

ΕΝΟΤΗΤΑ 4

Κλάσματα, Πρόσθεση και αφαίρεση κλασμάτων

Η ενότητα 4 περιλαμβάνει την ισοδυναμία και την απλοποίηση κλασμάτων, τις στρατηγικές σύγκρισης κλασμάτων και την πρόσθεση και αφαίρεση ετερόνυμων κλασμάτων. Στον πιο κάτω πίνακα παρουσιάζονται οι δείκτες επιτυχίας και επάρκειας που αντιστοιχούν στην Ενότητα 4.

ΔΕΙΚΤΕΣ ΕΠΙΤΥΧΙΑΣ	ΔΕΙΚΤΕΣ ΕΠΑΡΚΕΙΑΣ	ΠΡΟΑΠΑΙΤΟΥΜΕΝΕΣ ΓΝΩΣΕΙΣ	ΝΕΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ
<i>Οι μαθητές και οι μαθήτριες να είναι σε θέση να:</i>	<i>Ο εκπαιδευτικός αναπτύσσει δραστηριότητες, ώστε οι μαθητές και οι μαθήτριες να είναι σε θέση να:</i>		
Κλάσματα			
<p>5.(Αρ3.6) Ερμηνεύουν το κλάσμα ως μέρος της ακεραίας μονάδας, ως μέρος συνόλου, ως μέτρο και ως πηλίκο.</p> <p>6.(Αρ4.1) Συγκρίνουν και σειροθετούν ρητούς αριθμούς (θετικούς και αρνητικούς) και ορίζουν τη θέση τους στην αριθμητική γραμμή.</p> <p>7.(Αρ3.7) Χρησιμοποιούν ποικίλα μέσα αναπαράστασης και στρατηγικές, για να απλοποιούν κλάσματα και να βρίσκουν ισοδύναμες μορφές τους.</p> <p>18.(Αρ4.7) Απλοποιούν και υπολογίζουν ισοδύναμα κλάσματα, χρησιμοποιώντας τον ΜΚΔ και το ΕΚΠ.</p>	<p>6.1 Συγκρίνουν και σειροθετούν ετερόνυμα κλάσματα, μικτούς αριθμούς και δεκαδικούς αριθμούς.</p> <p>7.1 Απλοποιούν κλάσματα, χρησιμοποιώντας ποικίλα μέσα αναπαράστασης και στρατηγικές.</p> <p>18.1 Χρησιμοποιούν τον ΜΚΔ και το ΕΚΠ στην απλοποίηση κλασμάτων και στην εύρεση ισοδύναμων κλασμάτων.</p>	<p>✓ Κλάσμα ως μέρος της ακεραίας μονάδας και ως μέρος συνόλου διακριτών στοιχείων</p> <p>✓ Ισοδυναμία κλασμάτων</p>	<p>✓ Σύγκριση και σειροθέτηση ετερόνυμων κλασμάτων</p> <p>✓ Απλοποίηση και ισοδυναμία κλασμάτων με τη χρήση του ΜΚΔ και ΕΚΠ</p>

Πράξεις αριθμών			
<p>11.(Αρ4.9) Εκτιμούν και υπολογίζουν το αποτέλεσμα μαθηματικών προτάσεων με θετικούς ρητούς αριθμούς.</p>	<p>11.1 Προσθέτουν και αφαιρούν ομώνυμα και ετερόνυμα κλάσματα, μικτούς αριθμούς και δεκαδικούς αριθμούς, χρησιμοποιώντας εποπτικά μέσα, εικόνες και εφαρμογίδια.</p>	<p>✓ Πρόσθεση και αφαίρεση ομώνυμων κλασμάτων</p>	<p>✓ Πρόσθεση και αφαίρεση ετερόνυμων κλασμάτων</p>
<p>13. (Αρ4.14) Διατυπώνουν και επιλύουν προβλήματα με ρητούς αριθμούς, ποσοστά και ελέγχουν τη λογικότητα της απάντησής τους.</p>	<p>13.1 Επιλύουν προβλήματα με κλάσματα, δεκαδικούς και ποσοστά και ελέγχουν τη λογικότητα της απάντησής τους.</p>		<p>✓ Επίλυση προβλημάτων με κλάσματα</p>

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΗ ΟΡΓΑΝΩΣΗ ΜΑΘΗΜΑΤΩΝ

Μαθήματα 1, 2 και 3 (σελίδες 9 - 15): Επανάληψη – Κλάσμα ως μέρος επιφάνειας

Μαθήματα 4, 5 και 6 (σελίδες 16 - 23): Κλάσμα ως μέρος αριθμού

Μαθήματα 7, 8 και 9 (σελίδες 24 - 28): Ισοδυναμία κλασμάτων

Μαθήματα 10, 11 και 12 (σελίδες 29 - 33): Απλοποίηση κλασμάτων

Μαθήματα 13, 14 και 15 (σελίδες 34 - 39): Σύγκριση κλασμάτων

Μάθημα 16 (σελίδες 40 - 43): Επανάληψη - Πρόσθεση και αφαίρεση ομώνυμων κλασμάτων

Μαθήματα 17, 18, 19, 20, 21 και 22 (σελίδες 44 - 53): Πρόσθεση και αφαίρεση ετερόνυμων κλασμάτων

ΣΗΜΕΙΑ ΠΡΟΣΟΧΗΣ

Μαθήματα 1, 2 και 3 (σελίδες 9 - 15)

Εξερεύνηση (σελ. 9)

Στόχος της εξερεύνησης είναι τα παιδιά να χρησιμοποιήσουν κλάσματα κατά την ερμηνεία των διαγραμμάτων. Τα παιδιά αναμένεται να παρατηρήσουν ότι είναι σημαντικό να χρησιμοποιήσουν κλάσματα και όχι απόλυτους αριθμούς, ώστε να εκφράσουν τις σχέσεις μέρους-όλου.

Ενδεικτικά κείμενα:

- Οι μισοί κάτοικοι (το $\frac{1}{2}$) είναι υπέρ της κατασκευής νέου σχολικού κτηρίου. Το $\frac{1}{4}$ των κατοίκων είναι κατά της κατασκευής νέου σχολικού κτηρίου, ενώ το $\frac{1}{4}$ των κατοίκων δεν είναι σίγουροι.
- Από τα 400 άτομα που ρωτήθηκαν κατά πόσο το μεγαλύτερο πλεονέκτημα του σκύλου είναι η συντροφιά του, 300 άτομα απάντησαν ότι συμφωνούν, ενώ 100 άτομα απάντησαν ότι διαφωνούν.
- Τα $\frac{3}{4}$ των ατόμων που ρωτήθηκαν κατά πόσο το μεγαλύτερο πλεονέκτημα του σκύλου είναι η συντροφιά του απάντησαν ότι συμφωνούν, ενώ $\frac{1}{4}$ των ατόμων απάντησαν ότι διαφωνούν.

- Από τα 400 άτομα που ρωτήθηκαν κατά πόσο το μεγαλύτερο μειονέκτημα του σκύλου είναι η φροντίδα που χρειάζεται όταν λείπουν, 180 άτομα απάντησαν ότι συμφωνούν, ενώ τα υπόλοιπα 220 άτομα απάντησαν ότι διαφωνούν.
- Λιγότεροι από τους μισούς συμφώνησαν ότι το μεγαλύτερο μειονέκτημα του σκύλου είναι η φροντίδα που χρειάζεται όταν λείπουν.

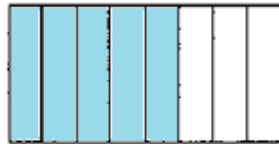
Διερεύνηση (σελ. 10)

Στη διερεύνηση τα παιδιά μπορούν να εργαστούν με πολλούς διαφορετικούς τρόπους. Ενδεικτικά, μπορούν να σκιάσουν τα $\frac{5}{8}$ του ορθογωνίου με τους πιο κάτω τρόπους:

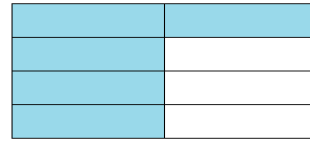
(α)



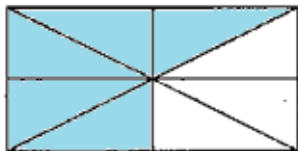
(β)



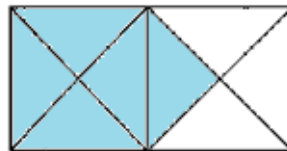
(γ)



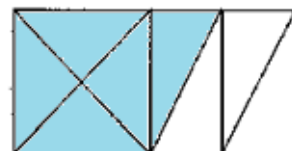
(δ)



(ε)



(στ)



Δραστηριότητα 4 (σελ. 14)

Οι ορθές απαντήσεις είναι:

$$A = \frac{1}{4}$$

$$B = \frac{1}{8}$$

$$\Gamma = \frac{1}{8}$$

$$\Delta = \frac{1}{16}$$

$$E = \frac{1}{32}$$

$$Z = \frac{1}{16}$$

Δραστηριότητα 6 (σελ. 15)

Τα παιδιά αναμένεται να παρατηρήσουν ότι αφού παρουσιάζεται το $\frac{1}{5}$ του αρχικού μήκους της κάθε λωρίδας, η μεγαλύτερη λωρίδα θα είναι η λωρίδα Β γιατί το $\frac{1}{5}$ της λωρίδας αυτής αντιστοιχεί σε κομμάτι με μεγαλύτερο μήκος σε σχέση με το $\frac{1}{5}$ της λωρίδας Α.

