

Μετάβαση από την Στ' Δημοτικού στην Α' Γυμνασίου: Μαθηματικά

Κωνσταντίνος Χρίστου, Δήμητρα Πίττα-Πανταζή, Μάριος Πιπτάλης (Πανεπιστήμιο Κύπρου)

Χρύσω Αθανασίου, Μαρία Χειμωνή (Παιδαγωγικό Ινστιτούτο Κύπρου)

Άντρη Μιχαήλ (ΕΔΕ, Διεύθυνση Δημοτικής Εκπαίδευσης)

**ΜΕΤΑΒΑΣΗ ΑΠΟ ΤΟ ΔΗΜΟΤΙΚΟ ΣΤΟ
ΓΥΜΝΑΣΙΟ**

**ΠΡΟΑΙΡΕΤΙΚΑ
ΒΙΩΜΑΤΙΚΑ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑ ΜΕ
ΜΙΚΤΕΣ ΟΜΑΔΕΣ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΩΝ
ΔΗΜΟΤΙΚΗΣ ΚΑΙ
ΜΕΣΗΣ ΣΤΑ
ΕΛΛΗΝΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΑ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (Π.Ι.)**

**ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΣ
2023:
ΕΠΙΜΟΡΦΩΣΗ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΩΝ
ΣΤ' ΤΑΞΗΣ
(ΔΙΗΜΕΡΟ ΚΑΙ Β'
ΦΑΣΗ)**

**ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΣ
2023:
ΕΠΙΜΟΡΦΩΣΗ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΩΝ
ΜΕΣΗΣ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ**

**ΣΧΕΔΙΟ ΔΡΑΣΗΣ
2023-2024**

**ΕΛΛΗΝΙΚΑ: ΠΑΡΑΓΩΓΗ
ΥΛΙΚΟΥ/
ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΩΝ
ΟΜΑΛΗΣ ΜΕΤΑΒΑΣΗΣ
ΜΕ ΣΥΓΚΕΚΡΙΜΕΝΗ
ΣΤΟΧΕΥΣΗ
(ΑΞΙΟΠΟΙΗΣΗ ΣΤΟ
ΤΕΛΟΣ ΤΗΣ ΣΤ' ΤΑΞΗΣ
ΚΑΙ ΣΤΗΝ ΑΡΧΗ ΤΗΣ Α'
ΤΑΞΗΣ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ)**

**ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Α'
ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ:
ΔΙΔΑΚΤΙΚΟ ΥΛΙΚΟ ΓΙΑ
ΕΛΕΓΧΟ
ΠΡΟΥΠΑΡΧΟΥΣΩΝ
ΓΝΩΣΕΩΝ ΣΕ ΚΑΘΕ
ΕΝΟΤΗΤΑ**

**ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ 2023-
ΜΑΡΤΙΟΣ 2024:
ΕΠΙΜΟΡΦΩΣΗ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΩΝ
ΔΗΜΟΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΜΕΣΗΣ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ ΣΕ
ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΕΣ
ΔΙΑΜΟΡΦΩΤΙΚΗΣ
ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ (Π.Ι.)**

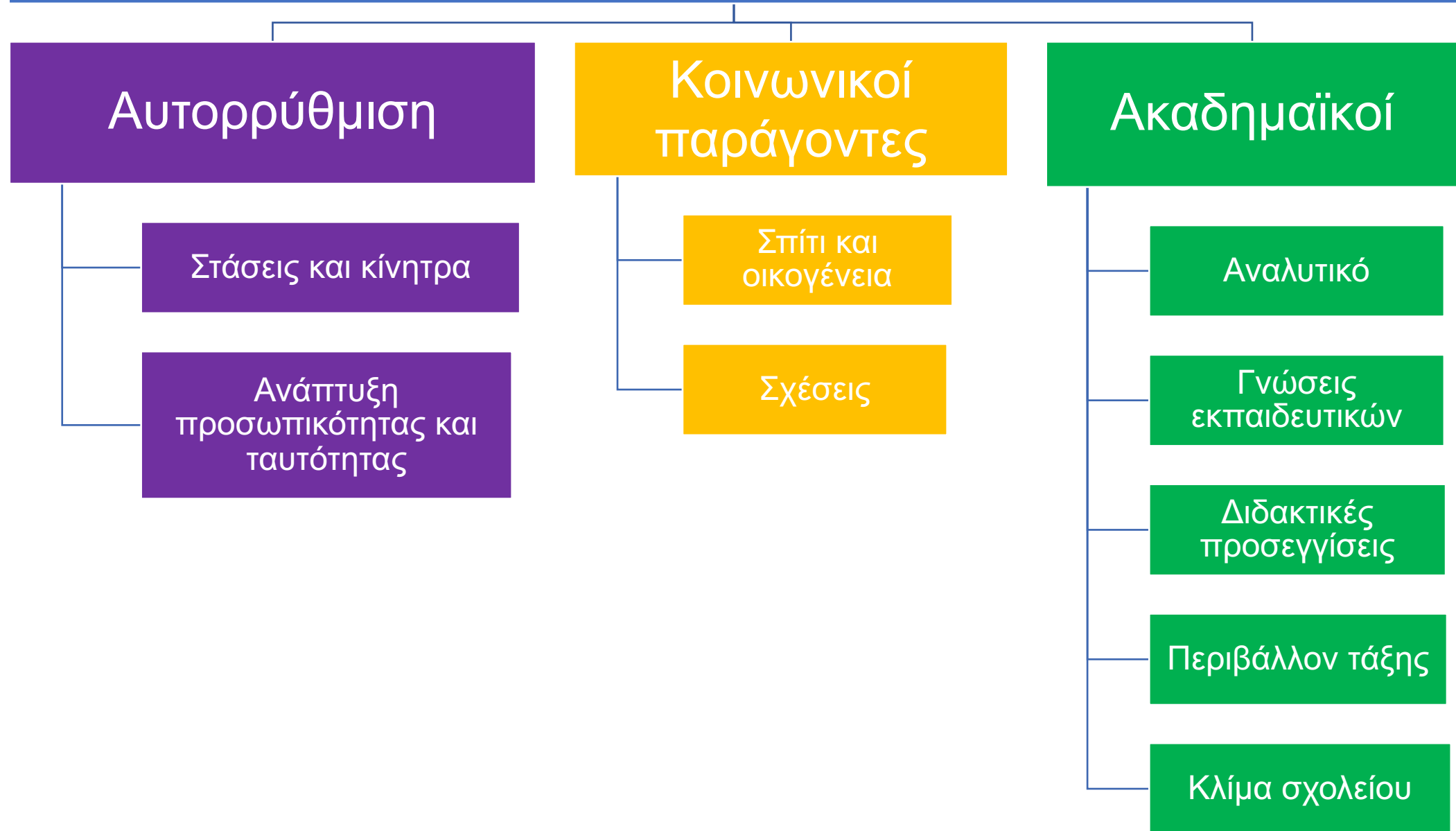
**ΣΤΑ ΓΝΩΣΤΙΚΑ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΑ ΤΩΝ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΤΩΝ ΕΛΛΗΝΙΚΩΝ**

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΟ ΣΥΝΑΝΤΗΣΗΣ

1. Παράγοντες που επηρεάζουν τη μετάβαση
2. Δόμηση Αναλυτικού Προγράμματος Στ' Δημοτικού και Α' Γυμνασίου, θέματα και διδακτικές προσεγγίσεις
3. Δυσκολίες μετάβασης μέσω ερευνητικών αποτελεσμάτων
4. Γνώσεις και δεξιότητες στη Στ' Δημοτικού που προετοιμάζουν τους/τις μαθητές/τριες για την Α' Γυμνασίου

**ΠΑΡΑΓΟΝΤΕΣ ΠΟΥ
ΕΠΗΡΕΑΖΟΥΝ ΤΗ ΜΕΤΑΒΑΣΗ**

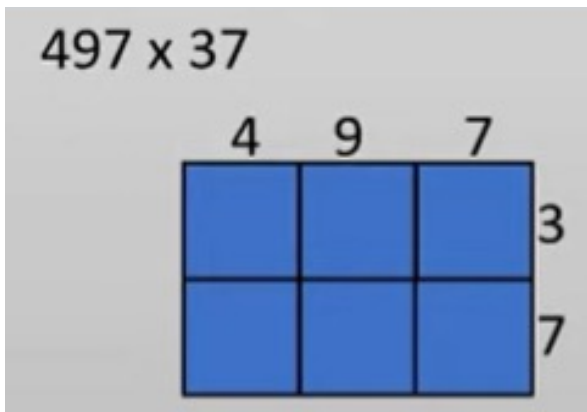
Παράγοντες που επηρεάζουν τη μετάβαση από την Στ' Δημοτικού στην Α' Γυμνασίου



Δυσκολία	Δημοτική		Μέση	
Έλλειψη βασικών γνώσεων των μαθητών/τριών	0%	N/A	23%	<i>Οι μαθητές/τριες που προέρχονται από το δημοτικό δεν κατέχουν τις βασικές γνώσεις.</i>
Ασυνέχεια μεταξύ αναλυτικών	38%	<i>Τα Αναλυτικά Προγράμματα Στ' Δημοτικού και Α' Γυμνασίου δεν ευθυγραμμίζονται μεταξύ τους.</i>	21%	<i>Διαφορετικές μέθοδοι διδασκαλίας Χάσμα Αναλυτικών Προγραμμάτων</i>
Έλλειψη γνώσης ΑΠ των εκπαιδευτικών των δύο βαθμίδων	31%	<i>Άγνοια του Αναλυτικού Προγράμματος της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης.</i>	11%	<i>Ανεπαρκής ενημέρωση σχετικά με το Αναλυτικό Πρόγραμμα της πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης.</i>
Έλλειψη επικοινωνίας μεταξύ βαθμίδων	25%	<i>Ανεπαρκής επικοινωνία μεταξύ εκπαιδευτικών πρωτοβάθμιας και δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης.</i>	17%	<i>Έλλειψη επικοινωνίας μεταξύ εκπαιδευτικών πρωτοβάθμιας και δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης.</i>
Διαφορετικά επίπεδα μεταξύ σχολείων	0%	N/A	14%	

**ΑΝΑΛΥΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΣΤ' ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ ΚΑΙ
Α' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ**

ΠΡΟΫΠΟΘΕΣΕΙΣ ΜΕΤΑΒΑΣΗΣ



- Έννοια και Πράξεις Αριθμών-
Προτεραιότητα Πράξεων
- Επίλυση Προβλήματος
- Εννοιολογική Κατανόηση
- Επανάληψη

ΠΕΡΙΟΧΕΣ ΑΝΑΛΥΤΙΚΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ

Δημοτική Εκπαίδευση	Μέση Εκπαίδευση
Αριθμοί	Αριθμοί
Άλγεβρα	Άλγεβρα και Συναρτήσεις
Γεωμετρία και Χώρος	Γεωμετρία και Τριγωνομετρία
Μέτρηση	Μέτρηση
Στατιστική και Πιθανότητες	Στατιστική και Πιθανότητες

ΘΕΜΑΤΑ ΑΝΑΛΥΤΙΚΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ

Στ' Δημοτικού

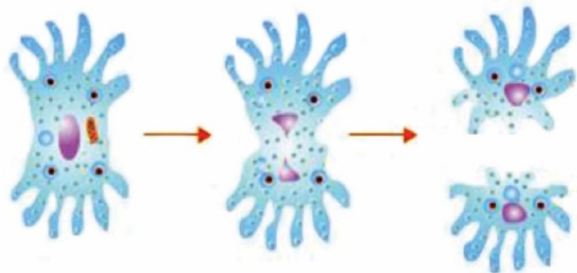
- Ακέραιοι αριθμοί, Προτεραιότητα πράξεων, Άλγεβρα
- Δυνάμεις, Διαιρετότητα
- Κλάσματα, Δεκαδικοί αριθμοί, Πράξεις, Ρητοί Αριθμοί
- Γεωμετρία, Μέτρηση
- Άλγεβρα, Στατιστική, Πιθανότητες
- Λόγοι, Αναλογίες, Ποσοστά

Α' Γυμνασίου

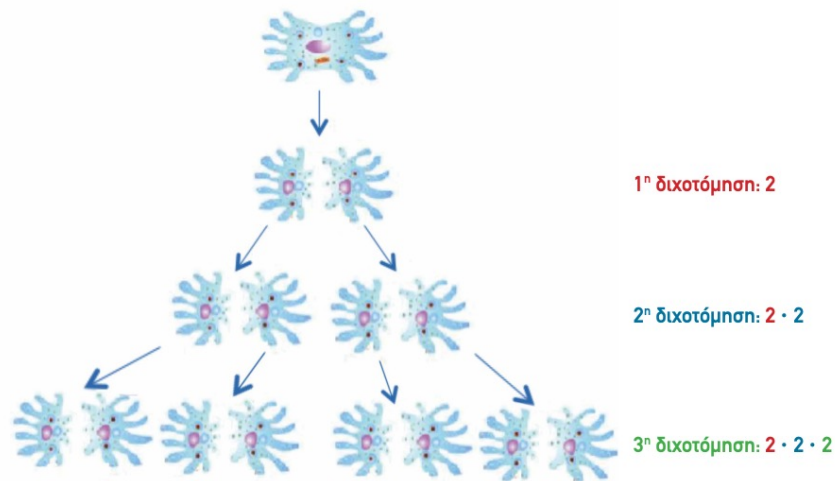
- Σύνολα
- Αριθμοί
- Διαιρετότητα
- Ακέραιοι, Ρητοί Αριθμοί, Πράξεις
- Βασικές γεωμετρικές έννοιες
- Συναρτήσεις
- Γεωμετρία II
- Λόγοι, Αναλογίες, Ποσοστά
- Στατιστική, Πιθανότητες

**ΔΙΔΑΚΤΙΚΕΣ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΕΙΣ
ΣΤ' ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ ΚΑΙ Α'
ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ**

Ένας βιολόγος μελετά μια αμοιβάδα. Η αμοιβάδα είναι ένας μικροοργανισμός που πολλαπλασιάζεται μέσω μιας διαδικασίας διαδοχικών διχοτομήσεων. Κάθε αμοιβάδα διχοτομείται σε δύο άλλες πανομοιότυπες αμοιβάδες, όπως φαίνεται στις πιο κάτω εικόνες.



