

# Επιμόρφωση Εκπαιδευτικών Αναλυτικό Πρόγραμμα Μαθηματικών Ε΄ Τάξη



Κωνσταντίνος Χρίστου  
Ρίτα Παναούρα  
Δήμητρα Πίττα-Πανταζή  
Μάριος Πιττάλης

Νοέμβριος & Δεκέμβριος 2015

# ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΟ

- Αριθμοί
- Άλγεβρα
- Γεωμετρία
- Μέτρηση
- Στατιστική - Πιθανότητες



Διασύνδεση  
των θεμάτων  
και του  
περιεχομένου

# ΔΟΜΗ ΑΝΑΛΥΤΙΚΟΥ

1. Αριθμοί
2. Μέτρηση
3. Γεωμετρία
4. Άλγεβρα
5. Στατιστική -  
Πιθανότητες

Διαδικασίες – Ικανότητες

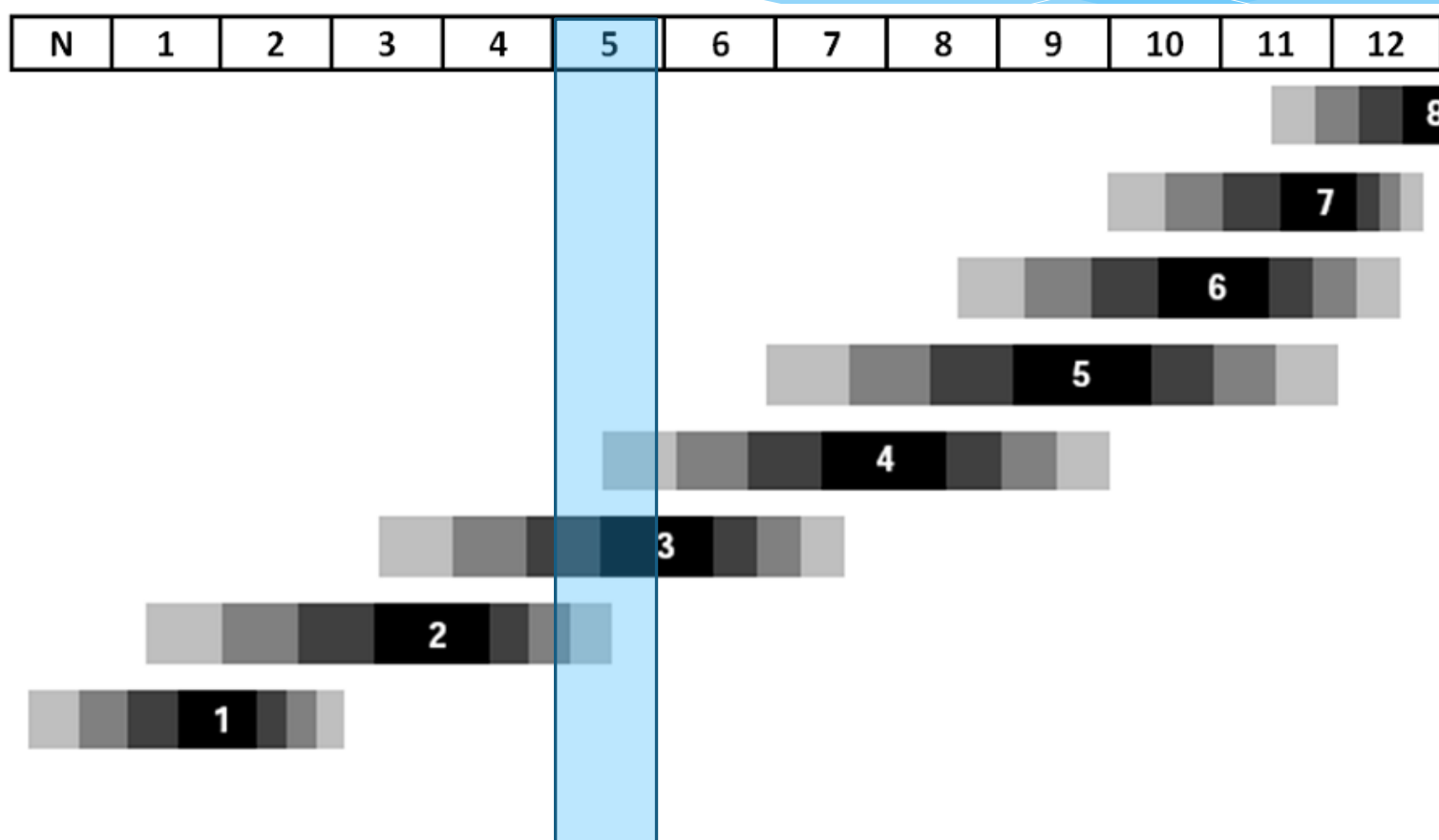
Κάθε ενότητα  
περιγράφεται σε  
8 κλίμακες

