Βασικές γνώσεις Μαθηματικών ανά τάξη

Η διδασκαλία των κλασμάτων σε όλες τις τάξεις του δημοτικού σχολείου

Επιμόρφωση εκπαιδευτικών δημοτικής εκπαίδευσης

Διήμερο εκπαιδευτικού 2019

Επεξήγηση Θεματικών

Βασική Θεματική

- ✓Αναφέρεται σε βασικές έννοιες των οποίων η διδασκαλία ολοκληρώνεται στη συγκεκριμένη τάξη.
- ✓Αναμένεται ότι η πλειοψηφία των μαθητών θα κατακτήσει τις έννοιες αυτές με την ολοκλήρωση της χρονιάς.
- ✓Η κατάκτηση των εννοιών αυτών είναι απαραίτητη για την ομαλή μετάβαση στις επόμενες τάξεις.
- ✓Σε περίπτωση αντιμετώπισης σημαντικών δυσκολιών στην κατανόηση των βασικών θεματικών λαμβάνονται διορθωτικά μέτρα.

Βασική Υποστηρικτική Θεματική (σπειροειδής ανάπτυξη)

- ✓Αναφέρεται σε βασικές έννοιες των οποίων η διδασκαλία ολοκληρώνεται σε επόμενες τάξεις
- ✓Αναμένεται ότι ο βαθμός κατανόησης των εννοιών αυτών δεν θα είναι ο ίδιος για όλους τους μαθητές με την ολοκλήρωση της χρονιάς
- ✓Η διδασκαλία των εννοιών αυτών είναι απαραίτητη για την ομαλή μετάβαση στις επόμενες τάξεις

Διασύνδεση των μαθηματικών εννοιών

- ✓Αναφέρεται σε έννοιες των οποίων η διδασκαλία εμπλέκει άλλες έννοιες του Α.Π. και παρέχει ευκαιρίες εφαρμογής των εννοιών.
- ✓Η διδασκαλία των εννοιών αυτών είναι απαραίτητη για τη διασύνδεση των μαθηματικών εννοιών και την ανάδειξη της σημασίας των μαθηματικών.

ΘΕΜΑΤΙΚΕΣ ΕΝΟΤΗΤΕΣ ΑΝΑ ΤΑΞΗ | Εμφάσεις Αναλυτικού Προγράμματος | Μαθηματικά Α΄ Δημοτικού

	Βασική Θεματική
	Βασική Υποστηρικτική θεματική (σπειροειδής ανάπτυξη)
	Διασύνδεση των μαθηματικών εννοιών

Θεματική Περιοχή Α.Π.		**Περιγραφή θεματικής**
Αριθμοί & Πράξεις		Απαγγελία, αναγνώριση, σύγκριση, διάταξη και αναπαράσταση ακεραίων μέχρι το 100
		Επίλυση προβλημάτων προσθετικής δομής
		Πρόσθεση και αφαίρεση μέχρι το 10 (με ευχέρεια)
		Πρόσθεση και αφαίρεση μέχρι το 20 (με τη χρήση στρατηγικών)
		Πρόσθεση και αφαίρεση μέχρι το 100, αξιοποιώντας ιδιότητες πρόσθεσης και αξίας θέσης ψηφίου (π.χ. 23+20, 82+3, 85-2)
		Κατανόησης της έννοιας πολλαπλασιασμού και διαίρεσης
		Επίλυση προβλημάτων πολλαπλασιαστικής δομής
		Κλάσμα ως διαχωρισμός σε ίσα μέρη, εναδικά κλάσματα
		Έννοια του 1/2
Γεωμετρία		Αναγνώριση και ονομασία δισδιάστατων σχημάτων (τετράγωνο, ορθογώνιο, κύκλος, τρίγωνο)
		Αναγνώριση και ονομασία τρισδιάστατων σχημάτων
Μέτρηση		Μέτρηση μήκους σε cm και έννοια περιμέτρου
		Έννοια εμβαδού
		Έννοιες χρόνου, αναγνώριση και γραφή ολόκληρης ώρας
Στατιστική		Ερμηνεία και οργάνωση δεδομένων (εικονόγραμμο και ραβδόγραμμο)

	Βασική Θεματική
	Βασική Υποστηρικτική θεματική (σπειροειδής ανάπτυξη)
	Διασύνδεση των μαθηματικών εννοιών

Θεματική Περιοχή Α.Π.		**Περιγραφή θεματικής**
Αριθμοί & Πράξεις		Απαγγελία, αναγνώριση, σύγκριση, διάταξη και αναπαράσταση ακεραίων μέχρι το 1000 και αξία θέσης ψηφίου
		Επίλυση προβλημάτων προσθετικής και πολλαπλασιαστικής δομής μίας πράξης (πολλαπλασιασμός ως ομαδοποίηση, εμβαδόν και σύγκριση & διαίρεση ως μέτρηση και ως επαναλαμβανόμενη αφαίρεση)
		Πρόσθεση και αφαίρεση μέχρι το 20 (με ευχέρεια)
		Μοτίβα πολλαπλασιασμού 2, 5 και 10 (με ευχέρεια)
		Υπολογισμός μοτίβων πολλαπλασιασμού με τη χρήση στρατηγικών και αξιοποιώντας τις ιδιότητες του πολλαπλασιασμού (3, 4 και 6)
		Εφαρμογή ιδιοτήτων πρόσθεσης και αξίας θέσης ψηφίου σε νοερούς και γραπτούς υπολογισμούς (μέχρι το 100)
		Αφαίρεση με μονοψήφιο αφαιρετέο (μέχρι το 100)
		Το ½ ενός συνόλου διακριτών αντικειμένων
		Εναδικά κλάσματα (μέρος επιφάνειας και συνόλου διακριτών αντικειμένων)
Γεωμετρία		Αναγνώριση, ονομασία και περιγραφή βασικών χαρακτηριστικών δισδιάστατων σχημάτων (τετράγωνο, ορθογώνιο, κύκλος, τρίγωνο)
		Διασύνδεση δισδιάστατων και τρισδιάστατων σχημάτων
		Ιδιότητες ορθογωνίου και τετραγώνου
Μέτρηση		Μέτρηση μήκους σε cm και υπολογισμός περιμέτρου
		Εμβαδόν ως κάλυψη επιφάνειας
		Έννοιες χρόνου, αναγνώριση και γραφή ώρας
		Νομισματικό σύστημα
Στατιστική		Ερμηνεία και οργάνωση δεδομένων (εικονόγραμμο, πίνακας και ραβδόγραμμο)

ΘΕΜΑΤΙΚΕΣ ΕΝΟΤΗΤΕΣ ΑΝΑ ΤΑΞΗ | Εμφάσεις Αναλυτικού Προγράμματος | Μαθηματικά Γ΄ Δημοτικού

	Βασική Θεματική
	Βασική Υποστηρικτική θεματική (σπειροειδής ανάπτυξη)
	Διασύνδεση των μαθηματικών εννοιών

Θεματική Περιοχή Α.Π.		**Περιγραφή θεματικής**
Αριθμοί & Πράξεις		Απαγγελία, αναγνώριση, σύγκριση, διάταξη και αναπαράσταση ακεραίων μέχρι το 10000 και αξία θέσης ψηφίου
		Επίλυση προβλημάτων προσθετικής και πολλαπλασιαστικής δομής (μίας και δύο πράξεων)
		Νοεροί υπολογισμοί και αλγόριθμοι πρόσθεσης και αφαίρεσης, αξιοποιώντας τις ιδιότητες των πράξεων και την αξία θέσης ψηφίου μέχρι το 1000
		Μοτίβα πολλαπλασιασμού και διαίρεσης μέχρι το 100 – τέλεια και ατελής διαίρεση
		Νοεροί υπολογισμοί πρόσθεσης και αφαίρεσης μέχρι το 10000 και μονοψήφιος πολλαπλασιασμός, αξιοποιώντας τις ιδιότητες των πράξεων και της αξία θέσης ψηφίου
		Έννοια κλάσματος (κλάσμα ως μέρος επιφάνειας και ως συνόλου διακριτών αντικειμένων)
		Σύγκριση κλασμάτων (ίδιος αριθμητής ή ίδιος παρονομαστής)
		Αναγνώριση δεκαδικών αριθμών
Γεωμετρία		Αναγνώριση, ονομασία και ταξινόμηση πολυγώνων με κριτήριο το πλήθος των πλευρών και των γωνιών
		Αναγνώριση και ονομασία τρισδιάστατων σχημάτων
		Περιγραφή και καθορισμός θέσης στον χώρο, διατεταγμένα ζεύγη
		Συμμετρία
Μέτρηση		Υπολογισμός περιμέτρου ευθύγραμμων σχημάτων
		Υπολογισμός εμβαδού ορθογωνίου
		Έννοιες χρόνου, αναγνώριση και γραφή ώρας, σχέσεις μεταξύ μονάδων χρόνων
		Επίλυση προβλημάτων που εμπλέκουν μονάδες μέτρησης μήκους, μάζας, χωρητικότητας και νομισματικό σύστημα
Στατιστική & Πιθανότητες		Ερμηνεία και οργάνωση δεδομένων και συμπλήρωση βασικών στοιχείων γραφικής παράστασης (εικονόγραμμο και ραβδόγραμμο)
		Βέβαιο/αδύνατο/πιθανό ενδεχόμενο

Εργασία

- Να μελετήσετε τις θεματικές που αντιστοιχούν στις τάξεις Δ’- ΣΤ’ και να συμπληρώσετε τη δεύτερη στήλη του πίνακα με το κατάλληλο χρώμα.

ΘΕΜΑΤΙΚΕΣ ΕΝΟΤΗΤΕΣ ΑΝΑ ΤΑΞΗ | Εμφάσεις Αναλυτικού Προγράμματος | Μαθηματικά Δ΄ Δημοτικού

	Βασική Θεματική
	Βασική Υποστηρικτική θεματική (σπειροειδής ανάπτυξη)
	Διασύνδεση των μαθηματικών εννοιών

Θεματική Περιοχή Α.Π.		**Περιγραφή θεματικής**
Αριθμοί & Πράξεις		Ακέραιοι αριθμοί μέχρι το ένα εκατομμύριο
		Επίλυση προβλημάτων προσθετικής και πολλαπλασιαστικής δομής μίας και δύο πράξεων
		Αναγνώριση, σύγκριση, διάταξη και αναπαράσταση δεκαδικών αριθμών (μέχρι 2 δεκαδικά ψηφία), αξιοποιώντας την αξία θέσης ψηφίου
		Νοεροί υπολογισμοί και αλγόριθμοι τεσσάρων πράξεων (μονοψήφια διαίρεση)
		Πρόσθεση και αφαίρεση δεκαδικών αριθμών (μέχρι 2 δεκαδικά ψηφία)
		Πολλαπλάσια και διαιρέτες
		Έννοια κλάσματος (ως μέρος επιφάνειας και ως σύνολο διακριτών αντικειμένων), υπολογισμός μέρους αριθμού, πρόσθεση και αφαίρεση ομώνυμων κλασμάτων
		Ισοδυναμία και σύγκριση κλασμάτων
		Απλοποίηση κλασμάτων
		Μικτός αριθμός, καταχρηστικά κλάσματα, διασύνδεση κλάσματος, δεκαδικού και μικτού
Γεωμετρία		Γεωμετρικοί μετασχηματισμοί: συμμετρία, μεταφορά και περιστροφή
		Αναγνώριση, ονομασία και περιγραφή πολυγώνων και ταξινόμηση σχημάτων
		Αναγνώριση και κατασκευή παράλληλων και κάθετων ευθειών, ταξινόμηση γωνιών (ορθή, αμβλεία, οξεία)
		Αναγνώριση, ονομασία και βασικά στοιχεία πυραμίδων και πρισμάτων (ακμή, κορυφή, έδρα)
		Περιγραφή και καθορισμός θέσης στον χώρο - όψεις στερεών και διατεταγμένα ζεύγη
Μέτρηση		Υπολογισμός περιμέτρου και εμβαδού ορθογωνίου, τετραγώνου και ορθογωνίου τριγώνου με τη χρήση τύπων
		Επίλυση προβλημάτων που εμπλέκουν μονάδες μέτρησης μήκους, μάζας, χωρητικότητας, χρόνου, αναγνώριση και γραφή ώρας σε διαφορετικές μορφές, γραφή χρηματικών ποσών σε δεκαδική μορφή και μετατροπές μονάδων μέτρησης
Άλγεβρα		Αριθμητικά μοτίβα
Στατιστική & Πιθανότητες		Ερμηνεία δεδομένων και κατασκευή γραφικής παράστασης (εικονόγραμμο, ραβδόγραμμο, κυκλική γραφική παράσταση)

	Βασική Θεματική
	Βασική Υποστηρικτική θεματική (σπειροειδής ανάπτυξη)
	Διασύνδεση των μαθηματικών εννοιών

Θεματική Περιοχή Α.Π.		**Περιγραφή θεματικής**
Αριθμοί & Πράξεις		Ακέραιοι αριθμοί μέχρι το ένα δισεκατομμύριο
		Επίλυση προβλημάτων ρουτίνας (προσθετικής και πολλαπλασιαστικής δομής μίας και δύο πράξεων) και διαδικασίας
		Νοεροί και γραπτοί υπολογισμοί ακεραίων, αξιοποιώντας την αξίας θέσης ψηφίου και τις ιδιότητες των πράξεων
		Πρόσθεση και αφαίρεση δεκαδικών, κλασμάτων και μικτών αριθμών
		Πολλαπλασιασμός κλάσματος/δεκαδικού με ακέραιο και διαίρεση κλασμάτων (διαιρέτης ή διαιρετέος ακέραιος)
		Πολλαπλάσια, διαιρέτες, ανάλυση ακεραίων σε γινόμενο πρώτων παραγόντων, επίλυση προβλημάτων που εμπλέκουν τις έννοιες του Ελάχιστου Κοινού Πολλαπλασίου και Μέγιστου Κοινού Διαιρέτη και κριτήρια διαιρετότητας (2, 4, 5, και 10)
		Έννοια λόγου και επίλυση προβλημάτων αναλογικής σκέψης (π.χ. μετατροπές μονάδων μέτρησης)
		Ισοδυναμία και απλοποίηση κλασμάτων για εκτέλεση υπολογισμών
		Ισοδύναμες μορφές ρητών αριθμών και μετατροπές (κλάσμα, δεκαδικός, λόγος, μικτός, ποσοστό)
Άλγεβρα		Αριθμητικά μοτίβα, αξιοποίηση μαθηματικών εκφράσεων για την αναπαράσταση προβλημάτων και επίλυση απλών εξισώσεων
Γεωμετρία		Γεωμετρικοί μετασχηματισμοί σε πλέγμα συντεταγμένων
		Ταξινόμηση επίπεδων σχημάτων με βάση τις ιδιότητές τους και σχέσεις εγκλεισμού (π.χ. είδη παραλληλογράμμων)
		Αναγνώριση και κατασκευή παράλληλων και κάθετων ευθειών (σε πλέγμα), ταξινόμηση και μέτρηση γωνιών
		Αναγνώριση, ονομασία και βασικά στοιχεία πυραμίδων και πρισμάτων (ακμή, κορυφή, έδρα),
		Συντεταγμένες σημείου στο επίπεδο, γεωμετρία σε πλέγμα συντεταγμένων
Μέτρηση		Υπολογισμός περιμέτρου και εμβαδού ευθύγραμμων σχημάτων (ορθογώνιο, τετράγωνο, τρίγωνο, παραλληλόγραμμο)
		Αναπτύγματα στερεών και υπολογισμός όγκου ορθογώνιου παραλληλεπιπέδου
Στατιστική & Πιθανότητες		Ερμηνεία και οργάνωση δεδομένων και κατασκευή γραφικών παραστάσεων (πίνακας δεδομένων, εικονόγραμμο, ραβδόγραμμο, κυκλική γραφική παράσταση, γραμμική γραφική παράσταση)
		Υπολογισμός πιθανότητας ενδεχομένου

ΘΕΜΑΤΙΚΕΣ ΕΝΟΤΗΤΕΣ ΑΝΑ ΤΑΞΗ | Εμφάσεις Αναλυτικού Προγράμματος | Μαθηματικά Στ΄ Δημοτικού

	Βασική Θεματική
	Βασική Υποστηρικτική θεματική (σπειροειδής ανάπτυξη)
	Διασύνδεση των μαθηματικών εννοιών

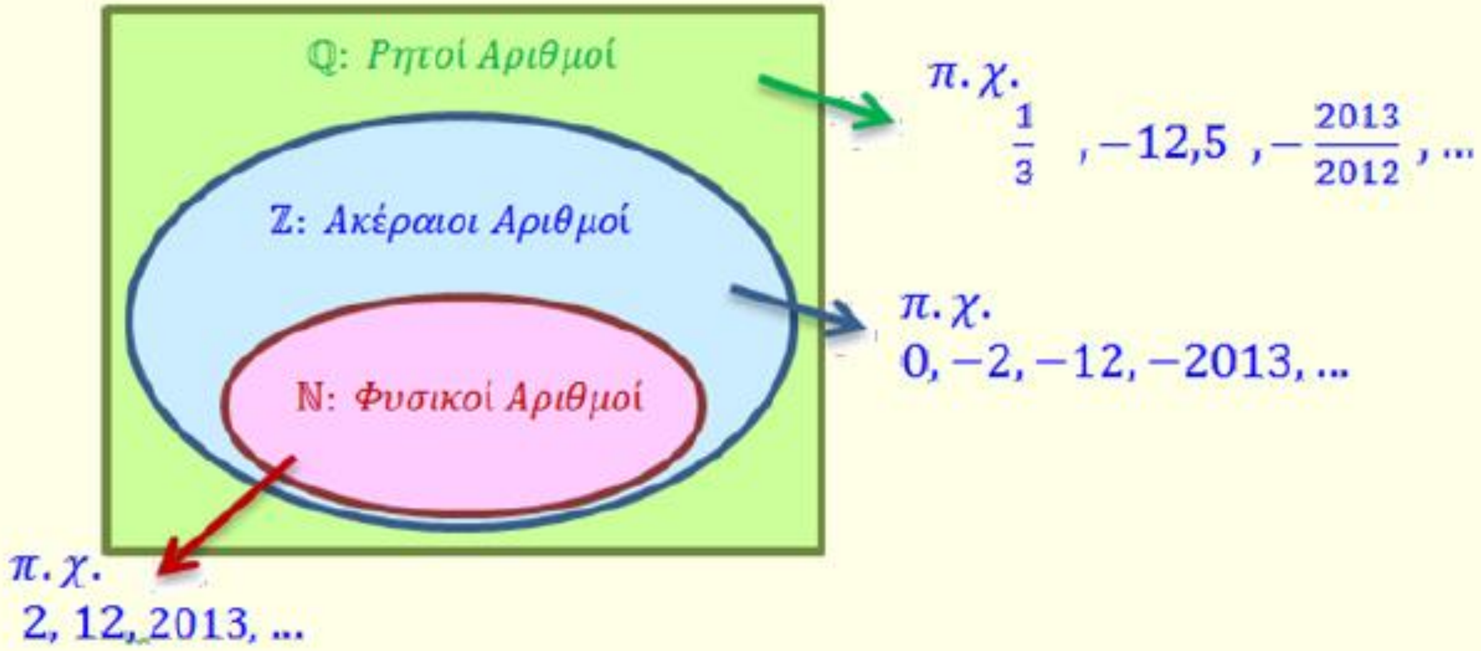
Θεματική Περιοχή Α.Π.		**Περιγραφή θεματικής**
Αριθμοί & Πράξεις		Επίλυση προβλήματος με ρητούς αριθμούς
		Γραπτοί και νοεροί υπολογισμοί με ρητούς αριθμούς (ακέραιοι, δεκαδικοί, κλάσματα, μικτοί)
		Επίλυση προβλημάτων Ελάχιστου Κοινού Πολλαπλασίου και Μέγιστου Κοινού Διαιρέτη
		Ευκλείδεια Διαίρεση και Κριτήρια Διαιρετότητας
		Έννοια λόγου, επίλυση προβλημάτων αναλογικής σκέψης και ευθέως ανάλογα ποσά
		Έννοια ποσοστού (διασύνδεση με κλάσμα και δεκαδικό) και επίλυση προβλημάτων με ποσοστά
Άλγεβρα		Αριθμητικές και αλγεβρικές εκφράσεις, επίλυση απλών εξισώσεων με τη χρήση μεταβλητών και προβλήματα συναρτησιακής σκέψης (π.χ. μοτίβα, σχέσεις μεταξύ μεταβλητών)
Γεωμετρία		Γεωμετρικοί μετασχηματισμοί σε πλέγμα συντεταγμένων
		Ταξινόμηση επίπεδων σχημάτων με βάση τις ιδιότητές τους και σχέσεις εγκλεισμού (π.χ. είδη τριγώνων, κανονικά και μη πολύγωνα, σχέσεις μεταξύ παραλληλογράμμων)
		Ταξινόμηση στερεών (πρίσματα, πυραμίδες, κύλινδροι, κώνοι)
		Συντεταγμένες σημείου στο επίπεδο, γεωμετρία σε πλέγμα συντεταγμένων
Μέτρηση		Άθροισμα γωνιών τριγώνου και πολυγώνων
		Επίλυση προβλημάτων που εμπλέκουν υπολογισμό περιμέτρου και εμβαδού ευθύγραμμων σχημάτων και όγκου ορθογώνιου παραλληλεπιπέδου
Στατιστική & Πιθανότητες		Ερμηνεία και οργάνωση δεδομένων (πίνακας δεδομένων, εικονόγραμμο, ραβδόγραμμο, κυκλική γραφική παράσταση, γραμμική γραφική παράσταση)
		Έννοια του μέσου όρου και επίλυση προβλήματος
		Υπολογισμός πιθανότητας και πειράματα τύχης

