασίλης; Να βρεις όλες τις περιπτώσεις.

(β) (i) Ποιος είναι ο μέγιστος αριθμός ίδιων ανθοδεσμών που είναι δυνατόν να φτιάξει ο κύριος Βασίλης; Να εξηγήσεις.

(ii) Πόσες τουλίπες και πόσες μαργαρίτες θα έχει κάθε ανθοδέσμη;

3. Η Αιμιλία θα κατασκευάσει ένα εικονόγραμμα, για να παρουσιάσει τα πιο κάτω αποτελέσματα μιας έρευνας. Θα χρησιμοποιήσει το σύμβολο  , για να αναπαραστήσει τον αριθμό των παιδιών που προτιμούν κάθε άθλημα.

Το ομαδικό άθλημα που προτιμούν τα παιδιά

Καλαθόσφαιρα	48
Ποδόσφαιρο	42
Πετόσφαιρα	18

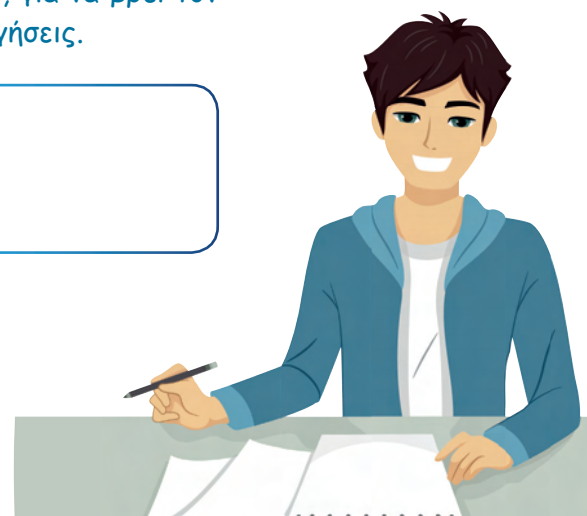
(α) Ποιος είναι ο μεγαλύτερος δυνατός αριθμός παιδιών που μπορεί να αναπαρασταθεί κάθε  :

(β) Να συμπληρώσεις το εικονόγραμμα, για να αναπαραστήσεις τα αποτελέσματα της έρευνας.

Καλαθόσφαιρα	
Ποδόσφαιρο	
Πετόσφαιρα	

Κάθε  αναπαρασταθεί \_\_\_\_\_ παιδιά.

4. Ο Γιώργος θέλει να υπολογίσει τον ΜΚΔ του 12 και του 48. Υποστηρίζει ότι δεν χρειάζεται να ακολουθήσει τη μέθοδο της καταγραφής, για να βρει τον ΜΚΔ των δύο αριθμών. Συμφωνείς με τον Γιώργο; Να εξηγήσεις.



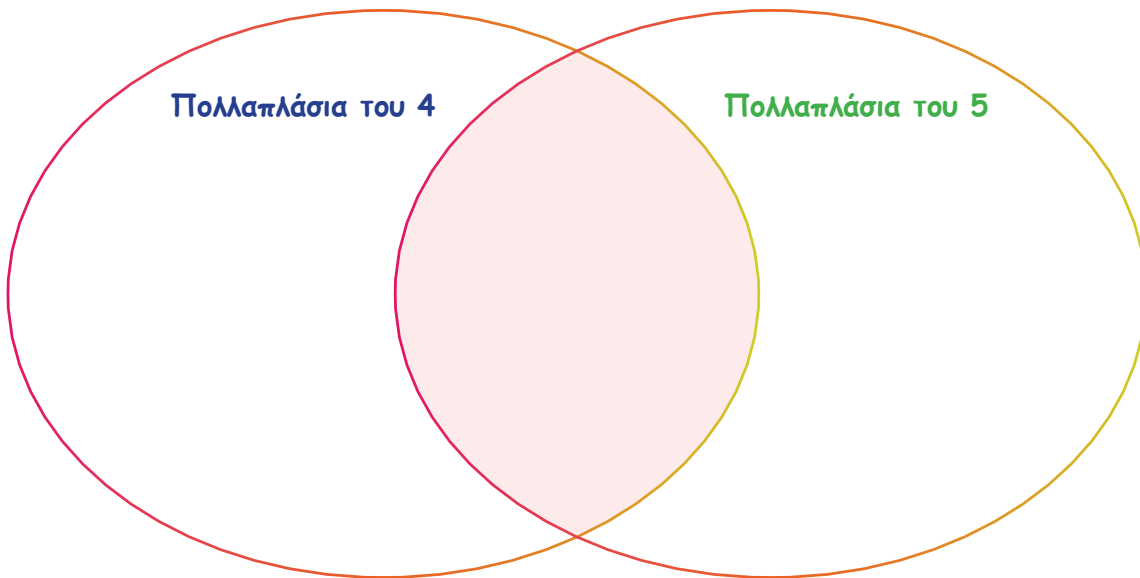
(α) Να γράψεις τα πολλαπλάσια του 4 και του 5 από το 1 μέχρι το 40.

