

## ΕΝΟΤΗΤΑ 7

### ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ ΚΑΙ ΔΙΑΙΡΕΣΗ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ ΔΕΚΑΔΙΚΩΝ

Στον πιο κάτω πίνακα παρουσιάζονται οι δείκτες επιτυχίας και επάρκειας που αντιστοιχούν στην Ενότητα 7.

ΔΕΙΚΤΕΣ ΕΠΙΤΥΧΙΑΣ	ΔΕΙΚΤΕΣ ΕΠΑΡΚΕΙΑΣ	ΠΡΟΑΠΑΙΤΟΥΜΕΝΕΣ ΓΝΩΣΕΙΣ	ΝΕΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ
<i>Οι μαθητές και οι μαθήτριες να είναι σε θέση να:</i>	<i>Ο εκπαιδευτικός αναπτύσσει δραστηριότητες, ώστε οι μαθητές και οι μαθήτριες να είναι σε θέση να:</i>		
<b>Πράξεις αριθμών</b>			
<p><b>10.(Αρ3.15)</b> Εκτελούν πράξεις πολλαπλασιασμού, όταν ένας παράγοντας είναι ακέραιος (π.χ. <math>23 \times 0,25</math>) και διαίρεσης, όταν ο διαιρέτης είναι ακέραιος αριθμός (π.χ. <math>\frac{4}{5} \div 2</math>) και επαληθεύουν την απάντησή τους.</p>	<p><b>10.1</b> Πολλαπλασιάζουν ακέραιο επί κλάσμα και</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• ερμηνεύουν το γινόμενο <math>\alpha/\beta \times \gamma</math> ως τον αριθμό των <math>\alpha</math> κομματιών που προκύπτουν από τον διαχωρισμό του <math>\gamma</math> σε <math>\beta</math> ίσα μέρη</li> <li>• εξηγούν πώς προκύπτει το γινόμενο ενός ακεραίου επί κλάσμα, χρησιμοποιώντας επαναλαμβανόμενη πρόσθεση.</li> </ul> <p><b>10.2</b> Πολλαπλασιάζουν ακέραιο επί δεκαδικό αριθμό.</p> <p><b>10.3</b> Διαιρούν κλάσμα με ακέραιο αριθμό και δεκαδικό με ακέραιο αριθμό.</p>		<p>✓ Πολλαπλασιασμός ακέραιου επί κλάσμα</p> <p>✓ Πολλαπλασιασμός ακέραιου επί δεκαδικό</p> <p>✓ Διαίρεση κλάσματος με ακέραιο και δεκαδικού με ακέραιο</p>

<p><b>12.(Αρ4.11)</b> Αναφέρουν και εφαρμόζουν στρατηγικές εκτέλεσης νοερών υπολογισμών με ακέραιους, κλασματικούς, δεκαδικούς αριθμούς και ποσοστά.</p> <p><b>(Αρ4.12)</b> Εφαρμόζουν στρατηγικές στρογγυλοποίησης ακέραιων, κλασματικών και δεκαδικών αριθμών για εκτίμηση και έλεγχο του αποτελέσματος μιας πράξης.</p> <p><b>13. (Αρ4.14)</b> Διατυπώνουν και επιλύουν προβλήματα με ρητούς αριθμούς, ποσοστά και ελέγχουν τη λογικότητα της απάντησής τους.</p>	<p><b>12.1</b> Κάνουν νοερούς υπολογισμούς με δεκαδικούς αριθμούς, εφαρμόζοντας στρατηγικές (π.χ. στρατηγικές στρογγυλοποίησης).</p> <p><b>13.1</b> Επιλύουν προβλήματα με κλάσματα, δεκαδικούς και ποσοστά και ελέγχουν τη λογικότητα της απάντησής τους.</p>	<p>✓ <i>Εκτίμηση αθροίσματος και διαφοράς μέχρι το 100 000, εφαρμόζοντας στρατηγικές στρογγυλοποίησης αριθμών</i></p>	<p>✓ <i>Νοεροί υπολογισμοί με δεκαδικούς αριθμούς με τη χρήση στρατηγικών (π.χ. στρογγυλοποίηση αριθμών)</i></p> <p>✓ <i>Επίλυση προβλημάτων με κλάσματα, δεκαδικούς αριθμούς και ποσοστά</i></p>
<b>Μονάδες μέτρησης</b>			
<p><b>1.(Μ3.1)</b> Χρησιμοποιούν συμβατικές μονάδες μέτρησης του μήκους (mm, cm, m, km), της μάζας (g, kg), της χωρητικότητας (ml, L) και του όγκου σχημάτων (cm<sup>3</sup>, m<sup>3</sup>).</p> <p><b>2.(Μ3.2)</b> Κάνουν μετατροπές μεταξύ των μονάδων μέτρησης του ίδιου μετρικού συστήματος.</p>	<p><b>1.1</b> Χρησιμοποιούν συμβατικές μονάδες μέτρησης μήκους (mm, cm, m, km), μάζας (g, kg) και χωρητικότητας (ml, L).</p> <p><b>2.1</b> Μετατρέπουν μονάδες μέτρησης:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• από km και m σε cm και σε mm και αντίστροφα,</li> <li>• από g σε kg και αντίστροφα,</li> <li>• από ml σε L και αντίστροφα.</li> </ul>	<p>✓ <i>Χρήση κατάλληλων μονάδων μέτρησης για τη μέτρηση μήκους, μάζας, χωρητικότητας και όγκου σχημάτων</i></p>	<p>✓ <i>Μετατροπές μονάδων μέτρησης μήκους, μάζας και χωρητικότητας</i></p>

## **ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΗ ΟΡΓΑΝΩΣΗ ΜΑΘΗΜΑΤΩΝ**

Μαθήματα 1, 2, 3, 4, 5 και 6 (σελίδες 86-98): Πολλαπλασιασμός κλασματικών αριθμών

Μαθήματα 7 και 8 (σελίδες 99-103): Απλοποίηση αριθμητικής παράστασης

Μαθήματα 9, 10, 11 και 12 (σελίδες 104-112): Διαίρεση κλάσματος διά ακέραιο αριθμό

Μαθήματα 13, 14 και 15 (σελίδες 113-116): Διαίρεση ακεραίου αριθμού διά κλάσμα

Μαθήματα 16, 17 και 18 (σελίδες 117-123): Πολλαπλασιασμός ακεραίου επί δεκαδικό αριθμό

Μαθήματα 19, 20 και 21 (σελίδες 124-129): Πολλαπλασιασμός αριθμών επί 10, 100 και 1000 και διαίρεση αριθμών διά 10, 100 και 1000

Μαθήματα 22 και 23 (σελίδες 130-134): Μετατροπές μονάδων μέτρησης μήκους, μάζας και χωρητικότητας

## **ΣΗΜΕΙΑ ΠΡΟΣΟΧΗΣ**

### **Μαθήματα 1-6 (σελίδες 86 - 98)**

Τα μαθήματα 1-6 περιλαμβάνουν συνολικά 4 διερευνήσεις, οι οποίες αναφέρονται στις πιο κάτω περιπτώσεις πολλαπλασιασμού:

- Διερεύνηση 1 (Εισαγωγή): όλες οι περιπτώσεις – ακέραιος επί ακέραιο, ακέραιος επί κλάσμα, κλάσμα επί ακέραιο, κλάσμα επί κλάσμα
- Διερεύνηση 2: ακέραιος επί κλάσμα
- Διερεύνηση 3: ακέραιος επί κλάσμα και κλάσμα επί ακέραιο
- Διερεύνηση 4: κλάσμα επί κλάσμα

Ενδεικτικά, θα μπορούσαν να οργανωθούν ως εξής:

2 μαθήματα για τη Διερεύνηση 1, Διερεύνηση 2 και τις Δραστηριότητες στη σελίδα 88

1 μάθημα για τη Διερεύνηση 3 και τις δραστηριότητες στις σελίδες 90-91

3 μαθήματα για τη Διερεύνηση 4, τις Δραστηριότητες στις σελίδες 93-98

### Διερεύνηση 1 (σελ. 88)

Σκοπός της διερεύνησης είναι η κατανόηση της έννοιας του πολλαπλασιασμού, όταν ένας από τους παράγοντες είναι κλασματικός αριθμός ή και οι δύο παράγοντες είναι κλασματικοί αριθμοί. Για τον σκοπό αυτό, αξιοποιείται το σενάριο της συνταγής. Επισημαίνεται ότι οι ποσότητες των υλικών που αναγράφονται στη Δόση 1 είναι οι αρχικές ποσότητες. Οι ποσότητες αυτές θα μεταβληθούν, ανάλογα με τη μεταβολή της δόσης.

Ο Ηλίας θα διπλασιάσει τη δόση, άρα θα διπλασιάσει την αρχική ποσότητα για κάθε υλικό. Η μαθηματική πράξη που μας βοηθά να υπολογίσουμε τη μεταβολή στην ποσότητα των υλικών είναι ο πολλαπλασιασμός. Άρα, για κάθε υλικό, γράφουμε μαθηματικές προτάσεις πολλαπλασιασμού, όπως φαίνεται πιο κάτω.

Διπλάσια δόση	
2 φορές το 2	$2 \times 2 = 4$ κομμάτια κανέλα
2 φορές το 1	$2 \times 1 = 2$ L γάλα
2 φορές το $\frac{1}{2}$	$2 \times \frac{1}{2} = 1$ L νερό
2 φορές το $\frac{1}{4}$	$2 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$ kg ρύζι γλασέ
2 φορές το $\frac{1}{8}$	$2 \times \frac{1}{8} = \frac{1}{4}$ kg ζάχαρη

Τα παιδιά μπορούν να υπολογίσουν το αποτέλεσμα των μαθηματικών προτάσεων, αξιοποιώντας επαναλαμβανόμενη πρόσθεση (π.χ.  $2 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ ) ή κάνοντας σχέδιο.

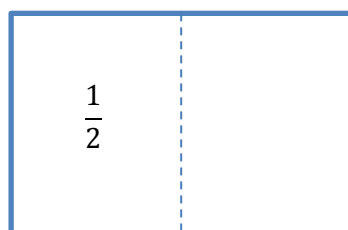
Η Ειρήνη θα ετοιμάσει τη μισή δόση, άρα θα υπολογίσει τη μισή ποσότητα για κάθε υλικό. Η μαθηματική πράξη που μας βοηθά να υπολογίσουμε τη μεταβολή στην ποσότητα των υλικών είναι και σε αυτή την περίπτωση ο πολλαπλασιασμός. Επισημαίνεται ότι στην περίπτωση του Ηλία υπολογίζεται **το διπλάσιο της αρχικής ποσότητας**, άρα η ποσότητα που προκύπτει είναι μεγαλύτερη σε σχέση με την αρχική. Στην περίπτωση της Ειρήνης, υπολογίζεται **το  $\frac{1}{2}$  της ποσότητας**, άρα η

ποσότητα που προκύπτει είναι μικρότερη σε σχέση με την αρχική. Επισημαίνεται ότι, οι εκφράσεις « $\frac{1}{2}$  του 2», « $\frac{1}{2}$  του 1», « $\frac{1}{2}$  του  $\frac{1}{2}$ »... αντιστοιχούν σε πολλαπλασιασμό.

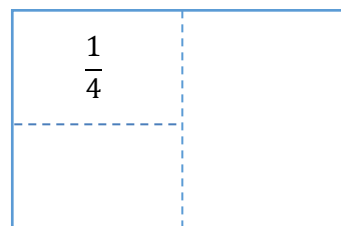
**Μισή δόση**

<p>Το <math>\frac{1}{2}</math> του 2</p> <p>Το <math>\frac{1}{2}</math> του 1</p> <p>Το <math>\frac{1}{2}</math> του <math>\frac{1}{2}</math></p> <p>Το <math>\frac{1}{2}</math> του <math>\frac{1}{4}</math></p> <p>Το <math>\frac{1}{2}</math> του <math>\frac{1}{8}</math></p>	$\frac{1}{2} \times 2 = 1$ κομμάτια κανέλα $\frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{2}$ L γάλα $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ L νερό $\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$ kg ρύζι γλασέ $\frac{1}{2} \times \frac{1}{8} = \frac{1}{16}$ kg ζάχαρη
---	---

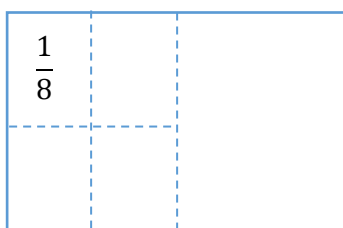
Τα παιδιά μπορούν να υπολογίσουν το αποτέλεσμα των μαθηματικών προτάσεων, κάνοντας ένα σχέδιο. Ενδεικτικά:



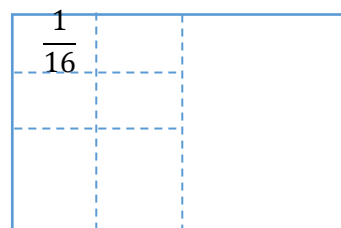
$$\frac{1}{2} \text{ του } 1 = \frac{1}{2}$$



$$\frac{1}{2} \text{ του } \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$



$$\frac{1}{2} \text{ του } \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$$



$$\frac{1}{2} \text{ του } \frac{1}{8} = \frac{1}{16}$$

Τονίζεται ότι στόχος της διερεύνησης δεν είναι η εξαγωγή κανόνων για τον υπολογισμό των γινομένων, αλλά η κατανόηση της έννοιας του πολλαπλασιασμού κλασμάτων.