Η διδασκαλία των κλασμάτων και των πράξεών τους σε όλες τις τάξεις του δημοτικού σχολείου

Ένας δεκαδικός αριθμός είναι μια άλλη μορφή αναπαράστασης ενός κλάσματος.
π.χ. $0{,}5 = \frac{1}{2}$

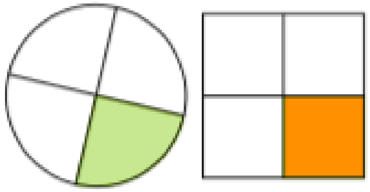
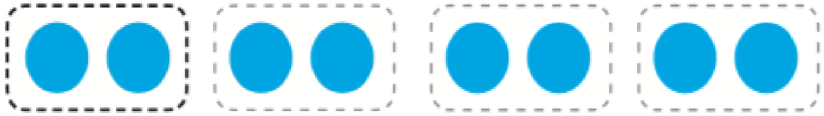
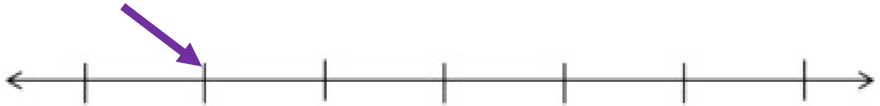
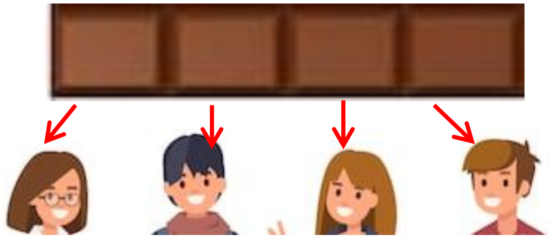
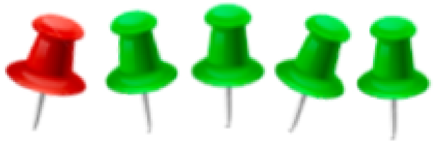
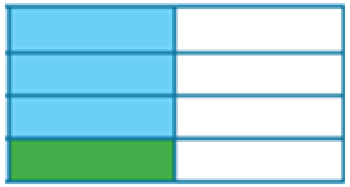
- **Ρητοί** είναι οι αριθμοί που μπορούν να γραφούν στη μορφή κλάσματος, με αριθμητή και παρονομαστή ακέραιους αριθμούς και παρονομαστή διαφορετικό από το μηδέν. Το σύνολο των Ρητών αριθμών συμβολίζεται με $\mathbb{Q}$.

Δηλαδή, $\mathbb{Q} = \left\{ \frac{\mu}{\nu} \;/\; \mu \in \mathbb{Z},\ \nu \in \mathbb{Z},\ \nu \neq 0 \right\}$

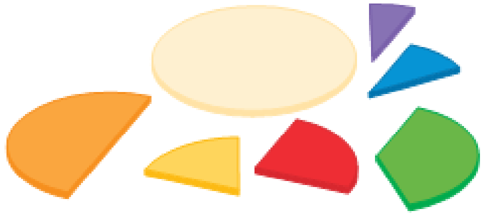


Κάθε ακέραιος αριθμός είναι και ρητός.
π.χ. $3 = \frac{3}{1}$, $-8 = -\frac{8}{1}$
$0 = \frac{0}{2}$

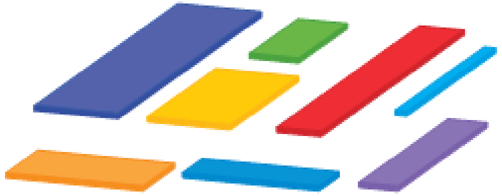
Διαφορετικές ερμηνείες κλάσματος

Κλάσμα ως μέρος επιφάνειας  $\frac{1}{4}$	Κλάσμα ως μέρος συνόλου διακριτών αντικειμένων  $\frac{1}{4}\ \textit{του}\ 8 = 2$
Κλάσμα ως μέτρο  	Κλάσμα ως πηλίκο  $\frac{1}{4} = 1 \div 4 = 0,25$
Κλάσμα ως λόγος  $1\ \textit{προς}\ 4$ ή $1:4$ ή $\frac{1}{4}$	Κλάσμα ως τελεστής (μεγέθυνση/σμίκρυνση)  $\frac{1}{4}\ \textit{του}\ \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$

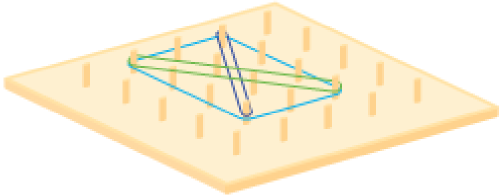
Διαφορετικά μοντέλα αναπαράστασης των κλασμάτων



Κλασματικοί κύκλοι

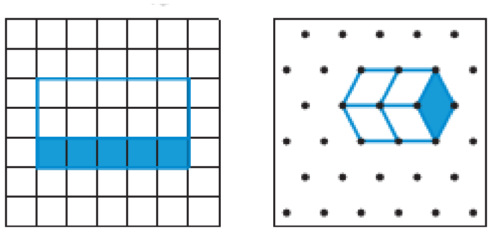


Ράβδοι Cuisenaire

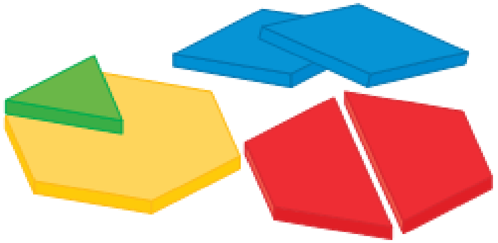


Βελονοπίνακας

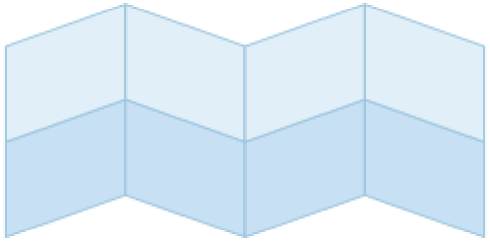
Κινέζικο τετράγωνο



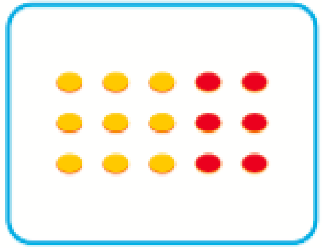
Τετραγωνισμένο πλέγμα



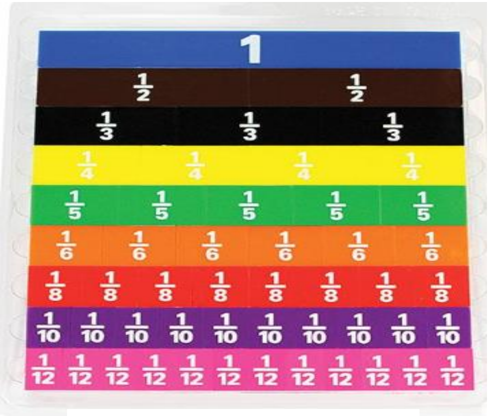
Σχήματα μοτίβου



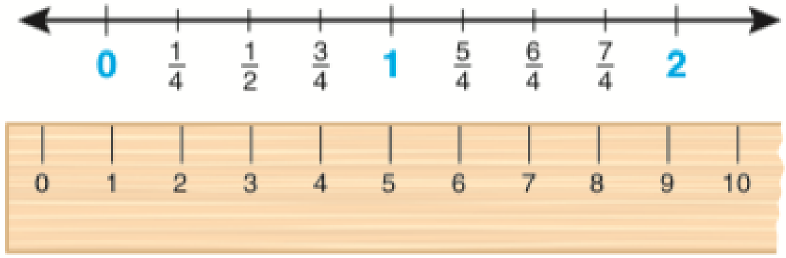
Δίπλωμα χαρτιού



Αντικείμενα



Ράβδοι κλασμάτων



Αριθμητικές γραμμές

Τάξη Α’	Τάξη Β’	Τάξη Γ’	Τάξη Δ’	Τάξη Ε’	Τάξη Στ’
Κλάσμα ως διαχωρισμός σε ίσα μέρη Έννοια του $\frac{1}{2}$ Εναδικά κλάσματα (μέρος επιφάνειας)	Εναδικά κλάσματα (μέρος επιφάνειας) Το $\frac{1}{2}$ ενός συνόλου διακριτών αντικειμένων Εναδικά κλάσματα (μέρος συνόλου διακριτών αντικειμένων)	Κλάσμα ως μέρος επιφάνειας και συνόλου διακριτών αντικειμένων Σύγκριση κλασμάτων (ίδιος αριθμητής ή ίδιος παρονομαστής)	Κλάσμα ως μέρος επιφάνειας και συνόλου διακριτών αντικειμένων (συμπλήρωση ακέραιας μονάδας) Υπολογισμός κλασματικού μέρους ενός αριθμού ($\frac{1}{4}\ του\ 24 = \boxed{}$) Υπολογισμός αριθμού, όταν δίνεται ένα κλασματικό του μέρος ($\frac{1}{3}\ του\ \boxed{} = 4$) Ισοδυναμία κλασμάτων Απλοποίηση κλασμάτων Σύγκριση ομώνυμων και ετερώνυμων κλασμάτων με τη χρήση στρατηγικών Πρόσθεση και αφαίρεση ομώνυμων κλασμάτων Έννοια μικτού αριθμού και καταχρηστικού κλάσματος Ερμηνεία δεδομένων (κυκλική γραφική παράσταση)	Κλάσμα ως μέτρο Κλάσμα ως πηλίκο, ως λόγος και ως τελεστής Απλοποίηση κλασμάτων (χρήση ΜΚΔ) Πρόσθεση και αφαίρεση ετερωνύμων κλασμάτων και μικτών αριθμών Μετατροπές μικτών αριθμών σε καταχρηστικά κλάσματα και το αντίστροφο Πολλαπλασιασμός ακέραιου επί κλάσμα, κλάσματος επί ακέραιου και κλάσματος επί κλάσμα Διαίρεση κλάσματος διά ακέραιο και ακέραιου διά κλάσμα Ερμηνεία, οργάνωση δεδομένων και κατασκευή γραφικής παράστασης	Πολλαπλασιασμός και διαίρεση κλασμάτων και μικτών (όλες οι περιπτώσεις) Κλάσμα ως λόγος και διασύνδεση με έννοια ποσοστού Ερμηνεία, οργάνωση δεδομένων και κατασκευή γραφικής παράστασης

Α’ τάξη

Τάξη Α’
Κλάσμα ως διαχωρισμός σε ίσα μέρη Έννοια του $\frac{1}{2}$ Εναδικά κλάσματα (μέρος επιφάνειας)

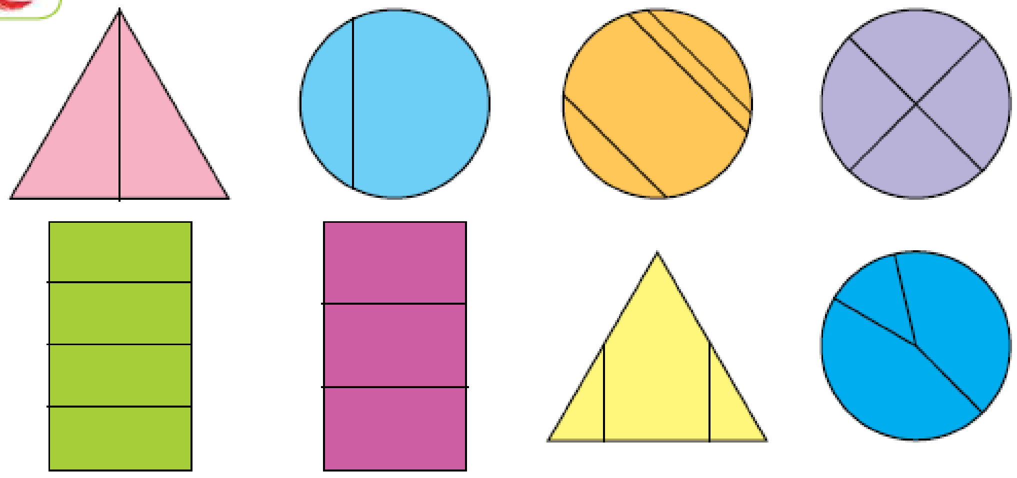
ΕΞΕΡΕΥΝΗΣΗ

Η Θέμις και ο Ηλίας θέλουν να μοιράσουν δίκαια το φαγητό τους.

Κλάσμα ως διαχωρισμός σε ίσα μέρη

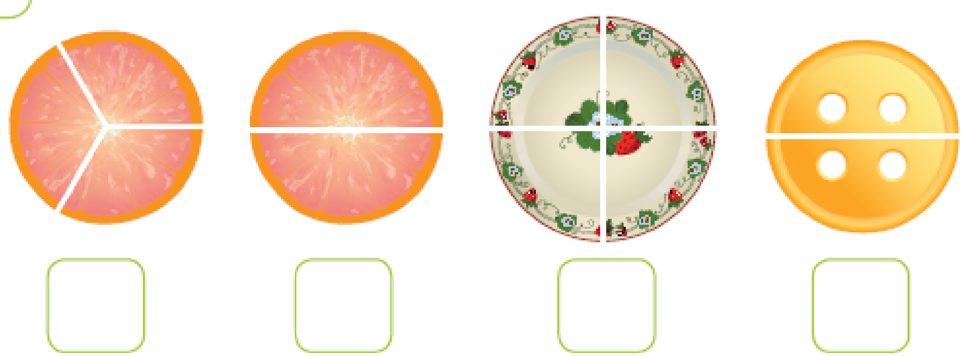
Να κάνεις εισηγήσεις.

1. Ποια σχήματα είναι χωρισμένα σε ίσα μέρη;

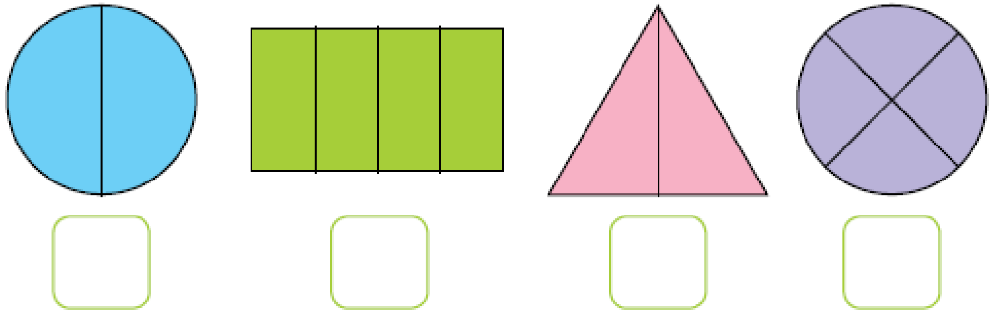


2. Σε πόσα ίσα μέρη είναι χωρισμένα τα πιο κάτω σχήματα;

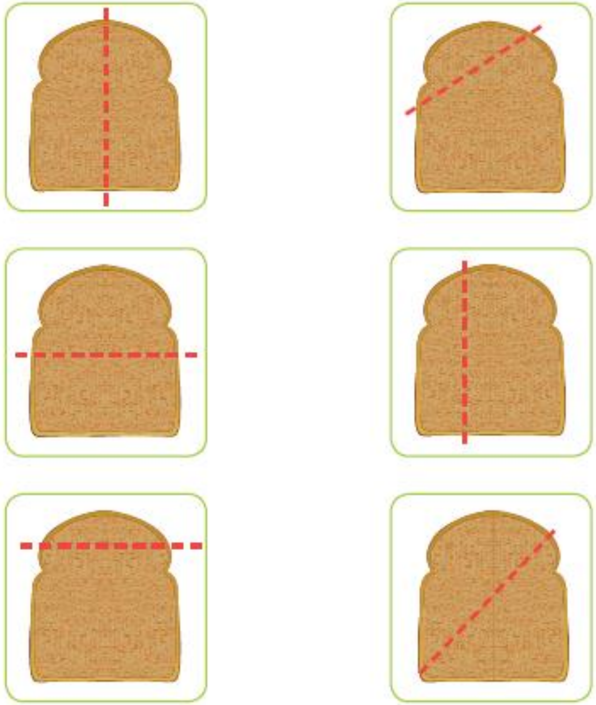
(α)



(β)

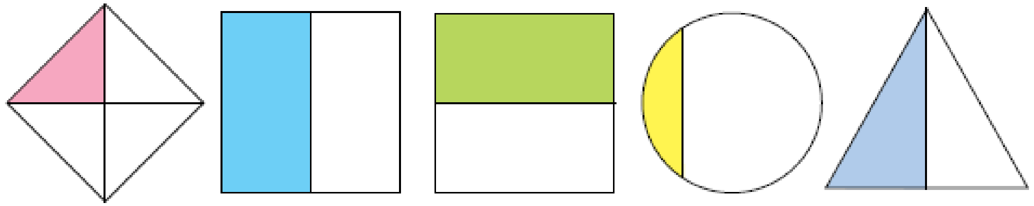


ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ



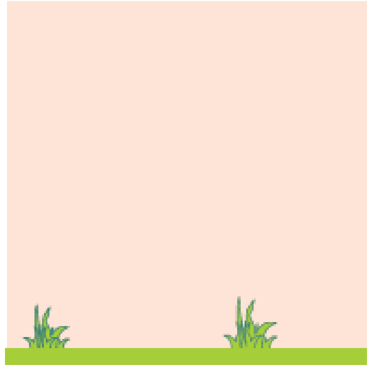
Η έννοια του $\frac{1}{2}$

3. Σε ποιο σχήμα είναι χρωματισμένο το $\frac{1}{2}$;

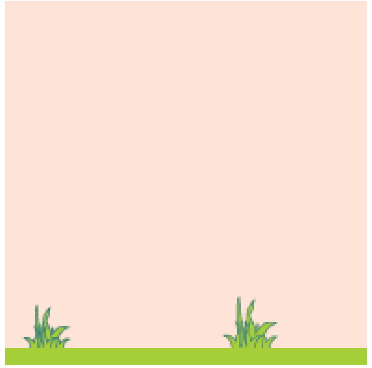


4. Τα παιδιά θα βάψουν τον μισό τοίχο κόκκινο και τον μισό μπλε. Να εισηγηθείς δύο τρόπους με τους οποίους τα παιδιά μπορούν να βάψουν τον τοίχο.

