10

Γεωμετρία ΙΙ
Οδηγός Εκπαιδευτικού

ΕΝΟΤΗΤΑ 10

Στον πιο κάτω πίνακα παρουσιάζονται οι δείκτες επιτυχίας και επάρκειας που αντιστοιχούν στην Ενότητα 10.

ΔΕΙΚΤΕΣ ΕΠΙΤΥΧΙΑΣ	ΔΕΙΚΤΕΣ ΕΠΑΡΚΕΙΑΣ	ΠΡΟΑΠΑΙΤΟΥΜΕΝΕΣ ΓΝΩΣΕΙΣ	ΝΕΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ
Οι μαθητές και οι μαθήτριες να είναι σε θέση να:	*Ο/Η εκπαιδευτικός αναπτύσσει δραστηριότητες, ώστε οι μαθητές και οι μαθήτριες να είναι σε θέση να:*		
Κύκλος			
4.(Γ3.7) Αναγνωρίζουν, ονομάζουν και περιγράφουν τα βασικά στοιχεία και ιδιότητες του κύκλου.	**4.1** Διερευνούν τα βασικά στοιχεία του κύκλου (ακτίνα, κέντρο, διάμετρος, σχέση μεταξύ ακτίνας και διαμέτρου).		✓ Στοιχεία και ιδιότητες του κύκλου
6.(Μ4.5) Υπολογίζουν την περιφέρεια του κύκλου με διάφορα μέσα και λογισμικά.	**6.1** Διερευνούν τον λόγο μεταξύ της περιφέρειας και της διαμέτρου του κύκλου. **6.2** Υπολογίζουν την περιφέρεια του κύκλου με δοσμένη ακτίνα και την περιφέρεια μικτόγραμμων σχημάτων.		✓ Λόγος περιφέρειας και διαμέτρου του κύκλου ✓ Περιφέρεια κύκλου ✓ Περιφέρεια μικτόγραμμων σχημάτων
7.(Μ4.7) Επιλύουν προβλήματα που εμπεριέχουν σχέσεις μεταξύ ακτίνας, διαμέτρου και περιφέρειας κύκλου.	Στην Στ΄ τάξη γίνεται εισαγωγή των δεικτών Μ4.7 και Μ4.10. Η διδασκαλία τους είναι απαραίτητη και αποτελεί προϋπόθεση για την επίτευξη των δεικτών αυτών στην Α΄ Γυμνασίου ή σε επόμενες τάξεις.		

Μετασχηματισμοί			
15.(Γ4.17) Περιγράφουν και εκτελούν μετασχηματισμούς (περιστροφή υπό συγκεκριμένη γωνία, μεταφορά, ανάκλαση ως προς έναν ή περισσότερους άξονες) δισδιάστατων και τρισδιάστατων σχημάτων. **14.(Γ4.16)** Κατασκευάζουν πολύγωνα και σχέδια με πολλούς άξονες συμμετρίας ή σχήματα που είναι συμμετρικά ως προς ένα σημείο.	**15.2** Κάνουν παράλληλη μεταφορά ενός σχήματος με βάση οδηγίες. **14.1** Κατασκευάζουν σχήματα που είναι συμμετρικά ως προς οριζόντιο άξονα, κατακόρυφο άξονα ή με περισσότερους από έναν άξονες.	✓ *Μεταφορά σχημάτων με καθορισμένες θέσεις στο ορθοκανονικό σύστημα αξόνων.* ✓ *Ιδιότητες συμμετρικών σχημάτων.*	✓ Περιγραφή και εκτέλεση μεταφοράς σχήματος με βάση οδηγίες. ✓ Αναγνώριση και κατασκευή σχημάτων που είναι συμμετρικά ως προς οριζόντιο άξονα, κατακόρυφο άξονα ή με περισσότερους από έναν άξονες.

ΟΡΓΑΝΩΣΗ ΜΑΘΗΜΑΤΩΝ ΕΝΟΤΗΤΑΣ

Μάθημα	**Σελίδες**	**Θέμα**	**Ενδεικτικός αριθμός διδακτικών περιόδων**
1	37 - 40	Στοιχεία του κύκλου	3
2	41 - 45	Μήκος κύκλου – Περίμετρος μικτόγραμμων σχημάτων	3
3	46 - 48	Διατεταγμένα ζεύγη	2
4	49 - 52	Μετασχηματισμοί – Μεταφορά	3
5	53 - 58	Μετασχηματισμοί – Συμμετρία	4
Συνολικός αριθμός διδακτικών περιόδων ενότητας			**15**

ΣΗΜΕΙΑ ΠΡΟΣΟΧΗΣ

Μάθημα 1 (σελίδες 38 – 40)

Μαθηματικά στον κόσμο (σελ. 37):

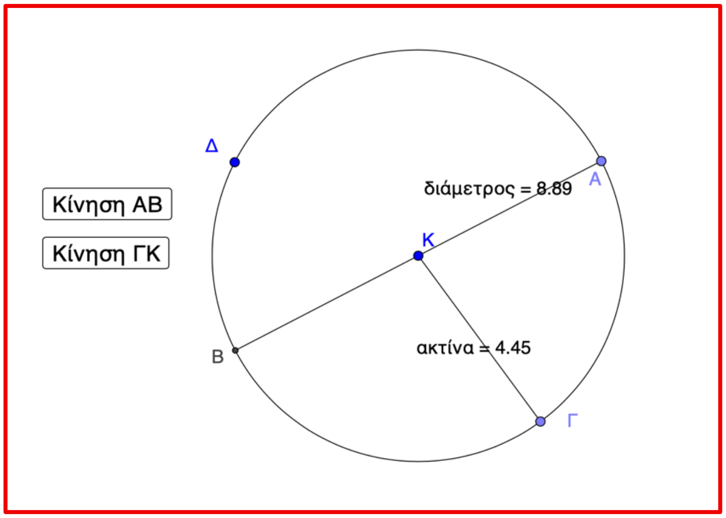
Στόχος του κειμένου είναι να συζητήσουν τα παιδιά ότι στην καθημερινή ζωή χρησιμοποιούμε έννοιες της γεωμετρίας, όπως η ακτίνα και το κέντρο, για να ορίσουμε την περιοχή γύρω από ένα σημείο. Μέσα από το παράδειγμα του εστιατορίου, τα παιδιά επισημαίνουν ότι όλες οι τοποθεσίες που βρίσκονται στην ίδια απόσταση από ένα σταθερό σημείο σχηματίζουν έναν κύκλο. Οι διαφορετικές αποστάσεις δημιουργούν διαφορετικές ζώνες. Παράλληλα, τα παιδιά αντιλαμβάνονται ότι η απόσταση από το εστιατόριο επηρεάζει το κόστος παράδοσης. Πριν παραγγείλει ο/η καταναλωτής, χρειάζεται να γνωρίζει την απόσταση του σπιτιού του από το εστιατόριο, ώστε να βρει τη ζώνη στην οποία ανήκει. Με αυτόν τον τρόπο θα μπορέσει να υπολογίσει το κόστος παράδοσης.