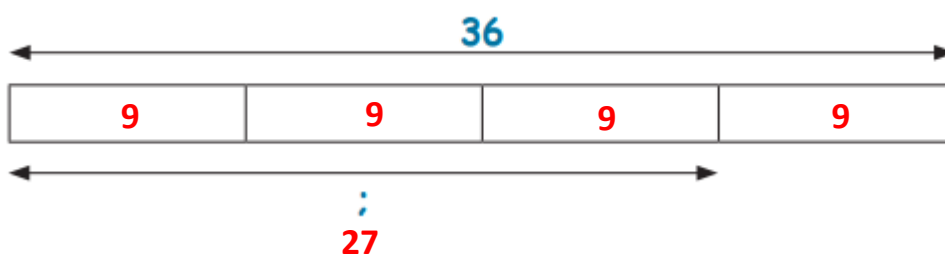
Μαθήματα 4, 5 και 6 (σελίδες 16 - 23)

Διερεύνηση (σελ. 16)

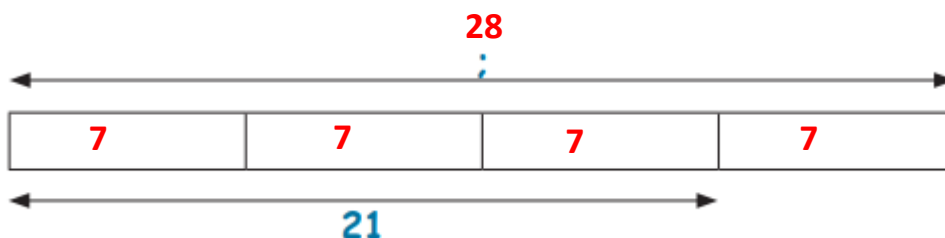
Το μοντέλο που εισάγεται στη διερεύνηση αξιοποιείται για την αναπαράσταση του τρόπου υπολογισμού:

- του κλασματικού μέρους ενός αριθμού,
- ενός αριθμού, όταν είναι γνωστό ένα κλασματικό του μέρος.

Στο ερώτημα (α) τα παιδιά αναμένεται να παρατηρήσουν ότι η ράβδος, η οποία αναπαριστά τον αριθμό 36 είναι χωρισμένη σε τέταρτα (4 ίσα μέρη). Κάθε τέταρτο αντιστοιχεί στον αριθμό 9. Άρα, το $\frac{1}{4}$ του 36 είναι το 9 ($36 \div 4$) και συνεπώς τα $\frac{3}{4}$ του 36 είναι το 27 (3×9).



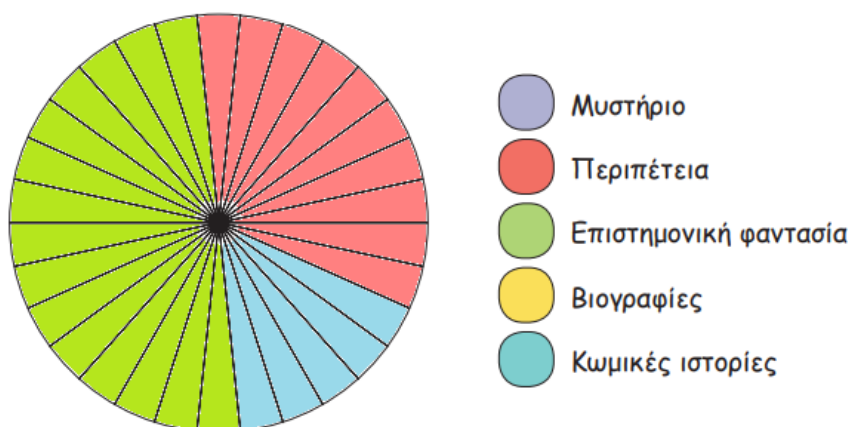
Στο ερώτημα (β) τα παιδιά αναμένεται να παρατηρήσουν ότι η ράβδος, η οποία είναι και πάλι χωρισμένη σε τέταρτα, αναπαριστά έναν άγνωστο αριθμό. Ωστόσο, το μοντέλο δείχνει ότι τρία από τα τέσσερα κομμάτια αντιστοιχούν στον αριθμό 21. Άρα, τα $\frac{3}{4}$ του αριθμού είναι το 21. Συνεπώς, το $\frac{1}{4}$ του αριθμού είναι το 7 ($21 \div 3$), ενώ ο αριθμός ($\frac{4}{4}$) είναι το 28 (4×7).



Επίλυση προβλήματος (σελ. 22 - 23)

Στο μέρος Α, τα παιδιά αναμένεται να αντιληφθούν ότι η κυκλική γραφική παράσταση παρουσιάζει το μέρος των 40 μαθητών προτιμά κάθε είδος βιβλίου. Κατά τη συζήτηση των πληροφοριών που παρουσιάζονται στη γραφική παράσταση, είναι σημαντικό να γίνει αναφορά στο υπόμνημα. Τα παιδιά αναμένεται να αναφέρουν ότι κανένας από τους μαθητές δεν προτιμά τις βιογραφίες, το $\frac{1}{2}$ προτιμά τα βιβλία περιπέτειας (20 μαθητές), το $\frac{1}{4}$ τα βιβλία επιστημονικής φαντασίας (10 μαθητές), το $\frac{1}{8}$ τα βιβλία μυστηρίου (5 μαθητές) και το $\frac{1}{8}$ τις κωμικές ιστορίες (5 μαθητές).

Στο μέρος Β, τα παιδιά αναμένεται να χρησιμοποιήσουν τις πληροφορίες του πίνακα, για να συμπληρώσουν την κυκλική γραφική παράσταση (ενδεικτικά παρουσιάζεται πιο κάτω) και να καθορίσουν το μέρος των 30 μαθητών προτιμά κάθε είδος βιβλίου.



Τα παιδιά αναμένεται να αναφέρουν ότι κανένας από τους μαθητές δεν προτιμά τα βιβλία μυστηρίου και τις βιογραφίες. Το $\frac{1}{2}$ των μαθητών προτιμά τα βιβλία επιστημονικής φαντασίας (αφού $\frac{1}{2}$ του 30 = 15), το $\frac{1}{3}$ των μαθητών προτιμά τα βιβλία περιπέτειας (αφού $\frac{1}{3}$ του 30 = 10) και το $\frac{1}{6}$ των μαθητών προτιμά τις κωμικές ιστορίες (αφού $\frac{1}{6}$ του 30 = 5).

Μαθήματα 7, 8 και 9 (σελίδες 24 - 28)

Διερεύνηση (σελ. 24)

Τα παιδιά αξιοποιούν τις ράβδους κλασμάτων, για να διερευνήσουν την έννοια της ισοδυναμίας κλασμάτων. Στη συγκεκριμένη περίπτωση, οι ράβδοι παρουσιάζουν το μέρος του αρχείου που έχει αποθηκευτεί στο κινητό τηλέφωνο του Στέφανου.

Τα παιδιά αναμένεται να παρατηρήσουν ότι οι ράβδοι Α, Β και Γ παρουσιάζουν με διαφορετικά κλάσματα το μέρος του αρχείου που έχει αποθηκευτεί, αφού η ράβδος Α είναι χωρισμένη σε τέταρτα, η ράβδος Β σε όγδοα και η ράβδος Γ σε δέκατα έκτα.

Στο ερώτημα (α), τα παιδιά αναμένεται να παρατηρήσουν ότι το μέρος του αρχείου που έχει αποθηκευτεί είναι δυνατόν να εκφραστεί ως $\frac{3}{4}$ ή ως $\frac{6}{8}$ ή ως $\frac{12}{16}$.

Στο ερώτημα (β), τα παιδιά αναμένεται να αναφέρουν ότι τα κλάσματα εκφράζουν το ίδιο μέρος του αρχείου που έχει αποθηκευτεί, άρα είναι ισοδύναμα.

Στο ερώτημα (γ), τα παιδιά αναμένεται να αναφέρουν ότι μπορούν να σχηματίσουν κι άλλα κλάσματα που να εκφράζουν το μέρος του αρχείου που έχει αποθηκευτεί, πολλαπλασιάζοντας τους όρους του κλάσματος $\frac{3}{4}$ επί τον ίδιο αριθμό.

Μαθήματα 10, 11 και 12 (σελίδες 29 - 33)

Διερεύνηση (σελ. 29)

Στόχος της διερεύνησης είναι η απλοποίηση κλασμάτων και η εισαγωγή στην έννοια του ανάγωγου κλάσματος.

Τα παιδιά αναμένεται να παρατηρήσουν ότι τα κλάσματα δεν βρίσκονται στην πιο απλή τους μορφή. Απλοποιώντας τα κλάσματα, ώστε να γραφτούν στην πιο απλή τους μορφή, τα παιδιά αναμένεται να παρατηρήσουν ότι όλα τα κλάσματα είναι ισοδύναμα με το $\frac{1}{3}$, άρα είναι και μεταξύ τους ισοδύναμα.

$$\frac{5}{15} = \frac{5 \div 5}{15 \div 5} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{6}{18} = \frac{6 \div 6}{18 \div 6} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{7}{21} = \frac{7 \div 7}{21 \div 7} = \frac{1}{3}$$

Τα παιδιά αναμένεται να συζητήσουν τους τρόπους απλοποίησης ενός κλάσματος, ώστε να γραφτεί στην πιο απλή του μορφή, είτε διαιρώντας τους όρους του κλάσματος με τον

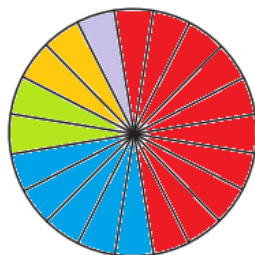
ΜΚΔ τους, είτε διαιρώντας διαδοχικά τους όρους του κλάσματος με κοινούς διαιρέτες τους.

