

ΕΝΟΤΗΤΑ 8

ΛΟΓΟΙ ΑΝΑΛΟΓΙΕΣ, ΠΟΣΟΣΤΑ, ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ

Στον πιο κάτω πίνακα παρουσιάζονται οι δείκτες επιτυχίας και επάρκειας που αντιστοιχούν στην Ενότητα 8.

ΔΕΙΚΤΕΣ ΕΠΙΤΥΧΙΑΣ	ΔΕΙΚΤΕΣ ΕΠΑΡΚΕΙΑΣ	ΠΡΟΑΠΑΙΤΟΥΜΕΝΕΣ ΓΝΩΣΕΙΣ	ΝΕΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ
<i>Οι μαθητές και οι μαθήτριες να είναι σε θέση να:</i>	<i>Ο εκπαιδευτικός αναπτύσσει δραστηριότητες, ώστε οι μαθητές και οι μαθήτριες να είναι σε θέση να:</i>		
Κλάσματα και δεκαδικοί αριθμοί			
5.(Αρ3.5) Μετατρέπουν δεκαδικούς αριθμούς σε κλάσματα και ποσοστά και αντίστροφα.	5.6 Κατανοήσουν την έννοια του ποσοστού (το ποσοστό είναι κάθε κλάσμα με παρονομαστή το 100). 5.7 Διαβάζουν, γράφουν, αναγνωρίζουν και αναπαριστούν ποσοστά. 5.9 Μετατρέπουν δεκαδικούς αριθμούς σε κλάσματα και ποσοστά και αντίστροφα.	✓ Μετατροπή κλάσματος σε δεκαδικό αριθμό και αντίστροφα	✓ Έννοια ποσοστού ✓ Αναγνώριση, γραφή και αναπαράσταση ποσοστών ✓ Μετατροπές κλασμάτων σε δεκαδικούς και ποσοστά και αντίστροφα

Λόγοι και αναλογίες			
<p>19.(Αρ3.19) Χρησιμοποιούν τη μέθοδο της αναγωγής στην ακέραια μονάδα (προφορικά και γραπτά) στη λύση προβλημάτων.</p> <p>(Αρ4.13) Διατυπώνουν και επιλύουν προβλήματα αναλογίας.</p>	<p>19.1 Επιλύουν προβλήματα αναλογίας, εφαρμόζοντας κατάλληλες στρατηγικές:</p> <ul style="list-style-type: none"> • χρησιμοποιούν εντός σχέσεις αναλογίας, π.χ. $\times 2 \begin{array}{l} 12 \text{ αυγά} \longrightarrow 8 \text{ φλιτζάνια ζάχαρη} \\ 24 \text{ αυγά} \longrightarrow ; \end{array}$ <ul style="list-style-type: none"> • χρησιμοποιούν εκτός σχέσεις αναλογίας, π.χ. $\begin{array}{l} 12 \text{ αυγά} \xrightarrow{+2} 6 \text{ φλιτζάνια ζάχαρη} \\ 18 \text{ αυγά} \longrightarrow ; \end{array}$ <ul style="list-style-type: none"> • χρησιμοποιούν τη μέθοδο της αναγωγής στην ακέραια μονάδα 	<p>✓ Στρατηγικές επίλυσης προβλημάτων αναλογίας</p>	<p>✓ Επίλυση προβλημάτων με λόγους και αναλογίες με εφαρμογή στρατηγικών (εντός σχέσεις αναλογίας, εκτός σχέσεις αναλογίας, αναγωγή στην ακέραια μονάδα)</p>
Γραφικές παραστάσεις			
<p>1.(ΣΠ3.1) Διαβάζουν και κατασκευάζουν ραβδογράμματα, εικονογράμματα, κυκλικές και γραμμικές γραφικές παραστάσεις με ή χωρίς τη χρήση τεχνολογίας.</p>	<p>1.1 Διαβάζουν και κατασκευάζουν ραβδογράμματα, εικονογράμματα και κυκλικές γραφικές παραστάσεις.</p>	<p>✓ Ερμηνεία κυκλικής γραφικής παράστασης</p>	

Έννοιες πιθανοτήτων			
<p>3.(ΣΠ3.8) Προβλέπουν και υπολογίζουν την πιθανότητα ενός ενδεχομένου, χρησιμοποιώντας την έννοια του λόγου.</p>	<p>3.1 Προβλέπουν και υπολογίζουν την πιθανότητα ενός ενδεχομένου, χρησιμοποιώντας την έννοια του λόγου.</p>	<p>✓ Σειροθέτηση γεγονότων με βάση την πιθανότητά τους να συμβούν</p>	<p>✓ Πρόβλεψη και υπολογισμός πιθανότητας ενδεχομένου, χρησιμοποιώντας την έννοια του λόγου</p>
<p>4.(ΣΠ3.9) Καταγράφουν και καταμετρούν τον αριθμό των δυνατών συνδυασμών ενδεχομένων δύο ή περισσότερων συνόλων.</p>	<p>4.1 Κατανοούν την έννοια του δειγματικού χώρου.</p>		<p>✓ Έννοια δειγματικού χώρου</p>
<p>5.(ΣΠ3.7) Καταγράφουν τα αποτελέσματα πειραμάτων τύχης με συστηματικό τρόπο, πολλαπλές επαναλήψεις (με ή χωρίς τη χρήση τεχνολογίας)</p>	<p>Στην Ε' τάξη γίνεται εισαγωγή του δείκτη ΣΠ3.7. Η διδασκαλία του είναι απαραίτητη και αποτελεί προϋπόθεση για την επίτευξη του δείκτη αυτού στην Στ' τάξη ή σε επόμενες τάξεις.</p>		

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΗ ΟΡΓΑΝΩΣΗ ΜΑΘΗΜΑΤΩΝ

Μαθήματα 1 και 2 (σελίδες 9-14): Έννοια λόγου

Μαθήματα 3 και 4 (σελίδες 15-20): Ίσοι λόγοι

Μαθήματα 5, 6 και 7 (σελίδες 21-29): Έννοια ποσοστού

Μαθήματα 8 και 9 (σελίδες 30-35): Υπολογισμός ποσοστού ως μέρος αριθμού

Μαθήματα 10 και 11 (σελίδες 36-41): Πιθανότητες

ΣΗΜΕΙΑ ΠΡΟΣΟΧΗΣ

Μαθήματα 1 και 2 (σελίδες 9 - 14)

Εξερεύνηση (σελ. 9)

Στόχος της εξερεύνησης είναι η αντιπαραβολή της έννοιας του απόλυτου αριθμού με την έννοια του λόγου που εκφράζει την πολλαπλασιαστική σχέση μεταξύ δύο ή περισσότερων μεγεθών.



Στο ερώτημα (α) τα παιδιά αναμένεται να παρατηρήσουν ότι ο τίτλος που επέλεξε ο Μιχάλης δεν είναι κατάλληλος, αφού δεν γίνεται αναφορά στον συνολικό αριθμό των ατόμων που συμμετείχαν στην έρευνα. Ως εκ τούτου, ο τίτλος δεν μπορεί να οδηγήσει σε συμπεράσματα ως προς τη σχέση του αριθμού των ατόμων που απάντησαν ότι ενοχλούνται προς τον συνολικό αριθμό ατόμων που ρωτήθηκαν για το ζήτημα αυτό.

Στο ερώτημα (β) τα παιδιά θα μπορούσαν να εισηγηθούν, ενδεικτικά, τον τίτλο «326 από τα 500 άτομα ενοχλούνται από τον θόρυβο του αυτοκινητόδρομου» ή τον τίτλο «Περισσότερα από τα μισά άτομα που συμμετείχαν στην έρευνα ενοχλούνται από τον θόρυβο του αυτοκινητόδρομου».

Διερεύνηση (σελ. 10)

Σκοπός της διερεύνησης είναι τα παιδιά να αντιληφθούν ότι ο λόγος εκφράζει την πολλαπλασιαστική σύγκριση μεταξύ δύο μεγεθών και ότι η σύγκριση μπορεί να αφορά τα μεγέθη: μέρος-μέρος, μέρος-όλο, όλο-μέρος.

