ΕΝΟΤΗΤΑ 10

Κύκλος, Περίμετρος και Εμβαδόν, Μετασχηματισμοί, Στερεομετρία, Όγκος Ορθογωνίου Παραλληλεπιπέδου

Στον πιο κάτω πίνακα παρουσιάζονται οι δείκτες επιτυχίας και επάρκειας που αντιστοιχούν στην Ενότητα 10.

ΔΕΙΚΤΕΣ ΕΠΙΤΥΧΙΑΣ	ΔΕΙΚΤΕΣ ΕΠΑΡΚΕΙΑΣ	ΠΡΟΑΠΑΙΤΟΥΜΕΝΕΣ ΓΝΩΣΕΙΣ	ΝΕΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ
Οι μαθητές και οι μαθήτριες να είναι σε θέση να:	*Ο εκπαιδευτικός αναπτύσσει δραστηριότητες, ώστε οι μαθητές και οι μαθήτριες να είναι σε θέση να:*		
Κύκλος			
4.(Γ3.7) Αναγνωρίζουν, ονομάζουν και περιγράφουν τα βασικά στοιχεία και ιδιότητες του κύκλου. **6.(Μ4.5)** Υπολογίζουν την περιφέρεια και το εμβαδόν του κύκλου με διάφορα μέσα και λογισμικά. **7.(Μ4.7)** Επιλύουν προβλήματα που εμπεριέχουν σχέσεις μεταξύ ακτίνας, διαμέτρου, εμβαδού και περιφέρειας κύκλου.	**4.1** Διερευνούν τα βασικά στοιχεία του κύκλου (ακτίνα, κέντρο, διάμετρος, σχέση μεταξύ ακτίνας και διαμέτρου). **6.1** Διερευνούν τον λόγο μεταξύ της περιφέρειας και της διαμέτρου του κύκλου. **6.2** Υπολογίζουν την περιφέρεια του κύκλου με δοσμένη ακτίνα και την περιφέρεια μικτόγραμμων σχημάτων. Στην Στ' τάξη γίνεται εισαγωγή των δεικτών Μ4.7 και Μ4.10. Η διδασκαλία τους είναι απαραίτητη και αποτελεί προϋπόθεση για την επίτευξη των δεικτών αυτών στην Α' Γυμνασίου ή σε επόμενες τάξεις.		✓ Στοιχεία και ιδιότητες του κύκλου ✓ Λόγος περιφέρειας και διαμέτρου του κύκλου ✓ Περιφέρεια κύκλου ✓ Περιφέρεια μικτόγραμμων σχημάτων

Περίμετρος και εμβαδόν			
3.(Μ4.3) Υπολογίζουν την περίμετρο και το εμβαδόν του τραπεζίου και σύνθετων σχημάτων. **11.(Γ4.19)** Διαχωρίζουν και συνθέτουν δισδιάστατα και τρισδιάστατα σχήματα.	**3.2** Υπολογίζουν την περίμετρο και το εμβαδόν ευθύγραμμων σχημάτων, διαχωρίζοντάς τα σε γνωστά σχήματα. **11.1** Διαχωρίζουν και συνθέτουν δισδιάστατα και τρισδιάστατα σχήματα.	✓ Περίμετρος και εμβαδόν ευθύγραμμων σχημάτων	✓ Περίμετρος μικτόγραμμων σχημάτων και εμβαδόν σύνθετων σχημάτων που διαχωρίζονται σε γνωστά σχήματα ✓ Διαχωρισμός και σύνθεση δισδιάστατων και τρισδιάστατων σχημάτων
Μετασχηματισμοί			
14.(Γ4.16) Κατασκευάζουν πολύγωνα και σχέδια με πολλούς άξονες συμμετρίας ή σχήματα που είναι συμμετρικά ως προς ένα σημείο. **15.(Γ4.17)** Περιγράφουν και εκτελούν μετασχηματισμούς (περιστροφή υπό συγκεκριμένη γωνία, μεταφορά, ανάκλαση ως προς έναν ή περισσότερους άξονες) δισδιάστατων και τρισδιάστατων σχημάτων. **16. (Γ3.17)** Προβλέπουν και αιτιολογούν τα αποτελέσματα	**14.1** Κατασκευάζουν σχήματα που είναι συμμετρικά ως προς οριζόντιο άξονα, κατακόρυφο άξονα ή με περισσότερους από έναν άξονες. **15.1** Περιγράφουν και εκτελούν περιστροφή ενός σχήματος υπό γωνία 90° , 180° , 270° και 360°. **15.2** Κάνουν παράλληλη μεταφορά ενός σχήματος με βάση οδηγίες. Στην Στ΄ τάξη γίνεται εισαγωγή του δείκτη Γ3.17. Η διδασκαλία του είναι απαραίτητη	✓ Ιδιότητες συμμετρικών σχημάτων ✓ Περιστροφή σχημάτων με καθορισμένες θέσεις στο ορθοκανονικό σύστημα αξόνων ✓ Μεταφορά σχημάτων με καθορισμένες θέσεις στο ορθοκανονικό σύστημα αξόνων	✓ Αναγνώριση και κατασκευή σχημάτων που είναι συμμετρικά ως προς οριζόντιο άξονα, κατακόρυφο άξονα ή με περισσότερους από έναν άξονες. ✓ Περιγραφή και εκτέλεση περιστροφής σχήματος υπό γωνία 90° , 180° , 270° και 360° ✓ Περιγραφή και εκτέλεση μεταφοράς σχήματος με βάση οδηγίες

του διαχωρισμού, της σύνθεσης και του μετασχηματισμού δισδιάστατων και τρισδιάστατων σχημάτων.	και αποτελεί προϋπόθεση για την επίτευξη του δείκτη αυτού σε επόμενες τάξεις.		
Στερεομετρία			
10.(Γ4.1) Αναγνωρίζουν, περιγράφουν και κατασκευάζουν δισδιάστατα και τρισδιάστατα σχήματα, γωνίες, παράλληλες και κάθετες ευθείες. **(Γ4.10)** Αναπαριστούν τρισδιάστατα σχήματα και ερμηνεύουν δισδιάστατες αναπαραστάσεις τρισδιάστατων σχημάτων.	**10.2** Αναγνωρίζουν τα βασικά χαρακτηριστικά του κυλίνδρου και του κώνου. **10.3** Συσχετίζουν τα τρισδιάστατα σχήματα με τις δισδιάστατες αναπαραστάσεις τους.	✓ Αναγνώριση των βασικών χαρακτηριστικών των πυραμίδων και των πρισμάτων ✓ Συσχέτιση οποιουδήποτε τρισδιάστατου σχήματος με τα ανάπτυγμά του	✓ Αναγνώριση των βασικών χαρακτηριστικών του κυλίνδρου και του κώνου ✓ Ερμηνεία δισδιάστατων αναπαραστάσεων τρισδιάστατων σχημάτων
Όγκος ορθογώνιου παραλληλεπιπέδου			
1.(Μ4.1) Χρησιμοποιούν συμβατικές μονάδες μέτρησης του μήκους (mm, cm, m, km), της μάζας (kg, g, τόνος), της χωρητικότητας (L, ml) και του όγκου σχημάτων (m^3, cm^3).	**1.1** Χρησιμοποιούν κατάλληλες μονάδες μέτρησης, για να εκφράσουν μετρήσεις οποιουδήποτε μεγέθους.	✓ Μονάδα μέτρησης όγκου σχημάτων (m^3, cm^3)	✓ Χρήση κατάλληλων μονάδων μέτρησης του μήκους (mm, cm, m, km), της μάζας (kg, g, τόνος), της χωρητικότητας (L, ml) και του όγκου (m^3, cm^3)

