



Άλγεβρα & Στατιστική Οδηγός Εκπαιδευτικού

ΕΝΟΤΗΤΑ 9

Στον πιο κάτω πίνακα παρουσιάζονται οι δείκτες επιτυχίας και επάρκειας που αντιστοιχούν στην Ενότητα 9.

| ΔΕΙΚΤΕΣ ΕΠΙΤΥΧΙΑΣ | ΔΕΙΚΤΕΣ ΕΠΑΡΚΕΙΑΣ | ΠΡΟΑΠΑΙΤΟΥΜΕΝΕΣ ΓΝΩΣΕΙΣ | ΝΕΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ |
|--|---|--|--|
| <i>Οι μαθητές και οι μαθήτριες να είναι σε θέση να:</i> | <i>Ο/Η εκπαιδευτικός αναπτύσσει δραστηριότητες, ώστε οι μαθητές και οι μαθήτριες να είναι σε θέση να:</i> | | |
| Μοτίβα | | | |
| 1. (ΑΛ4.1) Επιλύουν προβλήματα βρίσκοντας τον επόμενο όρο ή τον όρο που λείπει σε μοτίβα, περιγράφουν λεκτικά τον κανόνα του μοτίβου και εκφράζουν τον νιοστό όρο σε λεκτική ή συμβολική μορφή. | 1.1. Επιλύουν προβλήματα, περιγράφοντας τον κανόνα και εκφράζοντας σε λεκτική ή συμβολική μορφή τον νιοστό όρο. | ✓ Αναγνώριση, περιγραφή και επέκταση μοτίβου | ✓ Έκφραση του νιοστού όρου ενός μοτίβου σε λεκτική και συμβολική μορφή |
| Γραφικές παραστάσεις | | | |
| 1.(ΣΤ4.2) Διαβάζουν και κατασκευάζουν ραβδογράμματα, εικονογράμματα, κυκλικές και γραμμικές γραφικές παραστάσεις, φυλλογραφήματα και διαφοροποιούν τον τρόπο παρουσίασης συνεχών και κατηγορικών δεδομένων με ή χωρίς τη χρήση τεχνολογίας. | 1.1. Ερμηνεύουν γραφικές παραστάσεις και αξιολογούν διάφορους τρόπους παρουσίασης δεδομένων. | ✓ Ερμηνεία ραβδογράμματος, εικονογράμματος, γραμμικής και κυκλικής γραφικής παράστασης | ✓ Αξιολόγηση τρόπων παρουσίασης δεδομένων |

| | | | |
|--|---|--|--------------------------|
| (ΣΤ4.3) Αξιολογούν διάφορους τρόπους παρουσίασης δεδομένων σε σχέση με την αποτελεσματικότητα και τη συνέπειά τους. | | | |
| Μέτρα θέσης και διασποράς | | | |
| <p>2.(ΣΤ3.4) Περιγράφουν και συγκρίνουν σύνολα δεδομένων, χρησιμοποιώντας τις έννοιες του μέσου όρου, της διαμέσου, της επικρατούσας τιμής, της μέγιστης και ελάχιστης τιμής.</p> <p>3.(ΣΤ4.1) Συγκρίνουν σύνολα δεδομένων χρησιμοποιώντας μέτρα θέσης (π.χ. διάμεσος, μέσος όρος, επικρατούσα τιμή) και διασποράς (π.χ. μέγιστο, ελάχιστο εύρος) και αξιολογούν την καταλληλότητα και τους περιορισμούς της χρήσης των πιο πάνω μέτρων.</p> | <p>2.1.</p> <ul style="list-style-type: none"> Κατανοούν την έννοια του εύρους, της μέγιστης και της ελάχιστης τιμής και της επικρατούσας τιμής. Κατανοούν την έννοια του μέσου όρου. <p>Στην Στ' τάξη γίνεται εισαγωγή του δείκτη ΣΤ4.1. Η διδασκαλία του είναι απαραίτητη και αποτελεί προϋπόθεση για την επίτευξη του δείκτη αυτού σε επόμενες τάξεις.</p> | <p>✓ Έννοια μέγιστης, ελάχιστης τιμής και εύρους σε ένα σύνολο δεδομένων</p> | <p>Έννοια μέσου όρου</p> |

ΟΡΓΑΝΩΣΗ ΜΑΘΗΜΑΤΩΝ ΕΝΟΤΗΤΑΣ

| Μάθημα | Σελίδες | Θέμα | Ενδεικτικός αριθμός διδακτικών περιόδων |
|--|---------|----------------------|---|
| 1 | 7 - 12 | Μοτίβα | 5 |
| 2 | 13 - 17 | Γραφικές Παραστάσεις | 4 |
| 3 | 18 - 24 | Μέτρα Θέσης | 5 |
| Συνολικός αριθμός διδακτικών περιόδων ενότητας | | | 14 |