Πολλαπλάσια του 4: \_\_\_\_\_

Πολλαπλάσια του 5: \_\_\_\_\_

Κοινά πολλαπλάσια του 4 και του 5 μέχρι το 40: \_\_\_\_\_

(β) Να σημειώσεις τα πολλαπλάσια του 4 και του 5 (μέχρι το 40) στην κατάλληλη θέση στο πιο κάτω βέννειο διάγραμμα. Να εξηγήσεις.



(γ) Ποιο είναι το Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο (ΕΚΠ) του 4 και του 5;

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

(δ) Με ποιο τρόπο είναι δυνατόν να υπολογίσεις το ΕΚΠ δύο αριθμών;

# Νέες Έννοιες

- **Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο (ΕΚΠ)** δύο ή περισσότερων φυσικών αριθμών ονομάζεται το μικρότερο, μη μηδενικό, κοινό πολλαπλάσιο των αριθμών αυτών.
- Για να υπολογίσουμε το ΕΚΠ δύο ή περισσότερων αριθμών, καταγράφουμε τα πολλαπλάσια κάθε αριθμού. Στη συνέχεια, βρίσκουμε το ελάχιστο πολλαπλάσιο που είναι κοινό σε όλους τους αριθμούς.

Παράδειγμα:

Ποιο είναι το Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο (ΕΚΠ) του 6 και του 8;

Πολλαπλάσια του 6: 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60, 66, 72, ...

Πολλαπλάσια του 8: 8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, 72, 80, 88, 96, ...

Το Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο του 6 και του 8 είναι το 24.

$$\text{ΕΚΠ} [6, 8] = 24$$



## Παραδείγματα

1. Να υπολογίσεις το ΕΚΠ του 4 και του 10.

**Λύση:**

Πολλαπλάσια του 4: 4, 8, 12, 16, **20**, 24, 28, 32, 36, **40**, 44, 48, 52, 56, **60**, ...

Πολλαπλάσια του 10: 10, **20**, 30, **40**, 50, **60**, 70, ...

ΕΚΠ [4, 10] = 20

Καταγράφω τα πολλαπλάσια του 4 και του 10. Στη συνέχεια, υπολογίζω το ΕΚΠ.

2. Σε ένα σιντριβάνι υπάρχουν δύο μηχανισμοί που εκτοξεύουν νερό. Ο πρώτος εκτοξεύει νερό κάθε 8 δευτερόλεπτα. Ο δεύτερος εκτοξεύει νερό κάθε 12 δευτερόλεπτα. Μετά από πόσα δευτερόλεπτα από τη στιγμή που θα τεθούν σε λειτουργία και οι δύο μηχανισμοί, θα εκτοξεύσουν ξανά ταυτόχρονα νερό;

**Λύση:**

Πολλαπλάσια του 8: 8, 16, **24**, 32, 40, **48**, 56, 64, **72**, 80, ...

Πολλαπλάσια του 12: 12, **24**, 36, **48**, 60, **72**, 84, ...

ΕΚΠ [8, 12] = 24

Υπολογίζω το ΕΚΠ του 8 και του 12, για να βρω πότε θα εκτοξεύσουν νερό και οι δύο μηχανισμοί ξανά ταυτόχρονα.