5.(Μ4.4) Υπολογίζουν τον όγκο και το εμβαδόν της εξωτερικής επιφάνειας τρισδιάστατων σχημάτων, χρησιμοποιώντας διάφορα μέσα και λογισμικά.	**5.2** Υπολογίζουν τον όγκο ορθογώνιων παραλληλεπιπέδων (που το μήκος των ακμών τους είναι είτε ακέραιος είτε κλασματικός αριθμός), χρησιμοποιώντας τον τύπο *«μήκος · πλάτος · ύψος»* ή τον τύπο *«βάση · ύψος».*	✓ Υπολογισμός όγκου ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου, χρησιμοποιώντας μοναδιαίους κύβους	✓ Υπολογισμός του όγκου ορθογώνιου παραλληλεπιπέδου με τη χρήση του τύπου *«μήκος · πλάτος · ύψος»* ή τον τύπο *«βάση · ύψος»*

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΗ ΟΡΓΑΝΩΣΗ ΜΑΘΗΜΑΤΩΝ

Μαθήματα 1 και 2 (σελίδες 106-112): Στοιχεία κύκλου

Μαθήματα 3 και 4 (σελίδες 113-117): Μήκος κύκλου

Μαθήματα 5, 6, 7 και 8 (σελίδες 118-125): Περίμετρος μικτόγραμμων σχημάτων και εμβαδόν σύνθετων σχημάτων

Μαθήματα 9 και 10 (σελίδες 126-129): Μετασχηματισμοί - Συμμετρία

Μαθήματα 11 και 12 (σελίδες 130-138): Μετασχηματισμοί - Μεταφορά και περιστροφή

Μαθήματα 13 και 14 (σελίδες 139-147): Ερμηνεία δισδιάστατων αναπαραστάσεων τρισδιάστατων σχημάτων – Κύλινδρος και κώνος

Μαθήματα 15, 16 και 17 (σελίδες 148-153): Όγκος ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου

ΣΗΜΕΙΑ ΠΡΟΣΟΧΗΣ

Μαθήματα 1 και 2 (σελίδες 106-112)

Εξερεύνηση (σελ. 106)

Στόχος της εξερεύνησης είναι η εισαγωγή στην έννοια του κύκλου. Τα παιδιά, χρησιμοποιώντας τον χάρτη (λαμβάνοντας υπόψη την κλίμακα, 1 cm προς 75 m), αναμένεται να εντοπίσουν ότι τα πιο κάτω μνημεία/μουσεία βρίσκονται σε απόσταση (σε ακτίνα) μικρότερη από 500 m από την Οικία Χατζηγεωργάκη Κορνέσιου:

- Αρχιεπισκοπή
- Μουσείο Παγκυπρίου Γυμνασίου
- Μουσείο Λαϊκής Τέχνης
- Βυζαντινό Μουσείο
- Ιερός Ναός Αγίου Σάββα
- Μουσείο Ιστορίας

Τα πιο κάτω μνημεία/μουσεία βρίσκονται σε απόσταση (σε ακτίνα) μεγαλύτερη από 500 m από την Οικία Χατζηγεωργάκη Κορνέσιου:

- Πύλη Αμμοχώστου
- Λεβέντειο Δημοτικό Μουσείο
- Πινακοθήκη Λεβέντη

Αναμένεται να προκύψει ο ορισμός του κύκλου ως το σύνολο των σημείων του επιπέδου που απέχουν την ίδια απόσταση από ένα σταθερό σημείο του επιπέδου.

Διερεύνηση (σελ. 107)

Τα παιδιά με τη χρήση του εφαρμογιδίου, διερευνούν και περιγράφουν τα βασικά στοιχεία του κύκλου (ακτίνα και διάμετρος). Τα παιδιά αναμένεται να δώσουν τις πιο κάτω απαντήσεις στα ερωτήματα της Διερεύνησης:

(α) Η ακτίνα ενός κύκλου, δηλαδή το ευθύγραμμο τμήμα που συνδέει το κέντρο του κύκλου με οποιοδήποτε από τα σημεία της περιφέρειας, έχει σταθερό μήκος.

(β) Η διάμετρος ενός κύκλου, δηλαδή το ευθύγραμμο τμήμα που έχει τα άκρα του πάνω στον κύκλο και περνά από το κέντρο του, έχει σταθερό μήκος.

(γ) Ο λόγος της διαμέτρου προς την ακτίνα ενός κύκλου είναι σταθερός και ισούται με 2. Δηλαδή, κάθε διάμετρος ενός κύκλου έχει διπλάσιο μήκος από την ακτίνα του κύκλου.

Μαθήματα 3 και 4 (σελίδες 113-117)

Διερεύνηση (σελ. 113)

Μέσα από τη διερεύνηση τα παιδιά αναμένεται να παρατηρήσουν ότι ο λόγος του μήκους του κύκλου προς το μήκος της διαμέτρου του είναι σταθερός ($\pi \cong 3{,}14$). Επιπλέον, αναμένεται να παρατηρήσουν ότι, αν γνωρίζουμε το μήκος της διαμέτρου ενός κύκλου, μπορούμε να υπολογίσουμε το μήκος του κύκλου, πολλαπλασιάζοντας το μήκος της διαμέτρου με τον αριθμό $\pi \cong 3{,}14$. Τονίζεται ότι ο τύπος δίνει προσέγγιση για το μήκος του κύκλου λόγω του π, γι αυτό πολλές φορές το μήκος εκφράζεται συναρτήσει του π. Η αντικατάσταση γίνεται στο τέλος.