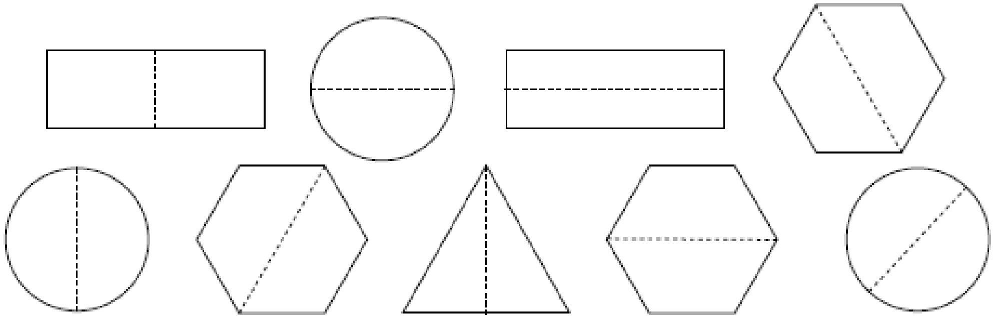
(α)



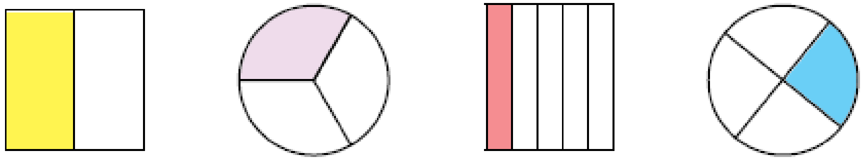
(β)



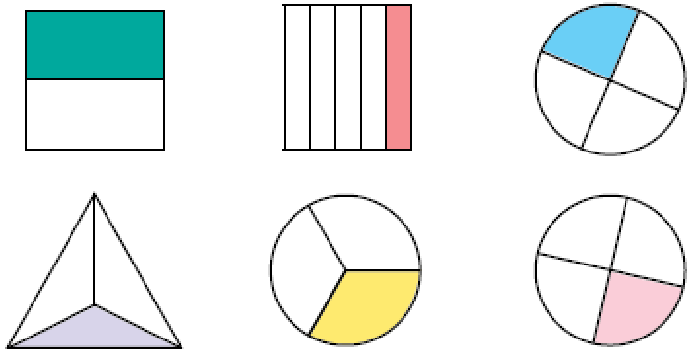
5. Να χρωματίσεις το $\frac{1}{2}$ κάθε σχήματος. Να κάνεις παρατηρήσεις.



1. Σε ποιο σχήμα είναι χρωματισμένο το $\frac{1}{3}$;



2. Σε ποιο σχήμα είναι χρωματισμένο το $\frac{1}{4}$;

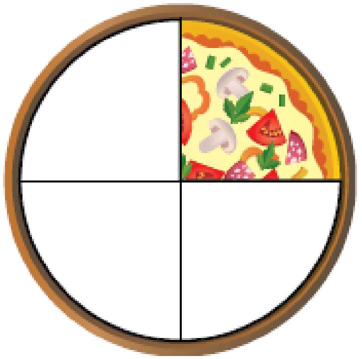


3. Πόση πίτσα έχει μείνει;

• Έχει μείνει το $\frac{1}{4}$ της πίτσας.

• Έχει μείνει το $\frac{1}{3}$ της πίτσας.

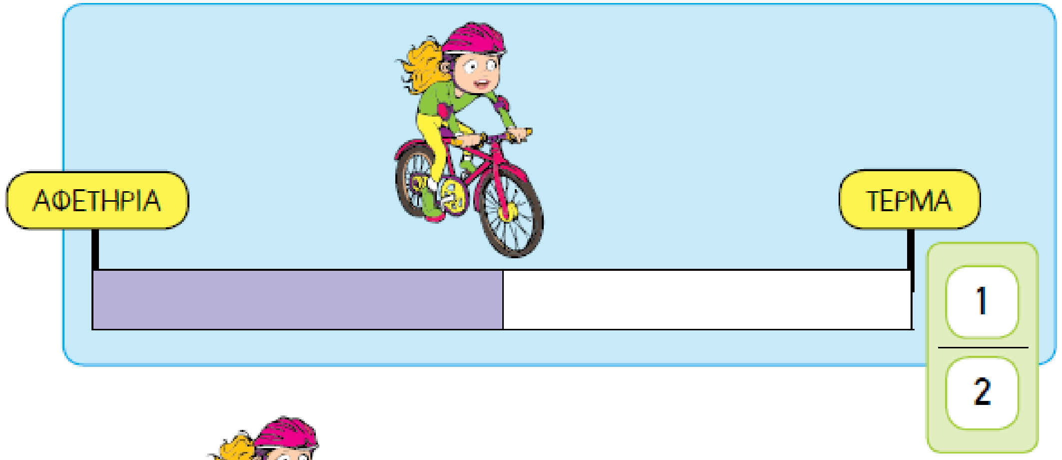
• Έχει μείνει το $\frac{1}{2}$ της πίτσας.

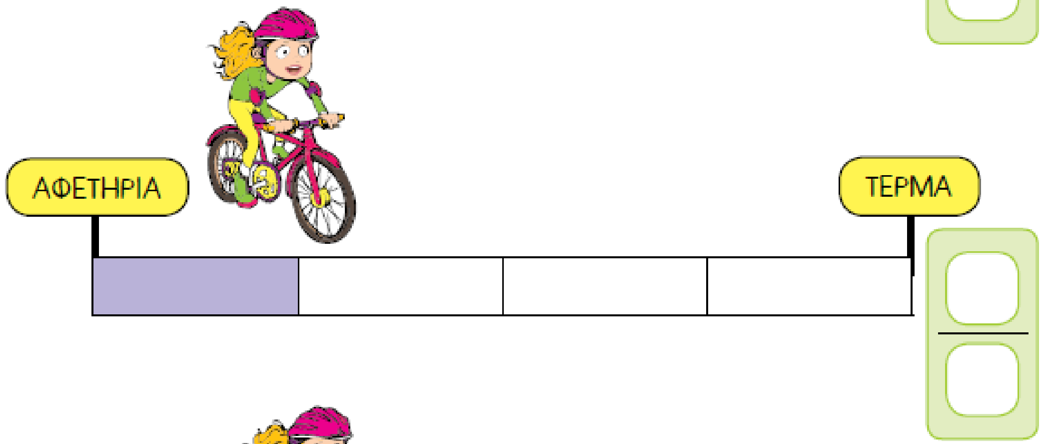


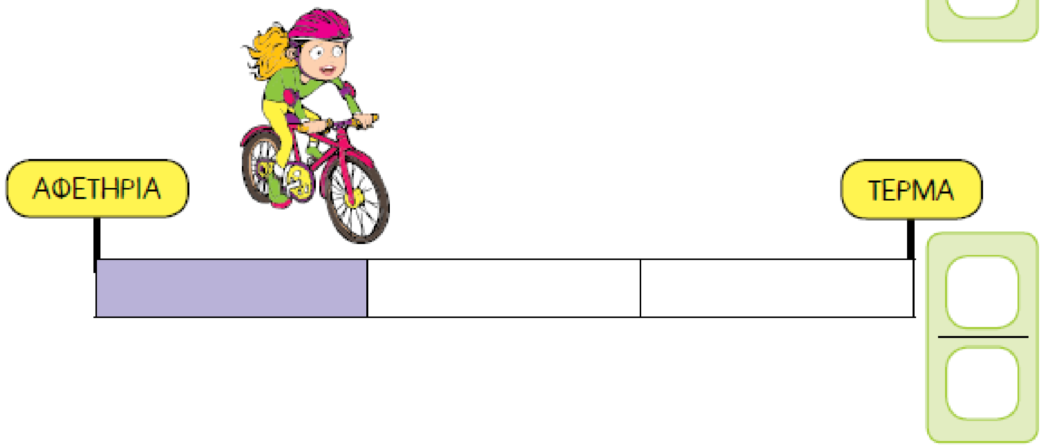
Εναδικά κλάσματα

$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$

4. Να γράψεις το κλάσμα που ταιριάζει στη διαδρομή που κάλυψε η ποδηλάτης, όπως στο παράδειγμα.





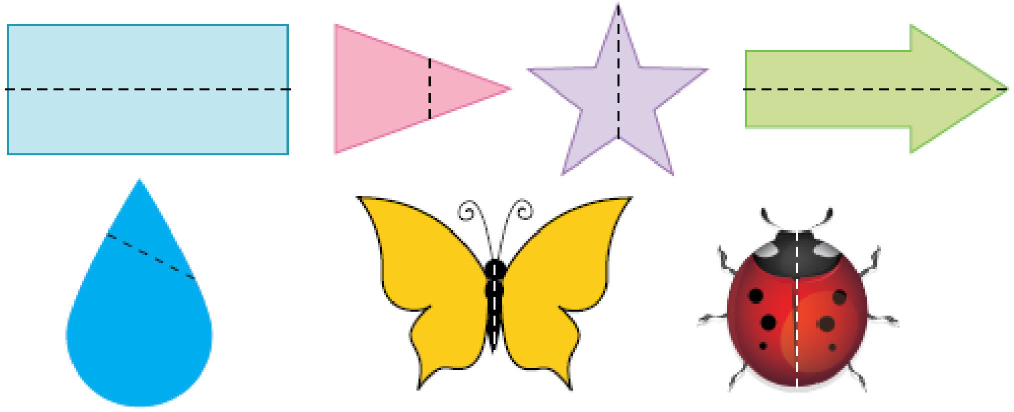


Β’ τάξη

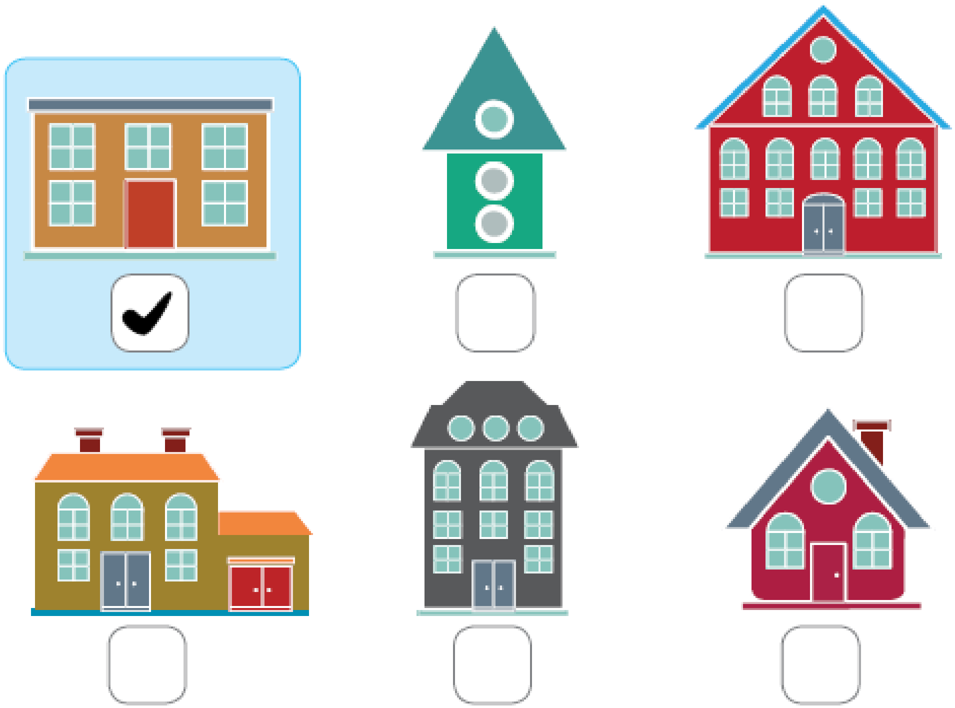
Τάξη Β’
Εναδικά κλάσματα (μέρος επιφάνειας) Το $\frac{1}{2}$ ενός συνόλου διακριτών αντικειμένων Εναδικά κλάσματα (μέρος συνόλου διακριτών αντικειμένων)

Εναδικά κλάσματα – μέρος επιφάνειας

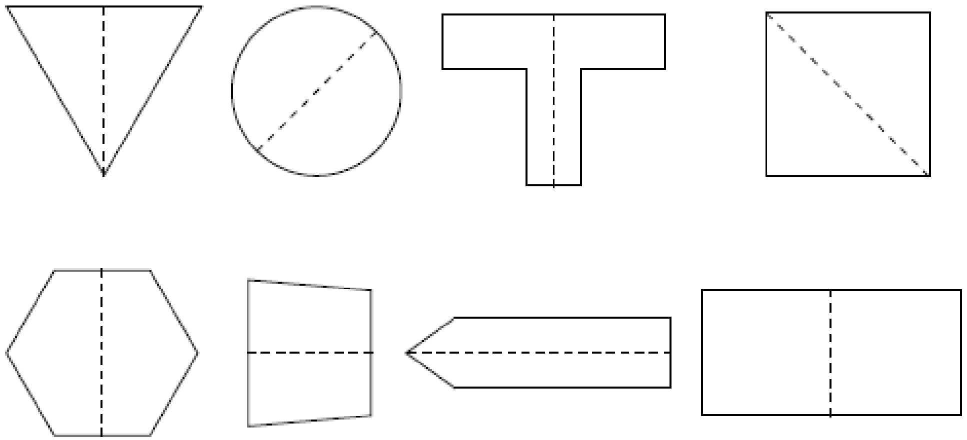
1. Ποια σχέδια θα εφαρμόσουν ακριβώς, αν τα διπλώσουμε κατά μήκος της διακεκομμένης γραμμής;



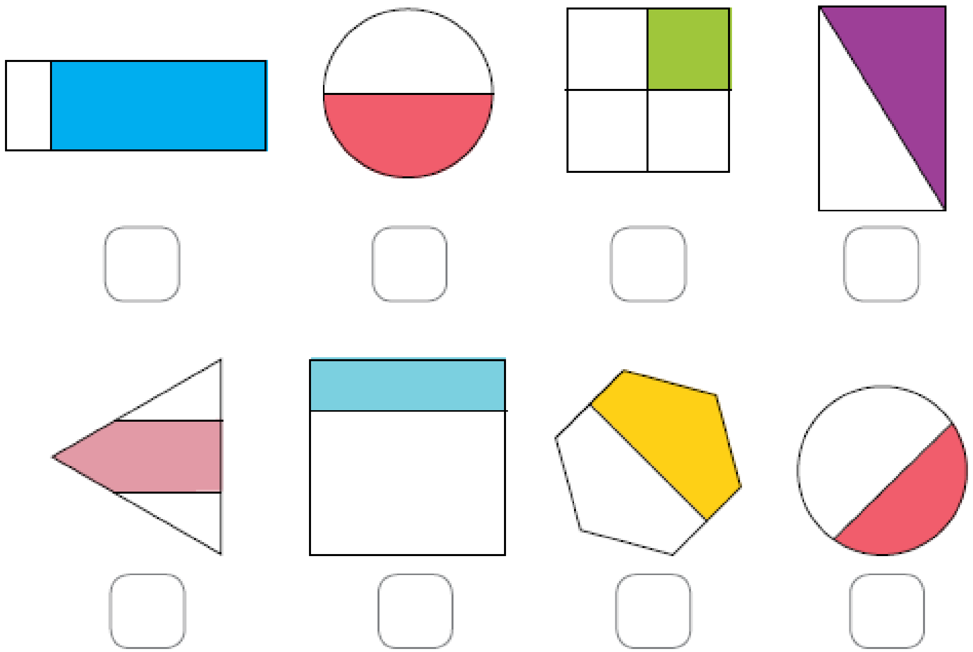
2. Να επιλέξεις τα σχέδια που έχουν άξονα συμμετρίας και να τον δείξεις.



3. Να χρωματίσεις το $\frac{1}{2}$ κάθε σχήματος.

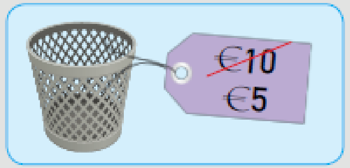


4. Σε ποια σχήματα είναι χρωματισμένο το $\frac{1}{2}$;



ΕΞΕΡΕΥΝΗΣΗ

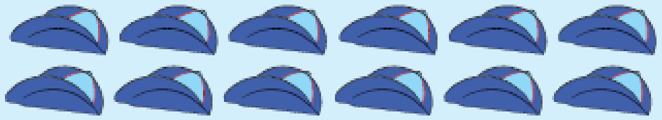
Να συμπληρώσεις τις τιμές.



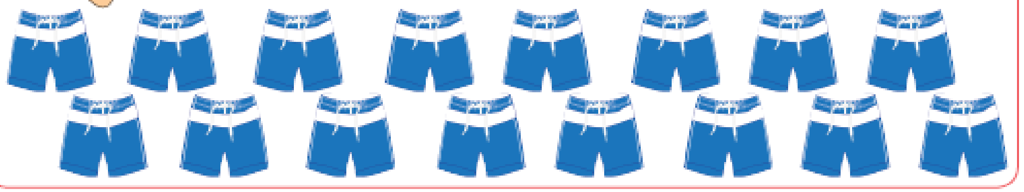
Το $\frac{1}{2}$ ενός συνόλου διακριτών αντικειμένων

1. Να βάλεις σε κύκλο το $\frac{1}{2}$ κάθε ομάδας αντικειμένων και να συμπληρώσεις, όπως στο παράδειγμα.

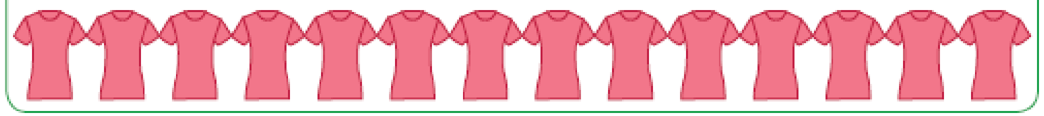
Το $\frac{1}{2}$ του 12 είναι το 6.



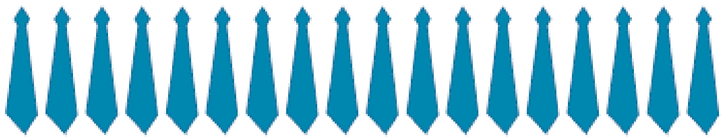
Το $\frac{1}{2}$ του 16 είναι το ______ .



Το $\frac{1}{2}$ του 14 είναι το ______ .

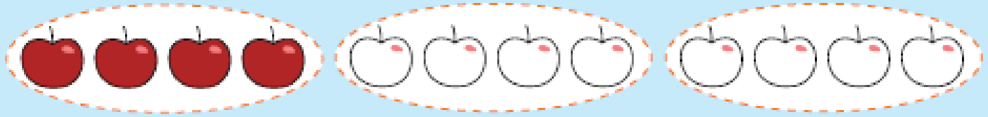


Το $\frac{1}{2}$ του 18 είναι το ______ .

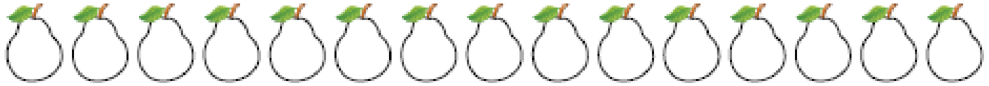


1. Να συμπληρώσεις, όπως στο παράδειγμα.

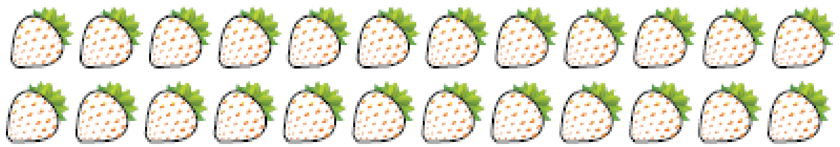
Το $\frac{1}{3}$ του 12 είναι το $\boxed{4}$.



(α) Το $\frac{1}{5}$ του 15 είναι το $\boxed{}$.

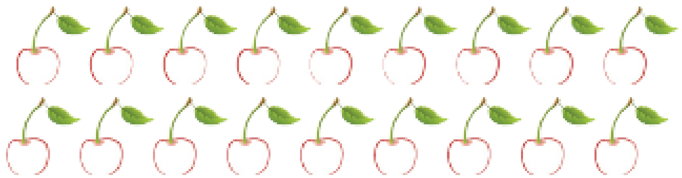


(β) Το $\frac{1}{3}$ του 24 είναι το $\boxed{}$.



(γ) Το $\frac{1}{4}$ του 20 είναι το $\boxed{}$.

(δ) Το $\frac{1}{3}$ του 18 είναι το $\boxed{}$.

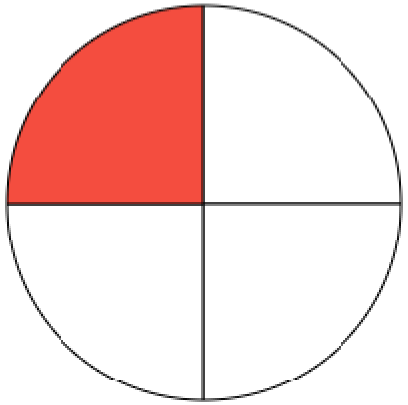


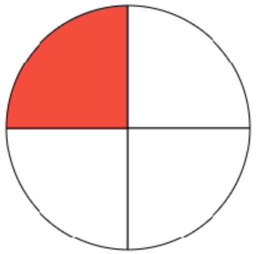
Εναδικά κλάσματα – μέρος συνόλου διακριτών αντικειμένων

Γ’ τάξη

Τάξη Γ’
Κλάσμα ως μέρος επιφάνειας και συνόλου διακριτών αντικειμένων Σύγκριση κλασμάτων (ίδιος αριθμητής ή ίδιος παρονομαστής)

Συζήτηση

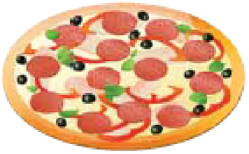




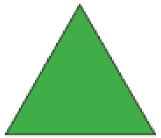
$$\frac{1}{4} \qquad \frac{1}{4}$$

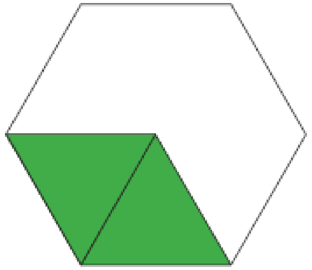
Εξερεύνηση

Η Ελένη έφαγε το $\frac{1}{4}$ μιας μεγάλης πίτσας. Ο Αντώνης έφαγε το $\frac{1}{4}$ μιας μικρής πίτσας. Έφαγαν την ίδια ποσότητα πίτσας;



Διερεύνηση

Ο Θεόδωρος τοποθετεί πλακάκια  για να δημιουργήσει το πιο κάτω σχήμα.

