

ΕΝΟΤΗΤΑ 6

ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ-ΔΙΑΙΡΕΣΗ (ΜΕΡΟΣ Β΄)

Στον πιο κάτω πίνακα παρουσιάζονται οι δείκτες επιτυχίας και επάρκειας που αντιστοιχούν στην Ενότητα 6.

ΔΕΙΚΤΕΣ ΕΠΙΤΥΧΙΑΣ	ΔΕΙΚΤΕΣ ΕΠΑΡΚΕΙΑΣ	ΠΡΟΥΠΑΡΧΟΥΣΕΣ ΓΝΩΣΕΙΣ	ΝΕΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ
Πράξεις αριθμών			
<p>7.(Αρ2.13) Αναπτύσσουν και εφαρμόζουν αλγόριθμους της πρόσθεσης, της αφαίρεσης, του πολλαπλασιασμού με τριψήφιους αριθμούς και της διαίρεσης με μονοψήφιο διαιρέτη, χρησιμοποιώντας ποικιλία στρατηγικών, μέσων και αναπαραστάσεων.</p> <p>(Αρ3.13) Αναπτύσσουν και εφαρμόζουν αλγόριθμους των τεσσάρων πράξεων με ακέραιους αριθμούς, χρησιμοποιώντας ποικιλία στρατηγικών, μέσων και αναπαραστάσεων.</p>	<p>7.2 Κατανοούν τον πολλαπλασιασμό και τη διαίρεση ως αντίστροφες πράξεις.</p> <p>7.3 Υπολογίζουν το γινόμενο αριθμών (όπου ο ένας παράγοντας είναι μονοψήφιος) και το πηλίκο αριθμών (όπου ο διαιρέτης είναι μονοψήφιος), χρησιμοποιώντας στρατηγικές που βασίζονται στην αξία θέσης ψηφίου και στις ιδιότητες των πράξεων, με τη βοήθεια πραγματικών αντικειμένων, εικόνων και εφαρμογιδίων.</p> <p>7.4 Εφαρμόζουν τον κατακόρυφο αλγόριθμο της διαίρεσης με μονοψήφιο διαιρέτη.</p>	<p>✓ <i>Μοτίβα πολλαπλασιασμού</i></p> <p>✓ <i>Κατακόρυφος αλγόριθμος πολλαπλασιασμού (ο ένας παράγοντας είναι μονοψήφιος αριθμός), χρησιμοποιώντας στρατηγικές και διάφορα υλικά.</i></p> <p>✓ <i>Κατακόρυφος αλγόριθμος πολλαπλασιασμού (ο ένας παράγοντας είναι μονοψήφιος αριθμός)</i></p>	<p>✓ Κατακόρυφος αλγόριθμος διαίρεσης (ο διαιρέτης είναι μονοψήφιος αριθμός), χρησιμοποιώντας στρατηγικές και διάφορα υλικά.</p> <p>✓ Κατακόρυφος αλγόριθμος διαίρεσης (ο διαιρέτης είναι μονοψήφιος αριθμός)</p>
<p>9.(Αρ3.16) Χρησιμοποιούν και διατυπώνουν στρατηγικές εκτέλεσης νοερών υπολογισμών με ακέραιους και δεκαδικούς αριθμούς.</p>	<p>9.2 Εκτελούν νοερούς υπολογισμούς γινομένων και πηλίκων με τη χρήση στρατηγικών.</p>	<p>✓ <i>Μοτίβα πολλαπλασιασμού 2, 5 και 10</i></p> <p>✓ <i>Κριτήρια διαιρετότητας του 2, 5 και 10</i></p>	<p>✓ Νοεροί υπολογισμοί γινομένων και πηλίκου με τη χρήση στρατηγικών</p>

