ΕΝΟΤΗΤΑ 6

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ, ΜΕΤΡΗΣΗ

Στον πιο κάτω πίνακα παρουσιάζονται οι δείκτες επιτυχίας και επάρκειας που αντιστοιχούν στην Ενότητα 6. Οι Δείκτες Επιτυχίας και Επάρκειας περιγράφονται αναλυτικά στο Αναθεωρημένο Αναλυτικό Πρόγραμμα Μαθηματικών, το οποίο πέρα από τους Δείκτες για κάθε περιοχή των Μαθηματικών (Αριθμοί, Μέτρηση, Γεωμετρία, Άλγεβρα, Στατιστική-Πιθανότητες), περιλαμβάνει παραδείγματα δραστηριοτήτων που επεξηγούν τους Δείκτες και παραδείγματα Μαθηματικών Πρακτικών.

ΔΕΙΚΤΕΣ ΕΠΙΤΥΧΙΑΣ	ΔΕΙΚΤΕΣ ΕΠΑΡΚΕΙΑΣ	ΠΡΟΑΠΑΙΤΟΥΜΕΝΕΣ ΓΝΩΣΕΙΣ	ΝΕΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ
Οι μαθητές και οι μαθήτριες να είναι σε θέση να:	*Ο εκπαιδευτικός αναπτύσσει δραστηριότητες, ώστε οι μαθητές και οι μαθήτριες να είναι σε θέση να:*		
Γωνίες			
9.(Μ3.6) Εκτιμούν, μετρούν, ταξινομούν και κατασκευάζουν γωνίες (με ή χωρίς τη χρήση της τεχνολογίας). **10.(Μ4.6)** Υπολογίζουν το άθροισμα γωνιών πολυγώνων. **12.(Μ4.8)** Χρησιμοποιούν λογισμικά δυναμικής γεωμετρίας, για να κατανοούν και να αποδεικνύουν σχέσεις.	**9.1** Εκτιμούν, μετρούν και ταξινομούν γωνίες (με ή χωρίς τη χρήση της τεχνολογίας). **10.1** Διερευνούν το άθροισμα των γωνιών του τριγώνου και άλλων πολυγώνων. Στην Στ΄ τάξη γίνεται εισαγωγή του δείκτη Μ4.8. Η διδασκαλία του είναι απαραίτητη και αποτελεί προϋπόθεση για την επίτευξη του δείκτη αυτού στην Α΄ Γυμνασίου ή σε επόμενες τάξεις.		✓ Μέτρηση και ταξινόμηση γωνιών, χρησιμοποιώντας εποπτικό υλικό και εφαρμογίδια ✓ Συμπληρωματικές και παραπληρωματικές γωνίες ✓ Άθροισμα γωνιών τριγώνου ✓ Άθροισμα γωνιών πολυγώνου

3.(Γ4.4) Αναγνωρίζουν και ονομάζουν είδη γωνιών στο επίπεδο και στον χώρο (π.χ. συμπληρωματικές και παραπληρωματικές, κατακορυφήν γωνίες που σχηματίζονται, όταν μια ευθεία τέμνει δύο παράλληλες ευθείες).	**3.1** Αναγνωρίζουν και ονομάζουν τις συμπληρωματικές και τις παραπληρωματικές γωνίες.		
Δισδιάστατα σχήματα			
5.(Γ3.8) Διακρίνουν τις μεταβλητές και μη ιδιότητες ενός σχήματος και συγκρίνουν τάξεις σχημάτων με βάση τις ιδιότητές τους. **6.(Γ4.1)** Αναγνωρίζουν, περιγράφουν και κατασκευάζουν δισδιάστατα και τρισδιάστατα σχήματα, γωνίες, παράλληλες και κάθετες ευθείες. **(Γ4.5)** Αναγνωρίζουν, ονομάζουν και περιγράφουν τα βασικά στοιχεία και τις ιδιότητες των τριγώνων, των τραπεζίων, των παραλληλογράμμων, των πολυγώνων και του κύκλου.	**5.1** Διερευνούν σχέσεις εγκλεισμού και κατανοούν ότι οι ιδιότητες μιας κατηγορίας σχημάτων είναι και ιδιότητες των σχημάτων που ανήκουν στις υποκατηγορίες της (π.χ. όλα τα παραλληλόγραμμα έχουν τις απέναντι πλευρές παράλληλες. Τα ορθογώνια ως παραλληλόγραμμα έχουν τις απέναντι πλευρές παράλληλες). **6.1** Αναγνωρίζουν, περιγράφουν και κατασκευάζουν δισδιάστατα σχήματα (ορθογώνιο, τετράγωνο, τρίγωνο, παραλληλόγραμμο ρόμβο, τραπέζιο) και διερευνούν τις βασικές τους ιδιότητες. **6.4** Κατασκευάζουν πολύγωνα και διερευνούν τις ιδιότητες των κανονικών πολυγώνων.		✓ Σχέσεις εγκλεισμού στα δισδιάστατα σχήματα ✓ Ιεραρχική ταξινόμηση δισδιάστατων σχημάτων με βάση τις ιδιότητές τους ✓ Αναγνώριση, περιγραφή και κατασκευή δισδιάστατων σχημάτων (ορθογώνιο, τετράγωνο, τρίγωνο, παραλληλόγραμμο, ρόμβος, τραπέζιο) ✓ Διερεύνηση των βασικών ιδιοτήτων των δισδιάστατων σχημάτων ✓ Κατασκευή πολυγώνων ✓ Διερεύνηση των ιδιοτήτων των κανονικών πολυγώνων