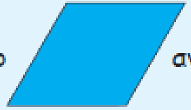


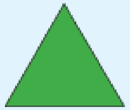
(α) Πόσα πλακάκια θα χρειαστεί, για να καλύψει το σχήμα;

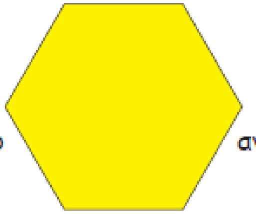
(β) Τι μέρος του σχήματος καλύπτει το ένα πλακάκι;

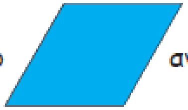
Κλάσμα ως μέρος επιφάνειας

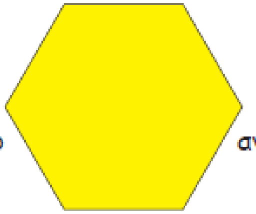
3. Να συμπληρώσεις, όπως στο παράδειγμα.

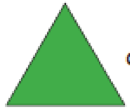
Αν το  αναπαριστά το 1,

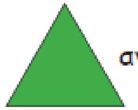
τότε το  αναπαριστά το $\boxed{\frac{1}{2}}$

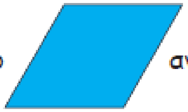
(α) Αν το  αναπαριστά το 1,

τότε το  αναπαριστά το ☐

(β) Αν το  αναπαριστά το 1,

τότε το  αναπαριστά το ☐

(γ) Αν το  αναπαριστά το 1,

τότε το  αναπαριστά το ☐

Διερευνηση

Η Μελίνα έκανε μια έρευνα για τα αθλήματα που προτιμούν να παρακολουθούν στην τηλεόραση τα παιδιά της Γ΄ τάξης στο σχολείο της. Συγκέντρωσε πληροφορίες από 32 παιδιά και τις παρουσίασε στην πιο κάτω γραφική παράσταση.

(α) Πόσα παιδιά προτιμούν να παρακολουθούν κολύμβηση; ______________

(β) Τι μέρος των παιδιών προτιμούν να παρακολουθούν σκι; ______________

(γ) Πόσα παιδιά προτιμούν να παρακολουθούν σκι; ______________

(δ) Τι μέρος των παιδιών προτιμούν να παρακολουθούν ποδόσφαιρο;

____

(ε) Τι μέρος των παιδιών προτιμούν να παρακολουθούν άθλημα που παίζεται με μπάλα;

____

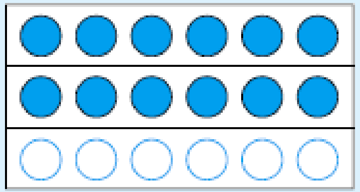
(στ) Πόσα παιδιά προτιμούν να παρακολουθούν άθλημα που παίζεται με μπάλα;

____

Το κλάσμα ως μέρος συνόλου διακριτών αντικειμένων

1. Να χρωματίσεις το μέρος του συνόλου που δείχνει το κλάσμα και να συμπληρώσεις, όπως στο παράδειγμα.

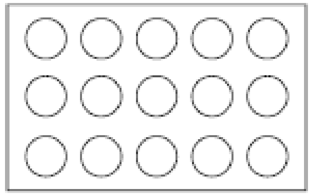
Τα $\frac{2}{3}$ του 18



Το $\frac{1}{3}$ του 18 είναι 6.

Τα $\frac{2}{3}$ του 18 είναι $2 \times 6 = 12$.

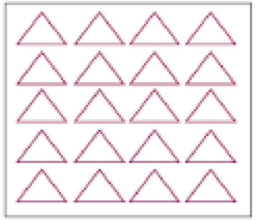
(α) Τα $\frac{2}{5}$ του 15



Το $\frac{1}{5}$ του 15 είναι ______ .

Τα $\frac{2}{5}$ του 15 είναι ______ .

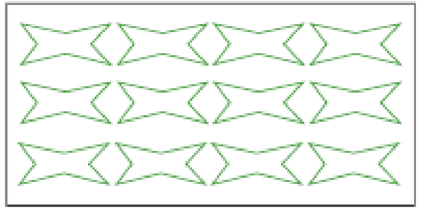
(β) Τα $\frac{3}{4}$ του 20



Το $\frac{1}{4}$ του 20 είναι ______ .

Τα $\frac{3}{4}$ του 20 είναι ______ .

(γ) Τα $\frac{2}{3}$ του 12



Το $\frac{1}{3}$ του 12 είναι ______ .

Τα $\frac{2}{3}$ του 12 είναι ______ .

Συζήτηση

Βασίλης: «Το $\frac{1}{4}$ είναι μεγαλύτερο από το $\frac{1}{3}$ γιατί το 4 είναι μεγαλύτερο από το 3». Συμφωνείτε με τον Βασίλη; Να εξηγήσετε.

Συζήτηση

Βασίλης: «Το $\frac{1}{4}$ είναι μεγαλύτερο από το $\frac{1}{3}$ γιατί το 4 είναι μεγαλύτερο από το 3». Συμφωνείτε με τον Βασίλη; Να εξηγήσετε.

Τρόπος εργασίας Εβελίνας:

Ναι, γιατί οι αριθμοί πηγαίνουν με σειρά από το 1, δηλαδή

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10   3 < 4

Τρόπος εργασίας Μαρίνου:

Όχι, γιατί ο μικρότερος παρονομαστής δείχνει το μεγαλύτερο κλάσμα.

Συζήτηση

- Να επιλύσετε το πιο κάτω πρόβλημα και να εξηγήσετε τη στρατηγική που χρησιμοποιήσατε.

Η Μαρία χρησιμοποίησε $\frac{30}{31}\ m$ κορδέλα. Η Κατερίνα χρησιμοποίησε $\frac{36}{37}\ m$ κορδέλα. Ποια χρησιμοποίησε περισσότερη κορδέλα; Να εξηγήσετε.

Διαφορετικές στρατηγικές σύγκρισης κλασμάτων

(α) $\frac{7}{8} > \frac{6}{8}$ **Ίδιοι παρονομαστές**

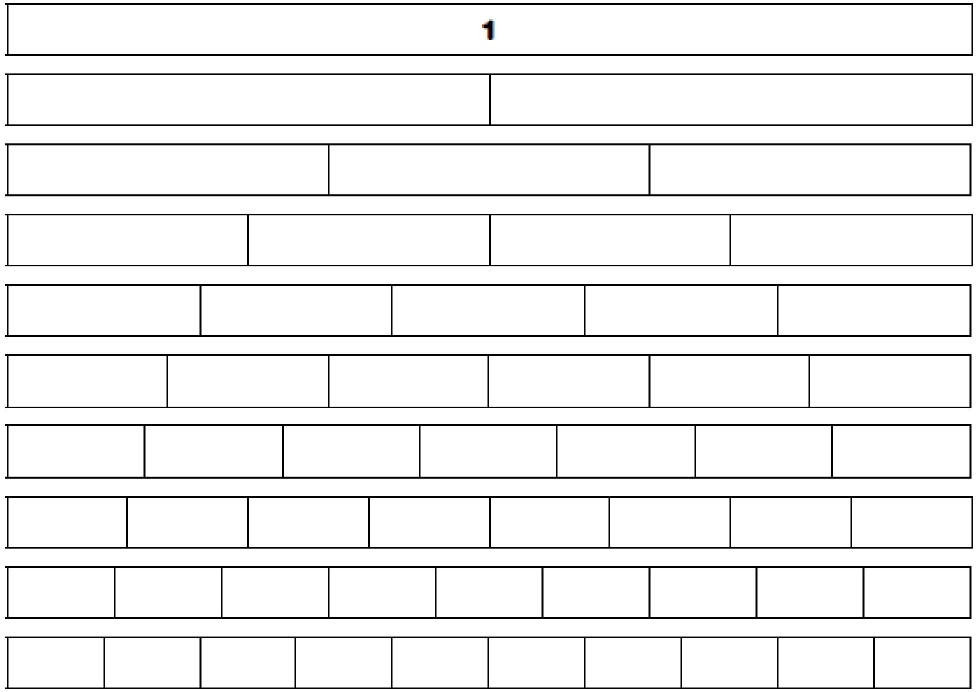
(β) $\frac{4}{9} < \frac{4}{5}$ **Ίδιοι αριθμητές**

(γ) $\frac{5}{6} = \frac{10}{12}$ **Μετατροπή ετερώνυμων κλασμάτων σε ομώνυμα**

(δ) $\frac{5}{8} > \frac{3}{10}$ **Με βάση το $\frac{1}{2}$**

(ε) $\frac{8}{9} > \frac{7}{8}$ **Με βάση το εναδικό κλάσμα που λείπει, για να συμπληρωθεί ακέραια μονάδα**

ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ



(α) Χρησιμοποιώντας τις ράβδους, να σχεδιάσεις κατάλληλα για να βρεις όσο το δυνατόν περισσότερα εναδικά κλάσματα μεγαλύτερα από το $\frac{1}{7}$.

(β) Να γράψεις 5 εναδικά κλάσματα μικρότερα από το $\frac{1}{8}$.

Σύγκριση εναδικών κλασμάτων

1. Να χρησιμοποιήσεις τις ράβδους κλασμάτων για να συγκρίνεις τα κλάσματα. Να συμπληρώσεις, χρησιμοποιώντας τα σύμβολα =, <, >.

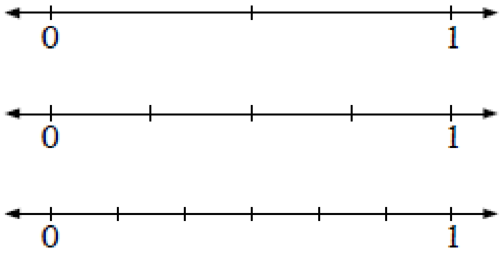
(α) $\frac{1}{3}$ ☐ $\frac{1}{10}$ (β) $\frac{1}{2}$ ☐ $\frac{1}{5}$ (γ) $\frac{1}{6}$ ☐ $\frac{1}{8}$

(δ) $\frac{1}{12}$ ☐ $\frac{1}{11}$ (ε) $\frac{1}{9}$ ☐ $\frac{1}{5}$ (στ) $\frac{1}{5}$ ☐ $\frac{1}{11}$

2. Να τοποθετήσεις το κάθε κλάσμα στην αντίστοιχη αριθμητική γραμμή και να τα βάλεις σε σειρά, αρχίζοντας από το μικρότερο.

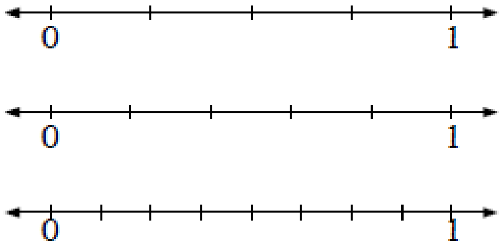
(α) $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{4}$

_____ < _____ < _____



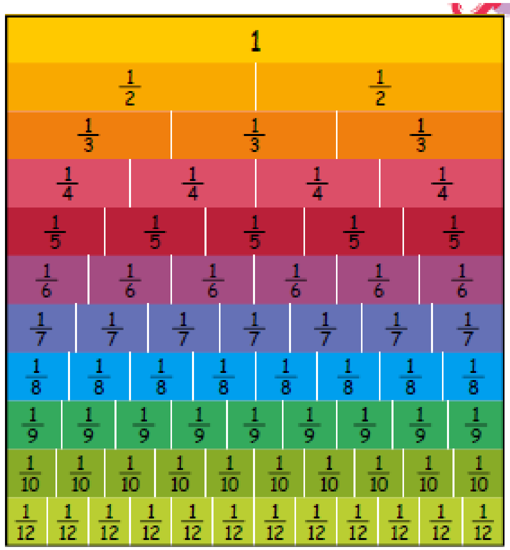
(β) $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{8}$

_____ < _____ < _____



ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ

Α. Να χρησιμοποιήσεις τις ράβδους κλασμάτων, για να συγκρίνεις τα κλάσματα σε κάθε περίπτωση.



(α) $\frac{2}{5}$ και $\frac{2}{6}$

(β) $\frac{3}{12}$, $\frac{3}{10}$ και $\frac{3}{6}$

(γ) $\frac{5}{8}$ και $\frac{2}{8}$

(δ) $\frac{1}{6}$, $\frac{2}{6}$ και $\frac{5}{6}$

Β. Να απαντήσεις.

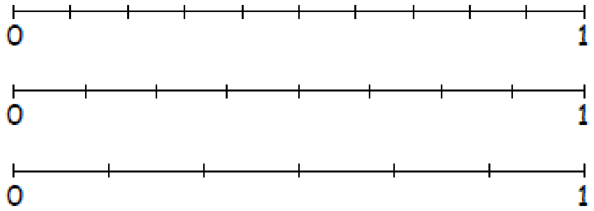
(α) Στην περίπτωση που δύο κλάσματα έχουν τον ίδιο παρονομαστή, ποιο από τα δύο κλάσματα είναι το μεγαλύτερο;

(β) Στην περίπτωση που δύο κλάσματα έχουν τον ίδιο αριθμητή, ποιο από τα δύο κλάσματα είναι το μεγαλύτερο;

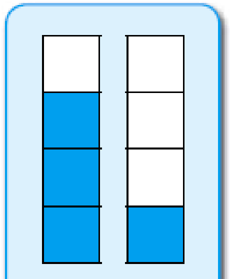
Σύγκριση κλασμάτων – ίδιος αριθμητής/ίδιος παρονομαστής

1. Να γράψεις σε σειρά τα κλάσματα $\frac{6}{10}$, $\frac{6}{8}$ και $\frac{6}{6}$ από το μικρότερο στο μεγαλύτερο.

$\frac{\square}{\square} < \frac{\square}{\square} < \frac{\square}{\square}$

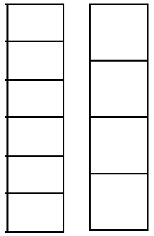


2. Να δείξεις τα κλάσματα και να τα συγκρίνεις, όπως στο παράδειγμα.



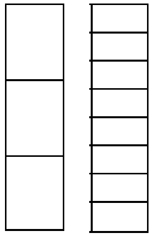
$\frac{3}{4} > \frac{1}{4}$

(α)



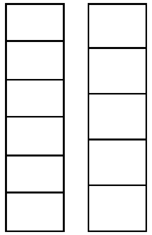
$\frac{1}{6}$ ___ $\frac{1}{4}$

(β)



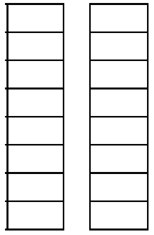
$\frac{2}{3}$ ___ $\frac{2}{8}$

(γ)



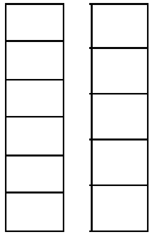
$\frac{1}{2}$ ___ $\frac{1}{5}$

(δ)



$\frac{4}{8}$ ___ $\frac{7}{8}$

(ε)



$\frac{3}{6}$ ___ $\frac{3}{5}$

3. Να συμπληρώσεις, χρησιμοποιώντας τα σύμβολα < ή >.

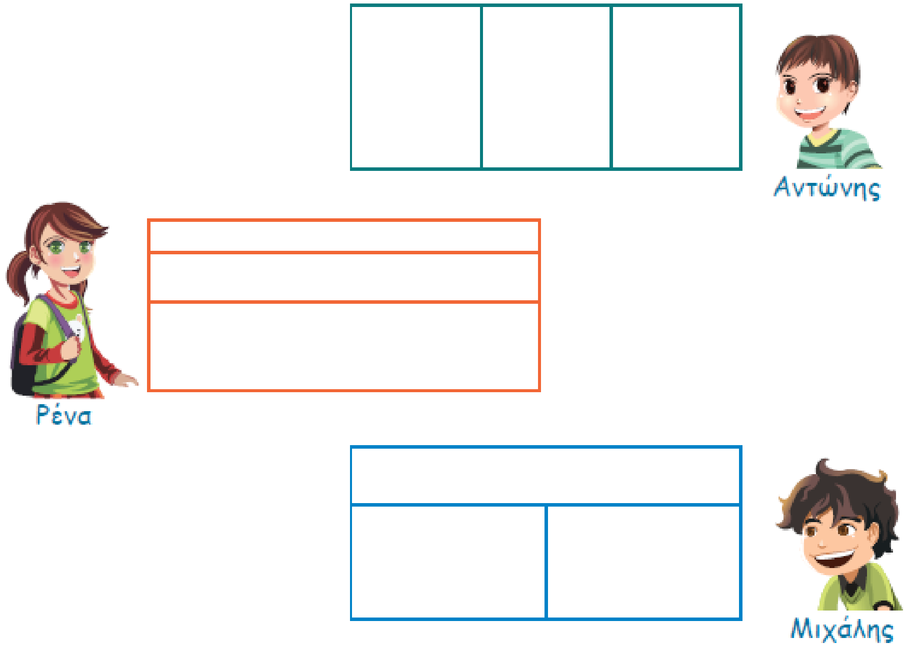
$\frac{2}{3}$ ___ $\frac{2}{5}$	$\frac{1}{5}$ ___ $\frac{1}{3}$	$\frac{3}{6}$ ___ $\frac{4}{6}$
$\frac{3}{5}$ ___ $\frac{1}{5}$	$\frac{4}{8}$ ___ $\frac{4}{6}$	$\frac{1}{8}$ ___ $\frac{1}{6}$

Δ’ τάξη

Τάξη Δ’
Κλάσμα ως μέρος επιφάνειας και συνόλου διακριτών αντικειμένων (συμπλήρωση ακέραιας μονάδας)
Υπολογισμός κλασματικού μέρους ενός αριθμού ($\frac{1}{4}\ \tau o \upsilon\ 24 = \boxed{}$)
Υπολογισμός αριθμού, όταν δίνεται ένα κλασματικό του μέρος ($\frac{1}{3}\ \tau o \upsilon\ \boxed{} = 4$)
Ισοδυναμία κλασμάτων
Απλοποίηση κλασμάτων
Σύγκριση ομώνυμων και ετερώνυμων κλασμάτων με τη χρήση στρατηγικών
Πρόσθεση και αφαίρεση ομώνυμων κλασμάτων
Έννοια μικτού αριθμού και καταχρηστικού κλάσματος
Ερμηνεία δεδομένων (κυκλική γραφική παράσταση)

ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ

Τα παιδιά εργάστηκαν όπως φαίνεται πιο κάτω, για να διαχωρίσουν ένα ορθογώνιο σε τρίτα.



Είναι ορθός ο τρόπος με τον οποίο εργάστηκε το κάθε παιδί; Να επεξηγήσεις.

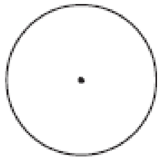
Κλάσμα ως μέρος επιφάνειας

2.

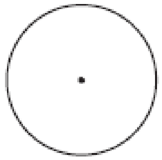
(α) Να σκιάσεις το $\frac{1}{2}$, αν το πιο κάτω ορθογώνιο είναι ίσο με 1 μονάδα.

(β) Να σκιάσεις τα $\frac{2}{3}$, αν το πιο κάτω ορθογώνιο είναι ίσο με 1 μονάδα.

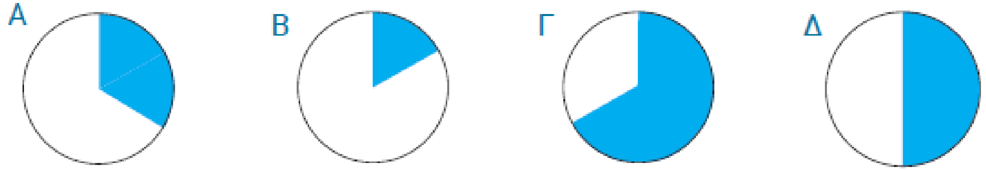
(γ) Να σκιάσεις τα $\frac{3}{4}$, αν ο πιο κάτω κύκλος είναι ίσος με 1 μονάδα.