<p>12.(Αρ2.9) Αναγνωρίζουν και ονομάζουν τους όρους: άθροισμα, διαφορά, γινόμενο, πηλίκο, μειωτέος, αφαιρετέος, προσθετέος, διαιρέτης, διαιρετέος, υπόλοιπο, παράγοντας.</p>	<p>12.1 Αναγνωρίζουν και χρησιμοποιούν τους όρους παράγοντας, διαιρέτης, διαιρετέος, υπόλοιπο και πηλίκο.</p>	<p>✓ Άθροισμα, διαφορά, παράγοντας γινόμενο, πηλίκο</p>	<p>✓ Παράγοντας, διαιρέτης, διαιρετέος, υπόλοιπο</p>
Επίλυση και κατασκευή προβλήματος			
<p>5.(Αλ2.6) Κατασκευάζουν εξισώσεις για την επίλυση προβλημάτων και επιλύουν απλές εξισώσεις στις οποίες η μεταβλητή αναπαρίσταται με διαφορετικούς τρόπους (π.χ. τετράγωνο, κενό).</p>	<p>5.1 Επιλύουν προβλήματα με τη χρήση κατάλληλων μαθηματικών προτάσεων, στα οποία η άγνωστη ποσότητα αναπαρίσταται με σύμβολο (π.χ. τετράγωνο, κενό, γράμμα)</p>	<p>✓ Επίλυση και κατασκευή προβλημάτων ρουτίνας αθροιστικής και πολλαπλασιαστικής δομής ενός βήματος.</p> <p>✓ Έννοια ισότητας και ανισότητας</p>	<p>✓ Αναπαράσταση προβλημάτων με τη χρήση μαθηματικών προτάσεων, στα οποία η άγνωστη ποσότητα αναπαρίσταται με σύμβολο</p>
<p>14.(Αρ2.17) Διατυπώνουν και επιλύουν προβλήματα διαδικασίας και λεκτικά προβλήματα με περισσότερες από μία πράξεις και ελέγχουν τη λογικότητα της απάντησής τους.</p>	<p>14.1 Επιλύουν και κατασκευάζουν προβλήματα αθροιστικής δομής (αλλαγής, ομαδοποίησης, σύγκρισης) και πολλαπλασιαστικής δομής (σύγκρισης, αναλογίας).</p>		<p>✓ Επίλυση και κατασκευή προβλημάτων ρουτίνας πολλαπλασιαστικής δομής (σύγκρισης, αναλογίας) ενός και δύο βημάτων.</p>
<p>6. (Αλ3.11) Επιλύουν και κατασκευάζουν προβλήματα ρουτίνας πολλαπλών βημάτων και προβλήματα διαδικασίας.</p>	<p>6.1 Επιλύουν προβλήματα ρουτίνας αθροιστικής και πολλαπλασιαστικής δομής μίας και δύο πράξεων.</p> <p>6.4 Επιλύουν προβλήματα διαδικασίας, εφαρμόζοντας ποικιλία στρατηγικών (λογική σκέψη, κάνω πίνακα, βρίσκω μοτίβο, δοκιμή και έλεγχος, οργανωμένος κατάλογος, ιδεοθύελλα, κάνω σχέδιο).</p>	<p>✓ Επίλυση προβλημάτων ρουτίνας μίας πράξης</p>	<p>✓ Επίλυση προβλημάτων ρουτίνας πολλαπλασιαστικής δομής μίας και δύο πράξεων</p>
			<p>✓ Επίλυση προβλημάτων διαδικασίας (π.χ. λογική σκέψη, ανάδρομη πορεία, δοκιμή και έλεγχος, αναπαράσταση με αντικείμενα, σχέδιο, απλοποίηση του προβλήματος).</p>

Ιδιότητες πράξεων			
8.(Αλ2.7) Χρησιμοποιούν τις ιδιότητες των πράξεων (αντιμεταθετική, προσεταιριστική, επιμεριστική), για να απλοποιήσουν νοερούς υπολογισμούς και να ελέγχουν τα αποτελέσματά τους.	8.1 Χρησιμοποιούν τις ιδιότητες της πρόσθεσης και του πολλαπλασιασμού (αντιμεταθετική, προσεταιριστική), για να απλοποιούν νοερούς υπολογισμούς.	✓ <i>Έννοια πρόσθεσης</i> ✓ <i>Έννοια πολλαπλασιασμού</i>	✓ Χρήση της επιμεριστικής ιδιότητας του πολλαπλασιασμού ως προς την πρόσθεση και την αφαίρεση, για την εκτέλεση νοερών υπολογισμών και για τον υπολογισμό γινομένων

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΗ ΟΡΓΑΝΩΣΗ ΜΑΘΗΜΑΤΩΝ

Μαθήματα 1, 2, 3, 4, και 5 (σελίδες 104-112): Διαίρεση-Επιμεριστική ιδιότητα

Μαθήματα 6,7, και 8 (σελίδες 113-118): Διαίρεση- Αλγόριθμος

Μαθήματα 9 και 10 (σελίδες 119-123): Προβλήματα αναλογίας (εισαγωγή στον αναλογικό συλλογισμό)

Μαθήματα 11, 12 και 13 (σελίδες 124-133): Επίλυση και κατασκευή προβλημάτων πολλαπλασιαστικής δομής

Μαθήματα 14, 15 και 16 (σελίδες 134-138): Προβλήματα διαδικασίας και μοντελοποίησης

ΣΗΜΕΙΑ ΠΡΟΣΟΧΗΣ

Μαθήματα 1, 2, 3, 4 και 5 (σελίδες 104-112)

Εξερεύνηση (σελ. 104)

Στόχος της εξερεύνησης είναι να αναδυθούν ελεύθερα από τα παιδιά διάφορες στρατηγικές για τον υπολογισμό του κάθε ηλικίου. Στην περίπτωση της διαίρεσης $369 \div 3$, τα παιδιά αναμένεται, αξιοποιώντας την επιμεριστική ιδιότητα, να αναλύσουν τον αριθμό 369 με διάφορους τρόπους και στη συνέχεια να διαιρέσουν διά 3. Για παράδειγμα:

$$(\alpha) 369 = 300 + 60 + 9$$

$$300 \div 3 = \mathbf{100}, 60 \div 3 = \mathbf{20}, 9 \div 3 = \mathbf{3}$$

$$\text{Άρα, } 369 \div 3 = 123$$

$$(\beta) 369 = 300 + 69$$

$$300 \div 3 = \mathbf{100}, 69 \div 3 = \mathbf{23}$$

$$\text{Άρα, } 369 \div 3 = 123$$

$$(\gamma) 369 = 360 + 9$$

$$360 \div 3 = \mathbf{120}, 9 \div 3 = \mathbf{3}$$

$$\text{Άρα, } 369 \div 3 = 123$$

Τα παιδιά μπορούν να αξιοποιήσουν υλικά (π.χ. κύβους Dienes) και να χρησιμοποιήσουν διάφορες αναπαραστάσεις, για να παρουσιάσουν τον τρόπο εργασίας τους.

