

ΟΔΗΓΟΣ ΓΙΑ ΨΗΦΙΑΚΕΣ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ

ΕΝΟΤΗΤΑ 3

Εισαγωγή

Σε μερικές από τις δραστηριότητες του βιβλίου Μαθηματικών παρουσιάζεται το πιο κάτω εικονίδιο, το οποίο παραπέμπει σε δυνατότητα αξιοποίησης μιας ψηφιακής δραστηριότητας. Η ψηφιακή δραστηριότητα μπορεί να γίνει ως **εναλλακτική** της συγκεκριμένης δραστηριότητας του βιβλίου, εφόσον υπάρχει ο κατάλληλος τεχνολογικός εξοπλισμός.



Οι ψηφιακές δραστηριότητες μπορούν να γίνουν τόσο με τη χρήση ηλεκτρονικών υπολογιστών όσο και με τη χρήση οθονών αφής. Έχουν σχεδιαστεί από την Ομάδα Μαθηματικών σε εκπαιδευτικές πλατφόρμες, όπως Geogebra (<https://www.geogebra.org/materials>), Graspable (<https://graspablemath.com>) και Desmos (<https://www.desmos.com>). Οι πλατφόρμες αυτές παρέχουν ελεύθερη πρόσβαση σε εκπαιδευτικούς και μαθητές/τριες. Ο/Η εκπαιδευτικός έχει τη δυνατότητα να εφαρμόσει κάθε δραστηριότητα διαδραστικά, δημιουργώντας συνεδρία/μάθημα (session/lesson) με τους/τις μαθητές/τριές του. Με αυτό τον τρόπο είναι δυνατόν ο/η εκπαιδευτικός να παρακολουθεί από τον δικό του/της υπολογιστή ή οθόνη αφής την εργασία κάθε μαθητή/τριας ξεχωριστά.

Συνοπτικά, στην Ενότητα 3 προτείνονται 4 ψηφιακές δραστηριότητες, οι οποίες αντιστοιχούν στους στόχους και στο περιεχόμενο των πιο κάτω δραστηριοτήτων του βιβλίου:

- (1) Μαθήματα 4, 5 & 6, Διερεύνηση (Εισαγωγή στις δυνάμεις)
- (2) Μαθήματα 9, 10 & 11, Διερεύνηση (Ευκλείδεια διαίρεση)
- (3) Μάθημα 15, Διερεύνηση (Πρώτοι και σύνθετοι αριθμοί)
- (4) Μαθήματα 16, 17 & 18, Διερεύνηση (Ανάλυση σε γινόμενο πρώτων παραγόντων)

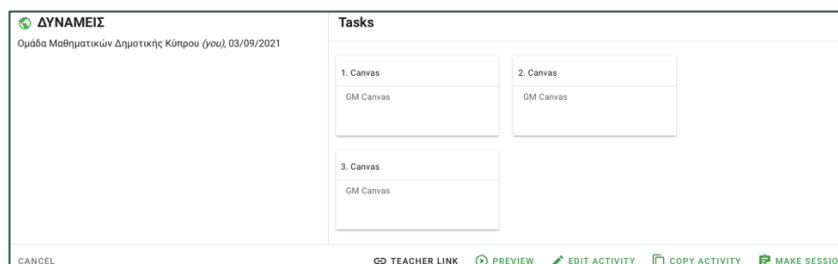
Στη συνέχεια, περιγράφονται αναλυτικά οι ψηφιακές δραστηριότητες της Ενότητας 3.

ΜΑΘΗΜΑΤΑ 4, 5, & 6, ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ

Η Διερεύνηση μπορεί να γίνει ψηφιακά μέσω της πλατφόρμας Graspable:

<https://gmacts.com/teacher/activity-bank/public/6131c2190ccec40012efc681>

Η δραστηριότητα περιλαμβάνει συνολικά 3 έργα του τύπου “Canvas”, τα οποία αποσκοπούν στο να διερευνήσουν οι μαθητές/τριες τι εκφράζει μια δύναμη και με ποιο τρόπο υπολογίζεται μια δύναμη.