Διερεύνηση (σελ. 38):

Στη διερεύνηση τα παιδιά αναμένεται να εντοπίσουν τη σχέση που συνδέει τη διάμετρο με την ακτίνα ενός κύκλου: ο λόγος της διαμέτρου προς την ακτίνα ενός κύκλου είναι σταθερός και ισούται με 2. Δηλαδή, κάθε διάμετρος ενός κύκλου έχει διπλάσιο μήκος από την ακτίνα του κύκλου αυτού.

Η διερεύνηση των στοιχείων του κύκλου είναι δυνατόν να γίνει ψηφιακά μέσω της πλατφόρμας Geogebra στον πιο κάτω σύνδεσμο:

https://www.geogebra.org/m/ndvuhkma



Στο ερώτημα (α), τα παιδιά αναμένεται να αναφέρουν ότι η ακτίνα ενός κύκλου είναι το ευθύγραμμο τμήμα που ξεκινά από το κέντρο Κ του κύκλου και καταλήγει στην περιφέρεια του κύκλου. Σύροντας το σημείο Γ στον κύκλο, τα παιδιά αναμένεται να παρατηρήσουν ότι ένας κύκλος έχει άπειρες ακτίνες και ότι όλες οι ακτίνες του κύκλου έχουν το ίδιο μήκος. Στο ερώτημα (β), τα παιδιά αναμένεται να αναφέρουν ότι η διάμετρος ενός κύκλου είναι το ευθύγραμμο τμήμα που έχει τα άκρα του πάνω στον κύκλο και περνά από το κέντρο του κύκλου. Σύροντας το σημείο Α στον κύκλο, τα παιδιά αναμένεται να παρατηρήσουν ότι ένας κύκλος έχει άπειρες διαμέτρους και ότι όλες οι διάμετροι του κύκλου έχουν το ίδιο μήκος.

Στο ερώτημα (γ), τα παιδιά καλούνται να σύρουν το σημείο Δ ώστε να μεταβάλουν το μέγεθος της ακτίνας του κύκλου, δημιουργώντας έτσι διαφορετικούς κύκλους και να καταγράψουν τις μετρήσεις στον πίνακα. Αφού καταγράψουν το μήκος της ακτίνας και της διαμέτρου κάθε κύκλου, το εφαρμογίδιο υπολογίζει αυτόματα το πηλίκο της διαμέτρου διά την ακτίνα του κάθε κύκλου (τελευταία στήλη του πίνακα).

Κύκλος	Ακτίνα	Διάμετρος	Διάμετρος/Ακτίνα
Α	7	14	2
Β	5	10	2
Γ	3	6	2
Δ	?	?	?

Παρατηρώντας τις μετρήσεις στον πίνακα, τα παιδιά αναμένεται να παρατηρήσουν ότι κάθε διάμετρος του κύκλου έχει μήκος διπλάσιο από την ακτίνα του κύκλου.

Τι παρατηρείτε για τον λόγο της διαμέτρου προς την ακτίνα;

Aa π Ο λόγος της διαμέτρου προς την ακτίνα ενός κύκλου ισούται με 2.

Possible answer: Κάθε διάμετρος ενός κύκλου έχει διπλάσιο μήκος από την ακτίνα του κύκλου.

TRY AGAIN

Αναστοχασμός (σελ. 40):

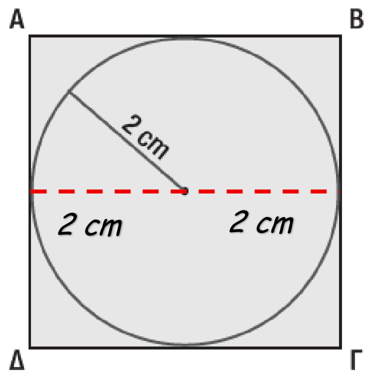
Τα παιδιά αναμένεται να αναφέρουν ότι ένας κύκλος έχει άπειρες ακτίνες και άπειρες διαμέτρους. Αυτό συμβαίνει, γιατί ένας κύκλος αποτελείται από άπειρα σημεία στην περιφέρειά του. Από το κέντρο του, είναι δυνατόν να ενώσουμε καθένα από αυτά τα σημεία και να σχηματίσουμε μία ακτίνα, άρα υπάρχουν άπειρες ακτίνες. Επίσης, από το κέντρο περνούν άπειρες ευθείες προς διαφορετικές κατευθύνσεις και καθεμία από αυτές είναι μία διάμετρος. Επομένως υπάρχουν και άπειρες διάμετροι.

Αναστοχασμός

Πόσες ακτίνες και πόσες διαμέτρους είναι δυνατόν να έχει ένας κύκλος;

Δραστηριότητα 1.3. (σελ. 40):

Τα παιδιά αναμένεται να εργαστούν με τον ακόλουθο τρόπο:



Γνωρίζουμε ότι η ακτίνα του κύκλου έχει μήκος 2 cm και η διάμετρος του κύκλου έχει μήκος 4 cm. Η διάμετρος του κύκλου ισούται με την πλευρά του τετραγώνου.