Η διαδικασία που ακολουθεί ο βιολόγος, για τον υπολογισμό του αριθμού των αμοιβάδων ύστερα από κάθε διχοτόμηση, παρουσιάζεται πιο κάτω.



(α) Να περιγράψετε τη διαδικασία που ακολουθεί ο βιολόγος για τον υπολογισμό του αριθμού των αμοιβάδων που προκύπτουν ύστερα από κάθε διχοτόμηση.

(β) Πόσες θα είναι οι αμοιβάδες ύστερα από την 4^η διχοτόμηση;

(γ) Ύστερα από ποια διχοτόμηση ο αριθμός των αμοιβάδων θα είναι 64;

ΣΤ' Δημοτικού

Δυνάμεις

Εξερεύνηση

Λέγεται ότι πριν από πολλά χρόνια στις Ινδίες ζούσε ένας αυτοκράτορας, ο Βέλχιμπ, του οποίου το βασίλειο ήταν τεράστιο. Ένας Βραχμάνος ιερέας, ο Σίσσα, επινόησε και πρόσφερε το σκάκι στον αυτοκράτορα, ο οποίος γοητεύθηκε τόσο πολύ που θέλησε να τον ευχαριστήσει με ένα δώρο.

Ο Σίσσα σκέφτηκε για λίγο και του απάντησε: «Θέλω να μου δώσεις δύο σφυριά σιτάρι για το πρώτο τετράγωνο του σκακιού, τα διπλάσια για το δεύτερο και τα διπλάσια του προηγούμενου για κάθε επόμενο τετράγωνο». Ο αυτοκράτορας παραξενεύτηκε και θύμωσε για το φτηνό δώρο που ζήτησε ο Σίσσα και ζήτησε από τους αποθηκάριους του να του χαρίσουν το σιτάρι που ήθελε. Δεν μπόρεσε όμως να ξεπληρώσει την υπόσχεσή του.



✓ Γιατί δεν μπόρεσε να ξεπληρώσει την υπόσχεσή του ο αυτοκράτορας;

Α' Γυμνασίου



(α) Να συμπληρώσετε τον πίνακα.

Δυνάμεις του 2	Δυνάμεις του 3	Δυνάμεις του 5
$2^1 = 2$	$3^1 = 3$	$5^1 = 5$
$2^2 = 2 \cdot 2 = 4$	$3^2 = 3 \cdot 3 = 9$	$5^2 = 5 \cdot 5 = 25$
$2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$	$3^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$	$5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$
$2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$	$3^4 =$ _____	$5^4 =$ _____
$2^5 =$ _____	$3^5 =$ _____	$5^5 =$ _____
$2^6 =$ _____	$3^6 =$ _____	$5^6 =$ _____



(β) Η Λίζα υπολόγισε ότι $2^7 = 128$. Με ποιο τρόπο είναι δυνατόν να υπολογίσει το 2^8 ; Να εξηγήσετε.

(γ) Ο Ιάκωβος υπολόγισε ότι $5^8 = 390\ 625$. Με ποιο τρόπο είναι δυνατόν να υπολογίσει το 5^7 ; Να εξηγήσετε.



ΣΤ' Δημοτικού

Διερεύνηση

Να συμπληρώσετε τον πίνακα:

Τετράγωνο	Αριθμός σπυριών σιταριού	Αποτέλεσμα
1	2	2
2	$2 \cdot 2$	4
3	$2 \cdot 2 \cdot 2$	
4		
⋮		
8		
10		
⋮		
20		
⋮		
32		
⋮		
64		

✓ Να περιγράψετε τον τρόπο με τον οποίο εργαστήκατε.

Για να παραχθεί αυτή η ποσότητα του σιταριού, η οποία είναι ένας τεράστιος αριθμός με 20 ψηφία, έπρεπε να σπείρουν 76 φορές όλη τη Γη!

Λέγεται ότι ο αυτοκράτορας, για να αποφύγει τη συμφωνία που έκανε, συμβουλευτήκε τον σύμβουλό του, ο οποίος του είπε να καλέσει τον Σίσα να μετρήσει ο ίδιος το σιτάρι που ζήτησε, καθώς δεν θα του έφταναν ούτε δύο ζωές, για να το μετρήσει.

Α' Γυμνασίου

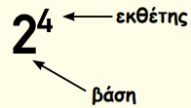
Νέες Έννοιες

• Ο επαναλαμβανόμενος πολλαπλασιασμός στον οποίο οι παράγοντες είναι ίσοι μπορεί να γραφτεί με τη μορφή **δύναμης**.

Παράδειγμα:

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^4$$

• Ο αριθμός 2 ονομάζεται **βάση** της δύναμης και ο αριθμός 4 **εκθέτης**.



• Η δύναμη διαβάζεται ως «δύο στην τετάρτη» ή «η τέταρτη δύναμη του 2».

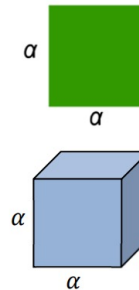
• Η πρώτη δύναμη ενός αριθμού είναι ο ίδιος ο αριθμός.

Παραδείγματα:

$$5^1 = 5$$

$$10^1 = 10$$

$$a^1 = a$$



Όταν σε μια αριθμητική παράσταση υπάρχουν μόνο προσθέσεις και αφαιρέσεις, τότε εκτελούμε τις πράξεις με τη σειρά που εμφανίζονται από αριστερά προς τα δεξιά.

Το ίδιο και όταν υπάρχουν μόνο πολλαπλασιασμοί και διαιρέσεις.

Μαθαίνω

- Το γινόμενο $\underbrace{\alpha \cdot \alpha \cdot \alpha \cdot \dots \cdot \alpha}_{n \text{ παράγοντες}}$, που αποτελείται από n παράγοντες ίσους με α , όπου $n > 1$, συμβολίζεται ως α^n και ονομάζεται **δύναμη του α στη n ή νιοστή δύναμη του α** .

Το α ονομάζεται **βάση** της δύναμης και το n ονομάζεται **εκθέτης** της.

Παράδειγμα:

Το γινόμενο $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$ γράφεται ως 3^4 και είναι ίσο με 81. Ο αριθμός 3 ονομάζεται **βάση** και ο αριθμός 4 **εκθέτης** της δύναμης.

- Ορίζεται ότι:
 - > $\alpha^1 = \alpha$
 - > $\alpha^0 = 1$, $\alpha \neq 0$

Παραδείγματα:

$$2^0 = 1, \quad 136^0 = 1$$

$$5^1 = 5, \quad 11^1 = 11$$

Ειδικά:

- Το γινόμενο $\alpha \cdot \alpha = \alpha^2$ διαβάζεται και **α στο τετράγωνο**, καθώς μπορεί να αναπαραστήσει το εμβαδόν ενός τετραγώνου με πλευρά α .
- Το γινόμενο $\alpha \cdot \alpha \cdot \alpha = \alpha^3$ διαβάζεται και **α στον κύβο**, καθώς μπορεί να αναπαραστήσει τον όγκο ενός κύβου με πλευρά α .

Παραδείγματα:

Το τετράγωνο του αριθμού 7 είναι $7^2 = 49$

Ο κύβος του αριθμού 3 είναι $3^3 = 27$

- Η σειρά, με την οποία πρέπει να κάνουμε τις πράξεις σε μια αριθμητική παράσταση (**προτεραιότητα πράξεων**), είναι η ακόλουθη:
 - > Πρώτα υπολογίζουμε τις δυνάμεις.
 - > Στη συνέχεια, εκτελούμε τους πολλαπλασιασμούς και τις διαιρέσεις.
 - > Τέλος, κάνουμε τις προσθέσεις και τις αφαιρέσεις.

Αν υπάρχουν στην παράσταση παρενθέσεις, τότε με βάση την προηγούμενη σειρά εκτελούμε πρώτα τις πράξεις μέσα στις παρενθέσεις.



**ΔΥΣΚΟΛΙΕΣ ΜΕΤΑΒΑΣΗΣ
ΟΠΩΣ ΠΕΡΙΓΡΑΦΟΝΤΑΙ
ΜΕΣΑ ΑΠΟ ΤΗΝ ΕΡΕΥΝΑ**

Μετάβαση

- ❑ Από τους φυσικούς αριθμούς στους κλασματικούς αριθμούς
- ❑ Από την έννοια του αριθμού στην έννοια της μεταβλητής
- ❑ Από τις ιδιότητες μεμονωμένων σχημάτων σε γενικές ιδιότητες κατηγοριών σχημάτων
- ❑ Από τον επαγωγικό συλλογισμό σε παραγωγικό συλλογισμό
- ❑ Από πράξεις με δύο αριθμούς σε πράξεις με περισσότερους αριθμούς
- ❑ Από την περιγραφή στον ορισμό των μαθηματικών ιδεών

Μετάβαση από φυσικούς αριθμούς σε κλασματικούς αριθμούς

Τι είναι κλάσμα;

$2/3$ $\frac{-14}{5}$ $7\frac{3}{4}$ $-3,6$ 2023 $\frac{20}{20}$ 25% $\frac{\alpha}{2}$

Μετάβαση από φυσικούς αριθμούς σε κλασματικούς αριθμούς

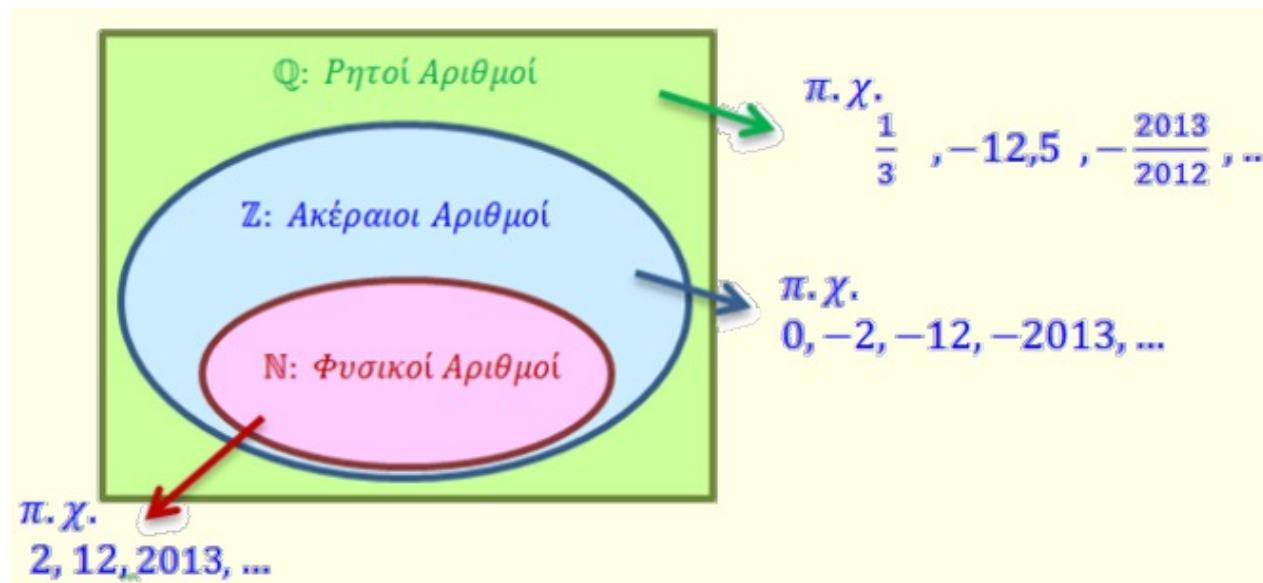
Τι είναι κλάσμα;

Κλάσμα είναι κάθε αριθμός που εκφράζεται ως $\frac{a}{\beta}$, όπου a και β είναι φυσικοί αριθμοί και το $\beta \neq 0$

Μετάβαση από φυσικούς αριθμούς σε κλασματικούς αριθμούς

Τι είναι ρητός αριθμός;

Το σύνολο των ρητών αριθμών είναι το σύνολο των αριθμών που μπορούν να γραφούν σε μορφή κλάσματος με ακέραιους όρους και παρονομαστή διάφορο του μηδενός.



Μετάβαση από φυσικούς αριθμούς σε κλασματικούς αριθμούς

- Κάθε φυσικός αριθμός έχει μοναδικό συμβολισμό $(\frac{1}{2}, \frac{20}{40})$.
- Στους φυσικούς αριθμούς υπάρχει ο προηγούμενος και ο αμέσως επόμενος.
- Σύγκριση αριθμών στους φυσικούς και κλασματικούς αριθμούς (π.χ. $\frac{7}{8} > \frac{2}{3}$ αλλά $\frac{3}{5} < \frac{2}{3}$).
- Το κλάσμα ως λόγος.