Στο έργο 1, οι μαθητές καλούνται να παρατηρήσουν με ποιο τρόπο υπολογίζεται κάθε δύναμη. Πατώντας πάνω στο σύμβολο του πολλαπλασιασμού, εκτελείται ο πολλαπλασιασμός

Canvas		
Να συμπληρώσεις και να υπολογίσεις το αποτέλεσμα.		
<div>insert transform keypad scrub draw erase arrange formulas smaller larger</div>		
Δυνάμεις του 2	Δυνάμεις του 3	Δυνάμεις του 5
$2^1 = 2$	$3^1 = 3$	$5^1 = 5$
$2^2 = 2 \cdot 2$	$3^2 = 3 \cdot 3$	$5^2 = 5 \cdot 5$
$2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2$	$3^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3$	$5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5$
$2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$	$3^4 = \square$	$5^4 = \square$

Πατώντας στον κύκλο που εμφανίζεται δίπλα από κάθε αποτέλεσμα και τραβώντας προς τα κάτω, εμφανίζονται όλα τα επιμέρους βήματα που έγιναν μέχρι να υπολογιστεί το τελικό αποτέλεσμα. Τραβώντας τον τελευταίο κύκλο προς τα πάνω, τα βήματα κρύβονται και φαίνεται μόνο το τελικό αποτέλεσμα.

Canvas		
Να συμπληρώσεις και να υπολογίσεις το αποτέλεσμα.		
<div>insert transform keypad scrub draw erase arrange formulas smaller larger</div>		
Δυνάμεις του 2	Δυνάμεις του 3	Δυνάμεις του 5
$2^1 = 2$	$3^1 = 3$	$5^1 = 5$
$2^2 = 4$	$3^2 = 9$	$5^2 = 5 \cdot 5$
$2^3 = 8$	$3^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3$	$5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5$
$2^4 = 16$	$3^3 = 9 \cdot 3$	$5^4 = \square$
	$3^3 = 27$	

Στις δυνάμεις που υπάρχει κουτί, για να συμπληρώσουν οι μαθητές/τριες τον τρόπο υπολογισμού της δύναμης, θα πρέπει να πατήσουν στο άδειο κουτί, ώστε να εμφανιστεί το πληκτρολόγιο και να πληκτρολογήσουν την απάντηση.

$2^2 = 4$	$3^2 = 9$	$5^2 = 25$
$2^3 = 8$	$3^3 = 27$	$5^3 = 125$
$2^4 = 16$	$2^4 = 21$	$5^4 = \square$

Στις επόμενα δύο έργα οι μαθητές/τριες καλούνται να χρησιμοποιήσουν μία γνωστή δύναμη, για να υπολογίσουν μια άλλη. Πατώντας στο άδειο κουτί, θα εμφανιστεί το πληκτρολόγιο. Πιο κάτω παρουσιάζεται ο τρόπος με τον οποίο αναμένεται να υπολογίσουν κάθε δύναμη.

Canvas

Να συμπληρώσεις.

Av

$$2^7 = 128$$

Τότε,

$$2^8 = \square$$


Canvas

Να συμπληρώσεις.

Av

$$2^7 = 128$$

Τότε,

$$2^8 = \square$$

$$2^8 = (128 \cdot 2)$$

$$2^8 = 896$$

Canvas

Να συμπληρώσεις.

Av

$$5^8 = 390625$$

Τότε,

$$5^7 = \square$$


Canvas

Να συμπληρώσεις.

Av

$$5^8 = 390625$$

Τότε,

$$5^7 = \square$$

$$5^7 = \left(\frac{390625}{5} \right)$$

$$5^7 = 78125$$

ΜΑΘΗΜΑΤΑ 9, 10 & 11, ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ

Η Διερεύνηση μπορεί να γίνει ψηφιακά μέσω της πλατφόρμας GeoGebra στον πιο κάτω σύνδεσμο:

<https://www.geogebra.org/m/ttwchdhz>

Η δραστηριότητα περιλαμβάνει ένα εφαρμογίδιο που παρουσιάζει με εικονικό τρόπο τη διαίρεση φυσικών αριθμών. Στο ερώτημα (α), οι μαθητές καλούνται να αξιοποιήσουν το εφαρμογίδιο, για να αναπαριστήσουν τις διαιρέσεις που παρουσιάζονται στον πίνακα. Κάθε φορά πληκτρολογούν στον πίνακα το πηλίκο και το υπόλοιπο που βρίσκουν.