Οι δύο μηχανισμοί θα εκτοξεύσουν ξανά ταυτόχρονα νερό μετά από 24 δευτερόλεπτα από τη στιγμή που θα τεθούν σε λειτουργία.

## Δραστηριότητες

1. Να υπολογίσεις το ΕΚΤ των πιο κάτω αριθμών.

(α) ΕΚΤ [3, 4] =

(β) ΕΚΤ [9, 15] =

(γ) ΕΚΤ [7, 21] =

(δ) ΕΚΤ [4, 5, 8] =

2. Δύο γραμμές λεωφορείων που ακολουθούν διαφορετική διαδρομή ξεκινούν τις διαδρομές τους από την ίδια αφετηρία στις 9:00 π.μ.

Η γραμμή Α ξαναπερνά από το σημείο της αφετηρίας κάθε 10 λεπτά, ενώ η γραμμή Β κάθε 15 λεπτά.

Ύστερα από πόσα λεπτά θα συναντηθούν ξανά μαζί στην αφετηρία τα δύο λεωφορεία; Να επεξηγήσεις.



3. Ο ΜΚΔ σε καθένα από τα πιο κάτω ζεύγη αριθμών είναι το 1. Να βρεις το ΕΚΤ των αριθμών.

2 και 3

ΕΚΤ [2, 3] =

5 και 8

ΕΚΤ [5, 8] =

4 και 9

ΕΚΤ [4, 9] =

Τι παρατηρείς;

---

---

**ΕΠΙΛΥΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ**

Να επιλύσεις τα προβλήματα.

- (α) Ο Μάξιμος παίζει καλαθόσφαιρα κάθε 7 μέρες και κάνει κολύμπι κάθε 6 μέρες. Αν σήμερα έκανε και τα δύο αθλήματα, μετά από πόσες μέρες θα κάνει ξανά και τα δύο αθλήματα την ίδια μέρα;



- (β) Σε μια κατασκήνωση λαμβάνουν μέρος 27 αγόρια και 36 κορίτσια. Θα σχηματίσουν ομάδες, για να παίξουν ένα παιχνίδι. Η κάθε ομάδα θα έχει ίσο αριθμό αγοριών και κοριτσιών.

- (i) Ποιος είναι ο μεγαλύτερος δυνατός αριθμός ίδιων ομάδων που μπορούν να σχηματιστούν;  
(ii) Πόσα αγόρια και πόσα κορίτσια θα περιλαμβάνει κάθε ομάδα;



(γ) Δύο ομάδες τουριστών επισκέφτηκαν ένα μεσαιωνικό κάστρο. Τα εισιτήρια της πρώτης ομάδας κόστισαν συνολικά €56, ενώ τα εισιτήρια της δεύτερης ομάδας κόστισαν συνολικά €72. Όλα τα εισιτήρια είχαν την ίδια τιμή.

(i) Ποια είναι η ψηλότερη δυνατή τιμή για κάθε εισιτήριο;

(ii) Από πόσα άτομα αποτελείται κάθε ομάδα τουριστών;



(δ) Η αυτοκινητοβιομηχανία Α κυκλοφορεί νέο μοντέλο κάθε 3 χρόνια. Η αυτοκινητοβιομηχανία Β κυκλοφορεί νέο μοντέλο κάθε 5 χρόνια.

Φέτος κυκλοφόρησαν και οι δύο αυτοκινητοβιομηχανίες νέα μοντέλα. Σε πόσα χρόνια οι καταναλωτές θα έχουν επιλογή σε νέα μοντέλα και από τις δύο αυτοκινητοβιομηχανίες;

## Δραστηριότητες ενότητας

1. Να βρεις τους παράγοντες (ή διαιρέτες) των πιο κάτω αριθμών, όπως στο παράδειγμα.

	Παράγοντες / Διαιρέτες
15	1, 15, 3, 5
36	
48	
21	
55	

2. Να επιλέξεις τα πολλαπλάσια του κάθε αριθμού.