## Διερεύνηση 2 (σελ. 87)

Σκοπός της εργασίας στο ερώτημα (α) είναι η αναπαράσταση και ο υπολογισμός του γινομένου μαθηματικών προτάσεων πολλαπλασιασμού στις οποίες ο πρώτος παράγοντας είναι ακέραιος και ο δεύτερος είναι κλάσμα.

$$4 \times \frac{1}{2} = \frac{4}{2} = 2$$



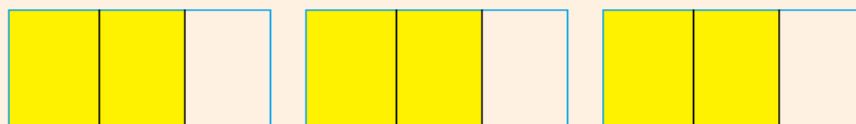
$$5 \times \frac{1}{4} = \frac{5}{4} = 1 \frac{1}{4}$$



$$2 \times \frac{3}{5} = \frac{6}{5} = 1 \frac{1}{5}$$



$$3 \times \frac{2}{3} = \frac{6}{3} = 2$$



Στο ερώτημα (β) τα παιδιά αναμένεται να παρατηρήσουν ότι ο πρώτος παράγοντας είναι ο πολλαπλασιαστής, δηλαδή ο αριθμός που καθορίζει ο αριθμός των επαναλήψεων των κομματιών. Άρα, σε κάθε μαθηματική πρόταση, ο αριθμητής στο αποτέλεσμα προκύπτει από τον πολλαπλασιασμό του ακέραιου αριθμού (πρώτος

παράγοντας) με τον αριθμητή του κλάσματος (δεύτερος παράγοντας), ενώ ο παρονομαστής παραμένει ο ίδιος.

### Διερεύνηση 3 (σελ. 89)

Σκοπός της διερεύνησης είναι η σύγκριση των περιπτώσεων πολλαπλασιασμού «ακέραιος επί κλάσμα» και «κλάσμα επί ακέραιο» (το κλάσμα και ο ακέραιος είναι οι ίδιοι αριθμοί).

Στο ερώτημα (α), τα παιδιά αναμένεται να παρατηρήσουν ότι είναι διαφορετικές τόσο οι λεκτικές όσο και οι εικονικές αναπαραστάσεις που αντιστοιχούν σε κάθε μαθηματική πρόταση. Ωστόσο, το γινόμενο είναι το ίδιο, γιατί στον πολλαπλασιασμό ισχύει η αντιμεταθετική ιδιότητα.

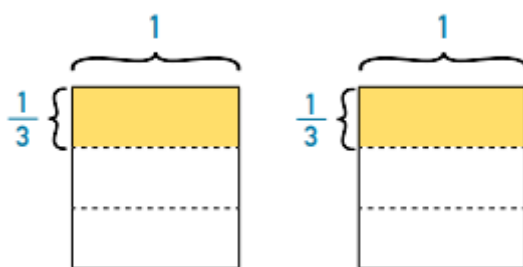
Συγκεκριμένα, ο Γιάννης δείχνει ότι το **διπλάσιο του**  $\frac{1}{3}$  αντιστοιχεί στη μαθηματική

πρόταση  $2 \times \frac{1}{3}$ . Η αρχική ποσότητα είναι

το  $\frac{1}{3}$ , η οποία παρουσιάζεται δύο φορές.

Επισημαίνεται ότι το τελικό αποτέλεσμα είναι μεγαλύτερο σε σχέση με την

αρχική ποσότητα:  $2 \times \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ .



Η Ευγενία δείχνει ότι το  $\frac{1}{3}$  του **2** αντιστοιχεί στη

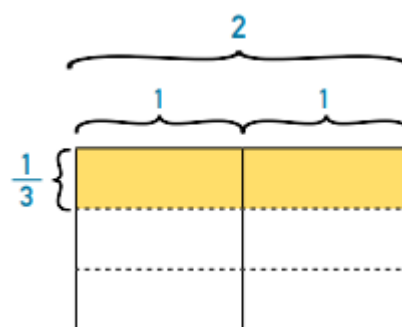
μαθηματική πρόταση  $\frac{1}{3} \times 2$ . Η αρχική ποσότητα

είναι το 2 και παρουσιάζεται το  $\frac{1}{3}$  της ποσότητας

αυτής. Επισημαίνεται ότι το τελικό αποτέλεσμα

είναι μικρότερο σε σχέση με την αρχική

ποσότητα:  $\frac{1}{3} \times 2 = \frac{2}{3}$



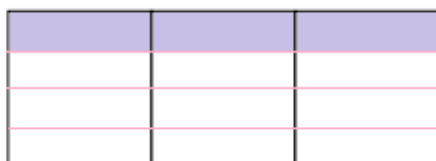
Στο ερώτημα (β), τα παιδιά αναμένεται να εργαστούν όπως φαίνεται πιο κάτω:

(i) το τριπλάσιο του  $\frac{1}{4}$



Μαθηματική πρόταση:  $3 \times \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

(ii) το  $\frac{1}{4}$  του 3



Μαθηματική πρόταση:  $\frac{1}{4} \times 3 = \frac{3}{4}$

#### Δραστηριότητα 1 (σελ. 90)

Εκ παραδρομής, η σελίδα εκτυπώθηκε με λάθη σε ορισμένα σχήματα. Η διορθωμένη σελίδα υπάρχει στο τέλος του οδηγού.

Εναλλακτικά, αντί η δραστηριότητα 1 στη σελίδα 90, μπορούν να γίνουν οι δραστηριότητες 1 και 2 από τις Δραστηριότητες Ενότητας, στη σελίδα 135.

Σκοπός της δραστηριότητας είναι η εξάσκηση στην αναπαράσταση και τον υπολογισμό του γινομένου σε μαθηματικές προτάσεις πολλαπλασιασμού «ακέραιος επί κλάσμα» και «κλάσμα επί ακέραιο». Είναι σημαντικό τα παιδιά σε κάθε περίπτωση να αναγνωρίζουν ποια είναι η αρχική ποσότητα και με ποιο τρόπο μεταβάλλεται. Για παράδειγμα:

- Στην έκφραση «Τα  $\frac{2}{3}$  του 5», η αρχική ποσότητα είναι το 5 και υπολογίζονται τα  $\frac{2}{3}$  του. Άρα, το γινόμενο θα είναι μικρότερο από την αρχική ποσότητα.
- Στην έκφραση «Το διπλάσιο των  $\frac{2}{5}$ », η αρχική ποσότητα είναι το  $\frac{2}{5}$  και υπολογίζεται το διπλάσιο του. Άρα, το γινόμενο θα είναι μεγαλύτερο από την αρχική ποσότητα.



#### Διερεύνηση 4 (σελ. 92)

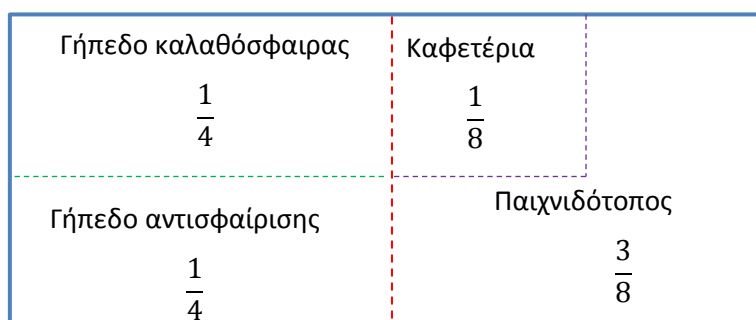
Σκοπός της διερεύνησης είναι η αναπαράσταση του πολλαπλασιασμού δύο κλασματικών αριθμών μέσω του μοντέλου του εμβαδού και η περιγραφή ενός γενικού τρόπου - κανόνα για τον υπολογισμό του γινομένου.