Για να αναπαραστήσουν τη διαίρεση, η οποία ερμηνεύεται ως διαίρεση μέτρησης στο εφαρμογίδιο, γράφουν τον διαιρετέο και ορίζουν τον διαιρέτη, μετακινώντας τον δρομέα. Αυτόματα, παρουσιάζεται εικονική αναπαράσταση που αντιστοιχεί στη διαίρεση αυτή. Πατώντας στην επιλογή «Διαίρεση» παρουσιάζεται η μαθηματική πρόταση διαίρεσης, ενώ πατώντας στην επιλογή «Επαλήθευση» παρουσιάζεται η αντίστροφη πράξη.

Ευκλείδεια Διαίρεση

(α) Να χρησιμοποιήσετε το πιο κάτω εφαρμογίδιο, για να αναπαραστήσετε και να υπολογίσετε το αποτέλεσμα των διαιρέσεων που παρουσιάζονται στον πίνακα. Να γράψετε το πηλίκο και το υπόλοιπο σε κάθε περίπτωση.

Διαιρετέος	διαιρέτης	πηλίκο	υπόλοιπο	
45	3			
46	3			
47	3			
48	3			
49	3			
50	3			
51	3			

Επαναφορά

Διαιρετέος

45

Πόσα σε κάθε ομάδα;

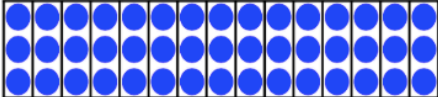
3

☒ Διαίρεση

$45 \div 3 = 15$

☒ Επαλήθευση

$45 = 3 \times 15$



Αρχίζοντας από τη διαίρεση $45 \div 3$, οι μαθητές παρατηρούν ότι σχηματίζονται 15 ομάδες των τριών. Άρα, το πηλίκο είναι 15 και το υπόλοιπο είναι 0. Συνεχίζοντας στην επόμενη διαίρεση $46 \div 3$, οι μαθητές παρατηρούν ότι και πάλι οι ομάδες των τριών είναι 15, αλλά υπάρχει και υπόλοιπο 1.

Επαναφορά

Διαιρετέος

46

Πόσα σε κάθε ομάδα;

3

☒ Διαίρεση
 $46 \div 3 = 15 \text{ και υπόλοιπο } 1$

☒ Επαλήθευση
 $46 = 3 \times 15 + 1$

Στη διαίρεση $47 \div 3$, σχηματίζονται και πάλι 15 ομάδες των τριών και το υπόλοιπο είναι 2. Προχωρώντας στη διαίρεση $48 \div 3$, συμπληρώνεται ακόμα μία ομάδα με αποτέλεσμα όλες οι ομάδες που σχηματίζονται να είναι 16 και το υπόλοιπο είναι 0. Με τον ίδιο τρόπο, αναπαριστούν και τις υπόλοιπες διαιρέσεις και συμπληρώνουν τον πίνακα.

Στο ερώτημα (β) τα παιδιά αναμένεται να γράψουν ότι το υπόλοιπο σε μια διαίρεση με διαιρέτη το 3 είναι δυνατόν να πάρει τις τιμές 0, 1 και 2.

(β) Ποιες τιμές είναι δυνατόν να πάρει το υπόλοιπο σε μια διαίρεση που ο διαιρέτης είναι το 3;

A

0, 1, 2

Στα ερωτήματα (γ) και (δ), τα παιδιά επαναλαμβάνουν την ίδια διαδικασία σε διαιρέσεις με διαιρέτη το 7.

(γ) Να επαναλάβεις την πιο πάνω διαδικασία για τις διαιρέσεις που παρουσιάζονται στον πιο κάτω πίνακα.