Ηλικία παιδιού	Κανονισμοί επίβλεψης (Παιδιά προς Ενήλικες)	Χρώμα περικαρπίου
5 χρονών και κάτω		Μπλε
6-8 χρονών		Πορτοκαλί
9-12 χρονών		Κόκκινο

Στο ερώτημα (α), τα παιδιά αναμένεται να επεξηγήσουν τους κανονισμούς της πισίνας, εκφράζοντας λεκτικά τους λόγους, οι οποίοι στην πινακίδα παρουσιάζονται με εικόνες. Για παράδειγμα, για τον κανονισμό της πισίνας για την ομάδα 5 χρονών και κάτω, μπορούν να αναφέρουν ότι «στην πισίνα πρέπει να βρίσκεται 1 ενήλικας για κάθε 2 παιδιά» (μέρος-μέρος) ή «στην πισίνα βρίσκονται 2 παιδιά για κάθε 3 συνολικά άτομα» (μέρος-όλο) ή «για κάθε συνολικά 3 άτομα που βρίσκονται στην πισίνα, ο ένας είναι ενήλικας (όλο-μέρος).

Στο ερώτημα (β), τα παιδιά αναμένεται να παρατηρήσουν ότι οι λόγοι αναφέρονται σε σχέση μέρους-μέρους: στο ερώτημα (i) ο λόγος αναφέρεται στην ομάδα 6-8 χρονών και στο (ii) στην ομάδα 9-12 χρονών.

Στο ερώτημα (γ), τα παιδιά αναμένεται να προβληματιστούν για το ποιο μέγεθος εκφράζει κάθε αριθμός στους λόγους. Αναμένεται να δώσουν τις πιο κάτω απαντήσεις:

- (i) 1 ενήλικας για κάθε 2 παιδιά (σχέση μέρους-μέρους για την ομάδα 5 χρονών και κάτω)
- (ii) 1 ενήλικας για κάθε 4 παιδιά (σχέση μέρους-μέρους για την ομάδα 9-12 χρόνων) ή 1 ενήλικας προς 4 συνολικά άτομα (σχέση μέρους-όλου για την ομάδα 6-8 χρόνων).
- (iii) 5 συνολικά άτομα για κάθε 4 παιδιά (σχέση όλου-μέρους για την ομάδα 9-12 χρόνων)
- (iv) 3 παιδιά για κάθε 4 συνολικά άτομα (μέρος-όλο για την ομάδα 6-8 χρόνων).

Μαθήματα 3 και 4 (σελίδες 15 - 20)

Διερεύνηση (σελ. 15)

Στόχος της διερεύνησης είναι η εισαγωγή στην έννοια της αναλογίας, δηλαδή των ίσων λόγων. Τα παιδιά αναμένεται να κατανοήσουν ότι, αφού ο λόγος εκφράζει την πολλαπλασιαστική σύγκριση δύο μεγεθών, για να προκύψουν ίσοι λόγοι, πρέπει η μεταβολή στα τα δύο μεγέθη να είναι η ίδια. Έτσι, για να σχηματίσουμε ίσους λόγους, πολλαπλασιάζουμε ή διαιρούμε τους όρους ενός λόγου με τον ίδιο αριθμό, όπως ακριβώς ισχύει και στην περίπτωση σχηματισμού ισοδύναμων κλασμάτων.

Τα παιδιά αναμένεται να μελετήσουν τη συνταγή και αρχικά να αντιληφθούν ότι η έκφραση «2 ποτήρια χυμό μπανάνα και 3 ποτήρια χυμό

Συνταγή για ανάμικτο χυμό (1 δόση)

Αναμιγνύουμε 2 ποτήρια χυμό μπανάνα και 3 ποτήρια χυμό φράουλα



φράουλα» αντιστοιχεί σε μια σχέση μέρους-μέρους και συγκεκριμένα στον λόγο 2 προς 3.

Με βάση τις σχέσεις μέρος-όλο και όλο-μέρος που μελέτησαν στο προηγούμενο μάθημα, τα παιδιά σχηματίζουν τους πιο κάτω λόγους: 2 προς 5 και 3 προς 5 ή 5 προς 2 και 5 προς 3.

Στο ερώτημα (α) τα παιδιά αναμένεται να συμπληρώσουν τον πίνακα με τον ακόλουθο τρόπο:

	Ποτήρια με χυμό μπανάνα	Ποτήρια με χυμό φράουλα	Ποτήρια με χυμό μπανάνα προς ποτήρια με χυμό φράουλα
1 δόση	2	3	$\frac{2}{3}$
Διπλάσια δόση	4	6	$\frac{4}{6}$
Τριπλάσια δόση	6	9	$\frac{6}{9}$
Τετραπλάσια δόση	8	12	$\frac{8}{12}$

Στο ερώτημα (β), τα παιδιά αναμένεται να παρατηρήσουν ότι στην περίπτωση παρασκευής μεγαλύτερης ποσότητας χυμού, η μεταβολή στον αριθμό των ποτηριών με χυμό φράουλα είναι ανάλογη της μεταβολής στον αριθμό των ποτηριών με χυμό μπανάνα και το αντίστροφο, ώστε να διατηρείται η ίδια γεύση στον χυμό. Άρα, οι λόγοι που προκύπτουν στην τελευταία στήλη του πίνακα είναι ίσοι, αφού τα κλάσματα είναι όλα ισοδύναμα με τα $\frac{2}{3}$ ($\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{8}{12}$).

Στο ερώτημα (γ), τα παιδιά αναμένεται να παρατηρήσουν ότι η Άννα χρησιμοποίησε εξαπλάσιο αριθμό ποτηριών με χυμό μπανάνα από αυτόν που αναφέρεται στη συνταγή για 1 δόση ($6 \times 2 = 12$). Άρα, πρέπει να χρησιμοποιήσει και εξαπλάσιο αριθμό ποτηριών με χυμό φράουλας, δηλαδή 18 ποτήρια ($6 \times 3 = 18$). Οι λόγος του αριθμού ποτηριών μπανάνας προς τον αριθμό ποτηριών φράουλας είναι ίσος με $\frac{2}{3}$ ($\frac{2}{3} = \frac{12}{18}$).

Στο ερώτημα (δ), τα παιδιά αναμένεται να εργαστούν με τον ακόλουθο τρόπο:

- Αν ο Λευτέρης χρησιμοποιούσε 2 ποτήρια με χυμό μπανάνα και 3 ποτήρια με χυμό φράουλα για να παρασκευάσει 1 δόση χυμού, θα χρησιμοποιούσε συνολικά 5 ποτήρια χυμό.
- Αφού χρησιμοποίησε συνολικά 40 ποτήρια, τότε οκταπλασίασε τον συνολικό αριθμό των ποτηριών που αναφέρεται στη συνταγή για 1 δόση ($8 \times 5 = 40$).
- Άρα, ο αριθμός των ποτηριών με χυμό μπανάνα και των ποτηριών με χυμό φράουλα που χρησιμοποίησε ήταν οκταπλάσιος από αυτόν που αναφέρεται στη συνταγή για 1 δόση. Ο Λευτέρης χρησιμοποίησε $8 \times 2 = 16$ ποτήρια με χυμό μπανάνα ($\frac{2}{5} = \frac{16}{40}$) και $8 \times 3 = 24$ ποτήρια με χυμό φράουλα ($\frac{3}{5} = \frac{24}{40}$).

Δραστηριότητα 3 (σελ. 20)

Τα παιδιά αναμένεται να παρατηρήσουν ότι οι περιγραφές Α, Β, Δ και Στ αναφέρονται στην ίδια συνταγή για ανάμικτο χυμό: για κάθε 1 L χυμό μήλου, υπάρχουν 3 L χυμού πορτοκάλι, άρα υπάρχουν 1 L χυμός μήλου σε 4 συνολικά λίτρα ανάμικτου χυμού ή 3 L χυμού πορτοκάλι σε 4 συνολικά λίτρα ανάμικτου χυμού.