Δραστηριότητα 4 (σελ. 33)

Στο ερώτημα (β) της δραστηριότητας, τα παιδιά αναμένεται να επιλέξουν τον κύκλο Γ που είναι χωρισμένος σε 20 κομμάτια, γιατί το 20 είναι κοινό πολλαπλάσιο των παρονομαστών των κλασμάτων που εκφράζουν τι μέρος των μαθητών δήλωσαν συμμετοχή σε κάθε μάθημα ($\frac{1}{2}$ στη ζωγραφική, $\frac{1}{4}$ στη γλυπτική, $\frac{1}{10}$ στην κεραμική, $\frac{1}{10}$ στην υαλογραφία και $\frac{1}{20}$ στην ξυλογλυπτική).

Άρα, για κάθε κλάσμα μπορούν να βρουν ένα ισοδύναμο κλάσμα με παρονομαστή το 20 και να χρωματίσουν τόσα κομμάτια στη γραφική παράσταση όσα και ο αριθμητής του κλάσματος ($\frac{1}{2} = \frac{15}{20}$, $\frac{1}{4} = \frac{5}{20}$, $\frac{1}{10} = \frac{2}{20}$). Με βάση την εργασία αυτή, αναμένεται να κατασκευαστεί η πιο κάτω γραφική παράσταση.

Γ.



Υπόμνημα

- Ζωγραφική
- Γλυπτική
- Κεραμική
- Υαλογραφία
- Ξυλογλυπτική

Μαθήματα 13, 14 και 15 (σελίδες 34 - 39)

Διερεύνηση (σελ. 34)

Στόχος της διερεύνησης είναι η σύγκριση κλασμάτων, αξιοποιώντας διάφορες στρατηγικές:

Α. Σύγκριση ομώνυμων κλασμάτων

Τα παιδιά αναμένεται να παρατηρήσουν ότι τα κλάσματα $\frac{5}{8}$ και $\frac{3}{8}$ έχουν τον ίδιο παρονομαστή. Το κλάσμα με τον μεγαλύτερο αριθμητή είναι το μεγαλύτερο, $\frac{5}{8} > \frac{3}{8}$.

Β. Σύγκριση κλασμάτων που έχουν τον ίδιο αριθμητή

Τα παιδιά αναμένεται να παρατηρήσουν ότι τα κλάσματα $\frac{3}{4}$, $\frac{3}{8}$ και $\frac{3}{16}$ έχουν τον ίδιο αριθμητή. Το κλάσμα με τον μικρότερο παρονομαστή είναι το μεγαλύτερο, $\frac{3}{4} > \frac{3}{8} > \frac{3}{16}$.

Γ. Σύγκριση ετερόνυμων κλασμάτων

Τα παιδιά αναμένεται να αξιοποιήσουν την ισοδυναμία κλασμάτων, για να μετατρέψουν τα κλάσματα $\frac{3}{4}$ και $\frac{5}{8}$ σε ομώνυμα και στη συνέχεια να τα συγκρίνουν, $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$, άρα $\frac{3}{4} > \frac{5}{8}$.

Δ. Σύγκριση κλασμάτων με βάση το $\frac{1}{2}$

Συγκρίνοντας τα κλάσματα με το $\frac{1}{2}$, προκύπτει ότι $\frac{5}{8} > \frac{1}{2}$, $\frac{3}{4} > \frac{1}{2}$ και $\frac{3}{8} < \frac{1}{2}$, $\frac{3}{16} < \frac{1}{2}$.

Με βάση τα παραπάνω, η ορθή σειροθέτηση των κλασμάτων είναι:

$$\frac{3}{16} < \frac{3}{8} < \frac{1}{2} < \frac{5}{8} < \frac{3}{4}$$

Δραστηριότητα 7 (σελ. 39)

Στη δραστηριότητα αυτή, τα παιδιά αναμένεται να αξιοποιήσουν τη στρατηγική σύγκρισης κλασμάτων με αναφορά στο $\frac{1}{2}$ ή τη σύγκριση κλασμάτων με ίδιους αριθμητές. Ενδεικτικές ορθές απαντήσεις είναι:

$$\frac{3}{4} > \frac{3}{5}$$

$$\frac{2}{4} > \frac{2}{5}$$

$$\frac{1}{4} > \frac{1}{5}$$

$$\frac{3}{4} > \frac{1}{5}$$

$$\frac{3}{4} > \frac{2}{5}$$

$$\frac{2}{4} > \frac{1}{5}$$

Μαθήματα 17, 18, 19, 20, 21 και 22 (σελίδες 44 - 53)

Διερεύνηση 1 (σελ. 44)

Στόχος της διερεύνησης είναι η πρόσθεση και αφαίρεση ετερόνυμων κλασμάτων. Τα παιδιά αναμένεται αρχικά να αναγνωρίσουν τι μέρος της συνολικής έκτασης αντιστοιχεί σε κάθε τεμάχιο ($A = \frac{1}{4}$, $B = \frac{1}{8}$, $\Gamma = \frac{1}{8}$, $\Delta = \frac{1}{16}$, $E = \frac{1}{16}$, $Z = \frac{1}{16}$, $H = \frac{1}{4}$). Στη συνέχεια, για να υπολογίσουν τι μέρος της έκτασης αγόρασε κάθε άτομο, θα χρειαστεί να εκτελέσουν προσθέσεις τόσο ομώνυμων ($\frac{1}{16} + \frac{1}{16}$) όσο και ετερόνυμων κλασμάτων (π.χ. $\frac{1}{4} + \frac{1}{8}$). Στη δεύτερη περίπτωση, προκύπτει η ανάγκη έκφρασης των τεμαχίων ως μέρος γης με κοινό παρονομαστή, ώστε να μπορέσουν να προστεθούν. Συνεπώς, τα κλάσματα πρέπει πρώτα να μετατραπούν σε ομώνυμα και μετά να προστεθούν.

Διερεύνηση 2 (σελ. 45)

Στόχος της διερεύνησης είναι να αντιληφθούν τα παιδιά ότι στην πρόσθεση και αφαίρεση ετερόνυμων κλασμάτων, χρειάζεται μετατροπή των ετερόνυμων κλασμάτων σε ομώνυμα. Η αξιοποίηση ράβδων κλασμάτων ή άλλων υλικών συμβάλλει στην κατανόηση της διαδικασίας αυτής.

Στο ερώτημα (α), τα παιδιά αναμένεται να παρατηρήσουν ότι η Σοφία τοποθέτησε στη θέση του κομματιού του $\frac{1}{2}$ δύο κομμάτια του $\frac{1}{4}$, αφού $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$. Συνολικά, όλα τα κομμάτια του $\frac{1}{4}$ είναι 3, άρα $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.

Στο ερώτημα (β), τα παιδιά αναμένεται να αναφέρουν ότι η Σοφία επέλεξε ράβδους σε τέταρτα, γιατί το ΕΚΠ των παρονομαστών των κλασμάτων είναι το 4. Θα μπορούσε να επιλέξει όμως και άλλες ράβδους, όπως τις ράβδους σε όγδοα ή σε δέκατα έκτα, αφού το 8 και το 16 είναι κοινά πολλαπλάσια του 2 και του 4. Αν επέλεγε ράβδους σε όγδοα, θα χρησιμοποιούσε 4 κομμάτια για να αναπαραστήσει το $\frac{1}{2}$ και 2 κομμάτια για να αναπαραστήσει το $\frac{1}{4}$. Άρα, $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{4}{8} + \frac{2}{8} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$. Αν επέλεγε ράβδους σε δέκατα έκτα, θα χρησιμοποιούσε 8 κομμάτια για να αναπαραστήσει το $\frac{1}{2}$ και 4 κομμάτια για να αναπαραστήσει το $\frac{1}{4}$. Άρα, $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{8}{16} + \frac{4}{16} = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$.

Στο ερώτημα (γ), τα παιδιά αναμένεται να αναφέρουν ότι η Σοφία μπορεί να χρησιμοποιήσει τις ράβδους σε έκτα, αφού $EKP(3,6)=6$ ή ράβδους σε δωδέκατα, αφού το 12 είναι κοινό πολλαπλάσιο του 3 και του 6.

Δραστηριότητα 3 (σελ. 50)

Το μαγικό τετράγωνο αναμένεται να συμπληρωθεί με τον ακόλουθο τρόπο:

$\frac{5}{24}$	$\frac{7}{24}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{5}{8}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{24}$
$\frac{1}{6}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{11}{24}$

Επίλυση προβλήματος (σελ. 52 – 53)

Στόχος της επίλυσης προβλήματος είναι η επαναφορά όλων των εννοιών των κλασμάτων που έχουν διδαχθεί μέχρι τώρα τα παιδιά, για την επίλυση ενός προβλήματος της καθημερινής ζωής. Στο ερώτημα (α), τα παιδιά αναμένεται να παρατηρήσουν ότι με βάση το διάγραμμα, την πρώτη μέρα είχε επιτευχθεί το $\frac{1}{4}$ του στόχου του εράνου. Άρα, οι δηλώσεις που μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να περιγράψουν την πρόοδο του εράνου κατά την 1^η μέρα είναι οι δηλώσεις Α, Β και Δ.

Στο ερώτημα (β), τα παιδιά μπορούν να γράψουν δηλώσεις όπως τις πιο κάτω:

- Απομένει να μαζευτούν €3000 μέχρι να επιτύχουμε τον στόχο μας.
- Απομένουν να επιτευχθούν τα $\frac{3}{4}$ του στόχου μας.
- Έχουμε επιτύχει τα $\frac{3}{12}$ του στόχου μας.

Στο ερώτημα (γ) (i), τα παιδιά αναμένεται να γράψουν την πιο κάτω μαθηματική πρόταση:

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}.$$

Στο ερώτημα (ii), τα παιδιά αναμένεται να απαντήσουν ότι αφού μέχρι τη 2^η μέρα είχαν επιτευχθεί τα $\frac{3}{4}$ του στόχου, είχαν μαζευτεί συνολικά €3000.