Στην περίπτωση της διαίρεσης $200 \div 8$, τα παιδιά μπορούν να αξιοποιήσουν τον πολλαπλασιασμό ως αντίστροφη πράξη της διαίρεσης.

Για παράδειγμα:

$$8 \times 10 = 80$$

$$8 \times 10 = 80$$

$$8 \times 5 = 40$$

$$8 \times 25 = 200$$

Άρα, το πηλίκο της διαίρεσης $200 \div 8$ είναι 25.

Εναλλακτικά, μπορεί να αξιοποιηθεί η επιμεριστική ιδιότητα.

Για παράδειγμα:

$$200 = 160 + 40$$

$$160 \div 8 = 20, 40 \div 8 = 5$$

Άρα, $200 \div 8 = 25$

Διερεύνηση (σελ. 105)

- Τα παιδιά αναμένεται να αναφέρουν ότι η Βασιλική αξιοποίησε τον πολλαπλασιασμό, ως αντίστροφη πράξη της διαίρεσης, για να υπολογίσει το πηλίκο $424 \div 4$.

Συγκεκριμένα, εφαρμόζει τη διαίρεση ως επαναλαμβανόμενη αφαίρεση, δηλαδή το 4 χωρεί 106 φορές στο 424.

$$424 \div 4$$

$$100 \times 4 = 400$$

$$5 \times 4 = 20$$

$$1 \times 4 = 4$$

$$106 \times 4 = 424$$

$$\text{Άρα, } 424 \div 4 = 106$$

Βασιλική

- Ο Φίλιππος, η Δέσποινα και η Αντωνία εφάρμοσαν την επιμεριστική ιδιότητα. Ο Φίλιππος και η Αντωνία χωρίζουν τον αριθμό 424 σε 4 εκατοντάδες, 2 δεκάδες και 4 μονάδες ($400 + 20 + 4$) και κάνουν 3 ξεχωριστές διαιρέσεις ($400 \div 4, 20 \div 4, 4 \div 4$). Στη συνέχεια, προσθέτουν τα πηλίκα των τριών διαιρέσεων, για να βρουν το τελικό αποτέλεσμα.

Ο Φίλιππος παρουσιάζει τις πράξεις που εκτελεί οριζόντια.

ΔΙΑΙΡΕΤΕΟΣ ΔΙΑΙΡΕΤΗΣ

$$\begin{array}{r|l} 424 & 4 \\ -400 & 100 \\ \hline 24 & 5 \\ -20 & 1+ \\ \hline 4 & 106 \\ -4 & \text{ΠΗΛΙΚΟ} \\ \hline 0 & \\ \text{ΥΠΟΛΟΙΠΟ} & \end{array}$$

Άρα, $424 \div 4 = 106$

Αντωνία

Η Αντωνία παρουσιάζει τις πράξεις που εκτελεί κατακόρυφα.

$$\begin{aligned} 424 \div 4 &= (400 + 20 + 4) \div 4 \\ &= (400 \div 4) + (20 \div 4) + (4 \div 4) \\ &= 100 + 5 + 1 \\ &= 106 \end{aligned}$$

Άρα, $424 \div 4 = 106$

Φίλιππος

- Η Δέσποινα χωρίζει τον αριθμό 424 σε 2 πολλαπλάσια του 4 ($400 + 24$). Στη συνέχεια κάνει 2 ξεχωριστές διαιρέσεις ($400 \div 4, 24 \div 4$) και προσθέτει τα πηλίκα των διαιρέσεων αυτών, για να βρει το τελικό αποτέλεσμα. Όπως και η Αντωνία, γράφει κατακόρυφα τις πράξεις που εκτελεί.

Ο αριθμός 424 είναι δυνατόν να αναλυθεί ως εξής:

$$424 = 400 + 24$$

$$\begin{array}{r|l} 400 + 24 & 4 \\ \hline 100 & \\ 6 & + \\ \hline 106 & \end{array}$$

$$\text{Άρα, } 424 \div 4 = 106$$


Δέσποινα

Δραστηριότητα 4 (σελ. 109)

Στόχος της δραστηριότητας είναι τα παιδιά να διασυνδέσουν τον κατακόρυφο αλγόριθμο της διαίρεσης με την επιμεριστική ιδιότητα. Και τα δύο παιδιά χωρίζουν τον αριθμό 484 σε 4 εκατοντάδες, 8 δεκάδες και 4 μονάδες και διαιρούν κάθε μέρος του αριθμού διά 4 ($400 \div 4$, $80 \div 4$, $4 \div 4$).

