

# Αναλυτικό Πρόγραμμα Σπουδών Δημοτικής Εκπαίδευσης στα Μαθηματικά: Φιλοσοφία και καινοτομίες



Ελένη Δεληγιάννη<sup>1</sup>, Ph.D, Μαριάννα Καραμάνου<sup>1</sup>, Ph.D,  
Γεωργία Παναούρα-Μάκη<sup>1</sup>, Ph.D, Μαριλένα Παντζιαρά<sup>1</sup>, Ph.D,  
Έφη Παπαριστοδήμου<sup>1</sup>, Ph.D και Μύρια Σιακαλλή<sup>1</sup>, Ph.D

Το μάθημα των Μαθηματικών καλείται να προσαρμοστεί στα νέα δεδομένα που δημιουργούνται από τις ραγδαίες αλλαγές της σύγχρονης κοινωνίας της γνώσης του 21<sup>ου</sup> αιώνα και να ανταποκριθεί στους στόχους που έθεσε η Ευρωπαϊκή Ένωση για την εκπαίδευση. Στο παρόν άρθρο παρουσιάζονται αρχικά οι καινοτομίες που απορρέουν από τη φιλοσοφία ενός ολοκληρωμένου σχεδιασμού του νέου αναλυτικού προγράμματος στα Μαθηματικά, ο οποίος προτείνει ενιαία αντιμετώπιση του πλαισίου σπουδών, αναγνώριση της διαφορετικότητας, σύνδεση με την καθημερινότητα και τη ζωή και ενσωμάτωση της τεχνολογίας. Στη συνέχεια, γίνεται αναφορά στο διδακτικό μοντέλο που υιοθετείται και στο οποίο αντικατοπτρίζεται η φιλοσοφία της διδασκαλίας του νέου αναλυτικού προγράμματος.

*Λέξεις-κλειδιά:* αναλυτικό πρόγραμμα Μαθηματικών, μαθηματική ικανότητα, διδακτικό μοντέλο

## Εισαγωγή

Στο πλαίσιο της εκπαιδευτικής μεταρρύθμισης, το μάθημα των Μαθηματικών καλείται να προσαρμοστεί στα νέα δεδομένα που δημιουργούνται από τις ραγδαίες αλλαγές της σύγχρονης κοινωνίας της γνώσης του 21<sup>ου</sup> αιώνα και να ανταποκριθεί στους στόχους που έθεσε η Ευρωπαϊκή Ένωση για την εκπαίδευση. Η μαθηματική ικανότητα αποτελεί μια από τις οκτώ βασικές ικανότητες για τη διά βίου μάθηση, που αναφέρονται από την Ευρωπαϊκή Ένωση και ορίζεται ως ένα σύνολο βασικών γνώσεων, δεξιοτήτων και στάσεων (European Communities, 2007). Επιπρόσθετα, το ποσοστό των μαθητών/τριών που ακολουθούν σπουδές στα Μαθηματικά αποτέλεσε ένα από τα βασικά κριτήρια αναφοράς της Ευρωπαϊκής Ένωσης για τη μέτρηση της προόδου των εκπαιδευτικών συστημάτων των ευρωπαϊκών χωρών (Συμβούλιο Παιδείας, 2001).

Το νέο αναλυτικό πρόγραμμα των Μαθηματικών έχει ως κεντρικό άξονα την ανάπτυξη των απαραίτητων μαθηματικών γνώσεων και ικανοτήτων που θα επιτρέψουν στον/τη μαθητή/τρια να ζήσει ως αυτόνομο και παραγωγικό μέλος μιας σύγχρονης δημοκρατικής κοινωνίας (Behm & Lloyd, 2009). Οι ικανότητες της κατανόησης, της επάρκειας, της επίλυσης προβλήματος και του συλλογισμού, οι οποίες τίθενται και από την Ευρωπαϊκή Ένωση (European Communities, 2007), προάγονται στο νέο αναλυτικό πρόγραμμα των Μαθηματικών. Ιδιαίτερη έμφαση δίνεται στην ανάπτυξη θετικών στάσεων απέναντι στο μάθημα των Μαθηματικών, ώστε οι μαθητές/τριες να το αγαπήσουν και να επιθυμούν να ασχοληθούν συστηματικά με αυτό (Υπουργείο Παιδείας και Πολιτισμού, 2010). Σύγχρονα ερευνητικά πορίσματα (Zan et al., 2006) επισημαίνουν, άλλωστε, τη στενή σχέση ανάμεσα στη θετική στάση και την επίδοση των μαθητών/τριών στο μάθημα των Μαθηματικών.