Άρα,

$$AB = B\Gamma = \Delta\Gamma = A\Delta = \Delta\iota\acute{\alpha}\mu\varepsilon\tau\rho o\varsigma\ \kappa\acute{\upsilon}\kappa\lambda o\upsilon = 4\ cm$$

$\Pi\varepsilon\rho\acute{\iota}\mu\varepsilon\tau\rho o\varsigma_{\ AB\Gamma\Delta} = 4 \cdot 4 = 16\ cm$

$E\mu\beta\alpha\delta\acute{o}\nu_{AB\Gamma\Delta} = 4 \cdot 4 = 16\ cm^2$

Μάθημα 2 (σελίδες 41 - 45)

Διερεύνηση (σελ. 41-42):

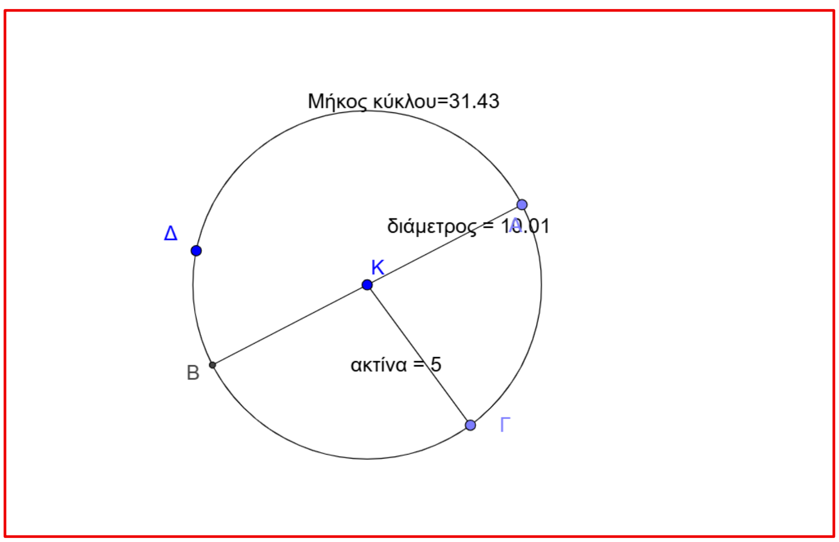
Στο ερώτημα (α), τα παιδιά αναμένεται να παρατηρήσουν ότι ο λόγος του μήκους του κύκλου προς το μήκος της διαμέτρου του είναι σταθερός(σταθερά $\pi \cong$ 3,14). Επιπλέον, αναμένεται να επισημάνουν ότι, αν γνωρίζουμε το μήκος της διαμέτρου ενός κύκλου, είναι δυνατόν να υπολογίσουμε το μήκος του κύκλου, πολλαπλασιάζοντας το μήκος της διαμέτρου με τη σταθερά $\pi \cong$ 3,14. Τονίζεται ότι ο τύπος αυτός δίνει το μήκος του κύκλου κατά προσέγγιση, λόγω του π, για αυτό και στους υπολογισμούς χρησιμοποιείται το σύμβολο $\cong$ αντί του =. Πολλές φορές το μήκος εκφράζεται σε σχέση με το π. Η αντικατάσταση γίνεται στο τέλος.

Στο ερώτημα (β) τα παιδιά αναμένεται να απαντήσουν ότι, για να υπολογίσουμε το μήκος ενός κύκλου (περιφέρεια), πολλαπλασιάζουμε τον αριθμό $\pi \cong 3{,}14$ είτε με τη διάμετρο του κύκλου είτε με το διπλάσιο της ακτίνας. Και οι δύο τρόποι δίνουν το ίδιο αποτέλεσμα, γιατί η διάμετρος είναι διπλάσια από την ακτίνα.

Η διερεύνηση του μήκους κύκλου είναι δυνατόν να γίνει ψηφιακά μέσω της πλατφόρμας Geogebra στον πιο κάτω σύνδεσμο:

https://www.geogebra.org/m/j6xvba4s

Στο ερώτημα (α), τα παιδιά καλούνται να σύρουν το Σημείο Δ ώστε να μεταβάλουν το μέγεθος του κύκλου και να καταγράψουν τις μετρήσεις στον πίνακα. Αφού καταγράψουν το μήκος της διαμέτρου και το μήκος του κύκλου σε κάθε περίπτωση, το εφαρμογίδιο υπολογίζει αυτόματα το πηλίκο του μήκους του κύκλου διά το μήκος της διαμέτρου του (τελευταία στήλη του πίνακα).



Κύκλος	Μήκος διαμέτρου	Μήκος κύκλου	Μήκος κύκλου/Μήκος διαμέτρου
Α	9.33	29.32	3.14
Β	?	?	?
Γ	?	?	?
Δ	?	?	?
Ε	?	?	?

Στο ερώτημα (β), τα παιδιά παρατηρώντας τις μετρήσεις στον πίνακα, αναμένεται να γράψουν ότι ο λόγος του μήκους του κύκλου προς το μήκος της διαμέτρου του είναι πάντα σταθερός και ισούται κατά προσέγγιση με 3,14. Αυτή η σταθερά συμβολίζεται με το γράμμα π.

Στο ερώτημα (γ), τα παιδιά αναμένεται να γράψουν ότι για να υπολογίσουμε το μήκος ενός κύκλου όταν γνωρίζουμε το μήκος της διαμέτρου του, μπορούμε να πολλαπλασιάσουμε το μήκος της διαμέτρου επί το 3,14.

(β) Τι παρατηρείτε για τον λόγο του μήκους του κύκλου προς το μήκος της διάμετρου;

Aa π ο

Possible answer: Ο λόγος του μήκους του κύκλου προς το μήκος της διαμέτρου του είναι πάντα σταθερός και ισούται με 3.14.

TRY AGAIN

(γ) Με ποιο τρόπο μπορείτε να υπολογίσετε το μήκος του κύκλου, αν γνωρίζετε το μήκος της διαμέτρου του;

Aa π Γ

Possible answer: Για να υπολογίσουμε το μήκος του κύκλου αν γνωρίζουμε το μήκος της διαμέτρου του, μπορούμε να πολλαπλασιάσουμε το μήκος της διαμέτρου επί το 3,14.

TRY AGAIN

Δραστηριότητα 2.1. (σελ. 45):

(α) Για να βρούμε το μήκος του ημικυκλίου ΓΔ, υπολογίζουμε αρχικά το μήκος ολόκληρου του κύκλου.

$Γ = Διάμετρος\,.\,π = 6π \cong 18{,}84$ m

Στη συνέχεια, υπολογίζουμε το μήκος του ημικυκλίου, διαιρώντας διά 2.

$Μήκος\ ημικυκλίου\ ΓΔ \cong 18{,}84\ \div 2 \cong 9{,}42\ m$

(β)

(i) Το σχήμα είναι μικτόγραμμο και αποτελείται από ένα ημικύκλιο και ένα ευθύγραμμο τμήμα με μήκος 7 m.