Στο ερώτημα (iii), τα παιδιά αναμένεται να παρουσιάσουν στο διάγραμμα την πρόοδο του εράνου μέχρι και τη 2^η μέρα με τον ακόλουθο τρόπο:



Στο ερώτημα (iv) τα παιδιά μπορούν να γράψουν δηλώσεις όπως τις πιο κάτω:

- Έχουμε επιτύχει τα $\frac{3}{4}$ του στόχου μας.
- Έχουμε μαζέψει €3000.
- Απομένει να μαζευτούν €1000 μέχρι να επιτύχουμε τον στόχο μας.
- Απομένει να επιτευχθεί το $\frac{1}{4}$ του στόχου μας.

Στο ερώτημα (δ) (i), τα παιδιά αναμένεται να απαντήσουν ότι τα €500 από τις €4000 αντιστοιχούν στο $\frac{1}{8}$ του στόχου. Στο ερώτημα (ii) τα παιδιά, για να υπολογίσουν το μέρος του στόχου που επιτεύχθηκε συνολικά κατά τις τρεις πρώτες μέρες του εράνου, αναμένεται να γράψουν την ακόλουθη μαθηματική πρόταση:

$$\frac{3}{4} + \frac{1}{8} = \frac{6}{8} + \frac{1}{8} = \frac{7}{8}.$$

Δραστηριότητες Εμπλουτισμού

Δραστηριότητα 2 (σελ. 65)

Η ορθή απάντηση είναι το Β $\frac{5}{12}$.

Δραστηριότητα 4 (σελ. 65)

Τα παιδιά αναμένεται να εργαστούν με τον ακόλουθο τρόπο:

- Ο Φώτης έχει συνολικά €120. Τα $\frac{3}{4}$ των χρημάτων του είναι ίσα με €90 (το $\frac{1}{4}$ του 120 είναι το 30, άρα τα $\frac{3}{4}$ του 120 είναι ίσα με $3 \times 30 = 90$).
- Τα $\frac{2}{5}$ των χρημάτων του Τάσου είναι ίσα με €90. Άρα, το $\frac{1}{5}$ των χρημάτων του είναι ίσο με €45.
- Άρα, ο Τάσος έχει συνολικά $5 \times 45 = €225$.

Δραστηριότητα 5 (σελ. 66)

Ενδεικτικές απαντήσεις, θεωρώντας ότι οι 6 φίλοι έφαγαν τις 3 πίτσες, οι οποίες κόπηκαν όπως φαίνεται στην εικόνα (η πίτσα Α κόβεται σε τρίτα, η πίτσα Β κόβεται σε τέταρτα και η πίτσα Γ κόβεται σε έκτα):

- Τρεις από τους έξι φίλους τρώνε από ένα τρίτο (ένα κομμάτι της πίτσας Α) και οι άλλοι τρεις τρώνε από δύο έκτα (δύο κομμάτια της πίτσας Γ). Στη συνέχεια οι 6 φίλοι χωρίζουν την πίτσα Β (που είναι κομμένη σε τέταρτα) σε δωδέκατα και τρώνε από 2 δωδέκατα.
- Τρεις φίλοι τρώνε από ένα τρίτο (ένα κομμάτι της πίτσας Α) και από ένα έκτο (ένα κομμάτι της πίτσας Γ). Ο τέταρτος τρώει τρία έκτα (τρία κομμάτια της πίτσας Γ). Οι άλλοι δύο φίλοι τρώνε από δύο τέταρτα (δύο κομμάτια της πίτσας Β).
- Η πίτσα Α (που είναι κομμένη σε τρίτα) χωρίζεται σε έκτα. Οι έξι φίλοι καταναλώνουν την πίτσα Α και την πίτσα Γ (και οι δύο είναι πλέον χωρισμένες σε έκτα), τρώγοντας από δύο έκτα. Στη συνέχεια οι 6 φίλοι χωρίζουν την πίτσα Β (που είναι κομμένη σε τέταρτα) σε δωδέκατα και τρώνε από 2 δωδέκατα.

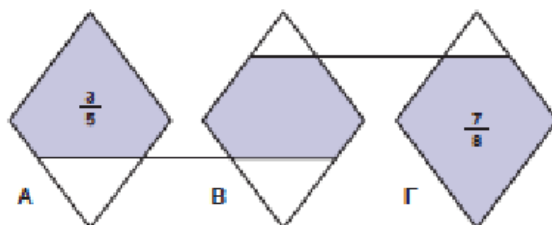
Δραστηριότητα 7 (σελ. 67)

Η ορθή απάντηση είναι:

$$\boxed{\frac{1}{4}} + \boxed{\frac{1}{5}} + \boxed{\frac{1}{20}} = \frac{1}{2}$$

Δραστηριότητα 9 (σελ. 68)

Τα παιδιά αναμένεται να εργαστούν με τον ακόλουθο τρόπο:



- Το κομμάτι που είναι ασκίαστο στο σχήμα Α είναι ίσο με τα $\frac{2}{5}$ του σχήματος.
- Το κομμάτι που είναι ασκίαστο στο σχήμα Γ είναι ίσο με το $\frac{1}{8}$ του σχήματος.
- Άρα, το κομμάτι που είναι σκιασμένο στο σχήμα Β είναι ίσο με $1 - \left(\frac{2}{5} + \frac{1}{8}\right) = \frac{19}{40}$.

Δραστηριότητα 11 (σελ. 69)

Τα παιδιά αναμένεται να εργαστούν με τον ακόλουθο τρόπο:

- Με βάση τη γραφική παράσταση, το $\frac{1}{4}$ των παιδιών διάλεξαν τη γεύση φράουλα.
- Τα παιδιά που προτιμούν τη γεύση τριαντάφυλλο είναι όσα και τα παιδιά που διάλεξαν φράουλα και κεράσι μαζί, δηλαδή, $\frac{1}{4} + \frac{1}{12} = \frac{1}{3}$.
- Τα παιδιά που διάλεξαν σοκολάτα είναι όσα και τα παιδιά που διάλεξαν βανίλια. Όλα τα παιδιά που διάλεξαν τις δύο αυτές γεύσεις είναι ίσα με $1 - (\frac{1}{4} + \frac{1}{12} + \frac{1}{3}) = \frac{4}{12}$. Άρα, τα παιδιά που προτιμούν τη γεύση βανίλια είναι τα $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$ των παιδιών και τα παιδιά που προτιμούν τη γεύση σοκολάτα είναι τα $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$ των παιδιών.
- Αφού το $\frac{1}{6}$ ισούται με 40 παιδιά, τότε όλα τα παιδιά που απάντησαν στην ερώτηση ήταν 240 (6×40). Ο πίνακας αναμένεται να συμπληρωθεί με τον ακόλουθο τρόπο:

Αγαπημένη γεύση παγωτού	Φράουλα	Κεράσι	Βανίλια	Τριαντάφυλλο	Σοκολάτα
Κλάσμα παιδιών	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$
Αριθμός παιδιών	60	20	40	80	40

Δραστηριότητα 12 (σελ. 70)

Η ορθή απάντηση στο ερώτημα (α) είναι 27.

Στο ερώτημα (β), εκ παραδρομής ο παρονομαστής στο δεύτερο κλάσμα γράφτηκε λάθος. Η ορθή άσκηση είναι η πιο κάτω:

$$\frac{2}{*} - \frac{*}{5} = \frac{1}{15}$$

Η ορθή απάντηση είναι $* = 3$.

Δραστηριότητα 13 (σελ. 70)

Στο ερώτημα (β) υπάρχουν περισσότερες από μία ορθές λύσεις.

Ενδεικτικά:

$$\frac{3}{4} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$$

$$\frac{5}{8} = \frac{1}{2} + \frac{1}{8}$$

Για τη συγκεκριμένη δραστηριότητα μπορεί να αξιοποιηθεί το εφαρμογίδιο στην ιστοσελίδα <http://www.mathcats.com/explore/oldegyptianfractions/index.html>.



ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑ

Γίνεται εισήγηση όπως χρησιμοποιούνται σε διάφορες περιπτώσεις εφαρμογίδια, όπως τα πιο κάτω:

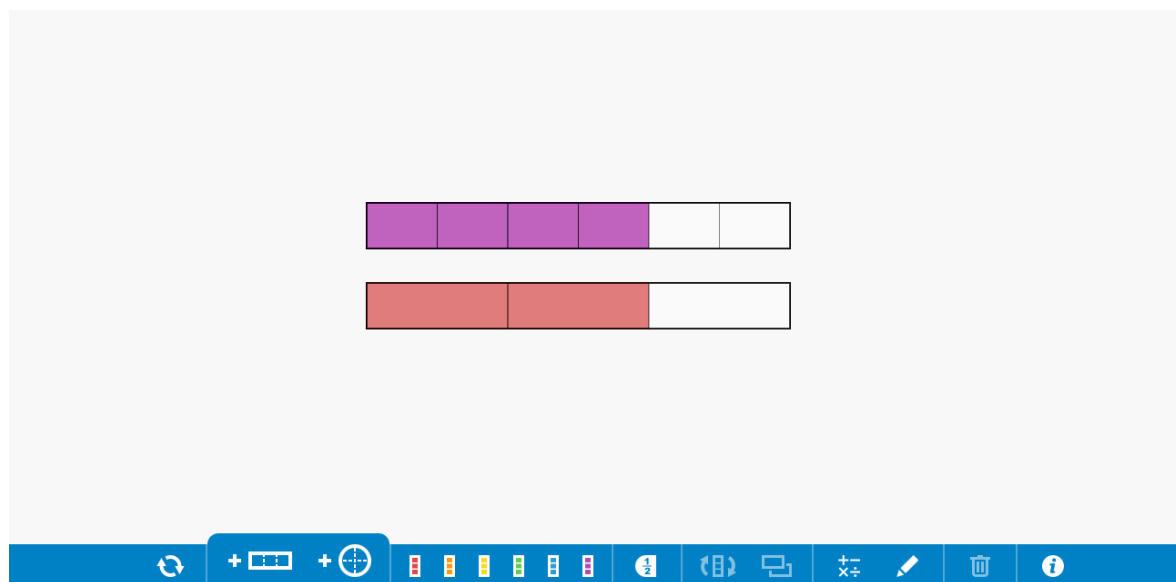
1. Ανοικτά εφαρμογίδια για κλάσματα

1.1 Ιστοσελίδα

Φ Φιλικό προς οθόνες αφής

<https://apps.mathlearningcenter.org/fractions/>

Το εφαρμογίδιο προσφέρει ένα ανοικτό περιβάλλον, στο οποίο τα παιδιά μπορούν να διερευνήσουν την έννοια του κλάσματος, την ισοδυναμία και τη σύγκριση κλασμάτων.