Μετάβαση από την έννοια του αριθμού στην έννοια της μεταβλητής

Η μεταβλητή ως άγνωστος

$$2x + 5 = 8$$

Μετάβαση από την έννοια του αριθμού στην έννοια της μεταβλητής

Η μεταβλητή ως γενίκευση

(α)

<i>A</i>	<i>B</i>
1	6
2	11
3	16
...	...
20	101
<i>n</i>	

(β) Ποια από τις πιο κάτω παραστάσεις δίνει τον νιοστό αριθμό;

$$6n$$

$$n + 5$$

$$6n - 1$$

$$5n + 1$$

Μετάβαση από την έννοια του αριθμού στην έννοια της μεταβλητής

Να κατασκευάσετε πίνακα, για να αναπαραστίσεται την πιο κάτω σχέση:

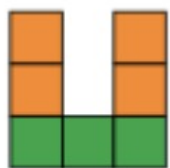
$$\frac{n(n - 1)}{2}$$

A	B
1	
2	
3	
10	
20	
n	

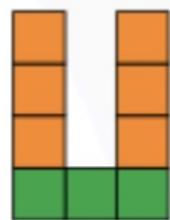
Μετάβαση από την έννοια του αριθμού στην έννοια της μεταβλητής



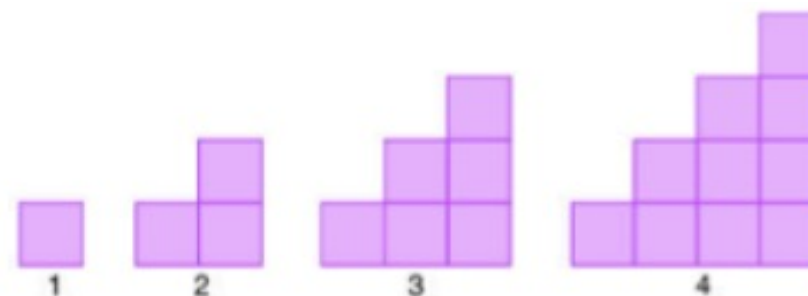
Σχήμα 1



Σχήμα 2



Σχήμα 3



(α) Πόσα τετράγωνα θα έχει το Σχήμα 4 και το Σχήμα 5 του μοτίβου;

(β) Ποιος είναι ο γενικός κανόνας που ακολουθεί το μοτίβο;

(γ) Πόσα τετράγωνα θα έχει το Σχήμα 200 του μοτίβου;

(δ) Ένα σχήμα του μοτίβου έχει 33 τετράγωνα. Ποιος είναι ο αριθμός του σχήματος;

Το πιο πάνω σχήματα είναι τα 4 πρώτα στη σειρά σε ένα μοτίβο. Τα τετράγωνα με τα οποία κατασκευάζουμε τα σχήματα έχουν πλευρά ίση με 1 cm.

(α) Να βρείτε την περίμετρο του αμέσως επόμενου σχήματος (5^ο στη σειρά) και να εξηγήσετε τον τρόπο που εργαστήκατε.

(β) Να γράψετε μία αλγεβρική παράσταση που να εκφράζει την περίμετρο οποιουδήποτε σχήματος στο μοτίβο.

(γ) Ποιου σχήματος η περίμετρος θα είναι ίση με 128 cm;

Στ' Δημοτικού

Α' Γυμνασίου

Στ' Δημοτικού

Σχήμα	Κύβοι
1	5
2	7
3	9
...	
x	;

x	y
1	5
2	7
3	9

Diagram showing the difference between consecutive y-values: $7 - 5 = +2$ and $9 - 7 = +2$.

$$y = ax + \beta$$

$$5 = a + \beta$$

$$7 = 2a + \beta$$

$$\alpha = 2 \quad \beta = 3$$

$$y = 2x + 3$$

Α' Γυμνασίου

Σχήμα	Κύβοι
1	4
2	8
3	12
...	
x	;

Μετάβαση από την έννοια του αριθμού στην έννοια της μεταβλητής

Κατάληξη στο Γυμνάσιο

$$0 + 0 = 0 \cdot 0$$

$$2 + 2 = 2 \cdot 2$$

$$4 + \frac{4}{3} = 4 \cdot \frac{4}{3}$$

$$4 + \frac{4}{3} = 4 \cdot \frac{4}{3}$$

$$5 + \frac{5}{4} = 5 \cdot \frac{5}{4}$$

$$3 + \frac{3}{2} = 3 \cdot \frac{3}{2}$$

Μετάβαση από την έννοια του αριθμού στην έννοια της μεταβλητής

$$0 + 0 = 0 \cdot 0$$

$$2 + 2 = 2 \cdot 2$$

$$4 + \frac{4}{3} = 4 \cdot \frac{4}{3}$$

$$4 + \frac{4}{3} = 4 \cdot \frac{4}{3}$$

$$5 + \frac{5}{4} = 5 \cdot \frac{5}{4}$$

$$3 + \frac{3}{2} = 3 \cdot \frac{3}{2}$$

Ποια από τις πιο κάτω παραστάσεις παρουσιάζει τη γενική μορφή των πιο πάνω;

$$\alpha + \alpha = \alpha \cdot \alpha$$

$$\alpha + \frac{\alpha}{\beta} = \alpha \cdot \frac{\alpha}{\gamma}$$

$$\alpha + \frac{\alpha}{\beta} = \alpha \cdot \frac{\alpha}{\beta}$$

$$\alpha + \frac{\alpha}{\alpha-1} = \alpha \cdot \frac{\alpha}{\alpha-1}$$

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΟ ΣΤ' ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ ΚΑΙ Α' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

**Γνώσεις και δεξιότητες στη Στ' Δημοτικού που
προετοιμάζουν τους/τις μαθητές/τριες για την
Α' Γυμνασίου**

Δυνάμεις

Στ' Δημοτικού

- Έννοια δύναμης
- Υπολογισμός δύναμης
 - Η βάση της δύναμης και ο εκθέτης είναι φυσικοί αριθμοί

- Δυνάμεις με βάση το 10 για αναπαράσταση μεγάλων αριθμών

Α' Γυμνασίου

- Έννοια δύναμης
- Υπολογισμός δύναμης
 - Η βάση της δύναμης και ο εκθέτης είναι φυσικοί αριθμοί.
 - Η βάση της δύναμης είναι φυσικός αριθμός και ο εκθέτης το 0.
 - Η βάση της δύναμης είναι ρητός αριθμός και ο εκθέτης φυσικός αριθμός ή το μηδέν.

Έννοια δύναμης – Υπολογισμός δύναμης

Στ' Δημοτικού

1. Να συμπληρώσετε τον πίνακα, όπως στο παράδειγμα.

Δύναμη	Βάση	Εκθέτης	Αποτέλεσμα
5^3	5	3	
4^2			
10^4			
	2	3	
			$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$
7^3			
1^5			

3. Να συμπληρώσετε, όπως στο παράδειγμα.

Παράδειγμα:

$$3^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$$

(α) $7^2 =$ _____

(β) $2^4 =$ _____

(γ) $4^3 =$ _____

(δ) $1^6 =$ _____

5. Να συμπληρώσετε.

(α) Αν $8^4 = 4096$,
Τότε, $8^5 =$ _____
 $8^6 =$ _____

(β) Αν $4^8 = 65\,536$,
Τότε, $4^7 =$ _____
 $4^6 =$ _____



Α' Γυμνασίου

1. Να εξετάσετε ποιες από τις πιο κάτω παραστάσεις μπορούν να γραφούν υπό μορφή δύναμης με εκθέτη μεγαλύτερο του 1:

(α) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$

(β) $4 \cdot 3 \cdot 5$

(γ) $2013 \cdot 2013 \cdot 2013$

(δ) $4 + 4 + 4$

(ε) $\beta \cdot \beta$

(στ) $\frac{2 + 2 + \dots + 2}{101 \text{ προσθετέους}}$

2. Να αναγνωρίσετε τη βάση και τον εκθέτη των πιο κάτω δυνάμεων και ακολούθως να υπολογίσετε τις δυνάμεις, χωρίς τη χρήση υπολογιστικής:

(α) 7^2

(β) 12^2

(γ) 2^3

(δ) 10^4

(ε) 3^5

(στ) 1^3

(ζ) 1234^1

(η) 5^0

(θ) 2012^0

4. Να υπολογίσετε τις δυνάμεις:

(α) $(-5)^2$

(β) -2^4

(γ) $\left(-\frac{3}{4}\right)^3$

(δ) $\left(\frac{1}{7}\right)^2$

(ε) $(-1)^{106}$

(στ) $(-18)^0$

(ζ) $-(-3)^3$

(η) $-(-10)^2$

5. Να γράψετε τους πιο κάτω αριθμούς υπό μορφή δύναμης με περισσότερους από έναν τρόπους:

(α) 25

(β) -8

(γ) 1

11. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$A = (-1) + (-1)^2 + (-1)^3 + \dots + (-1)^{2015} + (-1)^{2016}$$



ΔΥΝΑΜΕΙΣ

**ΕΠΙΠΡΟΣΘΕΤΟ
ΥΛΙΚΟ**

1. Να βάλετε σε κύκλο τις παραστάσεις που είναι δυνατόν να γραφούν υπό μορφή δύναμης.

$$2 \cdot 2 \cdot 2$$

$$7 + 7 + 7 + 7$$

$$3 \cdot 4 \cdot 5$$

$$n \cdot n$$

2. Να υπολογίσετε τις δυνάμεις.

(α) $\frac{1^3}{2} =$

(β) $\frac{2^2}{4} =$

(γ) $\frac{3}{5^2} =$

(δ) $\left(\frac{1}{2}\right)^2 =$

(ε) $\left(\frac{2}{4}\right)^3 =$

(στ) $\left(\frac{3}{7}\right)^2 =$

3. Να γράψετε ως δύναμη τους πιο κάτω αριθμούς.

(α) $36 =$

(β) $27 =$

(γ) $64 =$

(δ) $121 =$

4. Να υπολογίσετε την τιμή των παραστάσεων $A = 2^2 + 5 - 2^3$ και $B = (2 + 5)^2 - (2 + 1)^3$.

5. Να γράψετε ως δύναμη το γινόμενο $\alpha \cdot \alpha \cdot \alpha \cdot \alpha$.

Αλγεβρικές παραστάσεις

Στ' Δημοτικού

- Προτεραιότητα πράξεων:
 - Υπολογισμός τιμής αριθμητικής παράστασης (θετικοί ακέραιοι αριθμοί)
- Μεταβλητή και αλγεβρική παράσταση
 - Έννοια μεταβλητής ως άγνωστος
 - Έννοια αλγεβρικής παράστασης

Α' Γυμνασίου

- Προτεραιότητα πράξεων:
 - Υπολογισμός τιμής αριθμητικής παράστασης (ακέραιοι αριθμοί και **δυνάμεις**)
- Μεταβλητή και αλγεβρική παράσταση
 - Έννοια μεταβλητής ως άγνωστος
 - Έννοια αλγεβρικής παράστασης

Αλγεβρικές παραστάσεις

Στ' Δημοτικού

• Προτεραιότητα πράξεων:

1. Να υπολογίσετε την τιμή των πιο κάτω αριθμητικών παραστάσεων στο τετράδιό σας.

(α) $39 - 15 + 12$

(β) $16 \div 4 \cdot 6$

(γ) $18 + 4 \cdot 2$

(δ) $7 \cdot (2 + 6)$

(ε) $50 - 7 \cdot 6$

(στ) $18 \div (2 + 7)$

(ζ) $63 \div (10 - 3) \cdot 3$

(η) $(8 + 2) \cdot 6 - 5$

(θ) $48 \div 4 - 2 \cdot 3$

2. Να συμπληρώσετε.

(α) $9 \cdot 2 + \square = 25$

(β) $16 \div \square - 5 = 3$

(γ) $40 = \square + 7 \cdot 4$

(δ) $4 \cdot 8 = 5 \cdot 6 + \square$

3. Να βάλετε παρενθέσεις στις πιο κάτω παραστάσεις, ώστε να είναι ορθό το αποτέλεσμα.

(α) $36 \div 4 \cdot 3 = 3$

(β) $20 \div 5 \cdot 2 + 3 = 5$

(γ) $7 + 5 \cdot 2 = 24$

(δ) $3 \cdot 20 - 5 = 45$

Α' Γυμνασίου

• Προτεραιότητα πράξεων:

9. Να υπολογίσετε την τιμή των πιο κάτω παραστάσεων:

(α) $2^2 - 1^3 + 5^1$

(β) $2 + 1 \cdot 3^3$

(γ) $2^5 \cdot 4 + 3^0$

(δ) $5^2 - 12 : 3$

(ε) $2^0 + 6^2 : 2^2$

(στ) $(3 - 2)^{12} \cdot 3^4$

10. Να υπολογίσετε την τιμή των πιο κάτω παραστάσεων:

(α) $(2 + 1)^2 + 23^0 \cdot 5$

(β) $3^0 \cdot 5 - 0^3 : 5$

(γ) $(2^0 + 6^2) \cdot 2^2$

(δ) $3^0 + (4 - 2)^2 \cdot 5^0$

(ε) $8 \cdot (2^4 - 3) + 2^3$

(στ) $16 : 4^2 + 5^2 \cdot 1^2 - 0^3$

11. Να τοποθετήσετε παρενθέσεις, ώστε να ισχύουν οι ισότητες:

(α) $2 \cdot 5 + 2^2 = 11^2 - 23$

(β) $22 - 7 - 5^2 \cdot 2 = 2 \cdot 3^2 - 4$

Αλγεβρικές παραστάσεις

Στ' Δημοτικού

• Μεταβλητή και αλγεβρική παράσταση

1. Να συμπληρώσετε τον πίνακα.