Τα παιδιά μπορούν να κατασκευάσουν έναν πίνακα, όπως φαίνεται πιο κάτω:

Συνταγή	Χυμός μήλου (L)	Χυμός πορτοκάλι (L)	Συνολική ποσότητα χυμού (L)
A	1	3	4
B	1	3	4
Γ	1	4	5
Δ	1	3	4
E	3	1	4
ΣΤ	2 ή 1	6 ή 3	8 ή 4

Μαθήματα 5, 6 και 7 (σελίδες 21 - 29)

Εξερεύνηση (σελ. 21)

Η εξερεύνηση έχει ως στόχο την εισαγωγή στην έννοια του ποσοστού και τη διασύνδεσή του με την έννοια του λόγου, του δεκαδικού αριθμού και του κλάσματος. Οι ερμηνείες που είναι δυνατόν να δώσουν τα παιδιά στο ερώτημα (α) είναι οι εξής:

A. Το ποσοστό 50% δείχνει ότι οι τιμές των προϊόντων κατά την περίοδο των εκπτώσεων είναι ίσες με το $\frac{1}{2}$ της αρχικής τους τιμής.

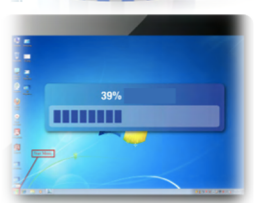
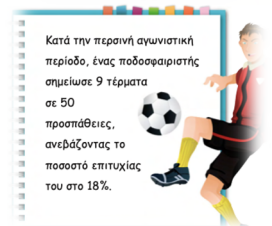
B. Το ποσοστό 60% εκφράζει με έναν διαφορετικό τρόπο τον λόγο 3 προς 5 ή $\frac{3}{5}$ που αναφέρεται στον τίτλο του άρθρου, αφού $\frac{3}{5} = \frac{6}{10} = \frac{60}{100} = 60\%$.

Γ. Το ποσοστό 18% εκφράζει με έναν διαφορετικό τρόπο τον λόγο $\frac{9}{50}$ που αναφέρεται στο κείμενο, αφού $\frac{9}{50} = \frac{18}{100} = 18\%$.

Δ. Το ποσοστό 0% εκφράζει την ποσότητα λίπους σε σχέση με τη συνολική ποσότητα των συστατικών που περιέχονται στο γιαούρτι.

E. Το 39% εκφράζει το μέρος του μεγέθους του αρχείου που έχει αποθηκευτεί στον υπολογιστή μέχρι τη στιγμή που λήφθηκε η φωτογραφία σε σχέση με το συνολικό μέγεθος του αρχείου.

Στο ερώτημα (β) τα παιδιά αναμένεται να αναφέρουν κι άλλα στα οποία χρησιμοποιούνται ποσοστά, όπως π.χ., η παρουσίαση στατιστικών στοιχείων, ο φόρος προστιθέμενης αξίας στην αγορά προϊόντων, οι ποσότητες υλικών που αναμιγνύονται για την παρασκευή ενός μείγματος.

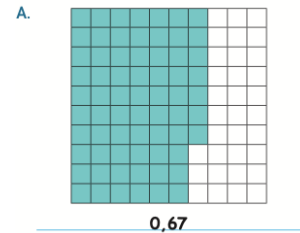


Διερεύνηση (σελ. 22)

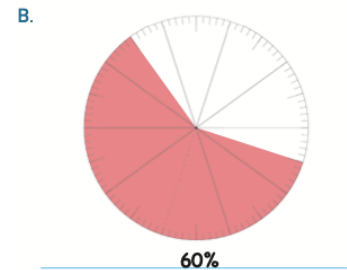
Σκοπός της διερεύνησης είναι τα παιδιά να κατανοήσουν ότι το ποσοστό είναι ένας λόγος ή ένα κλάσμα με παρονομαστή το 100. Τα κλάσματα και οι δεκαδικοί αριθμοί γράφονται και ως ποσοστά.

Στο ερώτημα (α), τα παιδιά αναμένεται να παρατηρήσουν ότι ο Χάρης χρησιμοποίησε διαφορετικούς τρόπους, για να εκφράσει το σκιασμένο μέρος σε κάθε περίπτωση.

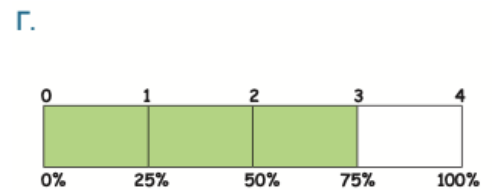
Στο Α είναι σκιασμένα τα 67 μικρά τετραγωνάκια από τα 100 της όλης επιφάνειας και χρησιμοποίησε τον δεκαδικό αριθμό 0,67 ο οποίος αντιστοιχεί στο κλάσμα $\frac{67}{100}$.



Στο Β είναι σκιασμένα τα 6 από τα 10 ίσα μέρη στα οποία είναι χωρισμένος ο κύκλος και χρησιμοποίησε το ποσοστό 60%, το οποίο αντιστοιχεί στο κλάσμα $\frac{6}{10}$ που είναι ισοδύναμο με το κλάσμα $\frac{60}{100}$.

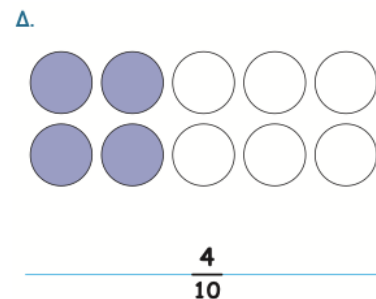


Στο Γ είναι σκιασμένα τα 3 από τα 4 ίσα μέρη στα οποία είναι χωρισμένη η ράβδος και χρησιμοποίησε το ποσοστό 75%, το οποίο αντιστοιχεί στον λόγο 3 προς 4 ή στο κλάσμα $\frac{3}{4}$ που είναι ισοδύναμο με το κλάσμα $\frac{75}{100}$.



εβδομήντα πέντε τοις εκατό

Στο Δ είναι σκιασμένοι οι 4 από τους δέκα συνολικά κύκλους και χρησιμοποίησε το κλάσμα $\frac{4}{10}$.



Στο ερώτημα (β) τα παιδιά αναμένεται να εκφράσουν το σκιασμένο μέρος σε κάθε περίπτωση με διαφορετική μορφή από αυτήν που χρησιμοποίησε ο Χάρης, με τη μορφή δεκαδικού αριθμού, κλάσματος ή ποσοστού:

- Στο Α ο δεκαδικός αριθμός 0,67 μπορεί να εκφραστεί με τη μορφή κλάσματος ως $\frac{67}{100}$ και τη μορφή ποσοστού ως 67%.
- Στο Β, το ποσοστό 60% μπορεί να εκφραστεί με τη μορφή κλάσματος ως $\frac{6}{10}$ ή $\frac{60}{100}$ και τη μορφή δεκαδικού αριθμού ως 0,6 ή 0,60.
- Στο Γ το ποσοστό 75% μπορεί να εκφραστεί με τη μορφή κλάσματος ως $\frac{75}{100}$ ή δεκαδικού αριθμού ως 0,75.
- Στο Δ το κλάσμα $\frac{4}{10}$ μπορεί να εκφραστεί με το ισοδύναμο κλάσμα $\frac{40}{100}$, με τη μορφή δεκαδικού αριθμού ως 0,4 ή 0,40 και με τη μορφή ποσοστού ως 40%.
Ένας άλλος τρόπος είναι να απλοποιηθεί το κλάσμα $\frac{4}{10}$ σε $\frac{2}{5}$

Σημειώνεται ότι σε κάθε περίπτωση, το σκιασμένο μέρος θα μπορούσε να εκφραστεί ως λόγος (σχέση μέρος-όλου), π.χ. 67 προς 100, 6 προς 10 ή 60 προς 100, 75 προς 100 ή 3 προς 4 και 4 προς 10 ή 40 προς 100 ή 2 προς 5.