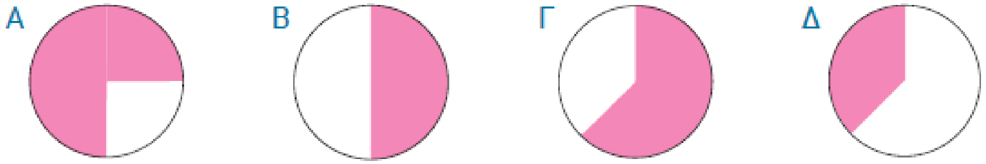
(δ) Να σκιάσεις τα $\frac{3}{8}$, αν ο πιο κάτω κύκλος είναι ίσος με 1 μονάδα.



3. (α) Σε ποιον από τους πιο κάτω κύκλους είναι σκιασμένα τα $\frac{2}{6}$;
Να αιτιολογήσεις την απάντησή σου.



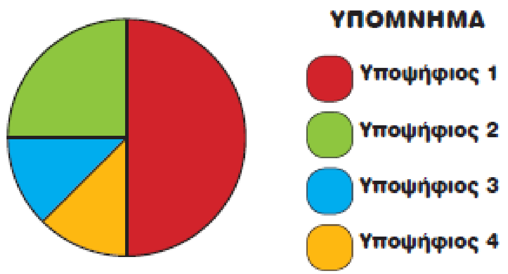
(β) Σε ποιον από τους πιο κάτω κύκλους είναι σκιασμένα τα $\frac{5}{8}$;
Να αιτιολογήσεις την απάντησή σου.



ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ

Η κυκλική γραφική παράσταση παρουσιάζει τα αποτελέσματα εκλογών για την ανάδειξη προέδρου στην τάξη του Δημήτρη και της Βέρας.

Τα αποτελέσματα για την εκλογή προέδρου



(α) Ποιος υποψήφιος συγκέντρωσε τις περισσότερες ψήφους; Να επεξηγήσεις.

(β) Τι μέρος των ψήφων συγκέντρωσε κάθε υποψήφιος;

(γ) Πόσες ψήφους συγκέντρωσε ο κάθε υποψήφιος, αν όλα τα παιδιά που ψήφισαν ήταν 24; Να επεξηγήσεις.

Κλάσμα ως μέρος συνόλου διακριτών αντικειμένων

4. Να συμπληρώσεις, όπως στο παράδειγμα.

Τα $\frac{2}{3}$ του 12 είναι 8

12

4	4	4

8

(α) Τα $\frac{3}{4}$ του 24 είναι ______

6	6	6	6

(β) Τα $\frac{4}{6}$ του 30 είναι ______

5	5	5	5	5	5

(γ) Τα $\frac{3}{8}$ του 32 είναι ______

(δ) Τα $\frac{4}{5}$ του 45 είναι ______

(ε) Τα $\frac{2}{3}$ του 27 είναι ______

5. Να συμπληρώσεις.

Α.

(α) $\frac{1}{4}$ του 24 = ☐ $\frac{2}{4}$ του 24 = ☐ $\frac{3}{4}$ του 24 = ☐

(β) $\frac{1}{5}$ του 35 = ☐ $\frac{2}{5}$ του 35 = ☐ $\frac{4}{5}$ του 35 = ☐

(γ) $\frac{1}{6}$ του 48 = ☐ $\frac{3}{6}$ του 48 = ☐ $\frac{5}{6}$ του 48 = ☐

Β.

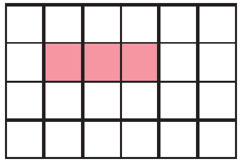
(α) $\frac{1}{10}$ του 60 = ☐ (β) $\frac{1}{7}$ του 49 = ☐ (γ) $\frac{1}{9}$ του 63 = ☐

(δ) $\frac{4}{6}$ του 24 = ☐ (ε) $\frac{3}{8}$ του 32 = ☐ (στ) $\frac{5}{7}$ του 28 = ☐

(ζ) $\frac{4}{5}$ του 30 = ☐ (η) $\frac{7}{8}$ του 80 = ☐ (θ) $\frac{5}{6}$ του 120 = ☐

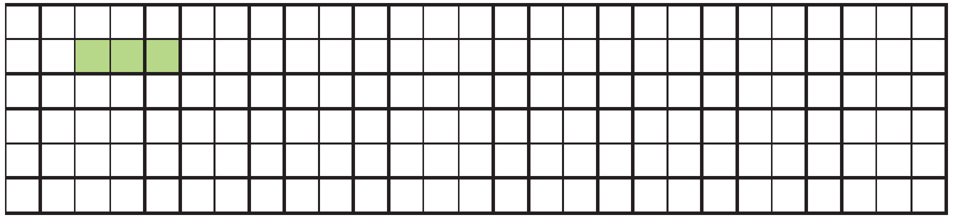
ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ

Η Φωτεινή ετοιμάζει ένα σχέδιο.

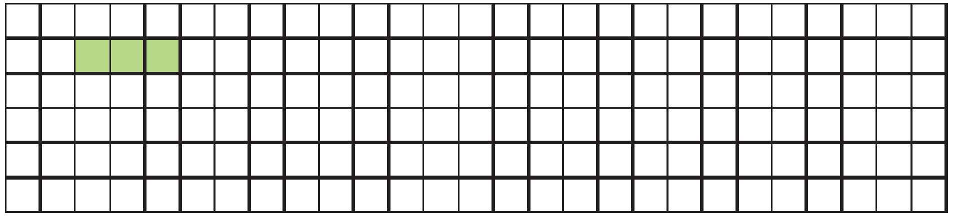


Να ολοκληρώσεις το σχέδιο της Φωτεινής με 3 διαφορετικούς τρόπους. Να επεξηγήσεις τον τρόπο σκέψης σου.

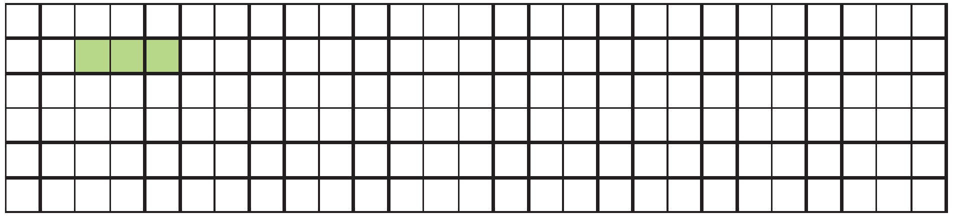
(α)



(β)



(γ)



4. Να βρεις τον αριθμό σε κάθε περίπτωση, αν γνωρίζεις ότι:

(α) Το $\frac{1}{2}$ του αριθμού είναι το 4.

(β) Το $\frac{1}{5}$ του αριθμού είναι το 2.

(γ) Τα $\frac{2}{3}$ του αριθμού είναι το 4.

(δ) Τα $\frac{3}{8}$ του αριθμού είναι το 6.

(ε) Τα $\frac{4}{7}$ του αριθμού είναι το 12.

Υπολογισμός αριθμού όταν δίνεται ένα κλασματικό του μέρος

Συζήτηση

- Σε ποια έννοια αναφέρεται η πιο κάτω εξερεύνηση;
- Με ποιο τρόπο αναμένεται να εργαστούν οι μαθητές/τριες;

ΕΞΕΡΕΥΝΗΣΗ

Σε μια σχολική εκδήλωση υπήρχαν τρεις πίτσες ίδιου μεγέθους. Κάθε πίτσα ήταν χωρισμένη σε ίσα κομμάτια.

- Η Σοφία έφαγε 2 κομμάτια από την πίτσα Α.
- Ο Αντρέας έφαγε 3 κομμάτια από την πίτσα Β.
- Ο Μιχάλης έφαγε 4 κομμάτια από την πίτσα Γ.
- Όλα τα παιδιά έφαγαν την ίδια ακριβώς ποσότητα πίτσας.

Πώς είναι αυτό δυνατόν; Να εξηγήσεις.

$$\frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

Α

$$\frac{2}{4}$$

Β

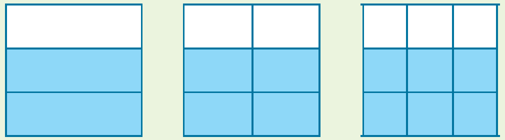
$$\frac{3}{6}$$

Γ

$$\frac{4}{8}$$

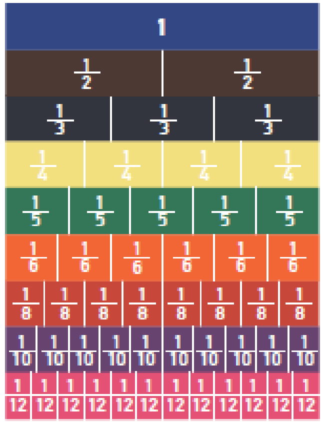
Ισοδύναμα ονομάζονται τα κλάσματα που εκφράζουν το ίδιο μέρος μιας επιφάνειας ή ενός συνόλου ομοειδών αντικειμένων.

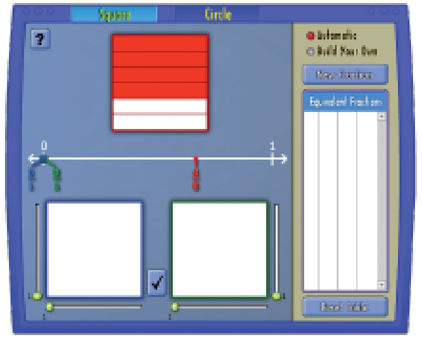
Παράδειγμα:



$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9}$

ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ





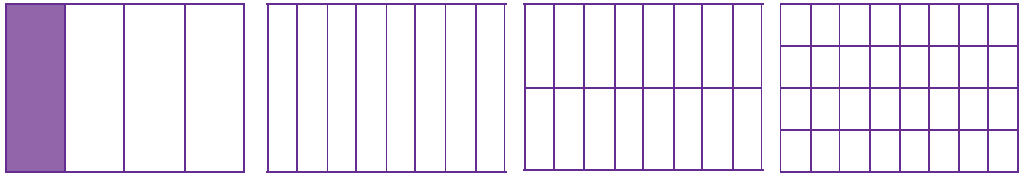
http://illuminations.nctm.org/Activity.aspx?id=3510

(α) Να χρησιμοποιήσεις ράβδους κλασμάτων ή το εφαρμογίδιο, για να γράψεις ισοδύναμα κλάσματα με:

$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{4}$

(β) Να εξηγήσεις με ποιο τρόπο θα βρεις ισοδύναμα κλάσματα με τα $\frac{2}{5}$, χωρίς τη χρήση των ράβδων ή του εφαρμογιδίου.

3. (α) Να χρησιμοποιήσεις τα πιο κάτω πλαίσια, για να βρεις 3 διαφορετικά ισοδύναμα κλάσματα με το $\frac{1}{4}$.



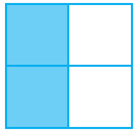
$\frac{1}{4}$

(β) Υπάρχουν και άλλα ισοδύναμα κλάσματα με το $\frac{1}{4}$; Να εξηγήσεις.

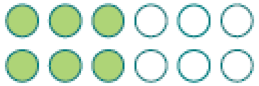
Ισοδυναμία κλασμάτων

http://illuminations.nctm.org/Activity.aspx?id=3510

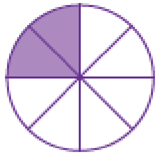
2. Να γράψεις σε πιο απλή μορφή τα κλάσματα.

(α) 

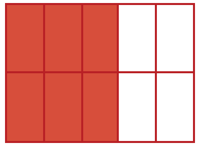
$\frac{2}{4} =$ ___

(β) 

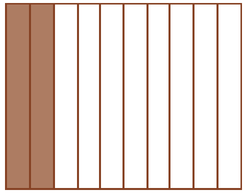
$\frac{6}{12} =$ ___

(γ) 

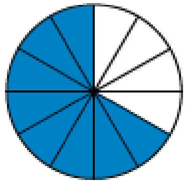
$\frac{2}{8} =$ ___

(δ) 

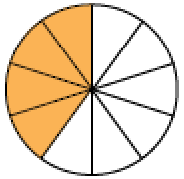
$\frac{6}{10} =$ ___

(ε) 

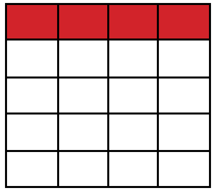
$\frac{2}{10} =$ ___

(στ) 

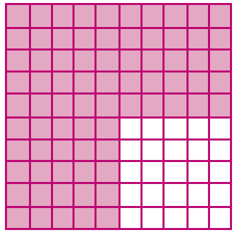
$\frac{8}{12} =$ ___

(ζ) 

$\frac{4}{10} =$ ___

(η) 

$\frac{4}{20} =$ ___

(θ) 

$\frac{75}{100} =$ ___

Απλοποίηση κλασμάτων

ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ

Ο Κωνσταντίνος και η Ελίνα παίζουν ένα παιχνίδι με κάρτες. Οι κάρτες είναι αναποδογυρισμένες και κάθε παιδί τραβάει μια κάρτα. Το παιδί που τραβάει την κάρτα με το μεγαλύτερο κλάσμα είναι αυτό που κερδίζει.

(α) Πιο κάτω παρουσιάζονται οι κάρτες που τράβηξαν τα παιδιά σε τέσσερις γύρους του παιχνιδιού. Να εξηγήσεις ποιο παιδί κέρδισε σε κάθε γύρο.

Κωνσταντίνος

Κωνσταντίνος		Ελίνα
$\frac{2}{5}$	Γύρος 1	$\frac{4}{5}$
$\frac{1}{5}$	Γύρος 2	$\frac{1}{8}$
$\frac{1}{4}$	Γύρος 3	$\frac{3}{12}$
$\frac{2}{6}$	Γύρος 4	$\frac{5}{8}$

Ελίνα

(β) Στον 5ο γύρο κέρδισε ο Κωνσταντίνος. Ποια κάρτα τράβηξε η Ελίνα, αν ο Κωνσταντίνος τράβηξε την κάρτα $\frac{3}{5}$;

(γ) Στον 6ο γύρο ο Κωνσταντίνος έχασε. Ποια κάρτα τράβηξε η Ελίνα, αν ο Κωνσταντίνος τράβηξε την κάρτα $\frac{2}{3}$;

4. Να τοποθετήσεις το κάθε κλάσμα στην κατάλληλη θέση.

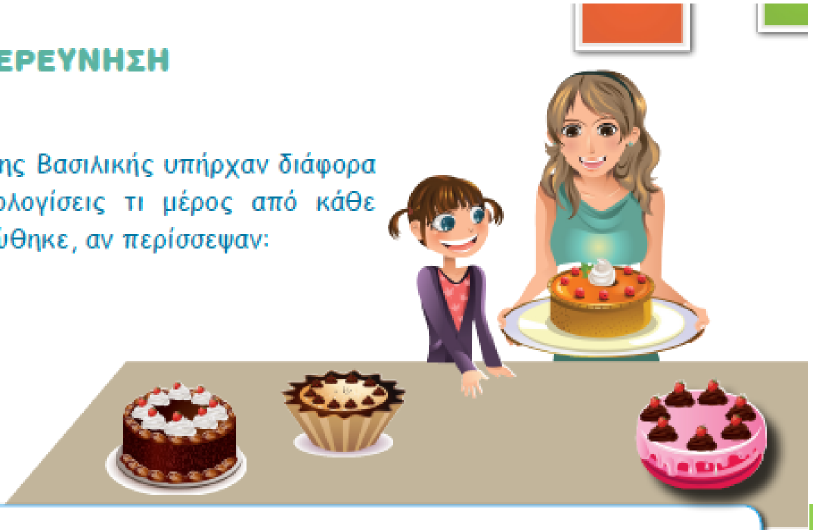
$\frac{10}{10}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{3}{5}$ $\frac{5}{5}$ $\frac{4}{7}$ $\frac{3}{8}$ $\frac{3}{3}$ $\frac{1}{6}$

Μικρότερα από $\frac{1}{2}$	Μεγαλύτερα από $\frac{1}{2}$	Ίσα με το 1

Σύγκριση κλασμάτων με τη χρήση στρατηγικών

ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ

Στα γενέθλια της Βασιλικής υπήρχαν διάφορα γλυκά. Να υπολογίσεις τι μέρος από κάθε γλυκό καταναλώθηκε, αν περίσσεψαν:



(α) τα $\frac{2}{6}$ της τούρτας

(β) τα $\frac{2}{3}$ της τάρτας

(γ) τα $\frac{3}{5}$ της σοκολατίνας

(δ) τα $\frac{6}{7}$ του κέικ φράουλας

Πρόσθεση και αφαίρεση ομώνυμων κλασμάτων

Πρόσθεση και αφαίρεση κλασμάτων

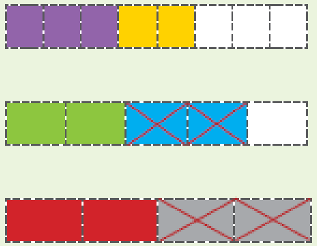
- Προσθέτουμε δύο ή περισσότερα ομώνυμα κλάσματα, προσθέτοντας τους αριθμητές τους.
- Αφαιρούμε δύο ομώνυμα κλάσματα αφαιρώντας τους αριθμητές τους.

Παραδείγματα:

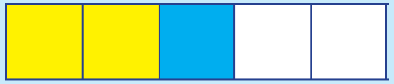
$\frac{3}{8} + \frac{2}{8} = \boxed{\frac{5}{8}}$

$\frac{4}{5} - \frac{2}{5} = \boxed{\frac{2}{5}}$

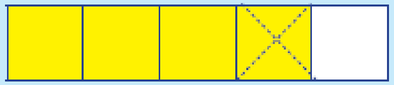
$1 - \frac{2}{4} = \boxed{\frac{2}{4}}$



1. Να υπολογίσεις το αποτέλεσμα, όπως στα παραδείγματα.

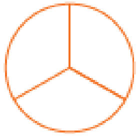


$\frac{2}{5} + \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$



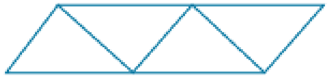
$\frac{4}{5} - \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$

(α)



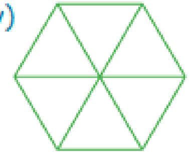
$\frac{1}{3} + \frac{1}{3} =$ ____

(β)



$\frac{1}{4} + \frac{2}{4} =$ ____

(γ)



$\frac{5}{6} - \frac{3}{6} =$ ____

(δ) $\frac{3}{7} + \frac{3}{7} =$ ____

(ε) $\frac{3}{8} + \frac{3}{8} =$ ____

(στ) $\frac{7}{9} - \frac{4}{9} =$ ____

(ζ) $\frac{2}{4} - \frac{1}{4} =$ ____

(η) $\frac{9}{10} - \frac{5}{10} =$ ____

(θ) $\frac{6}{8} - \frac{5}{8} =$ ____

(ι) $1 - \frac{5}{9} =$ ____

(κ) $1 - \frac{6}{11} =$ ____

(λ) $\frac{9}{9} - \frac{3}{9} =$ ____

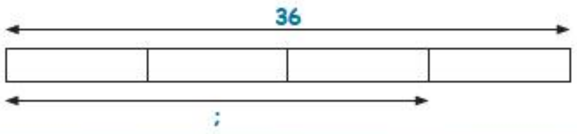
Ε΄ τάξη

Τάξη Ε΄
Κλάσμα ως μέτρο και ως τελεστής Κλάσμα ως πηλίκο και ως λόγος Απλοποίηση κλασμάτων (χρήση ΜΚΔ) Πρόσθεση και αφαίρεση ετερωνύμων κλασμάτων και μικτών αριθμών Μετατροπές μικτών αριθμών σε καταχρηστικά κλάσματα και το αντίστροφο Πολλαπλασιασμός ακέραιου επί κλάσμα, κλάσματος επί ακέραιου και κλάσματος επί κλάσμα Διαίρεση κλάσματος διά ακέραιο και ακέραιου διά κλάσμα Ερμηνεία, οργάνωση δεδομένων και κατασκευή γραφικής παράστασης

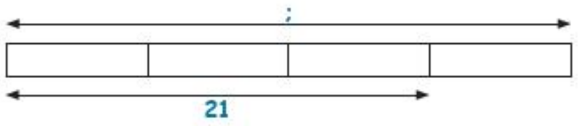
Διερεύνηση

Μια εταιρεία συσκευάζει χρωματιστά σοκολατάκια, ώστε σε κάθε συσκευασία τα $\frac{3}{4}$ από αυτά να έχουν κόκκινο χρώμα.