<sup>1</sup>Η Ελένη Δεληγιάννη, η Μαριάννα Καραμάνου, Γεωργία Παναούρα-Μάκη, η Μαριλένα Παντζιαρά, η Έφη Παπαριστοδήμου και η Μύρια Σιακαλλή είναι μέλη της συγγραφικής ομάδας βιβλίων Μαθηματικών Δημοτικής Εκπαίδευσης

## Καινοτομίες του νέου αναλυτικού προγράμματος στα Μαθηματικά

Η διαμόρφωση ενός ισορροπημένου αναλυτικού προγράμματος λαμβάνει υπόψη ότι τα Μαθηματικά δεν περιορίζονται στην εκμάθηση διαδικασιών ρουτίνας και αλγόριθμων. Η ανάπτυξη της μαθηματικής ικανότητας προϋποθέτει τη διασύνδεση πέντε συνιστωσών: της εννοιολογικής κατανόησης, της διαδικαστικής επάρκειας, της στρατηγικής επάρκειας, του συλλογισμού-προσαρμογής και της θετικής στάσης - αυτοπεποίθησης (Kilpatrick et al., 2001). Συγκεκριμένα, η *εννοιολογική κατανόηση* αναφέρεται στην αντίληψη μαθηματικών εννοιών, πράξεων και σχέσεων σε ένα ολοκληρωμένο και λειτουργικό πλαίσιο. Οι μαθητές/τριες δεν αντιλαμβάνονται τις μαθηματικές έννοιες αποσπασματικά, αλλά οργανώνουν τη γνώση τους, έτσι ώστε οι νέες ιδέες να συνδέονται τόσο με την προϋπάρχουσα γνώση όσο και με τις καθημερινές τους εμπειρίες και άλλα γνωστικά αντικείμενα του αναλυτικού προγράμματος. Με τον τρόπο αυτό, η εννοιολογική κατανόηση συμβάλλει στη μείωση του όγκου των γνώσεων που πρέπει να ανακαλέσουν οι μαθητές/τριες, αφού έχουν επιτύχει τη μεταξύ τους διασύνδεση και επιπλέον γνωρίζουν πώς θα τις ανοικοδομήσουν όταν τις έχουν ξεχάσει (Hiebert & Carpenter, 1992).

Τόσο η ενδοεπιστημονική όσο και η διεπιστημονική προσέγγιση, που προτείνονται από το νέο αναλυτικό πρόγραμμα, ενισχύουν την εννοιολογική κατανόηση. Με την ενδοεπιστημονική προσέγγιση τα Μαθηματικά παρουσιάζονται ως ενιαίο όλο, αφού επιδιώκεται η διασύνδεση της προηγούμενης και της επόμενης έννοιας, καθώς και η επανάληψη ιδεών και εννοιών σε μεγαλύτερο βάθος. Παράλληλα, η διεπιστημονική προσέγγιση αναφέρεται στην αυθεντική χρήση των Μαθηματικών τόσο σε σχέση με τις εμπειρίες από την καθημερινή ζωή όσο και σε συνάρτηση με τα άλλα γνωστικά αντικείμενα.