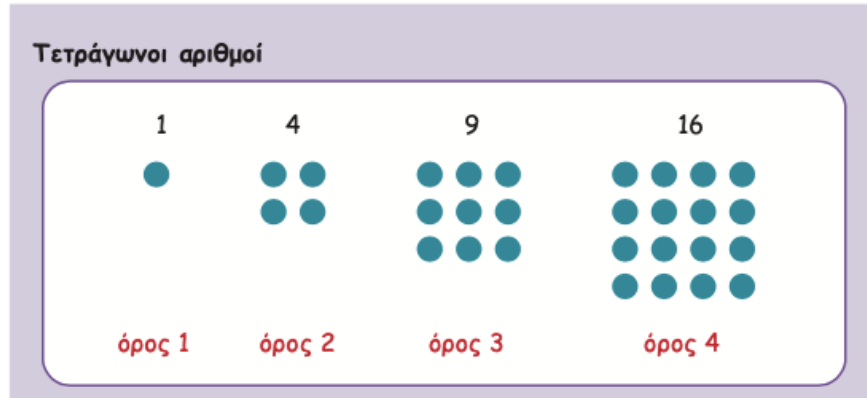
ΣΗΜΕΙΑ ΠΡΟΣΟΧΗΣ

*Μάθημα 1 (σελίδες 7 - 12)***Τα Μαθηματικά στον κόσμο (σελ. 7):**

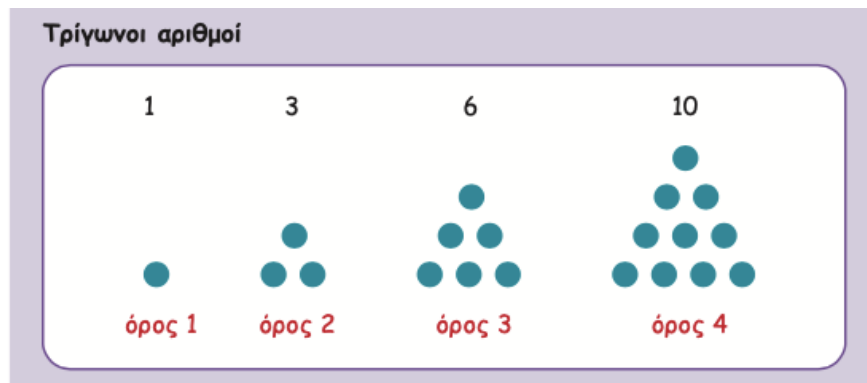
Στόχος του κειμένου είναι να επαναφέρει την έννοια του μοτίβου και να αναδείξει τη σχέση που έχουν τα αριθμητικά μοτίβα με τα σχηματικά μοτίβα. Οι Πυθαγόρειοι είχαν ανακαλύψει από πολύ νωρίς ότι οι αριθμοί έχουν δομή, η οποία είναι δυνατόν να αποδοθεί με σχήματα. Μελετώντας τα παραδείγματα, τα παιδιά αναμένεται να συζητήσουν ότι σε ένα μοτίβο, αυτή η δομή επαναλαμβάνεται, επιτρέποντας την ανάπτυξη του μοτίβου. Επιπλέον, τα παιδιά αναμένεται να παρατηρήσουν ότι για κάθε αριθμό και σχήμα χρησιμοποιείται η λέξη «όρος» και ένας αριθμός που δείχνει τη θέση τους στο μοτίβο (π.χ. όρος 1, όρος 2). Είναι σημαντικό, τα παιδιά να αντιληφθούν ότι είναι αναγκαία η χρήση της συγκεκριμένης ορολογίας κατά την περιγραφή ενός μοτίβου.

Στο πρώτο ερώτημα, τα παιδιά αναμένεται να αναφέρουν ότι όλοι οι αριθμοί στο μοτίβο των τετράγωνων αριθμών αναπαρίστανται με τετράγωνα. Ωστόσο, τα τετράγωνα αυτά διαφέρουν ως προς το μέγεθός τους, ανάλογα με τη θέση κάθε όρου στο μοτίβο. Για παράδειγμα, ο όρος 2 έχει 2 σειρές με 2 κουκκίδες σε κάθε σειρά, άρα συνολικά έχει 4 κουκκίδες. Ο όρος 3 έχει 3 σειρές με 3 κουκκίδες σε κάθε σειρά, άρα συνολικά έχει 9

κουκκίδες. Ο όρος 4 έχει 4 σειρές με 4 κουκκίδες σε κάθε σειρά, άρα συνολικά έχει 16 κουκκίδες.



Αντίστοιχα, όλοι οι αριθμοί στο μοτίβο των τριγώνων αριθμών αναπαρίστανται με τρίγωνα. Ο όρος 2 έχει 2 σειρές: η βάση του τριγώνου έχει 2 κουκκίδες και η αμέσως επόμενη σειρά 1 κουκκίδα λιγότερη, δηλαδή 1 κουκκίδα (σύνολο 3 κουκκίδες). Ο όρος 3 έχει 3 σειρές με 3, 2 και 1 κουκκίδα αντίστοιχα (σύνολο 6 κουκκίδες). Ο όρος 4 έχει 4 σειρές με 4, 3, 2 και 1 κουκκίδα, αντίστοιχα (σύνολο 10 κουκκίδες).



Στο δεύτερο ερώτημα, τα παιδιά αναμένεται να απαντήσουν ότι στο μοτίβο των τετράγωνων αριθμών, ο όρος 5 θα έχει σχήμα τετράγωνου και θα αποτελείται από 5 σειρές των 5 κουκκίδων η καθεμιά. Άρα, ο συνολικός αριθμός των κουκκίδων στον όρο 5 θα είναι 25. Στο μοτίβο των τριγώνων αριθμών, ο όρος 5 θα έχει σχήμα τρίγωνο με 5 σειρές: 5 κουκκίδες στη βάση και έπειτα 4, 3, 2 και 1 κουκκίδα (σύνολο 15 κουκκίδες).

Διερεύνηση (σελ. 8):

Στόχος της διερεύνησης είναι τα παιδιά να κατανοήσουν ότι η θέση ενός όρου διασυνδέεται με το αντίστοιχο σχήμα και τον αριθμό του μοτίβου. Η αναγνώριση της σχέσης αυτής οδηγεί στη διατύπωση του γενικού κανόνα που ακολουθεί το μοτίβο και στον υπολογισμό του νιοστού του όρου, δηλαδή οποιουδήποτε όρου του μοτίβου.

Για παράδειγμα, στο ερώτημα (α) τα παιδιά αναμένεται να παρατηρήσουν ότι στους τετράγωνους αριθμούς, ο όρος 1 αντιστοιχεί στον αριθμό 1 με βάση τη σχέση 1·1, ο όρος 2 αντιστοιχεί στον αριθμό 4 με βάση τη σχέση 2·2, ο όρος 3 αντιστοιχεί στον αριθμό 9 με βάση τη σχέση 3·3. Άρα, κάθε φορά ο αριθμός του όρου πολλαπλασιάζεται με τον εαυτό του.

Για να αντιληφθούν τη σχέση αυτή, η δραστηριότητα περιλαμβάνει τη συμπλήρωση ενός πίνακα τιμών, ο οποίος βοηθά στην οργάνωση των στοιχείων του μοτίβου.

| Όρος | Υπολογισμός | Αριθμός κουκκίδων |
|------|-------------|-------------------|
| 1 | 1 · 1 | 1 |
| 2 | 2 · 2 | 4 |
| 3 | 3 · 3 | 9 |
| 4 | 4 · 4 | 16 |
| 5 | 5 · 5 | 25 |
| 6 | 6 · 6 | 36 |
| 10 | 10 · 10 | 100 |
| 100 | 100 · 100 | 10 000 |
| v | $v \cdot v$ | v^2 |

Τα παιδιά, αναμένεται να συμπληρώσουν τον πίνακα για τους επόμενους δύο διαδοχικούς όρους του μοτίβου που δεν είναι σχεδιασμένοι (όρος 5 και όρος 6). Είναι σημαντικό να συζητηθεί το γεγονός ότι δεν είναι αναγκαίο να σχεδιάζουμε τον επόμενο όρο κάθε φορά, για να δούμε πώς φαίνεται και να μετρήσουμε πόσες κουκκίδες θα έχει. Αξιοποιώντας τη σχέση που έχουμε παρατηρήσει, η οποία επαναλαμβάνεται και ισχύει σε κάθε όρο, είναι