Στο ερώτημα (α), τα παιδιά αναμένεται να αντιληφθούν ότι τα γήπεδα καταλαμβάνουν το  $\frac{1}{2}$  του πάρκου και οι χώροι της καφετέριας / παιχνιδότοπου το άλλο  $\frac{1}{2}$ .

Για να βρουν τι μέρος του πάρκου καταλαμβάνει το γήπεδο καλαθόσφαιρας, πρέπει να βρουν το  $\frac{1}{2}$  του  $\frac{1}{2}$ , το οποίο αντιστοιχεί στο  $\frac{1}{4}$  ολόκληρου του πάρκου ( $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ ). Ο χώρος που απομένει για το γήπεδο αντισφαίρισης αντιστοιχεί επίσης στο  $\frac{1}{4}$  ολόκληρου του πάρκου ( $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ ).

Για να βρουν τι μέρος του πάρκου καταλαμβάνει η καφετέρια, πρέπει να βρουν το  $\frac{1}{4}$  του  $\frac{1}{2}$ , το οποίο αντιστοιχεί στο  $\frac{1}{8}$  ολόκληρου του πάρκου ( $\frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$ ). Άρα, ο χώρος που απομένει για τον παιχνιδότοπο αντιστοιχεί στα  $\frac{3}{8}$  του πάρκου ( $\frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{8}$ ).

Ενδεικτικά, η κάτοψη που μπορούν να σχεδιάσουν τα παιδιά είναι η πιο κάτω.



Στο ερώτημα (γ), τα παιδιά αναμένεται να παρατηρήσουν ότι το γινόμενο προκύπτει από τον πολλαπλασιασμό του αριθμητή με τον αριθμητή και του παρονομαστή με τον παρονομαστή, αλλά και να αιτιολογήσουν γιατί συμβαίνει αυτό. Για παράδειγμα, για να βρω το  $\frac{1}{2}$  του  $\frac{1}{2}$ , διαχωρίζω αρχικά το σχήμα μου σε 2 μέρη και μετά το διαχωρίζω ξανά σε άλλα δύο μέρη, με αποτέλεσμα το σύνολο των μερών στο οποίο είναι χωρισμένο το σχήμα μου να είναι 4.

## Μαθήματα 7 και 8 (σελίδες 99 - 103)

### Διερεύνηση (σελ. 100)

Στόχος της διερεύνησης είναι τα παιδιά να αντιληφθούν με ποιους τρόπους μπορούν να κάνουν απλοποίηση στον πολλαπλασιασμό κλασμάτων. Παράλληλα, να έρθουν σε επαφή με τον όρο αριθμητική παράσταση.

#### Πρώτος τρόπος:

Ο Μάρκος έγραψε στη θέση του αριθμητή της παράστασης τη μαθηματική πρόταση  $6 \times 2$ , για να πολλαπλασιάσει τον ακέραιο επί τον αριθμητή του κλάσματος.

Υπολόγισε το γινόμενο και παρατήρησε

ότι αυτό είναι ένα καταχρηστικό κλάσμα. Από τη διαίρεση  $12 \div 3$ , προέκυψε το ηλίκο 4.

Ο αριθμητής της παράστασης που προκύπτει είναι το γινόμενο του ακέραιου επί τον αριθμητή του κλάσματος.

Μάρκος

$$6 \times \frac{2}{3} = \frac{6 \times 2}{3} = \frac{12}{3} = 4$$

#### Δεύτερος τρόπος:

Η Σοφία, όπως και ο Μάρκος, έγραψε στον αριθμητή της παράστασης τη μαθηματική πρόταση  $6 \times 2$ , για να πολλαπλασιάσει τον ακέραιο επί τον αριθμητή του κλάσματος.

Παρατήρησε ότι ο ένας παράγοντας στον

αριθμητή (6) και ο παρονομαστής έχουν μέγιστο κοινό διαιρέτη το 3, ΜΚΔ (6,3)=3.

Διαιρώντας το 6 και το 3 με τον ΜΚΔ τους, απλοποίησε την αριθμητική παράσταση, πριν υπολογίσει το τελικό αποτέλεσμα.

Σοφία

$$6 \times \frac{2}{3} = \frac{\overset{2}{\cancel{6}} \times 2}{\underset{1}{\cancel{3}}} = 2 \times 2 = 4$$

#### Τρίτος τρόπος:

Ο Ιάκωβος, όπως ο Μάρκος και η Σοφία, έγραψε στη θέση του αριθμητή της παράστασης τη μαθηματική πρόταση  $6 \times 2$ , για να πολλαπλασιάσει τον ακέραιο επί τον αριθμητή του κλάσματος. Υπολόγισε το

γινόμενο και στη συνέχεια, απλοποίησε το κλάσμα που προέκυψε, διαιρώντας τον αριθμητή και τον παρονομαστή με τον μέγιστο κοινό διαιρέτη τους, ΜΚΔ (12,3)=3.

Ιάκωβος

$$6 \times \frac{2}{3} = \frac{6 \times 2}{3} = \frac{\overset{4}{\cancel{12}}}{\underset{1}{\cancel{3}}} = 4$$

## Μαθήματα 9, 10, 11 και 12 (σελίδες 104 - 112)

### Διερεύνηση (σελ. 104-105)

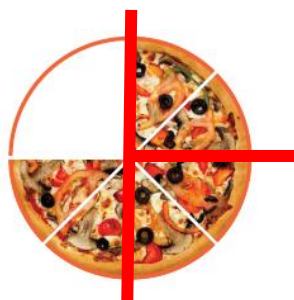
Στόχος της διερεύνησης είναι ο υπολογισμός του πηλίκου ενός κλασματικού διά έναν ακέραιο αριθμό. Τα παιδιά αναμένεται να αντιληφθούν ότι η διαίρεση ενός κλασματικού διά έναν ακέραιο αριθμό είναι διαίρεση μερισμού, στην οποία μοιράζονται τα κομμάτια σε ίσες ομάδες. Στη διερεύνηση, τα παιδιά θα έρθουν σε επαφή με δύο περιπτώσεις:

- Στο ερώτημα (α) ο αριθμητής του κλάσματος διά τον διαιρέτη, δηλαδή το 6 είναι πολλαπλάσιο του 2 άρα διαιρείται ακριβώς με αυτό. Τα παιδιά αναμένεται να εργαστούν με τον ακόλουθο τρόπο:

- (i) Για να μοιραστεί η πίτσα σε 2 παιδιά, μοιράζω τα κομμάτια σε 2 ίσες ομάδες, η κάθε μια από τις οποίες περιέχει  $\frac{3}{8}$  της πίτσας,  $\frac{6}{8} \div 2 = \frac{3}{8}$ .



- (ii) Για να μοιραστεί η πίτσα σε 3 παιδιά, μοιράζω τα κομμάτια σε 3 ίσες ομάδες, η κάθε μια από τις οποίες περιέχει  $\frac{2}{8}$  της πίτσας,  $\frac{6}{8} \div 3 = \frac{2}{8}$ .