Αυτό που διαφέρει στον τρόπο εργασίας των παιδιών, είναι ο τρόπος παρουσίασης της διαίρεσης:


Ο Γιάννης γράφει τις πράξεις οριζόντια και χρησιμοποιεί παρενθέσεις, για να δείξει ότι εκτελεί 3 διαφορετικές διαιρέσεις και ότι προσθέτει τα τρία αντίστοιχα πηλίκα, για να βρει το τελικό αποτέλεσμα.



$$\begin{aligned} 484 \div 4 &= (400 + 80 + 4) \div 4 \\ &= (400 \div 4) + (80 \div 4) + (4 \div 4) \\ &= 100 + 20 + 1 \\ &= 121 \end{aligned}$$

Η Αλεξία γράφει τον αλγόριθμο κατακόρυφα.

- Διαιρεί πρώτα το 400 (4 εκατοντάδες) διά 4 και γράφει τον αριθμό 1 στη δεξιά πλευρά, για να δείξει ότι το πηλίκο είναι 1 εκατοντάδα. Αφαιρεί το 400 από το 424 στην αριστερή πλευρά και μένει υπόλοιπο 84.
- Διαιρεί το 80 (8 δεκάδες) διά 4 και γράφει τον αριθμό 2 στη δεξιά πλευρά, για να δείξει ότι το πηλίκο είναι 2 δεκάδες. Αφαιρεί το 80 από το 84 στην αριστερή πλευρά και μένει υπόλοιπο 4.
- Διαιρεί το 4 (4 μονάδες) διά 4 και γράφει τον αριθμό 1 στη δεξιά πλευρά, για να δείξει ότι το πηλίκο είναι 1 μονάδα. Αφαιρεί το 4 από το 4 και μένει υπόλοιπο 0.
- Το πηλίκο που προκύπτει είναι 121.



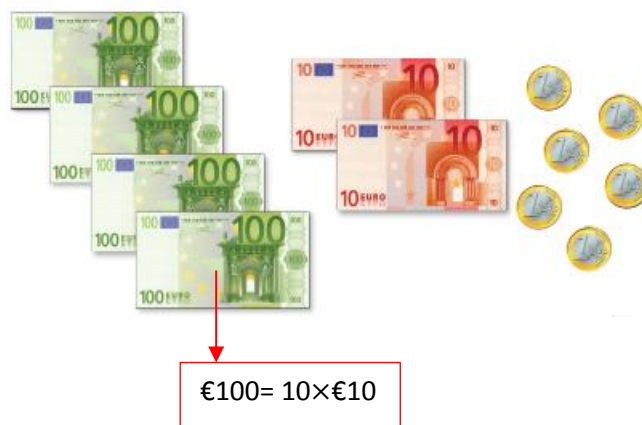
Ε	Δ	Μ	
4	8	4	4
-	4	0	121
			84
-	8	0	04
			- 4
			0

Μαθήματα 6, 7 και 8 (σελίδες 113-118)

Διερεύνηση 1 (σελ. 113)

Στόχος της διερεύνησης είναι τα παιδιά να προτείνουν τρόπους υπολογισμού του πηλίκου της διαίρεσης $426 \div 3$, μέσα από το σενάριο του διαμοιρασμού των χρημάτων. Για το σκοπό αυτό, μπορούν να αξιοποιηθούν τα χαρτονομίσματα από το εποπτικό υλικό των Μαθηματικών.

Αναμένεται τα παιδιά να αναφέρουν ότι κάθε άτομο θα πάρει από ένα χαρτονόμισμα των €100 ($1 \times €100 = €100$). Στη συνέχεια, για να μοιραστούν τα 3 άτομα το χαρτονόμισμα των €100 που περισσεύει, θα πρέπει να γίνει ανταλλαγή του με 10 χαρτονομίσματα των €10.



Έτσι, όλα τα χαρτονομίσματα των €10 θα είναι συνολικά 12 και κάθε άτομο θα πάρει από 4 ($4 \times €10 = €40$). Τέλος, κάθε άτομο θα πάρει από 2 νομίσματα του €1 ($2 \times €1 = €2$). Άρα, κάθε άτομο θα πάρει από €142 ($€100 + €40 + €2 = €142$).

Διερεύνηση 2 (σελ. 114)

Στόχος της διερεύνησης είναι η επεξήγηση του κατακόρυφου τρόπου για τον υπολογισμό του πηλίκου της διαίρεσης $546 \div 3$. Η Κλεοπάτρα, διαιρεί αρχικά τις 5 εκατοντάδες διά 3. Το πηλίκο είναι 1 εκατοντάδα και το υπόλοιπο 2 εκατοντάδες. Δίνεται έμφαση στο ότι οι 2 εκατοντάδες ανταλλάζονται με 20 δεκάδες, με αποτέλεσμα οι δεκάδες να γίνουν συνολικά 24.

Ε	Δ	Μ	
5	4	6	3
- 3			Ε
2 → 24			1

2 εκατοντάδες ισούνται με 20 δεκάδες.

20 δεκάδες συν 4 δεκάδες ισούνται με 24 δεκάδες.

Στη συνέχεια, διαιρεί τις 24 δεκάδες διά 3. Το πηλίκο είναι 8 δεκάδες και το υπόλοιπο 0 δεκάδες.