	Λεκτική έκφραση	Αλγεβρική παράσταση
(α)	Προσθέτω 14 στο v	
(β)	Αφαιρώ ψ από το 8	
(γ)	Τριπλασιάζω το κ	
(δ)	Διαιρώ το v διά 4	

2. Η Άννα είναι x χρονών. Να γράψετε μια αλγεβρική παράσταση, για να αναπαράσθητε την ηλικία των υπόλοιπων μελών της οικογένειας της Άννας ως προς x .

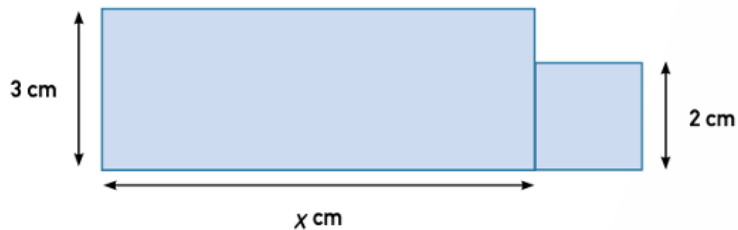
Ο πατέρας της είναι 27 χρόνια μεγαλύτερος από την Άννα. _____

Ο αδελφός της είναι 4 χρόνια μικρότερος από την Άννα. _____

Η ηλικία της ξαδέλφης της είναι διπλάσια από την ηλικία της Άννας. _____

Η ηλικία του ξαδέλφου της είναι ίση με το $\frac{1}{3}$ της ηλικίας της Άννας. _____

4. Το πιο κάτω σχήμα αποτελείται από ένα ορθογώνιο και ένα τετράγωνο. Να γράψετε μια αλγεβρική παράσταση, για να αναπαράσθητε το εμβαδόν του σχήματος ως προς x .



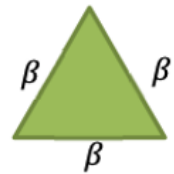
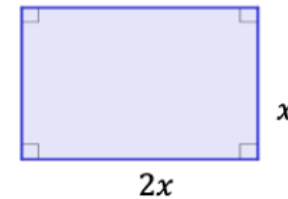
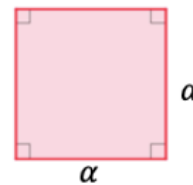
Α' Γυμνασίου

• Μεταβλητή και αλγεβρική παράσταση

6. Να συμπληρώσετε τον πιο κάτω πίνακα:

Λεκτικές προτάσεις	Αλγεβρική παράσταση
Έστω ότι τα χρήματα του Ανδρέα είναι:	x
(α) Η Μαρίνα έχει €2 περισσότερα από τον Ανδρέα.
(β) Ο Αλέξης έχει	$x - 14$
(γ) Η Ναταλία έχει διπλάσια χρήματα από τον Ανδρέα.
(δ) Η Κατερίνα έχει τα μισά χρήματα του Ανδρέα.
(ε) Ο Άρης έχει €4 λιγότερα από τα τριπλάσια χρήματα του Ανδρέα.
(στ) Ο Κώστας έχει πενταπλάσια χρήματα από τη Μαρίνα.
(ζ) Η Έλενα έχει	$7x - 20$

4. Να γράψετε μια αλγεβρική παράσταση που να εκφράζει την περίμετρο των πιο κάτω σχημάτων:



1. Να συμπληρώσετε τον πιο κάτω πίνακα.

Λεκτικές προτάσεις	Αλγεβρική παράσταση
Οι σελίδες του βιβλίου που διάβασε η Αντωνία είναι v .	v
(α) Ο Γιώργος διάβασε 5 σελίδες περισσότερες από την Αντωνία	
(β) Η Μυρτώ διάβασε τριπλάσιες σελίδες από την Αντωνία.	
(γ) Ο Φάνης διάβασε τις μισές σελίδες από την Αντωνία.	
(δ) Ο Τάσος διάβασε 4 σελίδες λιγότερες από τις διπλάσιες σελίδες της Αντωνίας.	
(ε) Ο Κώστας διάβασε _____ _____.	$v - 7$
(στ) Η Κατερίνα διάβασε _____ _____.	$4v + 3$



Αριθμητική τιμή αλγεβρικών παραστάσεων - Απλοποίηση

Στ' Δημοτικού

- Υπολογισμός αριθμητικής τιμής αλγεβρικής παράστασης με αντικατάσταση (ακέραιοι αριθμοί)
- Απλοποίηση αλγεβρικής παράστασης – Ισοδύναμες αλγεβρικές παραστάσεις

Α' Γυμνασίου

- Υπολογισμός αριθμητικής τιμής αλγεβρικής παράστασης με αντικατάσταση (ακέραιοι αριθμοί και **δυνάμεις**)
- Απλοποίηση αλγεβρικής παράστασης – Ισοδύναμες αλγεβρικές παραστάσεις

Αριθμητική τιμή αλγεβρικής παράστασης – Απλοποίηση

Στ' Δημοτικού

- Υπολογισμός αριθμητικής τιμής αλγεβρικής παράστασης με αντικατάσταση (ακέραιοι αριθμοί)

5. Να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή κάθε αλγεβρικής παράστασης.

Αλγεβρική παράσταση	Τιμή του x	Αριθμητική τιμή της αλγεβρικής παράστασης
$12 + x$	13	
$x - 8$	25	
$72 - x$	60	

- Απλοποίηση αλγεβρικής παράστασης – Ισοδύναμες αλγεβρικές παραστάσεις

1. Να γράψετε σε πιο απλή μορφή τις πιο κάτω αλγεβρικές παραστάσεις.

(α) $x + x + x + x + x$

(β) $k + k + 12$

(γ) $v + 3 + 4$

(δ) $\mu + \mu + \mu + 7 + 5$

(ε) $\psi + 9\psi$

(στ) $4\nu + 2\nu$

(ζ) $5\tau - \tau$

(η) $7\lambda - 3\lambda$

(θ) $x + 6x + 3x$

(ι) $10\kappa - 2\kappa - \kappa$

Α' Γυμνασίου

- Υπολογισμός αριθμητικής τιμής αλγεβρικής παράστασης με αντικατάσταση (ακέραιοι αριθμοί και **δυνάμεις**)

2. Αν $\alpha = 5$ και $\beta = 1$, να υπολογίσετε την τιμή των παραστάσεων:

(α) $(\alpha + \beta)^2$

(β) $2\alpha - \beta$

(γ) $3(\alpha - \beta)$

(δ) $(3 + \alpha) \cdot (\beta - 1)$

(ε) $\alpha^2 + \beta^2$

(στ) $2^\alpha - 3^\beta$

- Απλοποίηση αλγεβρικής παράστασης – Ισοδύναμες αλγεβρικές παραστάσεις

1. Να γράψετε τις πιο κάτω αλγεβρικές παραστάσεις στην πιο απλή μορφή τους:

(α) $x + x$

(β) $\alpha + \alpha + \alpha + \alpha$

(γ) $3\alpha + 2\alpha$

(δ) $3\beta + \beta + 3\beta + \beta$

(ε) $3\alpha + 2 + 5\alpha - 1$

(στ) $5x + 8x - 5$

2. Να χαρακτηρίσετε με ΣΩΣΤΟ ή ΛΑΘΟΣ τις πιο κάτω ισότητες, βάζοντας σε κύκλο τον αντίστοιχο χαρακτηρισμό.

(α) $3(\beta + 4) = 3\beta + 4$

ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ

(β) $4(\omega - 2) = 4\omega - 8$

ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ

(γ) $7(\omega + 1) - \omega = 7$

ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ

(δ) $3(\beta + 1) + 3\beta = 6\beta + 3$

ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ



**ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΤΙΜΗ
ΑΛΓΕΒΡΙΚΩΝ
ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΩΝ**

**ΕΠΙΠΡΟΣΘΕΤΟ
ΥΛΙΚΟ**

1. Αν $\alpha = 2$ και $\beta = 5$, να υπολογίσετε την τιμή των παραστάσεων:

(α) $(\alpha + \beta)^2 =$

(β) $4\alpha + \beta =$

(γ) $3(\alpha - \beta) =$

(δ) $(4 + \alpha) \cdot (\beta - 2) =$

(ε) $\alpha^3 + \beta^2 =$

(στ) $4^\alpha + 2^\beta =$

Έννοια ισότητας – Ιδιότητες ισότητων

Στ' Δημοτικού

- Έννοια ισότητας και ιδιότητες ισότητων

Α' Γυμνασίου

- Έννοια ισότητας και ιδιότητες ισότητων
- Χαρακτηρισμός ισότητας ως αληθής ή ψευδής
- Ιδιότητα της διαγραφής

ΕΝΝΟΙΑ ΙΣΟΤΗΤΑΣ - ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΙΣΟΤΗΤΩΝ

Ιδιότητες Ισοτήτων:

- Αν προσθέσουμε και στα δύο μέλη μιας ισότητας την ίδια παράσταση, προκύπτει μια νέα ισότητα.

Δηλαδή: $\alpha = \beta \Rightarrow \alpha + \gamma = \beta + \gamma$

Παράδειγμα:

Αν $\alpha = \beta \Rightarrow \alpha + 3 = \beta + 3$

- Αν αφαιρέσουμε και από τα δύο μέλη μιας ισότητας την ίδια παράσταση, προκύπτει μια νέα ισότητα.

Δηλαδή: $\alpha = \beta \Rightarrow \alpha - \gamma = \beta - \gamma$

Παράδειγμα:

Αν $\alpha = \beta \Rightarrow \alpha - 5 = \beta - 5$

- Αν πολλαπλασιάσουμε και τα δύο μέλη μιας ισότητας με την ίδια παράσταση, προκύπτει μια νέα ισότητα.

Δηλαδή: $\alpha = \beta \Rightarrow \alpha \cdot \gamma = \beta \cdot \gamma$

Παράδειγμα:

Αν $\alpha = \beta \Rightarrow \alpha \cdot 7 = \beta \cdot 7$

- Αν διαιρέσουμε και τα δύο μέλη μιας ισότητας με την ίδια παράσταση (διάφορη του μηδενός), προκύπτει μια νέα ισότητα.

Δηλαδή: $\alpha = \beta \Rightarrow \alpha : \gamma = \beta : \gamma, \gamma \neq 0$

Παράδειγμα:

Αν $\alpha = \beta \Rightarrow \alpha : 6 = \beta : 6$

Ισχύει και το αντίστροφο των τεσσάρων πιο πάνω ιδιοτήτων, το οποίο ονομάζεται σε κάθε περίπτωση και **Ιδιότητα της διαγραφής**.

Παράδειγμα:

Αν $\alpha = \beta \Rightarrow \alpha + 3 = \beta + 3$

Αντίστροφα,

Αν $\alpha + 3 = \beta + 3 \Rightarrow \alpha = \beta$

Άρα,

$\alpha = \beta \Leftrightarrow \alpha + 3 = \beta + 3$

Άρα ισχύει:

$$\alpha = \beta \Leftrightarrow \alpha + \gamma = \beta + \gamma$$

$$\alpha = \beta \Leftrightarrow \alpha - \gamma = \beta - \gamma$$

$$\alpha = \beta \Leftrightarrow \gamma - \alpha = \gamma - \beta$$

$$\alpha = \beta \Leftrightarrow \alpha \cdot \gamma = \beta \cdot \gamma \text{ με } \gamma \neq 0$$

$$\alpha = \beta \Leftrightarrow \alpha : \gamma = \beta : \gamma \text{ με } \gamma \neq 0$$

$$\alpha = \beta \Leftrightarrow \gamma : \alpha = \gamma : \beta \text{ με } \alpha, \beta \neq 0$$

Έννοια ισότητας και ιδιότητες ισότητων

Στ' Δημοτικού

1. Να συμπληρώσετε τις ισότητες, χρησιμοποιώντας τους αριθμούς στο πλαίσιο.

(α) $\square + \square = \square + \square$

50 125 100 25

(β) $\square + \square = \square + \square$

199 1 2 200

(γ) $\square + \square = \square - \square$

42 82 25 15

(δ) $\square + \square + \square = \square \cdot \square$

5 4 2 3 9

2. Να εξετάσετε την ορθότητα των πιο κάτω συλλογισμών. Να συμπληρώσετε ΟΡΘΟ ή ΛΑΘΟΣ και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

	Συλλογισμός	Ορθό/Λάθος	Αιτιολόγηση
(α)	Αν $4 + 5 = 9$, τότε $(4 + 5) + 10 = 9 + 10$		
(β)	Αν $18 - 3 = 15$, τότε $(18 - 3) - 7 = 15 + 7$		
(γ)	Αν $2 \cdot 5 = 10$, τότε $(2 \cdot 5) \cdot 3 = 10 \cdot 3$		

3. Να συμπληρώσετε.

(α) Αν $v + 5 = 50$, τότε $v + 10 = \underline{\hspace{2cm}}$

(β) Αν $2\mu = 40$, τότε $\frac{2\mu}{5} = \underline{\hspace{2cm}}$

(γ) Αν $\chi + 5 = \psi$, τότε $\chi + 10 = \underline{\hspace{2cm}}$

Α' Γυμνασίου

1. Να εξετάσετε αν οι πιο κάτω ενέργειες διατηρούν μια ισότητα:

- (α) Πολλαπλασιάζω επί 2 τα δύο μέλη της ισότητας.
- (β) Αφαιρώ 2 από το Α' μέλος της ισότητας και προσθέτω 2 στο Β' μέλος της ισότητας.
- (γ) Αφαιρώ 1111 από το Α' μέλος της ισότητας και αφαιρώ 1111 από το Β' μέλος της ισότητας.
- (δ) Αφαιρώ 2 από το Α' μέλος της ισότητας και αφαιρώ 3 από το Β' μέλος της ισότητας.
- (ε) Διαιρώ με 2 το Α' μέλος και πολλαπλασιάζω με 2 το Β' μέλος της ισότητας.