- Στο ερώτημα (β) ο αριθμητής του κλάσματος δεν διαιρείται διά τον διαιρέτη, δηλαδή το 1 δεν είναι πολλαπλάσιο του 2, άρα δεν διαιρείται ακριβώς με αυτό. Σε αυτή την περίπτωση τα παιδιά αναμένεται να αντιληφθούν ότι μπορούμε να μετατρέψουμε το κλάσμα σε ένα ισοδύναμο κλάσμα του οποίου ο αριθμητής να είναι πολλαπλάσιο του διαιρέτη. Τα παιδιά αναμένεται να εργαστούν με τον ακόλουθο τρόπο:

- (i) Το κλάσμα  $\frac{1}{2}$  είναι ισοδύναμο με τα  $\frac{2}{4}$ . Για να μοιραστεί η πίτσα σε 2 παιδιά, μοιράζω τα  $\frac{2}{4}$  σε 2 ίσες ομάδες, η κάθε μια από τις οποίες περιέχει το  $\frac{1}{4}$  της πίτσας,  $\frac{2}{4} \div 2 = \frac{1}{4}$ .



- (ii) Το κλάσμα  $\frac{1}{2}$  είναι ισοδύναμο με τα  $\frac{4}{8}$ . Για να μοιραστεί η πίτσα σε 4 παιδιά, μοιράζω τα  $\frac{4}{8}$  σε 4 ίσες ομάδες, η κάθε μια από τις οποίες περιέχει το  $\frac{1}{8}$  της πίτσας,  $\frac{4}{8} \div 4 = \frac{1}{8}$ .



**Σημείωση:** Με τον ίδιο τρόπο ερμηνεύεται και το **κλάσμα ως πηλίκιο** (ότι, δηλαδή, το κλάσμα εκφράζει το ακριβές πηλίκιο της διαίρεσης του αριθμητή με τον παρονομαστή). Τα παιδιά μπορούν να εστιάσουν σε αυτή την περίπτωση μελετώντας και συζητώντας το παράδειγμα που παρουσιάζεται στις Νέες Έννοιες στη σελίδα 107 του βιβλίου μαθητή. Σε αυτή την περίπτωση, ο διαιρετέος μετατρέπεται σε ένα κλάσμα του οποίου ο αριθμητής είναι πολλαπλάσιο του διαιρέτη.

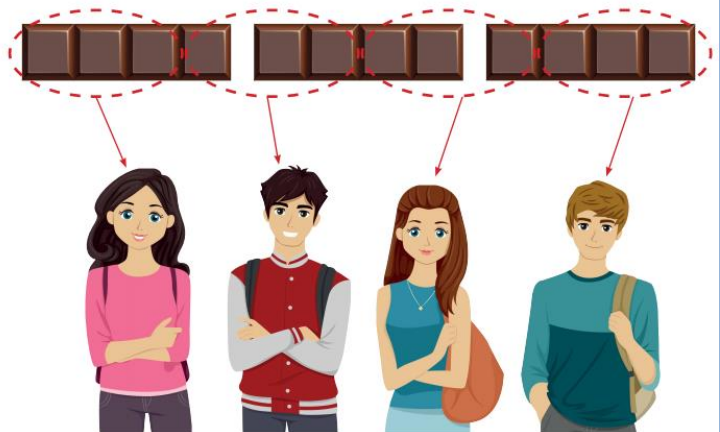
• Κλάσμα ως πηλίκιο

Το κλάσμα εκφράζει το ακριβές πηλίκιο της διαίρεσης του αριθμητή με τον παρονομαστή του.

Παράδειγμα:

3 όμοιες σοκολάτες θα μοιραστούν στα ίσα σε 4 παιδιά.

$$3 \div 4 = \frac{12}{4} \div 4 = \frac{3}{4}$$



Κάθε παιδί θα πάρει  $\frac{3}{4}$  της σοκολάτας.

### Μαθήματα 13, 14 και 15 (σελίδες 113-116)

#### Διερεύνηση (σελ. 113)

Στόχος της διερεύνησης είναι ο υπολογισμός του πηλίκου ενός ακέραιου αριθμού διά έναν κλασματικό αριθμό. Τα παιδιά αναμένεται να αντιληφθούν ότι η διαίρεση ενός ακέραιου διά έναν κλασματικό αριθμό είναι διαίρεση μέτρησης, στην οποία υπολογίζουμε πόσα κλασματικά μέρη (κομμάτια) υπάρχουν στον διαιρετέο (ακέραιος αριθμός). Για τον υπολογισμό αυτό, τα παιδιά αναμένεται να μετατρέψουν τον διαιρετέο σε ένα κλάσμα με τον ίδιο παρονομαστή με το κλάσμα που είναι ο διαιρέτης. Με αυτό τον τρόπο τα κλάσματα γίνονται ομώνυμα και χρειάζεται να διαιρέσουμε μόνο τους αριθμητές τους. Το πηλίκο σε κάθε περίπτωση είναι ένας αριθμός μεγαλύτερος από τον διαιρετέο.

Για παράδειγμα, στο ερώτημα (α) (i), τα παιδιά αναμένεται να εργαστούν με τον ακόλουθο τρόπο:  $2 \div \frac{1}{4} = \frac{8}{4} \div \frac{1}{4} = 8 \div 1 = 8$ .

### Μαθήματα 16, 17 και 18 (σελίδες 117-123)

#### Εξερεύνηση (σελ. 117)

Στόχος της εξερεύνησης είναι η ελεύθερη ανάδυση στρατηγικών για τον υπολογισμό του γινομένου στην περίπτωση που ένας παράγοντας είναι ακέραιος αριθμός και ο άλλος παράγοντας είναι δεκαδικός αριθμός. Ενδεικτικά, με βάση τις προηγούμενες γνώσεις των παιδιών, μπορούν να αναφερθούν οι πιο κάτω στρατηγικές:

- Επαναλαμβανόμενη πρόσθεση:

$$4 \times 0,85 = 0,85 + 0,85 + 0,85 + 0,85 = 1,70 + 1,70 = 3,40.$$

- Πολλαπλασιασμός ακέραιου επί κλάσμα:

$$4 \times 0,85 = 4 \times \frac{85}{100} = \frac{340}{100} = 3 \frac{40}{100} = 3,40.$$

- Επιμεριστική ιδιότητα ως προς την πρόσθεση:

$$4 \times 0,85 = (4 \times 0,8) + (4 \times 0,05) = 3,2 + 0,20 = 3,40.$$

- Επιμεριστική ιδιότητα ως προς την αφαίρεση:

$$4 \times 0,85 = (4 \times 1) - (4 \times 0,15) = 4 - 0,60 = 3,40.$$

- Εκτίμηση γινομένου και κατακόρυφος υπολογισμός:

$$4 \times 0,85 \approx 4 \times 1 = 4$$

$$\text{Άρα, } 4 \times 0,85 = 3,40.$$

$$\begin{array}{r} 85 \\ \times \quad 4 \\ \hline 340 \end{array}$$

### **Δραστηριότητα 7 (σελ. 123)**

Η ορθή απάντηση στη δραστηριότητα είναι €146,25.