(α) Με ποιο τρόπο είναι δυνατόν να χρησιμοποιήσεις το πιο κάτω μοντέλο, για να υπολογίσεις πόσα είναι τα κόκκινα σοκολατάκια μιας συσκευασίας που περιέχει 36 σοκολατάκια; Να εξηγήσεις.



(β) Σε μια άλλη συσκευασία με χρωματιστά σοκολατάκια, τα σοκολατάκια που έχουν κόκκινο χρώμα είναι 21. Να χρησιμοποιήσεις το πιο κάτω μοντέλο, για να υπολογίσεις πόσα είναι όλα τα σοκολατάκια στη συσκευασία.



Υπολογισμός αριθμού όταν δίνεται ένα κλασματικό του μέρος

Νέες Έννοιες

Κλάσμα ως μέρος αριθμού

- Υπολογισμός κλασματικού μέρους ενός αριθμού

Παράδειγμα:

$\frac{3}{4}$ του 20 = $\boxed{}$

Το $\frac{1}{4}$ του 20 είναι το 5.

Τα $\frac{3}{4}$ του 20 είναι 3 x 5 = 15.

- Υπολογισμός αριθμού, όταν είναι γνωστό ένα κλασματικό μέρος του αριθμού

Παράδειγμα:

$\frac{2}{5}$ του $\boxed{}$ = 8

Το $\frac{1}{5}$ του $\boxed{}$ είναι το 4.

Τα $\frac{5}{5}$ είναι 5 x 4 = 20.

Άρα, $\frac{2}{5}$ του $\boxed{20}$ = 8.

Διερεύνηση

Να δείξεις ότι τα κλάσματα $\frac{5}{15}$, $\frac{6}{18}$ και $\frac{7}{21}$ είναι ισοδύναμα. Να επεξηγήσεις τον τρόπο με τον οποίο εργάστηκες.

Ισοδυναμία και απλοποίηση κλασμάτων

Νέες Έννοιες

- Ένα κλάσμα βρίσκεται στην πιο **απλή μορφή**, αν ο Μέγιστος Κοινός Διαιρέτης (ΜΚΔ) του αριθμητή και του παρονομαστή είναι το 1. Το κλάσμα αυτό ονομάζεται **ανάγωγο**.

Παράδειγμα:

Το κλάσμα $\frac{3}{10}$ είναι ανάγωγο κλάσμα, αφού ΜΚΔ (3, 10) = 1

- Για να προκύψει ανάγωγο κλάσμα:

(α) Διαιρούμε τους όρους του κλάσματος με τον **Μέγιστο Κοινό Διαιρέτη (ΜΚΔ)** τους.

ή

(β) Διαιρούμε τους όρους του κλάσματος με έναν κοινό διαιρέτη και συνεχίζουμε τη διαδικασία αυτή, μέχρι το κλάσμα που θα προκύψει να βρίσκεται στην πιο απλή του μορφή.

Παράδειγμα:

Για να απλοποιήσουμε το κλάσμα $\frac{16}{28}$, ώστε αυτό να βρίσκεται στην πιο απλή του μορφή:

Διαιρούμε τους όρους του κλάσματος με τον ΜΚΔ τους:

ΜΚΔ (16, 28) = 4

$\frac{16}{28} = \frac{16 \div 4}{28 \div 4} = \frac{4}{7}$ ή $\frac{\overset{4}{\cancel{16}}}{\underset{7}{\cancel{28}}} = \frac{4}{7}$

ή

Διαιρούμε τους όρους του κλάσματος με έναν κοινό διαιρέτη.

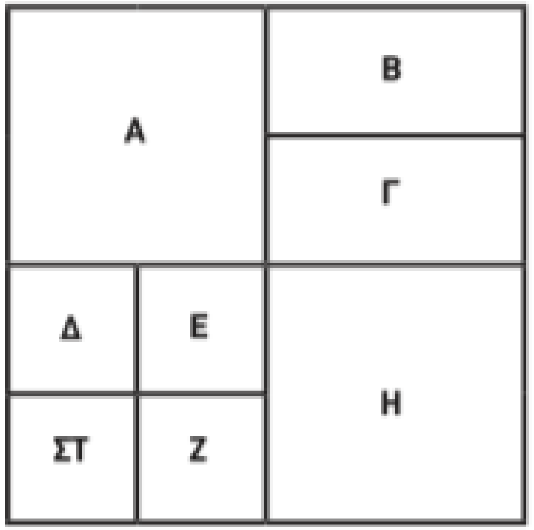
$\frac{16}{28} = \frac{16 \div 2}{28 \div 2} = \frac{8}{14}$

Διαιρούμε ξανά τους όρους του κλάσματος με έναν κοινό διαιρέτη.

$\frac{8}{14} = \frac{8 \div 2}{14 \div 2} = \frac{4}{7}$

Διερεύνηση

Ένας κτηματομεσίτης διαχώρισε μια μεγάλη έκταση γης σε οκτώ μικρότερα τεμάχια. Η κάτοψη παρουσιάζει τον τρόπο με τον οποίο έγινε ο διαχωρισμός.



- Ο κύριος Γεωργίου αγόρασε τα τεμάχια Δ και Ε.
- Η κυρία Αδάμου αγόρασε τα τεμάχια Α και Β.
- Ο κύριος Νικολάου αγόρασε τα τεμάχια Γ, Η και Ζ.

(α) Να υπολογίσεις τι μέρος ολόκληρης της έκτασης αγόρασε κάθε άτομο.

(β) Να υπολογίσεις τι μέρος ολόκληρου του τεμαχίου γης δεν πωλήθηκε.

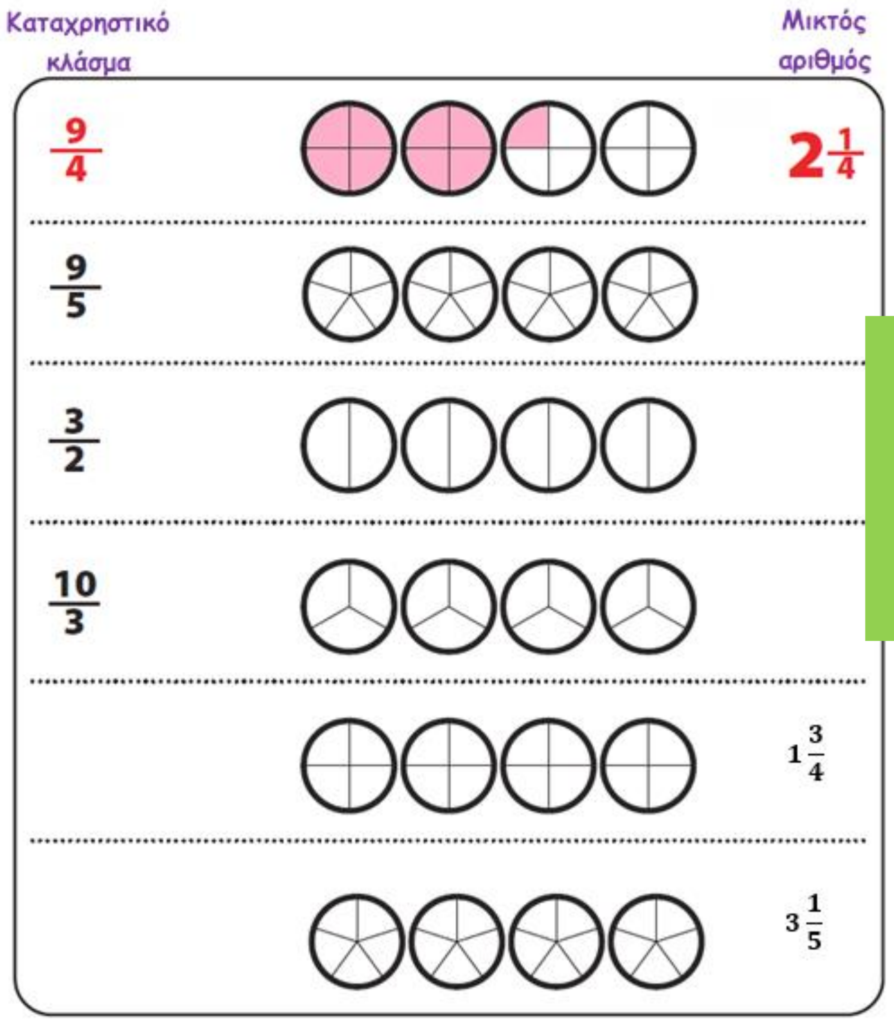
$$\frac{6}{9} - \frac{2}{6} = \frac{12}{18} - \frac{6}{18} = \frac{\overset{1}{\cancel{6}}}{\underset{3}{\cancel{18}}} = \frac{1}{3}$$

Πρόσθεση και αφαίρεση ετερώνυμων κλασμάτων

Μετατροπές μικτών αριθμών σε καταχρηστικά κλάσματα και το αντίστροφο

ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ

(α) Να χρωματίσεις τους κύκλους, για να αναπαραστήσεις τα πιο κάτω καταχρηστικά κλάσματα και μικτούς αριθμούς. Να συμπληρώσεις όπως στο παράδειγμα.



(β) Να παρατηρήσεις τα καταχρηστικά κλάσματα και τους αντίστοιχους μικτούς αριθμούς στο πιο πάνω ερώτημα. Να περιγράψεις με ποιο τρόπο μετατρέπεται:

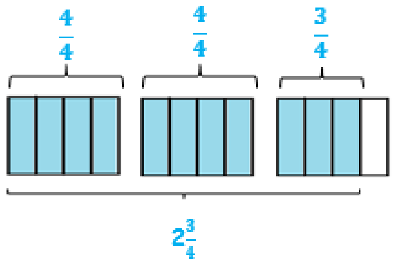
(i) ένα καταχρηστικό κλάσμα σε μικτό αριθμό,
(ii) ένας μικτός αριθμός σε καταχρηστικό κλάσμα.

ΝΕΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ

- Μετατροπή μικτού αριθμού σε καταχρηστικό κλάσμα

Παράδειγμα:
Για να μετατρέψουμε τον μικτό αριθμό $2\frac{3}{4}$ σε καταχρηστικό κλάσμα:
Γράφουμε κάθε ακέραια μονάδα ως κλάσμα με παρονομαστή το 4 και προσθέτουμε όλα τα κλάσματα.

$$2\frac{3}{4} = \frac{4}{4} + \frac{4}{4} + \frac{3}{4} = \frac{11}{4}$$



ή

Γράφουμε τον ακέραιο αριθμό ως καταχρηστικό κλάσμα και προσθέτουμε όλα τα κλάσματα.

$$2\frac{3}{4} = \frac{8}{4} + \frac{3}{4} = \frac{11}{4}$$

Κάθε ακέραια μονάδα είναι ίση με $\frac{4}{4}$.

Άρα, 2 ακέραιες μονάδες είναι ίσες με $2 \times \frac{4}{4} = \frac{8}{4}$.

- Μετατροπή καταχρηστικού κλάσματος σε μικτό αριθμό

Παράδειγμα:
Για να μετατρέψουμε το καταχρηστικό κλάσμα $\frac{11}{4}$ σε μικτό αριθμό:
Υπολογίζουμε πόσες ακέραιες μονάδες υπάρχουν στο καταχρηστικό κλάσμα.

$$\frac{11}{4} = \frac{4}{4} + \frac{4}{4} + \frac{3}{4} = 1 + 1 + \frac{3}{4} = 2 + \frac{3}{4} = 2\frac{3}{4}$$

ή

Κάνουμε τη διαίρεση $11 \div 4$

$11 \div 4 = 2$ *υπόλοιπο* 3

$$\begin{array}{r|l} 11 & 4 \\ \hline -\ 8 & \boxed{2} \\ \hline 3 & \end{array}$$

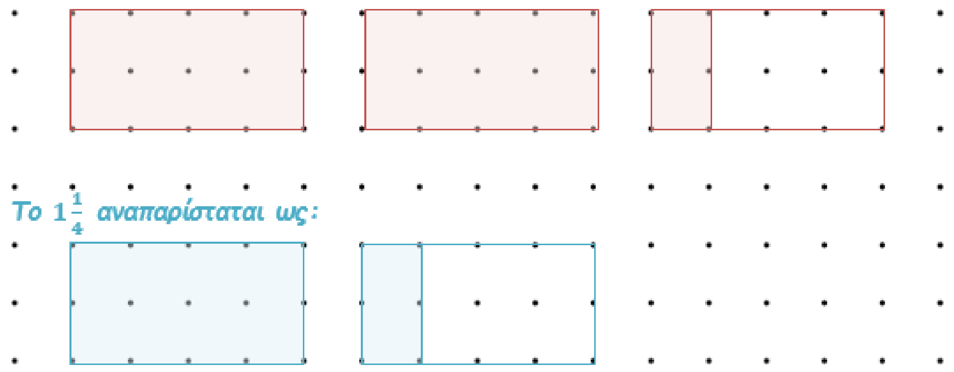
Άρα, $\frac{11}{4} = 2\frac{3}{4}$

ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ 1

(α) Η Αλεξία χρησιμοποίησε το πλέγμα, για να αναπαραστήσει τη μαθηματική πρόταση $2\frac{1}{4} + 1\frac{1}{4}$.

Το $2\frac{1}{4}$ αναπαρίσταται ως:

Το $1\frac{1}{4}$ αναπαρίσταται ως:



Να συνεχίσεις την εργασία της Αλεξίας, για να υπολογίσεις το άθροισμα.

$2\frac{1}{4} + 1\frac{1}{4} =$

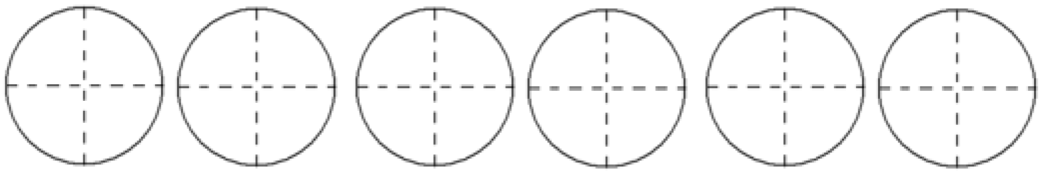
(β) Να αναπαραστήσεις τις πιο κάτω μαθηματικές προτάσεις και να υπολογίσεις το άθροισμα.

(i) $2\frac{1}{4} + 1\frac{3}{4}$

(ii) $1\frac{3}{4} + 2\frac{3}{4}$

ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ 2

(α) Να χρησιμοποιήσεις τους κύκλους κλασμάτων, για να υπολογίσεις το άθροισμα $2\frac{1}{2} + 2\frac{3}{4}$. Να επεξηγήσεις τον τρόπο με τον οποίο εργάστηκες.



Πρόσθεση μικτών αριθμών

ΝΕΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ

- *Αφαίρεση μικτών αριθμών*

Αφαίρεση μικτών αριθμών

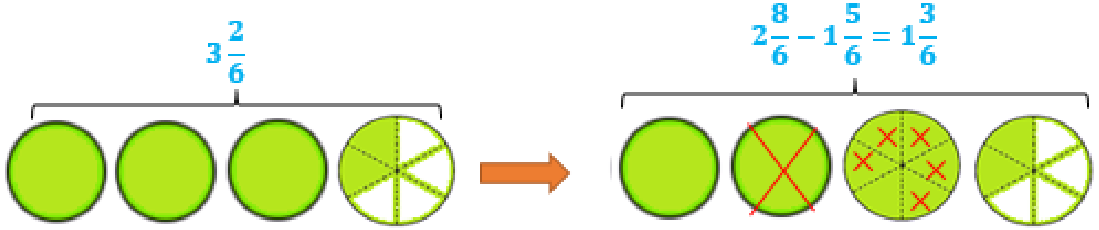
Παράδειγμα:

$\mathbf{3\frac{2}{6} - 1\frac{5}{6}}$

Για να αφαιρέσουμε τον μικτό αριθμό $\mathbf{1\frac{5}{6}}$ από τον μικτό αριθμό $\mathbf{3\frac{2}{6}}$:

Μετατρέπουμε 1 ακέραια μονάδα του 3 σε έξι έκτα $\left(\frac{6}{6}\right)$ και τα προσθέτουμε στα $\frac{2}{6}$ $\left(\frac{6}{6}+\frac{2}{6}=\frac{8}{6}\right)$. Στη συνέχεια, αφαιρούμε από το 2 το 1 και από τα $\frac{8}{6}$ τα $\frac{5}{6}$. Τέλος, προσθέτουμε το 1 και τα $\frac{3}{6}$.

$$3\frac{2}{6} - 1\frac{5}{6} = 2\frac{8}{6} - 1\frac{5}{6}$$
$$= (2-1) + \left(\frac{8}{6} - \frac{5}{6}\right)$$
$$= 1 + \frac{3}{6}$$
$$= 1\frac{3}{6}$$



ή

Μετατρέπουμε τους μικτούς αριθμούς σε καταχρηστικά κλάσματα και τα αφαιρούμε.

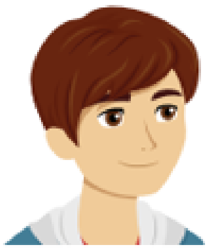
$$3\frac{2}{6} - 1\frac{5}{6} = \frac{20}{6} - \frac{11}{6}$$
$$= \frac{9}{6}$$
$$= 1\frac{3}{6}$$
$$= 1\frac{1}{2}$$

Συζήτηση

- Σε ποια μαθηματική έννοια αναφέρεται η πιο κάτω διερεύνηση;

ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ 1

Ο Ηλίας και η Ειρήνη θα ετοιμάσουν ρυζόγαλο με βάση την πιο κάτω συνταγή. Ο Ηλίας θα ετοιμάσει τη διπλάσια δόση και η Ειρήνη τη μισή δόση.



1 δόση

2 κομμάτια κανέλα

1 L γάλα

$\frac{1}{2}$ L νερό

$\frac{1}{4}$ kg ρύζι γλασέ

$\frac{1}{8}$ kg ζάχαρη

Να γράψεις μια μαθηματική πρόταση και να υπολογίσεις την ποσότητα υλικών που θα χρειαστεί το κάθε παιδί, όπως στο παράδειγμα.

Διπλάσια δόση

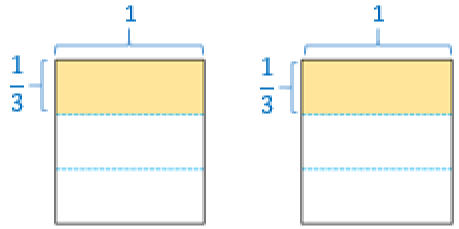
$2 \times 2 = 4$	κομμάτια κανέλα
______	L γάλα
______	L νερό
______	kg ρύζι γλασέ
______	kg ζάχαρη

Μισή δόση

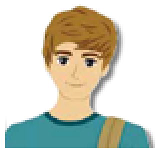
$\frac{1}{2} \times 2 = 1$	κομμάτια κανέλα
______	L γάλα
______	L νερό
______	kg ρύζι γλασέ
______	kg ζάχαρη

ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ 3

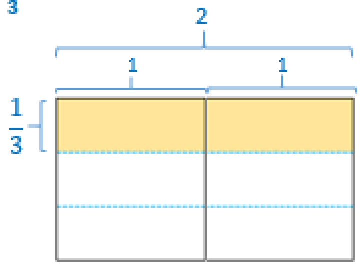
Ο Γιάννης έκανε το πιο κάτω σχέδιο, για να αναπαραστήσει και να υπολογίσει ***το διπλάσιο του $\frac{1}{3}$.***



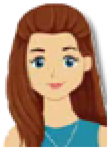
Μαθηματική πρόταση: $2 \times \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$



Η Ευγενία έκανε το πιο κάτω σχέδιο, για να αναπαραστήσει και να υπολογίσει ***το $\frac{1}{3}$ του 2.***



Μαθηματική πρόταση: $\frac{1}{3} \times 2 = \frac{2}{3}$

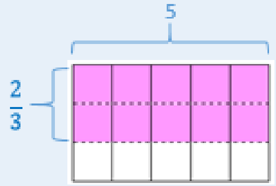
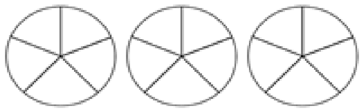
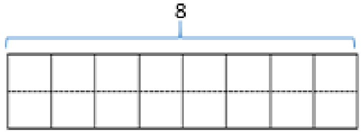
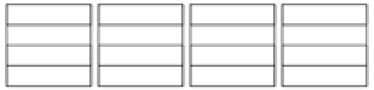
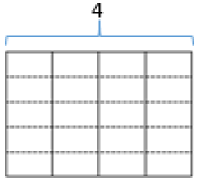


(α) Να συγκρίνεις τον τρόπο εργασίας κάθε παιδιού. Τι παρατηρείς;

Πολλαπλασιασμός ακέραιου επί κλάσμα και κλάσματος επί ακέραιο

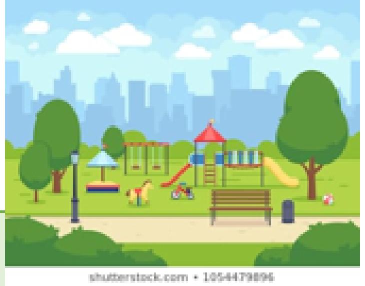
ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ

1. Να συμπληρώσεις τον πίνακα, όπως στο παράδειγμα.