Η *διαδικαστική επάρκεια* περιλαμβάνει τη γνώση διαδικασιών, τη γνώση του πότε και πώς αυτές χρησιμοποιούνται και την ικανότητα εκτέλεσής τους με ευελιξία, ακρίβεια και αποτελεσματικότητα. Τόσο η ακρίβεια όσο και η αποτελεσματικότητα των μαθηματικών διαδικασιών βελτιώνεται με την εξάσκηση. Είναι, λοιπόν, σημαντικό η εννοιολογική κατανόηση να συμβαδίζει με την εξάσκηση, αφού οι περιστάσεις που απαιτούν την εφαρμογή διαδικασιών διαφέρουν και απαιτείται ευελιξία στο πότε και πώς θα χρησιμοποιηθούν.

Η *στρατηγική επάρκεια* περιλαμβάνει την ικανότητα κατασκευής, αναπαράστασης και επίλυσης μα-

θηματικού προβλήματος. Πολύ σημαντικό είναι να μπορούν οι μαθητές/τριες να αναπαραστήσουν τα δεδομένα του προβλήματος με τρόπο που να τους βοηθά στην επίλυσή του. Επιπλέον, χρειάζεται να είναι ικανοί/ές να επιλέγουν μέσα από μια ποικιλία στρατηγικών την καταλληλότερη, για να προσεγγίσουν ένα συγκεκριμένο πρόβλημα.

Ο *συλλογισμός* αναφέρεται στη λογική σκέψη, στον αναστοχασμό, στην επεξήγηση και στην αιτιολόγηση. Ο/Η μαθητής/τρια χρειάζεται να έχει την ικανότητα να σκέφτεται λογικά για τις σχέσεις μεταξύ εννοιών και καταστάσεων. Ο μαθηματικός συλλογισμός προκύπτει ως αποτέλεσμα προσεκτικής εξέτασης του συνόλου των επιλογών και περιλαμβάνει την αιτιολόγηση των συμπερασμάτων που προκύπτουν.

Η πέμπτη συνιστώσα αναφέρεται στη *θετική στάση* των μαθητών/τριών απέναντι στο μάθημα. Αυτό σημαίνει ότι ο/η μαθητής/τρια αντιλαμβάνεται την αξία των Μαθηματικών, και απολαμβάνει την ενασχόληση με το μάθημα. Είναι σημαντικό οι μαθητές/τριες να νιώθουν ότι καταβάλλοντας προσπάθεια μπορούν να μάθουν Μαθηματικά.

Λαμβάνοντας υπόψη τις δυσκολίες που βιώνουν οι μαθητές/τριες κατά τη μετάβαση από τη μια εκπαιδευτική βαθμίδα στην άλλη (Φιλίππου κ.ά., 2003), το νέο αναλυτικό πρόγραμμα των Μαθηματικών αντιμετωπίζει ενιαία το πλαίσιο σπουδών από την Προδημοτική μέχρι το Λύκειο. Ακολουθώντας έναν ολοκληρωμένο σχεδιασμό, εξασφαλίζεται η ομαλή μετάβαση από τη μια εκπαιδευτική βαθμίδα στην άλλη. Το περιεχόμενο του νέου αναλυτικού προγράμματος διακρίνεται σε πέντε ενότητες περιεχομένου: Αριθμοί, Άλγεβρα, Γεωμετρία, Μέτρηση και Στατιστική-Πιθανότητες, οι οποίες δεν είναι πάντα διακριτές μεταξύ τους, αλλά αλληλοσυνδέονται στενά. Με τον τρόπο αυτό, εξασφαλίζεται και η μελέτη της εξέλιξης μιας έννοιας στις διάφορες βαθμίδες, διασφαλίζοντας τη μεταξύ τους συνοχή.

