

## ΕΝΟΤΗΤΑ 5

## ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ – ΔΙΑΙΡΕΣΗ ΜΕΡΟΣ Α΄

Στον πιο κάτω πίνακα παρουσιάζονται οι δείκτες επιτυχίας και επάρκειας που αντιστοιχούν στην Ενότητα 5.

ΔΕΙΚΤΕΣ ΕΠΙΤΥΧΙΑΣ	ΔΕΙΚΤΕΣ ΕΠΑΡΚΕΙΑΣ	ΠΡΟΥΠΑΡΧΟΥΣΕΣ ΓΝΩΣΕΙΣ	ΝΕΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ
<b>Έννοιες χρόνου, ρυθμού και μεταβολής</b>			
<b>7. (Μ.3.8)</b> Διαβάζουν και γράφουν την ώρα (ώρα, λεπτά, δευτερόλεπτα), χρησιμοποιώντας ψηφιακά και αναλογικά ρολόγια.	<b>7.1</b> Επιλύουν προβλήματα, χρησιμοποιώντας τις σχέσεις 1 ώρα = 60 λεπτά 1 λεπτό = 60 δευτερόλεπτα.	✓ Αναγνώριση σχέσεων μεταξύ των μονάδων μέτρησης του χρόνου (1 ώρα = 60 λεπτά)	
<b>Πράξεις αριθμών</b>			
<b>7.(Αρ2.13)</b> Αναπτύσσουν και εφαρμόζουν αλγόριθμους της πρόσθεσης, της αφαίρεσης, του πολλαπλασιασμού με τριψήφιους αριθμούς και της διαίρεσης με μονοψήφιο διαιρέτη, χρησιμοποιώντας ποικιλία στρατηγικών, μέσων και αναπαραστάσεων.  <b>(Αρ3.13)</b> Αναπτύσσουν και εφαρμόζουν αλγόριθμους των τεσσάρων πράξεων με ακέραιους αριθμούς, χρησιμοποιώντας ποικιλία στρατηγικών, μέσων και αναπαραστάσεων.	<b>7.3</b> Υπολογίζουν το γινόμενο αριθμών (όπου ο ένας παράγοντας είναι μονοψήφιος) και το πηλίκο αριθμών (όπου ο διαιρέτης είναι μονοψήφιος), χρησιμοποιώντας στρατηγικές που βασίζονται στην αξία θέσης ψηφίου και στις ιδιότητες των πράξεων, με τη βοήθεια πραγματικών αντικειμένων, εικόνων και εφαρμογιδίων.  <b>7.4</b> Εφαρμόζουν τον κατακόρυφο αλγόριθμο του πολλαπλασιασμού όπου ο ένας παράγοντας είναι μονοψήφιος αριθμός	✓ <i>Μοτίβα πολλαπλασιασμού</i>	✓ Κατακόρυφος αλγόριθμος πολλαπλασιασμού (ο ένας παράγοντας είναι μονοψήφιος αριθμός).  ✓ Κατακόρυφος αλγόριθμος πολλαπλασιασμού (ο ένας παράγοντας είναι μονοψήφιος αριθμός)