Κάθε κλίμακα  
καλύπτεται σε  
περισσότερες από  
μια τάξεις

# Κλίμακες

- Οι κλίμακες περιγράφουν συνοπτικά τα Μαθηματικά που αναμένεται να αναπτύξουν οι μαθητές:
  - Για όλους
  - Για αυτούς που χρειάζονται τα Μαθηματικά σε σπουδές
  - Για αυτούς που θα ασχοληθούν με ανώτερα Μαθηματικά
- Οι κλίμακες σε κάθε ενότητα είναι ιεραρχικά δομημένες, προχωρούν προοδευτικά.
- Οι κλίμακες δεν είναι απόλυτα διακριτές.
- Οι κλίμακες δίνουν την ευκαιρία στους εκπαιδευτικούς να έχουν συνολική εικόνα των Μαθηματικών.

# ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΚΛΙΜΑΚΩΝ



# ΚΛΙΜΑΚΕΣ

Οι κλίμακες περιλαμβάνουν:

1. Δείκτες επιτυχίας
2. Ενδεικτικές δραστηριότητες
3. Ενδεικτικές δραστηριότητες αξιολόγησης
4. Δραστηριότητες εμπλουτισμού

[http://www.schools.ac.cy/klimakio/Themata/Mathimatika/analytika\\_programmata.html](http://www.schools.ac.cy/klimakio/Themata/Mathimatika/analytika_programmata.html)

# Δείκτες Επιτυχίας

- Οι δείκτες επιτυχίας εκφράζουν τα αναμενόμενα αποτελέσματα με συγκεκριμένο και σαφή τρόπο και με τρόπο που μπορούν να αξιολογηθούν.
- Περιλαμβάνουν γνώσεις, δεξιότητες και στάσεις.
- Περιγράφουν αποτελέσματα που έχουν αξία για το άτομο και την κοινωνία.
- Περιγράφουν έννοιες που είναι σημαντικές όχι μόνο για τους μαθηματικούς, αλλά και για όλους τους μαθητές/τριες .

ΟΙ ΔΕΙΚΤΕΣ ΔΕΝ ΕΙΝΑΙ ΣΤΟΧΟΙ

# Κλίμακες και Δείκτες Επιτυχίας

## ΕΝΟΤΗΤΕΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΟΥ

- Αριθμοί (Αρ)
- Άλγεβρα (Α)
- Γεωμετρία (Γ)
- Μέτρηση (Μ)
- Στατιστική - Πιθανότητες (ΣΠ)

## ΑΡΙΘΜΗΣΗ ΔΕΙΚΤΩΝ

Αρ 2.12

Α 1.4

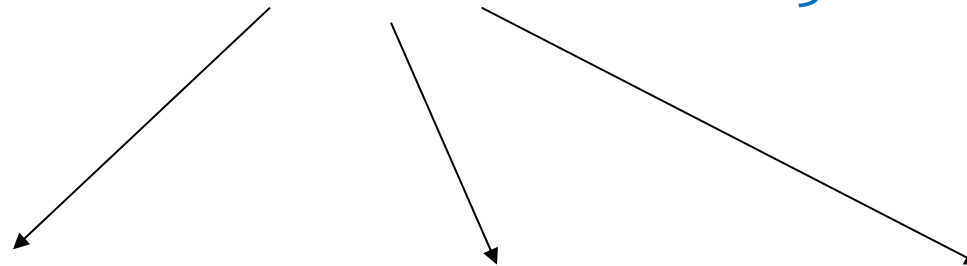
Γ 3.12

Μ1.2

ΣΠ 3.8

## ΕΠΕΞΗΓΗΣΗ

**Μ 1.2**



Αναφέρεται στην ενότητα περιεχομένου (Μέτρηση)

Αναφέρεται στην Κλίμακα (1)

Αναφέρεται στον Δείκτη (2)



# Δείκτες Επάρκειας

- Τι πρέπει να διδαχθεί ο μαθητής, για να επιτύχει τα καθορισμένα Μαθησιακά Αποτελέσματα.
- Περιλαμβάνουν όλα όσα πρέπει να διδάξουμε ή/και έπρεπε να γνωρίζει ο μαθητής, για να επιτύχει τον Δείκτη Επιτυχίας.
- Αναφέρονται σε ΣΚΑΛΟΠΑΤΙΑ μάθησης, ιεραρχίες ή προαπαιτούμενη γνώση, για να επιτευχθεί ο Δείκτης Επιτυχίας.