Δραστηριότητα 6 (σελ. 29)

Τα παιδιά αναμένεται αρχικά να ερμηνεύσουν την κυκλική γραφική παράσταση. Συγκεκριμένα, τα παιδιά αναμένεται να παρατηρήσουν ότι το κίνημα «Κόσμος» συγκέντρωσε το 40% των ψήφων, το «Νέο Κίνημα» το 35%, ο Ανεξάρτητος Υποψήφιος το 20% και η «Πυξίδα» το 5%. Στη συνέχεια, θα αξιοποιήσουν τα δεδομένα αυτά, για να συντάξουν το κείμενο που θα παρουσιάσει η δημοσιογράφος.

Μαθήματα 8 και 9 (σελίδες 30 - 35)

Εξερεύνηση (σελ. 30)

Τα παιδιά αναμένεται να εισηγηθούν τους ακόλουθους τρόπους:

- Μετατροπή του ποσοστού σε κλάσμα και υπολογισμός του αντίστοιχου μέρους του αριθμού 300.

$$5\% = \frac{5}{100} = \frac{1}{20}$$

$$\text{Το } \frac{1}{20} \text{ του } 300: \frac{1}{20} \times 300 = 15$$

Άρα, το 5% του 300 είναι το 15.

- Επιμερισμός του 300 σε 100 + 100 + 100

5% του 100 = 5

5% του 100 = 5

5% του 100 = 5

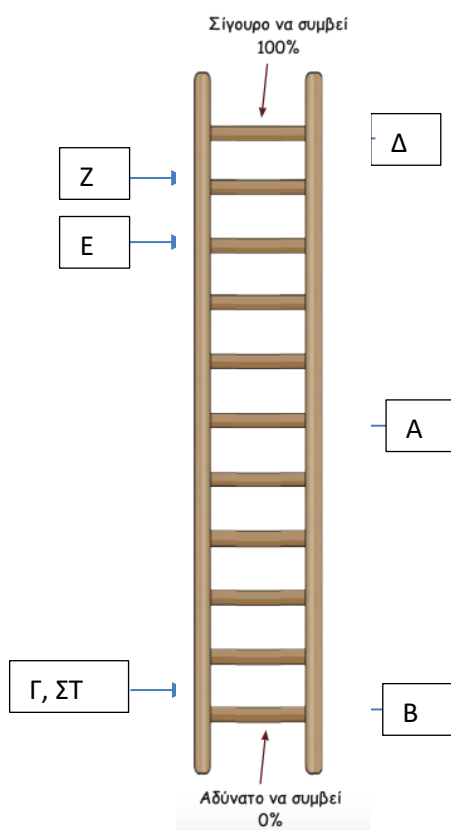
Άρα, το 5% του 300 είναι ίσο με 5 + 5 + 5 = 15.

Δραστηριότητα 3 (σελ. 35)

Τα παιδιά, αξιοποιώντας την κυκλική γραφική παράσταση, αναμένεται να συμπληρώσουν τον πίνακα με τον ακόλουθο τρόπο:

Ηλικιακή ομάδα	Ποσοστό ατόμων που χρησιμοποιούν το διαδίκτυο στο κινητό τηλέφωνο	Αριθμός ατόμων που χρησιμοποιούν το διαδίκτυο στο κινητό τηλέφωνο
18 - 24	50%	$\frac{1}{2} \times 2500 = 1250$
25 - 34	25%	$\frac{1}{4} \times 2500 = 625$
35 - 44	10%	$\frac{1}{10} \times 2500 = 250$
45 - 54	10%	$\frac{1}{10} \times 2500 = 250$
55+	5%	$\frac{1}{20} \times 2500 = 125$

Η διερεύνηση έχει σκοπό τη διασύνδεση των λεκτικών εκφράσεων που χρησιμοποιούνται για την έκφραση πιθανοτήτων με αντίστοιχα ποσοστά. Τα παιδιά αναμένεται να τοποθετήσουν κάθε δήλωση στο κατάλληλο σκαλί, όπως φαίνεται πιο κάτω:



Διερεύνηση 2 (σελ. 37)

Σκοπός της διερεύνησης είναι ο υπολογισμός της πιθανότητας ενός δυνατού αποτελέσματος σε ένα παιχνίδι ή πείραμα και η γραφή της με τη μορφή λόγου, κλάσματος και ποσοστού

Στο ερώτημα (α), το σύνολο των δυνατών αποτελεσμάτων είναι 10, αφού υπάρχουν 10 κάρτες που στην καθεμιά αναγράφεται διαφορετικός αριθμός.

Στο ερώτημα (β), τα παιδιά αναμένεται να υπολογίσουν τον αριθμό των καρτών με άρτιους αριθμούς (5) και στη συνέχεια να γράψουν το κλάσμα $\frac{5}{10}$ ή $\frac{1}{2}$ και το ποσοστό 50%.

Στο ερώτημα (γ), η πιθανότητα να συμβεί καθένα από τα δυνατά αποτελέσματα είναι:

A. $\frac{5}{10}$ ή $\frac{1}{2}$ ή 50% ή 1 προς 2

B. $\frac{2}{10}$ ή $\frac{1}{5}$ ή 20% ή 1 προς 5

Γ. $\frac{3}{10}$ ή 30% ή 3 προς 10

Δ. $\frac{4}{10}$ ή $\frac{2}{5}$ ή 40% ή 2 προς 5

Δραστηριότητες Εμπλουτισμού

Δραστηριότητα 1 (σελ. 49)

Με βάση τους λόγους που δίνονται, τα παιδιά αναμένεται να παρατηρήσουν ότι η γωνία $\hat{\beta}$ είναι διπλάσια από τη γωνία $\hat{\alpha}$ και η γωνία $\hat{\gamma}$ είναι τριπλάσια από τη γωνία $\hat{\beta}$ και με βάση την προηγούμενη σχέση εξαπλάσια από τη γωνία $\hat{\alpha}$. Έτσι, η γωνία $\hat{\alpha}$ ισούται με 20° , η γωνία $\hat{\beta}$ με 40° και η γωνία $\hat{\gamma}$ με 120° .

Δραστηριότητα 4 (σελ. 50)

Για να υπολογίσουν το ποσοστό της επιφάνειας του ορθογωνίου που δεν είναι σκιασμένη, τα παιδιά μπορούν να υπολογίσουν πρώτα την επιφάνεια ολόκληρου του τετραγώνου ($10 \times 5 = 50 \text{ m}^2$). Στη συνέχεια υπολογίζουν την επιφάνεια της σκιασμένης επιφάνειας ($6 \times 3 = 18 \text{ m}^2$). Άρα, η επιφάνεια που δεν είναι σκιασμένη είναι 32 m^2 . Για να εκφράσουν το εμβαδόν της επιφάνειας που δεν είναι σκιασμένη ως ποσοστό, τα παιδιά αναμένεται να εργαστούν ως ακολούθως:

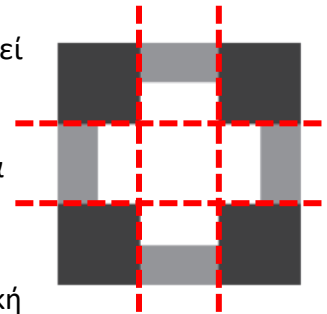
$$\frac{32}{50} = \frac{64}{100} = 64\%$$

Δραστηριότητα 5 (σελ. 50)

Τα παιδιά αναμένεται να εκτιμήσουν ότι τα ψίχουλα ψωμιού και οι σπόροι ηλιοτροπίου καταλαμβάνουν το ίδιο ποσοστό τροφής, που ανέρχεται περίπου στο 35% το καθένα. Η βρώμη καταλαμβάνει περίπου το διπλάσιο ποσοστό τροφής από το μέλι, άρα η βρώμη καταλαμβάνει περίπου το 20% της τροφής και το μέλι περίπου το 10%.

Δραστηριότητα 6 (σελ. 51)

Τα παιδιά αναμένεται να παρατηρήσουν ότι, για να καλυφθεί ολόκληρο το τετράγωνο, χρειάζονται 9 μαύρα τετράγωνα ή 18 λευκά ορθογώνια. Στο σχήμα, τα λευκά ορθογώνια είναι 6, άρα καλύπτουν τα $\frac{6}{18}$ που ισοδυναμούν με το $\frac{1}{3}$ ολόκληρου του τετραγώνου. Άρα, το ποσοστό του τετράγωνου που καλύπτει η λευκή επιφάνεια είναι περίπου το 33%.