<p><b>8.(Αρ2.16)</b> Εκτιμούν το αποτέλεσμα μιας πράξης, εφαρμόζοντας στρατηγικές στρογγυλοποίησης ακέραιων αριθμών στην πλησιέστερη δεκάδα, εκατοντάδα και χιλιάδα.</p> <p><b>(Αρ3.12)</b> Εκτιμούν και υπολογίζουν το άθροισμα, τη διαφορά, το γινόμενο και το πηλίκο αριθμών μέχρι το 100 000 και επαληθεύουν την απάντησή τους.</p>	<p>8.2 Εκτιμούν και υπολογίζουν το γινόμενο και το πηλίκο αριθμών μέχρι το 10 000 και επαληθεύουν την απάντησή τους.</p>	<p>✓ Στρογγυλοποίηση</p>	<p>✓ Εκτίμηση και υπολογισμός του γινόμενου και του πηλίκου αριθμών μέχρι το 10 000.</p>
<p><b>9.(Αρ3.16)</b> Χρησιμοποιούν και διατυπώνουν στρατηγικές εκτέλεσης νοερών υπολογισμών με ακέραιους και δεκαδικούς αριθμούς.</p>	<p>9.2 Εκτελούν νοερούς υπολογισμούς γινομένων και πηλίκων με τη χρήση στρατηγικών.</p>		<p>✓ Νοεροί υπολογισμοί γινομένων και πηλίκου με τη χρήση στρατηγικών (ακέραιοι αριθμοί).</p>
<p><b>12.(Αρ2.9)</b> Αναγνωρίζουν και ονομάζουν τους όρους: άθροισμα, διαφορά, γινόμενο, πηλίκο, μειωτέος, αφαιρετέος, προσθετέος, διαιρέτης, διαιρετέος, υπόλοιπο, παράγοντας.</p>	<p>12.1 Αναγνωρίζουν και να χρησιμοποιούν τους όρους παράγοντας, διαιρέτης, διαιρετέος, υπόλοιπο και πηλίκο.</p>	<p>✓ Άθροισμα, διαφορά, παράγοντας γινόμενο, πηλίκο</p>	<p>✓ Παράγοντας, διαιρέτης, διαιρετέος, υπόλοιπο</p>
<b>Επίλυση και κατασκευή προβλήματος</b>			
<p><b>14.(Αρ2.17)</b></p> <p>Διατυπώνουν και επιλύουν προβλήματα διαδικασίας και λεκτικά προβλήματα με περισσότερες από μία πράξεις και ελέγχουν τη λογικότητα της απάντησής τους.</p> <p><b>(Αρ3.18)</b> Διατυπώνουν και επιλύουν προβλήματα με ακέραιους, κλασματικούς και δεκαδικούς αριθμούς και ελέγχουν τη λογικότητα της απάντησής τους.</p>	<p>14.1 Επιλύουν και κατασκευάζουν προβλήματα αθροιστικής δομής (αλλαγής, ομαδοποίησης, σύγκρισης) και πολλαπλασιαστικής δομής (σύγκρισης, αναλογίας).</p>	<p>✓ Επίλυση και κατασκευή προβλημάτων ρουτίνας αθροιστικής και πολλαπλασιαστικής δομής ενός θήματος.</p>	<p>✓ Επίλυση και κατασκευή προβλημάτων αναλογίας.</p>

Άλγεβρα - Ιδιότητες πράξεων			
<b>8.(ΑΛ2.7)</b> Χρησιμοποιούν τις ιδιότητες των πράξεων (αντιμεταθετική, προσεταιριστική, επιμεριστική), για να απλοποιήσουν νοερούς υπολογισμούς και να ελέγχουν τα αποτελέσματά τους.	8.1 Χρησιμοποιούν τις ιδιότητες της πρόσθεσης και του πολλαπλασιασμού (αντιμεταθετική, προσεταιριστική), για να απλοποιούν νοερούς υπολογισμούς.	✓ Έννοια πρόσθεσης ✓ Έννοια πολλαπλασιασμού	✓ Χρήση της αντιμεταθετικής και προσεταιριστικής ιδιότητας της πρόσθεσης και του πολλαπλασιασμού για την εκτέλεση νοερών υπολογισμών

## **ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΗ ΟΡΓΑΝΩΣΗ ΜΑΘΗΜΑΤΩΝ**

Μαθήματα 1, 2 και 3 (σελίδες 50-54): Ώρα – εικοσιτετράωρο, προβλήματα χρόνου.

Μαθήματα 4, 5 και 6 (σελίδες 55-60): Πολλαπλασιασμός επί 10, 100 και τα πολλαπλάσιά τους / Διαίρεση με διαιρέτη το 10, 100 και τα πολλαπλάσιά τους.

Μαθήματα 7 και 8 (σελίδες 61-65): Εκτίμηση γινομένου

Μαθήματα 9, 10 και 11 (σελίδες 66-75): Επιμεριστική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού

Μαθήματα 12 και 13 (σελίδες 76-79): Εισαγωγή στον κατακόρυφο αλγόριθμο του μονοψήφιου πολλαπλασιασμού

Μάθημα 14, 15 και 16 (σελίδες 80-85): Κατακόρυφος αλγόριθμος του μονοψήφιου πολλαπλασιασμού