Αρ4.8 (Έννοια λόγου, ανάλογα ποσά) & Αρ4.13 (Επίλυση και κατασκευή προβλημάτων αναλογίας)

Ε'

- Στρατηγικές προβλημάτων αναλογίας

Στ'

- Έννοια λόγου και αναλογίας, γραφή λόγου με διάφορους τρόπους, ίσοι λόγοι  
- Ευθέως και αντιστρόφως ανάλογα ποσά  
- Γραφική αναπαράσταση

Αρ3.6 (Ερμηνεία κλάσματος ως μέρος ακεραίας μονάδας, μέρος συνόλου, μέτρο και πηλίκο)

Δ'

- Κλάσμα ως μέρος της ακεραίας μονάδας, κλάσμα ως μέρος συνόλου διακριτών αντικειμένων  
- Ακεραία μονάδα όταν δίνεται το κλασματικό μέρος, κλάσμα ως μέρος αριθμού

Ε'

- Ερμηνεία κλάσματος ως μέτρο και ως πηλίκο  
- Κλάσμα ως τελεστής  
- Αναγνώριση και αναπαράσταση μικρών  
- Καταχρηστικά κλάσματα

# ΔΟΜΗ ΑΝΑΛΥΤΙΚΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ ΑΝΑ ΤΑΞΗ

- Το Αναλυτικό Πρόγραμμα των Μαθηματικών περιέχει τα ακόλουθα στοιχεία όσον αφορά το αναλυτικό πρόγραμμα ανά τάξη και ανά ενότητα περιεχομένου:
  - Δείκτες Επιτυχίας
  - Δείκτες Επάρκειας
    - Επίπεδα Δραστηριοτήτων (Προαπαιτούμενες γνώσεις, νέες έννοιες και αντίστοιχα παραδείγματα)
    - Παραδείγματα Μαθηματικών Πρακτικών

# ΔΟΜΗ ΑΝΑΛΥΤΙΚΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ ΑΝΑ ΤΑΞΗ

- Δείκτες Επάρκειας
    - Επίπεδα Δραστηριοτήτων
- Περιλαμβάνουν τα ακόλουθα στοιχεία:
- Προαπαιτούμενες γνώσεις: Από προηγούμενες τάξεις ή από άλλη ενότητα περιεχομένου
  - Νέες Έννοιες
  - Τις βασικές ενέργειες των εκπαιδευτικών: ώστε οι μαθητές μιας τάξης να αναπτύξουν τις απαραίτητες γνώσεις και δεξιότητες που είναι αναγκαίες για την επόμενη τάξη και κατ' επέκταση για το πανεπιστήμιο και τη μεταλυκειακή εκπαίδευση.
  - Παραδείγματα: Συγκεκριμενοποιούν το επίπεδο δυσκολίας που αναμένεται να κατακτήσουν οι μαθητές.

- Αρ2.5 Αναπαριστούν, συγκρίνουν και σειροθετούν ομώνυμα κλάσματα και δεκαδικούς αριθμούς, χρησιμοποιώντας κατάλληλο υλικό όπως επιφάνειες, κύκλους κλασμάτων, σύνολα, αριθμητική γραμμή, εικόνες και εφαρμογίδια.
- Αρ3.4 Απαγγέλλουν, διαβάζουν, γράφουν, αναγνωρίζουν, συγκρίνουν και διατάσσουν κλάσματα και δεκαδικούς αριθμούς (μέχρι δύο δεκαδικά ψηφία).
- Αρ3.5 Μετατρέπουν δεκαδικούς αριθμούς σε κλάσματα και ποσοστά και αντίστροφα.
- Αρ3.6 Ερμηνεύουν το κλάσμα ως μέρος της ακεραίας μονάδας, ως μέρος συνόλου, ως μέτρο και ως ηλίκο.

**Προαπαιτούμενες Γνώσεις:**

- ✓ Κλάσμα ως μέρος της ακεραίας μονάδας και ως μέρος συνόλου διακριτών στοιχείων
- ✓ Υπολογισμός κλασματικού μέρους ενός αριθμού (π.χ.  $1/4$  του 24)
- ✓ Ισοδυναμία κλασμάτων
- ✓ Σύγκριση και σειροθέτηση κλασμάτων και δεκαδικών αριθμών
- ✓ Αναπαράσταση ακεραίας μονάδας ως κλάσμα (π.χ.  $5/5$ ,  $8/8$ )
- ✓ Έννοια δεκαδικού αριθμού και αξία θέσης ψηφίου στους δεκαδικούς αριθμούς (δέκατα και εκατοστά)
- ✓ Μετατροπή κλάσματος σε δεκαδικό αριθμό και αντίστροφα

**Νέες Έννοιες:**

- ✓ Κλάσμα ως μέτρο, ως ηλίκο και ως τελεστής
- ✓ Σύγκριση και σειροθέτηση ετερόνυμων κλασμάτων
- ✓ Έννοια μικτού αριθμού και καταχρηστικού κλάσματος
- ✓ Μετατροπές μικτών αριθμών σε καταχρηστικά κλάσματα και το αντίστροφο

**ΜΠ5 Στρατηγική χρήση κατάλληλων εργαλείων**

Χρησιμοποιώ τα εργαλεία των μαθηματικών (κύκλους/ράβδους κλασμάτων), για να εξερευνώ και να αντιλαμβάνομαι τον κόσμο.