## Διδακτικό μοντέλο

Πέραν του περιεχομένου, το πλαίσιο της φιλοσοφίας του νέου αναλυτικού προγράμματος των Μαθηματικών αντικατοπτρίζεται τόσο στο διδακτικό μοντέλο, που υιοθετείται, όσο και στους τρόπους αξιολόγησης. Σύμφωνα με το διδακτικό μοντέλο, η εισαγωγή των εννοιών στο εκπαιδευτικό υλικό γίνεται μέσα από *Εξερευνήσεις* ή/και *Διερευνήσεις*. Οι Εξερευνήσεις αποτελούν καταστάσεις που υποκινούν την περιέργεια των μαθητών/τριών και προκαλούν το

ενδιαφέρον τους (Bossé et al., 2010). Οι καταστάσεις αυτές, στις οποίες οι μαθητές/τριες εξερευνούν ελεύθερα μαθηματικές έννοιες, αφορούν στη σύνδεση των Μαθηματικών με τα άλλα αντικείμενα του αναλυτικού προγράμματος, τη διασύνδεση των μαθηματικών εννοιών, την επίλυση προβλήματος, την αξιοποίηση των ιστορικών στοιχείων και τις εφαρμογές των μαθηματικών εννοιών στην καθημερινή ζωή. Οι δραστηριότητες Εξερεύνησης συμβάλλουν στη διαφοροποίηση και εξατομίκευση της διδασκαλίας, στην παροχή κινήτρων και στη χαρά της μάθησης, στην ανάπτυξη του μαθηματικού συλλογισμού, της δημιουργικότητας και της φαντασίας στα Μαθηματικά. Μέσα από τις Διερευνήσεις οι μαθητές/τριες εστιάζουν την προσοχή τους στην υπό μελέτη έννοια μέσα από ένα συγκεκριμένο και καθοδηγούμενο πλαίσιο, το οποίο τους δίνει τη δυνατότητα να διατυπώσουν υποθέσεις, να ελέγξουν την εγκυρότητα των υποθέσεων τους και να αιτιολογήσουν τις απαντήσεις τους (Bossé et al., 2010). Ακολουθούν οι Δραστηριότητες, όπου οι μαθητές/τριες οικοδομούν και εμπεδώνουν τις μαθηματικές έννοιες. Παράλληλα, δίνεται η ευκαιρία στον/την εκπαιδευτικό να αξιοποιήσει, εάν χρειάζεται, κάποιες από τις Δραστηριότητες Εμπλουτισμού, οι οποίες βρίσκονται στο τέλος κάθε ενότητας. Οι δραστηριότητες αυτές δίνονται διαβαθμισμένα, ώστε να χρησιμοποιηθούν ανάλογα με τις ανάγκες και ιδιαιτερότητες των μαθητών/τριών. Η αξιολόγηση των μαθητών/τριών στο μάθημα δεν περιορίζεται μόνο στα αποτελέσματα γραπτών δοκιμών, αλλά μπορεί να γίνει με μια ποικιλία τρόπων και προσεγγίσεων: εννοιολογικοί χάρτες, εκθέσεις, φάκελος επιτευγμάτων, ημερολόγιο, δείγμα εργασιών, αυτοαξιολόγηση, κ.ά.

Στα πλαίσια της διαφοροποίησης της διδασκαλίας, της ενεργητικής πρόσκτησης της γνώσης και της καλλιέργειας του επιστημονικού τρόπου προσέγγισης των μαθηματικών εννοιών, η συστηματική χρήση εποπτικών μέσων και η σύγχρονη τεχνολογία αποτελούν αναπόσπαστο κομμάτι του αναλυτικού προγράμματος των Μαθηματικών. Σε κάθε ενότητα δίνονται σαφείς εισηγήσεις για χρήση εποπτικού υλικού και ενσωμάτωση της τεχνολογίας, επενδύοντας στην προσθετική αξία τους. Η αξιοποίηση της πληθώρας των διαθέσιμων λογισμικών/εφαρμογιδίων συμβάλλει στην εννοιολογική κατανόηση και στην επίλυση προβλημάτων, που δεν είναι δυνατόν να λυθούν με χαρτί και μολύβι. Παράλληλα, η τεχνολογία συμβάλλει στην ανάπτυξη της ικανότητας των μαθητών/τριών να επικοινωνούν τις ιδέες τους, αλλά και να αναζητούν πληροφορίες από το διαδικτυο (Υπουργείο Παιδείας και Πολιτισμού, 2010).