Δραστηριότητα 2 (σελ. 116)

Τα παιδιά αναμένεται να εργαστούν με τον ακόλουθο τρόπο:

Αν ένας τροχός με διάμετρο 80 cm γυρίσει μια φορά, θα καλύψει απόσταση ίση με το μήκος του συγκεκριμένου κύκλου:

$\Gamma = \pi \cdot \Delta\iota\acute{\alpha}\mu\varepsilon\tau\rho o\varsigma$

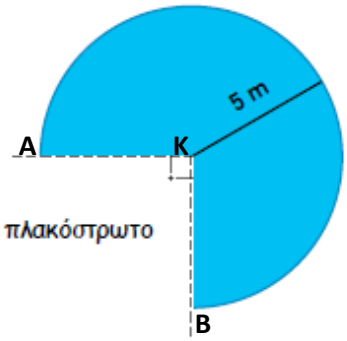
$\Gamma = 80\,\pi$

Αν οι τροχοί γυρίσουν 5 φορές, θα καλύψουν απόσταση ίση με το πενταπλάσιο του μήκους του κύκλου:

$5 \cdot 80\,\pi = 400\pi \cong 400 \cdot 3{,}14 \cong 1256\,cm = 12{,}56\,m$

Δραστηριότητα 4 (σελ. 117)

Η πισίνα είναι μικτόγραμμο σχήμα, το οποίο αποτελείται από μια καμπύλη γραμμή ($\frac{3}{4}$ του κύκλου) και τα ευθύγραμμα τμήματα ΚΑ και ΚΒ.



Τα ευθύγραμμα τμήματα ΚΑ και ΚΒ έχουν μήκος 5 m το καθένα (ακτίνα του κύκλου με κέντρο το σημείο Κ).

Η καμπύλη γραμμή ισούται με τα τρία τέταρτα του μήκους του κύκλου με κέντρο το σημείο Κ.

Υπολογίζουμε το μήκος του κύκλου:

$\Gamma = 2\pi R$

$\Gamma = 2\pi \cdot 5 = 10\pi$

Μήκος πισίνας = $\frac{3}{4}$ Γ + R + R = $\frac{3}{4} \cdot 10\pi$ + 5 + 5 = 7,5 π + 10 $\cong$ 7,5 $\cdot$ 3,14 + 10 $\cong$ 33,55 m

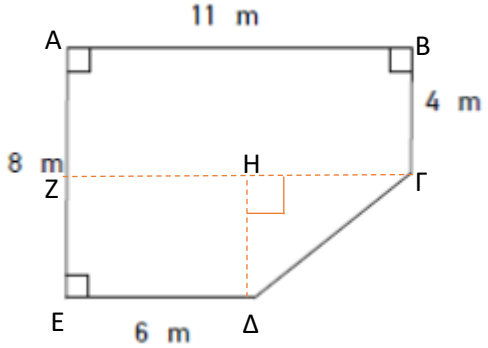
Μαθήματα 5, 6, 7 και 8 (σελίδες 118-125)

Διερεύνηση (σελ. 120)

Στόχος της διερεύνησης είναι ο υπολογισμός του εμβαδού σύνθετων σχημάτων που μπορούν να διαχωριστούν σε γνωστά σχήματα. Ενδεικτικά, για να υπολογίσουν το εμβαδόν της επιφάνειας του χορτοτάπητα, τα παιδιά αναμένεται να εργαστούν με τους ακόλουθους τρόπους:

Α΄ τρόπος

Διαχωρίζουμε το σχήμα ΑΒΓΔΕ σε δύο ορθογώνια και ένα ορθογώνιο τρίγωνο, π.χ. τα ορθογώνια ΑΒΓΖ και ΖΗΔΕ και το ορθογώνιο τρίγωνο ΗΓΔ. Υπολογίζουμε το εμβαδόν κάθε σχήματος.



$E_{ABΓZ}$: $11 \cdot 4 = 44\ m^2$

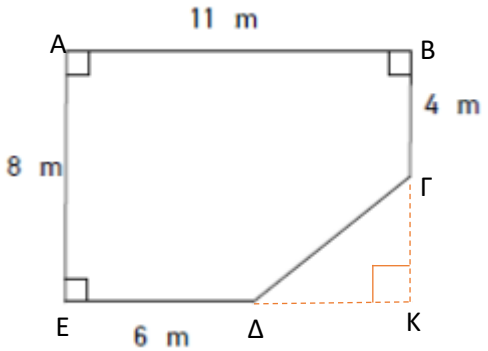
$E_{ZHΔE}$: $6 \cdot 4 = 24\ m^2$

$E_{HΓΔ}$: $\frac{4 \cdot 5}{2} = \frac{20}{2} = 10\ m^2$

$E_{ABΓΔE}$: $44 + 24 + 10 = 78\ m^2$

Β' τρόπος

Προεκτείνουμε την πλευρά ΕΔ κατά 5 cm. Από το σημείο Γ φέρουμε το ευθύγραμμο τμήμα ΓΚ κάθετο στο ευθύγραμμο τμήμα ΕΚ. Υπολογίζουμε το εμβαδόν του ορθογωνίου ΑΒΚΕ και αφαιρούμε από αυτό το εμβαδόν του ορθογωνίου τριγώνου ΓΚΔ.



E_{ABKE}: $11 \cdot 8 = 88\ m^2$

$E_{ΓKΔ}$: $\frac{4 \cdot 5}{2} = \frac{20}{2} = 10\ m^2$

$E_{ABΓΔE}$: $88 - 10 = 78\ m^2$

Δραστηριότητα 4 (σελ. 125)

Στο ερώτημα (α), τα παιδιά αναμένεται να παρατηρήσουν ότι το ορθογώνιο με το μεγαλύτερο εμβαδόν είναι το τετράγωνο.

Με βάση την πιο πάνω παρατήρηση, στο ερώτημα (β), τα παιδιά αναμένεται να αναφέρουν ότι ο κήπος θα έχει σχήμα τετραγώνου με μήκος 4 m.

Το συμπέρασμα στο οποίο αναμένεται να καταλήξουν είναι ότι, όταν έχω ορθογώνια με την ίδια περίμετρο, το ορθογώνιο με το μεγαλύτερο εμβαδόν είναι το τετράγωνο.

Δραστηριότητα 5 (σελ. 125)

Το ορθογώνιο Α (με μήκος 4 μονάδες και πλάτος 2 μονάδες) έχει εμβαδόν 8 τετραγωνικές μονάδες. Αν διπλασιαστούν οι διαστάσεις του, θα προκύψει ένα ορθογώνιο με μήκος 8 μονάδες, πλάτος 4 μονάδες και εμβαδόν 32 τετραγωνικές μονάδες. Άρα, η άποψη του Δημήτρη ότι, διπλασιάζοντας τις διαστάσεις του ορθογωνίου, το εμβαδόν του θα τετραπλασιαστεί είναι ορθή.