(α) 4

24 43 33 18 28 39 100 2

(β) 3

24 30 38 12 14 48 34 3

(γ) 5

12 35 40 33 78 100 55

3. Να σημειώσεις:

(α) τα κοινά πολλαπλάσια του 2 και του 3

4	6	36	24	15
9	60	12	40	18

(β) τους κοινούς διαιρέτες του 36 και του 48

8	12	4	6	2
9	24	3	10	36

4. Να συμπληρώσεις τον πίνακα, όπως στο παράδειγμα.

	130	1620	516	183	224	65	4118	9000
Διαιρείται με το 2:	✓							
Διαιρείται με το 5:	✓							
Διαιρείται με το 10:	✓							
Διαιρείται με το 4:								



5. Να σημειώσεις με ✓ στο κατάλληλο κουτί, όπως στο παράδειγμα.

(α) 11 πρώτος αριθμός <input type="checkbox"/> σύνθετος αριθμός <input type="checkbox"/>	(β) 2 πρώτος αριθμός <input type="checkbox"/> σύνθετος αριθμός <input type="checkbox"/>	(γ) 42 πρώτος αριθμός <input type="checkbox"/> σύνθετος αριθμός <input type="checkbox"/>
(δ) 19 πρώτος αριθμός <input type="checkbox"/> σύνθετος αριθμός <input type="checkbox"/>	(ε) 75 πρώτος αριθμός <input type="checkbox"/> σύνθετος αριθμός <input type="checkbox"/>	(στ) 69 πρώτος αριθμός <input type="checkbox"/> σύνθετος αριθμός <input type="checkbox"/>

6. Να βάλεις σε κύκλο τους αριθμούς που είναι περιττοί και σύνθετοι.

21	55	83	37	
24	35	2	9	71

7. Να αναλύσεις τον αριθμό 48 σε γινόμενο πρώτων παραγόντων, ξεκινώντας από διαφορετικούς παράγοντες κάθε φορά.

(α)

48

(β)

48

48 = \_\_\_\_\_

48 = \_\_\_\_\_



8. Να αναλύσεις κάθε αριθμό σε γινόμενο πρώτων παραγόντων, χρησιμοποιώντας δένδροδιαγράμματα.

27
27 = _____

60
60 = _____

32
32 = _____

66
66 = _____

75
75 = _____

69
69 = _____

9. Να σημειώσεις ποιοι από τους αριθμούς είναι γραμμένοι ως γινόμενο πρώτων παραγόντων, όπως στο παράδειγμα.

Παράδειγμα: 12 = 2 x 2 x 3	✓
-------------------------------	---

10 = 2 x 5	
------------	--

18 = 2 x 3 x 3	
----------------	--

24 = 2 x 3 x 4	
----------------	--

36 = 2 x 2 x 3 x 3	
--------------------	--

28 = 2 x 2 x 7	
----------------	--

10. Να γράψεις τους αριθμούς στην κατάλληλη θέση στο πιο κάτω διάγραμμα.

260	172	531	285	136	483	728	901
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----



11. Να βρεις τον ΜΚΔ των πιο κάτω αριθμών. Να εργαστείς στο τετράδιό σου.

(α) 9 και 12

(β) 15 και 20

(γ) 15 και 45

(δ) 12 και 48

(ε) 45, 30 και 60

(στ) 30, 48 και 54

12. Να βρεις το ΕΚΠ των πιο κάτω αριθμών. Να εργαστείς στο τετράδιό σου.

(α) 5 και 15

(β) 20 και 40

(γ) 2 και 15

(δ) 10 και 14

(ε) 7, 14 και 21

(στ) 8, 14 και 28



13. Να επιλύσεις τα προβλήματα.

(α) Η Ισμήνη έχει 45 κόκκινες και 30 ροζ χάντρες. Θέλει να τις χρησιμοποιήσει όλες και να φτιάξει με αυτές όσο το δυνατόν περισσότερα ίδια βραχιόλια.

i. Ποιος είναι ο μεγαλύτερος δυνατός αριθμός ίδιων βραχιολιών που μπορεί να φτιάξει η Ισμήνη;

ii. Πόσες χάντρες από το κάθε χρώμα θα έχει το κάθε βραχιόλι;

(β) Δύο μηχανές συσκευάζουν ένα προϊόν. Η μηχανή Α χρειάζεται 20 δευτερόλεπτα για να συσκευάσει το προϊόν και η μηχανή Β 15 δευτερόλεπτα. Αν ξεκινήσουν και οι δύο μηχανές ταυτόχρονα να συσκευάζουν το προϊόν, μετά από πόσα λεπτά θα ξεκινήσουν ξανά ταυτόχρονα να συσκευάζουν το προϊόν;

# Δραστηριότητες Εμπλουτισμού

1. Να επιλέξεις 4 αριθμούς από το 0 μέχρι το 9, για να συμπληρώσεις τα πιο κάτω τετράγωνα πολλαπλασιασμού, όπως στο παράδειγμα.