Για να βρούμε το μήκος του ημικυκλίου, υπολογίζουμε αρχικά το μήκος ολόκληρου του κύκλου με διάμετρο 7 m.

$Γ = Διάμετρος\,.\,π = 7π \cong 21{,}98\ m$

Στη συνέχεια, υπολογίζουμε το μήκος του ημικυκλίου, διαιρώντας διά 2.

$Μήκος\ ημικυκλίου \cong 21{,}98\ \div 2 \cong 10{,}99\ m$

Άρα, $Μήκος\ σχήματος \cong 10{,}99 + 7 \cong 17{,}99\ m.$

(i) Το σχήμα είναι μικτόγραμμο και αποτελείται από δύο ημικύκλια και δύο ευθύγραμμα τμήματα με μήκος 15 m.

Το μήκος των δύο ημικυκλίων ισούται με το μήκος ενός κύκλου με διάμετρο 6 m.

$Γ = Διάμετρος\,.\,π = 6π \cong 18{,}84\ m$

Άρα, $Μήκος\ σχήματος \cong 18{,}84 + 15\ + 15 \cong 48{,}84\ m.$

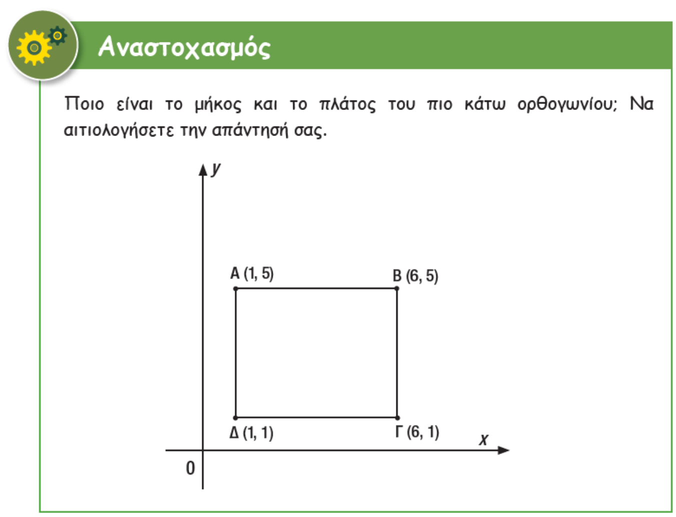
Μάθημα 3 (σελίδες 46 – 48)

Μαθηματικά στον κόσμο (σελ. 46):

Στόχος της δραστηριότητας είναι τα παιδιά να επισημάνουν τη σημασία της χρήσης συντεταγμένων (π.χ. Α1, Γ2) για τον προσδιορισμό της ακριβούς θέσης ενός ευρήματος.

Αναστοχασμός (σελ. 48):

Τα παιδιά αναμένεται να υπολογίσουν το μήκος και το πλάτος του ορθογωνίου, λαμβάνοντας υπόψη την απόστασή των κορυφών του από τον οριζόντιο και κατακόρυφο άξονα. Ενδεικτικά, για τον υπολογισμό του μήκους του ορθογωνίου, τα παιδιά αναμένεται να παρατηρήσουν ότι οι κορυφές Α και Β, έχουν την ίδια απόσταση από τον οριζόντιο άξονα. Οι αποστάσεις τους από τον κατακόρυφο άξονα είναι 1 και 6 μονάδες, αντίστοιχα. Άρα, το μήκος του ορθογωνίου είναι ίσο με 5 μονάδες (6 – 1 = 5 μονάδες). Με ανάλογο τρόπο, για το πλάτος παρατηρούμε τις κορυφές Β και Γ, που έχουν την ίδια απόσταση από τον κατακόρυφο άξονα, ενώ οι αποστάσεις τους από τον οριζόντιο άξονα είναι 5 και 1 μονάδα. Άρα, το πλάτος του ορθογωνίου είναι ίσο με 4 μονάδες (5 – 1 = 4 μονάδες).



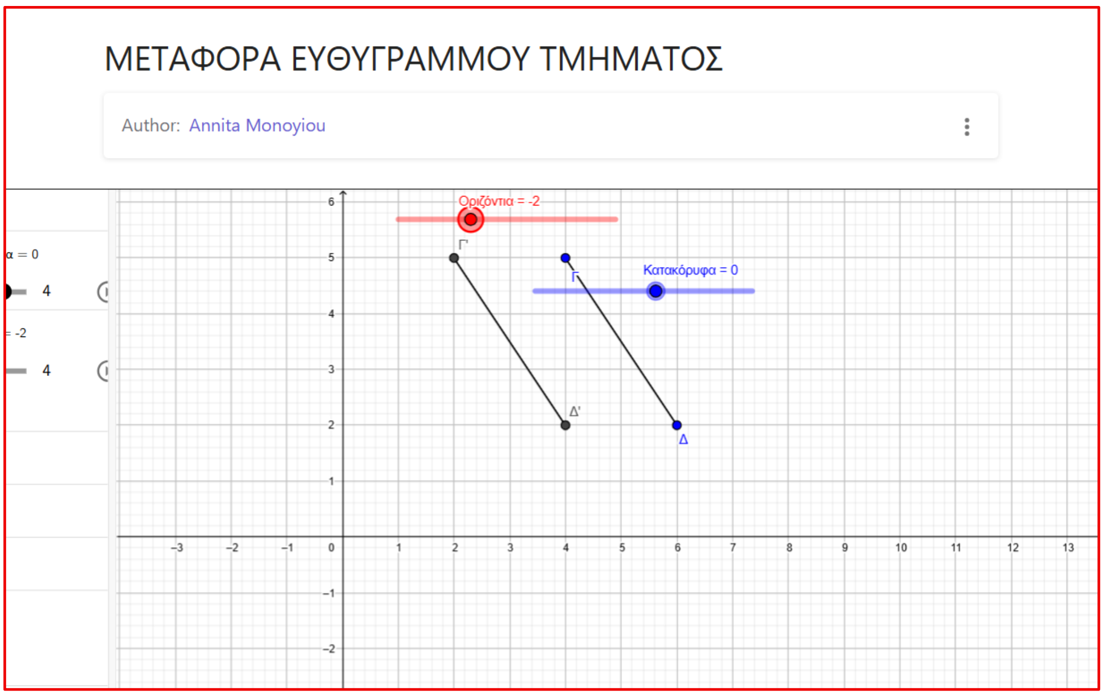
-Μάθημα 4 (σελίδες 49 – 52)