Ε	Δ	Μ	
5	4	6	3
- 3			Ε Δ
2 → 24			1 8
- 24			
0			

24 δεκάδες δια 3 δίνει πηλίκο 8 δεκάδες και υπόλοιπο 0.

Τέλος, διαιρεί τις 6 μονάδες διά 3. Το πηλίκο είναι 2 μονάδες και το υπόλοιπο 0 μονάδες.

Ε	Δ	Μ	
5	4	6	3
- 3			Ε Δ Μ
2 → 24			1 8 2
- 24			
0 6			
- 6			
0			

6 μονάδες δια 3 δίνει πηλίκο 2 μονάδες και υπόλοιπο 0.

Δραστηριότητα 3 (σελίδα 116)

Στο ερώτημα (β) τα παιδιά αναμένεται να παρατηρήσουν ότι σε δύο διαιρέσεις με τον ίδιο διαιρέτη, μεγαλύτερο πηλίκο έχει η διαίρεση με τον μεγαλύτερο διαιρετέο.

Στο ερώτημα (γ) τα παιδιά αναμένεται να παρατηρήσουν ότι σε δύο διαιρέσεις με τον ίδιο διαιρετέο, μεγαλύτερο πηλίκο έχει η διαίρεση με τον μικρότερο διαιρέτη.

Μαθήματα 9 και 10 (σελίδες 119-123)

Διερεύνηση (σελ. 119)

Μέσα από τη διερεύνηση, τα παιδιά αναμένεται να αξιοποιήσουν «εντός» σχέσεις αναλογίας, όπως φαίνεται πιο κάτω:

- Στο ερώτημα (α), τα παιδιά αναμένεται να παρατηρήσουν ότι διπλασιάζεται ο αριθμός των φλιτζανιών από αλεύρι, άρα θα διπλασιαστεί και ο αριθμός των κουταλιών μαγιάς.

	Φλιτζάνια αλεύρι	Κουταλιές μαγιά
$\times 2$	5	2
	10	4

- Στο ερώτημα (β), τα παιδιά αναμένεται να παρατηρήσουν ότι τριπλασιάζεται ο αριθμός των κουταλιών μαγιάς, άρα θα τριπλασιαστεί και ο αριθμός των φλιτζανιών από αλεύρι.

	Φλιτζάνια αλεύρι	Κουταλιές μαγιά
$\times 3$	5	2
	15	6

- Στο ερώτημα (γ), τα παιδιά αναμένεται να παρατηρήσουν ότι τετραπλασιάζεται ο αριθμός των φλιτζανιών από αλεύρι, άρα θα

τετραπλασιαστεί και ο αριθμός των κουταλιών μαγιάς που θα χρησιμοποιήσει ο κύριος Γιάννης.

	Φλιτζάνια αλεύρι	Κουταλιές μαγιά
	5	2
$\times 4$	20	8

Μαθήματα 11, 12 και 13 (σελίδες 124-133)

Στόχος των μαθημάτων αυτών είναι η επίλυση και η κατασκευή προβλημάτων πολλαπλασιαστικής δομής.

Επίλυση και κατασκευή προβλήματος 1 (σελ. 124)

- Στο ερώτημα (α) τα παιδιά αναμένεται να πολλαπλασιάσουν την τιμή του παντελονιού με τον αριθμό των παντελονιών που πωλήθηκαν.

$$20 \times \text{€}6 = \text{€}120$$

- Στο ερώτημα (β)(i) τα παιδιά αναμένεται να διαιρέσουν το συνολικό ποσό των εισπράξεων από την πώληση των φανέλων με την τιμή μίας φανέλας.

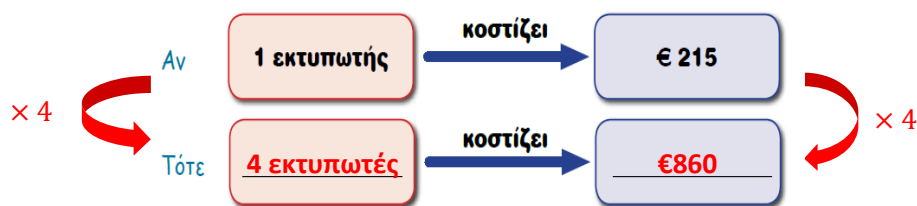
$$\text{€}300 \div \text{€}6 = 50$$

- Στο ερώτημα (β)(ii) τα παιδιά αναμένεται να διαιρέσουν το συνολικό ποσό των εισπράξεων από την πώληση των πουκαμίσων με τον αριθμό των πουκαμίσων που πωλήθηκαν.

$$\text{€}440 \div 40 = \text{€}11$$

Δραστηριότητα 1 (σελ. 126)

Τα παιδιά αναμένεται να παρατηρήσουν ότι υπάρχουν 2 ποσότητες σε κάθε πρόβλημα. Για παράδειγμα, στο πρόβλημα (α), οι 2 ποσότητες είναι ο αριθμός των εκτυπωτών και το κόστος των εκτυπωτών. Στα πλαίσια με το πορτοκαλί χρώμα τοποθετείται ο αριθμός των εκτυπωτών κάθε φορά και στο κουτί με το μοβ χρώμα τοποθετείται ο ανάλογος αριθμός χρημάτων. Πρόκειται για «εντός» σχέσεις αναλογίας (ο αριθμός των εκτυπωτών τετραπλασιάστηκε, άρα και ο αριθμός των χρημάτων θα τετραπλασιαστεί).