Μαθήματα 17 και 18 (σελίδες 86-89): Άλγεβρα-Ιδιότητες πράξεων

## **ΣΗΜΕΙΑ ΠΡΟΣΟΧΗΣ**

### **Μαθήματα 1, 2 και 3 (σελίδες 50-54)**

#### **Εξερεύνηση (σελ. 50)**

Στόχος της εξερεύνησης είναι τα παιδιά να έρθουν σε μια πρώτη επαφή με τη γραφή της ώρας ως εικοσιτετράωρο. Ο/Η εκπαιδευτικός μπορεί να καλέσει τα παιδιά να αναφέρουν άλλες περιπτώσεις στις οποίες η ώρα παρουσιάζεται σε μορφή εικοσιτετράωρου και να προβληματιστούν για τη χρησιμότητα αυτού του τρόπου γραφής. Σε περιπτώσεις υπηρεσιών όπου η σημασία της ώρας είναι πολύ σημαντική, όπως είναι τα νοσοκομεία και τα αεροδρόμια, η γραφή της ώρας ως εικοσιτετράωρο διασφαλίζει την αποφυγή σύγχυσης.

#### **Διερεύνηση (σελ. 51)**

Στόχος της διερεύνησης είναι τα παιδιά να γνωρίσουν τον τρόπο γραφής της ώρας στο 12ωρο και το 24ωρο σύστημα.

## Μαθήματα 4, 5 και 6 (σελίδες 55-60)

### Διερεύνηση 1 (σελ. 55)

Στόχος της διερεύνησης 1 είναι ο υπολογισμός του γινομένου δύο αριθμών από τους οποίους τουλάχιστον ο ένας είναι πολλαπλάσιο του 10. Τα παιδιά, χρησιμοποιώντας την υπολογιστική μηχανή, αναμένεται να παρατηρήσουν ότι στο γινόμενο  $3 \times 4 = 12$ :

- Όταν ο ένας παράγοντας μεγαλώσει κατά 10 φορές, τότε το γινόμενο μεγαλώνει κατά 10 φορές.
- Όταν ο ένας παράγοντας μεγαλώσει κατά 100 φορές, τότε το γινόμενο μεγαλώνει κατά 100 φορές.

### Διερεύνηση 2 (σελ. 56)

Στόχος της διερεύνησης 2 είναι η αξιοποίηση της προσεταιριστικής ιδιότητας για τον υπολογισμό του γινομένου δύο αριθμών από τους οποίους τουλάχιστον ο ένας είναι πολλαπλάσιο του 10.

### Διερεύνηση 3 (σελ. 58)

Στόχος της διερεύνησης είναι ο υπολογισμός του πηλίκου δύο αριθμών από τους οποίους τουλάχιστον ο ένας είναι πολλαπλάσιο του 10. Τα παιδιά μπορούν να εισηγηθούν πολλούς τρόπους για τον υπολογισμό του κάθε πηλίκου. Ενδεικτικά στο ερώτημα (α), τα παιδιά μπορούν να εργαστούν με τους πιο κάτω τρόπους:

- $28 \div 4 = 7$

Αφού ο διαιρετέος είναι δεκαπλάσιος, τότε θα δεκαπλασιαστεί και το πηλίκο.

Άρα,  $280 \div 4 = 70$ .

$280 \div 4 = 28\Delta \div 4 = 7\Delta = 70$ .