Διερεύνηση (σελ. 49):

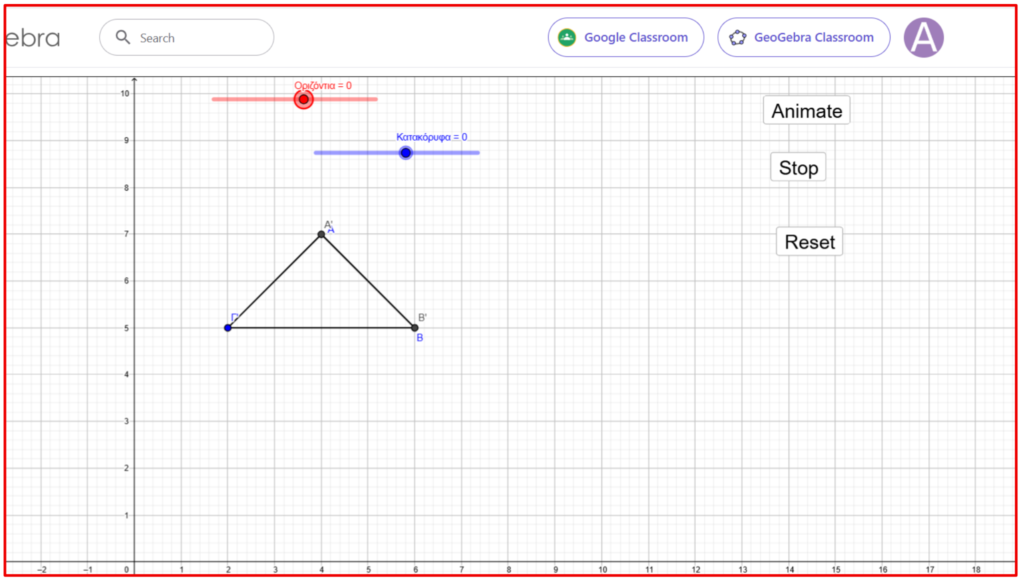
Τα παιδιά αναμένεται να επισημάνουν ότι κατά τη μεταφορά του ευθύγραμμου τμήματος ΓΔ κάθε σημείο του, μετακινείται προς την ίδια κατεύθυνση και σε ίση απόσταση (2 μονάδες αριστερά). Για ευκολία, χρησιμοποιούνται τα άκρα ενός του ευθύγραμμου τμήματος. Οι συντεταγμένες του σημείου Γ′ είναι Γ′ (2,5) και του σημείου Δ′ είναι Δ′ (4, 2).

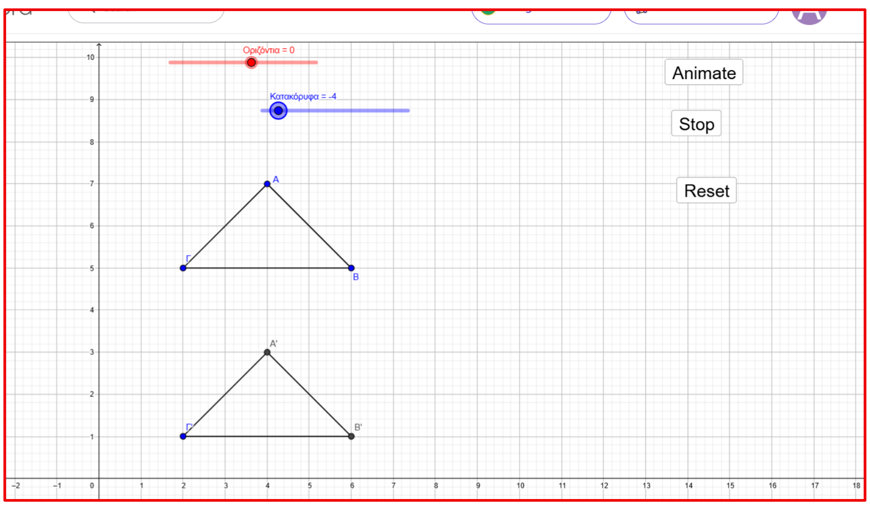
Η διερεύνηση του μετασχηματισμού της μεταφοράς είναι δυνατόν να γίνει ψηφιακά μέσω της πλατφόρμας Geogebra στον πιο κάτω σύνδεσμο:
https://www.geogebra.org/m/gk76nwub

Το εφαρμογίδιο δίνει τη δυνατότητα στα παιδιά να μεταφέρουν το ευθύγραμμο τμήμα δεξιά ή αριστερά (κόκκινος δρομέας οριζόντια) και πάνω ή κάτω (μπλε δρομέας κατακόρυφα). Τα παιδιά καλούνται να μετακινήσουν τον κόκκινο δρομέα οριζόντια 2 μονάδες αριστερά, και να γράψουν τις συντεταγμένες των σημείων Γ' και Δ'. Τα παιδιά αναμένεται επίσης να παρατηρήσουν ότι το ευθύγραμμο τμήμα διατηρεί τη μορφή και το μέγεθός του αλλά αλλάζει θέση.



Με τον ίδιο τρόπο, τα παιδιά είναι δυνατόν να διερευνήσουν ψηφιακά τη μεταφορά του τριγώνου ΑΒΓ που παρουσιάζεται στο Παράδειγμα 1 (σελ. 50) στον πιο κάτω σύνδεσμο: https://www.geogebra.org/m/vgvavvez





Το εφαρμογίδιο δίνει τη δυνατότητα στα παιδιά να μεταφέρουν το τρίγωνο ΑΒΓ δεξιά ή αριστερά (κόκκινος δρομέας οριζόντια) και πάνω ή κάτω (μπλε δρομέας κατακόρυφα). Τα παιδιά καλούνται να μετακινήσουν τον μπλε δρομέα 4 μονάδες προς τα κάτω, και να γράψουν τις συντεταγμένες των κορυφών του τριγώνου Α'Β'Γ'. Τα παιδιά αναμένεται επίσης να παρατηρήσουν ότι κατά τη μεταφορά το τρίγωνο διατηρεί τη μορφή και το μέγεθός του αλλά αλλάζει θέση.