2. Να χαρακτηρίσετε με ΣΩΣΤΟ ή ΛΑΘΟΣ τις πιο κάτω ισοδυναμίες, βάζοντας σε κύκλο τον αντίστοιχο χαρακτηρισμό.

(α)	Αν $\alpha + 8 = \beta - 8$	$\Leftrightarrow \alpha = \beta$	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
(β)	Αν $\alpha - 3 = \beta - 3$	$\Leftrightarrow \alpha = \beta$	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
(γ)	Αν $\alpha + 4 = \beta + 7$	$\Leftrightarrow \alpha = \beta + 3$	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
(δ)	Αν $\alpha : 12 = \beta \cdot 12$	$\Leftrightarrow \alpha = \beta$	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
(ε)	Αν $6\alpha = 24\beta$ και $\alpha, \beta \neq 0$	$\Leftrightarrow \alpha = \beta$	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ

3. Να χρησιμοποιήσετε τις ιδιότητες των ισότητων, για να συμπληρώσετε τα κενά στις πιο κάτω ισοδυναμίες, όπου:

- (α) $\alpha + 2 = 11 + \beta$ $\Leftrightarrow \alpha = \dots$
- (β) $x - 5 = y - 5$ $\Leftrightarrow x = \dots$
- (γ) $7x = 28y$ $\Leftrightarrow x = \dots$
- (δ) $25 + \beta = 38 + \gamma$ $\Leftrightarrow \beta = \dots$
- (ε) $x : 11 = \omega : 11$ $\Leftrightarrow \dots = \omega$



1. Να εξετάσετε κατά πόσο οι πιο κάτω ενέργειες διατηρούν μια ισότητα και να βάλετε σε κύκλο την κατάλληλη λέξη.

(α) Προσθέτω 3 στο A' μέλος της ισότητας και προσθέτω 3 στο B' μέλος της ισότητας.	ΝΑΙ / ΟΧΙ
(β) Αφαιρώ 4 από το A' μέλος της ισότητας και προσθέτω 4 στο B' μέλος της ισότητας.	ΝΑΙ / ΟΧΙ
(γ) Πολλαπλασιάζω επί 2 και τα δύο μέλη της ισότητας.	ΝΑΙ / ΟΧΙ
(δ) Διαιρώ διά 3 το A' μέλος της ισότητας και διαιρώ διά 4 το B' μέλος της ισότητας.	ΝΑΙ / ΟΧΙ

2. Να εξετάσετε κατά πόσο είναι ορθός ο κάθε συλλογισμός, και να βάλετε σε κύκλο την κατάλληλη λέξη ΟΡΘΟ ή ΛΑΘΟΣ.

(α) Αν $\alpha + 4 = \beta + 4$, Τότε $\alpha = \beta$ ΟΡΘΟ / ΛΑΘΟΣ

(β) Αν $\alpha - 2 = \beta + 2$, Τότε $\alpha = \beta$ ΟΡΘΟ/ΛΑΘΟΣ

(γ) Αν $\alpha + 1 = \beta + 5$, Τότε $\alpha = \beta + 4$ ΟΡΘΟ/ΛΑΘΟΣ

(δ) Αν $2\alpha = 4\beta$, Τότε $\alpha = 2\beta$ ΟΡΘΟ/ΛΑΘΟΣ

Έννοια εξίσωσης – Επίλυση εξίσωσης

Στ' Δημοτικού

- Έννοια εξίσωσης και επίλυση εξίσωσης με τη χρήση των ιδιοτήτων της ισότητας (ακέραιοι αριθμοί)
- Επίλυση προβλήματος με τη χρήση εξίσωσης

Α' Γυμνασίου

- Έννοια εξίσωσης Επίλυση εξίσωσης με τη χρήση των ιδιοτήτων της ισότητας (ρητοί αριθμοί)
- **Ορισμός της λύσης ή ρίζας της εξίσωσης**
- Επίλυση προβλήματος με τη χρήση εξίσωσης

Μαθαίνω

- **Εξίσωση** είναι μια ισότητα που περιέχει τουλάχιστον μία **μεταβλητή**. Η μεταβλητή της εξίσωσης ονομάζεται και **άγνωστος** της εξίσωσης.
- Αν αντικαταστήσουμε τη μεταβλητή μιας εξίσωσης με έναν αριθμό, και προκύπτει αληθής ισότητα, τότε λέμε ότι ο αριθμός αυτός **επαληθεύει** την εξίσωση. Ο αριθμός που επαληθεύει την εξίσωση λέγεται **λύση ή ρίζα** της εξίσωσης.

Παράδειγμα:

$$\begin{aligned}x = 2 \text{ είναι λύση της εξίσωσης } 4x + 3 = 11, \\ \text{επειδή } 4 \cdot 2 + 3 = 11 \\ 11 = 11\end{aligned}$$

- **Επίλυση εξίσωσης** είναι η διαδικασία που εφαρμόζουμε, για να βρούμε τη λύση της εξίσωσης.

Στην Α' Γυμνασίου θα ασχοληθούμε με εξισώσεις που περιέχουν μόνο μία μεταβλητή. Σε επόμενες τάξεις θα ασχοληθούμε και με εξισώσεις που περιέχουν περισσότερες από μία μεταβλητές.

Έννοια εξίσωσης – Επίλυση εξίσωσης

Στ' Δημοτικού

1. Να σημειώσετε ✓ στον αριθμό που είναι η λύση κάθε εξίσωσης.

	1	2	3	4	5	9	13
$x + 3 = 5$							
$\psi - 4 = 5$							
$12 - \kappa = 11$							
$3\beta = 12$							
$5\alpha + 3 = 13$							
$\gamma + 5 = 18$							
$4\nu - 5 = 31$							

3. Να επιλύσετε τις πιο κάτω εξισώσεις να τις επαληθεύσετε. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

(α) $45 = x + 28$

(β) $19 + x = 82$

(γ) $x - 62 = 14$

(δ) $\nu + 14 = 25$

(ε) $x - 21 = 34$

(στ) $x + 8 = 43$

Α' Γυμνασίου

1. Να εξετάσετε κατά πόσο οι αριθμοί 10 και 11 είναι λύσεις της εξίσωσης $2x + 30 = 52$.

4. Να αντιστοιχίσετε την κάθε εξίσωση με την ισοδύναμή της:

Δυο εξισώσεις, που έχουν την ίδια λύση, ονομάζονται **ισοδύναμες**.

Εξίσωση	Λύση
$\alpha + x = \beta$	$x = \beta \cdot \alpha$
$x - \alpha = \beta$	$x = \beta : \alpha$
$\alpha - x = \beta$	$x = \beta - \alpha$
$\alpha \cdot x = \beta$	$x = \beta + \alpha$
$x : \alpha = \beta$	$x = \alpha : \beta$
$\alpha : x = \beta$	$x = \alpha - \beta$

3. Να λύσετε τις εξισώσεις:

(α) $\psi + \psi + \psi = 33$

(β) $2\alpha + 3\alpha = 35$

(γ) $2\kappa + 6\kappa = 24$

(δ) $2\alpha + 12 = 24$

(ε) $3(\alpha + 2) = 15$

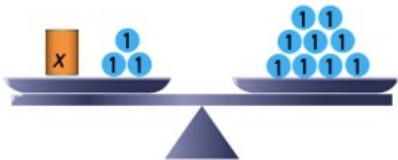
(στ) $5(x - 10) = 75$

6. Να εξετάσετε την ορθότητα των λύσεων που έδωσε ο Παύλος στις εξισώσεις:

$x + 9 = 20$	$3x + 9 = 15$
$\Leftrightarrow x + 9 - 9 = 20 - 9$	$\Leftrightarrow 3x + 9 = 3 \cdot 5$
$\Leftrightarrow x = 29$	$\Leftrightarrow x + 9 = 15$
	$\Leftrightarrow x = 15 - 9$
	$\Leftrightarrow x = 6$

4. Να γράψετε την εξίσωση που αναπαριστά κάθε ζυγαριά.

(α)



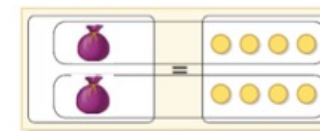
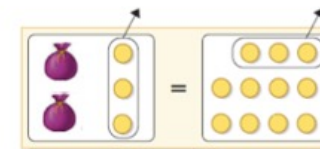
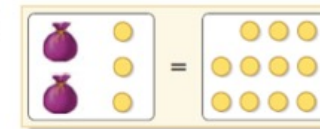
(β)



7. Στο διπλανό σχήμα φαίνεται η επίλυση μιας εξίσωσης.

(α) Ποια είναι η εξίσωση;

(β) Να περιγράψετε τη διαδικασία επίλυσης με βάση το μοντέλο.



• Επίλυση προβλήματος με τη χρήση εξίσωσης

1. Να επιλύσετε τα προβλήματα.

(α) Σε ένα κτήμα υπάρχουν πορτοκαλιές και μανταρινιές. Οι πορτοκαλιές είναι τριπλάσιες από τις μανταρινιές. Ο συνολικός αριθμός των δέντρων στο κτήμα είναι 136. Πόσα δέντρα από το κάθε είδος υπάρχουν στο κτήμα;

(β) Η Χριστίνα αγόρασε δύο μυθιστορήματα και πλήρωσε συνολικά €32. Το ένα μυθιστόρημα κόστιζε €7 περισσότερα από το άλλο. Ποιο ήταν το κόστος κάθε μυθιστορήματος;

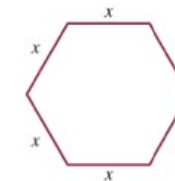
2. Να γράψετε ένα πρόβλημα, χρησιμοποιώντας τις πληροφορίες που παρουσιάζονται στον πίνακα σε κάθε περίπτωση.

(α)

Άτομα	Ποσό
Κατερίνα	x
Φάνης	$x + 45$
Άθροισμα χρημάτων	100

• Επίλυση προβλήματος με τη χρήση εξίσωσης

8. Μια πλατεία έχει σχήμα εξαγώνου, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Η περίμετρός της είναι ίση με 132 m. Να υπολογίσετε το μήκος της κάθε πλευράς της.



9. Ο Αντώνης μοίρασε τα χρήματά του εξίσου στα 4 παιδιά του. Πόσα χρήματα είχε, αν έδωσε στο κάθε παιδί €3420;

10. Το εμβαδόν ενός οικοπέδου σχήματος ορθογωνίου είναι 200 m². Να βρεθεί το πλάτος του, αν το μήκος του είναι 20 m.

11. Η Αλίκη κρατούσε €63 και αγόρασε 5 ίδια δώρα για τις φίλες της. Να βρείτε πόσα κόστισε το κάθε δώρο, αν της περίσσεψαν €3.



12. Να βρείτε τις διαστάσεις ενός ορθογωνίου που έχει περίμετρο 36 cm, αν γνωρίζουμε ότι η μια διάσταση είναι διπλάσια της άλλης.

1. Η Φανή και ο Γιώργος εργάστηκαν όπως παρουσιάζεται πιο κάτω, για να επιλύσουν την εξίσωση $x + 6 = 20$.

$$\begin{aligned}x + 6 &= 20 \\x + 6 - 6 &= 20 + 6 \\x &= 26\end{aligned}$$

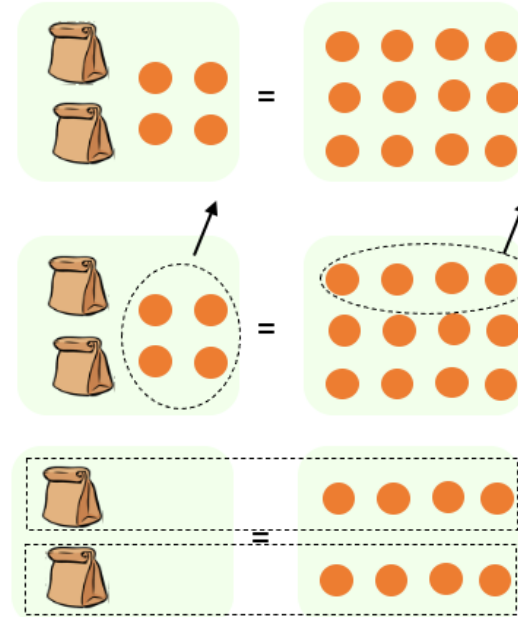
Φανή

$$\begin{aligned}x + 6 &= 20 \\x + 6 - 6 &= 20 - 6 \\x &= 14\end{aligned}$$

Γιώργος

Είναι ορθός ο τρόπος με τον οποίο εργάστηκε το κάθε παιδί; Να επεξηγήσετε.

2. Πιο κάτω παρουσιάζεται η διαδικασία επίλυσης μιας εξίσωσης που ακολούθησε ο Χρίστος.



(α) Να γράψετε την εξίσωση την οποία είχε να επιλύσει ο Χρίστος.

(β) Να περιγράψετε τη διαδικασία επίλυσης της εξίσωσης που ακολούθησε ο Χρίστος.