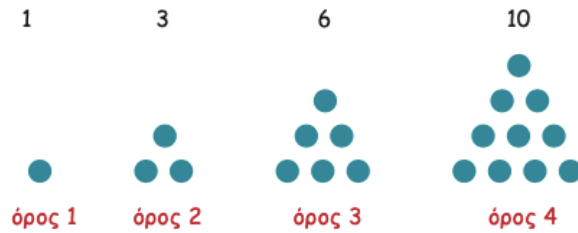
δυνατόν να υπολογίσουμε τους όρους αυτούς. Με τον ίδιο τρόπο, εργαζόμαστε, για να υπολογίσουμε και πιο μακρινούς όρους (όρος 10, όρος 100). Άρα, δεν χρειάζεται πάντα να υπολογίζουμε όλους τους όρους σειριακά, αλλά μπορούμε να υπολογίσουμε οποιονδήποτε όρο.

Στην τελευταία γραμμή του πίνακα τα παιδιά αναμένεται να συζητήσουν τη σημασία του γράμματος n . Έχουν ήδη μάθει σε προηγούμενη ενότητα ότι χρησιμοποιούμε γράμματα, τα οποία ονομάζουμε μεταβλητές, για να αναπαραστήσουμε άγνωστες ποσότητες. Στη συγκεκριμένη περίπτωση, το n δεν είναι μια άγνωστη ποσότητα, αλλά ένας αριθμός που μεταβάλλεται ανάλογα με τη θέση του όρου στο μοτίβο. Άρα, το n αναπαριστά τη θέση ενός οποιουδήποτε όρου του μοτίβου και μας βοηθά να εκφράσουμε με γενικό τρόπο τον κανόνα. Συγκεκριμένα, το n πολλαπλασιάζεται με τον εαυτό του, άρα ο αριθμός των κουκκίδων στον νιοστό όρο είναι ίσος με n^2 , δηλαδή ίσος με τη δεύτερη δύναμη του n . Επιπλέον, το n μπορεί να αντικατασταθεί με οποιονδήποτε φυσικό αριθμό που δηλώνει τη θέση ενός όρου, ώστε να υπολογίζεται γρήγορα ο αντίστοιχος όρος του μοτίβου. Είναι σημαντικό να σημειωθεί ότι το n είναι ένα γράμμα που χρησιμοποιείται συχνά σε τέτοιες περιπτώσεις, για τον λόγο αυτό και πολλές φορές χρησιμοποιούμε την έκφραση «ο νιοστός όρος», όταν θέλουμε να μιλήσουμε για έναν οποιονδήποτε όρο του μοτίβου. Ωστόσο, θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί οποιοδήποτε γράμμα, π.χ. k, l, m, x, ψ .

Αφού συμπληρωθεί ο πίνακας, τα παιδιά καλούνται να απαντήσουν στο ερώτημα (ii) και να εξηγήσουν τι αναπαριστά το n . Στο ερώτημα (iii), τα παιδιά αναμένεται να εκφράσουν λεκτικά τον κανόνα του μοτίβου. Ενδεικτικά, για να υπολογίσουμε οποιονδήποτε όρο του μοτίβου, πολλαπλασιάζουμε τον αριθμό του όρου επί τον εαυτό του.

Στο ερώτημα (β), τα παιδιά αναμένεται να συζητήσουν το γενικό κανόνα που δίνεται για τους τρίγωνους αριθμούς και να τον εξηγήσουν με δικά τους λόγια. Σε αυτή την περίπτωση, δεν θα παρατηρήσουν το μοτίβο, για να γενικεύσουν τον κανόνα επαγωγικά, αλλά θα εργαστούν παραγωγικά, για να εφαρμόσουν τον κανόνα.

(β) Η Ελίζα μελετά το μοτίβο των τριγώνων αριθμών.



Κατέληξε στο συμπέρασμα ότι ο γενικός κανόνας που ακολουθεί το μοτίβο εκφράζεται από την πιο κάτω αλγεβρική παράσταση:

$$\frac{n(n+1)}{2}$$

Να εξετάσετε κατά πόσο είναι ορθό το συμπέρασμα της Ελίζας.



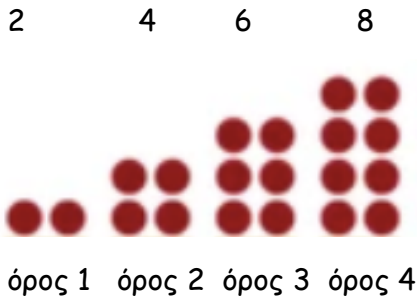
Σε αυτή την περίπτωση, ο κανόνας είναι ο εξής: προσθέτω στον αριθμό του όρου 1 και πολλαπλασιάζω το άθροισμα αυτό επί τον όρο. Στη συνέχεια, διαιρώ διά 2. Τα παιδιά αναμένεται, αφού ερμηνεύσουν τον κανόνα αυτό, να αντικαταστήσουν το n με τις τιμές 1, 2, 3 και 4, ώστε να διαπιστώσουν ότι η τιμή της αλγεβρικής παράστασης σε κάθε περίπτωση αντιστοιχεί στους όρους 1, 2, 3 και 4 του μοτίβου των τριγώνων αριθμών. Άρα, το συμπέρασμα της Ελίζας είναι ορθό.

Στο ερώτημα (γ), τα παιδιά αναμένεται να καταλήξουν στο συμπέρασμα της διερεύνησης, ότι η έκφραση του γενικού κανόνα σε ένα μοτίβο μας βοηθά να υπολογίζουμε οποιονδήποτε όρο του μοτίβου, αρκεί να γνωρίζουμε τη θέση του στο μοτίβο. Επιπρόσθετα, είναι δυνατόν να ελέγξουμε κατά πόσο ένας συγκεκριμένος όρος ανήκει ή όχι στο μοτίβο και ποια είναι η θέση του.