**Παράδειγμα:**

4	6	24
3	5	15
12	30	

		12
		2
4	6	

		9
		15
27	5	

		16
		0
0	2	

2. Να χρησιμοποιήσεις τις πιο κάτω κάρτες, μια φορά την καθεμιά, για να σχηματίσεις τρία πολλαπλάσια του 3.



Πολλαπλάσια του 3



3. (α) Να γράψεις 3 διαιρέτες του 30 που δεν είναι διαιρέτες του 15.

(β) Να γράψεις όλους τους διαιρέτες του 36 που δεν είναι διαιρέτες του 24.

4.

0

6

7

8

9

Να χρησιμοποιήσεις τις πιο πάνω κάρτες μία φορά την καθεμιά, για να σχηματίσεις:

(α) όλους τους διψήφιους αριθμούς που διαιρούνται με το 4

(β) όλους τους τριψήφιους αριθμούς που διαιρούνται με το 4

(γ) τον μικρότερο τετραψήφιο αριθμό που διαιρείται με το 4

(δ) τον μεγαλύτερο πενταψήφιο αριθμό που διαιρείται με το 4

5. Να γράψεις τους πιο κάτω αριθμούς στην κατάλληλη θέση.

45

50

75

80

90

100

115

140

250

500

Αριθμοί που διαιρούνται  
ακριβώς με το 20

Αριθμοί που διαιρούνται  
ακριβώς με το 25

Αριθμοί που διαιρούνται  
ακριβώς με το 50

6.

0

1

4

5

8

Να χρησιμοποιήσεις όλες τις κάρτες, για να συμπληρώσεις την πιο κάτω μαθηματική πρόταση.

$$\square\square \times 2 = \square\square\square$$

7. Ο μαθηματικός *Christian Goldbach* υποστήριξε ότι οποιοσδήποτε άρτιος αριθμός, εκτός από το 2, μπορεί να γραφεί ως άθροισμα δύο πρώτων αριθμών. Για παράδειγμα:



$$10 = 3 + 7$$

$$16 = 3 + 13$$

$$24 = 7 + 17$$

Να γράψεις τους πιο κάτω άρτιους αριθμούς ως άθροισμα δύο πρώτων αριθμών.

$$12 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$36 = \underline{\hspace{2cm}}$$

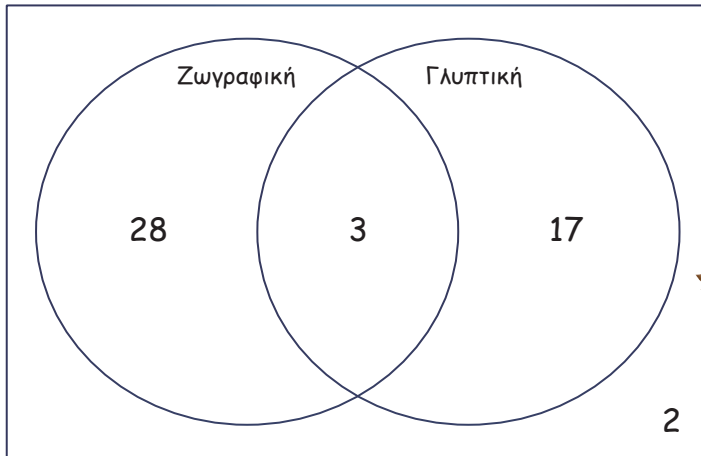
$$18 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$40 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$28 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$50 = \underline{\hspace{2cm}}$$

8. Το πιο κάτω βένναιο διάγραμμα παρουσιάζει τις δηλώσεις όλων των παιδιών ενός ομίλου σε μια ημερίδα γνωριμίας με τέχνες.