Διαιρετέος	Διαιρέτης	πηλίκο	υπόλοιπο
70	7		
71	7		
72	7		
73	7		
74	7		
75	7		
76	7		
77	7		
78	7		

(δ) Ποιες τιμές είναι δυνατόν να πάρει το υπόλοιπο σε μια διαίρεση που ο διαιρέτης είναι το 7;

A

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6

Τα ερωτήματα (ε), (στ) και (ζ) είναι ερωτήματα πολλαπλής επιλογής και αποσκοπούν στο να καταλήξουν τα παιδιά σε γενικεύσεις σε σχέση με την ιδιότητα της Ευκλείδειας Διαίρεσης.

(ε) Ποιες από τις πιο κάτω τιμές είναι δυνατόν να πάρει το υπόλοιπο σε μια διαίρεση που ο διαιρέτης είναι το 5;

☒ 0
☒ 2
☐ 6
☐ 5
☒ 3
☒ 1
☒ 4

(στ) Ποια από τις πιο κάτω ισότητες παρουσιάζει τη σχέση του Διαιρετέου, του διαιρέτη, του ηπλικού και του υπολοίπου σε μια διαίρεση με φυσικούς αριθμούς;

☐ $\Delta = \delta \times \pi - \upsilon$
☒ $\Delta = \delta \times \pi + \upsilon$
☐ $\Delta = \delta \times \upsilon + \pi$
☐ $\Delta = \delta \times \upsilon - \pi$

(ζ) Ποια από τις πιο κάτω προτάσεις περιγράφει τις τιμές που μπορεί να πάρει το υπόλοιπο σε μια διαίρεση με φυσικούς αριθμούς;

☒ Το υπόλοιπο είναι πάντα μεγαλύτερο ή ίσο με το 0 και μικρότερο από τον διαιρέτη.
☐ Το υπόλοιπο είναι πάντα μεγαλύτερο ή ίσο με το 0 και μεγαλύτερο από τον διαιρέτη.
☐ Το υπόλοιπο είναι πάντα μεγαλύτερο από το 0 και μικρότερο από τον διαιρέτη.

ΜΑΘΗΜΑ 15, ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ

Η Διερεύνηση μπορεί να γίνει ψηφιακά μέσω της πλατφόρμας GeoGebra στον πιο κάτω σύνδεσμο:

<https://www.geogebra.org/m/geuqbqb3>

Το κόσκινο του Ερατοσθένη

Author: Ομάδα Μαθηματικών Δημοτικής Κύπρου, Francesc, sonom
 Topic: Numbers

Τον 3ο αιώνα π.Χ., ο Ερατοσθένης, ένας Έλληνας μαθηματικός, ανέπτυξε μια μέθοδο για την εύρεση των πρώτων αριθμών, γνωστή ως "Το κόσκινο του Ερατοσθένη".

(α) Να ακολουθήσετε τα βήματα της μεθόδου του Ερατοσθένη, για να εντοπίσετε όλους τους πρώτους αριθμούς μέχρι το 100.

Να σύρετε τους δρομείς με τη σειρά, για να βάλετε σε κύκλο τα πολλαπλάσια:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
του 2, εκτός από το 2	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
του 3, εκτός από το 3	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
του 5, εκτός από το 5	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
του 7, εκτός από το 7	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Οι αριθμοί που δεν είναι σε κύκλο ονομάζονται **πρώτοι αριθμοί**, ενώ οι αριθμοί που είναι σε κύκλο ονομάζονται **σύνθετοι αριθμοί**. Ο αριθμός 1 δεν είναι ούτε πρώτος, ούτε σύνθετος αριθμός.

Η δραστηριότητα παρουσιάζει ένα εφαρμογίδιο με τον πίνακα των φυσικών αριθμών μέχρι το 100. Στο ερώτημα (α), οι μαθητές χρησιμοποιούν 4 δρομείς, ώστε να τοποθετηθούν σε κύκλο τα πολλαπλάσια του 2, του 3, του 5 και του 7.

Στα ερωτήματα (β) και (γ), οι μαθητές καλούνται να παρατηρήσουν τον πίνακα και να απαντήσουν ποιοι αριθμοί ονομάζονται πρώτοι και ποιο σύνθετοι.