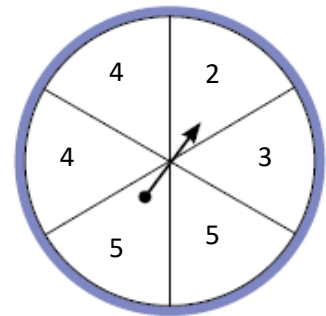


Δραστηριότητα 8 (σελ. 52)

Ο τροχός τύχης αναμένεται να συμπληρωθεί ως ακολούθως:

Τα παιδιά αναμένεται να εργαστούν ως ακολούθως:

- Η πιθανότητα το βέλος να σταματήσει στον αριθμό 4 είναι $\frac{1}{3}$, άρα ο αριθμός 4 θα γραφτεί σε δύο μέρη του τροχού.
- Η πιθανότητα το βέλος να σταματήσει στον αριθμό 2 είναι $\frac{1}{6}$, άρα ο αριθμός 2 θα γραφτεί σε ένα μέρος του τροχού.
- Η πιθανότητα το βέλος να σταματήσει σε παράγοντες του 15 είναι $\frac{1}{2}$, ενώ το άθροισμα των περιττών αριθμών στον τροχόν είναι 23. Οι παράγοντες του 15 είναι 3, 5, 1, 15.
- Άρα, οι υπόλοιποι 3 αριθμοί είναι το 3, το 5 και το 15, αφού $3+5+15=23$.



Δραστηριότητα 9 (σελ. 52)

Για να απαντήσουν στο ερώτημα τα παιδιά, αναμένεται να υπολογίσουν ότι στο σακούλι υπάρχουν συνολικά 17 βόλοι, από τους οποίους οι 3 είναι πράσινοι. Για να είναι η πιθανότητα να πάρει πράσινο βόλο $\frac{1}{7}$, στο σακούλι θα πρέπει να προστεθούν 4 μαύροι βόλοι. Έτσι όλοι οι βόλοι θα είναι συνολικά 21, από τους οποίους οι 3 θα είναι πράσινοι, $\frac{3}{21} = \frac{1}{7}$.

Δραστηριότητα 10 (σελ. 52)

Η πιθανότητα να πάρουμε στην τύχη μια κίτρινη μπάλα από το κουτί είναι $\frac{2}{5}$. Οι ενέργειες που θα αυξήσουν την πιθανότητα να πάρουμε στην τύχη μια κίτρινη μπάλα είναι οι Α (η πιθανότητα να πάρουμε στην τύχη μια κίτρινη μπάλα θα γίνει $\frac{3}{7}$), Β (η πιθανότητα να πάρουμε στην τύχη μια κίτρινη μπάλα θα γίνει $\frac{1}{2}$) και Γ (η πιθανότητα να πάρουμε στην τύχη μια κίτρινη μπάλα θα γίνει $\frac{1}{2}$).



ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑ

Γίνεται εισήγηση όπως χρησιμοποιούνται σε διάφορες περιπτώσεις εφαρμογίδια, όπως τα πιο κάτω:

1. Εφαρμογίδια για έννοιες Λόγου - Ίσων Λόγων - Αναλογίας

1.1. Λογισμικό:

«Αριθμοί, Γεωμετρία, Μέτρηση» - Λόγοι, Αναλογίες, Κλίμακα

Υπάρχουν 4 κόκκινοι βόλοι για κάθε 1 κίτρινο βόλο

Λόγος κόκκινων βόλων προς κίτρινους βόλους = ?

Υπάρχουν 2 κόκκινοι βόλοι για κάθε 10 κίτρινους βόλους

Λόγος κόκκινων βόλων προς κίτρινους βόλους = ?

Στην αρχική οθόνη επιλέγεται η δραστηριότητα «Λόγοι». Υπάρχουν τρία επίπεδα δυσκολίας. Στο επίπεδο 1 εμφανίζονται σχέσεις με απλούς λόγους. Συγκεκριμένα, τα παιδιά καλούνται να γράψουν τον λόγο των κόκκινων βόλων προς τους κίτρινους σε συμβολική μορφή. Στα επίπεδα 2 και 3 παρουσιάζεται η έννοια των ίσων λόγων. Στην περίπτωση αυτή, τα παιδιά καλούνται να γράψουν τον λόγο των κόκκινων βόλων προς τους κίτρινους στην πιο απλή του μορφή.

1.2. Λογισμικό:

«Αριθμοί, Γεωμετρία, Μέτρηση» - Λόγοι, Αναλογίες, Κλίμακα

Ανάμιξη χρώματος

3	2	5
6	4	10
?	?	?

Κάντε κλικ στον κουβά, για να επιλέξετε την ποσότητα του χρώματος:

30		20		50	

Λόγος 3 : 2

Στην αρχική οθόνη επιλέγεται η δραστηριότητα «Αναλογίες». Τα παιδιά καλούνται να γράψουν τις ορθές τιμές για την μπλε, κίτρινη και πράσινη μπογιές. Οι τιμές καθορίζονται με βάση έναν συγκεκριμένο λόγο. Τα παιδιά αναμένεται να αντιληφθούν ότι η μεταβολή στην ποσότητα ενός χρώματος συνεπάγεται την ίδια μεταβολή και στις ποσότητες των άλλων χρωμάτων, ώστε να διατηρηθεί ο λόγος.

1.3. Ιστοσελίδα:

Φιλικό προς οθόνες αφής

http://www.mathplayground.com/tb_ratios/thinking_blocks_ratios.html

Word Problem: The ratio of boys to girls who participated in the art contest was 5:3. There were 45 boys. How many girls participated?

Add numbers to your model. Use a ? to show the missing number.

number of boys: 45

number of girls: ?

Check

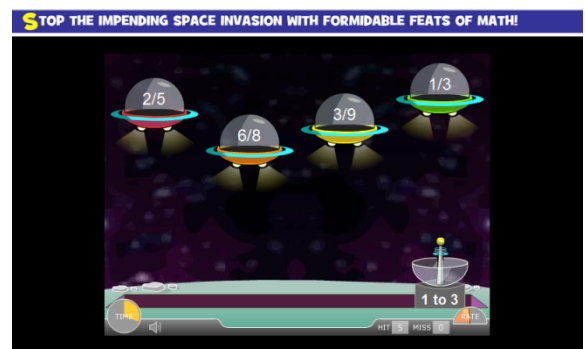
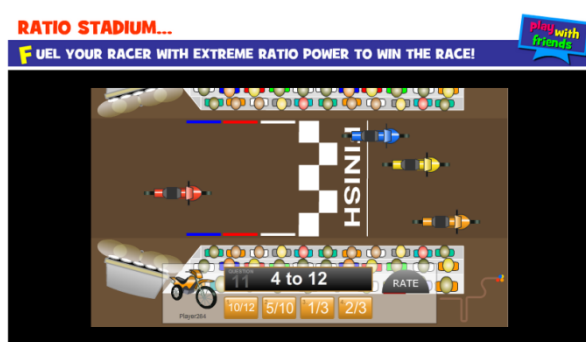
Το εφαρμογίδιο δίνει τη δυνατότητα για επίλυση προβλημάτων σχετικά με την έννοια των ίσων λόγων, μέσα από την κατασκευή κατάλληλου μοντέλου. Τα παιδιά καλούνται να τοποθετήσουν ορθογώνια σε δύο ράβδους, για να αναπαραστήσουν τον λόγο ανάμεσα σε δύο ποσότητες που περιγράφεται στο πρόβλημα (π.χ., αριθμός αγοριών προς αριθμό κοριτσιών). Στη συνέχεια, τοποθετούν τη γνωστή και την άγνωστη ποσότητα στην αντίστοιχη ράβδο.