Το συμπέρασμα στο οποίο αναμένεται να καταλήξουν είναι ότι, όταν διπλασιάσω τις πλευρές ενός ορθογωνίου, τότε το εμβαδόν του θα τετραπλασιαστεί.

Μαθήματα 9 και 10 (σελίδες 126-129)

Διερεύνηση (σελ. 126)

Τα παιδιά μέσα από το εφαρμογίδιο διερευνούν συμμετρικά σχήματα με άξονα συμμετρίας τον κατακόρυφο άξονα. Στο εφαρμογίδιο, σύροντας οποιαδήποτε κορυφή του τριγώνου ΑΒΓ σε διαφορετική θέση, σύρεται και η αντίστοιχη κορυφή του συμμετρικού Α΄Β΄Γ΄. Τα παιδιά αναμένεται να παρατηρήσουν ότι οι αποστάσεις μεταξύ των συμμετρικών σημείων από τον άξονα συμμετρίας είναι ίσες. Δηλαδή, η απόσταση κάθε κορυφής του τριγώνου ΑΒΓ από τον άξονα συμμετρίας είναι ίση με την απόσταση της εικόνας της από τον άξονα συμμετρίας.

Επισημαίνεται ότι μέσα από την εξερεύνηση, επαναφέρεται η έννοια της απόστασης ως το μήκος του κάθετου ευθύγραμμου σχήματος από την κορυφή του σχήματος στον άξονα συμμετρίας.

Μαθήματα 11 και 12 (σελίδες 130-138)

Διερεύνηση 1 (σελ. 130)

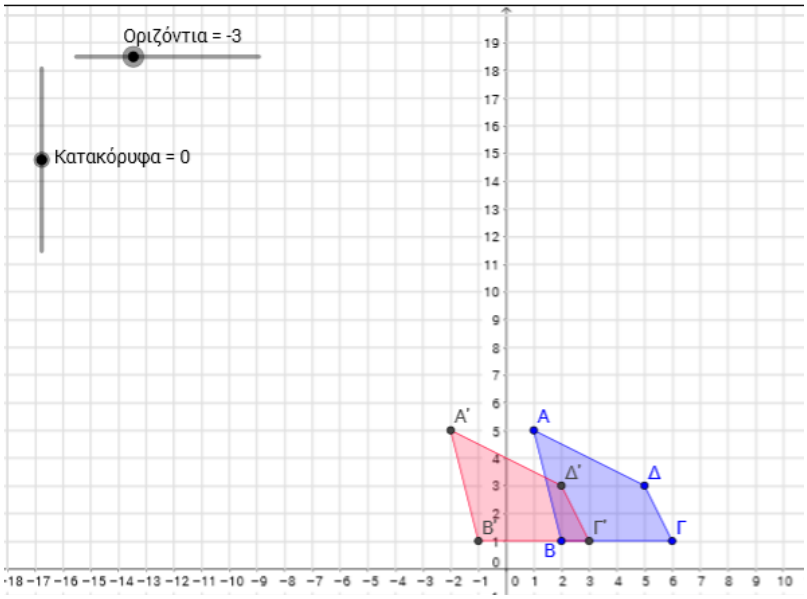
Στόχος της διερεύνησης είναι η περιγραφή και η εκτέλεση μεταφοράς ενός σχήματος με βάση συγκεκριμένες οδηγίες.

Στο ερώτημα (α), τα παιδιά αναμένεται να παρατηρήσουν ότι τα σχήματα ΑΒΓΔ και Α’Β’Γ’Δ’ έχουν την ίδια μορφή και το ίδιο μέγεθος, αλλά βρίσκονται σε διαφορετική θέση.

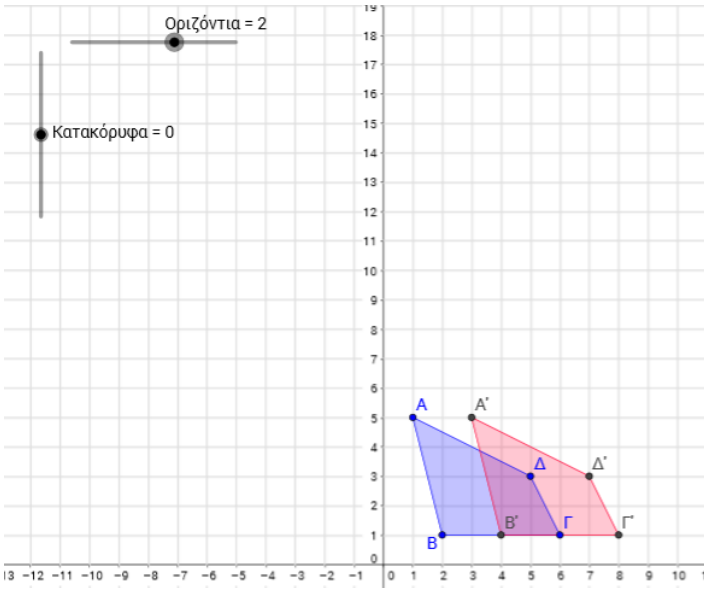
Στο ερώτημα (β), τα παιδιά αναμένεται να παρατηρήσουν ότι κάθε σημείο του σχήματος ΑΒΓΔ απέχει από το αντίστοιχο σημείο του σχήματος Α’Β’Γ’Δ’ απόσταση ίση με 8 μονάδες (τετράγωνα). Αυτό συμβαίνει γιατί το σχήμα Α’Β’Γ’Δ’ προκύπτει από τη μεταφορά του σχήματος ΑΒΓΔ 8 μονάδες δεξιά. Άρα, κάθε σημείο του σχήματος ΑΒΓΔ μετακινήθηκε 8 μονάδες δεξιά.