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΗ ΟΡΓΑΝΩΣΗ ΜΑΘΗΜΑΤΩΝ

Μαθήματα 1 και 2 (σελίδες 12-19): Συμπληρωματικές και παραπληρωματικές γωνίες

Μαθήματα 3 και 4 (σελίδες 20-25): Άθροισμα γωνιών τριγώνου

Μάθημα 5 (σελίδες 26-31): Κανονικά πολύγωνα

Μαθήματα 6 και 7 (σελίδες 32-36): Άθροισμα γωνιών πολυγώνου

Μαθήματα 8 και 9 (σελίδες 37-46): Παραλληλόγραμμα – Ιδιότητες παραλληλογράμμων

Μαθήματα 10 και 11 (σελίδες 47-53): Τραπέζια

ΣΗΜΕΙΑ ΠΡΟΣΟΧΗΣ

Μαθήματα 1 και 2 (σελίδες 12-19)

Διερεύνηση (σελ. 12-13)

Στόχος της Διερεύνησης είναι τα παιδιά να αντιληφθούν τη σχέση μεταξύ των συμπληρωματικών γωνιών και των παραπληρωματικών γωνιών. Στο ερώτημα (α) (i) τα παιδιά αναμένεται να παρατηρήσουν ότι η μία γωνιά μεγαλώνει και η άλλη μικραίνει, αλλά το άθροισμά τους παραμένει σταθερό και ισούται με μία ορθή γωνία (90°).

Στο ερώτημα (ii), τα παιδιά αναμένεται να αναφέρουν ότι, όταν δύο γωνίες έχουν άθροισμα ίσο με 90°, δηλαδή ίσο με μία ορθή γωνία, τότε οι γωνίες αυτές ονομάζονται συμπληρωματικές

Στο επόμενα ερωτήματα), τα παιδιά αναμένεται να εργαστούν με τον ακόλουθο τρόπο:

(iii) $\hat{\alpha} + \hat{\beta} = 90°$

$40° + \hat{\beta} = 90°$

Άρα, $\hat{\beta} = 50°$

(iv) $\hat{x} + \hat{x} = 90°$

$2\hat{x} = 90°$

Άρα, $\hat{x} = 45°$

Με τον ίδιο τρόπο, στο ερώτημα (β) (i) τα παιδιά αναμένεται να παρατηρήσουν ότι η μία γωνία μεγαλώνει και η άλλη μικραίνει, αλλά το άθροισμα τους παραμένει σταθερό και ισούται με μία ευθεία γωνία (180°).

Στο ερώτημα (ii), τα παιδιά αναμένεται να αναφέρουν ότι, όταν δύο γωνίες έχουν άθροισμα ίσο με 180°, δηλαδή άθροισμα ίσο με μία ευθεία γωνία, τότε οι γωνίες αυτές ονομάζονται παραπληρωματικές.

Στα επόμενα ερωτήματα, τα παιδιά αναμένεται να εργαστούν με τον ακόλουθο τρόπο:

(iii) $\hat{\gamma} + \hat{\delta} = 180°$

$\hat{\gamma} + 130° = 180°$

Άρα, $\hat{\gamma} = 50°$

(iv) $\hat{x} + \hat{x} = 180°$

$2\hat{x} = 180°$

Άρα, $\hat{x} = 90°$

Δραστηριότητα 5 (σελ. 19)

Τα παιδιά αναμένεται να εργαστούν με τον ακόλουθο τρόπο:

ΠΡΟΤΑΣΗ	ΟΡΘΟ	ΛΑΘΟΣ	ΕΠΕΞΗΓΗΣΗ
Δύο ορθές γωνίες είναι παραπληρωματικές.	√		Μία ορθή γωνία είναι ίση με 90°. Άρα, $90° + 90° = 180°$
Δύο αμβλείες γωνίες είναι παραπληρωματικές.		√	Δεν ισχύει πάντα. Για παράδειγμα, $100° + 120° = 220°$
Αν δύο γωνίες είναι συμπληρωματικές, τότε και οι δύο είναι οξείες.	√		Δύο γωνίες είναι συμπληρωματικές όταν το άθροισμα τους είναι ίσο με 90° . Το μέτρο μίας αμβλείας γωνίας είναι μεγαλύτερο από 90°.