Αναστοχασμός (σελ. 52):

Το τρίγωνο Κ'Λ'Μ' είναι δυνατόν να προκύψει από το τρίγωνο ΚΛΜ, με δύο μεταφορές. Αρχικά, το σχήμα ΚΛΜ μεταφέρεται 5 μονάδες προς τα αριστερά. Στη συνέχεια, μεταφέρεται 2 μονάδες προς τα πάνω. Οι μεταφορές είναι δυνατόν να γίνουν και αντίστροφα, δηλαδή το σχήμα ΚΛΜ μεταφέρεται αρχικά 2 μονάδες προς τα πάνω και στη συνέχεια 5 μονάδες προς τα αριστερά.

Δραστηριότητα 1.3. (σελ. 52):

Για να δημιουργήσει τον πίνακα, ο καλλιτέχνης επαναλάμβανε την ίδια εικόνα (μπλε πουλί και μπεζ πουλί), χρησιμοποιώντας μεταφορά πάνω ή/και κάτω, δεξιά ή/και αριστερά.

Μάθημα 5 (σελίδες 53 – 58)

Τα Μαθηματικά στον κόσμο (σελ. 53):

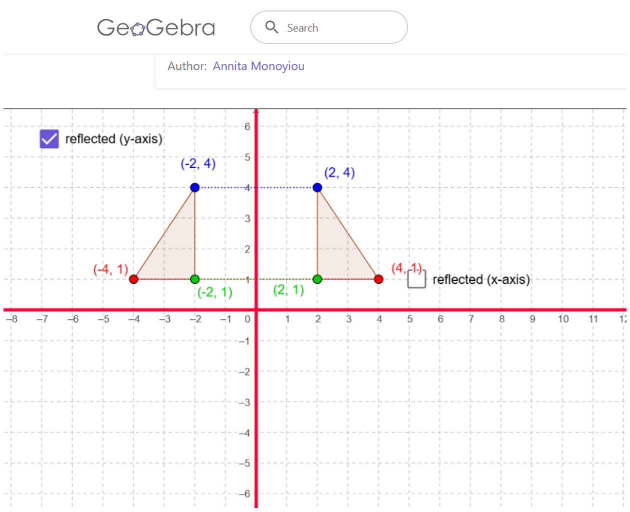
Στόχος του κειμένου είναι να συζητήσουν τα παιδιά ότι η συμμετρία αποτελεί βασικό στοιχείο της αισθητικής και της ομορφιάς στη φύση και στο περιβάλλον. Μέσα από παραδείγματα όπως το λουλούδι, η πεταλούδα και το φύλλο, οι μαθητές καλούνται να παρατηρήσουν ότι τα σχήματα που έχουν άξονα συμμετρίας φαίνονται πιο «ισορροπημένα» και ευχάριστα στο μάτι. Παράλληλα, η αντανάκλαση στο τοπίο της λίμνης δείχνει πώς η συμμετρία δημιουργείται και στο φυσικό περιβάλλον, ενισχύοντας την αίσθηση αρμονίας.

Διερεύνηση (σελ. 54):

Τα παιδιά στα ερωτήματα (α) και (β) σημειώνουν την απόσταση των σημείων Α, Β και Γ και των συμμετρικών τους Α', Β' και Γ' από τον άξονα συμμετρίας. Καταλήγουν στο συμπέρασμα ότι στη συμμετρία ως προς άξονα, κάθε σημείο και το συμμετρικό του απέχουν την ίδια απόσταση από τον άξονα συμμετρίας. Στη συμμετρία διατηρούνται τα σχήματα και τα μεγέθη, ενώ αλλάζει μόνο η θέση και ο προσανατολισμός τους.

Η διερεύνηση της συμμετρίας είναι δυνατόν να γίνει ψηφιακά μέσω της πλατφόρμας Geogebra στον πιο κάτω σύνδεσμο: https://www.geogebra.org/m/wrcenvuy

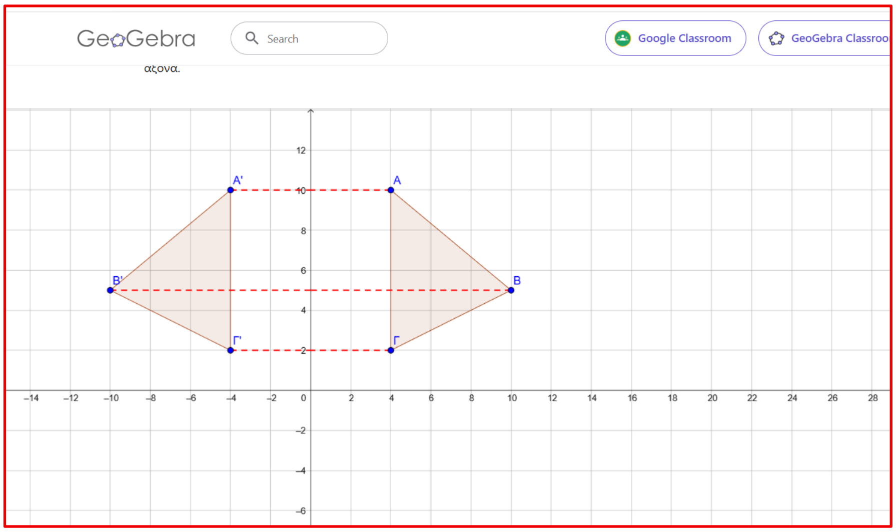
Στο εφαρμογίδιο παρουσιάζεται το τρίγωνο ΑΒΓ (σελ. 54). Βάζοντας ✓ στο reflected y-axis, παρουσιάζεται το συμμετρικό τρίγωνο Α'Β'Γ' με άξονα συμμετρίας τον κατακόρυφο άξονα. Τα παιδιά αναμένεται να παρατηρήσουν ότι οι κορυφές των δύο τριγώνων ισαπέχουν από τον άξονα συμμετρίας.



Στη συνέχεια, βάζοντας ✓ στο reflected x-axis, παρουσιάζεται το συμμετρικό τρίγωνο Α'Β'Γ', με άξονα συμμετρίας τον οριζόντιο άξονα. Τα παιδιά αναμένεται να παρατηρήσουν ότι και σε αυτή την περίπτωση οι κορυφές των δύο τριγώνων ισαπέχουν από τον άξονα συμμετρίας.