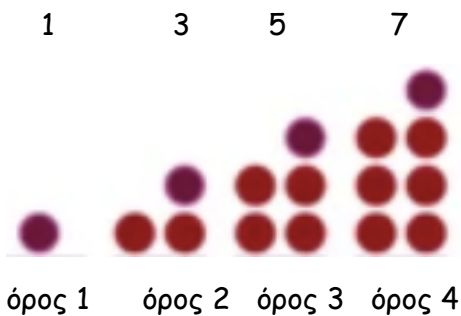
Αναστοχασμός (σελ. 9):

Τα παιδιά αναμένεται να χρησιμοποιήσουν κουκκίδες, για να δείξουν τους πρώτους όρους στο μοτίβο των άρτιων και των περιττών αριθμών. Στην πρώτη περίπτωση, ο γενικός κανόνας είναι $2n$, ενώ στη δεύτερη $2n - 1$. Ενδεικτικά:

Άρτιοι αριθμοί



Περιττοί αριθμοί



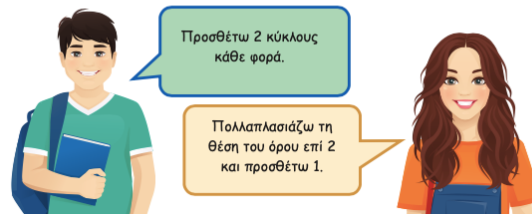
Δραστηριότητα 1.2. - Επικοινωνία (σελ. 12):

Τα παιδιά αναμένεται να αναφέρουν ότι ο Νίκος περιγράφει έναν κανόνα που τον βοηθά να βρίσκει τον επόμενο όρο σε ένα μοτίβο ή μερικούς κοντινούς όρους, προσθέτοντας κάθε φορά 2. Ωστόσο, ο κανόνας αυτός δεν είναι χρήσιμος στην περίπτωση που θέλω να βρω έναν μακρινό όρο, όπως ο όρος 100, ή οποιονδήποτε όρο του μοτίβου. Αντίθετα, ο κανόνας της Άννας είναι ο γενικός κανόνας που συνδέει τη θέση του όρου με τον ίδιο τον όρο, άρα μας βοηθά να υπολογίζουμε οποιονδήποτε όρο ή να ελέγξουμε κατά πόσο ένας όρος ανήκει στο μοτίβο ή όχι.

1.2. Πιο κάτω παρουσιάζεται ένα μοτίβο.



Ο Νίκος και η Άννα περιγράφουν τον κανόνα για τον υπολογισμό του συνολικού αριθμού κύκλων σε έναν όρο του μοτίβου.



Σε ποια περίπτωση είναι πιο χρήσιμος ο κανόνας κάθε παιδιού;

Αναστοχασμός (σελ. 12):

Τα παιδιά αναμένεται να αντικαταστήσουν το n με τις τιμές 1, 2, 3, 4 και 5 και να υπολογίσουν τους αντίστοιχους όρους του μοτίβου.

| Όρος | Αριθμός |
|------|---------|
| 1 | 5 |
| 2 | 8 |
| 3 | 11 |
| 4 | 14 |
| 5 | 17 |

Με τον ίδιο τόπο υπολογίζουν και τον 100^ο όρο ($3 \times 100 + 1 = 301$).

**Αναστοχασμός**

Ο γενικός κανόνας που ακολουθεί ένα μοτίβο εκφράζεται από την πιο κάτω αλγεβρική παράσταση.

$$3n + 2$$

(α) Να κατασκευάσετε πίνακα, για να αναπαραστήσετε τους πρώτους 5 όρους του μοτίβου.

(β) Ποιος είναι 100^{ος} όρος του μοτίβου;

Δραστηριότητα 1.3. (σελ.12)

Ο γενικός κανόνας του μοτίβου δίνεται από την αλγεβρική παράσταση $2x + 1$, η οποία δίνει πάντα περιττούς αριθμούς, αφού είναι «ένας περισσότερο από έναν άρτιο αριθμό».

Το 56 είναι άρτιος αριθμός, επομένως δεν μπορεί να ανήκει στο συγκεκριμένο μοτίβο.

Άλλη επεξήγηση που μπορεί να δοθεί είναι η εξής: Το x αναπαριστά τη θέση του όρου (φυσικός αριθμός). Για να εξετάσουμε αν το 56 είναι όρος του μοτίβου, λύνουμε την εξίσωση, για να βρούμε την τιμή του x .

$$2x+1=56$$

$$2x=55$$

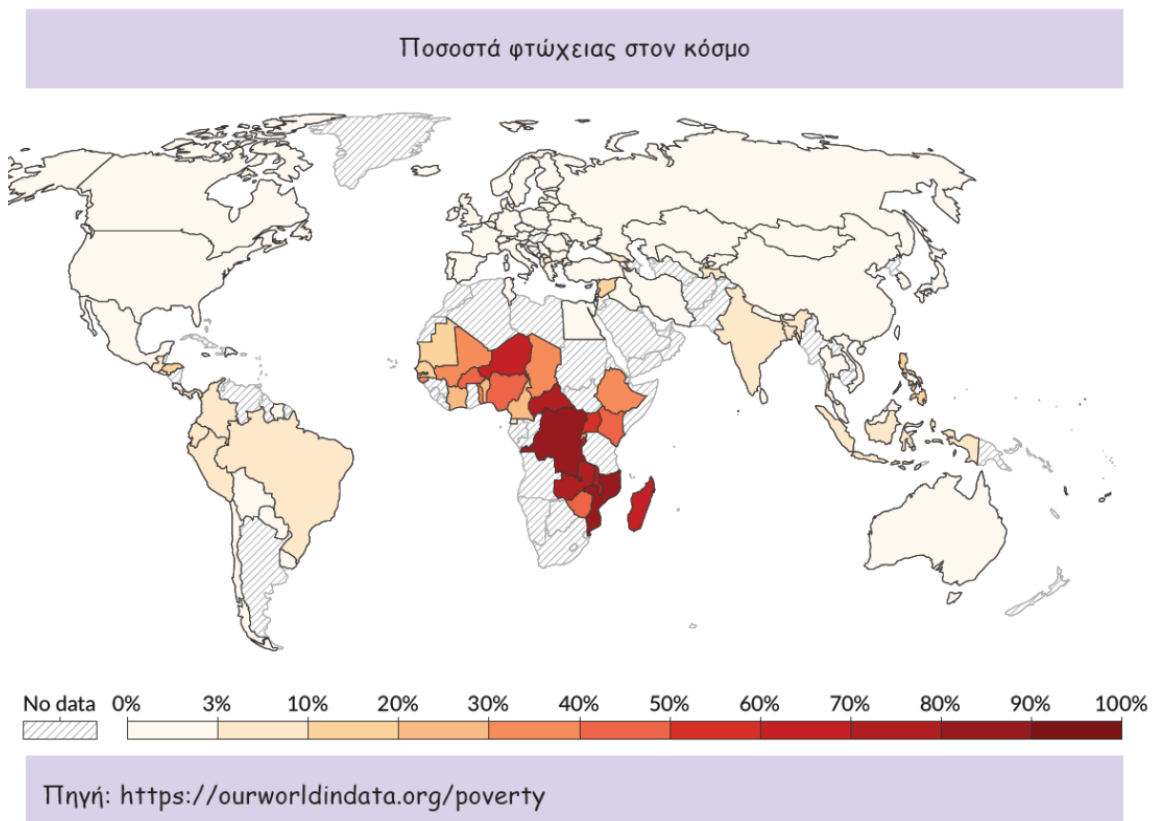
$$x = 27,5$$

Επειδή το x είναι φυσικός αριθμός, το 27,5 δεν είναι αποδεκτή τιμή. Άρα, ο αριθμός 56 δεν μπορεί να είναι όρος του μοτίβου.