**ΕΝΝΟΙΑ ΕΞΙΣΩΣΗΣ
ΕΠΙΛΥΣΗ
ΕΞΙΣΩΣΗΣ**

**ΕΠΙΠΡΟΣΘΕΤΟ
ΥΛΙΚΟ**

Ευκλείδεια Διαίρεση

Στ' Δημοτικού

Ευκλείδεια Διαίρεση

- Έννοια διαιρέτη – πολλαπλάσιου (Ε' τάξη)
- Ορισμός Ευκλείδειας Διαίρεσης:
 - Ισότητα $\Delta = \delta\pi + \nu$
 - Σχέση $0 \leq \nu < \delta$
- Ορισμός τέλειαις διαίρεσης
- Επίλυση προβλήματος με εφαρμογή της έννοιας της Ευκλείδειας Διαίρεσης

Α' Γυμνασίου

- **Ορισμός διαιρέτη και πολλαπλάσιου – συμβολισμός (π.χ. $7 \mid 21$)**
- Ορισμός Ευκλείδειας Διαίρεσης:
 - Ισότητα $\Delta = \delta\pi + \nu$
 - Σχέση $0 \leq \nu < \delta$
- Ορισμός τέλειαις διαίρεσης
- **Ορισμός άρτιου και περιττού αριθμού**
- Επίλυση προβλήματος με εφαρμογή της έννοιας της Ευκλείδειας Διαίρεσης

Διαιρετότητα

Στ' Δημοτικού

- **Ευκλείδεια Διαίρεση**

1. Να βρείτε τους αριθμούς.

(α) Ένας αριθμός διαιρείται με το 8. Δίνει πηλίκο 74 και υπόλοιπο 3. Ποιος είναι ο αριθμός;

(β) Ένας αριθμός διαιρείται με το 11. Δίνει πηλίκο 40 και υπόλοιπο 8. Ποιος είναι ο αριθμός;

Α' Γυμνασίου

- **Ορισμός πολλαπλασίου/διαιρέτη**

5. Να χαρακτηρίσετε με ΣΩΣΤΟ ή ΛΑΘΟΣ τις πιο κάτω προτάσεις, βάζοντας σε κύκλο τον αντίστοιχο χαρακτηρισμό.

(α)	$6 \mid 30$	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
(β)	$20 \mid 5$	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
(γ)	Ο αριθμός 2 διαιρεί όλους τους φυσικούς αριθμούς.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
(δ)	Το 60 είναι πολλαπλάσιο του 5.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
(ε)	Ο αριθμός 1 είναι πολλαπλάσιο κάθε φυσικού αριθμού.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ

- **Ευκλείδεια Διαίρεση**

2. Σε μια Ευκλείδεια διαίρεση, ο διαιρετέος είναι ο αριθμός 53 και ο διαιρέτης είναι ο αριθμός 7. Να βρείτε το πηλίκο και το υπόλοιπο.

3. Να συμπληρώσετε τον πίνακα, όπου Δ είναι ο διαιρετέος, δ ο διαιρέτης, π το πηλίκο και υ το υπόλοιπο.

Δ	375		1514
δ	18	92	
π		8	15
υ		3	14

(α) Διακόσιοι ογδόντα πέντε τουρίστες θα μεταφερθούν στο αεροδρόμιο με λεωφορεία. Κάθε λεωφορείο διαθέτει 52 θέσεις.

i. Πόσα λεωφορεία θα γεμίσουν εντελώς; _____

ii. Πόσα λεωφορεία χρειάζονται για τη μεταφορά των τουριστών; _____

9. Σε μια Ευκλείδεια Διάρθρωση, ο διαιρέτης είναι το 6 και το πηλίκο είναι το 5. Να βρείτε όλες τις δυνατές τιμές που μπορεί να πάρει ο Διαιρετέος.

6. Ένα σχολείο επέλεξε 76 μαθητές της Α' τάξης, για να παρακολουθήσουν μια θεατρική παράσταση. Ένας καθηγητής μπορεί να συνοδεύει μέχρι και 20 μαθητές. Να βρείτε τον μικρότερο αριθμό καθηγητών που χρειάζονται για να συνοδεύσουν τα παιδιά.

7. Να βρείτε τους φυσικούς αριθμούς που, όταν διαιρεθούν με το 3, δίνουν υπόλοιπο διάφορο του μηδενός και πηλίκο εξαπλάσιο από το υπόλοιπο.



1. Να σημειώσετε ✓ στην κατάλληλη στήλη του πίνακα.

ΔΗΛΩΣΗ	ΟΡΘΗ	ΛΑΘΟΣ
(α) Το 30 είναι πολλαπλάσιο του 5		
(β) Το 3 είναι διαιρέτης του 26.		
(γ) Το 2 είναι διαιρέτης όλων των άρτιων αριθμών		
(δ) Το 1 είναι πολλαπλάσιο όλων των φυσικών αριθμών		
(ε) Το 4 είναι και πολλαπλάσιο και διαιρέτης του 4.		
(στ) Το 6 είναι πολλαπλάσιο του 3.		

2. Να συμπληρώσετε τον πίνακα.

Δ	234		637
δ	13	34	
π		12	15
υ		3	7

Κριτήρια διαιρετότητας

Στ' Δημοτικού

- Κριτήρια διαιρετότητας
 - 2, 4, 5, 10 (Ε' τάξη)
 - 3, 9 (Στ' τάξη)
- Επίλυση προβλήματος με εφαρμογή των κριτηρίων διαιρετότητας

Α' Γυμνασίου

- **Ιδιότητες Διαιρετότητας**
 - Αν ένας φυσικός αριθμός διαιρεί έναν άλλο φυσικό αριθμό, θα διαιρεί και τα πολλαπλάσιά του.
 - Αν ένας φυσικός αριθμός διαιρεί δύο άλλους φυσικούς αριθμούς, θα διαιρεί το άθροισμα και τη διαφορά τους.
 - Αν ένας φυσικός αριθμός διαιρεί έναν δεύτερο φυσικό αριθμό και ο δεύτερος φυσικός αριθμός διαιρεί έναν τρίτο, τότε ο πρώτος αριθμός θα διαιρεί και τον τρίτο.
- Κριτήρια διαιρετότητας 2, 3, 4, 5, 9, 10, 25.
- Επίλυση προβλήματος με εφαρμογή των κριτηρίων διαιρετότητας

Κριτήρια διαιρετότητας

Στ' Δημοτικού

• Κριτήρια διαιρετότητας

3. Να συμπληρώσετε με ✓, όπως στο παράδειγμα.

	Διαιρείται με το:					
	2	3	4	5	9	10
Παράδειγμα: 45		✓		✓	✓	
60						
234						

2. Να συμπληρώσετε το ψηφίο που λείπει ώστε:

(α) Ο κάθε αριθμός να διαιρείται με το 3.

533 678 30 6 3 47

(γ) Ο κάθε αριθμός να διαιρείται με το 3, αλλά να μην διαιρείται με το 9.

4 18 36 3 87 9 7

5. Να βρείτε τους αριθμούς, με βάση τις πληροφορίες που δίνονται

(α)

- Είναι τριψήφιος αριθμός μικρότερος του 400.
- Διαιρείται με το 3 και με το 10.
- Το ψηφίο των δεκάδων του είναι το 5.

Α' Γυμνασίου

• Κριτήρια διαιρετότητας

1. Δίνονται οι αριθμοί 765, 1520, 4404 και 3850. Να βρείτε ποιοι από αυτούς διαιρούνται με:

- (α) το 2 (β) το 3 (γ) το 4
(δ) το 5 (ε) το 25 (στ) το 9

2. Να συμπληρώσετε τα κενά τετράγωνα με τα κατάλληλα ψηφία, ώστε ο αριθμός:

- (α) 43 να διαιρείται με το 2
(β) 93 να διαιρείται με το 4
(γ) 83 να διαιρείται με το 3
(δ) 9 3 να διαιρείται με το 9
(ε) 7633 να διαιρείται με το 2 και το 3

5. Η χρονολογία γέννησης της Ιωάννας διαιρείται με το 9. Ισχυρίζεται ότι, αν αλλάξει τη θέση των ψηφίων της χρονολογίας, τότε ο αριθμός που προκύπτει θα διαιρείται με το 9. Να εξετάσετε τον ισχυρισμό της Ιωάννας.

Ιδιότητες διαιρετότητας

Στ' Δημοτικού

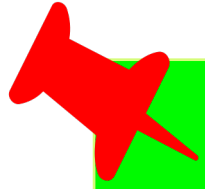
Α' Γυμνασίου

2. Να χρησιμοποιήσετε τις ιδιότητες των διαιρετών, για να δείξετε ότι ο αριθμός 3745 διαιρείται με το 5.

4. Χωρίς να κάνετε τη διαίρεση, να εξετάσετε κατά πόσο η διαίρεση του 36090 με το 45 είναι τέλεια διαίρεση.

5. Να δείξετε ότι οι αριθμοί 7α , $21\alpha - 14\beta$, $\alpha, \beta \in \mathbb{N}$, $\alpha > \beta$ διαιρούνται με το 7.

11. Να αποδείξετε με τη χρήση των ιδιοτήτων ότι:
(α) ο αριθμός 125 διαιρείται με το 5
(β) ο αριθμός 123 διαιρείται με το 3
(γ) ο αριθμός 256 διαιρείται με το 4



**ΚΡΙΤΗΡΙΑ
ΔΙΑΙΡΕΤΟΤΗΤΑΣ
ΕΠΙΠΡΟΣΘΕΤΟ
ΥΛΙΚΟ**

1. Ο Θάνος αξιοποίησε την επιμεριστική ιδιότητα της διαίρεσης ως προς τον διαιρετέο, για να υπολογίσει το πηλίκο της διαίρεσης $200 \div 8 = \nu$.

$$\begin{aligned} 200 \div 8 &= (160 + 40) \div 8 \\ &= (160 \div 8) + (40 \div 8) \\ &= 20 + 5 \\ &= 25 \end{aligned}$$

Να αξιοποιήσετε την πιο πάνω ιδιότητα για να υπολογίσετε τα πηλίκια:

(α) $135 \div 3$

(β) $784 \div 7$

(γ) $524 \div 4$

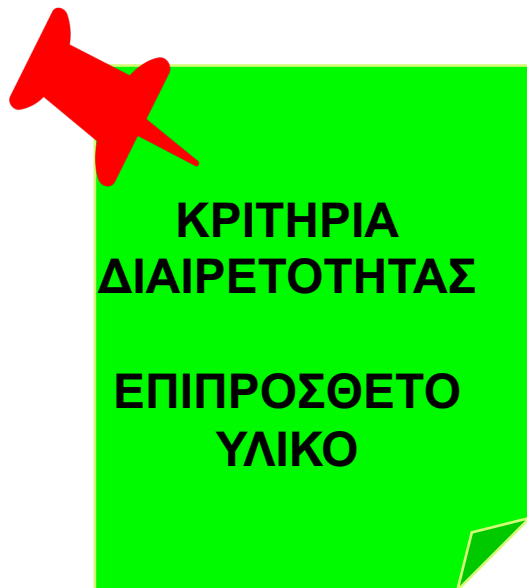
2. Να σημειώσετε με \checkmark στην κατάλληλη θέση κάθε πίνακα, όπως στο παράδειγμα.

(α) Ποιοι αριθμοί διαιρούνται διά 7;

Αριθμός	$14 = 2 \cdot 7$	$28 = 4 \cdot 7$	$32 = 4 \cdot 7 + 4$	$35 = 5 \cdot 7$	$48 = 6 \cdot 7 + 6$
Διαιρείται διά 7	\checkmark				

(β) Ποιοι αριθμοί διαιρούνται διά 5;

Αριθμός	$35 = 7 \cdot 5$	$52 = 10 \cdot 5 + 2$	$24 = 4 \cdot 5 + 4$	$80 = 16 \cdot 5$	$73 = 14 \cdot 5 + 3$
Διαιρείται διά 5					



3.

Ο αριθμός 24 διαιρείται διά 8. Ο αριθμός 120 διαιρείται διά 8. Άρα και οι αριθμοί 144 και 96 θα διαιρούνται διά 8.



(α) Είναι ορθός ο συλλογισμός της Νεφέλης; Να επεξηγήσετε.

(β) Να εξετάσετε κατά πόσο είναι ορθός ο κάθε συλλογισμός, και να βάλετε σε κύκλο την κατάλληλη λέξη ΟΡΘΟ ή ΛΑΘΟΣ.

(α) Ο αριθμός 49 διαιρείται διά 7. Ο αριθμός 140 διαιρείται διά 7. Άρα και οι αριθμοί 189 και 91 θα διαιρούνται διά 7.	ΟΡΘΟΣ	ΛΑΘΟΣ
(β) Ο αριθμός 81 διαιρείται διά 9. Ο αριθμός 180 διαιρείται διά 9. Άρα ο αριθμοί 201 και 100 θα διαιρούνται διά 9.	ΟΡΘΟΣ	ΛΑΘΟΣ

4. Να δώσετε ένα αριθμητικό παράδειγμα, για τις πιο κάτω ιδιότητες.

(α) Αν ένας φυσικός αριθμός διαιρεί έναν άλλο φυσικό αριθμό, τότε θα διαιρεί και τα πολλαπλάσιά του.

(β) Αν ένας φυσικός αριθμός διαιρεί δύο άλλους φυσικούς αριθμούς, τότε θα διαιρεί και το άθροισμα και τη διαφορά τους.