Επιπρόσθετα, είναι δυνατόν να αξιοποιηθεί η πιο κάτω δραστηριότητα της πλατφόρμας Geogebra στον πιο κάτω σύνδεσμο:

https://www.geogebra.org/m/nctxfspp



Τα παιδιά καλούνται να υπολογίσουν την απόσταση των σημείων από τον άξονα συμμετρίας και να παρατηρήσουν ότι η απόσταση κάθε κορυφής του τριγώνου ΑΒΓ από τον άξονα συμμετρίας είναι ίση με την απόσταση της εικόνας της από τον άξονα συμμετρίας.

Επιπρόσθετα, τα παιδιά σύροντας τις κορυφές του σχήματος ΑΒΓ σε διαφορετικές θέσεις, αναμένεται να παρατηρήσουν ότι οι αποστάσεις των κορυφών του σχήματος από τον άξονα συμμετρίας είναι πάντα ίσες με τις αποστάσεις των κορυφών της εικόνας του από τον άξονα συμμετρίας.

Δραστηριότητα 1.3. (σελ. 57):

Η κορυφή Α έχει συντεταγμένες Α (1, 4). Εφόσον το τρίγωνο Α'Β'Γ' είναι συμμετρικό του ΑΒΓ ως προς τον κατακόρυφο άξονα, η συμμετρική κορυφή Α' θα έχει την ίδια απόσταση από τον άξονα των x και την ίδια απόσταση από τον άξονα των y. Άρα, το σημείο Α' έχει συντεταγμένες Α'(-1, 4).

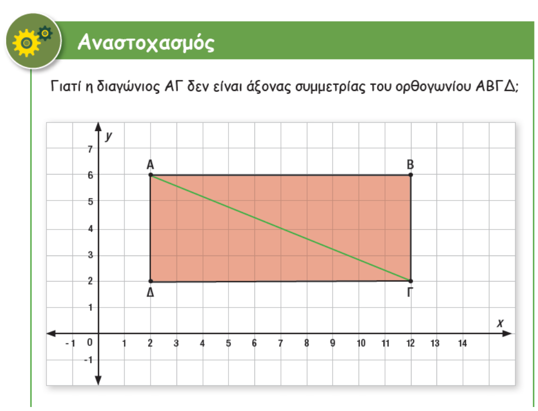
Με τον ίδιο τρόπο, το σημείο Β' έχει συντεταγμένες Β'(-5, 0) και το σημείο Γ' έχει συντεταγμένες Γ'(-2, -1). Άρα, οι συντεταγμένες των κορυφών του τριγώνου Α'Β'Γ' είναι: Α'(-1, 4), Β'(-5, 0), Γ'(-2, -1).

Δραστηριότητα 1.4. (σελ. 58):

Για να προκύψει το τραπέζιο Β από το τραπέζιο Α, χρειάζεται να γίνουν τουλάχιστον δύο μετασχηματισμοί. Αρχικά, κάθε κορυφή του σχήματος Α μεταφέρεται 3 μονάδες προς τα πάνω και στη συνέχεια κατασκευάζεται το συμμετρικό του σχήμα με άξονα συμμετρίας τον κατακόρυφο άξονα. Οι μετασχηματισμοί είναι δυνατόν να γίνουν και αντίστροφα: να κατασκευαστεί το συμμετρικό του σχήματος Α με άξονα συμμετρίας τον κατακόρυφο άξονα και στη συνέχεια να μεταφερθεί 3 μονάδες προς τα πάνω.

Αναστοχασμός (σελ. 58):

Ο άξονας συμμετρίας είναι μια ευθεία γραμμή που χωρίζει ένα σχήμα σε δύο μέρη, τα οποία είναι συμμετρικά το ένα ως προς το άλλο. Αν διπλωθεί το σχήμα κατά μήκος αυτής της ευθείας, τα δύο μέρη συμπίπτουν. Αν διπλωθεί ένα ορθογώνιο κατά μήκος της διαγωνίου του, τα δύο μέρη δεν ταυτίζονται. Το ορθογώνιο έχει μόνο δύο άξονες συμμετρίας, έναν οριζόντιο και έναν κατακόρυφο. Στην ειδική περίπτωση που το ορθογώνιο είναι τετράγωνο, τότε οι διαγώνιοί του είναι άξονες συμμετρίας, καθώς χωρίζουν το σχήμα σε δύο ίσα ορθογώνια τρίγωνα που ταυτίζονται κατά την αναδίπλωση.



Επιπρόσθετες δραστηριότητες (σελίδες 40 – 46)

Δραστηριότητα 4 (σελ. 61):

Τα παιδιά αναμένεται να εργαστούν με τον ακόλουθο τρόπο:

(α) Το σχήμα είναι μικτόγραμμο και αποτελείται από μία καμπύλη γραμμή ίση με το $\frac{1}{4}$ του μήκους ενός κύκλου με ακτίνα 6 cm και δύο ευθύγραμμα τμήματα με μήκος 6 cm το καθένα.

Για να βρούμε το μήκος της καμπύλης γραμμής, υπολογίζουμε αρχικά το μήκος ολόκληρου του κύκλου με ακτίνα 6 cm .

$\Gamma = 2\,\pi R = 12\pi$

Στη συνέχεια, υπολογίζουμε το μήκος της καμπύλης γραμμής, διαιρώντας διά 4.

$Μήκος\ καμπύλης\ γραμμής = 12\pi \div 4 = 3\pi \cong\ 9{,}42 \text{ cm}$

Άρα, $\text{Περίμετρος σχήματος} \cong\ 6\ +\ 6\ +\ 9{,}42$

$\cong 21{,}42 \text{ cm}$

(β) Το σχήμα είναι μικτόγραμμο και αποτελείται από ένα ημικύκλιο, ένα ευθύγραμμο τμήμα με μήκος 8 m και δύο ευθύγραμμα τμήματα με μήκος 10m.

Για να βρούμε το μήκος του ημικυκλίου, υπολογίζουμε αρχικά το μήκος ολόκληρου του κύκλου με διάμετρο 8 m.

$\Gamma = Διάμετρος\,.\,\pi = 8\pi \cong 25{,}12\ m$

Στη συνέχεια, υπολογίζουμε το μήκος του ημικυκλίου, διαιρώντας διά 2.