Στο ερώτημα (γ), τα παιδιά χρησιμοποιούν το εφαρμογίδιο για να εκτελέσουν μεταφορές με βάση συγκεκριμένες οδηγίες, όπως φαίνεται πιο κάτω:

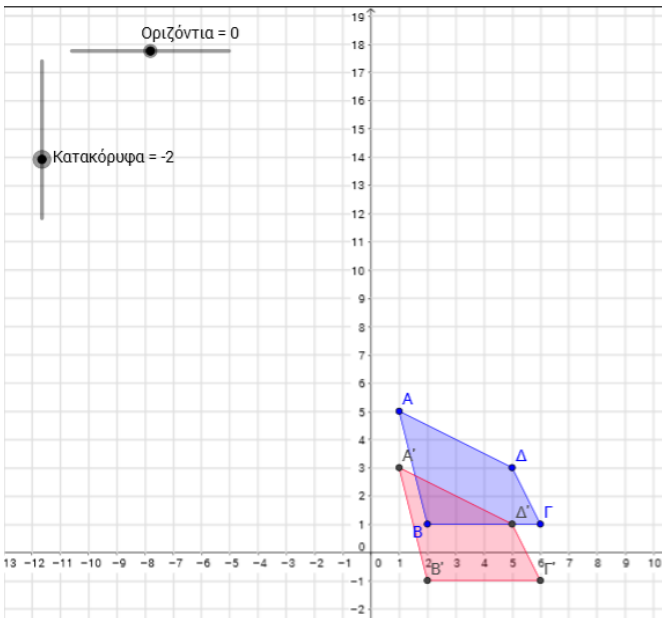
(i) 3 μονάδες (τετράγωνα) αριστερά



(ii) 2 μονάδες (τετράγωνα) δεξιά



(iii) 2 μονάδες (τετράγωνα) κάτω



Σε κάθε περίπτωση, η απόσταση των σημείων του αρχικού σχήματος και των αντίστοιχων σημείων του τελικού σχήματος είναι ίση με τον αριθμό των μονάδων της μετακίνησης.

Διερεύνηση 2 (σελ. 131)

Στόχος της διερεύνησης είναι η περιγραφή περιστροφής σχήματος υπό γωνία 90°, 180°, 270° και 360°.

Τα παιδιά αναμένεται να παρατηρήσουν ότι:

Στο ερώτημα (α) το αρχικό σχήμα Μ περιστράφηκε γύρω από το σημείο Γ κατά 90° αριστερόστροφα.

Στο ερώτημα (β) το αρχικό σχήμα Μ περιστράφηκε γύρω από το σημείο Γ κατά 180° αριστερόστροφα ή δεξιόστροφα.

Στο ερώτημα (γ) το αρχικό σχήμα Μ περιστράφηκε γύρω από το σημείο Γ κατά 90° δεξιόστροφα.

Στο ερώτημα (δ) το αρχικό σχήμα Μ περιστράφηκε γύρω από το σημείο Κ κατά 90° αριστερόστροφα.

Δραστηριότητα 2 (σελ. 137)

Οι ορθές λύσεις είναι:

(α) Μετακινούμε κάθε σημείο του τριγώνου Β 11 μονάδες προς τα αριστερά και 1 μονάδα προς τα πάνω

ή

Μετακινούμε κάθε σημείο του τριγώνου Β 1 μονάδα προς τα πάνω και 11 μονάδες προς τα αριστερά.

(β) Μετακινούμε κάθε σημείο του τριγώνου Γ 2 μονάδες προς τα πάνω και 2 μονάδες προς τα δεξιά

ή

Μετακινούμε κάθε σημείο του τριγώνου Γ 2 μονάδες προς τα δεξιά και 2 μονάδες προς τα πάνω.

Δραστηριότητα 3 (σελ. 138)

Οι ορθές λύσεις είναι:

(α) η επιλογή Α

(β) η επιλογή Β

Δραστηριότητα 4 (σελ. 138)

Η ορθή λύση είναι το πρώτο σχήμα.

Δραστηριότητα 5 (σελ. 138)

Οι συντεταγμένες των κορυφών του τριγώνου που θα προκύψει είναι:

Α’ (-1, 6) Β’ (-3, 4) Γ’ (-3, 8)

Μαθήματα 13 και 14 (σελίδες 139-147)

Διερεύνηση (σελ. 141-142)

Στο ερώτημα (α) τα παιδιά αναμένεται να αντιληφθούν ότι τα σχήματα Β, Δ και ΣΤ είναι αναπτύγματα κυλίνδρου.

Στο ερώτημα (β) τα παιδιά αναμένεται να αντιληφθούν ότι μόνο το σχήμα Α είναι ανάπτυγμα κώνου.

Το συμπέρασμα στο οποίο αναμένεται να καταλήξουν τα παιδιά είναι ότι το ανάπτυγμα του κυλίνδρου

Δραστηριότητα 2 (σελ. 146)

Τα αναπτύγματα τα οποία όταν διπλωθούν στις διακεκομμένες γραμμές σχηματίζουν κύβο είναι τα Γ και Ε.

Δραστηριότητα 3 (σελ. 146)

Τα αναπτύγματα τα οποία όταν διπλωθούν στις διακεκομμένες γραμμές σχηματίζουν πυραμίδα είναι τα Β και Δ και Ε.

Δραστηριότητα 4 (σελ. 147)

Τα παιδιά αναμένεται να εργαστούν με τον ακόλουθο τρόπο:

Αν το ανάπτυγμα διπλωθεί, απέναντι από το χ θα είναι η έδρα με τον αριθμό 4.

Άρα $\chi + 4 = 12$, $\chi = 8$.

Μαθήματα 15, 16 και 17 (σελίδες 148-153)

Διερεύνηση (σελ. 148)

Στόχος της διερεύνησης είναι, χρησιμοποιώντας το εφαρμογίδιο, τα παιδιά να αντιληφθούν ότι ο όγκος ενός ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου είναι δυνατόν να υπολογιστεί με δύο τρόπους:

Α΄ τρόπος:

Πολλαπλασιάζουμε τον αριθμό των κύβων σε μια σειρά επί τον αριθμό των σειρών σε ένα στρώμα επί τον αριθμό των στρωμάτων που χρειάζονται για να γεμίσει το ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο.

Άρα, ο όγκος ενός ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου (V) είναι ίσος με το γινόμενο του μήκους επί το πλάτος επί το ύψος του.

$$V = \mu\acute{\eta}\kappa o\varsigma \cdot \pi\lambda\acute{\alpha}\tau o\varsigma \cdot \acute{\upsilon}\psi o\varsigma$$

Β΄ τρόπος:

Πολλαπλασιάζουμε τον αριθμό των κύβων που έχει ένα στρώμα (η βάση δηλαδή του ορθογωνίου παραλληλογράμμου) επί τον αριθμό των στρωμάτων που χρειάζονται για να γεμίσει το ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο.

‘Αρα, ο όγκος ενός ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου (V) είναι ίσος με το εμβαδόν της βάσης επί το ύψος του.

$$V = E_{\beta\acute{\alpha}\sigma\eta\varsigma} \cdot \acute{\upsilon}\psi o\varsigma$$

Δραστηριότητα 4 (σελ. 152)

Το ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο Α (με μήκος 5 cm, πλάτος 3 cm και ύψος 4 cm) έχει όγκο 60 cm^3. Αν διπλασιαστούν οι διαστάσεις του, θα προκύψει ένα ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο με μήκος 10 cm, πλάτος 6 cm και ύψος 8 cm, το οποίο θα έχει όγκο 480 cm^3. Άρα, η άποψη της Μαρίνας ότι, διπλασιάζοντας τις διαστάσεις του ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου, ο όγκος του θα διπλασιαστεί είναι λανθασμένη.