1.2 Ιστοσελίδα

https://phet.colorado.edu/sims/html/fractions-intro/latest/fractions-intro_en.html

Το εφαρμογίδιο μπορεί να αξιοποιηθεί κατά την διδασκαλία της έννοιας του κλάσματος καθώς και τις έννοιες της ισοδυναμίας και της σύγκρισης κλασμάτων. Το εφαρμογίδιο μπορεί να αξιοποιηθεί με 3 διαφορετικούς τρόπους:

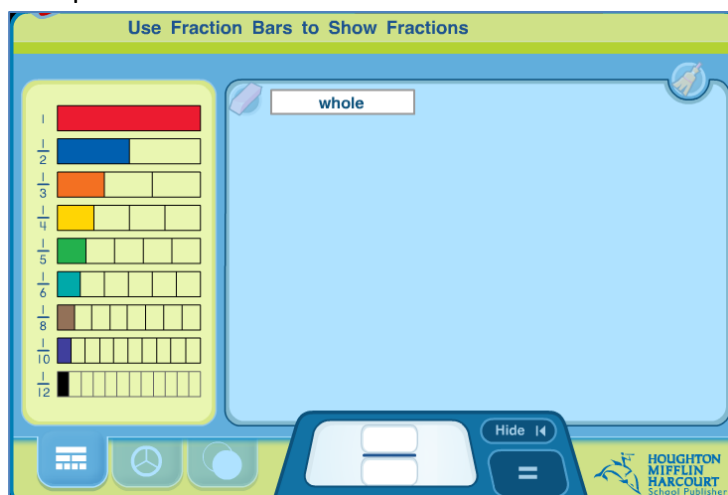
- Με την επιλογή Intro τα παιδιά διερευνούν την έννοια του κλάσματος ως μέρος επιφάνειας
- Με την επιλογή Game τα παιδιά γράφουν κλάσματα που αντιστοιχούν σε μια επιφάνεια ή σχεδιάζουν επιφάνεια με βάση κλάσματα
- Με την επιλογή Lab τα παιδιά μπορούν να σχηματίσουν κλάσματα και να διερευνήσουν ισοδύναμα κλάσματα.



1.3 Ιστοσελίδα

https://www-k6.thinkcentral.com/content/hsp/math/hspmath/na/common/itools_int_9780547584997_/fractions.html

Το εφαρμογίδιο δίνει τη δυνατότητα αναπαράστασης, σύγκρισης, πρόσθεσης και αφαίρεσης κλασμάτων.

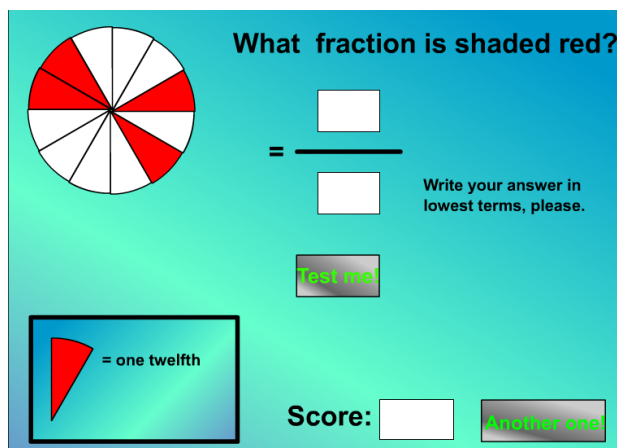


2. Εφαρμογίδα για έννοια κλάσματος

2.1 Ιστοσελίδα

<http://mathematics.hellam.net/maths2000/fraction1.swf>

Τα παιδιά καλούνται να καθορίσουν το μέρος της επιφάνειας που είναι σκιασμένο, χρησιμοποιώντας ένα κλάσμα στην απλούστερη δυνατή μορφή.

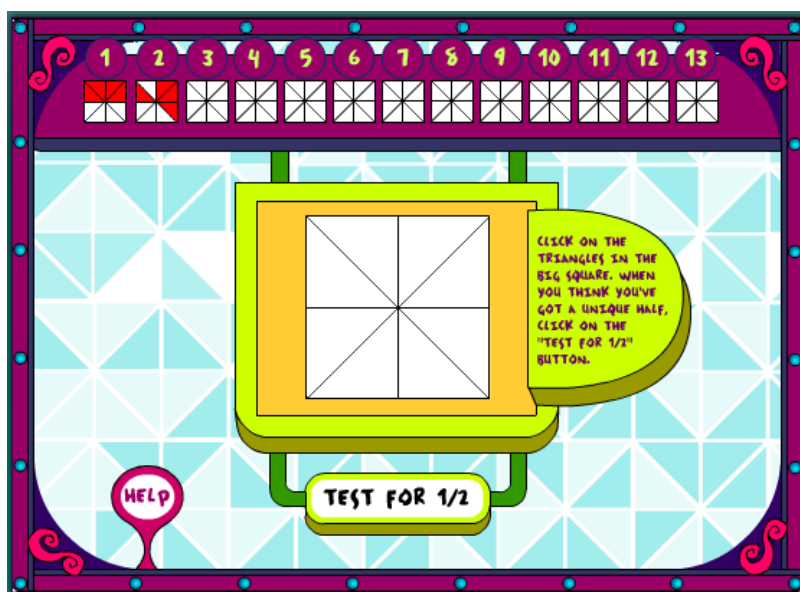


The screenshot shows a game interface with a blue background. On the left, a circle is divided into 12 equal sectors, with 4 sectors shaded red. Below the circle, a legend shows a single red sector labeled "= one twelfth". To the right, the text "What fraction is shaded red?" is displayed above a fraction bar with two empty boxes for the numerator and denominator. Below the fraction bar, the instruction "Write your answer in lowest terms, please." is shown. There are two buttons: "Test me!" and "Another one!". At the bottom left, a "Score:" label is followed by an empty box.

2.2 Ιστοσελίδα

<http://pbskids.org/cyberchase/math-games/thirteen-ways-looking-half/>

Τα παιδιά καλούνται να παρουσιάσουν με 13 διαφορετικούς τρόπους το κλάσμα $\frac{1}{2}$ σε μια τετραγωνική επιφάνεια που είναι χωρισμένη σε 8 μέρη.



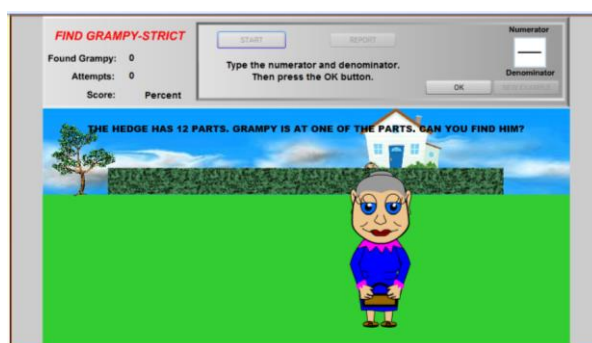
The screenshot shows a game interface with a purple border and a light blue background with a white triangle pattern. At the top, there are 13 numbered buttons (1-13) above a row of 13 squares. The first two squares are shaded with a red and white triangle pattern. In the center, a large yellow square is divided into 8 equal triangles. A speech bubble next to it says: "CLICK ON THE TRIANGLES IN THE BIG SQUARE. WHEN YOU THINK YOU'VE GOT A UNIQUE HALF, CLICK ON THE 'TEST FOR 1/2' BUTTON." Below the yellow square is a "TEST FOR 1/2" button. In the bottom left corner, there is a "HELP" button.

2.3 Ιστοσελίδα

<http://www.visualfractions.com/FindGrampy/findgrampy.html> και

<http://www.visualfractions.com/GrampStrict/findgrampystrict.html>

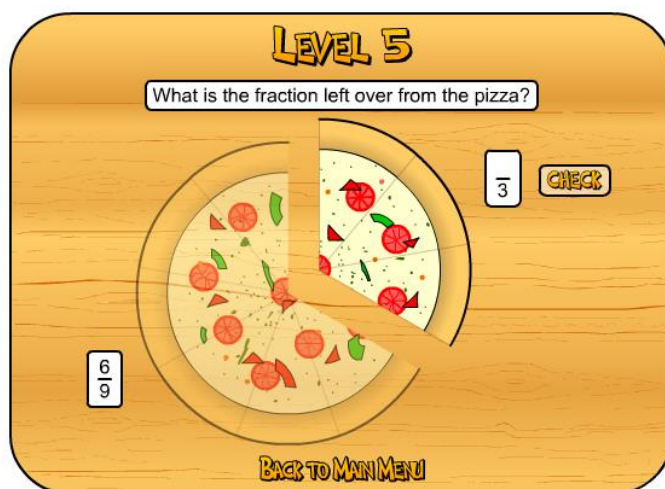
Τα παιδιά καλούνται να εκτιμήσουν ποιο κλάσμα δείχνει τη θέση του ατόμου που κρύβεται πίσω από τον φράκτη (ακέραια μονάδα που δηλώνεται σε πόσα ίσα κομμάτια είναι χωρισμένη). Στην πρώτη παραλλαγή της δραστηριότητας δίνεται ο παρονομαστής του κλάσματος και ζητείται ο αριθμητής. Στη δεύτερη παραλλαγή τα παιδιά καλούνται να γράψουν και τους δύο όρους του κλάσματος.