Μαθήματα 3 και 4 (σελίδες 20-25)

Διερεύνηση (σελ. 20)

Στόχος της διερεύνησης είναι τα παιδιά να χρησιμοποιήσουν το εφαρμογίδιο, για να κατασκευάσουν διαφορετικά τρίγωνα και να παρατηρήσουν ότι το άθροισμα των γωνιών κάθε τριγώνου είναι ίσο με $180°$. Η παρατήρηση αυτή ισχύει για όλα τα είδη τριγώνων (αμβλυγώνιο, οξυγώνιο, ορθογώνιο).

Δραστηριότητα 3 (σελ. 24)

Τα παιδιά αναμένεται να εργαστούν με τον ακόλουθο τρόπο:

(α) Οι γωνίες $\Lambda\widehat{M}K$ και $\Lambda\widehat{M}N$ είναι παραπληρωματικές.

$\Lambda\widehat{M}K + \Lambda\widehat{M}N = 180°$

$\Lambda\widehat{M}K + 153° = 180°$

Άρα, $\Lambda\widehat{M}K = 27°$

Το άθροισμα των γωνιών του τριγώνου $K\Lambda M$ είναι ίσο με $180°$.

$M\widehat{K}\Lambda + K\hat{\Lambda}M + \Lambda\widehat{M}K = 180°$

$42° + K\hat{\Lambda}M + 27° = 180°$

Άρα, $K\hat{\Lambda}M = 111°$,

(β) Τα παιδιά αναμένεται να εργαστούν με τον ακόλουθο τρόπο:

Οι γωνίες $B\hat{\Gamma}A$ και $B\hat{\Gamma}\Delta$ είναι παραπληρωματικές.

$B\hat{\Gamma}A + B\hat{\Gamma}\Delta = 180°$

$B\hat{\Gamma}A + 45° = 180°$

Άρα, $B\hat{\Gamma}A = 135°$

Το άθροισμα των γωνιών του τριγώνου $AB\Gamma$ είναι ίσο με $180°$.

$B\hat{A}\Gamma + A\hat{B}\Gamma + B\hat{\Gamma}A = 180°$

$B\hat{A}\Gamma + 30° + +135° = 180°$

Άρα, $B\hat{A}\Gamma = 15°$.

Δραστηριότητα 4 (σελ. 25)

Τα παιδιά αναμένεται να εργαστούν με τον ακόλουθο τρόπο:

Το άθροισμα των γωνιών του τριγώνου είναι ίσο με $180°$.

$\hat{\alpha} + \hat{\beta} + \hat{\gamma} = 180°$

Η γωνία $\hat{\beta}$ είναι ίση με $56°$ και το μέτρο της γωνίας $\hat{\alpha}$ είναι τριπλάσιο από το μέτρο της γωνίας $\hat{\gamma}$.

$3\hat{\gamma} + 56° + \hat{\gamma} = 180°$

$4\hat{\gamma} = 124°$

$\hat{\gamma} = 31°$

Άρα, $\hat{\alpha} = 3 \cdot 31° = 93°$.

Δραστηριότητα 5 (σελ. 25)

Ενδεικτικά, τα παιδιά μπορούν να γράψουν αλγεβρικές παραστάσεις, όπως τις πιο κάτω:

- $\hat{\gamma} + \hat{\delta} + 20° = 180°$
- $\hat{\alpha} + \hat{\delta} + 40° = 180°$
- $\hat{\beta} + \hat{\gamma} = 180°$

Δραστηριότητα 6 (σελ. 25)

Στη δραστηριότητα αυτή τα παιδιά αναμένεται να απαντήσουν ότι το άθροισμα των γωνιών του τριγώνου Β ισούται με το άθροισμα των γωνιών του τριγώνου Α, αφού το άθροισμα των γωνιών ενός οποιουδήποτε τριγώνου ισούται με $180°$.

Μάθημα 5 (σελίδες 26-31)

Εξερεύνηση (σελ. 26)

Μέσα από την εξερεύνηση, τα παιδιά αναμένεται να παρατηρήσουν ότι στις τέχνες χρησιμοποιούνται συχνά πολύγωνα και γραμμές. Τα παιδιά αναμένεται να αναγνωρίσουν και να περιγράψουν τα πολύγωνα και τις γραμμές που χρησιμοποίησαν οι ζωγράφοι στους πίνακες που τους δίνονται, χρησιμοποιώντας κατάλληλη ορολογία, όπως πολύγωνα, τρίγωνα, τετράγωνα, ορθογώνια, τετράπλευρα, τραπέζια, κύκλοι, παράλληλες γραμμές, κάθετες γραμμές, καμπύλες γραμμές.

Διερεύνηση (σελ. 27)

Στόχος της διερεύνησης είναι τα παιδιά να διακρίνουν τα κανονικά από τα μη κανονικά πολύγωνα και να διερευνήσουν τις βασικές ιδιότητες των κανονικών πολυγώνων. Στο ερώτημα (α), τα παιδιά, αξιοποιώντας το εφαρμογίδιο, αναμένεται να παρατηρήσουν ότι και τα δύο πολύγωνα είναι πεντάγωνα. Ωστόσο, το σχήμα στα αριστερά είναι κανονικό πεντάγωνο, αφού οι όλες οι πλευρές και οι γωνίες του είναι μεταξύ τους ίσες κάτι που δεν ισχύει για το σχήμα στα δεξιά που είναι ένα μη κανονικό πεντάγωνο. Στο ερώτημα (β), τα παιδιά αναμένεται να παρατηρήσουν ότι σε όλα τα κανονικά πολύγωνα, ανεξάρτητα από το πλήθος των πλευρών τους, όλες οι πλευρές και οι γωνίες του είναι μεταξύ τους ίσες.