Το συμπέρασμα στο οποίο αναμένεται να καταλήξουν τα παιδιά είναι ότι, αν διπλασιάσω τις διαστάσεις ενός ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου, τότε ο όγκος του θα οκταπλασιαστεί.

Δραστηριότητα 5 (σελ. 153)

Το ανάπτυγμα Α θα δώσει κιβώτιο με όγκο 24 cm^3 (4 cm × 6 cm × 1 cm).

Το ανάπτυγμα Β θα δώσει κιβώτιο με όγκο 30 cm^3 (3 cm × 5 cm × 2 cm).

Το ανάπτυγμα Γ θα δώσει κιβώτιο με όγκο 36 cm^3 (4 cm × 3 cm × 3 cm).

Το ανάπτυγμα Δ θα δώσει κιβώτιο με όγκο 36 cm^3 (3 cm × 6 cm × 2 cm).

Άρα, τα αναπτύγματα που θα δώσουν το κιβώτιο με τον μεγαλύτερο όγκο είναι τα Γ και Δ, με όγκο 36 cm^3.

Δραστηριότητες Ενότητας

Δραστηριότητα 13 (σελ. 161)

Οι ορθές λύσεις είναι: (α) Γ, (β) Γ.

Δραστηριότητα 14 (σελ. 161)

Οι συντεταγμένες των κορυφών του τριγώνου που θα προκύψει είναι:

Α’ (1, 2) Β’ (5, 6) Γ΄ (5, 2)

Δραστηριότητα 19 (σελ. 164)

Τα παιδιά αναμένεται να εργαστούν με τον ακόλουθο τρόπο:

Ο όγκος του σχήματος που δίνεται είναι:

$$V = \mu\acute{\eta}\kappa o\varsigma \cdot \pi\lambda\acute{\alpha}\tau o\varsigma \cdot \acute{\upsilon}\psi o\varsigma = 5 \cdot 4 \cdot 10 = 200\ cm^3.$$

Ο όγκος του ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου είναι ίσος με τον όγκο του σχήματος. Άρα,

$$V = E_{\beta\acute{\alpha}\sigma\eta\varsigma} \cdot \acute{\upsilon}\psi o\varsigma$$

$$200 = 25 \cdot \acute{\upsilon}\psi o\varsigma$$

$$\frac{200}{25} = \frac{\cancel{25}}{\cancel{25}} \cdot \acute{\upsilon}\psi o\varsigma$$

$$\acute{Y}\psi o\varsigma = 8\ cm$$

Δραστηριότητα 20 (σελ. 164)

Τα παιδιά αναμένεται να εργαστούν με τον ακόλουθο τρόπο:

Ο όγκος της συσκευασίας της εικόνας είναι

$$V = \mu\acute{\eta}\kappa o\varsigma \cdot \pi\lambda\acute{\alpha}\tau o\varsigma \cdot \acute{\upsilon}\psi o\varsigma = 15 \cdot 9 \cdot 25 = 3375\ cm^3.$$

Η νέα συσκευασία θα έχει σχήμα κύβου. Άρα, το μήκος της συσκευασίας θα είναι ίσο με το πλάτος και το ύψος της. Με δοκιμή και έλεγχο, τα παιδιά αναμένεται να υπολογίσουν ότι η συσκευασία θα έχει μήκος 15 cm, αφού

$V = \mu\acute{\eta}\kappa o\varsigma \cdot \pi\lambda\acute{\alpha}\tau o\varsigma \cdot \acute{\upsilon}\psi o\varsigma = 15 \cdot 15 \cdot 15 = 3375\ cm^3$.

Δραστηριότητες Εμπλουτισμού

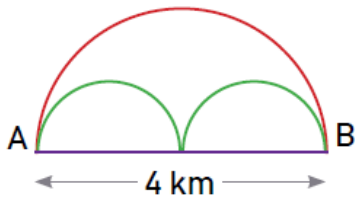
Δραστηριότητα 4 (σελ. 166)

Πρόβλημα (α):

Η διάμετρος του τραπεζιού είναι 80 cm, άρα η ακτίνα του είναι 40 cm. Το τραπεζομάντιλο θα πέφτει από την άκρη του τραπεζιού 20 cm γύρω γύρω, άρα θα έχει ακτίνα 60 cm (40 cm + 20 cm).

Πρόβλημα (β):

Το μήκος ενός ημικυκλίου ισούται με το μισό μήκος του αντίστοιχου κύκλου.



Η κόκκινη διαδρομή ακολουθεί ένα ημικύκλιο με διάμετρο 4 km.

Για το μήκος της κόκκινης διαδρομής υπολογίζουμε:

$\frac{\pi \cdot \Delta\iota\acute{\alpha}\mu\varepsilon\tau\rho o\varsigma}{2} \cong \frac{3{,}14 \cdot 4}{2} \cong 6{,}28$ km

Η πράσινη διαδρομή ακολουθεί δύο ημικύκλια με διάμετρο 2 km. Το μήκος των δύο αυτών ημικυκλίων ισούται με το μήκος του αντίστοιχου κύκλου (με διάμετρο 2 km).

Για το μήκος της πράσινης διαδρομής υπολογίζουμε:

$\pi \cdot \Delta\iota\acute{\alpha}\mu\varepsilon\tau\rho o\varsigma \cong 3{,}14 \cdot 2 \cong 6{,}28$ km

Παρατηρούμε ότι οι δύο διαδρομές είναι ίσες.

Πρόβλημα (γ)

(i) Αν ο μεγάλος τροχός του ποδηλάτου με διάμετρο 80 cm γυρίσει μια φορά, θα καλύψει απόσταση ίση με το μήκος του συγκεκριμένου κύκλου:

$\Gamma = \pi \cdot \Delta\iota\acute{\alpha}\mu\varepsilon\tau\rho o\varsigma$

$\Gamma = 80\,\pi$

Αν ο τροχός γυρίσει δύο φορές θα καλύψει απόσταση ίση με το διπλάσιο του μήκους του κύκλου (του τροχού):

$2 \cdot 80\,\pi = 160\,\pi \cong 502{,}4\ cm \cong 5{,}024\ m$

(ii) Αν ο μικρός τροχός του ποδηλάτου με διάμετρο 40 cm γυρίσει μια φορά, θα καλύψει απόσταση ίση με το μήκος του συγκεκριμένου κύκλου:

$\Gamma = \pi \cdot \Delta\iota\acute{\alpha}\mu\varepsilon\tau\rho o\varsigma$

$\Gamma = 40\,\pi$

Αν ο τροχός γυρίσει δέκα φορές θα καλύψει απόσταση ίση με το δεκαπλάσιο του μήκους του κύκλου (του τροχού):

$10 \cdot 40\,\pi = 400\,\pi \cong 1256\ cm \cong 12{,}56\ m$

Δραστηριότητα 5 (σελ. 167)

Τα παιδιά αναμένεται να εργαστούν με τον ακόλουθο τρόπο:

(α) Το μήκος της καμπύλης γραμμής είναι ίσο με το $\frac{1}{4}$ του μήκος ενός κύκλου με ακτίνα 6 cm.