(β) Ποιοι αριθμοί ονομάζονται πρώτοι;

Type your answer here...

✓ CHECK YOUR ANSWER

(γ) Ποιοι αριθμοί ονομάζονται σύνθετοι;

Type your answer here...

✓ CHECK YOUR ANSWER

Στα ερώτημα (δ), οι μαθητές αναμένεται να αξιοποιήσουν την εργασία τους στον πίνακα, για να εξετάσουν κατά πόσο ορισμένες δηλώσεις είναι ορθές, όπως φαίνεται πιο κάτω.

(δ) Να εξετάσετε την ορθότητα των πιο κάτω δηλώσεων.

(i) Όλοι οι άρτιοι αριθμοί είναι και σύνθετοι.

☐ Ορθό

☒ Λάθος

(ii) Όλοι οι περιττοί αριθμοί είναι και πρώτοι.

☐ Ορθό

☒ Λάθος

(iii) Δεν υπάρχει διψήφιος πρώτος αριθμός που έχει στις μονάδες το ψηφίο 5.

☒ Ορθό

☐ Λάθος

ΜΑΘΗΜΑΤΑ 16, 17 & 18, ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ

Η Διερεύνηση μπορεί να γίνει ψηφιακά μέσω της πλατφόρμας Desmos στον πιο κάτω σύνδεσμο:

<https://teacher.desmos.com/activitybuilder/custom/6177cb15b42015053678499d/edit#step=eb911154-e8b0-4328-8653-acdbba9329ec&preview>

Η δραστηριότητα αποτελείται από 8 επιμέρους εργασίες - διαφάνειες. Στην πρώτη διαφάνεια οι μαθητές καλούνται να αναλύσουν τον αριθμό 120 σε γινόμενο πρώτων παραγόντων, χρησιμοποιώντας δένδροδιάγραμμα. Χρησιμοποιώντας το εργαλείο μολύβι, κατασκευάζουν το δένδροδιάγραμμα στην οθόνη. Στη συνέχεια, επιλέγουν τους αριθμούς που είναι πρώτοι παράγοντες του 120.

STUDENT SCREEN PREVI...

1 of 8 Next

Na χρησιμοποιήσετε το εργαλείο μολύβι, για να αναλύσετε τον αριθμό 120 σε γινόμενο πρώτων παραγόντων με τη μέθοδο του δένδροδιαγράμματος.

Na επιλέξετε ποιοι από τους πιο κάτω αριθμούς είναι πρώτοι παράγοντες του 120.
(Select all that apply.)

☐ 1
☒ 2
☒ 3
☐ 4
☒ 5
☐ 6
☐ 7

Na χρησιμοποιήσετε το εργαλείο μολύβι, για να αναλύσετε τον αριθμό 120 σε γινόμενο πρώτων παραγόντων με τη μέθοδο του δένδροδιαγράμματος.

Na επιλέξετε ποιοι από τους πιο κάτω αριθμούς είναι πρώτοι παράγοντες του 120.
(Select all that apply.)

☐ 1
☒ 2
☒ 3
☐ 4
☒ 5
☐ 6
☐ 7

Κάθε μαθητής μπορεί να ξεκινήσει από διαφορετικούς πρώτους παράγοντες την ανάλυση του αριθμού, με αποτέλεσμα να προκύψουν διαφορετικά δένδροδιαγράμματα. Ο εκπαιδευτικός μπορεί να χρησιμοποιήσει το εργαλείο snapshot (στην περίπτωση που έχει δημιουργήσει συνεδρία με τους μαθητές του), να φωτογραφίσει διαφορετικά δένδροδιαγράμματα και να τα παρουσιάσει στην ολομέλεια της τάξης, για να τα συγκρίνουν οι μαθητές και να παρατηρήσουν ότι όλα τα δένδροδιαγράμματα καταλήγουν σε ένα μοναδικό τρόπο γραφής του αριθμού 120 ως γινόμενο πρώτων παραγόντων.