Δραστηριότητα 4 (σελ. 131)

Στο ερώτημα (α), με βάση το σχεδιάγραμμα, τα παιδιά αναμένεται να αλλάξουν το πρόβλημα ως εξής: «Η Αλεξία χρειάζεται 690 g βούτυρο, για να ετοιμάσει 3 τάρτες. Πόσα γραμμάρια βούτυρο χρειάζεται για να ετοιμάσει μια τάρτα;»

Στο ερώτημα (β), με βάση το σχεδιάγραμμα, τα παιδιά αναμένεται να αλλάξουν το πρόβλημα ως εξής: «Η Εβελίνα χρειάζεται 288 χάντρες, για να κατασκευάσει 4 περιδέρια. Πόσες χάντρες χρειάζεται για να κατασκευάσει ένα περιδέριο, αν σε κάθε περιδέριο βάζει τον ίδιο αριθμό χαντρών;»

Μαθήματα 14, 15 και 16 (σελίδες 134-138)

Στόχος των μαθημάτων αυτών είναι η επίλυση και η κατασκευή προβλημάτων με περισσότερα από ένα βήματα, προβλημάτων μοντελοποίησης και προβλημάτων διαδικασίας.

Επίλυση και κατασκευή προβλήματος 2 (σελ. 134)

Στη δραστηριότητα (α) τα παιδιά αναμένεται αρχικά να συζητήσουν για το ποιες μπορεί να είναι οι 10 συνεχόμενες μέρες και κατά πόσο σε αυτές τις μέρες περιλαμβάνονται δύο Σαββατοκύριακα.

- Στην περίπτωση που στις 10 συνεχόμενες μέρες περιλαμβάνεται μόνο ένα Σαββατοκύριακο:

Προσφορά 1

Είναι 8 μέρες \times €150 = €1200

2 μέρες \times €350 = €700

Το κόστος ενοικίασης για 10 μέρες είναι € 1900

Προσφορά 2

Το κόστος ενοικίασης για 10 μέρες είναι €2000

Άρα, πιο συμφέρουσα είναι η προσφορά 1.

- Στην περίπτωση που στις 10 συνεχόμενες μέρες περιλαμβάνονται δύο Σαββατοκυρίακα:

Προσφορά 1

Είναι 6 μέρες \times €150 = €900

4 μέρες \times €350 = €1400

Το κόστος ενοικίασης για 10 μέρες είναι €2300

Προσφορά 2

Το κόστος ενοικίασης για 10 μέρες είναι €2000

Άρα, πιο συμφέρουσα είναι σε αυτή την περίπτωση η Προσφορά 2.

Στη δραστηριότητα (β) τα παιδιά μπορούν να αξιοποιήσουν τη στρατηγική «δοκιμή και έλεγχος». Υπάρχουν δύο ορθές λύσεις:

- 3 συσκευασίες των 30 kg και 4 συσκευασίες των 40 kg.
- 7 συσκευασίες των 30 kg και 1 συσκευασία των 40 kg.

Δραστηριότητα 2(β) (σελ. 137)

Τα παιδιά μπορούν να αξιοποιήσουν τη στρατηγική «δοκιμή και έλεγχος» στο πρόβλημα (β). Υπάρχουν δύο ορθές λύσεις:

- 6 κιβώτια που χωρούν 20 κονσέρβες και 2 κιβώτια που χωρούν 30 κονσέρβες.
- 3 κιβώτια που χωρούν 20 κονσέρβες και 4 κιβώτια που χωρούν 30 κονσέρβες.

Δραστηριότητες Εμπλουτισμού

Δραστηριότητα 5 (σελ. 143-144)

Στο ερώτημα (γ), κάθε μικρό τετράγωνο έχει εμβαδόν 49 cm^2 . Άρα, το συνολικό εμβαδόν του σχήματος, το οποίο αποτελείται από 9 τετράγωνα τέτοια τετράγωνα είναι ίσο με 441 cm^2 ($9 \times 49 = 441$).

Στο ερώτημα (δ) τα παιδιά αναμένεται να συζητήσουν ότι για να αγοραστεί ο μικρότερος αριθμός συσκευασιών θα πρέπει να αγοραστεί ο μεγαλύτερος δυνατός αριθμός συσκευασιών που περιέχουν 6 κονκάρδες. Άρα, θα αγοραστούν 41 συσκευασίες των 6 κονκάρδων και 1 συσκευασία των 4 κονκάρδων ($41 \times 6 = 246$ και $1 \times 4 = 4$).