Άρα,

$$\Pi\varepsilon\rho\acute{\iota}\mu\varepsilon\tau\rho o\varsigma = 6 + 6 + \frac{1}{4}(2\pi R) = 12 + \frac{1}{4} \cdot 37{,}68 \cong 21{,}42\ cm$$

(β) Το μήκος της καμπύλης γραμμής είναι ίσο με το $\frac{1}{4}$ του μήκους ενός κύκλου με ακτίνα 4 m.

Άρα,

$$\Pi\varepsilon\rho\acute{\iota}\mu\varepsilon\tau\rho o\varsigma = 8 + 12 + 1 + 4 + 3 + \frac{1}{4}(2\pi R) + 4 = 32 + \frac{1}{4} \cdot 2\pi \cdot 4 =$$

$$32 + 2 \cong 32 + 2 \cdot 3{,}14 \cong 38{,}28\ m$$

(γ) Το μήκος της καμπύλης γραμμής είναι ίσο με το $\frac{1}{2}$ του μήκους ενός κύκλου με διάμετρο 10 m.

Άρα,

$$\Pi\varepsilon\rho\acute{\iota}\mu\varepsilon\tau\rho o\varsigma = 6 + 6 + \frac{1}{2}(\pi \cdot \Delta\iota\acute{\alpha}\mu\varepsilon\tau\rho o\varsigma) = 12 + \frac{1}{2} \cdot 10\pi$$

$$= 12 + 5\pi \cong 12 + 15{,}7 \cong 27{,}7\ m$$

(δ) Το μήκος της κάθε καμπύλης γραμμής είναι ίσο με το $\frac{1}{2}$ του μήκος ενός κύκλου με διάμετρο 5 cm.

Άρα,

$$Περίμετρος = 5 + 5 + \frac{1}{2}(\pi \cdot Διάμετρος) + \frac{1}{2}(\pi \cdot Διάμετρος)$$

$$= 10 + \frac{1}{2} \cdot 5\pi + \frac{1}{2} \cdot 5\pi = 10 + 5\pi \cong 10 + 15{,}7 \cong 25{,}7\ cm$$

Δραστηριότητα 6 (σελ. 168)

Τα παιδιά αναμένεται να εργαστούν με τον ακόλουθο τρόπο:

(α) Το μήκος της κάθε κόκκινης γραμμής είναι ίσο με το $\frac{1}{4}$ του μήκους ενός κύκλου με ακτίνα 10 cm, δηλαδή είναι ίσο με $\frac{1}{4}(\pi \cdot Διάμετρος) = \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot 20 = 5\pi \cong 5 \cdot 3.14 \cong 15{,}7\ cm$.

Άρα, το μήκος της κόκκινης γραμμής θα είναι ίσο με 62,8 cm $(4 \cdot 15{,}7)$.

Εναλλακτικά, τα παιδιά μπορούν να παρατηρήσουν ότι οι τέσσερις κόκκινες γραμμές σχηματίζουν έναν κύκλο με ακτίνα 10 cm. Άρα, το μήκος της κόκκινης γραμμής θα είναι ίσο με το μήκος του κύκλου με ακτίνα 10 cm. Δηλαδή,

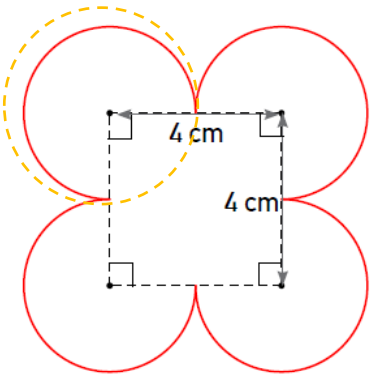
Μήκος κύκλου = $2\pi R = 2 \cdot \pi \cdot 10 = 20\pi \cong 20 \cdot 3{,}14 \cong 62{,}8\ cm$.

(β) Το μήκος κάθε κόκκινης καμπύλης γραμμής, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα είναι ίσο με τα $\frac{3}{4}$ του μήκους ενός κύκλου

με ακτίνα 2cm, δηλαδή είναι ίσο με

$\frac{3}{4} \cdot 2\pi R = \frac{3}{4} \cdot 2\pi \cdot 2 = 3\pi \cong 3 \cdot 3{,}14 \cong 9{,}42\ cm$.

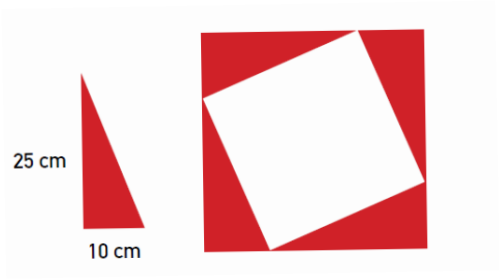
Το μήκος της κόκκινης γραμμής είναι ίσο με 37,68 cm $(9{,}42 \cdot 4)$.



Δραστηριότητα 7 (σελ. 168)

Τα παιδιά αναμένεται να εργαστούν με τον ακόλουθο τρόπο:

Η πλευρά του μεγάλου (κόκκινου) τετραγώνου είναι 35 cm, άρα το εμβαδόν του είναι 1225 cm^2 (35 cm · 35 cm).



Το εμβαδόν καθενός από τα 4 ορθογώνια τρίγωνα είναι 125 cm^2 ($\frac{25 \cdot 10}{2}$).

Τα 4 ορθογώνια τρίγωνα έχουν συνολικό εμβαδόν 500 cm^2 (4 · 125).

Το εμβαδόν της άσπρης επιφάνειας στο σχήμα ισούται με 725 cm^2 (1225 – 500).

Δραστηριότητα 8 (σελ. 169)

Για να υπολογίσουν το εμβαδόν της σκιασμένης επιφάνειας, τα παιδιά αναμένεται να υπολογίσουν το άθροισμα του εμβαδού του τριγώνου ΑΒΕ και του τριγώνου ΕΘΓ.