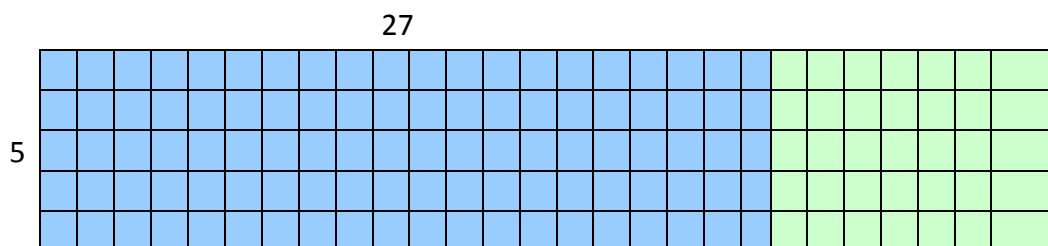


### Μαθήματα 9, 10 και 11 (σελίδες 66-75)

#### Διερεύνηση (σελ. 66)

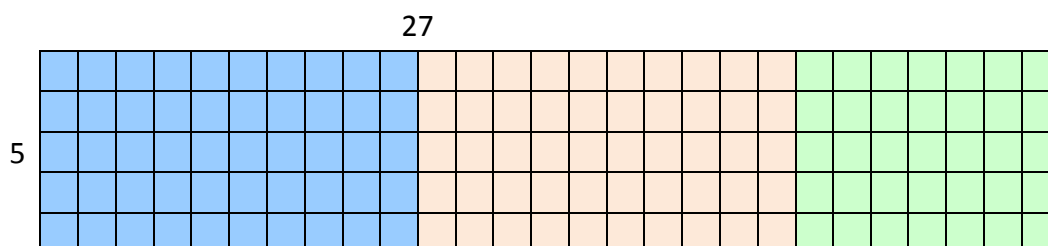
Τα παιδιά αναμένεται να εφαρμόσουν την επιμεριστική ιδιότητα για τον υπολογισμό του γινομένου των δύο αριθμών. Ενδεικτικά, μπορούν να εργαστούν με τους ακόλουθους τρόπους:

- $5 \times 27 = (5 \times 20) + (5 \times 7) = 100 + 35 = 135$



ή

- $5 \times 27 = (5 \times 10) + (5 \times 10) + (5 \times 7) = 50 + 50 + 35 = 135$



#### Δραστηριότητα 1 (σελ. 68)

Εκ παραδρομής, στο (β), η μαθηματική πρόταση δεν αντιστοιχεί με την αναπαράσταση. Η ορθή μαθηματική πρόταση είναι  $7 \times 24$ .

### Μαθήματα 12 και 13 (σελίδες 76-79)

#### Διερεύνηση (σελ. 76)

Μέσα από τη διερεύνηση αναμένεται να διαφανεί η αξιοποίηση της επιμεριστικής ιδιότητας για τον υπολογισμό του γινομένου από τα τρία παιδιά. Κάθε παιδί παρουσιάζει τη σκέψη του με διαφορετικό τρόπο.

### Δραστηριότητα 5 (σελ. 79)

Η ορθή απάντηση είναι:

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{cc}
 \boxed{2} & \textcircled{5} \\
 & \textcircled{5} \\
 \hline
 \boxed{2} & \textcircled{5}
 \end{array} \\
 \times \\
 \hline
 \begin{array}{cc}
 \boxed{2} & \textcircled{5} \\
 \triangle 0 & \triangle 0 \\
 \hline
 \boxed{2} & \textcircled{5}
 \end{array} \\
 + \quad \mathbf{1} \\
 \hline
 \mathbf{1} \quad \boxed{2} & \textcircled{5}
 \end{array}$$

### Μαθήματα 14, 15 και 16 (σελίδες 80-85)

#### Διερεύνηση (σελ. 80)

Στη διερεύνηση εισάγεται ο σύντομος αλγόριθμος για την εκτέλεση κατακόρυφου πολλαπλασιασμού, όπου ο ένας παράγοντας είναι μονοψήφιος. Τα παιδιά αναμένεται να συσχετίσουν τους δύο τρόπους που παρουσιάζονται, χρησιμοποιώντας παράλληλα το υλικό Dienes.

### Δραστηριότητα 5 (σελ. 84)

Οι ορθές απαντήσεις είναι:

(α) (i)  $164 \times 2 = \text{€}328$

(ii)  $46 \times 7 = \text{€}322$

(β)  $46 \times 4 = \text{€}184$

(γ) Για να είναι το συνολικό κόστος των διαδρομών προς και από το νησί το χαμηλότερο δυνατόν, η σχολή πρέπει να επιλέξει τη χαμηλότερη προσφορά λεωφορείου και πλοιαρίου. Από το ερώτημα (α), προκύπτει ότι η χαμηλότερη προσφορά λεωφορείου είναι με την εταιρεία «Άνεμος». Από το ερώτημα (β), προκύπτει ότι η χαμηλότερη προσφορά πλοιαρίου είναι με την εταιρεία «Μεσόγειος» που κοστίζει €300 με επιστροφή (ενώ η εταιρεία «Θάλασσα» με επιστροφή κοστίζει  $184 \times 2 = \text{€}368$ .)