Δραστηριότητα 1 (σελ. 30)

Το πολύγωνο είναι μια κλειστή τεθλασμένη γραμμή. Άρα, πολύγωνα είναι τα σχήματα Β, Δ, ΣΤ, Ζ, Θ, Ι, Κ, Λ.

Μαθήματα 6 και 7 (σελίδες 32-36)

Διερεύνηση (σελ. 32)

Στόχος της διερεύνησης είναι τα παιδιά, να καταλήξουν επαγωγικά σε ένα γενικό κανόνα για τον υπολογισμό του αθροίσματος των γωνιών των πολυγώνων. Στο ερώτημα (γ), τα παιδιά αναμένεται να παρατηρήσουν ότι τα τρίγωνα που σχηματίζονται σε κάθε περίπτωση είναι δύο λιγότερα από το πλήθος των πλευρών του κάθε πολυγώνου. Στο ερώτημα (δ), τα παιδιά αναμένεται να αναφέρουν ότι ένας γενικός κανόνας για τον υπολογισμό του αθροίσματος των γωνιών ενός πολυγώνου με ν πλευρές είναι $(\nu - 2) \cdot 180°$.

Δραστηριότητα 3 (σελ. 36)

Στο σχήμα (δ), τα παιδιά αναμένεται να αξιοποιήσουν την έννοια των παραπληρωματικών γωνιών, για να υπολογίσουν τη γωνία $\Gamma\hat{\Delta}A$ του πολυγώνου και στη συνέχεια τη γωνία $\hat{\alpha}$.

Στο σχήμα (ε), τα παιδιά αναμένεται να αξιοποιήσουν την έννοια των παραπληρωματικών γωνιών, για να υπολογίσουν τη γωνία $A\hat{E}\Delta$ και τη γωνία $A\hat{B}\Gamma$ του πολυγώνου και στη συνέχεια τη γωνία $\hat{\alpha}$.

Μαθήματα 8 και 9 (σελίδες 37-46)

Διερεύνηση (σελ. 37-38)

Στόχος της διερεύνησης είναι, μέσα από τη χρήση εφαρμογιδίου, τα παιδιά να διερευνήσουν τις βασικές ιδιότητες των παραλληλογράμμων. Στην Ε' τάξη, τα παιδιά είχαν παρατηρήσει ότι στα παραλληλόγραμμα, οι απέναντι γωνίες και οι απέναντι πλευρές είναι ίσες. Στην ΣΤ' τάξη διερευνούν ακόμη μία ιδιότητα του παραλληλογράμμου: σε κάθε παραλληλόγραμμο οι διαγώνιοι διχοτομούνται.

Στο ερώτημα (γ) τα παιδιά, αξιοποιώντας το εφαρμογίδιο, αναμένεται να εντοπίσουν ότι το ορθογώνιο, το τετράγωνο και ο ρόμβος έχουν όλες τις ιδιότητες των παραλληλογράμμων. Στο ερώτημα (δ) τα παιδιά αναμένεται να καταλήξουν στο συμπέρασμα ότι το ορθογώνιο, το τετράγωνο και ο ρόμβος είναι παραλληλόγραμμα (είναι τετράπλευρα και έχουν τις απέναντι πλευρές παράλληλες). Άρα, και σε αυτά ισχύουν όλες οι ιδιότητες των παραλληλογράμμων.

Δραστηριότητα 2 (σελ. 44)

Στο σχήμα (γ), τα παιδιά αναμένεται να αξιοποιήσουν την έννοια των παραπληρωματικών γωνιών, για να υπολογίσουν τη γωνία $\Lambda\widehat{M}N$ του παραλληλογράμμου και στη συνέχεια τις υπόλοιπες γωνίες του παραλληλογράμμου.

Δραστηριότητα 6 (σελ. 46)

Η συμπλήρωση του πίνακα, αναμένεται να γίνει με τον ακόλουθο τρόπο:

	ΠΑΝΤΑ	ΚΑΠΟΤΕ	ΠΟΤΕ
(α) Το τετράγωνο είναι και ρόμβος.	√		
(β) Ο ρόμβος είναι και τετράγωνο.		√	
(γ) Το ορθογώνιο είναι και τετράγωνο.		√	
(δ) Το τετράγωνο είναι και ορθογώνιο.	√		
(ε) Ο ρόμβος είναι και παραλληλόγραμμο.	√		

Μαθήματα 10 και 11 (σελίδες 47-53)

Διερεύνηση 1 (σελ. 47)

Στόχος της διερεύνησης είναι η παρατήρηση των χαρακτηριστικών των τραπεζίων. Τα παιδιά αναμένεται να αναφέρουν ότι τα τραπέζια είναι τετράπλευρα σχήματα που έχουν μόνο τις δύο πλευρές τους παράλληλες.