Πρώτοι και σύνθετοι αριθμοί – Ανάλυση σε γινόμενο πρώτων παραγόντων

Στ' Δημοτικού

- Έννοια πρώτου και σύνθετου αριθμού
- Ανάλυση σε γινόμενο πρώτων παραγόντων (Θεμελιώδες Θεώρημα Αριθμητικής) – έκφραση γινομένου με χρήση δυνάμεων:
 - Δενδροδιάγραμμα
 - Μέθοδος διαδοχικών διαιρέσεων
- Αξιοποίηση της ανάλυσης σε γινόμενο πρώτων παραγόντων για εύρεση όλων των διαιρετών ενός αριθμού.

Α' Γυμνασίου

- Έννοια πρώτου και σύνθετου αριθμού
- Ανάλυση σε γινόμενο πρώτων παραγόντων (Θεμελιώδες Θεώρημα Αριθμητικής) – έκφραση γινομένου με χρήση δυνάμεων:
 - Μέθοδος διαδοχικών διαιρέσεων
- Αξιοποίηση της ανάλυσης σε γινόμενο πρώτων παραγόντων για εύρεση όλων των διαιρετών ενός αριθμού.

Πρώτοι και σύνθετοι αριθμοί – Ανάλυση σε γινόμενο πρώτων παραγόντων

Στ' Δημοτικού

1. Να βρείτε τους διαιρέτες κάθε αριθμού και να γράψετε κατά πόσο ο αριθμός είναι πρώτος ή σύνθετος. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

(α) 24 (β) 75 (γ) 40 (δ) 53

1. Να αναλύσετε τον αριθμό 36 σε γινόμενο πρώτων παραγόντων, χρησιμοποιώντας δένδροδιάγραμμα και ξεκινώντας από διαφορετικούς παράγοντες κάθε φορά.

2. Να χρησιμοποιήσετε δένδροδιάγραμμα, για να αναλύσετε τους αριθμούς σε γινόμενο πρώτων παραγόντων. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

(α) 27 (β) 20 (γ) 63

3. Να χρησιμοποιήσετε τη μέθοδο των διαδοχικών διαιρέσεων, για να αναλύσετε τους πιο κάτω αριθμούς σε γινόμενο πρώτων παραγόντων. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

(α) 58 (β) 72 (γ) 84

6. Να βρείτε όλους του διαιρέτες του 420, αξιοποιώντας την ανάλυση του αριθμού σε γινόμενο πρώτων παραγόντων.

$$420 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$$

Α' Γυμνασίου

1. Να αναλύσετε τους αριθμούς 56, 108, 73, 84 και 65 σε γινόμενο πρώτων παραγόντων. Ποιοι από αυτούς είναι πρώτοι;

10. Η ανάλυση ενός αριθμού σε γινόμενο πρώτων παραγόντων έχει τη μορφή $2^3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$. Να εξηγήσετε γιατί ο αριθμός αυτός διαιρείται με το:

(α) 12 (β) 15 (γ) 21

4. Να βρείτε δυο πρώτους αριθμούς που το άθροισμά τους να είναι άρτιος αριθμός. Να εξετάσετε κατά πόσο αυτό ισχύει για κάθε άθροισμα πρώτων αριθμών.

8. Να εξετάσετε κατά πόσο το γινόμενο ή το άθροισμα δύο πρώτων αριθμών είναι πρώτος ή σύνθετος αριθμός. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας με κατάλληλο παράδειγμα.



**ΠΡΩΤΟΙ ΚΑΙ
ΣΥΝΘΕΤΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ
ΑΝΑΛΥΣΗ ΣΕ
ΓΙΝΟΜΕΝΟ ΠΡΩΤΩΝ
ΠΑΡΑΓΟΝΤΩΝ**

**ΕΠΙΠΡΟΣΘΕΤΟ
ΥΛΙΚΟ**

1. Η ανάλυση ενός αριθμού σε γινόμενο πρώτων παραγόντων έχει τη μορφή $2^3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$.
Να εξηγήσετε γιατί ο αριθμός αυτός διαιρείται με το:

(α) 8

(β) 12

(γ) 15

(δ) 21

(ε) 35

Μέγιστος Κοινός Διαιρέτης – Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο

Στ' Δημοτικού

- Έννοια ΜΚΔ και ΕΚΠ
- Υπολογισμός ΜΚΔ και ΕΚΠ:
 - Καταγραφή
 - Αξιοποίησης της ανάλυσης σε γινόμενο πρώτων παραγόντων
- Επίλυση προβλήματος με εφαρμογή του ΜΚΔ και ΕΚΠ

Α' Γυμνασίου

- Έννοια ΜΚΔ και ΕΚΠ
- Υπολογισμός ΜΚΔ και ΕΚΠ:
 - Καταγραφή
 - Αξιοποίησης της ανάλυσης σε γινόμενο πρώτων παραγόντων
- Επίλυση προβλήματος με εφαρμογή του ΜΚΔ και ΕΚΠ
- **Δύο φυσικοί αριθμοί λέγονται πρώτοι μεταξύ τους, αν ο μέγιστος κοινός διαιρέτης τους είναι το 1.**

Μέγιστος Κοινός Διαιρέτης – Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο

Στ' Δημοτικού

1. Να βρείτε τον ΜΚΔ των αριθμών. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

- | | | | |
|---------------|------------------|-----------------|-------------------|
| (α) 3 και 7 | (β) 4 και 8 | (γ) 6 και 12 | (δ) 16 και 20 |
| (ε) 14 και 10 | (στ) 6, 9 και 12 | (ζ) 6, 8 και 16 | (η) 24, 40 και 28 |

1. Να βρείτε το ΕΚΠ των αριθμών. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

- | | | | |
|--------------|---------------|----------------|----------------|
| (α) 2 και 5 | (β) 4 και 16 | (γ) 9 και 10 | (δ) 2, 3 και 4 |
| (ε) 5 και 20 | (στ) 7 και 11 | (ζ) 3, 4 και 8 | (η) 12 και 16 |

1. Να υπολογίσετε τον ΜΚΔ και το ΕΚΠ των πιο κάτω αριθμών, χρησιμοποιώντας τη μέθοδο της ανάλυσης σε γινόμενο πρώτων παραγόντων. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

- | | | |
|------------------|------------------|------------------|
| (α) 7 και 56 | (β) 8 και 42 | (γ) 20 και 22 |
| (δ) 16 και 60 | (ε) 44 και 14 | (στ) 60 και 48 |
| (ζ) 4, 12 και 18 | (η) 5, 10 και 15 | (θ) 9, 15 και 21 |

Α' Γυμνασίου

1. Να βρείτε τον ΜΚΔ και το ΕΚΠ των αριθμών:

- | | |
|-------------------|----------------------|
| (α) 32 και 36 | (β) 24 και 45 |
| (γ) 32, 48 και 80 | (δ) 252, 294 και 378 |

4. Να απλοποιήσετε τα κλάσματα με τον μικρότερο αριθμό απλοποιήσεων ώστε να γίνουν ανάγωγα.

- | | | |
|---------------------|-----------------------|-----------------------|
| (α) $\frac{98}{76}$ | (β) $\frac{123}{321}$ | (γ) $\frac{240}{720}$ |
|---------------------|-----------------------|-----------------------|

Ανάγωγο κλάσμα ονομάζεται το κλάσμα, του οποίου ο αριθμητής και ο παρονομαστής είναι πρώτοι μεταξύ τους.

5. Να κάνετε τις πιο κάτω πράξεις:

- | | | |
|-----------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|
| (α) $\frac{1}{24} + \frac{1}{16}$ | (β) $\frac{1}{64} + \frac{1}{36}$ | (γ) $\frac{1}{9} - \frac{1}{333}$ |
|-----------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|

13. Να βρείτε δύο διψήφιους αριθμούς που έχουν ΜΚΔ το 7 και ΕΚΠ το 70, αν γνωρίζετε ότι ο ένας είναι άρτιος και ο άλλος περιττός αριθμός.

2. Να επιλύσετε τα προβλήματα. Να εργαστείτε στο τετράδιο σας.

(α) Ο Αλέξης πηγαίνει ποδηλασία κάθε 12 μέρες και κολύμπι κάθε 6 μέρες. Αν σήμερα έκανε και ποδηλασία και κολύμπι, να υπολογίσετε σε πόσες μέρες θα ασχοληθεί ξανά την ίδια μέρα και με τα δύο αθλήματα.

(β) Ένας όμιλος τέχνης αποτελείται από 24 αγόρια και 32 κορίτσια. Τα μέλη θα χωριστούν σε ομάδες ίδιου μεγέθους, ώστε σε κάθε ομάδα να συμμετέχουν και αγόρια και κορίτσια. Ποιος είναι ο μέγιστος αριθμός ίδιων ομάδων που μπορούν να σχηματιστούν; Πόσα αγόρια και πόσα κορίτσια θα έχει κάθε ομάδα;

(γ) Η οικογένεια της Αιμιλίας αγόρασε 2 καινούρια αυτοκίνητα. Σήμερα έγινε αλλαγή λαδιού και στα 2 αυτοκίνητα. Το πρώτο χρειάζεται αλλαγή λαδιού κάθε 4000 km και το δεύτερο κάθε 6000 km. Στα πόσα χιλιόμετρα θα χρειαστούν ξανά αλλαγή λαδιού και τα δύο αυτοκίνητα μαζί την ίδια μέρα;

3. Να βρείτε τον ΜΚΔ των πιο κάτω αριθμών.

(α) 5, 7 και 19

(β) 8, 24 και 96

3. (α) Να βρείτε το ΕΚΠ:

(i) του 8 και του 48

(ii) του 6 και του 18

(iii) του 6 και του 15

(β) Είναι δυνατόν το ΕΚΠ δύο αριθμών να είναι ένας από τους δύο αριθμούς; Να επεξηγήσετε, δίνοντας παραδείγματα.

6. Να βρείτε πόσα το πολύ όμοια δέματα μπορούμε να κάνουμε με 108 τετράδια, 18 βιβλία και 54 μολύβια. Πόσα τετράδια, βιβλία και μολύβια θα περιέχει το κάθε δέμα;

9. Μια καφετέρια έχει δύο φωτεινές πινακίδες. Η μια αναβοσβήνει κάθε 9 δευτερόλεπτα και η άλλη κάθε 15 δευτερόλεπτα. Αν οι δύο πινακίδες ανάψουν ταυτόχρονα, ύστερα από πόση ώρα θα ανάψουν ξανά ταυτόχρονα;

10. Να βρείτε τρία ζεύγη αριθμών που το *ΕΚΠ* τους να είναι το γινόμενό τους. Τι παρατηρείτε; Να διατυπώσετε ένα γενικό κανόνα.

14. Δύο αριθμοί έχουν ΜΚΔ το 18. Να δικαιολογήσετε γιατί έχουν σίγουρα και άλλους κοινούς διαιρέτες, διαφορετικούς από τη μονάδα.

3. Ποια από τα πιο κάτω ζεύγη φυσικών αριθμών είναι πρώτοι μεταξύ τους;

(α) 16 και 25

(β) 26 και 35

(γ) 36 και 45

(δ) 46 και 55

4. (α) Να υπολογίσετε το γινόμενο του 30 και του 56.

(β) Να υπολογίσετε το γινόμενο του ΜΚΔ και του ΕΚΠ του 30 και του 56.

(γ) Τι παρατηρείτε για τις απαντήσεις που βρήκατε στα ερωτήματα (α) και (β);

(δ) Να επιλέξετε δύο δικούς σας αριθμούς και να επαναλάβετε το (α) και (β).

Στ' Δημοτικού – Μέρος 1 – Ενότητα 3, σελ. 152

Η πιο κάτω Διερεύνηση αναφέρεται στις έννοιες του ΜΚΔ και του ΕΚΠ δύο αριθμών.

(α) Να συμπληρώσετε τον πιο κάτω πίνακα.

Αριθμός α	Αριθμός β	ΜΚΔ (α, β)	ΕΚΠ [α, β]
4	6	2	12
6	10		
8	12		
9	12		
10	15		

(β) Να γράψετε το συμπέρασμα στο οποίο σας οδηγεί η πιο πάνω Διερεύνηση που αφορά τη σχέση των αριθμών α , β , του ΕΚΠ και του ΜΚΔ τους.

(γ) Με βάση το συμπέρασμά σας να υπολογίσετε τον αριθμό χ , αν ο ΜΚΔ του 45 και του χ είναι 9 και το ΕΚΠ του 45 και του χ είναι 135.