1.4. Ιστοσελίδες:

http://www.mathplayground.com/ASB_RatioStadium.html

Φιλικό προς οθόνες αφής

http://www.mathplayground.com/ASB_RatioBlaster.html

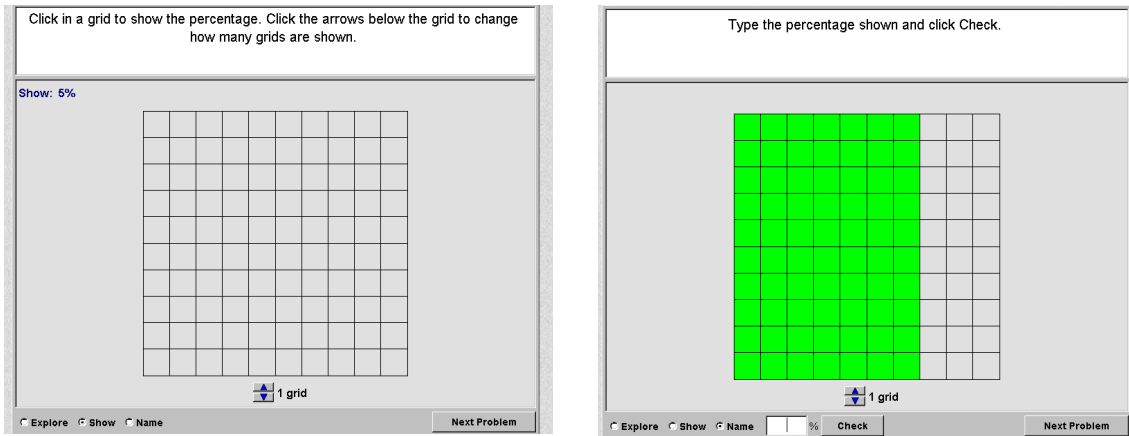


Τα εφαρμογίδια δίνουν τη δυνατότητα για εξάσκηση στην έννοια των ίσων λόγων. Τα παιδιά καλούνται να αντιστοιχίσουν δύο λόγους που είναι ίσοι (π.χ. 1 προς 3 με $\frac{3}{9}$). Στόχος είναι να βρουν όσες περισσότερες ορθές απαντήσεις μπορούν, στον χρόνο που δίνεται.

2. Εφαρμογίδια για έννοια ποσοστού

2.1. Ιστοσελίδα:

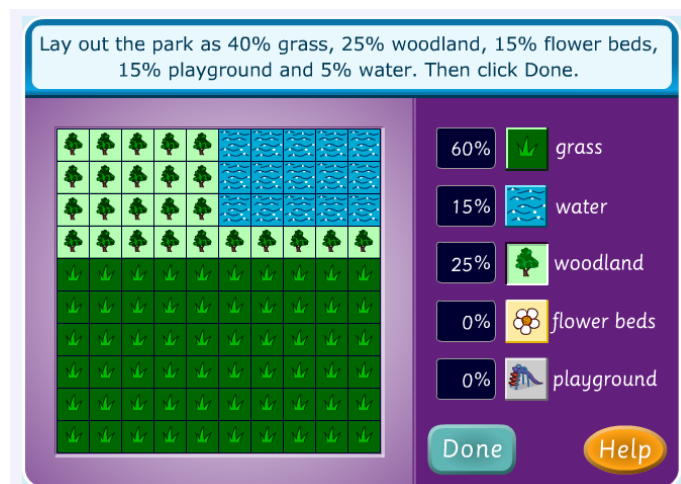
http://nlvm.usu.edu/en/nav/frames_asid_333_g_2_t_1.html?from=category_g_2_t_1.html



Το εφαρμογίδιο δίνει τη δυνατότητα ελεύθερης εξερεύνησης της έννοιας του ποσοστού (επιλογή Explore), αναπαράστασης ποσοστού χρωματίζοντας τον κατάλληλο αριθμό τετραγώνων στο πλέγμα (επιλογή Show), ή αναγνώρισης του ποσοστού που αναπαρίσταται (επιλογή Name).

2.2. Ιστοσελίδα:

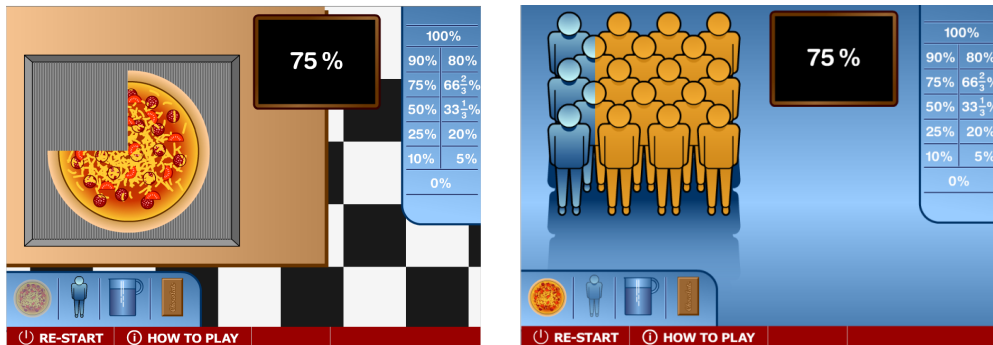
<http://www.topmarks.co.uk/Flash.aspx?b=maths/percentages>



Το εφαρμογίδιο δίνει τη δυνατότητα για διερεύνηση της έννοιας του ποσοστού. Στην οθόνη εμφανίζεται ένα τετράγωνο πάρκο με εμβαδόν 100 τετραγωνικές μονάδες. Τα παιδιά καλούνται να διαμορφώσουν το πάρκο σύμφωνα με τα ποσοστά που δίνονται για κάθε χώρο (χώρος για γρασίδι, λίμνη, δέντρα, λουλούδια και παιδότοπο).

2.3. Ιστοσελίδα:

<http://downloads.bbc.co.uk/skillswise/maths/ma16perc/game/ma16perc-game-percentages-of-something/percent.swf>



Το εφαρμογίδιο δίνει τη δυνατότητα για αναπαράσταση της έννοιας του ποσοστού. Από τον πίνακα στα δεξιά, γίνεται επιλογή του ποσοστού που θα παρουσιαστεί στην εικόνα. Στο κάτω μέρος της οθόνης, υπάρχουν 4 διαφορετικές επιλογές για τον τρόπο παρουσίασης του ποσοστού.

3. Εφαρμογίδια για μετατροπές κλασμάτων σε δεκαδικούς αριθμούς και ποσοστά

3.1. Ιστοσελίδα:

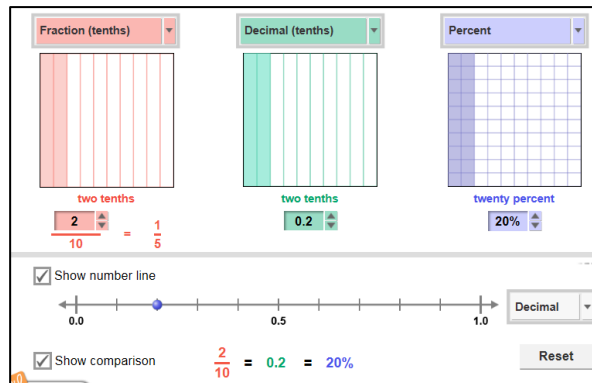
<http://illuminations.nctm.org/Activity.aspx?id=3519>



Το εφαρμογίδιο δίνει τη δυνατότητα για διερεύνηση διαφορετικών αναπαραστάσεων για τα κλάσματα, τους δεκαδικούς αριθμούς και τα ποσοστά (σε ορθογώνια επιφάνεια, σε κυκλική επιφάνεια, ως μέρος συνόλου αντικειμένων και ως εμβადόν). Υπάρχει επίσης η δυνατότητα για επιλογή διαφορετικού αντικειμένου. Η τιμή του αριθμητή και του παρονομαστή μπορεί να ρυθμιστεί, μετακινώντας τα βέλη στις δύο αριθμητικές γραμμές. Επίσης οι τιμές μπορούν να αλλάξουν, πατώντας το + ή - στα δύο άκρα των αριθμητικών γραμμών ή εισάγοντας απευθείας τις τιμές στα κουτιά. Μπορούν να προστεθούν ή να αφαιρεθούν ακέραιες μονάδες, πατώντας το + ή - στο κάτω μέρος του μοντέλου. Στον πίνακα μπορεί να γίνει καταγραφή του αριθμού σε μορφή κλάσματος, δεκαδικού και ποσοστού, πατώντας το + που βρίσκεται πάνω από τον πίνακα.