## Μαθήματα 17 και 18 (σελίδες 86-89)

### Εξερεύνηση (σελ. 86)

Στην εξερεύνηση τα παιδιά αναμένεται να παρατηρήσουν ότι οι Ρώσοι χωρικοί, αξιοποιώντας τον πολλαπλασιασμό και τη διαίρεση ως αντίστροφες πράξεις, διπλασίαζαν τον ένα παράγοντα και διαιρούσαν τον άλλο παράγοντα διά 2 μέχρι που ο ένας παράγοντας γινόταν ίσος με 1.

Στην περίπτωση που και οι δύο παράγοντες ήταν περιττοί, οι Ρώσοι χωρικοί, αξιοποιούσαν παράλληλα και την επιμεριστική ιδιότητα, όπως φαίνεται στο πιο κάτω παράδειγμα.

$$11 \times 25$$

$$(10 \times 25) + (1 \times 25)$$

$$(5 \times 50) + (1 \times 25)$$

$$(4 \times 50) + ((1 \times 50) + (1 \times 25))$$

$$(2 \times 100) + (1 \times 50) + (1 \times 25)$$

$$(1 \times 200) + (1 \times 50) + (1 \times 25)$$

$$\text{Άρα } 11 \times 25 = 275$$

### Διερεύνηση (σελ. 87)

Τα παιδιά αναμένεται να αντιληφθούν ότι για να παραμείνει το γινόμενο το ίδιο σε όλες τις περιπτώσεις (ίσο με 64), όταν ο ένας παράγοντας του γινομένου διπλασιαστεί, ο άλλος παράγοντας θα διαιρεθεί διά 2. Συνεπώς, όταν ο ένας παράγοντας τριπλασιαστεί, ο άλλος παράγοντας πρέπει να διαιρεθεί διά 3. Επιπλέον, τα παιδιά αναμένεται να αντιληφθούν ότι όταν ο ένας παράγοντας διπλασιαστεί και ο άλλος παράγοντας παραμείνει αμετάβλητος, το γινόμενο θα διπλασιαστεί. Αντίστοιχα, όταν ο ένας παράγοντας διαιρεθεί διά 2 και ο άλλος παράγοντας παραμείνει αμετάβλητος, το γινόμενο θα διαιρεθεί διά 2.

## Δραστηριότητες Εμπλουτισμού

### Δραστηριότητα 5 (σελ. 92)

Στη δραστηριότητα αυτή υπάρχουν πολλές ορθές απαντήσεις. Τα παιδιά μπορούν να δουν την ταινία «ΤΑΞΙΔΙ ΣΤΗ ΜΕΣΟΓΕΙΟ» τις καθημερινές ή το Σάββατο ή την ταινία «ΤΑ ΦΤΕΡΑ ΤΟΥ ΠΗΓΑΣΟΥ» τις καθημερινές.

### Δραστηριότητα 18 (σελ. 99)

Οι ορθές απαντήσεις είναι:

$$A = 90 \quad B = 40 \quad \Gamma = 25$$

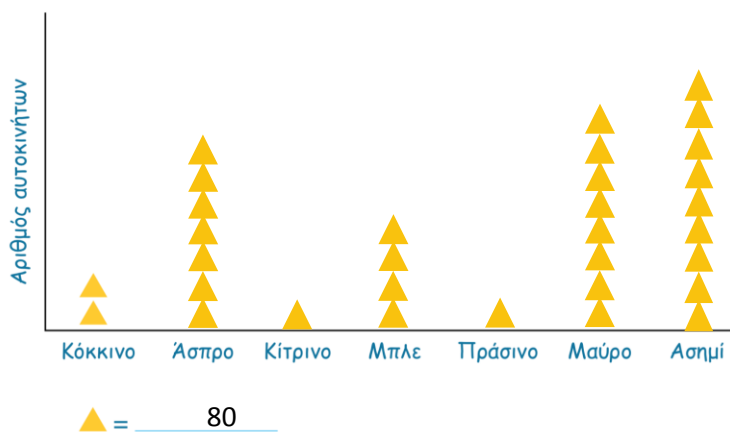
### Δραστηριότητα 19 (σελ. 99)

Οι ορθές απαντήσεις είναι:

$$\begin{array}{ll} \text{★} = \underline{\quad 1 \quad} & \text{★} = \underline{\quad 5 \quad} \\ \text{★} = \underline{\quad 3 \quad} & \text{★} = \underline{\quad 4 \quad} \end{array}$$

### Δραστηριότητα 20 (σελ. 100)

Τα παιδιά αναμένεται να κατασκευάσουν την πιο κάτω γραφική παράσταση:



### Δραστηριότητα 21 (σελ. 101)

Αξιοποιώντας τη στρατηγική δοκιμή και έλεγχος, τα παιδιά αναμένεται να απαντήσουν ότι οι αριθμοί είναι το 25 και το 26.