### **Μαθήματα 19, 20 και 21 (σελίδες 124-129)**

#### **Διερεύνηση (σελ. 124)**

Στόχος της διερεύνησης είναι να αντιληφθούν τα παιδιά ότι στον πολλαπλασιασμό δεκαδικών αριθμών επί 10, 100 ή 1000 (όπως και στον πολλαπλασιασμό ακέραιων αριθμών επί 10, 100, 1000...) ο αριθμός μεγαλώνει 10, 100 ή 1000 φορές αντίστοιχα. Επομένως, η υποδιαστολή μετακινείται 1, 2 ή 3 θέσεις προς τα δεξιά αντίστοιχα. Στη διαίρεση δεκαδικών αριθμών διά 10, 100 ή 1000 (όπως και στη διαίρεση ακέραιων αριθμών διά 10, 100, 1000...) ο αριθμός μικραίνει 10, 10 ή 1000 φορές αντίστοιχα. Επομένως, η υποδιαστολή μετακινείται 1, 2 ή 3 θέσεις προς τα αριστερά αντίστοιχα.

### **Μαθήματα 22 και 23 (σελίδες 130-134)**

#### **Επίλυση προβλήματος (σελ. 132)**

Για να μπορέσουν να επιλύσουν το πρόβλημα, τα παιδιά χρειάζεται να μετατρέψουν τις μονάδες μέτρησης μήκους στην ίδια μορφή και είτε να αξιοποιήσουν τη στρατηγική δοκιμή και έλεγχος είτε να κατασκευάσουν μια εξίσωση. Τα παιδιά αναμένεται να εργαστούν με τον ακόλουθο τρόπο:

- Το άλμα της Αλέξιας ήταν κατά 200 cm μεγαλύτερο από του Δημήτρη, δηλαδή, 2 m μεγαλύτερο.
- Το άλμα του Χάρη ήταν κατά 2000 mm μεγαλύτερο από της Αλέξιας, δηλαδή 200 cm = 2 m μεγαλύτερο.
- Άρα, το άλμα του Δημήτρη ήταν 2,23 m, το άλμα της Αλέξιας ήταν 4,23 m (2,23 + 2) και το άλμα του Χάρη ήταν 6,23 m (2,23 + 2 + 2). Συνολικά, το άθροισμα των αλμάτων και των τριών παιδιών είναι 12,69 m.

### **Δραστηριότητες Εμπλουτισμού**

#### **Δραστηριότητα 2 (σελ. 146)**

Μέσα από τη δραστηριότητα τα παιδιά έρχονται σε επαφή με την έννοια του κλάσματος ως τελεστή (μεγέθυνση – σμίκρυνση αρχικού ορθογωνίου). Το εμβαδόν του ορθογωνίου Β είναι τριπλάσιο από το εμβαδόν του αρχικού ορθογωνίου ( $3 \times 6 =$

18), το εμβαδόν του ορθογωνίου Γ είναι το μισό του εμβαδού του αρχικού ορθογωνίου ( $\frac{1}{2} \times 6 = 3$ ), το εμβαδόν του ορθογωνίου Δ είναι το  $\frac{1}{3}$  του εμβαδού του αρχικού ορθογωνίου ( $\frac{1}{3} \times 6 = 2$ ) και το εμβαδόν του ορθογωνίου Ε είναι τα  $\frac{2}{3}$  του εμβαδού του αρχικού ορθογωνίου ( $\frac{2}{3} \times 6 = 4$ ).

### Δραστηριότητα 5 (σελ. 148)

Οι μαθητές αναμένεται να εργαστούν με τον ακόλουθο τρόπο:

1<sup>ο</sup> δεκαήμερο:  $\frac{3}{10}$ . Έμειναν  $\frac{7}{10}$  του μισθού.

2<sup>ο</sup> δεκαήμερο:  $\frac{3}{7} \times \frac{7}{10} = \frac{21}{70} = \frac{3}{10}$ . Έμειναν  $\frac{4}{10}$  του μισθού.

3<sup>ο</sup> δεκαήμερο:  $\frac{7}{8} \times \frac{4}{10} = \frac{28}{80} = \frac{7}{20}$ . Έμεινε  $\frac{1}{20}$  του μισθού, το οποίο αντιστοιχεί σε €60.

Άρα, ο μισθός του ήταν  $60 \times 20 = €1200$ .

### Δραστηριότητα 6 (σελ. 148)

Τα παιδιά αναμένεται να εργαστούν με τον ακόλουθο τρόπο:

Το αποτέλεσμα της παρένθεσης είναι κοντά στο 1 αφού πολλαπλασιάζουμε το  $\frac{4}{9}$  επί ενάμιση φορά ( $\frac{3}{2}$ ). Αν στο 1 προσθέσουμε και έναν αριθμό λίγο πιο μεγάλο από το 3 ( $\frac{7}{2}$ ), τότε το αποτέλεσμα της αριθμητικής παράστασης θα είναι λίγο πιο μεγάλο από το 4. Άρα, η ορθή επιλογή είναι η επιλογή Β.

### Δραστηριότητα 7 (σελ. 148)

Οι μαθητές αναμένεται να εργαστούν με τον ακόλουθο τρόπο:

- Να μετατρέψουν τα κλάσματα  $\frac{1}{3}$  και  $\frac{1}{2}$  σε ομώνυμα, δηλαδή στα κλάσματα  $\frac{2}{6}$  και  $\frac{3}{6}$ .
- Αν το διάστημα μεταξύ των δύο αυτών κλασμάτων χωριστεί σε 6 ίσα τμήματα, θα προκύψουν κλάσματα με παρονομαστή το 36. Άρα, τα δύο κλάσματα θα είναι τα  $\frac{12}{36}$  και τα  $\frac{18}{36}$ .
- Άρα η ορθή απάντηση είναι  $\frac{13}{36}$ .

### Δραστηριότητα 8 (σελ. 149)

Οι ορθές απαντήσεις είναι:

(α) (i) Ο Δημήτρης αν επιλέξει την εταιρεία Ζήτα θα πληρώσει €5,85.

(ii) Ο Δημήτρης αν επιλέξει την εταιρεία Ωμέγα θα πληρώσει €7,50.

(β) (i) Η Άννα είχε επιλέξει την εταιρεία Ωμέγα.

(ii) Αν είχε επιλέξει την εταιρεία Ζήτα θα πλήρωνε €4,05.

### Δραστηριότητα 9 (σελ. 150)

Οι ορθές απαντήσεις είναι:

(α)  $50 \times 2,14 = 107 \text{ mm} = 10,7 \text{ cm}$ .

(β) 100 κέρματα των 50 σεντ αξίζουν €50 Άρα, το ύψος της στοίβας θα είναι  $100 \times 2,38 = 238 \text{ mm} = 23,8 \text{ cm}$ .

(γ) Η στοίβα κερμάτων έχει ύψος  $20 \text{ cm} = 200 \text{ mm}$ . Το κάθε κέρμα των 10 σεντ έχει ύψος περίπου  $2 \text{ mm}$ . Άρα, στην στοίβα υπήρχαν περίπου 100 κέρματα των 10 σεντ, που η αξία τους είναι  $100 \times 10 = 1000 \text{ σεντ} = €10$ .

(δ)  $(3 \times 8,50) + (4 \times 7,50) + (5 \times 7,80) = 25,50 + 30 + 39 = 94,50 \text{ g}$ .





## ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑ

Γίνεται εισήγηση όπως χρησιμοποιούνται σε διάφορες περιπτώσεις εφαρμογίδια, όπως τα πιο κάτω:

### 1. Εφαρμογίδια για πολλαπλασιασμό και διαίρεση κλασμάτων

#### 1.1. Ιστοσελίδα

<http://www.xpmath.com/forums/games/wholeNumberFractionMultiply.swf>

Τα παιδιά υπολογίζουν το γινόμενο κλάσματος επί ακέραιο, αξιοποιώντας σχετική αναπαράσταση. Το εφαρμογίδιο λειτουργεί σε Internet Explorer.

$\frac{5}{6} \times 36 = \square \square$

36

?

#### 1.2. Ιστοσελίδα [http://fractionbars.com/Multiplication\\_Game/](http://fractionbars.com/Multiplication_Game/)

Το εφαρμογίδιο δίνει τη δυνατότητα εξάσκησης σε δραστηριότητες υπολογισμού γινομένων κλάσματος επί ακέραιο.

Turn: 3  
Score: 12

Please enter the product from  $28 * \frac{1}{4}$   
or click Pass.

Pass  Go

## 1.3. Ιστοσελίδα

[http://www.mathplayground.com/tb\\_fractions/thinking\\_blocks\\_fractions.html](http://www.mathplayground.com/tb_fractions/thinking_blocks_fractions.html)

Τα παιδιά χρησιμοποιούν μοντέλα, για να επιλύσουν λεκτικά προβλήματα με κλάσματα. Από την αρχική σελίδα ο χρήστης επιλέγει την κατηγορία των προβλημάτων. Για παράδειγμα, η επιλογή “Multiply and divide fractions”, αναφέρεται σε προβλήματα με πολλαπλασιασμό ή διαίρεση κλασμάτων.

The screenshot shows a math problem: "2/3 of the customers at Wheely Good Auto Repair get a change of oil. 1/6 of the customers who get a change of oil also get a tire rotation. What fraction of the customers get both a change of oil and a tire rotation?".

The interface includes a visual model with a bar divided into 6 equal segments. The first 4 segments are orange, representing 2/3 of the total. The first 2 segments of the orange bar are also shaded green, representing 1/6 of the orange segments. Labels indicate: "total customers" (the whole bar), "change of oil customers" (the orange bar), "2/3", "1/9" (pointing to the green segments), and "change of oil + tire rotation".

The answer is displayed as: **ANSWER:**  of the customers. A blue arrow points to the right.

On the right side, there is a "Fantastic job!" message with a cartoon duck character. Below it, a "Multiply and Divide" section shows a star and four empty boxes.

At the bottom, there are instructions: "Instructions Tap the blue arrow to continue." and a speaker icon.

## 1.4. Ιστοσελίδα

[https://www-k6.thinkcentral.com/content/hsp/math/hspmath/na/common/itools\\_int\\_9780547584997\\_/fractions.html](https://www-k6.thinkcentral.com/content/hsp/math/hspmath/na/common/itools_int_9780547584997_/fractions.html)

Το εφαρμογίδιο δίνει τη δυνατότητα για αναπαράσταση πολλαπλασιασμού δύο κλασμάτων.

The screenshot shows the "Multiply Fractions" application. The title is "Multiply Fractions" and the instruction is "4. Drag the arrow to shade rows.".

The main area features a grid with 2 columns and 3 rows. The first column is shaded blue, and the first row of the second column is shaded green. A blue arrow is positioned at the bottom of the grid.

On the right, there are controls: "Number of columns:" with a slider set to 2, and "Number of rows:" with a slider set to 3. Below these, it says "The model shows  $\frac{1}{3}$  of  $\frac{1}{2}$ ".

At the bottom, there is a calculator interface showing the equation  $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} =$  with a "Check" button and an equals sign button. A "Hide" button is also present.

The logo for "HOUGHTON MIFFLIN HARCOURT School Publishers" is visible in the bottom right corner.

1.5. Ιστοσελίδα:

Φιλικό προς οθόνες αφής

<https://www.splashlearn.com/math-skills/fifth-grade/fractions/divide-whole-by-a-unit-fraction>

Το εφαρμογίδιο δίνει τη δυνατότητα εξάσκησης στον πολλαπλασιασμό και τη διαίρεση κλασμάτων.

Divide Whole by a Unit Fraction

How many parts of size  $\frac{1}{5}$  are there in 3?

$$3 \div \frac{1}{5}$$

1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$

Preview

17 14 15 16

1.6. Ιστοσελίδα:

Φιλικό προς οθόνες αφής

[https://www.mathplayground.com/fractions\\_mult.html](https://www.mathplayground.com/fractions_mult.html)

Το εφαρμογίδιο δίνει τη δυνατότητα εξάσκησης στον πολλαπλασιασμό κλασμάτων.

**Multiplying Fractions**

$$\frac{2}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{\square}{\square}$$

Check

Correct Answer:

Score: 0 out of 0 points

Restart

## 1.7. Ιστοσελίδα

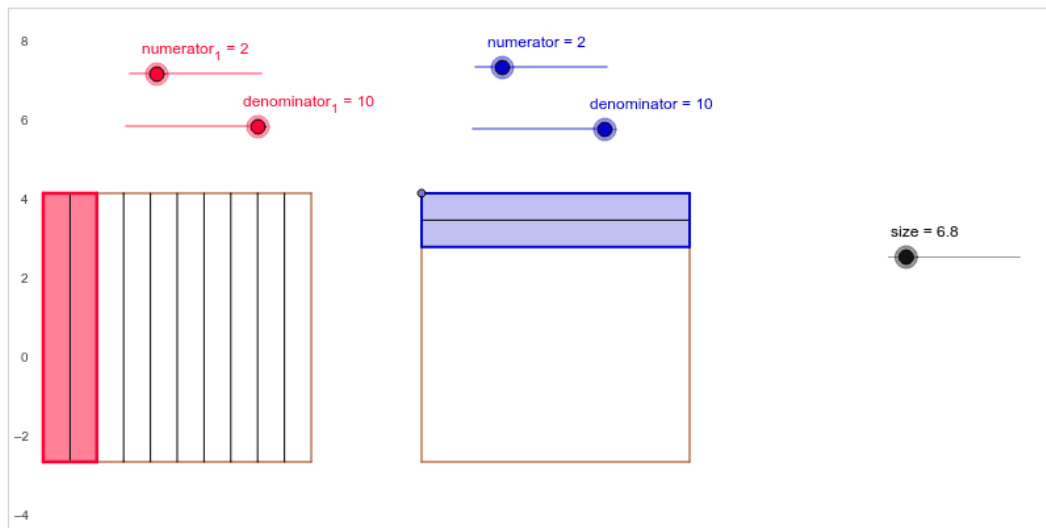
<https://www.geogebra.org/m/UWmKFqyn>

# Multiplying and Dividing Fractions

Author: GeoGebra Materials Team

Topic: Fractions

Use the sliders below to perform multiplication and division of fractions.



## 2. Εφαρμογίδα για πολλαπλασιασμό και διαίρεση δεκαδικών

### 2.1. Ιστοσελίδα

<http://www.topmarks.co.uk/Flash.aspx?f=MovingDigitCards>

Το εφαρμογίδα παρουσιάζει την αλλαγή σε έναν δεκαδικό αριθμό όταν αυτός πολλαπλασιαστεί ή διαιρεθεί με 0,1 ή 10 ή 100.