$Μήκος\ ημικυκλίου \cong 25{,}12 \div 2 \cong 12{,}56\ m$

Άρα, $Περίμετρος\ σχήματος \cong 12{,}56 + 8 + 10 + 10 \cong 40{,}56\ m.$

Δραστηριότητα 5 (σελ. 61):

Τα παιδιά αναμένεται να εργαστούν με τον ακόλουθο τρόπο:

Αν ένας τροχός με διάμετρο 120 m γυρίσει μια φορά, θα καλύψει απόσταση ίση με το μήκος του συγκεκριμένου κύκλου. Δηλαδή:

$\Gamma = \pi \cdot \Delta\iota\acute{\alpha}\mu\varepsilon\tau\rho o\varsigma$

$\Gamma = 120\,\pi \cong 120 \cdot 3{,}14 \cong 376{,}8\ m$

Άρα, ένα βαγόνι στη ρόδα London Eye, ύστερα από μία πλήρη περιστροφή του, καλύπτει απόσταση κατά προσέγγιση ίση με 376,8 m.

Δραστηριότητα 6 (σελ. 62):

Η πισίνα είναι ένα μικτόγραμμο σχήμα, που αποτελείται από μία καμπύλη γραμμή ίση με τα $\frac{3}{4}$ του μήκους ενός κύκλου με ακτίνα 5 m και δύο ευθύγραμμα τμήματα με μήκος 5 m το καθένα.

Για να βρούμε το μήκος της καμπύλης γραμμής, υπολογίζουμε αρχικά το μήκος ολόκληρου του κύκλου με ακτίνα 5 m .

$\Gamma = 2\,\pi R = 10\pi$

Στη συνέχεια, υπολογίζουμε τα μήκος της καμπύλης γραμμής, υπολογίζοντας τα $\frac{3}{4}$ του μήκους του κύκλου.

$$\textit{Μήκος καμπύλης γραμμής} = \frac{3}{4} \cdot 10\pi = \frac{30}{4}\pi \cong 23{,}55 \text{ m}$$

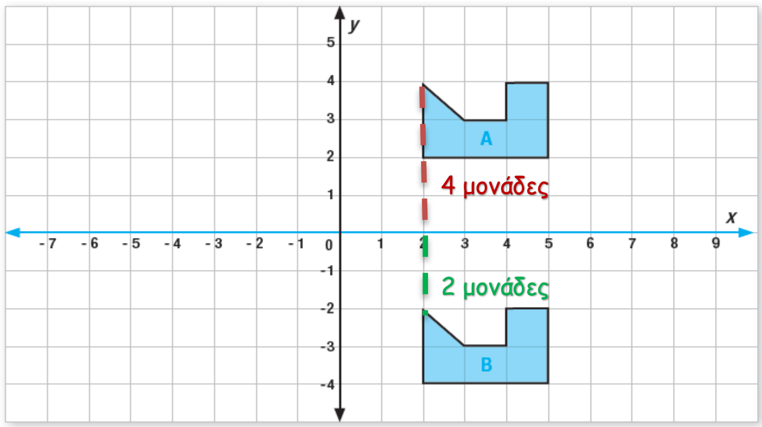
Άρα, $\text{Περίμετρος πισίνας} \cong 23{,}55 + 5 + 5$

$$\cong 33{,}55 \text{ m}$$

Δραστηριότητα 8 (σελ. 63):

(α) Για να είναι το σχήμα Β συμμετρικό του σχήματος Α ως προς τον κατακόρυφο άξονα, πρέπει κάθε σημείο του σχήματος Β και το συμμετρικό του σημείο στο σχήμα Α να απέχουν την ίδια απόσταση από τον κατακόρυφο άξονα. Παρατηρώντας τις κορυφές των δύο σχημάτων παρατηρούμε ότι αυτό ισχύει για όλες τις κορυφές, άρα τα δύο σχήματα είναι συμμετρικά.

(β) Στην περίπτωση αυτή το σχήμα Β δεν είναι συμμετρικό του σχήματος Α ως προς τον οριζόντιο άξονα, γιατί κάθε σημείο του σχήματος Α και το συμμετρικό του σημείο στο σχήμα Β, δεν απέχουν την ίδια απόσταση από τον άξονα συμμετρίας.



Δραστηριότητα 9 (σελ. 64):

Το ορθογώνιο Α'Β'Γ'Δ' είναι δυνατόν να προκύψει από δύο μεταφορές. Αρχικά, κάθε κορυφή του σχήματος μεταφέρεται 10 μονάδες αριστερά και στη συνέχεια 4 μονάδες προς τα πάνω. Οι μετασχηματισμοί είναι δυνατόν να γίνουν και αντίστροφα.

Δραστηριότητα 10 (σελ. 64):

Το ορθογώνιο Α'Β΄Γ΄Δ΄ προκύπτει από μεταφορά του ορθογωνίου ΑΒΓΔ, δηλαδή όλα τα σημεία του αρχικού σχήματος μετακινούνται στην ίδια κατεύθυνση και την ίδια απόσταση. Παρατηρούμε ότι το σημείο Β έχει συντεταγμένες (5, 4), ενώ το Β' βρίσκεται στο (0, 0). Αυτό σημαίνει ότι για να μεταφερθεί το σημείο Β στο Β΄ μετακινείται 5 μονάδες αριστερά και 4 μονάδες προς τα κάτω. Επειδή η μεταφορά είναι ίδια για όλα τα σημεία, εφαρμόζουμε την ίδια αλλαγή και στις υπόλοιπες κορυφές του ορθογωνίου. Το σημείο Α(2, 4) μετακινείται 5 μονάδες προς τα αριστερά και 4 μονάδες προς τα κάτω και γίνεται Α΄(-3, 0). Το σημείο Γ(5, 0) μετακινείται επίσης 5 μονάδες προς τα αριστερά και 4 μονάδες προς τα κάτω και γίνεται Γ΄(0, -4). Αντίστοιχα, το σημείο Δ (2, 0) μετακινείται με τον ίδιο τρόπο και γίνεται Δ΄(-3, -4). Έτσι, οι συντεταγμένες των κορυφών του νέου ορθογωνίου είναι Α΄(-3, 0), Β΄(0, 0), Γ΄(0, -4) και Δ΄(-3, -4).ζ