Λεκτική περιγραφή	**Αναπαράσταση**	**Μαθηματική πρόταση και αποτέλεσμα**
Παράδειγμα: Τα $\frac{2}{3}$ του 5		$\frac{2}{3} \times 5 = \frac{2 \times 5}{3} = \frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}$
Το τριπλάσιο των $\frac{2}{5}$		
Το $\frac{1}{2}$ του 8		
Το τετραπλάσιο των $\frac{3}{4}$		
Τα $\frac{3}{5}$ του 4		

Συζήτηση

ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ 4



Σε έναν δήμο θα κατασκευαστεί ένα πάρκο.

- Το πάρκο θα έχει ορθογώνιο σχήμα.
- Στο μισό πάρκο θα κατασκευαστούν γήπεδα. Στο άλλο μισό πάρκο θα κατασκευαστεί καφετέρια και παιχνιδότοπος.
- Το $\frac{1}{2}$ του χώρου για τα γήπεδα θα καταλαμβάνει το γήπεδο καλαθόσφαιρας και το υπόλοιπο του χώρου το γήπεδο αντισφαίρισης.
- Στον χώρο της καφετέριας και του παιχνιδότοπου, το $\frac{1}{4}$ του χώρου θα καταλαμβάνει η καφετέρια. Στον υπόλοιπο χώρο θα τοποθετηθούν τα παιχνίδια.

(α) Να σχεδιάσεις μια ενδεικτική κάτοψη του πάρκου, σύμφωνα με τις πιο πάνω πληροφορίες.

(β) Να γράψεις μια κατάλληλη μαθηματική πρόταση και να υπολογίσεις το μέρος ολόκληρου του πάρκου που θα καταλαμβάνει:

- Το γήπεδο καλαθόσφαιρας
- Το γήπεδο αντισφαίρισης
- Η καφετέρια
- Ο παιχνιδότοπος

(γ) Να παρατηρήσεις τα γινόμενα στο ερώτημα (β) και να περιγράψεις έναν τρόπο υπολογισμού του γινομένου δύο κλασματικών αριθμών.

Πολλαπλασιασμός κλάσματος επί κλάσμα

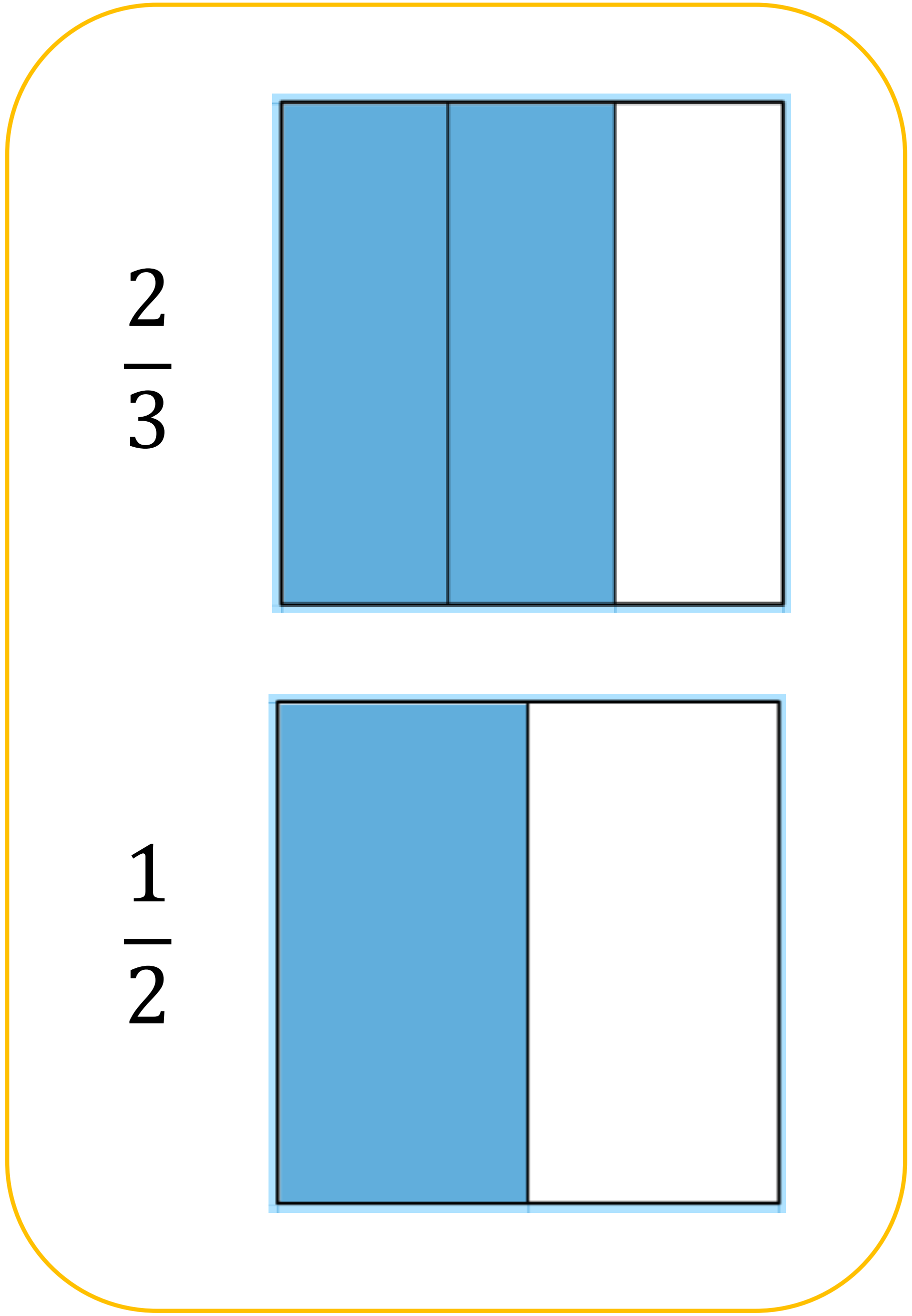
https://www-k6.thinkcentral.com/content/hsp/math/hspmath/na/common/itools_int_9780547584997_/fractions.html

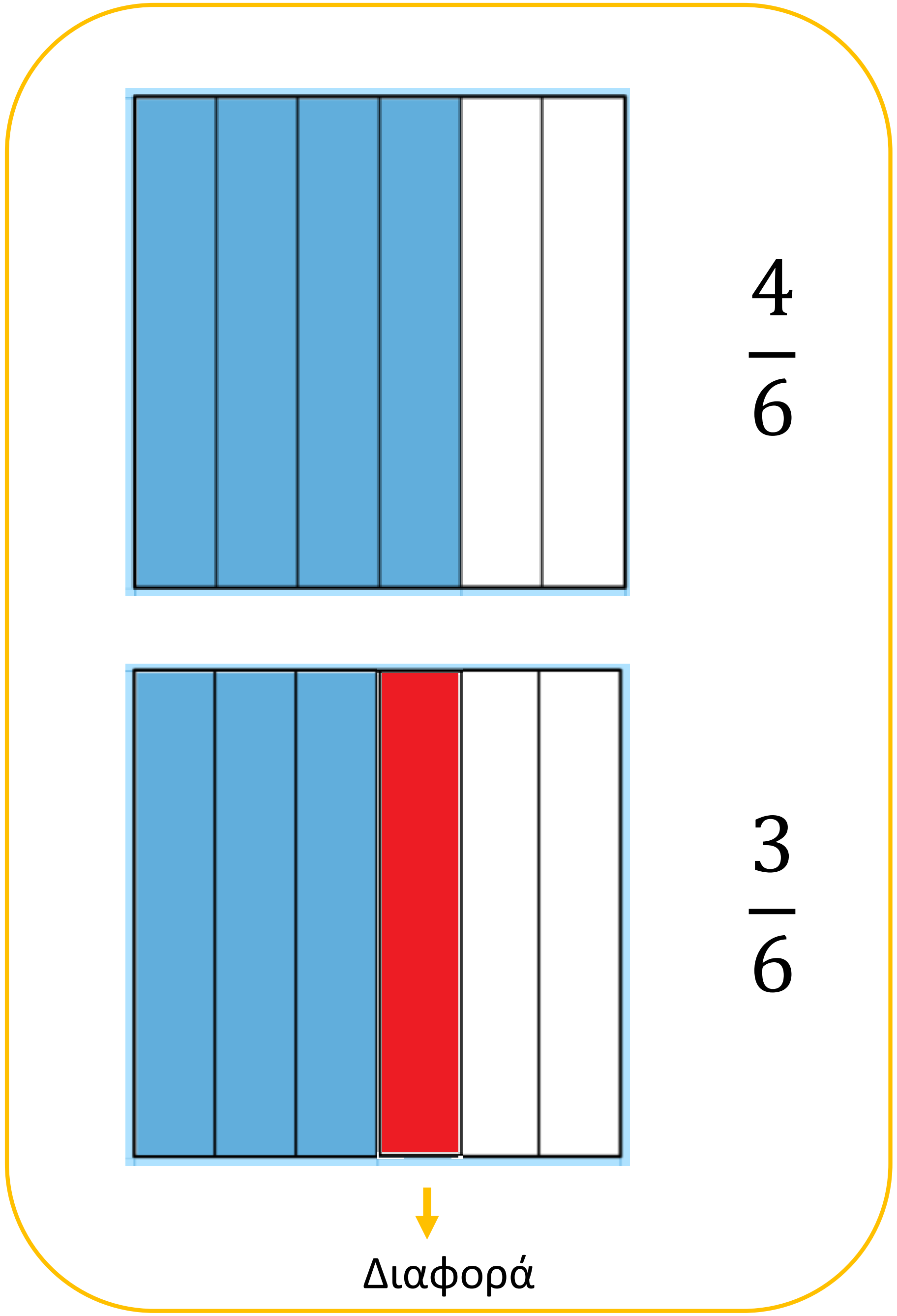
Συζήτηση

«Ο Γιάννης έχει $\frac{2}{3}$ της τάρτας. Έδωσε στην αδερφή του το $\frac{1}{2}$ της τάρτας. Πόση τάρτα περίσσεψε;»

«Ο Γιάννης έχει $\frac{2}{3}$ της τάρτας. Έδωσε στην αδερφή του το $\frac{1}{2}$ της ποσότητας τάρτας που είχε. Τι μέρος της τάρτας έδωσε στην αδερφή του;»

$$\frac{2}{3} - \frac{1}{2}$$





https://www-k6.thinkcentral.com/content/hsp/math/hspmath/na/common/itools_int_9780547584997_/fractions.html

Συζήτηση

Ποια από τα πιο κάτω προβλήματα αντιστοιχούν στη μαθηματική πρόταση

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3};$$

1. Ο Άρης τοποθέτησε $\frac{1}{2}$ του ποτηριού άμμο σε ένα άδειο δοχείο. Στη συνέχεια τοποθέτησε ακόμα $\frac{1}{3}$ του ίδιου ποτηριού άμμο στο δοχείο. Πόσα ποτήρια άμμο τοποθέτησε συνολικά στο δοχείο;

2. Το $\frac{1}{2}$ των αγοριών της τάξης και το $\frac{1}{3}$ των κοριτσιών της τάξης φορούν αθλητικά παπούτσια. Τι μέρος των παιδιών της τάξης φορούν αθλητικά παπούτσια;

ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ

Ο Μάρκος, η Σοφία και ο Ιάκωβος υπολόγισαν το γινόμενο $6 \times \frac{2}{3}$.

Μάρκος

$$6 \times \frac{2}{3} = \frac{6 \times 2}{3} = \frac{12}{3} = 4$$

Σοφία

$$6 \times \frac{2}{3} = \frac{\overset{2}{\cancel{6}} \times 2}{\underset{1}{\cancel{3}}} = 2 \times 2 = 4$$

Ιάκωβος

$$6 \times \frac{2}{3} = \frac{6 \times 2}{3} = \frac{\overset{4}{\cancel{12}}}{\underset{1}{\cancel{3}}} = 4$$

Να περιγράψεις τον τρόπο με τον οποίο εργάστηκε το κάθε παιδί.

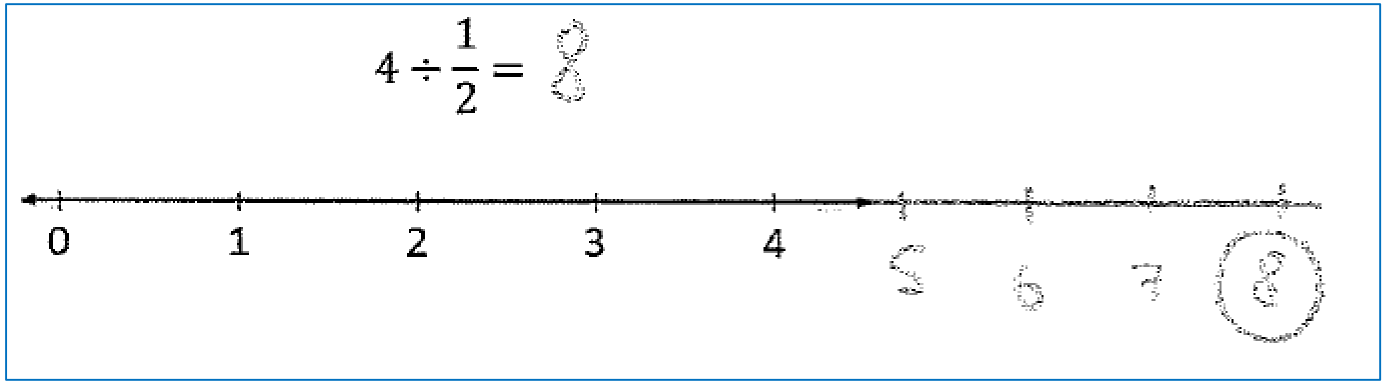
Απλοποίηση αριθμητικής παράστασης

Συζήτηση

(α) Να αναπαραστήσετε το πηλίκο $\frac{1}{2} \div 4$ και $4 \div \frac{1}{2}$.

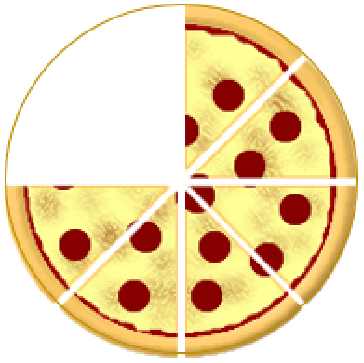
Συζήτηση

(β)Να σχολιάσετε τον τρόπο με τον οποίο εργάστηκε ο πιο κάτω μαθητής, για να υπολογίσει το πηλίκο $4 \div \frac{1}{2}$.



ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ

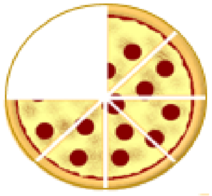
(α) Τα παιδιά θα μοιραστούν στα ίσα τα $\frac{6}{8}$ μιας πίτσας, όπως φαίνεται πιο κάτω.



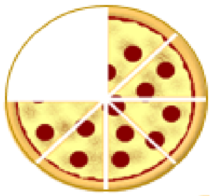
Διαίρεση κλάσματος διά ακέραιο αριθμό

Να γράψεις μια κατάλληλη μαθηματική πρόταση και να υπολογίσεις το μέρος της πίτσας που θα πάρει κάθε παιδί, αν η πίτσα μοιραστεί στα ίσα σε:

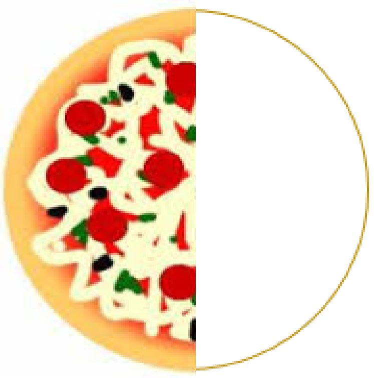
(i) 2 παιδιά



(ii) 3 παιδιά

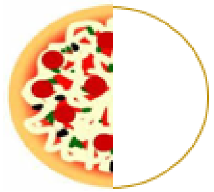


(β) Τα παιδιά θα μοιραστούν στα ίσα το $\frac{1}{2}$ μιας άλλης πίτσας, όπως φαίνεται πιο κάτω.

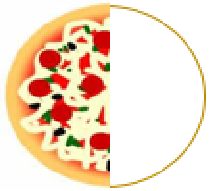


Να γράψεις μια κατάλληλη μαθηματική πρόταση και να υπολογίσεις το μέρος της πίτσας που θα πάρει κάθε παιδί, αν η πίτσα μοιραστεί στα ίσα σε:

(i) 2 παιδιά



(ii) 4 παιδιά



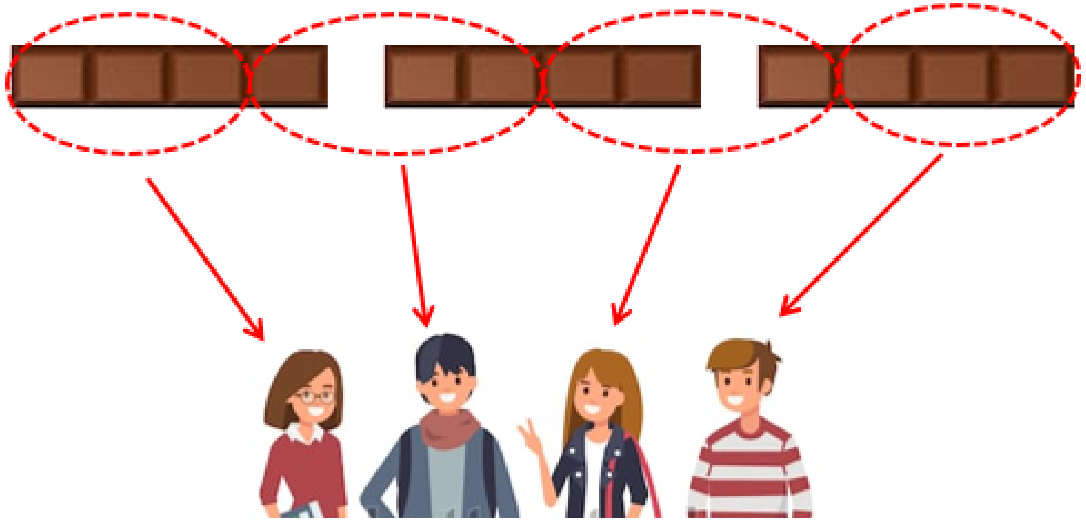
- Κλάσμα ως πηλίκο

Το κλάσμα εκφράζει το ακριβές πηλίκο της διαίρεσης του αριθμητή με τον παρονομαστή του.

Παράδειγμα:

3 όμοιες σοκολάτες θα μοιραστούν στα ίσα σε 4 παιδιά.

$$3 \div 4 = \frac{12}{4} \div 4 = \frac{3}{4}$$



Κάθε παιδί θα πάρει $\frac{3}{4}$ της σοκολάτας.

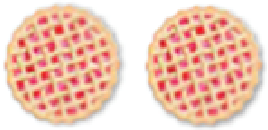
Κλάσμα ως πηλίκο

ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ

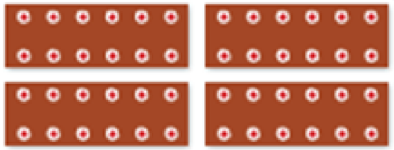
Ο Δημήτρης είναι ζαχαροπλάστης. Έφτιαξε διάφορα γλυκά και θα τα χωρίσει σε κομμάτια.

(α) Να γράψεις μια κατάλληλη μαθηματική πρόταση και να υπολογίσεις τον αριθμό των κομματιών που θα προκύψουν σε κάθε περίπτωση.

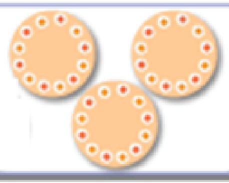
(i) Έφτιαξε 2 τάρτες. Θα τις χωρίσει σε κομμάτια του $\frac{1}{4}$.