## 2.2. Ιστοσελίδα

<http://www.topmarks.co.uk/Flash.aspx?f=bingotimesordivide>

Το εφαρμογίδιο δίνει τη δυνατότητα για εξάσκηση στον υπολογισμό γινομένου και πηλίκου ενός δεκαδικού αριθμού με πολλαπλάσια του 10.

0.04 0.4 4 40 400  
0.07 0.7 7 70 700

$0.04 \times 10$

New game Answer Next

## 2.4. Ιστοσελίδα

Φιλικό προς οθόνες αφής

<https://www.explorelearning.com/index.cfm?method=cResource.dspView&ResourceID=1026>

Το εφαρμογίδιο μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την αναπαράσταση πολλαπλασιασμού ακέραιου με δεκαδικό αριθμό (μέχρι ένα δεκαδικό ψηφίο), η οποία συνδέεται με την αξιοποίηση της επιμεριστικής ιδιότητας για τον υπολογισμό του γινομένου.

Tools

2.4

3

$3 \times 2.4$

Estimate  Calculate

$3 \times 2 = 6$   $3 \times 0.4 = 1.2$

Show partial products  
 Show sum of partial products

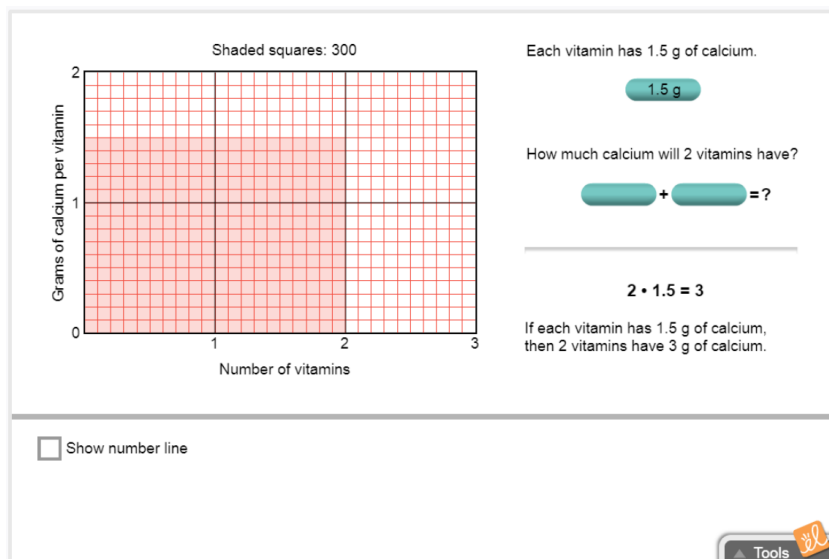
Rows:  Whole numbers  Halves  Tenths

## 2.5. Ιστοσελίδα

Φιλικό προς οθόνες αφής

<https://www.explorelearning.com/index.cfm?method=cResource.dspDetail&ResourceID=228>

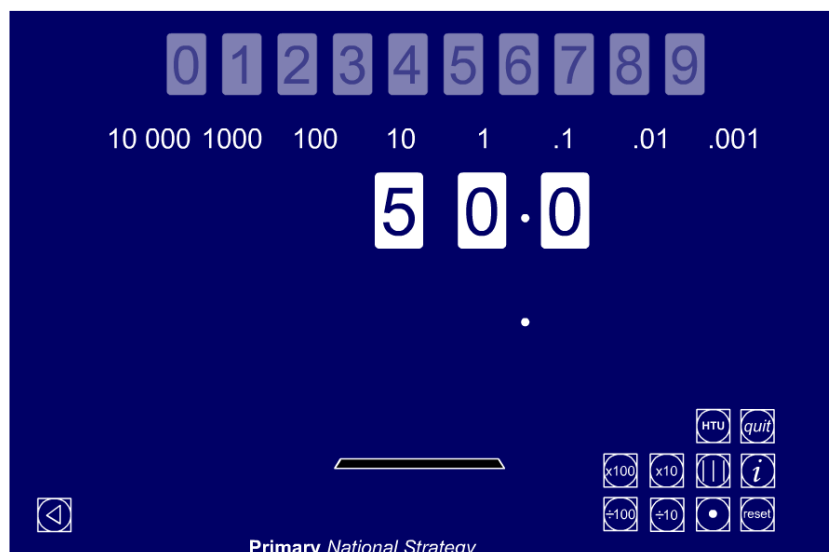
Το εφαρμογίδιο μπορεί να αξιοποιηθεί για την αναπαράσταση πολλαπλασιασμού ακέραίου με δεκαδικό αριθμό (μέχρι ένα δεκαδικό ψηφίο) μέσω ενός δυναμικού μοντέλου με εμβαδόν.



## 2.6 Ιστοσελίδα:

[https://mathsframe.co.uk/en/resources/resource/60/itp\\_moving\\_digits](https://mathsframe.co.uk/en/resources/resource/60/itp_moving_digits)

Το εφαρμογίδιο παρουσιάζει την αλλαγή σε έναν δεκαδικό αριθμό, όταν αυτός πολλαπλασιαστεί ή διαιρεθεί με μια δύναμη του 10.



## 2.7. Ιστοσελίδα

<http://www.scootle.edu.au/ec/viewing/L1929/index.html>

Το εφαρμογίδιο παρουσιάζει ένα περιβάλλον αγοράς προϊόντων μέσω διαδικτυακού καταστήματος και οι μαθητές καλούνται να επιλύσουν διάφορα προβλήματα πολλαπλασιασμού και διαίρεσης με δεκαδικούς αριθμούς.

The screenshot shows a mobile application interface for buying milk. At the top left, a yellow banner says "24 bottles of milk". The main area is titled "Milk" and is divided into two sections: "Dominic's Deli" (purple) and "Tam's Groceries" (green). Each section has a table with columns for "Pack size", "How many?", and "Total price".

**Dominic's Deli**

Pack size	How many?	Total price
12 (price tag: \$18.00)	2	<input type="text"/>

**Tam's Groceries**

Pack size	How many?	Total price
6 (price tag: \$12.00)	<input type="text"/>	<input type="text"/>

On the right, a light blue box titled "Your trolley contains" has a table with columns: "Quantity", "Pack size", "Item", and "Price". The table is currently empty.

At the bottom left, the text "Two traders" is displayed. There are three red circular callouts with numbers 1, 2, and 3 pointing to the price tag, the quantity input, and the total price input respectively.

## ΔΙΟΡΘΩΜΕΝΗ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ - ΣΕΛΙΔΑ 90

1. Να συμπληρώσεις τον πίνακα, όπως στο παράδειγμα.

Λεκτική περιγραφή	Αναπαράσταση	Μαθηματική πρόταση και αποτέλεσμα
Παράδειγμα:  Τα $\frac{2}{3}$ του 5		$\frac{2}{3} \times 5 = \frac{2 \times 5}{3} = \frac{10}{3} = 3 \frac{1}{3}$
Το διπλάσιο των $\frac{2}{3}$		
Το $\frac{1}{2}$ του 8		
Το τετραπλάσιο των $\frac{3}{5}$		
Τα $\frac{3}{5}$ του 4		