Διερεύνηση 2 (σελ. 48)

Στη δραστηριότητα αυτή, τα παιδιά αναμένεται να παρατηρήσουν ότι ο Φάνης ταξινόμησε τα τραπέζια ως εξής:

- Η Ομάδα Α περιλαμβάνει τα ορθογώνια τραπέζια, τα τραπέζια, δηλαδή, που έχουν μια ορθή γωνία.
- Η Ομάδα Β περιλαμβάνει τα ισοσκελή τραπέζια, τα τραπέζια, δηλαδή, που έχουν τις μη παράλληλες πλευρές τους ίσες.
- Η Ομάδα Γ περιλαμβάνει τα τραπέζια που δεν είναι ούτε ορθογώνια ούτε ισοσκελή.

Δραστηριότητα 5 (σελ. 53)

Ενδεικτικά, στη δραστηριότητα αυτή τα παιδιά αναμένεται να δώσουν τις πιο κάτω απαντήσεις:

(α) Το σχήμα που δεν ταιριάζει με τα υπόλοιπα είναι το τραπέζιο, γιατί όλα τα άλλα σχήματα έχουν δύο ζευγάρια παράλληλων πλευρών.

(β) Το σχήμα που δεν ταιριάζει με τα υπόλοιπα είναι το πεντάγωνο, γιατί όλα τα άλλα σχήματα είναι τετράπλευρα.

(γ) Το σχήμα που δεν ταιριάζει με τα υπόλοιπα είναι το παραλληλόγραμμο, γιατί όλα τα άλλα σχήματα έχουν ορθές γωνίες.

(δ) Το σχήμα που δεν ταιριάζει με τα υπόλοιπα είναι το τετράγωνο, γιατί όλα τα άλλα σχήματα είναι τραπέζια.

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ ΕΜΠΛΟΥΤΙΣΜΟΥ

Δραστηριότητα 4 (σελ. 62)

Τα παιδιά αναμένεται να εργαστούν με τον ακόλουθο τρόπο:

Οι γωνίες $\hat{x}$ και $\hat{\psi}$ είναι παραπληρωματικές.

$\hat{x} + \hat{\psi} = 180°$

Το μέτρο της γωνίας $\hat{x}$ είναι διπλάσιο του μέτρου της γωνίας $\hat{\psi}$.

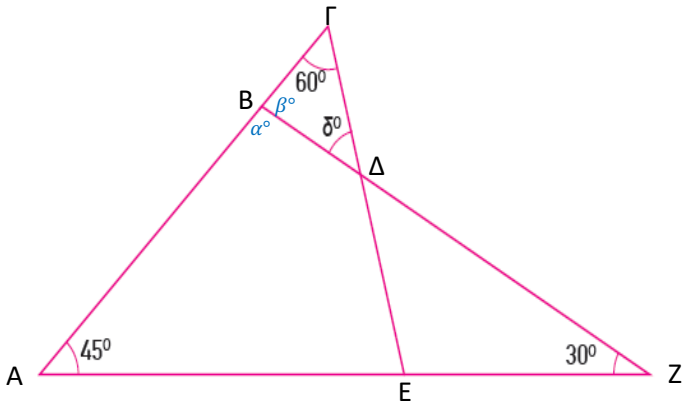
$2\hat{\psi} + \hat{\psi} = 180°$

$3\hat{\psi} = 180°$

$\hat{\psi} = 60°$

Άρα, $\hat{x} = 2 \cdot 60° = 120°$.

Δραστηριότητα 7 (σελ. 63)



Ερώτημα (α)

Ένας ενδεικτικός τρόπος εργασίας των παιδιών για τον υπολογισμό της γωνίας $\hat{\delta}$ είναι:

Αρχικά, υπολογίζουν το μέτρο της γωνίας $\hat{\alpha}$, γνωρίζοντας ότι το άθροισμα των γωνιών του τριγώνου ΑΒΖ ισούται με $180°$.

$\hat{\alpha} + 45° + 30° = 180°$

Άρα, $\hat{\alpha} = 105°$.

Στη συνέχεια, υπολογίζουν το μέτρο της γωνίας $\hat{\beta}$, γνωρίζοντας ότι οι γωνίες $\hat{\alpha}$ και $\hat{\beta}$ είναι παραπληρωματικές.

$\hat{\alpha} + \hat{\beta} = 180°$

$105° + \hat{\beta} = 180°$

Άρα, $\hat{\beta} = 75°$.