(ii) Έφτιαξε 4 σοκολατίνες. Θα τις χωρίσει σε κομμάτια του $\frac{1}{3}$.



(iii) Έφτιαξε 3 γλυκά καρότου. Θα τα χωρίσει σε κομμάτια του $\frac{1}{8}$.



Τι παρατηρείς;

(β) Με βάση τις παρατηρήσεις σου, να υπολογίσεις τα πιο κάτω πηλίκα.

$2 \div \frac{1}{3} =$ $\quad$ $8 \div \frac{1}{4} =$ $\quad$ $10 \div \frac{1}{6} =$

$2 \div \frac{2}{3} =$ $\quad$ $8 \div \frac{2}{4} =$ $\quad$ $20 \div \frac{4}{5} =$

Διαίρεση ακέραιου διά κλάσμα

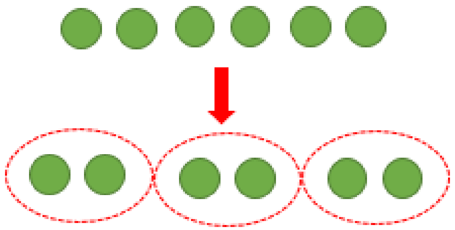
ΝΕΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ

- Διαίρεση κλάσματος με ακέραιο αριθμό

Ένας τρόπος να ερμηνεύσουμε τη διαίρεση $6 \div 3$ είναι να μοιράσουμε το 6 σε τρεις ίσες ομάδες.

$6 \div 3 = 2$

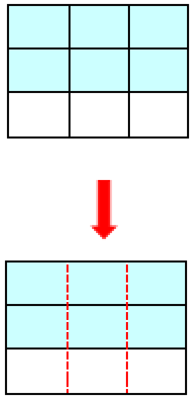
Το 6 μοιράζεται σε 3 ίσες ομάδες των 2.



Με τον ίδιο τρόπο μπορούμε να ερμηνεύσουμε και τη διαίρεση $\frac{6}{9} \div 3$.

$\frac{6}{9} \div 3 = \frac{2}{9}$

Τα $\frac{6}{9}$ μοιράζονται σε 3 ίσες ομάδες των $\frac{2}{9}$.



ΝΕΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ

- Διαίρεση ακέραιου αριθμού με κλάσμα

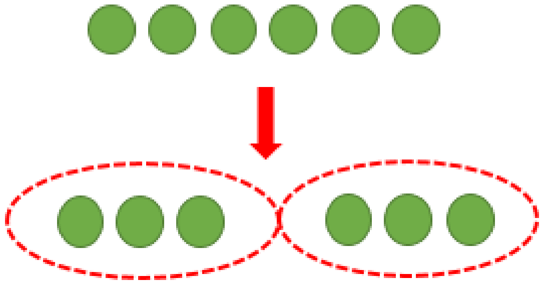
Ένας τρόπος να ερμηνεύσουμε τη διαίρεση $6 \div 3$ είναι να υπολογίσουμε πόσες τριάδες έχει το 6.

$6 \div 3$

Πόσες τριάδες έχει το 6;

$6 \div 3 = 2$

Το 6 έχει 2 τριάδες.



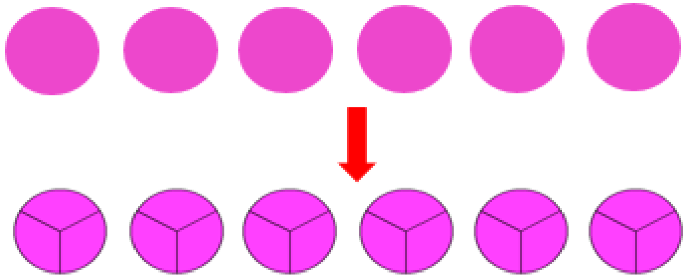
Με τον ίδιο τρόπο μπορούμε να ερμηνεύσουμε και τη διαίρεση $6 \div \frac{1}{3}$.

$6 \div \frac{1}{3}$

Πόσα τρίτα έχει το 6;

$6 \div \frac{1}{3} = \frac{18}{3} \div \frac{1}{3} = 18 \div 1 = 18$

Το 6 έχει 18 τρίτα.

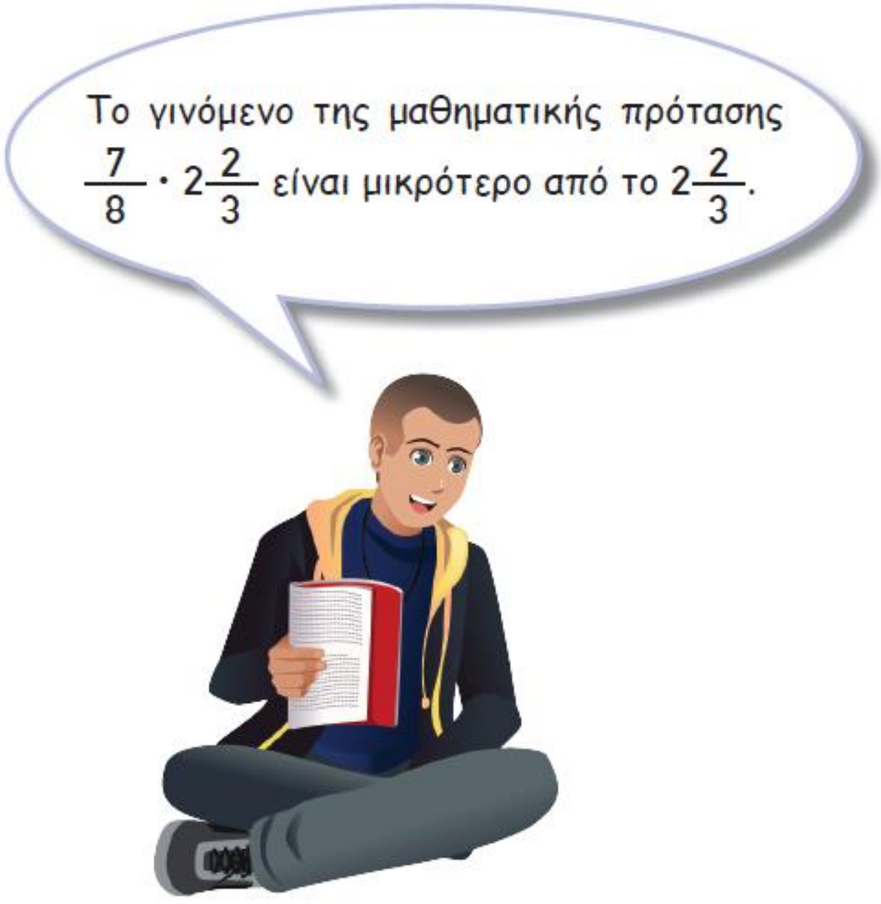


Στ’ τάξη

Τάξη Στ’
Πολλαπλασιασμός και διαίρεση κλασμάτων και μικτών (όλες οι περιπτώσεις) Κλάσμα ως λόγος και διασύνδεση με έννοια ποσοστού Ερμηνεία, οργάνωση δεδομένων και κατασκευή γραφικής παράστασης

Διερεύνηση

Να επεξηγήσετε το σκεπτικό κάθε παιδιού.



Άρης

Φαίδρα

Πολλαπλασιασμός μικτών αριθμών

Συζήτηση

Να γράψετε ένα πρόβλημα για τη μαθηματική πρόταση $\frac{6}{9} \div \frac{1}{3}$

Η Άννα έχει $\frac{6}{9}$ ενός κουτιού με [illegible] και
θα τα μοιράσει σε μικρά κουτάκια σε κάθε
κουτί θα βάλει $\frac{1}{3}$. Πόσα κουτιά θα χρειαστεί;

Τα $\frac{6}{9}$ των βιβλίων σε μια βιβλιοθήκη είναι λογοτεχνικά.
Το $\frac{1}{3}$ των λογοτεχνικών γράφτηκε από Έλληνες συγγραφείς.
Πόσα βιβλία γράφτηκαν από Έλληνες συγγραφείς;

Ειχα τα $\frac{6}{9}$ μιος σοκολατας και ηθελα να την μιρασω
στο $\frac{1}{3}$ των φιλων μου. Ποσο θα παρει το καθε
παιδι.

Διερεύνηση 1

Ο Παντελής, η Φιλοθέη και ο Ηλίας εργάστηκαν με διαφορετικούς τρόπους, για να υπολογίσουν το πηλίκο $\frac{1}{2} \div \frac{1}{3}$.

$\frac{1}{2} \div \frac{1}{3} = \frac{3}{6} \div \frac{2}{6} = 3 \div 2 = \frac{3}{2}$

Παντελής

$\frac{1}{2} \div \frac{1}{3} = \frac{6}{12} \div \frac{4}{12} = 6 \div 4 = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$

Φιλοθέη

$\frac{1}{2} \div \frac{1}{3} = \frac{9}{18} \div \frac{6}{18} = 9 \div 6 = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$

Ηλίας

(α) Να επεξηγήσετε τον τρόπο που εργάστηκε το κάθε παιδί.

(β) Να υπολογίσετε τα πιο κάτω πηλίκα.

(i) $\frac{2}{3} \div \frac{1}{4} =$

(ii) $\frac{1}{2} \div \frac{3}{5} =$

(iii) $\frac{3}{4} \div \frac{2}{3} =$

(γ) Να περιγράψετε έναν τρόπο υπολογισμού του πηλίκου δύο κλασμάτων.

Διαίρεση κλασμάτων

Διερεύνηση 2

(α) Να υπολογίσετε.

ΣΤΗΛΗ Α	ΣΤΗΛΗ Β
$1 \div \frac{1}{6} = \frac{6}{6} \div \frac{1}{6} = 6 \div 1 = \boxed{6}$	$1 \cdot \frac{6}{1} = \frac{1 \cdot 6}{1} = \frac{6}{1} = \boxed{6}$
$2 \div \frac{1}{4} = \frac{8}{4} \div \frac{1}{4} = 8 \div 1 =$ ☐	$2 \cdot \frac{4}{1} = \frac{2 \cdot 4}{1} = \frac{8}{1} =$ ☐
$3 \div \frac{6}{8} =$ ________ = ☐	$3 \cdot \frac{8}{6} =$ ________ = ☐
$\frac{2}{3} \div \frac{1}{6} =$ ________ = ☐	$\frac{2}{3} \cdot \frac{6}{1} =$ ________ = ☐
$\frac{1}{2} \div \frac{2}{5} =$ ________ = ☐	$\frac{1}{2} \cdot \frac{5}{2} =$ ________ = ☐
$\frac{6}{8} \div \frac{2}{3} =$ ________ = ☐	$\frac{6}{8} \cdot \frac{3}{2} =$ ________ = ☐

(β) Τι παρατηρείτε στον πιο πάνω πίνακα;

____

____

(γ) Με βάση τις παρατηρήσεις σας, ποιος είναι ένας εύκολος τρόπος για τον υπολογισμό των πιο κάτω πηλίκων;

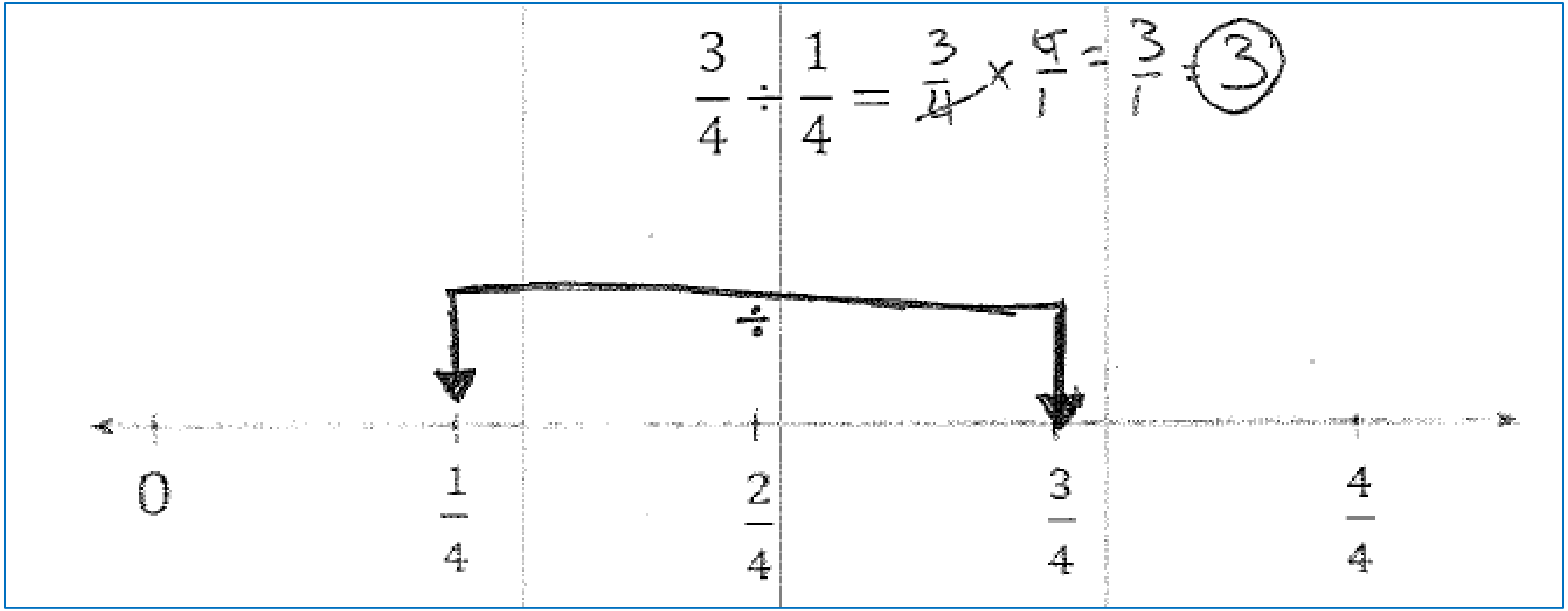
$\frac{2}{5} \div \frac{1}{3} =$

$\frac{3}{8} \div \frac{1}{12} =$

$\frac{2}{5} \div \frac{3}{4} =$

Συζήτηση

Να αναπαραστήσετε τη μαθηματική πρόταση στην αριθμητική γραμμή και να υπολογίσετε το πηλίκο.



Επίλυση προβλήματος με ρητούς αριθμούς - αναπαραστάσεις

21. Να επιλέξετε τη μαθηματική πρόταση που ταιριάζει σε κάθε πρόβλημα.

(α) Ο κύριος Γιάννης παρήγγειλε $10\frac{5}{8}$ kg λίπασμα για τους ανθώνες στο φυτώριό του. Για κάθε ανθώνα χρειάζεται $1\frac{1}{2}$ kg λίπασμα. Για πόσους ανθώνες αρκεί το λίπασμα;

$1\frac{1}{2} \cdot 10\frac{5}{8}$	$10\frac{5}{8} \cdot 1\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2} \div 10\frac{5}{8}$	$10\frac{5}{8} \div 1\frac{1}{2}$

(β) Σε ένα μουσικό ωδείο τα $\frac{5}{8}$ των σπουδαστών παρακολουθούν μαθήματα κιθάρας. Από αυτούς, τα $\frac{3}{5}$ παρακολουθούν και μαθήματα πιάνου. Τι μέρος των σπουδαστών του ωδείου παρακολουθούν και μαθήματα κιθάρας και πιάνου;

$\frac{5}{8} - \frac{3}{5}$	$\frac{3}{5} \cdot \frac{5}{8}$	$\frac{5}{8} \div \frac{3}{5}$	$\frac{5}{8} + \frac{3}{5}$

22. Να επιλέξετε το πρόβλημα που ταιριάζει σε κάθε μαθηματική πρόταση.

(α) $\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{7}$

Α. Τα $\frac{2}{7}$ των μελών ενός ποδηλατικού ομίλου επέλεξαν η επόμενη διαδρομή τους να είναι ορεινή και τα $\frac{3}{5}$ να είναι παραθαλάσσια. Πόσο μεγαλύτερο είναι το μέρος των μελών που προτιμούν την παραθαλάσσια διαδρομή σε σχέση με τα μέλη που προτιμούν την ορεινή διαδρομή;

Β. Τα $\frac{3}{5}$ των μελών ενός ποδηλατικού ομίλου δήλωσαν ότι θα συμμετάσχουν στη διαδρομή του Σαββάτου και τα $\frac{2}{7}$ στη διαδρομή της Κυριακής. Τι μέρος των μελών του ομίλου θα συμμετάσχουν στις ποδηλατικές διαδρομές του Σαββατοκύριακου, αν κάθε μέλος θα συμμετάσχει σε μια μόνο διαδρομή;

Γ. Τα $\frac{2}{7}$ των μελών ενός ποδηλατικού ομίλου επέλεξαν η επόμενη διαδρομή τους να είναι παραθαλάσσια. Από τα μέλη αυτά, τα $\frac{3}{5}$ προτιμούν η μέρα που θα πραγματοποιηθεί η διαδρομή να είναι Κυριακή. Τι μέρος των μελών του ομίλου προτιμούν η διαδρομή να είναι παραθαλάσσια και να πραγματοποιηθεί ημέρα Κυριακή;

15. Να αντιστοιχίσετε κάθε εικόνα με τη μαθηματική πρόταση που ταιριάζει και να υπολογίσετε το αποτέλεσμα.

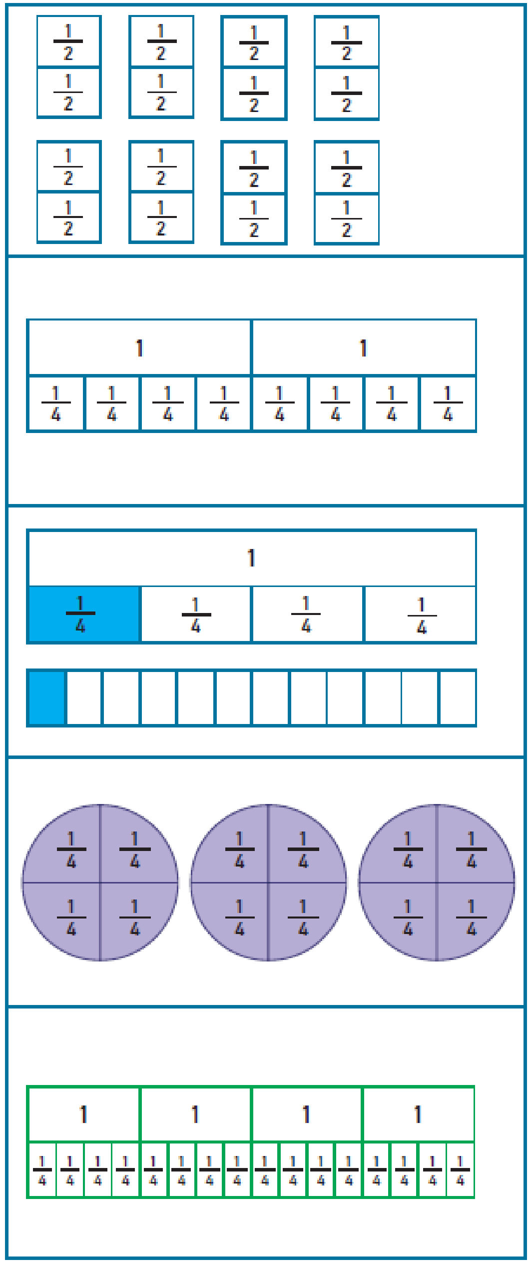
$2 \div \frac{1}{4} =$

$16 \cdot \frac{1}{2} =$

$3 \div \frac{1}{4} =$

$\frac{1}{4} \div 3 =$

$4 \div \frac{1}{4} =$



Να γράψετε ένα πρόβλημα που να αντιστοιχεί στην κάθε περίπτωση. Τα προβλήματα να ξεκινούν με τις προτάσεις που δίνονται.

(α) $2 \cdot \frac{3}{4} = \nu$ («Η Μαρία περπάτησε ...»)

(β) $\frac{1}{2} - \left(\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2}\right) = \nu$ («Ο Ορέστης είχε $\frac{1}{2}$ L λάδι. ...»)

(γ) $2\frac{1}{4} \div \frac{1}{2} = \nu$ («Η Βασιλική έχει $2\frac{1}{4}$ kg ζάχαρη. ...»)

(δ) $\frac{8}{10} \div 4 = \nu$ («Ο κύριος Γιάννης κληρονόμησε τα $\frac{8}{10}$ ενός χωραφιού. ...»)

(ε) $\frac{9}{10} - \frac{1}{2} = \nu$