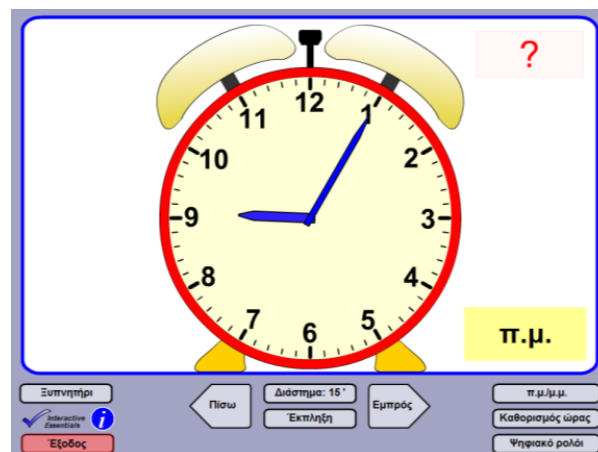


## ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑ

Γίνεται εισήγηση όπως χρησιμοποιούνται σε διάφορες περιπτώσεις εφαρμογίδα, όπως τα πιο κάτω:

### 1. Εφαρμογίδα για την ώρα

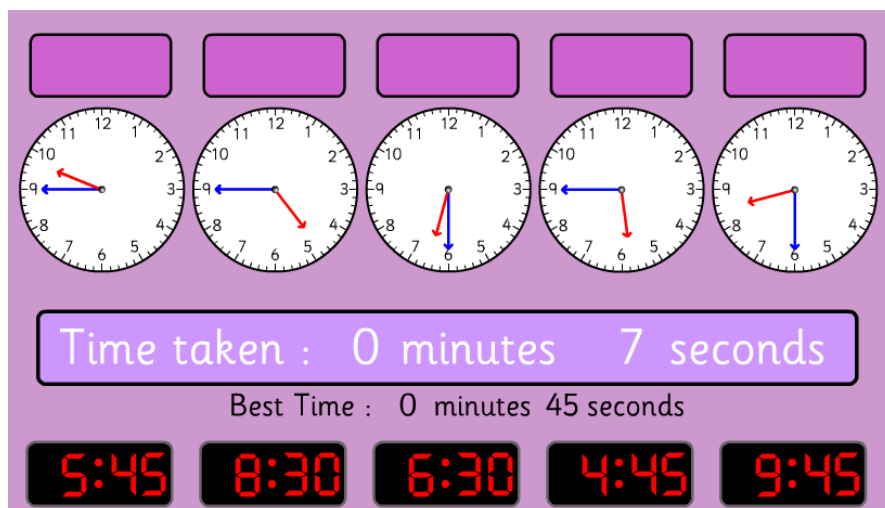
1. 1. Λογισμικό «Μαθαίνω γεωμετρία και μετρώ» – η ώρα και οι υποδιαίρεσεις της  
Το εφαρμογίδιο υποστηρίζει τη διδασκαλία της ώρας σε αναλογικό και σε ψηφιακό ρολόι. Τα πλήκτρα «Εμπρός» και «Πίσω» επιτρέπουν στον χρήστη να ορίσει το χρονικό διάστημα που θέλει να προστίθεται ή να αφαιρείται, αντίστοιχα, από την ώρα που φαίνεται. Το πλήκτρο «Διάστημα» επιτρέπει στον χρήστη να ορίσει το μεσοδιάστημα σε λεπτά.



## 1.2. Ιστοσελίδα

<https://www.teachingtime.co.uk/draggames/sthec1.html>

Τα παιδιά καλούνται να αντιστοιχίσουν τα αναλογικά με τα ψηφιακά ρολόγια που δείχνουν την ίδια ώρα.