2.4 Ιστοσελίδα

http://www.bgfl.org/bgfl/custom/resources_ftp/client_ftp/ks2/maths/fractions/level5.htm

Τα παιδιά καλούνται να καθορίσουν τι μέρος της πίτσας έμεινε, λαμβάνοντας υπόψη το μέρος που έχει φαγωθεί. Απαιτούνται μετατροπές σε ισοδύναμα κλάσματα.

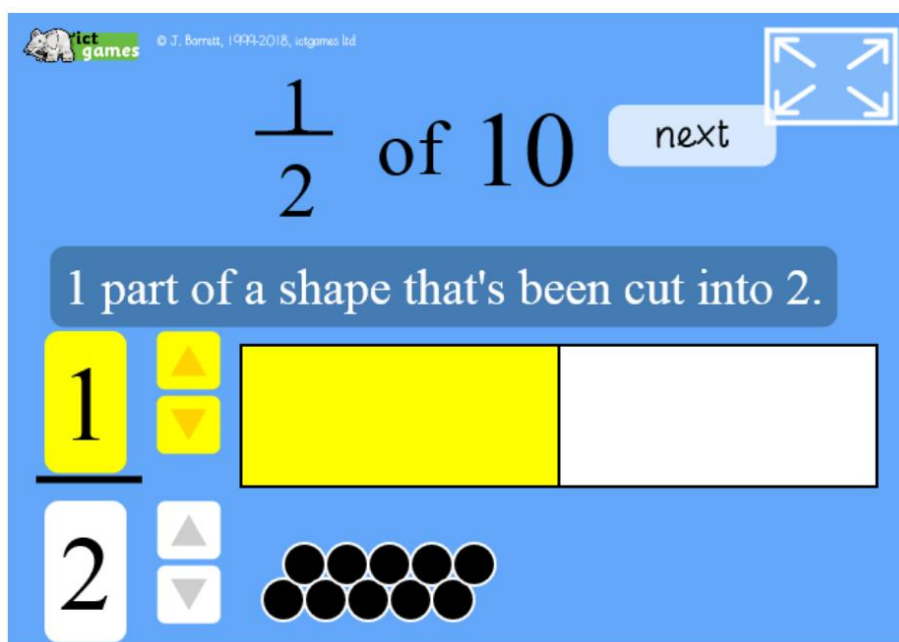


2.5 Ιστοσελίδα

Φιλικό προς οθόνες αφής

<http://www.ictgames.com/mobilePage/fractions/index.html>

Το εφαρμογίδιο δίνει τη δυνατότητα στα παιδιά να υπολογίσουν με τη βοήθεια σχηματικής αναπαράστασης το μέρος ενός συνόλου.

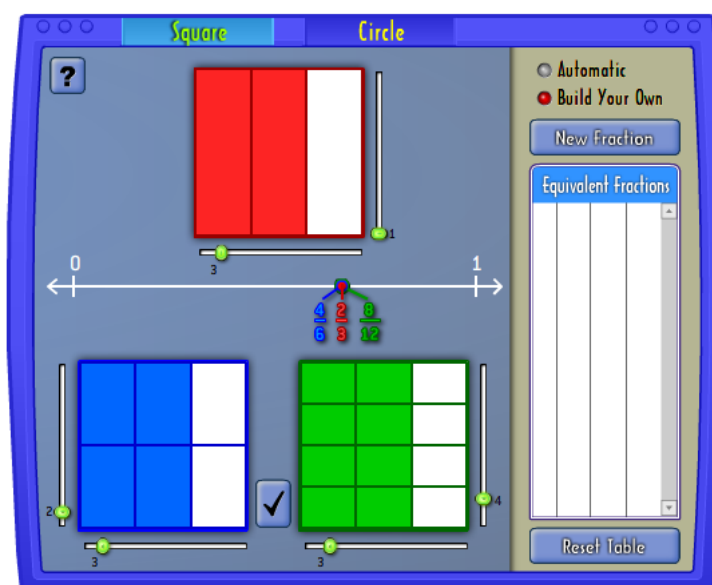


3. Εφαρμογίδια για ισοδυναμία και σύγκριση κλασμάτων

3.1 Ιστοσελίδα

<https://illuminations.nctm.org/Activity.aspx?id=3510>

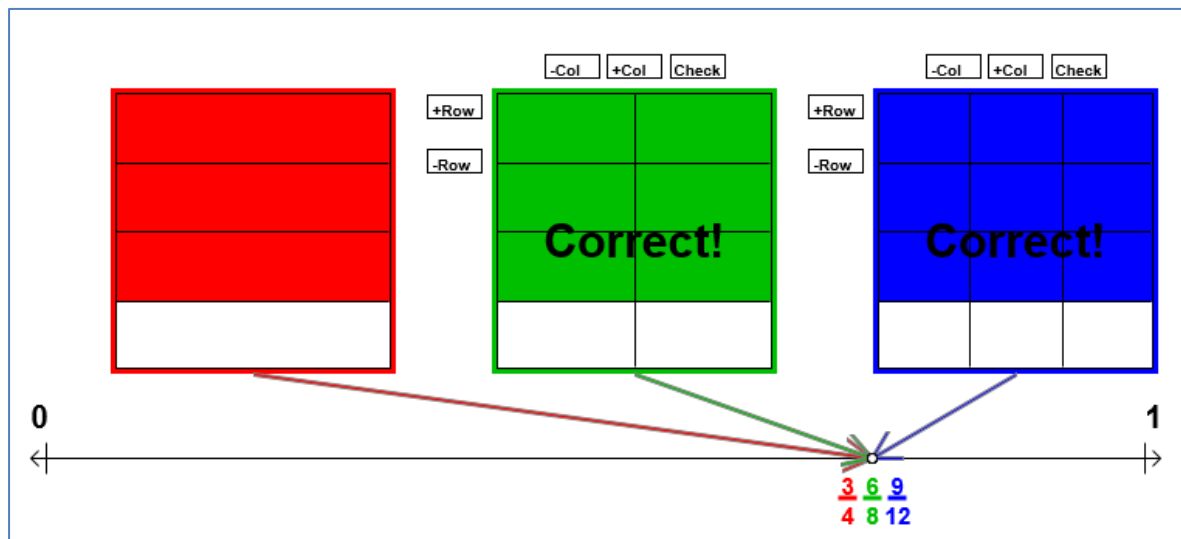
Το εφαρμογίδιο δίνει τη δυνατότητα διερεύνησης ισοδύναμων κλασμάτων.



3.2 Ιστοσελίδα

<http://www.shodor.org/interactivate/activities/EquivFractionFinder/>

Το εφαρμογίδιο δίνει τη δυνατότητα διερεύνησης ισοδύναμων κλασμάτων.



3.3 Λογισμικό «Παίζω με τους αριθμούς» - Ράβδοι κλασμάτων

Το εργαλείο μπορεί να αξιοποιηθεί τόσο για εύρεση ισοδύναμων κλασμάτων όσο και για σύγκριση κλασμάτων, χρησιμοποιώντας κλασματικές ράβδους

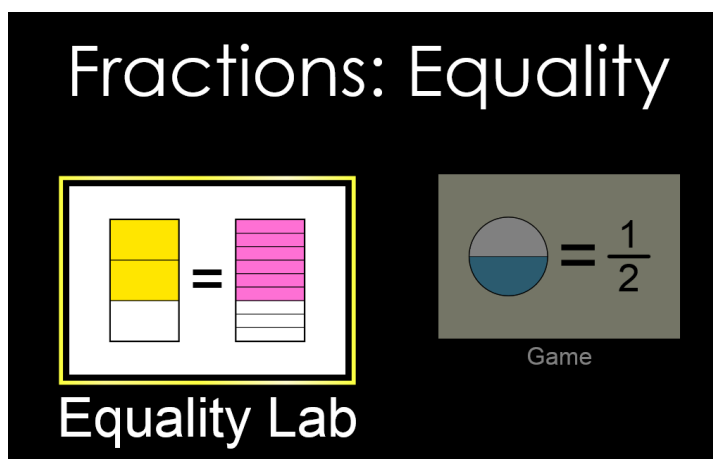
The screenshot shows the "Παίζω με τους αριθμούς" (Play with Numbers) software interface. It features a fraction bar divided into 12 equal parts, with the first part labeled $\frac{1}{12}$. The bar is divided into sections of $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{9}$, and $\frac{1}{12}$. The interface includes a character, a slider, and various controls.