Μάθημα 2 (σελίδες 13 - 17)

Τα Μαθηματικά στον κόσμο (σελ. 13):

Τα παιδιά μελετώντας στο χάρτη τα ποσοστά της φτώχειας στον κόσμο, έρχονται σε επαφή με ένα κρίσιμο παγκόσμιο πρόβλημα. Ειδικότερα, αναμένεται να επισημάνουν ότι στην Αφρική υπάρχουν χώρες στις οποίες το ποσοστό των ανθρώπων που ζουν σε συνθήκες ακραίας φτώχειας είναι μεγαλύτερο του 50%.



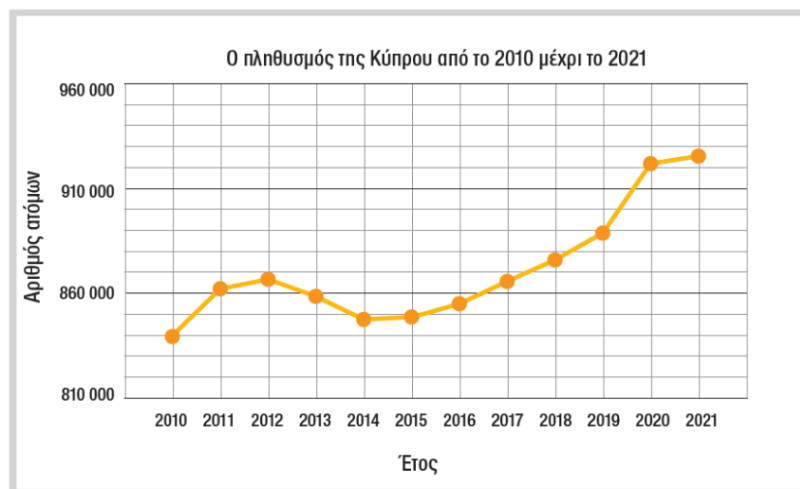
Τα παιδιά καλούνται επίσης να αξιολογήσουν τον χάρτη ως μέσο αναπαράστασης δεδομένων, εντοπίζοντας ένα πλεονέκτημα και ένα μειονέκτημά του. Ενδεικτικά, τα

παιδιά αναμένεται να απαντήσουν ότι ο χάρτης παρέχει μια συνολική εικόνα της παγκόσμιας κατάστασης και επιτρέπει την εύκολη σύγκριση ανάμεσα σε ηπείρους και χώρες, χάρη στη χρωματική διαβάθμιση. Όμως, η παγκόσμια εικόνα είναι αποσπασματική λόγω της ύπαρξης γκρίζων ζωνών ("No data") και του γεγονότος ότι τα δεδομένα αποτυπώνουν μια συγκεκριμένη χρονική στιγμή, δηλαδή δεν παρουσιάζει πώς τα ποσοστά φτώχειας αυξάνονται ή μειώνονται με την πάροδο του χρόνου.

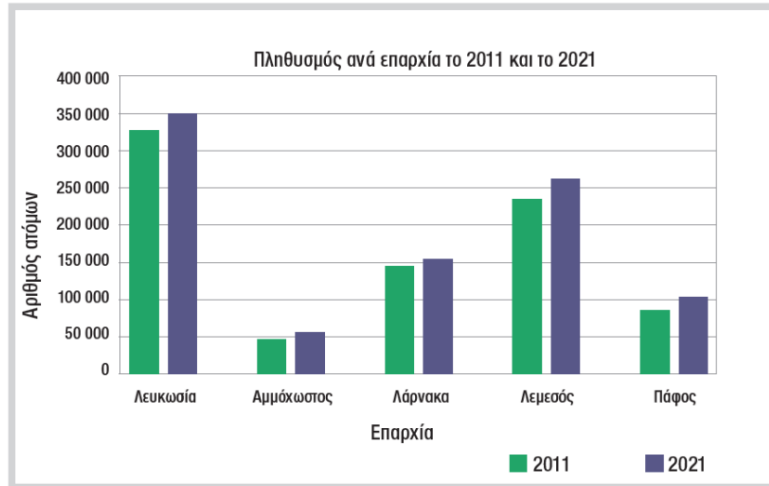
Διερεύνηση (σελ. 14):

Στο πλαίσιο της διερεύνησης, τα παιδιά μελετούν τον συνολικό πληθυσμό από το 2010 μέχρι το 2021 (γραμμική γραφική παράσταση) και τον πληθυσμό ανά επαρχία το 2011 και το 2021 (διπλό ραβδόγραμμα).

Μέσα από τη γραμμική παράσταση, τα παιδιά μελετούν πώς αλλάζει ο πληθυσμός της Κύπρου με το πέρασμα των χρόνων. Αναμένεται να καταλήξουν στο συμπέρασμα ότι, ύστερα από κάποιες μικρές αυξομειώσεις του πληθυσμού την περίοδο 2010-2014, ο πληθυσμός της Κύπρου ακολουθεί σταδιακά μια αυξητική πορεία.



Το διπλό ραβδόγραμμα επιτρέπει στα παιδιά να κάνουν συγκρίσεις μεταξύ των επαρχιών. Αναμένεται να διαπιστώσουν ότι η Λευκωσία είναι η επαρχία με τους περισσότερους κατοίκους, και ότι το 2021 ο πληθυσμός όλων των επαρχιών ήταν μεγαλύτερος σε σχέση με το 2011.



Στο ερώτημα (β), τα παιδιά αναμένεται να επισημάνουν ότι η επιλογή της κατάλληλης γραφικής παράστασης εξαρτάται από τα δεδομένα μας και από το τι θέλουμε να αναδείξουμε κάθε φορά:

- Η γραμμική γραφική παράσταση χρησιμοποιείται για να παρουσιάσουμε τη μεταβολή ενός μεγέθους σε σχέση με ένα άλλο μέγεθος.
- Το ραβδόγραμμα είναι καταλληλότερο για να κάνουμε συγκρίσεις ανάμεσα σε δεδομένα διαφορετικών ομάδων.