3.2. Ιστοσελίδα:

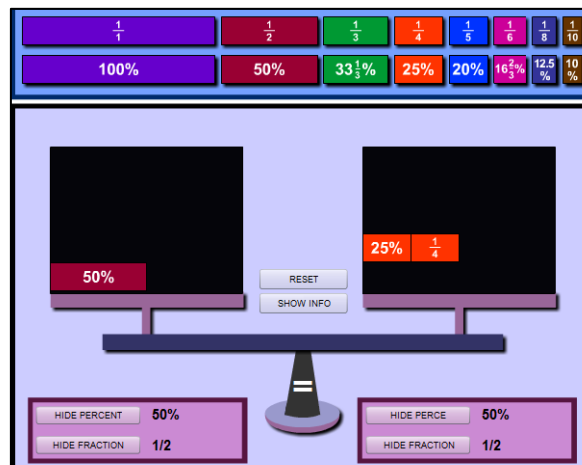
<https://www.explorelearning.com/index.cfm?method=cResource.dspView&ResourceID=1008>



Το εφαρμογίδιο δίνει τη δυνατότητα για αναπαράσταση κλασμάτων, δεκαδικών αριθμών και ποσοτών στην ίδια τετράγωνη επιφάνεια. Πατώντας «show comparison», τα παιδιά μπορούν να συγκρίνουν κλάσματα, δεκαδικούς αριθμούς και ποσοστά. Το μέρος της επιφάνειας που είναι σκιασμένο στο πρώτο τετράγωνο παρουσιάζεται και στην αριθμητική γραμμή.

3.3. Ιστοσελίδα:

http://www.mathplayground.com/Scale_Percent.html



Τα παιδιά τοποθετούν ράβδους στις δύο πλευρές της ζυγαριάς, με στόχο να ισορροπήσει η ζυγαριά. Η μοβ ράβδος αναπαριστά την ακέραια μονάδα ($\frac{1}{1}$ ή 100%). Οι υπόλοιπες ράβδοι αναπαριστούν μέρη της ακεραίας μονάδας. Πατώντας την εντολή «show percent», εμφανίζεται κάτω από κάθε πλευρά της ζυγαριάς το σύνολο της μάζας.

3.4. Ιστοσελίδα:

<http://www.mathplayground.com/visualpercent.html>

The Percent Equation
The proportion on the right can be used to find the percentage, the part, or the whole as long as you know 2 of the 3 values.


$$\frac{\text{Part}}{\text{Whole}} = \frac{\text{Percent}}{100}$$

Instructions:
Enter values in two of the three boxes below. Click on the "Calculate" button to find the missing value. Press the "Reset" button to try a new set of values.

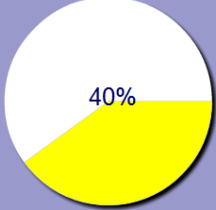
Part Whole Percent %

Question and Answer:
2 is what percent of 5?
2 is 40% of 5

Bar Graph



Circle Graph



calculate reset

Το εφαρμογίδιο δίνει τη δυνατότητα καθορισμού δύο από τις τρεις ποσότητες (μέρος, όλο, ποσοστό). Επιλέγοντας «Calculate», το εφαρμογίδιο υπολογίζει την ποσότητα που λείπει. Η σχέση των τριών ποσοτήτων αναπαρίσταται συμβολικά, σε ορθογώνιο και σε κυκλική επιφάνεια.

3.5. Ιστοσελίδα:

http://nlvm.usu.edu/en/nav/frames_asid_160_g_2_t_1.html?open=activities&from=category_g_2_t_1.html

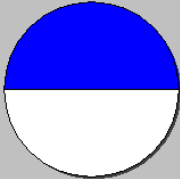
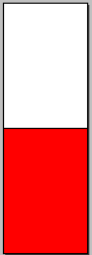
Whole Part %

Fill in any two of the three boxes. Then press 'Compute' to find the remaining quantity, using the relation:

$$\frac{\text{Part}}{\text{Whole}} = \frac{\text{Percent}}{100}$$
$$\text{Percent} = \frac{100 \times 50}{100}$$

50 is 50% of 100

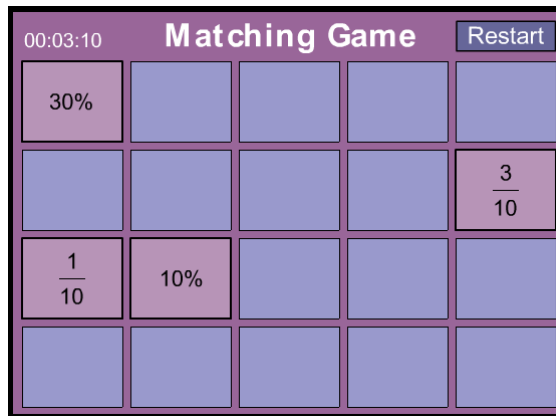
Compute Reset



Το εφαρμογίδιο δίνει τη δυνατότητα καθορισμού δύο από τις τρεις ποσότητες (μέρος, όλο, ποσοστό). Επιλέγοντας «Compute», το εφαρμογίδιο υπολογίζει την ποσότητα που λείπει. Η σχέση των τριών ποσοτήτων αναπαρίσταται συμβολικά, σε ορθογώνιο και σε κυκλική επιφάνεια.

3.6. Ιστοσελίδα:

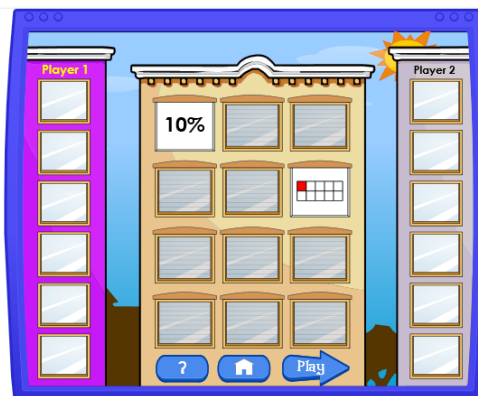
http://www.mathplayground.com/matching_fraction_percent.html



Το εφαρμογίδιο παρουσιάζει ένα παιχνίδι μνήμης με κάρτες. Τα παιδιά καλούνται να αντιστοιχίσουν τις κάρτες που παρουσιάζουν ισοδύναμα ποσοστά και κλάσματα.

3.7. Ιστοσελίδα:

<http://illuminations.nctm.org/Activity.aspx?id=3563>



Το εφαρμογίδιο παρουσιάζει ένα παιχνίδι μνήμης με κάρτες. Τα παιδιά καλούνται να αντιστοιχίσουν τις κάρτες που παρουσιάζουν ισοδύναμα κλάσματα και ποσοστά. Στο παιχνίδι μπορούν να παίξουν ένας ή δύο παίκτες.

4. Εφαρμογίδια για υπολογισμό μέρους αριθμού με ποσοστά

4.1. Ιστοσελίδα:

http://www.mathplayground.com/percent_shopping.html

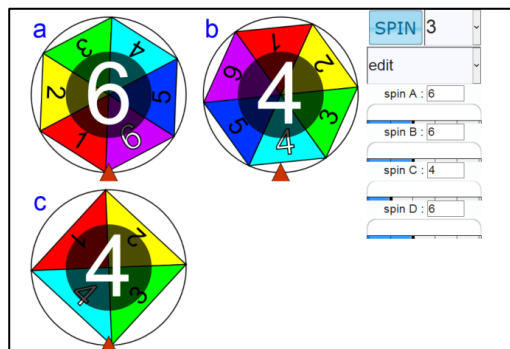


Στην αρχική οθόνη δίνεται επιλογή του επιπέδου δυσκολίας. Το εφαρμογίδιο παρουσιάζει ένα κατάστημα παιχνιδιών. Τα παιδιά καλούνται να επιλέξουν 5 παιχνίδια και να υπολογίσουν τη συνολική τιμή. Στη συνέχεια, καλούνται να υπολογίσουν την έκπτωση που έχουν, σύμφωνα με ένα δοσμένο ποσοστό. Τέλος υπολογίζουν την τελική τιμή των παιχνιδιών.