3.4 Ιστοσελίδα

Φιλικό προς οθόνες αφής

https://phet.colorado.edu/sims/html/fractions-equality/latest/fractions-equality_en.html

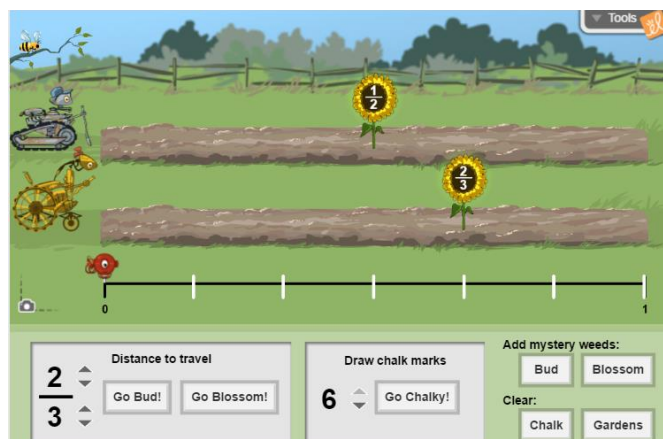
Το εφαρμογίδιο δίνει τη δυνατότητα σχηματισμού ισοδύναμων κλασμάτων με σχηματικές αναπαραστάσεις (Επιλογή Equality Lab) και την αναγνώριση ισοδύναμων κλασμάτων τα οποία παρουσιάζονται με διάφορες μορφές (επιλογή Game).



3.5 Ιστοσελίδα

<http://www.explorelarning.com/index.cfm?method=cResource.dspView&ResourceID=1004>

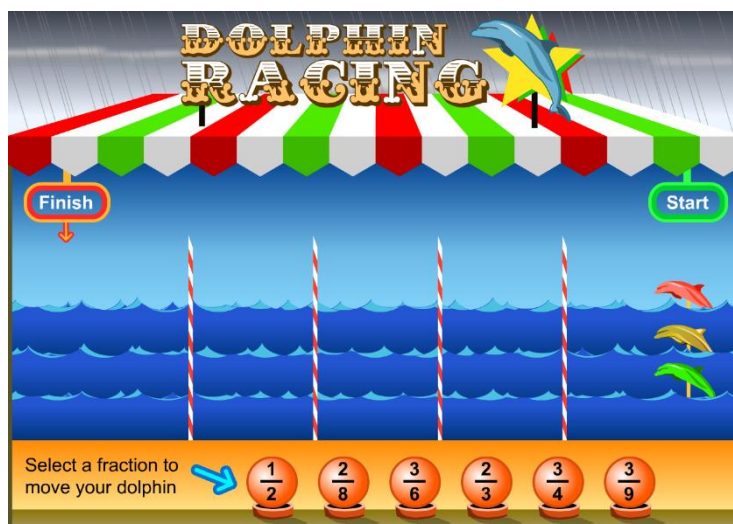
Το εφαρμογίδιο δίνει τη δυνατότητα για διερεύνηση της έννοιας της ισοδυναμίας κλασμάτων και της σύγκρισης κλασμάτων. Δύο ρομπότ φυτεύουν λουλούδια σε διάφορα σημεία του κήπου, ανάλογα με το κλάσμα που καθορίζει ο χρήστης με την επιλογή "Distance to travel". Στο κάτω μέρος υπάρχει αριθμητική γραμμή, η οποία μπορεί να χωριστεί σε μέρη με την επιλογή "Draw chalk marks". Τα παιδιά καλούνται να συγκρίνουν τα κλάσματα που παρουσιάζονται κάθε φορά.



3.6 Ιστοσελίδα

<http://flash.topmarks.co.uk/4196>

Τα παιδιά καλούνται να επιλέξουν το μεγαλύτερο από τα κλάσματα που παρουσιάζονται ώστε το δελφίνι που επιλέγουν να κερδίσει την κούρσα.



3.7 Ιστοσελίδα

https://www.mathplayground.com/ASB_TugTeamFractions.html

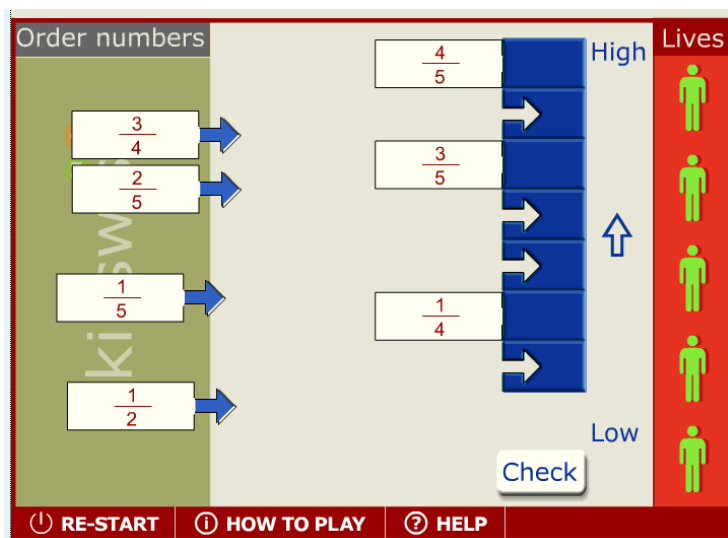
Τα παιδιά μπορούν να αξιοποιήσουν το εφαρμογίδιο για να συγκρίνουν κλάσματα, εφαρμόζοντας διάφορες στρατηγικές.



3.8 Ιστοσελίδα

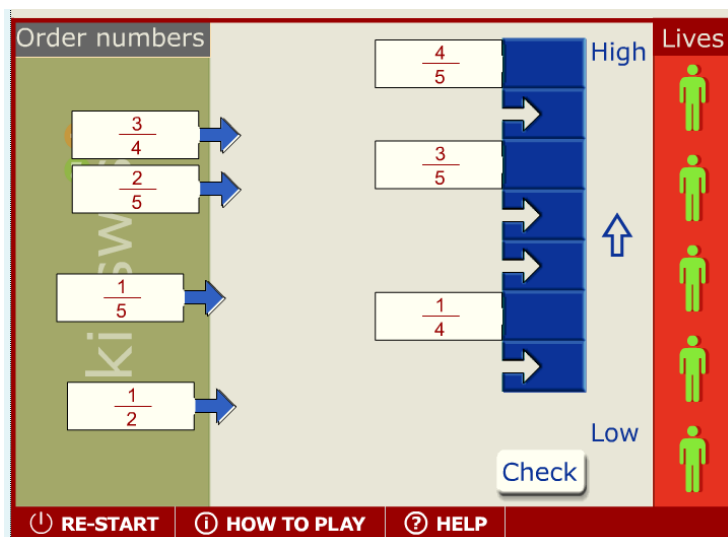
<http://www.bbc.co.uk/skillswise/game/ma17frac-game-ordering-fractions>

Τα παιδιά καλούνται να σειροθετήσουν τους κλασματικούς αριθμούς που παρουσιάζονται.



3.9 Ιστοσελίδα <http://www.bbc.co.uk/skillswise/game/ma17frac-game-ordering-fractions>

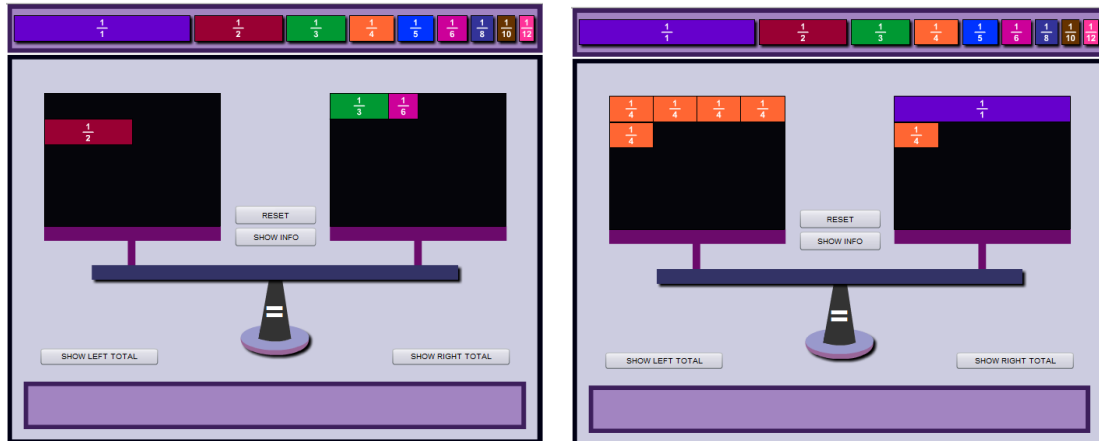
Τα παιδιά καλούνται να σειροθετήσουν τους κλασματικούς αριθμούς που παρουσιάζονται.