Δραστηριότητα 1.1 (γ) - Επικοινωνία (σελ. 16):

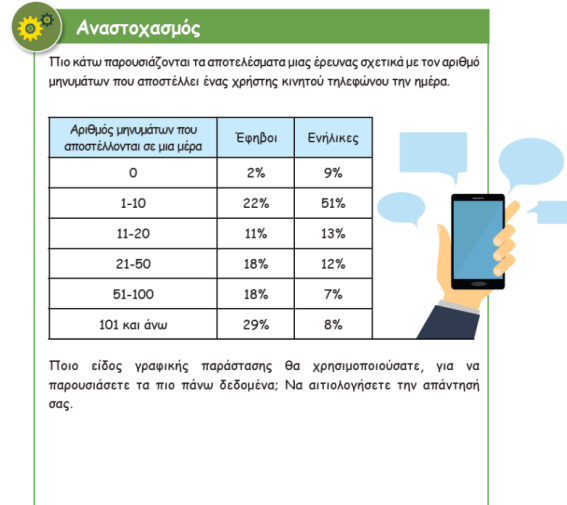
Τα παιδιά καλούνται να κρίνουν την κυβερνητική απόφαση, με βάση τα δεδομένα των τριών γραφικών παραστάσεων. Ενδεικτικά, αναμένεται να αξιολογήσουν θετικά την απόφαση επειδή η εισροή νερού στα φράγματα μειώνεται τα τελευταία χρόνια και η αποθηκευμένη ποσότητα νερού είναι πολύ μικρότερη από τη χωρητικότητά τους.



(γ) Τον Ιούνιο του 2025 η Κυπριακή Κυβέρνηση αποφάσισε την επιβολή προστίμου σε όσους χρησιμοποιούν το τρεχούμενο νερό για καθαρισμό εξωτερικών χώρων. Να κρίνετε την απόφαση αυτή, λαμβάνοντας υπόψη τα δεδομένα που παρουσιάζονται στις γραφικές παραστάσεις.

Αναστοχασμός (σελ. 17):

Τα παιδιά αναμένεται να επιλέξουν το διπλό ραβδόγραμμα ως καταλληλότερο μέσο για την παρουσίαση των συγκεκριμένων δεδομένων. Το διπλό ραβδόγραμμα επιτρέπει τη σύγκριση του αριθμού μηνυμάτων ανάμεσα στις δύο διαφορετικές ομάδες (έφηβοι, ενήλικες) για καθεμιά από τις έξι κατηγορίες (0 μηνύματα, 1-10 μηνύματα, 11-20 μηνύματα, 21-50 μηνύματα, 51-100 μηνύματα και 101 και άνω).

**Μάθημα 3 (σελίδες 18 - 24)****Τα Μαθηματικά στον κόσμο (σελ. 18):**

Στο ερώτημα (α), τα παιδιά πιθανόν να οδηγηθούν σε διαφορετικές επιλογές. Κάποια παιδιά ίσως προτιμήσουν την Ταινία Α λόγω της σταθερότητας των βαθμολογιών (2, 3 και 4), καθώς όλοι οι κριτές συμφωνούν ότι είναι μια καλή ταινία. Κάποια άλλα παιδιά είναι δυνατόν να επιλέξουν την Ταινία Β εστιάζοντας στην εξαιρετική βαθμολογία (5) που έδωσε ένας κριτής, παρόλο που η βαθμολογία κάποιου άλλου ήταν πολύ χαμηλή (1).

| | Κριτής 1 | Κριτής 2 | Κριτής 3 |
|----------|----------|----------|----------|
| Ταινία Α | 2 | 3 | 4 |
| Ταινία Β | 1 | 3 | 5 |

Όσον αφορά στη συμπερίληψη μίας και μοναδικής βαθμολογίας για κάθε ταινία, τα παιδιά αναμένεται να καταλήξουν στη βαθμολογία 3, η οποία λαμβάνει υπόψη τις απόψεις όλων των κριτών.

Εξερεύνηση (σελ. 19):

Τα παιδιά καλούνται να εξηγήσουν ότι η εφαρμογή ενημερώνει για τον μέσο χρόνο αναμονής και όχι για τον χρόνο αναμονής κάθε επισκέπτη. Επομένως, κάποιοι επισκέπτες

του Θεματικού πάρκου αναμένεται να περιμένουν λιγότερο και κάποιιοι άλλοι, όπως ο Νίκος, να περιμένουν περισσότερο από 35 λεπτά για το τρενάκι.

| Μέσος χρόνος αναμονής | |
|-----------------------|---------------------|
| Καρουζέλ 25 λεπτά | Τρενάκι 35 λεπτά |
| Ρόδα 15 λεπτά | Αιώρα 40 λεπτά |
| Τροχαλία 22 λεπτά | Βάρκες 10 λεπτά |

Μα περιμένω για περισσότερο από 35 λεπτά για το τρενάκι!



Τώς εξηγείται το γεγονός ότι ο Νίκος περιμένει για πάνω από 35 λεπτά, για να ανέβει στο τρενάκι;

Διερεύνηση (σελ. 20):

Τα παιδιά καλούνται στη Διερεύνηση να χρησιμοποιήσουν την ελάχιστη και μέγιστη τιμή, το εύρος και τον μέσο όρο στην περίπτωση των χρόνων αναμονής στο παιχνίδι «Βάρκες» διαφορετικών ατόμων που επισκέφτηκαν το Θεματικό πάρκο.

Στο ερώτημα (α) οι ορθές απαντήσεις είναι οι εξής:

- (i) η ελάχιστη τιμή, δηλαδή ο μικρότερος χρόνος αναμονής, είναι τα 10 λεπτά
- (ii) η μέγιστη τιμή, δηλαδή ο μεγαλύτερος χρόνος αναμονής είναι τα 40 λεπτά
- (iii) το εύρος τιμών είναι 30 λεπτά, καθώς αφαιρούμε την ελάχιστη τιμή από τη μέγιστη τιμή, δηλαδή $40 - 10 = 30$
- (iv) ο μέσος όρος των τιμών είναι 18 λεπτά, και υπολογίζεται προσθέτοντας όλους τους χρόνους αναμονής, και διαιρώντας δια το πλήθος τους, δηλαδή διά 10:

$$\frac{10 + 16 + 20 + 12 + 12 + 10 + 20 + 18 + 12 + 10}{10} = \frac{140}{10} = 14$$

Στο ερώτημα (β) τα παιδιά αναμένεται να απαντήσουν ότι ο μέσος όρος των τιμών θα βοηθήσει την Άννα να εκτιμήσει πόσο χρόνο θα χρειαστεί να περιμένει επειδή λαμβάνει υπόψη όλους τους χρόνους αναμονής διαφορετικών ατόμων.