Δραστηριότητα 6 (σελ. 145)

Οι μαθητές αναμένεται να παρατηρήσουν ότι οι τριψήφιοι αριθμοί έχουν τα ίδια ψηφία στις μονάδες, δεκάδες και εκατοντάδες. Εφαρμόζοντας την επιμεριστική ιδιότητα και διαιρώντας τα ψηφία με το ψηφίο των μονάδων το τελικό αποτέλεσμα θα είναι πάντα 111 ($111 \div 1 = 111$, $222 \div 2 = 111$, $333 \div 3 = 111$ κλπ).

Δραστηριότητα 12 (σελ. 150)

Στο ερώτημα (α), τα παιδιά αναμένεται να απαντήσουν ότι το κάθε βαρίδιο ζυγίζει περισσότερο από 45 g, γιατί τα τέσσερα βαρίδια ζυγίζουν περισσότερο από ένα μήλο που ζυγίζει 180 g.

Στο ερώτημα (β), τα παιδιά αναμένεται να απαντήσουν ότι το κάθε βαρίδιο ζυγίζει περισσότερο από 93 g, γιατί τα τέσσερα βαρίδια ζυγίζουν περισσότερο από ένα μήλο που ζυγίζει 375 g.

Στο ερώτημα (γ), τα παιδιά αναμένεται να απαντήσουν ότι η ζυγαριά θα ισορροπεί (εικόνα 3), αφού τέσσερα βαρίδια των 250 g το καθένα ζυγίζουν όσο ένας ανανάς του 1 kg.

Δραστηριότητα 13 (σελ. 151)

Τα παιδιά αναμένεται να εφαρμόσουν τη στρατηγική «δοκιμή και έλεγχος». Στη μηχανή Α ο αριθμός στην είσοδο και στην έξοδο είναι το 3. Στη μηχανή Β ο αριθμός στην είσοδο και στην έξοδο είναι το 24.

Δραστηριότητα 14 (σελ. 152-154)

Πρόβλημα (α)

Τα παιδιά αναμένεται να βρουν τους 24 τρόπους με τους οποίους είναι δυνατόν να τερματίσουν τα κορίτσια, καταγράφοντάς τους με οργανωμένο κατάλογο. Για παράδειγμα:

Ειρήνη, Ιωάννα, Αντωνία, Βασιλική

Ειρήνη, Ιωάννα, Βασιλική, Αντωνία

Ειρήνη Αντωνία, Ιωάννα, Βασιλική

Ειρήνη, Αντωνία, Βασιλική, Ιωάννα

Ειρήνη, Βασιλική, Αντωνία, Ιωάννα

Ειρήνη, Βασιλική, Ιωάννα, Αντωνία, κλπ.

Πρόβλημα (β)

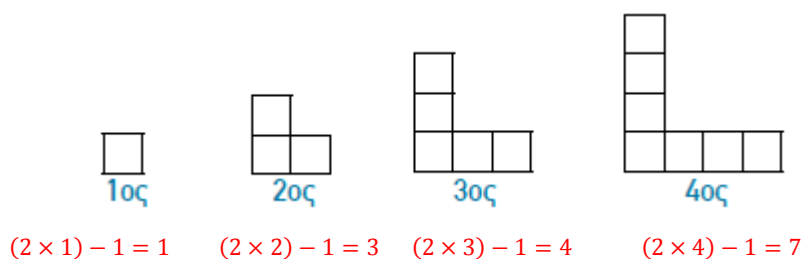
Τα παιδιά αναμένεται να χρησιμοποιήσουν τη στρατηγική «δοκιμή και έλεγχος». Ο κύριος Γιάννης αγόρασε 13 εισιτήρια των €4 και 7 εισιτήρια των €7.

Πρόβλημα (γ)

Τα παιδιά αναμένεται να χρησιμοποιήσουν τη στρατηγική «βρίσκω μοτίβο».

Τα παιδιά είναι δυνατόν να παρατηρήσουν ότι κάθε φορά προστίθεται ένα τετράγωνο πάνω και ένα τετράγωνο στα δεξιά του σχήματος (σύνολο 2 τετράγωνα κάθε φορά). Άρα, ο επόμενος όρος στο μοτίβο θα έχει 9 τετράγωνα και ο 10ος όρος στο μοτίβο θα έχει 19 τετράγωνα.

Εναλλακτικά, τα παιδιά είναι δυνατόν να παρατηρήσουν ότι ο αριθμός των τετραγώνων σε κάθε σχήμα είναι το διπλάσιο της θέσης του σχήματος μειωμένο κατά 1:



Άρα, ο επόμενος όρος, δηλαδή ο 5^{ος} όρος, θα έχει 9 τετράγωνα, $(2 \times 5) - 1 = 9$.

Ο 10^{ος} όρος θα έχει 19 τετράγωνα, $(2 \times 10) - 1 = 19$.

Πρόβλημα (δ)

Τα παιδιά αναμένεται να απαντήσουν ότι η Δώρα μπορεί να τοποθετήσει τα παιχνίδια με τους πιο κάτω 4 τρόπους:

Ποδηλατάκι, Μπάλα, Αυτοκινητάκι, Κούκλα

Κούκλα, Ποδηλατάκι, Μπάλα, Αυτοκινητάκι

Αυτοκινητάκι, Μπάλα, Ποδηλατάκι, Κούκλα

Κούκλα, Αυτοκινητάκι, Μπάλα, Ποδηλατάκι.