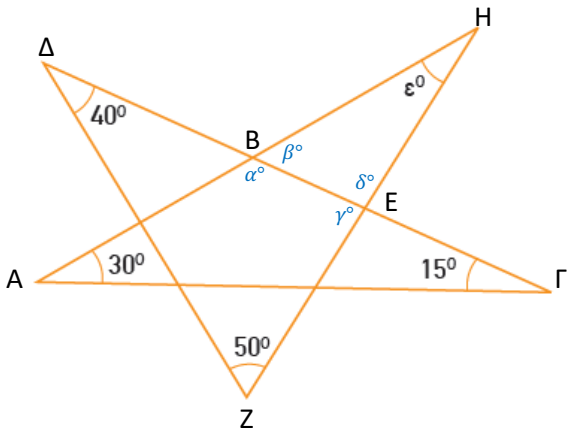
Τέλος, τα παιδιά υπολογίζουν το μέτρο της γωνίας $\hat{\delta}$, γνωρίζοντας ότι το άθροισμα των γωνιών του τριγώνου ΒΓΔ ισούται με $180°$.

$\hat{\delta} + 60° + 75° = 180°$

Άρα, $\hat{\delta} = 45°$.

Ερώτημα (β)

Ένας ενδεικτικός τρόπος εργασίας των παιδιών για τον υπολογισμό της γωνίας $\hat{\varepsilon}$ είναι:



Αρχικά, υπολογίζουν το μέτρο της γωνίας $\hat{\alpha}$, γνωρίζοντας ότι το άθροισμα των γωνιών του τριγώνου ΑΒΓ ισούται με $180°$.

$\hat{\alpha} + 15° + 30° = 180°$

Άρα, $\hat{\alpha} = 135°$.

Στη συνέχεια, υπολογίζουν το μέτρο της γωνίας $\hat{\beta}$, γνωρίζοντας ότι οι γωνίες $\hat{\alpha}$ και $\hat{\beta}$ είναι παραπληρωματικές.

$\hat{\alpha} + \hat{\beta} = 180°$

$135° + \hat{\beta} = 180°$

Άρα , $\hat{\beta} = 45°$.

Κατά τον ίδιο τρόπο, τα παιδιά υπολογίζουν το μέτρο της γωνίας $\hat{\gamma}$, γνωρίζοντας ότι το άθροισμα των γωνιών του τριγώνου ΔΕΖ ισούται με $180°$.

$\hat{\gamma} + 40° + 50° = 180°$,

Άρα, $\hat{\gamma} = 90°$.

Στη συνέχεια, υπολογίζουν το μέτρο της γωνίας $\hat{\delta}$, γνωρίζοντας ότι οι γωνίες $\hat{\gamma}$ και $\hat{\delta}$ είναι παραπληρωματικές.

$\hat{\gamma} + \hat{\delta} = 180°$

$90° + \hat{\delta} = 180°$

Άρα , $\hat{\delta} = 90°$.

Τέλος, τα παιδιά υπολογίζουν το μέτρο της γωνίας $\hat{\varepsilon}$, γνωρίζοντας ότι το άθροισμα των γωνιών του τριγώνου ΒΗΕ ισούται με $180°$.

$\hat{\varepsilon} + 90° + 45° = 180°$

Άρα, $\hat{\varepsilon} = 45°$.

Δραστηριότητα 9 (σελ. 64)

Στο ερώτημα (α), τα παιδιά αναμένεται να εντοπίσουν ότι οι πλευρές ΑΒ και ΒΓ είναι ίσες, αφού το σχήμα είναι ένα κανονικό εξάγωνο.

Άρα, $3\chi + 6 = 4\chi - 2$.

Λύνοντας την εξίσωση, τα παιδιά βρίσκουν ότι $\chi = 8$.

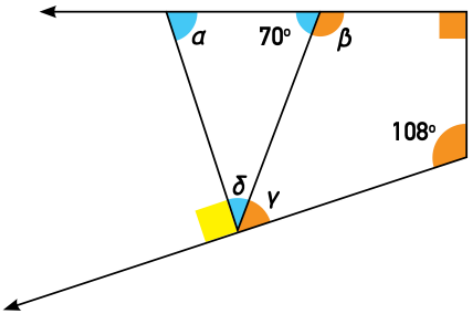
Άρα, η κάθε πλευρά του σχήματος έχει μήκος:

$3\chi + 6 = 3 \cdot 8 + 6 = 24 + 6 = 30$ ή $4\chi - 2 = 4 \cdot 8 - 2 = 32 - 2 = 30$.

Στο ερώτημα (β), η περίμετρος του τραπεζίου είναι: $6 \cdot 30 = 180\ cm$.

Δραστηριότητα 10 (σελ. 65)

Στη δραστηριότητα αυτή, τα παιδιά αναμένεται να παρατηρήσουν ότι στο σχήμα υπάρχει ένα τετράπλευρο και ένα τρίγωνο.