Για τη διερεύνηση του μέσου όρου είναι δυνατόν να αξιοποιηθεί η ψηφιακή δραστηριότητα της πλατφόρμας Amplify με τον πιο κάτω σύνδεσμο:

<https://classroom.amplify.com/activity/61bb0656acdc7e77cc9479a7>

Στην οθόνη 1 παρουσιάζονται οι οδηγίες σχετικά με την αξιοποίηση της αναπαράστασης της τραμπάλας με σκοπό την εύρεση μίας αντιπροσωπευτικής βαθμολογίας σε σχέση με μια τηλεοπτική σειρά, λαμβάνοντας υπόψη τις βαθμολογίες που έδωσαν ορισμένοι κριτές. Το σημείο στο οποίο ισορροπεί η τραμπάλα (τρίγωνο) αναπαριστά η αντιπροσωπευτική βαθμολογία.

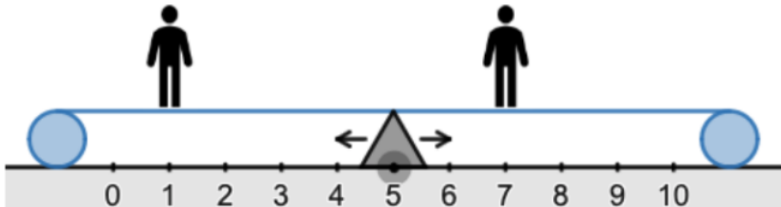
ΟΔΗΓΙΕΣ

Στη δραστηριότητα αυτή θα διερευνήσετε με ποιο τρόπο είναι δυνατόν να αξιοποιήσετε τις βαθμολογίες που έδωσαν διάφοροι κριτές για μια τηλεοπτική σειρά.

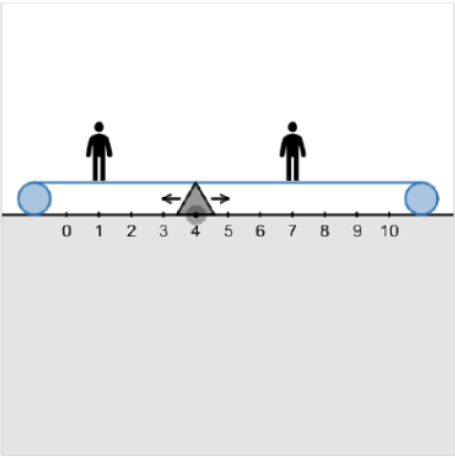
Το βασικό εργαλείο που θα χρησιμοποιήσετε είναι μία τραμπάλα, η οποία αναπαριστά τις βαθμολογίες που δίνουν οι κριτές.

Η μικρότερη βαθμολογία είναι το 0 και η μεγαλύτερη είναι το 10.

Για να αναπαραστήσετε τη βαθμολογία που δίνει ένας κριτής, θα τοποθετείται το εικονίδιο του κριτή στο αντίστοιχο σημείο της τραμπάλας.



Στην οθόνη 2 τα παιδιά καλούνται να κάνουν μία υπόθεση για τον αριθμό στον οποίο ισορροπεί η τραμπάλα, λαμβάνοντας υπόψη τις βαθμολογίες που έδωσαν δύο κριτές (1 και 7). Στη συνέχεια, μετακινούν το τρίγωνο στην τιμή όπου πιστεύουν ότι είναι και η αντιπροσωπευτική βαθμολογία. Πατώντας το κουμπί «Έλεγχος» παρατηρούν κατά πόσο η τραμπάλα ισορροπεί ή όχι. Πατώντας το κουμπί «Επαναφορά», η τραμπάλα επαναφέρεται στην αρχική της θέση και μπορούν να δοκιμάσουν ξανά.



Στη δίπλανή εικόνα παρουσιάζεται μία τραμπάλα και δύο κριτές.

Κάθε κριτής έχει τοποθετηθεί στη βαθμολογία που έχει δώσει σχετικά με μια τηλεοπτική σειρά.

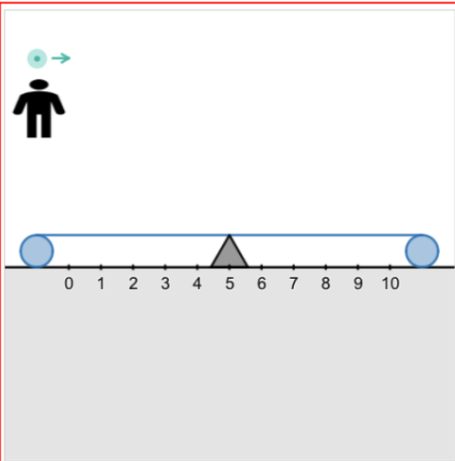
Ο ένας κριτής έδωσε τη βαθμολογία 1 και ο άλλος τη βαθμολογία 7.

Σε ποιον αριθμό νομίζεις ότι πρέπει να τοποθετηθεί το τρίγωνο, ώστε να ισορροπεί η τραμπάλα;

Να το μετακινήσεις και να ελέγξεις την εργασία σου, πατώντας το πιο κάτω κουμπί.

[Έλεγχος](#)

Στην οθόνη 3, τα παιδιά καλούνται να τοποθετήσουν 2 κριτές στην τραμπάλα, ώστε αυτή να ισορροπεί στον αριθμό 5. Αφού τοποθετήσουν τους κριτές σε δύο τιμές, πατούν το κουμπί «Έλεγχος», για να ελέγξουν κατά πόσο η τραμπάλα ισορροπεί. Επιπλέον, με το κουμπί «Επαναφορά» τους δίνεται η δυνατότητα να δοκιμάσουν ξανά.



Το τρίγωνο της τραμπάλας βρίσκεται στον αριθμό 5.

Να τοποθετήσεις δύο κριτές σε δύο βαθμολογίες στην τραμπάλα, ώστε η τραμπάλα να ισορροπεί.

Να ελέγξεις κατά πόσο είναι ορθός ο τρόπος που εργάστηκες, πατώντας το κουμπί "Έλεγχος."