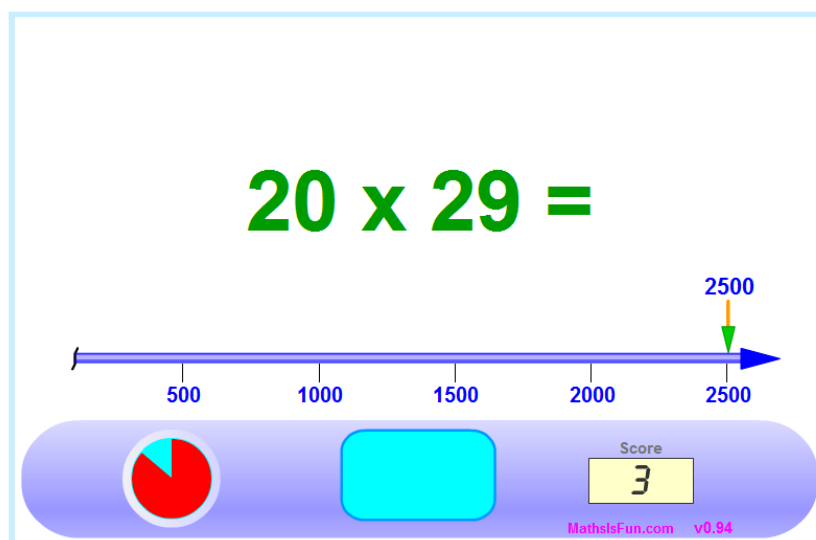


## 2. Εφαρμογίδιο για εκτίμηση γινομένου με πολλαπλάσια του 10

## 2.1. Ιστοσελίδα

<http://www.mathsisfun.com/numbers/estimation-game.php>

Από την αρχική σελίδα επιλέγουμε «Multiply Tens» για εκτίμηση γινομένου με πολλαπλάσια του 10. Τα παιδιά καλούνται, με βάση την εκτίμησή τους, να τοποθετήσουν το βέλος στο κατάλληλο σημείο της αριθμητικής γραμμής.



## 2.2. Ιστοσελίδα

<https://www.splashmath.com/multiplication-games>

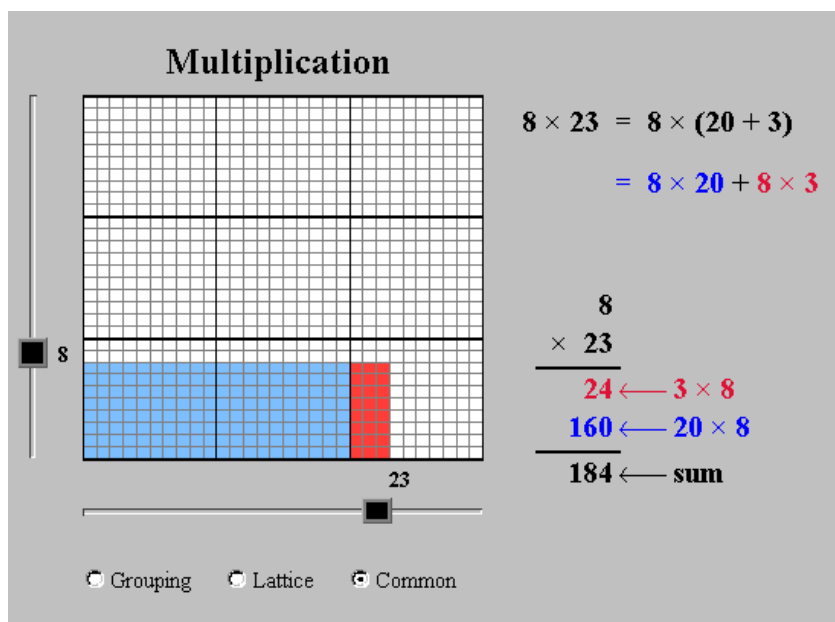
Τα παιδιά επιλέγουν την απάντηση σε μαθηματικές προτάσεις πολλαπλασιασμού στις οποίες ο ένας ή και οι δύο παράγοντες είναι πολλαπλάσια του 10.



## 3. Εφαρμογίδα για επιμεριστική ιδιότητα πολλαπλασιασμού

3.1 Ιστοσελίδα [http://nlvm.usu.edu/en/nav/frames\\_asid\\_192\\_g\\_2\\_t\\_1.html](http://nlvm.usu.edu/en/nav/frames_asid_192_g_2_t_1.html)

Το εφαρμογίδιο δίνει τη δυνατότητα αναπαράστασης πολλαπλασιασμού ως εμβαδόν, αξιοποιώντας την επιμεριστική ιδιότητα.