(α) Πόσα παιδιά θα ασχοληθούν μόνο με τη γλυπτική;

(β) Πόσα παιδιά θα ασχοληθούν και με τις δύο τέχνες;

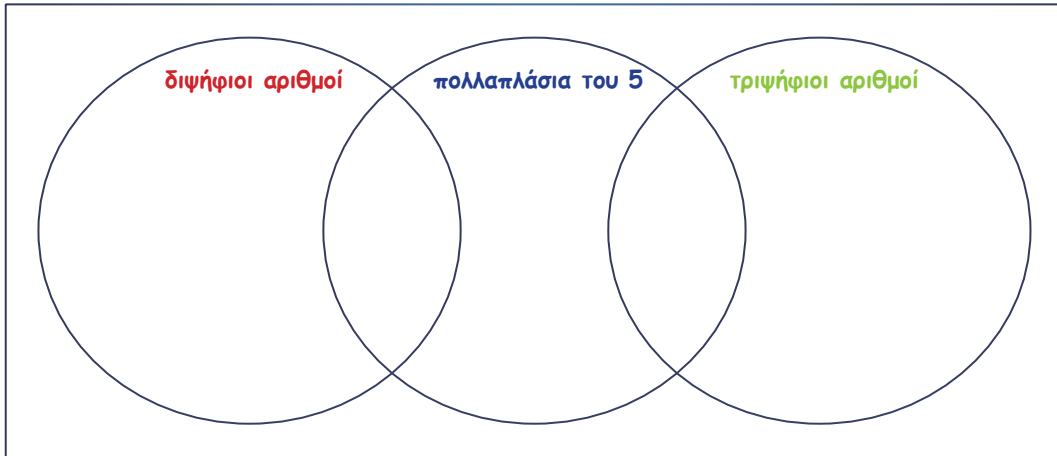
(γ) Πόσα παιδιά θα ασχοληθούν με τη ζωγραφική;

(δ) Πόσα παιδιά δεν θα ασχοληθούν ούτε με τη ζωγραφική ούτε με τη γλυπτική;

(ε) Πόσα παιδιά συμμετέχουν στον όμιλο;

9. Να τοποθετήσεις τους πιο κάτω αριθμούς στην κατάλληλη θέση στο βέννιο διάγραμμα.

2 5 18 20 201 350 2000 4751



10. (α) Ποιοι δύο αριθμοί μεταξύ του 9 και του 25, έχουν ΜΚΔ το 8;

(β) Ο ΜΚΔ ενός περιττού και ενός άρτιου αριθμού είναι το 9. Αν ο μεγαλύτερος αριθμός είναι το 27, ποιος είναι ο άλλος αριθμός;

(γ) Το ΕΚΤ δύο αριθμών είναι το 24 και ο ΜΚΔ είναι το 12. Ποιοι είναι οι δύο αριθμοί;



11. Στο πλακόστρωτο ενός σχολείου θα τοποθετηθούν τετράγωνες τσιμεντένιες πλάκες ίδιου μεγέθους. Το πλακόστρωτο έχει μήκος 18 m και πλάτος 10 m. Ποιο είναι το μεγαλύτερο μήκος πλευράς που μπορεί να έχουν οι πλάκες που θα τοποθετηθούν στο πλακόστρωτο; Να επεξηγήσεις.

12. Δύο τηλεκατευθυνόμενα αυτοκινητάκια που κινούνται με τον ίδιο ρυθμό, ξεκινούν από το σημείο A, όπως φαίνεται στο πιο κάτω σχήμα. Το ένα αυτοκινητάκι κινείται γύρω από ένα ορθογώνιο με μήκος 5 m και πλάτος 3 m και το άλλο αυτοκινητάκι κινείται γύρω από ένα τετράγωνο με μήκος πλευράς 5 m. Ποια είναι η μικρότερη απόσταση που πρέπει να διανύσει το κάθε αυτοκινητάκι, ώστε να ξανασυναντηθούν στο σημείο A για πρώτη φορά; Να εξηγήσεις.