[Έλεγχος](#)

Όταν τα παιδιά καταφέρουν να τοποθετήσουν τους κριτές στην τραμπάλα με τρόπο που αυτή να ισορροπεί, καλούνται να σκεφτούν ποια μπορεί να είναι η σχέση του αριθμού 5 με τους δύο αριθμούς στους οποίους έχουν τοποθετηθεί οι κριτές. Οι ορθές λύσεις είναι: 0 και 10, 1 και 9, 2 και 8, 3 και 7, 4 και 6, 5 και 5.

Τα παιδιά αναμένεται να παρατηρήσουν ότι η απόσταση των δύο αριθμών από το 5 είναι η ίδια. Για παράδειγμα, αν οι αριθμοί που έχουν επιλέξει είναι το 2 και το 8, το 2 απέχει 3 μονάδες από το 5, όπως και το 8.

Αναστοχασμός (σελ. 21):

Το πλήθος ενός συνόλου δεδομένων είναι 4 και ο μέσος όρος τους είναι 3. Τα παιδιά αναμένεται να διαπιστώσουν ότι με βάση τον τρόπο υπολογισμού του μέσου όρου, το άθροισμα των τιμών του συνόλου είναι το 12 (4×3). Επομένως, οποιεσδήποτε τέσσερις τιμές με άθροισμα 12 είναι οι τιμές του συνόλου. Ενδεικτικά, οι τιμές 3, 3, 3, 3 ή οι τιμές 1, 2, 4, 5.

Δραστηριότητα 2.2. (σελ. 23):


Τα παιδιά εφαρμόζουν τα μέτρα θέσης (τον μέσο όρο, την ελάχιστη και μέγιστη τιμή, καθώς και το εύρος), για να αναλύσουν και να συγκρίνουν την απόδοση δύο κορυφαίων καλαθοσφαιριστών στο Eurobasket 2025. Μέσα από τη σύγκριση αυτή, τα παιδιά διαπιστώνουν ότι ενώ ο Lauri Markkanen έχει τον ψηλότερο μέσο όρο, ο Denis Schroder εμφανίζεται να έχει πιο σταθερή απόδοση λόγω του μικρού εύρους των πόντων που έχει πετύχει (10).


| Αγώνας | Denis Schroder (Εθνική Γερμανίας) | Lauri Markkanen (Εθνική Φινλανδίας) |
|---------------|--------------------------------------|--|
| 1 | 21 | 28 |
| 2 | 23 | 43 |
| 3 | 26 | 26 |
| 4 | 19 | 19 |
| 5 | 16 | 11 |
| 6 | 16 | 29 |
| 7 | 20 | 17 |
| 8 | 26 | 16 |
| 9 | 16 | 19 |
| Μέσος όρος | 20,33 | 23,11 |
| Ελάχιστη τιμή | 16 | 11 |
| Μέγιστη τιμή | 26 | 43 |
| Εύρος | 10 | 32 |

Αναστοχασμός (σελ. 24):

Τα παιδιά καλούνται να αναστοχαστούν με ποιο τρόπο η προσθήκη της βαθμολογίας ενός πέμπτου παιδιού μεταβάλλει τον αρχικό μέσο όρο. Αφού υπολογίσουν ότι ο αρχικός μέσος όρος είναι το 7, αναμένεται να επισημάνουν τα εξής:

- Αν η βαθμολογία του πέμπτου παιδιού είναι μεγαλύτερη από τον αρχικό μέσο όρο (δηλαδή πάνω από 7), ο νέος μέσος όρος των βαθμολογιών θα είναι μεγαλύτερος από τον αρχικό.
- Αντίστοιχα, αν η βαθμολογία του πέμπτου παιδιού είναι μικρότερη από τον αρχικό μέσο όρο (δηλαδή μικρότερη από 7), ο νέος μέσος όρος θα είναι μικρότερος από τον αρχικό.




Αναστοχασμός

Σε ένα παιχνίδι με μέγιστη βαθμολογία το 10, τέσσερα παιδιά πήραν τις εξής βαθμολογίες: 5, 5, 8, 10.

Να προσθέσετε τη βαθμολογία ενός πέμπτου παιδιού στο σύνολο, ώστε ο νέος μέσος όρος των βαθμολογιών των παιδιών να είναι:

(α) Μεγαλύτερος από τον αρχικό μέσο όρο.

(β) Μικρότερος από τον αρχικό μέσο όρο.

Επιπρόσθετες δραστηριότητες (σελίδες 28 - 32)**Δραστηριότητα 2 (σελ. 28):**

Ο γενικός κανόνας για τον αριθμό των ποδιών στα χειλόποδα είναι $2n$, αφού τα χειλόποδα έχουν πολλά επαναλαμβανόμενα τμήματα, καθένα από τα οποία έχει ένα ζεύγος ποδιών. Αντικαθιστούμε το n μόνο με περιττούς αριθμούς, επειδή ο αριθμός των τμημάτων στο σώμα τους είναι πάντα περιττός. Για να εξετάσουμε αν είναι δυνατόν ένα χειλόποδο να έχει 150 πόδια, λύνουμε την εξίσωση $2n = 150$, για να διαπιστώσουμε αν το n είναι περιττός αριθμός.

$$2n = 150$$

$$\frac{\cancel{z}v}{\cancel{y}} = \frac{150}{2}$$

$$v = 75$$

Ο αριθμός των τμημάτων στο σώμα του είναι 75, ο οποίος είναι περιττός αριθμός. Άρα, είναι δυνατόν ένα χειλόποδο να έχει 150 πόδια.

Δραστηριότητα 10 (σελ. 100):

Το παιδιά αναμένεται να σχηματίσουν εξίσωση με βάση τον τρόπο υπολογισμού του μέσου όρου και να την επιλύσουν.

$$\frac{v+v+1+v+2+v+3+v+4}{5} = 100$$

$$5v + 10 = 500$$

$$5v + 10 - 10 = 500 - 10$$

$$5v = 490$$

$$\frac{\cancel{5}v}{\cancel{5}} = \frac{490}{5}$$

$$v = 98$$

Άρα, οι 5 διαδοχικοί αριθμοί με μέσο όρο 100 είναι το 98, το 99, το 100, το 101 και το 102.

Εναλλακτικά, τα παιδιά μπορούν να εργαστούν με δοκιμή και έλεγχο. Αφού ο μέσος όρος των πέντε αριθμών είναι ίσος με 100, τότε το άθροισμα τους είναι ίσο με 500 (100 x 5). Καθένας από τους αριθμούς θα είναι κοντά στο 100. Δοκιμάζοντας αριθμούς, τα παιδιά αναμένεται να βρουν ότι οι αριθμοί είναι το 98, το 99, το 100, το 101 και το 102.