3.10 Ιστοσελίδα

http://www.mathplayground.com/Scale_Fractions.html

Τα παιδιά καλούνται να τοποθετήσουν ράβδους κλασμάτων ώστε η ζυγαριά να ισορροπεί. Το εφαρμογίδιο μπορεί να αξιοποιηθεί σε σχέση με: (α) ισοδυναμία κλασμάτων και (β) άθροισμα κλασμάτων

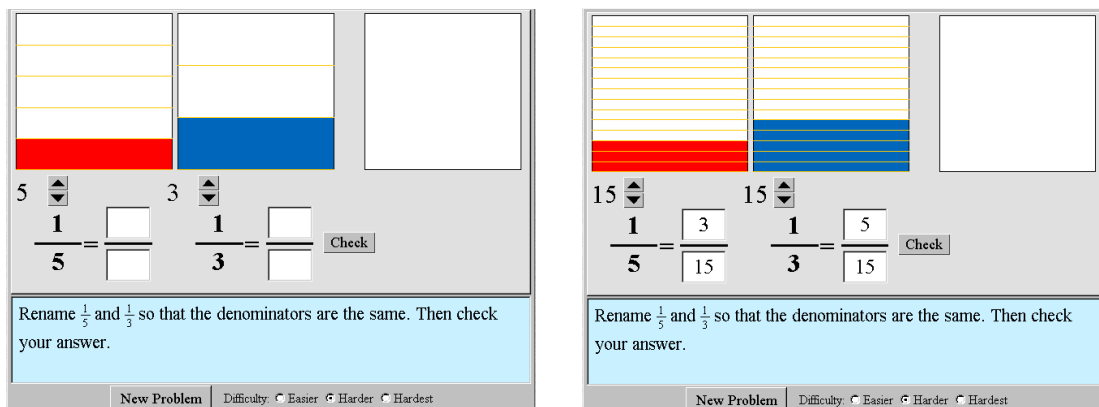


4. Εφαρμογίδια για πρόσθεση και αφαίρεση κλασμάτων

4.1 Ιστοσελίδα

http://nlvm.usu.edu/en/nav/frames_asid_106_g_3_t_1.html

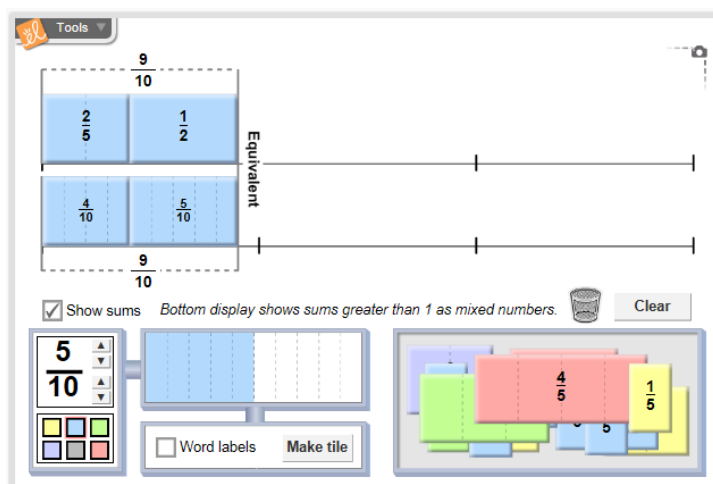
Το εφαρμογίδιο δίνει τη δυνατότητα για διερεύνηση και αναπαράσταση της πρόσθεσης ετερόνομων κλασμάτων, όπου προκύπτει η αναγκαιότητα για μετατροπή των κλασμάτων σε ομώνυμα.



4.2 Ιστοσελίδα

<http://www.explorelarning.com/index.cfm?method=cResource.dspDetail&ResourceID=1027>

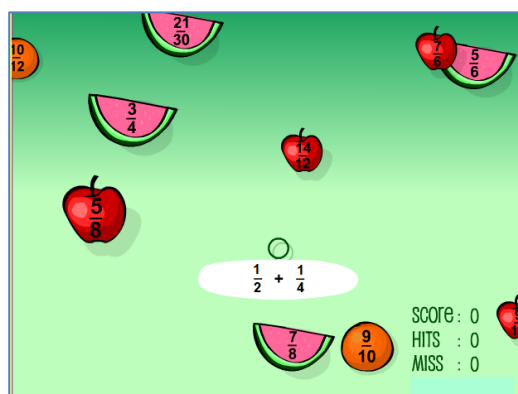
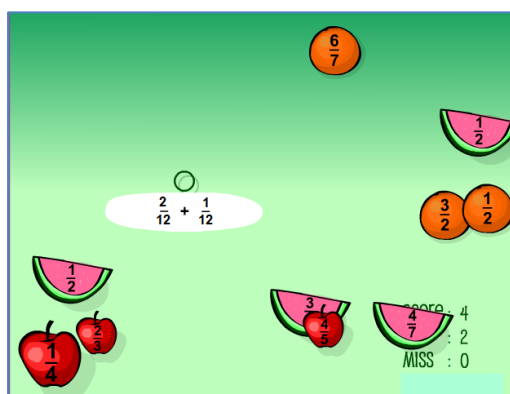
Το εφαρμογίδιο δίνει τη δυνατότητα για διερεύνηση και αναπαράσταση της πρόσθεσης κλασμάτων. Στην περίπτωση της πρόσθεσης ετερόνυμων κλασμάτων προκύπτει η αναγκαιότητα για μετατροπή των κλασμάτων σε ομώνυμα.



4.3 Ιστοσελίδα

<http://www.sheppardsoftware.com/mathgames/fractions/FruitShootFractionsAddition.htm>

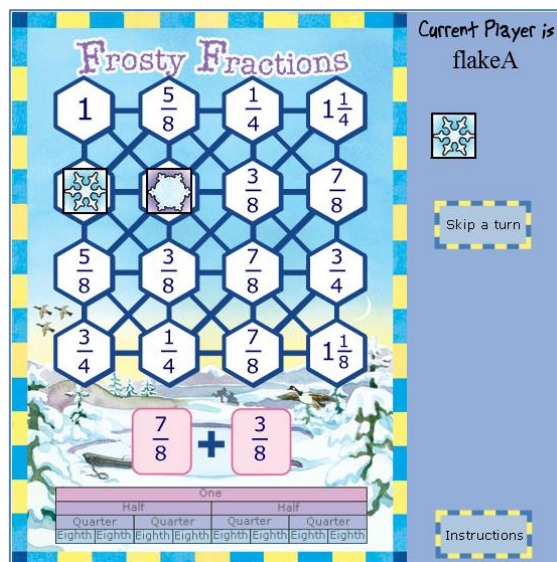
Το εφαρμογίδιο δίνει τη δυνατότητα για εξάσκηση σε προσθέσεις κλασμάτων. Υπάρχουν διαφορετικές περιπτώσεις και αντίστοιχα επίπεδα δυσκολίας (π.χ. πρόσθεση ομώνυμων κλασμάτων με ή χωρίς απλοποίηση, πρόσθεση ετερόνυμων κλασμάτων με ή χωρίς απλοποίηση).



4.4 Ιστοσελίδα

<http://www.counton.org/games/map-fractions/frosty/>

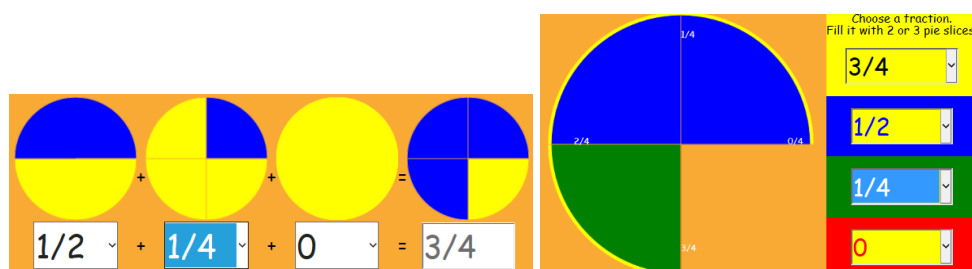
Τα παιδιά καλούνται να βρουν το άθροισμα 2 κλασματικών αριθμών. Υπάρχουν προσθέσεις με άθροισμα μικρότερο ή μεγαλύτερο από τη μονάδα και περιπτώσεις πρόσθεσης ομώνυμων ή ετερόνυμων κλασμάτων.



4.5 Ιστοσελίδα

<http://www.mathcats.com/explore/oldegyptianfractions/index.html>

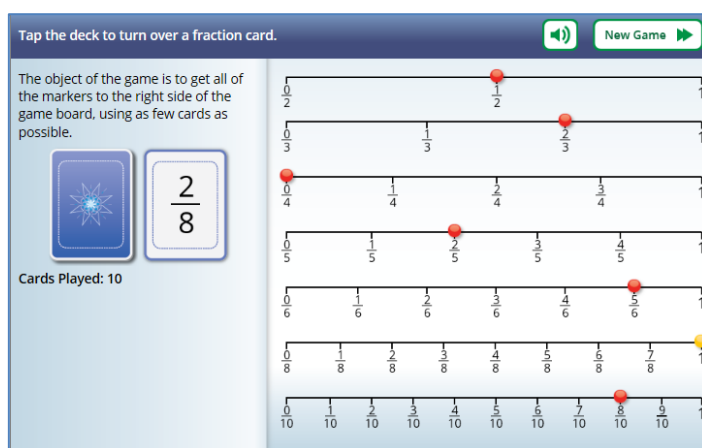
Το εφαρμογίδιο μπορεί να αξιοποιηθεί για την τελική διερεύνηση των μαθημάτων 14-16 (σ.46), όπου τα παιδιά καλούνται να γράψουν συγκεκριμένα κλάσματα ως άθροισμα εναδικών κλασμάτων.



4.6 Ιστοσελίδα

<http://illuminations.nctm.org/Activity.aspx?id=4148>

Στόχος του παιχνιδιού είναι τα παιδιά να μεταφέρουν όλους τους δείκτες στη δεξιά πλευρά του πίνακα, χρησιμοποιώντας όσο το δυνατόν λιγότερες κάρτες. Για να το επιτύχουν αυτό, τα παιδιά θα πρέπει να αξιοποιήσουν έννοιες όπως η ισοδυναμία κλασμάτων, η πρόσθεση κλασμάτων και η συμπλήρωση ακέραιας μονάδας. Για παράδειγμα, η κάρτα $\frac{2}{8}$ μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να προχωρήσει ο δείκτης κατά $\frac{1}{4}$. Ο δείκτης που βρίσκεται στον αριθμό $\frac{5}{6}$ μπορεί να φτάσει στον αριθμό 1, όταν εμφανιστεί η κάρτα με τον αριθμό $\frac{1}{6}$.



4.7 Ιστοσελίδα

<https://www.explorelearning.com/index.cfm?method=cResource.dspView&ResourceID=215>

Τα παιδιά κάνουν εκτίμηση του αθροίσματος ή της διαφοράς δύο κλασμάτων, χρησιμοποιώντας αναπαραστάσεις με κύκλους κλασμάτων.