Στη συνέχεια αναμένεται να εργαστούν με τον ακόλουθο τρόπο:

- Το μέτρο της γωνίας $\hat{\beta}$ είναι $110°$, αφού η γωνία $\hat{\beta}$ και η γωνία των $70°$ είναι παραπληρωματικές.
- Το μέτρο της γωνίας $\hat{\gamma}$, μπορεί να υπολογιστεί με βάση το άθροισμα των γωνιών του τετράπλευρου:

$\hat{\gamma} + 108° + 90° + \hat{\beta} = 360°$

$\hat{\gamma} + 108° + 90° + 110° = 360°$

$\hat{\gamma} + 308° = 360°$

$\hat{\gamma} = 52°$

- Οι γωνίες $\hat{\delta}$ και $\hat{\gamma}$ είναι συμπληρωματικές. Άρα:

$\hat{\delta} + \hat{\gamma} = 90°$

$\hat{\delta} + 52° = 90°$

$\hat{\delta} = 38°$

- Το μέτρο της γωνίας $\hat{\alpha}$, μπορεί να υπολογιστεί με βάση το άθροισμα των γωνιών του τριγώνου:

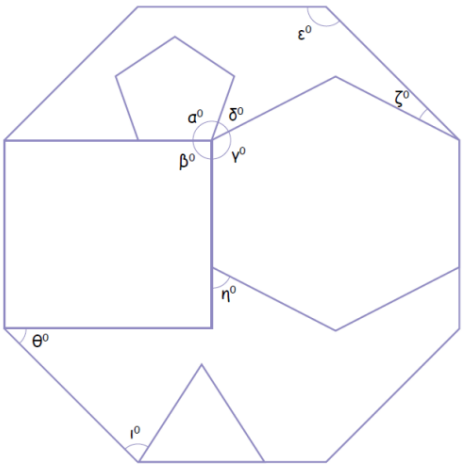
$\hat{\alpha} + \hat{\delta} + 70° = 180°$

$\hat{\alpha} + 38° + 70° = 180°$

$\hat{\alpha} = 72°$

Δραστηριότητα 11 (σελ. 65)

Ενδεικτικά, τα παιδιά αναμένεται να εργαστούν με τον πιο κάτω τρόπο:



- Η γωνία $\hat{\alpha}$ είναι γωνία κανονικού πεντάγωνου. Το άθροισμα των γωνιών του πεντάγωνου είναι ίσο με $(5 - 2) \cdot 180° = 3 \cdot 180° = 540°$.

  Άρα, $\hat{\alpha} = 540° \div 5 = 108°$.

- Η γωνία $\hat{\beta}$ είναι γωνία τετραγώνου.

  Άρα, $\hat{\beta} = 90°$.

- Η γωνία $\hat{\gamma}$ είναι γωνία κανονικού εξάγωνου. Το άθροισμα των γωνιών του εξάγωνου είναι ίσο με $(6 - 2) \cdot 180° = 4 \cdot 180° = 720°$.

  Άρα, $\hat{\gamma} = 720° \div 6 = 120°$.

- Οι γωνίες $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$, $\hat{\gamma}$ και $\hat{\delta}$ σχηματίζουν μια πλήρη γωνία (κύκλος). Άρα, το άθροισμα των γωνιών $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$, $\hat{\gamma}$ και $\hat{\delta}$ είναι ίσο 360°.

  $\hat{\alpha} + \hat{\beta} + \hat{\gamma} + \hat{\delta} = 360°$

  $108° + 90° + 120° + \hat{\delta} = 360°$

  $\hat{\delta} = 42°$.

- Η γωνία $\hat{\varepsilon}$ είναι γωνία κανονικού οκτάγωνου. Το άθροισμα των γωνιών του οκτάγωνου είναι ίσο με $(8-2)\cdot 180° = 6\cdot 180° = 1080°$.

  Άρα, $\hat{\varepsilon} = 1080° \div 8 = 135°$.

- Η γωνία $\hat{\zeta}$ είναι ίση με τη διαφορά της γωνίας του κανονικού εξάγωνου από τη γωνία του κανονικού οκτάγωνου.

  Άρα $\hat{\zeta} = 135° - 120° = 15°$.

- Η γωνία $\hat{\eta}$ και η γωνία του κανονικού εξάγωνου είναι παραπληρωματικές.

  $\hat{\eta} + 120° = 180$.

  Άρα $\hat{\eta} = 60°$.

- Η γωνία $\hat{\theta}$ είναι ίση με τη διαφορά της γωνίας του τετραγώνου από τη γωνία του κανονικού οκτάγωνου.

  Άρα $\hat{\theta} = 135° - 90° = 45°$.

- Η γωνία $\hat{\iota}$ είναι ίση με τη διαφορά της γωνίας του ισόπλευρου τριγώνου από τη γωνία του κανονικού οκτάγωνου.

  Άρα $\hat{\iota} = 135° - 60° = 75°$.

Δραστηριότητα 12 (σελ. 66)

Ενδεικτικά, τα παιδιά μπορούν να εργαστούν με τον ακόλουθο τρόπο:

(α) $(\nu - 2)\cdot 180° = 1080°$

$6\cdot 180° = 1080°$. Άρα, $\nu - 2 = 6$, $\nu = 8$.

Το κανονικό πολύγωνο έχει 8 πλευρές.