Στην οθόνη 2, εμφανίζεται το δένδροδιάγραμμα που κατασκεύασε κάθε μαθητής προηγουμένως. Οι μαθητές καλούνται να παρατηρήσουν το δένδροδιάγραμμα και με βάση τη συχνότητα εμφάνισης κάθε πρώτου αριθμού, να συμπληρώσουν τον εκθέτη της δύναμης κάθε πρώτου αριθμού στην ανάλυση του 120 σε γινόμενο πρώτων παραγόντων.

Το δένδροδιάγραμμα που έχετε κατασκευάσει παρουσιάζεται στη διπλανή οθόνη.

Να συμπληρώσετε στον πίνακα τον εκθέτη της δύναμης κάθε πρώτου αριθμού, ώστε να γραφτεί ο αριθμός 120 σε γινόμενο πρώτων παραγόντων.

$120 = 2^3 \times 3^1 \times 5^1$

Βάση	Εκθέτης
2	3
3	1
5	1

Οι επόμενες διαφάνειες αφορούν ασκήσεις περεταίρω εξάσκησης και εμπέδωσης. Στις οθόνες 3 και 4 οι μαθητές επιλέγουν την ορθή ανάλυση των αριθμών 36 και 44.

Να επιλέξετε την ορθή ανάλυση του αριθμού 36 σε γινόμενο πρώτων παραγόντων:

- ☐ $2^2 \cdot 3^3$
- ☐ $2 \cdot 3 \cdot 5$
- ☒ $2^2 \cdot 3^2$
- ☐ $4 \cdot 9$

Να επιλέξετε την ορθή ανάλυση του αριθμού 44 σε γινόμενο πρώτων παραγόντων:

- ☐ $2 \cdot 11$
- ☐ $4 \cdot 11$
- ☐ $2^2 \cdot 5^2$
- ☒ $2^2 \cdot 11$

Στις διαφάνειες 5 και 6 οι μαθητές επιλέγουν τον αριθμό που λείπει από την ανάλυση των αριθμών 40 και 45 σε γινόμενο πρώτων παραγόντων.

Να επιλέξετε τον αριθμό που λείπει από την ανάλυση του αριθμού 42 σε γινόμενο πρώτων παραγόντων:

$$40 = 2^3 \cdot \dots$$

- ☒ 5
☐ 2
☐ 3
☐ 7

Να επιλέξετε τον αριθμό που λείπει από την ανάλυση του αριθμού 45 σε γινόμενο πρώτων παραγόντων:

$$45 = \dots^2 \cdot 5$$

- ☐ 2
☒ 3
☐ 5
☐ 7

Στις διαφάνειες 7 και 8 οι μαθητές καλούνται να επιλέξουν την ορθή ανάλυση αριθμών με βάση την ανάλυση ενός άλλου αριθμού. Στην διαφάνεια 7 παρουσιάζεται η ανάλυση του αριθμού 400 σε γινόμενο πρώτων παραγόντων. Λαμβάνοντας υπόψη ότι $400 = 2 \cdot 200$, τα παιδιά αναμένεται να συμπεράνουν ότι στην ανάλυση του 200, ο εκθέτης της δύναμης με βάση το 2 θα είναι κατά 1 μικρότερος.

Να επιλέξετε την ορθή απάντηση:

Αν $400 = 2^4 \cdot 5^2$,

τότε $200 = \dots$

- ☐ $2^4 \cdot 5$
☒ $2^3 \cdot 5^2$
☐ $2^3 \cdot 5$
☐ $2^3 \cdot 5^3$

Να επιλέξετε την ορθή απάντηση:

Αν $1200 = 2^4 \cdot 3 \cdot 5^2$,

τότε $4800 = \dots$

- ☐ $2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^2$
☐ $2^2 \cdot 3 \cdot 5^2$
☐ $2^5 \cdot 3 \cdot 5^2$
☒ $2^6 \cdot 3 \cdot 5^2$

Αντίστοιχα, στη διαφάνεια 8, λαμβάνοντας υπόψη ότι $4800 = 4 \cdot 1200 = 2^2 \cdot 1200$, τα παιδιά αναμένεται να συμπεράνουν ότι στην ανάλυση του 4800, ο εκθέτης της δύναμης με βάση το 2 θα είναι κατά 2 μεγαλύτερος.