3.2 Ιστοσελίδα <http://www.scottle.edu.au/ec/viewing/L61/index.html>

Το εφαρμογίδιο δίνει τη δυνατότητα αναπαράστασης του πολλαπλασιασμού ως εμβαδόν, αξιοποιώντας την επιμεριστική ιδιότητα.

3.3. Ιστοσελίδα

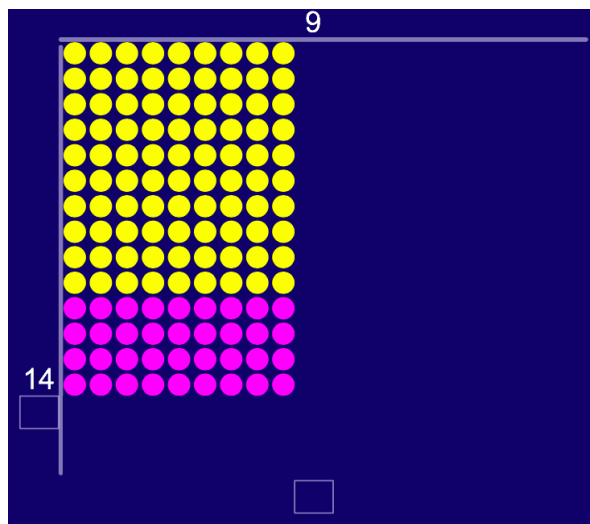
<https://www.splashmath.com/multiplication-games>

Το εφαρμογίδιο αναπαριστά εικονικά τις ιδιότητες του πολλαπλασιασμού. Τα παιδιά καλούνται να επιλέξουν την ιδιότητα που παρουσιάζεται σε κάθε περίπτωση.

### 3.4. Ιστοσελίδα

<https://mathsframe.co.uk/en/resources/resource/62/itp-multiplication-array>

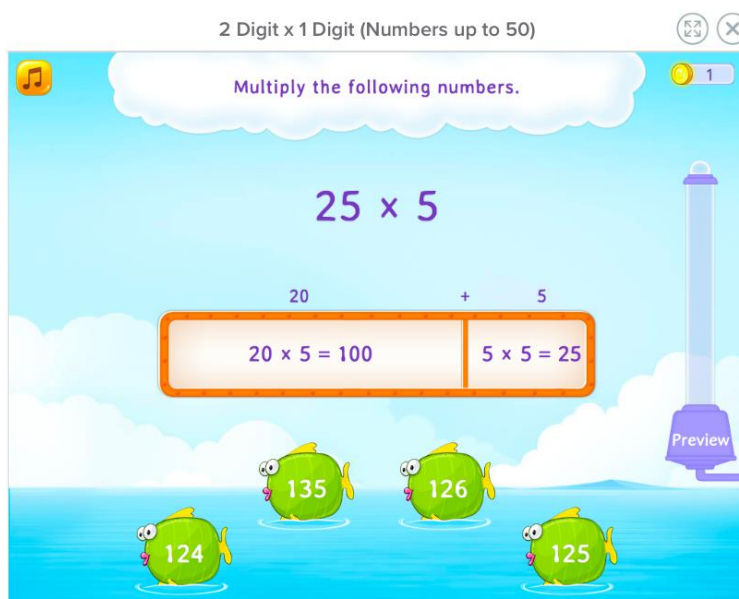
Το εφαρμογίδιο δίνει τη δυνατότητα αναπαράστασης της επιμεριστικής ιδιότητας του πολλαπλασιασμού.



### 3.4. Ιστοσελίδα

<https://www.splashmath.com/multiplication-games>

Το εφαρμογίδιο παρουσιάζει την εφαρμογή της επιμεριστικής ιδιότητας του πολλαπλασιασμού για τον υπολογισμό γινομένων διψήφιου αριθμού επί μονοψήφιο.



#### 4. Εφαρμογίδα για αλγόριθμο πολλαπλασιασμού

4.1. Ιστοσελίδα <https://www.mathplayground.com/multiplication04.html>

Τα παιδιά καλούνται να εκτελέσουν τον κατακόρυφο αλγόριθμο του πολλαπλασιασμού.

**Multiplication**

$$\begin{array}{r} 627 \\ \times 2 \\ \hline \square ? \end{array}$$

Correct Answer:

Start