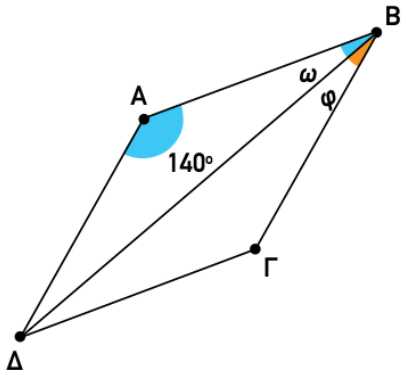
(β) $(\nu - 2)\cdot 180° = 1980°$

$11\cdot 180° = 1080°$. Άρα, $\nu - 2 = 11$, $\nu = 13$.

Το κανονικό πολύγωνο έχει 13 πλευρές.

Δραστηριότητα 14 (σελ. 66)

Για να υπολογίσουν το μέτρο της γωνίας $\hat{\varphi}$, τα παιδιά μπορούν να εργαστούν με τον ακόλουθο τρόπο:



- $\Delta\hat{A}B = B\hat{\Gamma}\Delta = 140°$, αφού οι απέναντι γωνίες του ρόμβου είναι ίσες.
- Το άθροισμα των γωνιών του ρόμβου είναι ίσο με $(4-2)\cdot 180° = 360°$.

$\Delta\hat{A}B + A\hat{B}\Gamma + B\hat{\Gamma}\Delta + \Gamma\hat{\Delta}A = 360°$

$140° + A\hat{B}\Gamma + 140° + \Gamma\hat{\Delta}A = 360°$

$A\hat{B}\Gamma + \Gamma\hat{\Delta}A = 80°$

$A\hat{B}\Gamma = \Gamma\hat{\Delta}A$, (απέναντι γωνίες του ρόμβου)

Άρα, $A\hat{B}\Gamma = \Gamma\hat{\Delta}A = 40°$.

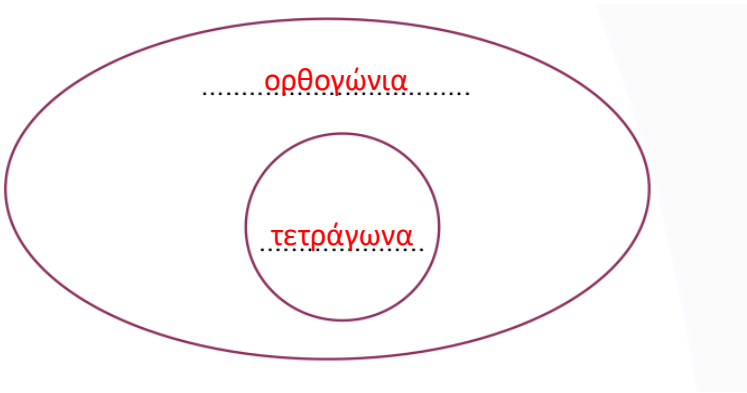
- Γνωρίζουμε ότι $\hat{\varphi} = \hat{\omega}$ και $\hat{\varphi} + \hat{\omega} = 40°$.

Άρα, $\hat{\varphi} = 20°$.

Δραστηριότητα 15 (σελ. 67)

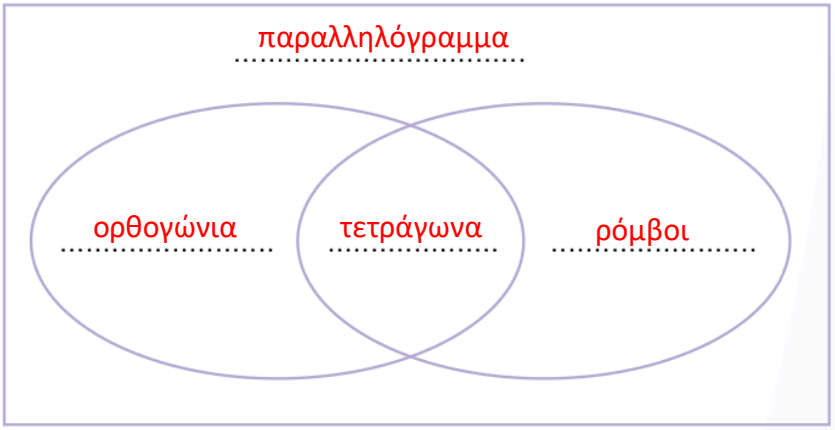
Στη δραστηριότητα αυτή τα παιδιά αναμένεται να ερμηνεύσουν τις σχέσεις μεταξύ των παραλληλογράμμων και των ειδικών περιπτώσεων παραλληλογράμμων. Τα παιδιά αναμένεται να συμπληρώσουν τα βέννεια διαγράμματα με τον ακόλουθο τρόπο:

(α)



Τα τετράγωνα είναι ορθογώνια με μία επιπλέον ιδιότητα - έχουν όλες τις πλευρές τους ίσ

(β)



Οι ρόμβοι, τα τετράγωνα και τα ορθογώνια είναι παραλληλόγραμμα με επιπλέον ιδιότητες. Επίσης, τα τετράγωνα είναι και ρόμβοι (γιατί έχουν όλες τις πλευρές τους ίσες) και ορθογώνια (γιατί έχουν όλες τις γωνίες τους ορθές).