Το ευθύγραμμο τμήμα ΒΕ έχει μήκος 6 cm, αφού ΕΓ= 20 cm και ΒΓ=14 cm.

E_{ABE}: $\frac{6 \cdot 14}{2} = 42\ cm^2$

$E_{E\Theta\Gamma}$: $\frac{20 \cdot 20}{2} = 200\ cm^2$

Άρα, το εμβαδόν της σκιασμένης επιφάνειας είναι ίσο με 242 cm² $(200 + 42)$.

Δραστηριότητα 9 (σελ. 169)

Τα παιδιά αναμένεται να εργαστούν με τον ακόλουθο τρόπο:

ΜΝ= 5 cm και $E_{KNM} = 20\ cm^2$.

Άρα, το μήκος του ΚΜ, που είναι το ύψος του τριγώνου E_{KNM}, είναι ίσο με 8 cm ($\frac{5 \cdot 8}{2} = 20$).

Το εμβαδόν του τριγώνου ΚΛΝ είναι ίσο με 24 cm^2, αφού $E_{KNM} = 20\ cm^2$ και $E_{K\Lambda M} = 44\ cm^2$.

Το ΚΜ είναι το ύψος του τριγώνου ΚΛΝ. Άρα, το μήκος του ΝΛ είναι ίσο με 6 cm ($\frac{6 \cdot 8}{2} = 24$).

Δραστηριότητα 10 (σελ. 169)

Τα παιδιά αναμένεται να εργαστούν με τον ακόλουθο τρόπο:

Το μήκος της πλευράς του τετραγώνου Α είναι 4 m, αφού το εμβαδόν του είναι ίσο με 16 m².

Το μήκος της πλευράς του τετραγώνου Β είναι 3 m, αφού το εμβαδόν του είναι ίσο με 9 m².

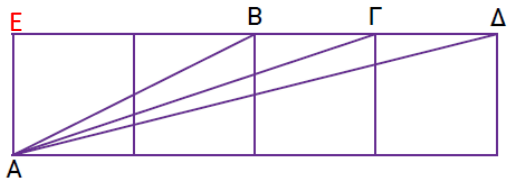
Το μήκος της πλευράς του τετραγώνου ΚΛΜΝ είναι 7 m (4+3).

Άρα, η περίμετρος του σχήματος Γ είναι ίση με 7+4+3+1+4+3=22 m.

Δραστηριότητα 12β (σελ. 170)

Το αμβλυγώνιο τρίγωνο ΑΒΓ (με βάση ΒΓ = 1 cm και ύψος ΑΕ = 1 cm) έχει εμβαδόν $E = \frac{1 \cdot 1}{2} = 0{,}5$ cm².

Το αμβλυγώνιο τρίγωνο ΑΓΔ (με βάση ΓΔ = 1 cm και ύψος ΑΕ = 1 cm) έχει εμβαδόν $E = \frac{1 \cdot 1}{2} = 0{,}5$ cm².



Άρα ο λόγος του εμβαδού του τριγώνου ΑΒΓ προς το εμβαδόν του τριγώνου ΑΓΔ είναι 1:1.

Δραστηριότητα 13 (σελ. 171)

Οι ορθές επιλογές είναι το σχήμα Α και το σχήμα Δ.

Δραστηριότητα 14 (σελ. 171)

Οι συντεταγμένες των κορυφών είναι:

Δ’ (19,9) και Ζ’ (19,5)

Δραστηριότητα 15 (σελ. 171)

Οι συντεταγμένες των κορυφών είναι:

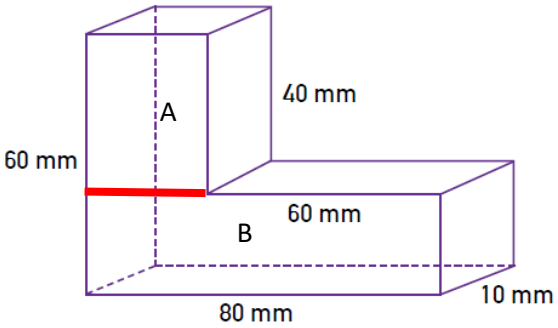
Α’ (-6,11) Β’ (0,11) Γ’ (0,0) και Δ’ (-6,0).

Δραστηριότητα 17 (σελ. 172)

Η ορθή επιλογή είναι ο τελευταίος κύβος.

Δραστηριότητα 19 (σελ. 173)

Τα παιδιά αναμένεται να διαχωρίσουν το στερεό σε δύο ορθογώνια παραλληλεπίπεδα, όπως φαίνεται στη διπλανή εικόνα.



Ο όγκος του ορθογώνιου παραλληλεπιπέδου Α είναι ίσος με:

$V = \ \mu\acute{\eta}\kappa o\varsigma \cdot \pi\lambda\acute{\alpha}\tau o\varsigma \cdot \acute{\upsilon}\psi o\varsigma = 20 \cdot 10 \cdot 40 = 8000\ cm^3$.

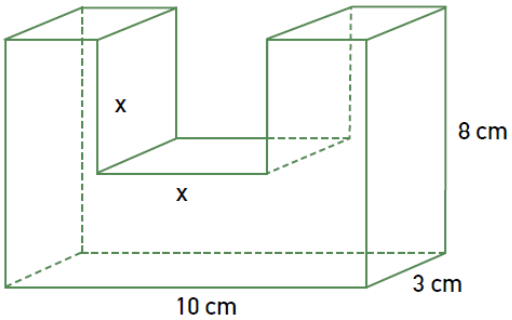
Ο όγκος του ορθογώνιου παραλληλεπιπέδου Β είναι ίσος με:

$V = \ \mu\acute{\eta}\kappa o\varsigma \cdot \pi\lambda\acute{\alpha}\tau o\varsigma \cdot \acute{\upsilon}\psi o\varsigma = 80 \cdot 10 \cdot 20 = 16\ 000\ cm^3$.

Άρα, ο όγκος του στερεού είναι ίσος με 24 000 cm^3 (16 000 + 8000)

Δραστηριότητα 20 (σελ. 173)

Το στερεό της εικόνας προέκυψε από ένα ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο με μήκος 10 cm, πλάτος 3 cm και ύψος 8 cm από το οποίο αφαιρέθηκε ένας κύβος με ακμή *X*.



Το αρχικό ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο είχε όγκο 240 cm^3. Εφόσον το στερεό που δίνεται έχει όγκο 165 cm^3, ο κύβος με ακμή Χ έχει όγκο 75 cm^3 (240 cm^3 – 165 cm^3). Συνεπώς η ακμή του κύβου Χ ισούται με 5 cm (5 cm · 5 cm · 5 cm = 125 cm^3).