5. Εφαρμογίδια για πιθανότητες

5.1. Ιστοσελίδα:

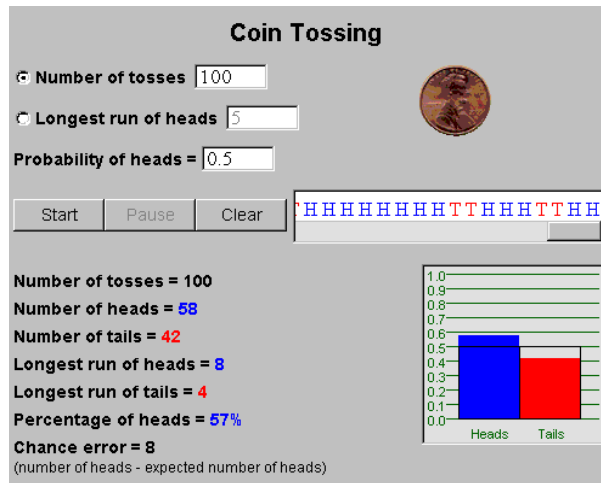
<http://www.visnos.com/demos/random-spinners>



Το εφαρμογίδιο δίνει τη δυνατότητα για διερεύνηση της έννοιας της πιθανότητας, παρουσιάζοντας με διάφορους τροχούς τύχης. Στην οθόνη μπορούν να εμφανιστούν μέχρι και 4 τροχοί τύχης. Ο αριθμός των κυκλικών τομέων ή των μερών κάθε τροχού μπορεί να ρυθμιστεί, εισάγοντας τον αντίστοιχο αριθμό στο κουτί δίπλα από το όνομα κάθε τροχού. Πατώντας «spin», οι τροχοί γυρίζουν και παρουσιάζεται το αποτέλεσμα της ένδειξης του βέλους.

5.2. Ιστοσελίδα:

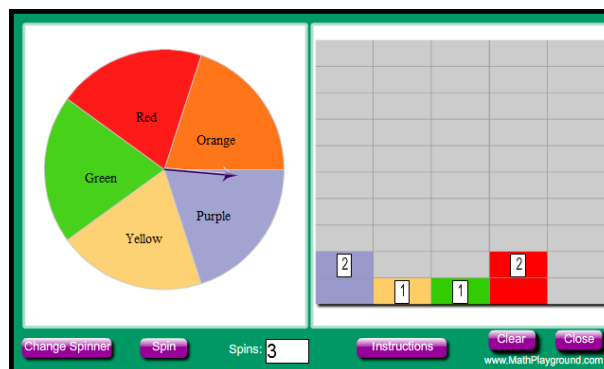
http://nlvm.usu.edu/en/nav/frames_asid_305_g_3_t_5.html?from=category_g_3_t_5.html



Το εφαρμογίδιο δίνει τη δυνατότητα για διεξαγωγή πειράματος τύχης, χρησιμοποιώντας ένα κέρμα. Ο χρήστης μπορεί να καθορίσει πόσες φορές θα ρίξει το κέρμα. Στη συνέχεια παρουσιάζονται τα αποτελέσματα του πειράματος.

5.3. Ιστοσελίδα:

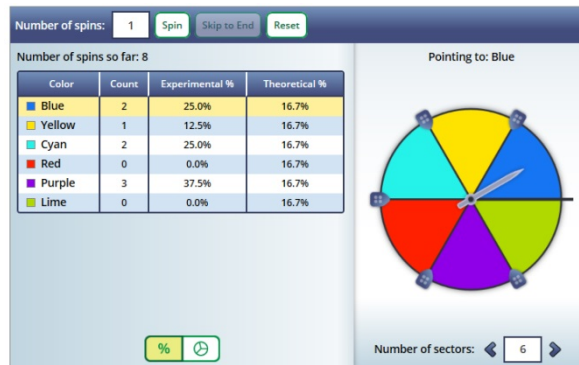
<http://www.mathplayground.com/probability.html>



Το εφαρμογίδιο δίνει τη δυνατότητα για διερεύνηση της έννοιας της πιθανότητας, χρησιμοποιώντας έναν τροχό τύχης. Πατώντας «spin», ο τροχός γυρίζει και σταματά σε έναν κυκλικό τομέα. Ο αριθμός των φορών που θα γυρίσει ο τροχός είναι δυνατόν να καθοριστεί, γράφοντας τον αντίστοιχο αριθμό στο κουτί που δίνεται. Πατώντας «Results», τα αποτελέσματα του παιχνιδιού καταγράφονται σε ιστόγραμμα. Υπάρχει η δυνατότητα για αλλαγή του τροχού τύχης και διαμόρφωση του, πατώντας στο «Change Spinner».

5.4. Ιστοσελίδα:

<http://illuminations.nctm.org/adjustablespinner/>



Το εφαρμογίδιο δίνει τη δυνατότητα για διασύνδεση της θεωρητικής και της πειραματικής πιθανότητας. Στον πίνακα, παρουσιάζεται η θεωρητική πιθανότητα να φέρει το βέλος κάθε χρώμα του τροχού τύχης. Πατώντας «Spin» ή «Spin to end», ο τροχός γυρίζει και το αποτέλεσμα καταγράφεται στη στήλη της πειραματικής πιθανότητας. Πατώντας τα βέλη μπορούν να αλλάξουν οι κυκλικοί τομείς του τροχού. Το μέγεθος κάθε κυκλικού τομέα μπορεί επίσης να αλλάξει σύροντας τους ρυθμιστές (🔧) που βρίσκονται σε κάθε τομέα. Τα αποτελέσματα μπορούν να παρουσιαστούν με τη μορφή κυκλικής γραφικής παράστασης, πατώντας το αντίστοιχο κουμπί 📊 .

5.5. Ιστοσελίδα:

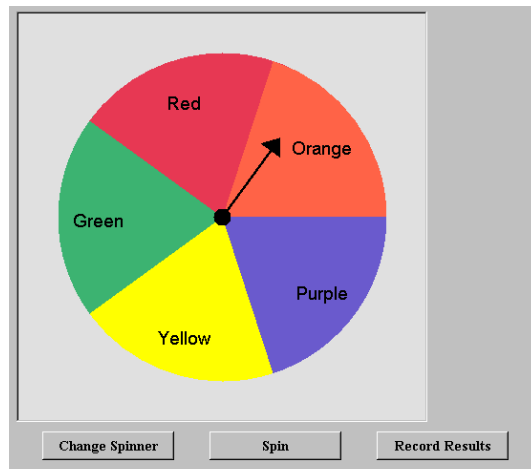
<https://www.explorelearning.com/index.cfm?method=cResource.dspView&ResourceID=1015>



Το εφαρμογίδιο δίνει τη δυνατότητα για διερεύνηση της έννοιας της πιθανότητας, χρησιμοποιώντας έναν τροχό τύχης. Πατώντας «Go», εμφανίζεται ένα παιδάκι και γυρίζει τον τροχό. Τα αποτελέσματα του παιχνιδιού καταγράφονται είτε με τη μορφή κυκλικής γραφικής παράστασης είτε με τη μορφή πίνακα. Ο χρήστης μπορεί να διαμορφώσει τον τροχό τύχης, πατώντας «Design the game»

5.6. Ιστοσελίδα:

http://nlvm.usu.edu/en/nav/frames_asid_186_g_2_t_5.html?open=activities&from=category_g_2_t_5.html



Το εφαρμογίδιο δίνει τη δυνατότητα για διερεύνηση της έννοιας της πιθανότητας, χρησιμοποιώντας έναν τροχό τύχης. Πατώντας «Spin», ο τροχός γυρίζει μία φορά. Τα αποτελέσματα καταγράφονται με τη μορφή γραφικής παράστασης (επιλογή «Record Results»). Ο χρήστης μπορεί να διαμορφώσει τον τροχό τύχης, πατώντας «Change Spinner».