Θετικοί και αρνητικοί αριθμοί

Στ' Δημοτικού

- Αισθητοποίηση θετικών και αρνητικών αριθμών (ακέραιοι):
 - Έννοια θετικού και αρνητικού αριθμού
 - Σύγκριση και σειροθέτηση θετικών και αρνητικών αριθμών

- Πρόσθεση θετικών και αρνητικών αριθμών (ακέραιοι):
 - Πρόσθεση ομόσημων αριθμών
 - Πρόσθεση ετερόσημων αριθμών
 - Πρόσθεση αντίθετων αριθμών

Α' Γυμνασίου

- Αισθητοποίηση θετικών και αρνητικών αριθμών (ακέραιοι **και ρητοί**):
 - Έννοια θετικού και αρνητικού αριθμού
 - Σύγκριση και σειροθέτηση θετικών και αρνητικών αριθμών (**έννοια ανισότητας, αληθής/ψευδής ανισότητα**)
 - Έννοια **απόλυτης τιμής**

- Πρόσθεση θετικών και αρνητικών αριθμών (ακέραιοι **και ρητοί**):
 - Πρόσθεση ομόσημων αριθμών
 - Πρόσθεση ετερόσημων αριθμών
 - Πρόσθεση αντίθετων αριθμών

- **Αφαίρεση, πολλαπλασιασμός και διαίρεση θετικών και αρνητικών αριθμών (ακέραιοι και ρητοί)**

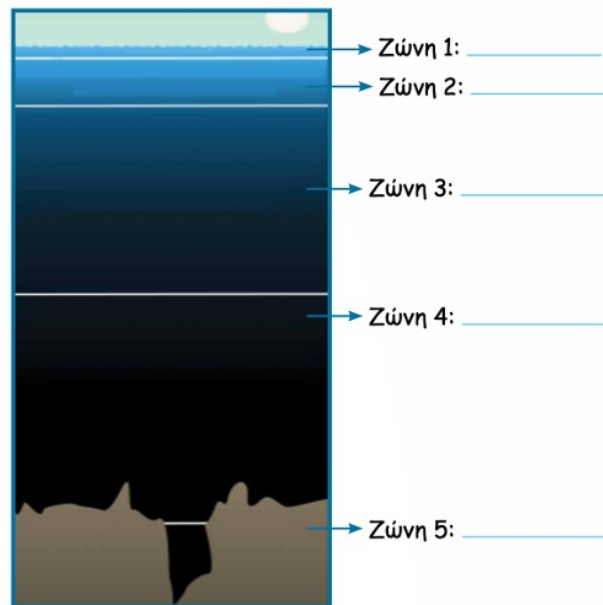
Θετικοί και αρνητικοί αριθμοί

Στ' Δημοτικού

• Αισθητοποίηση θετικών και αρνητικών αριθμών

2. Οι επιστήμονες διακρίνουν πέντε παράλληλες μεταξύ τους ζώνες, από την επιφάνεια της θάλασσας μέχρι τον βυθό. Να μελετήσετε τις πληροφορίες του πίνακα και να σημειώσετε το όνομα κάθε ζώνης στο διάγραμμα.

Ζώνη	Βάθος από το οποίο αρχίζει
Βαθυπελαγική	-1001 m
Πλουτώνια	-6001 m
Αβυσσοπελαγική	-3801 m
Μεσοπελαγική	-201 m
Επιπελαγική	0 m



4. (α) Να συμπληρώσετε με τα σύμβολα <, ή >.

- | | | | |
|--------------------------------|----------------------------------|---------------------------------|----------------------------------|
| 0 <input type="checkbox"/> -1 | +5 <input type="checkbox"/> -6 | -9 <input type="checkbox"/> -7 | -6 <input type="checkbox"/> -7 |
| -7 <input type="checkbox"/> -2 | 0 <input type="checkbox"/> +12 | -9 <input type="checkbox"/> -10 | +4 <input type="checkbox"/> -11 |
| -3 <input type="checkbox"/> 0 | -15 <input type="checkbox"/> +14 | -8 <input type="checkbox"/> +8 | -13 <input type="checkbox"/> +13 |

Α' Γυμνασίου

• Αισθητοποίηση θετικών και αρνητικών αριθμών

1. Να σημειώσετε τη θέση των αντικειμένων και των προσώπων στη διπλανή εικόνα, σύμφωνα με τις πιο κάτω πληροφορίες:

- (α) Το υποβρύχιο βρίσκεται σε βάθος 115 m κάτω από την επιφάνεια της θάλασσας.
- (β) Το αερόστατο βρίσκεται σε ύψος 220 m.
- (γ) Ο ορειβάτης βρίσκεται σε ύψος 150 m.
- (δ) Η άγκυρα βρίσκεται σε βάθος 102,5 m κάτω από την επιφάνεια της θάλασσας.



3. Να συμπληρώσετε τον πιο κάτω πίνακα, όπως στο παράδειγμα.

	ΦΥΣΙΚΟΣ	ΑΚΕΡΑΙΟΣ	ΡΗΤΟΣ	ΘΕΤΙΚΟΣ	ΑΡΝΗΤΙΚΟΣ
2013	✓	✓	✓	✓	
-99					
-4,052					

1. Να συμπληρώσετε τα κενά με το κατάλληλο σύμβολο >, =, <, ώστε να προκύψουν αληθείς σχέσεις:

- | | |
|-----------------------|---------------------------------|
| (α) 3 7 | (β) -20 -2 |
| (γ) -7 5 | (δ) -2011 0 |
| (ε) -2012 0,001 | (στ) -6,999999 -9,6 |
| (ζ) -3,45 -5,43 | (η) +23 + $\frac{1}{123}$ |

• Πρόσθεση θετικών και αρνητικών αριθμών

2. Να χρησιμοποιήσετε αριθμητική γραμμή, για να αναπαραστήσετε τις μαθηματικές προτάσεις και να υπολογίσετε τα αθροίσματα.

$$(α) (+2) + (+4) =$$



$$(β) (+5) + (+1) =$$



3. Να υπολογίσετε τα αθροίσματα.

$$(α) (+8) + (+1) =$$

$$(β) (+4) + (+2) =$$

$$(γ) (+9) + (+14) =$$

$$(δ) (+11) + (+27) =$$

$$(ε) (+7) + (-3) =$$

$$(στ) (+13) + (-6) =$$

4. Να επιλύσετε τα προβλήματα.

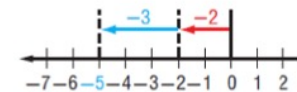
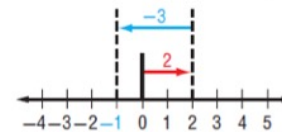
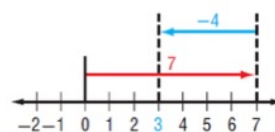
(α) Η Κυριακή χρωστούσε €600 στην τράπεζα. Έκανε κατάθεση €800. Πόσα χρήματα έχει τώρα στον λογαριασμό της;

Μαθηματική πρόταση: _____

Απάντηση: _____

• Πρόσθεση θετικών και αρνητικών αριθμών

4. Να γράψετε μια μαθηματική πρόταση με πρόσθεση που να περιγράφει καθεμιά από τις πιο κάτω αναπαραστάσεις:



6. Να κάνετε τις πράξεις:

$$(α) (+8) + (-3,5) + (+3,5)$$

$$(β) (-7,2) + (+3) + (+6,1) + (-9) + (-3)$$

$$(γ) +61 + 29 - 41 - 29$$

$$(δ) (+20) + (+14) + (-1013) + (+6) + (+1013)$$

$$(ε) (-5) + \left(+\frac{1}{2}\right) + (+12) + \left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$(στ) \left(-\frac{3}{4}\right) + \left(+\frac{5}{6}\right) + \left(-\frac{1}{2}\right) + (-3)$$

$$(ζ) -\frac{1}{3} - 2 - 2\frac{1}{5} + \frac{1}{6}$$

10. Το υπόλοιπο του τραπεζικού λογαριασμού του κυρίου Παντελή ήταν σήμερα το πρωί €500,75. Να βρείτε το νέο υπόλοιπο στο τέλος της μέρας, αν έχουν πληρωθεί από τον λογαριασμό δύο επιταγές €315,45 και €224,22.

6. Να συμπληρώσετε τα τετραγωνάκια με κατάλληλους αριθμούς, ώστε να ισχύουν οι πιο κάτω ισότητες:

$$(α) |-2| = \square$$

$$(β) |+7,5| = \square$$

$$(γ) |-12\frac{1}{3}| = \square$$

$$(δ) |\square| = 8,3$$

$$(ε) |\square| = 0$$

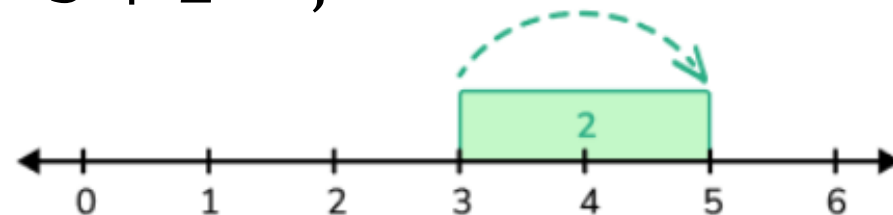
$$(στ) |\square| = 123$$

ΠΡΟΣΘΕΣΗ ΑΚΕΡΑΙΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

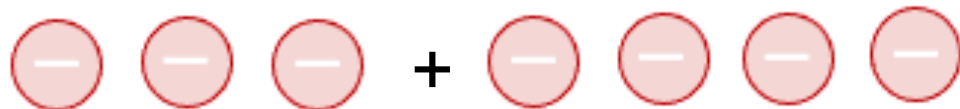
$$3 + 2 = ;$$



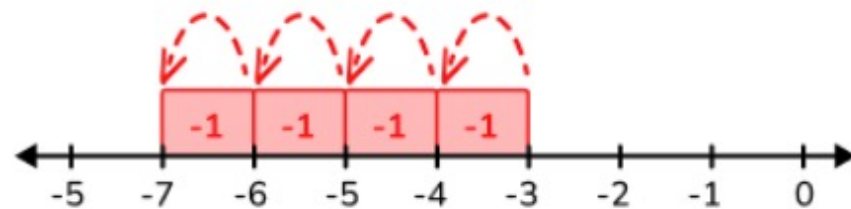
$$3 + 2 = ;$$



$$-3 + (-4) = ;$$

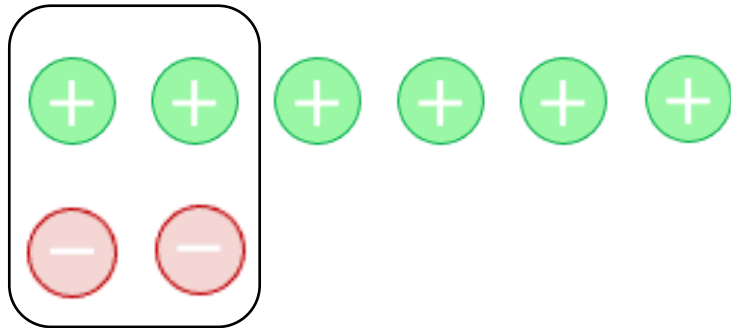


$$-3 + (-4) = ;$$

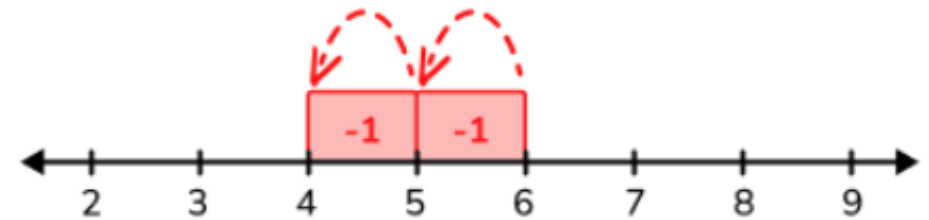


ΠΡΟΣΘΕΣΗ ΑΚΕΡΑΙΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

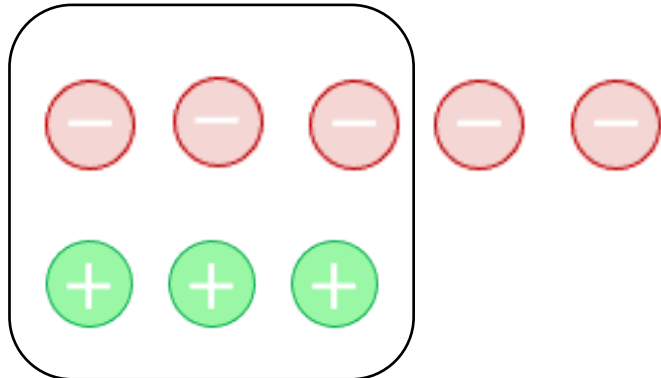
$$6 + (-2) = ;$$



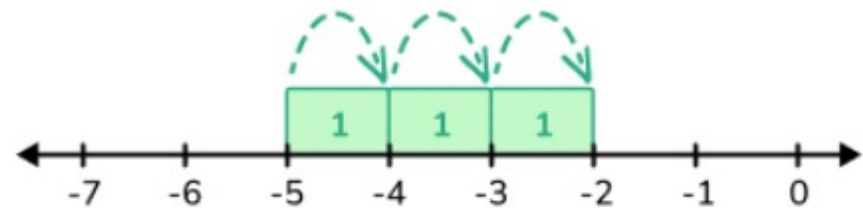
$$6 + (-2) = ;$$



$$-5 + 3 = ;$$



$$-5 + 3 = ;$$





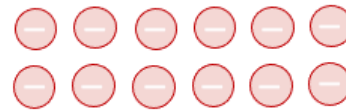
**ΠΡΟΣΘΕΣΗ
ΑΚΕΡΑΙΩΝ
ΑΡΙΘΜΩΝ**

**ΕΠΙΠΡΟΣΘΕΤΟ
ΥΛΙΚΟ**

1. Να υπολογίσετε το αποτέλεσμα, βάζοντας σε κύκλο τα κατάλληλα πλακίδια, όπως στο παράδειγμα.

Παράδειγμα:
 $-6 + (-3) = \boxed{-9}$

(α) $-6 + (-5) = \boxed{}$



(β) $4 + 3 = \boxed{}$



(γ) $-4 + 4 = \boxed{}$



(δ) $-4 + 6 = \boxed{}$



2. Να αναπαραστήσετε με τα πλακίδια τις πιο κάτω μαθηματικές προτάσεις και να υπολογίσετε το αποτέλεσμα.

(α) $3 + (-5) = \boxed{}$

(β) $2 + 4 = \boxed{}$

(γ) $2 + (-2) = \boxed{}$

(δ) $-1 + 5 = \boxed{}$

Αξιολόγηση σεμιναρίου

<https://forms.gle/jHNTFn9umGDGPdLw8>

ή

bit.ly/dd2324