Πρόβλημα (ε)

Εκ παραδρομής στη 2^η γραμμή του προβλήματος αναγράφεται «Τα κέρματα των 50 σεντ είναι τριπλάσια από τα κέρματα των 20 σεντ». Η ορθή διατύπωση είναι «Τα κέρματα των 50 σεντ είναι τριπλάσια από τα κέρματα των 10 σεντ». Η λύση του προβλήματος είναι 3 κέρματα των 10 σεντ, 6 κέρματα των 20 σεντ και 9 κέρματα των 50 σεντ ($3 + 6 + 9 = 18$).

Πρόβλημα (στ)

Τα παιδιά αναμένεται να απαντήσουν ότι η Αγγελική πήρε τις κάρτες με τους αριθμούς 2, 9 και 5, ο Σάββας πήρε τις κάρτες με τους αριθμούς 1, 4, 3, 6 και ο Γιάννης πήρε τις κάρτες με τους αριθμούς 0, 8 και 7.



ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑ

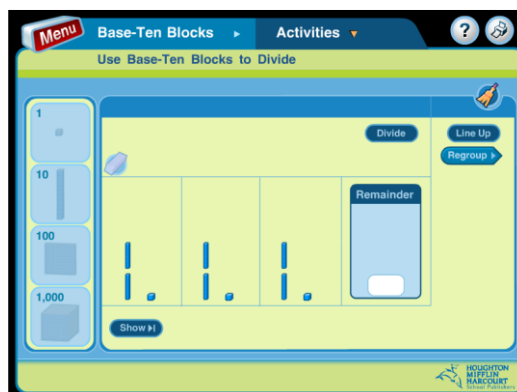
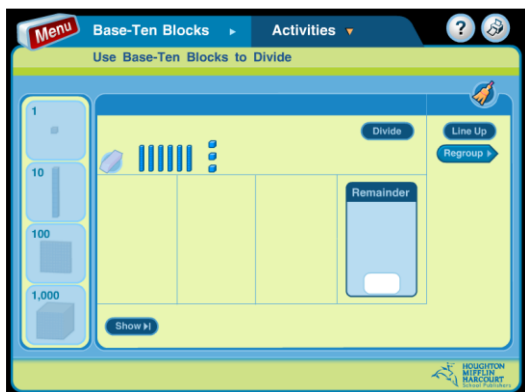
Γίνεται εισήγηση όπως χρησιμοποιούνται σε διάφορες περιπτώσεις εφαρμογίδα, όπως τα πιο κάτω:

1. Εφαρμογίδα για αναπαράσταση διαίρεσης

1.1 Ιστοσελίδα

http://www-k6.thinkcentral.com/content/hsp/math/hspmath/na/common/itools_int_9780547584997_/basetenblocks.html

Από την αρχική σελίδα επιλέγουμε τη Δραστηριότητα 6 (“Divide”). Το εφαρμογίδα δίνει τη δυνατότητα αναπαράστασης τέλειας ή ατελούς διαίρεσης με κύβους. Χρησιμοποιώντας την εντολή “Divide”, ο χρήστης καθορίζει τον διαιρέτη (τον αριθμό των ομάδων ή τον αριθμό των αντικειμένων σε κάθε ομάδα). Χρησιμοποιώντας την εντολή “Regroup”, ο χρήστης έχει τη δυνατότητα να ανταλλάξει εκατοντάδες με δεκάδες ή δεκάδες με μονάδες κ.ο.κ. Η συμβολική αναπαράσταση της διαίρεσης μπορεί να αποφευχθεί, χρησιμοποιώντας την επιλογή “Hide / Show”.



1.2 Ιστοσελίδα

https://www.mathplayground.com/visual_division/index.html

Το εφαρμογίδιο δίνει τη δυνατότητα για αναπαράσταση τέλειας ή ατελούς διαίρεσης. Ο χρήστης μπορεί να καθορίσει τον διαιρετέο και τον διαιρέτη (χρησιμοποιώντας την επιλογή "Make your own"). Το εφαρμογίδιο δίνει τη δυνατότητα ανταλλαγής εκατοντάδων με δεκάδες ή δεκάδων με μονάδες, χρησιμοποιώντας την εντολή "Place value exchange".

The screenshot shows the initial state of the application. At the top, the problem is $3 \overline{)426}$. The interface is divided into three columns: Hundreds (100), Tens (10), and Ones (1). The Hundreds column contains three 100 blocks, the Tens column contains two 10 blocks, and the Ones column contains six 1 blocks. To the right, the 'Place Value Exchange' panel is empty, with a prompt to drag blocks for exchange. Below the chart is a 'Remainder' section with a prompt to place leftover blocks there.

The screenshot shows the result of the division. The problem is $3 \overline{)426}$. The interface is divided into three columns: Hundreds (100), Tens (10), and Ones (1). The Hundreds column contains one 100 block, the Tens column contains four 10 blocks, and the Ones column contains two 1 blocks. To the right, the 'Place Value Exchange' panel shows the result: 'IN: 1 hundred, OUT: 142 ones'. Below the chart is a 'Remainder' section with a prompt to place leftover blocks there.