Ο ενιαίος σχεδιασμός ενός ισορροπημένου αναλυτικού προγράμματος για τα Μαθηματικά, καθώς επίσης το διδακτικό μοντέλο που προτείνεται, με έμφαση στις Εξερευνήσεις, τις Διερευνήσεις και την αξιοποίηση της Τεχνολογίας, συνάδουν με τις σύγχρονες τάσεις της έρευνας διεθνώς, τις εμφάσεις που τέθηκαν από την Ευρωπαϊκή Ένωση για την Εκπαίδευση και προωθούν τους στόχους του σύγχρονου δημοκρατικού και ανθρώπινου σχολείου.

## Βιβλιογραφία

- Behm, S., & Lloyd, G. (2009) Factors influencing student teachers' use of mathematics curriculum materials. In J. Remillard, B. Herbel-Eisenmann, & G. Lloyd (Eds.), *Mathematics teachers at work: Connecting curriculum materials and classroom instruction*. New York: Routledge, Taylor and Francis.
- Bossé, M. J., Lee, T. D., Swinson, M., & Faulconer, J. (2010) The NCTM process standards and the five Es of Science: Connecting math and science. *School Science and Mathematics*, 110 (5), 262 – 276. doi:10.1111/j.1949-8594.2010.00033.
- European Communities (2007) *Key competences for lifelong learning: European Reference Framework*. Ανακτήθηκε στις 18 Ιουνίου 2012 από την ιστοσελίδα [http://ec.europa.eu/dgs/education\\_culture/publ/pdf/lifelonglearning/keycomp\\_en.pdf](http://ec.europa.eu/dgs/education_culture/publ/pdf/lifelonglearning/keycomp_en.pdf)
- Hiebert, J. & Carpenter, T. P. (1992) Learning and Teaching with Understanding. In Grouws, D. A. (Ed.) *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 65-97). New York: Macmillan
- Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (Eds). (2001) *Adding it up: Helping children learn mathematics*. Washington, DC: National Academy Press.
- Συμβούλιο Παιδείας (2001) *Έκθεση του Συμβουλίου Παιδείας προς το Ευρωπαϊκό Συμβούλιο σχετικά με τους συγκεκριμένους μελλοντικούς στόχους των συστημάτων εκπαίδευσης και κατάρτισης*. Ανακτήθηκε στις 31 Μαΐου 2012, από την ιστοσελίδα [http://ec.europa.eu/education/lifelong-learning-policy/doc/future\\_el.pdf](http://ec.europa.eu/education/lifelong-learning-policy/doc/future_el.pdf)
- Υπουργείο Παιδείας και Πολιτισμού (2010) *Πρόγραμμα Σπουδών Μαθηματικών*. Παιδαγωγικό Ινστιτούτο Κύπρου - Υπηρεσία Ανάπτυξης Προγραμμάτων. Ανακτήθηκε στις 31 Μαΐου 2012, από την ιστοσελίδα [http://www.schools.ac.cy/klimakio/Themata/Mathimatika/analytika\\_pro](http://www.schools.ac.cy/klimakio/Themata/Mathimatika/analytika_pro)

grammata/ektenes\_programma\_mathimatika.pdf  
Φιλίππου, Γ., Πίττα- Πανταζή, Δ. & Χρίστου, Κ.  
(2003) Από το δημοτικό στο γυμνάσιο: Η περίπτωση των μαθηματικών. 2<sup>ο</sup> Συνέδριο για τα μαθηματικά στη δευτεροβάθμια εκπαίδευση «Τα Μαθηματικά στο γυμνάσιο». Ανακτήθηκε στις

2 Σεπτεμβρίου 2007 από την ιστοσελίδα <http://www.math.uoa.gr/me/conf2/papers/filip.pdf>  
Zan, R., Brown, L., Evans, J., & Hannula, M. (2006) Affect in mathematics education. An introduction. *Educational Studies in Mathematics*, 63 (2), 113-121.