**Παράδειγμα:** Να χρησιμοποιήσεις κύκλους ή ράβδους κλασμάτων, για να δείξεις με ποιο τρόπο είναι δυνατόν να μοιραστούν στα ίσα 5 μπισκότα σε 6 παιδιά. Να εξηγήσεις τον τρόπο που εργάστηκες.

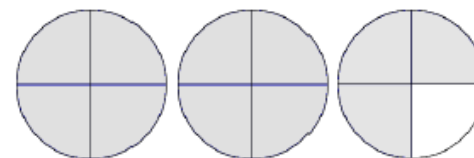
Απαντώ στις ερωτήσεις:

- Πόσα είναι όλα τα μπισκότα;
- Πόσα είναι όλα τα παιδιά που θα τα μοιραστούν;
- Ποια μαθηματική πρόταση μπορώ να γράψω για να απαντήσω στο πρόβλημα;
- Με ποιο τρόπο θα αξιοποιήσω το υλικό (π.χ. κύκλοι κλασμάτων) για να βρω τη λύση στο πιο πάνω πρόβλημα. Τι μέρος των μπισκότων θα πάρει το κάθε παιδί;

**ΜΠ2 Ποσοτική και αφηρημένη σκέψη**

Κατανοώ τη σημασία των ποσοτήτων και δίνω έμφαση στη δημιουργία αναπαραστάσεων κλασμάτων με διαφορετικούς τρόπους.

**Παράδειγμα:** (α) Να γράψεις τον μικτό αριθμό που παρουσιάζει η πιο κάτω εικόνα.



- **Αρ3.7** Χρησιμοποιούν ποικίλα μέσα αναπαράστασης και στρατηγικές, για να απλοποιούν κλάσματα και να βρίσκουν ισοδύναμες μορφές τους.
- **Αρ3.17** Στρογγυλοποιούν αριθμούς στην πλησιέστερη δεκάδα, εκατοντάδα, χιλιάδα και εκατομμύριο και δεκαδικούς αριθμούς στο πλησιέστερο δέκατο και εκατοστό.

- ✓ Αξία θέσης ψηφίου στους δεκαδικούς αριθμούς (δέκατα, εκατοστά, χιλιοστά)
- ✓ Σύγκριση και σειροθέτηση δεκαδικών αριθμών
- ✓ Στρογγυλοποίηση δεκαδικών αριθμών στο πλησιέστερο δέκατο, εκατοστό, χιλιοστό και ακέραιο αριθμό
- ✓ Έννοια ποσοστού
- ✓ Μετατροπές κλασμάτων σε δεκαδικούς και ποσοστά και αντίστροφα

1. Οι εκπαιδευτικοί αναπτύσσουν δραστηριότητες, με τη χρήση εποπτικών υλικών, εικόνων και εφαρμογίδων, ώστε οι μαθητές:
  - να ερμηνεύσουν το κλάσμα ως μέτρο
  - να ερμηνεύσουν το κλάσμα ως πηλίκο (ως διαίρεση του αριθμητή με τον παρονομαστή)
  - να κατανοήσουν το κλάσμα ως τελεστή
  - να συγκρίνουν και να σειροθετούν ετερόνυμα κλάσματα
  - να γράφουν, να αναγνωρίζουν και να αναπαριστούν μικτούς αριθμούς
  - να κατανοήσουν την έννοια του καταχρηστικού κλάσματος

(β) Να εξηγήσεις με ποιο τρόπο μπορείς να μετατρέψεις τον μικτό αριθμό σε καταχρηστικό κλάσμα.

Απαντώ στις ερωτήσεις:

- Πόσα κομμάτια του ενός τετάρτου αποτελούν μια ακέραια μονάδα;
- Πόσα κομμάτια του ενός τετάρτου αποτελούν τον μικτό αριθμό;
- Πώς μπορώ να μετατρέπω ένα καταχρηστικό κλάσμα σε μικτό αριθμό;

### ΜΠ6 Ακρίβεια

Είμαι προσεκτικός και σαφής, όταν χρησιμοποιώ τα μαθηματικά και δίνω με ακρίβεια αριθμητικές απαντήσεις που να ανταποκρίνονται στο πλαίσιο του προβλήματος.

**Παράδειγμα:** Ο Τάσος στρογγυλοποίησε έναν αριθμό στο πλησιέστερο δέκατο και προέκυψε ο αριθμός 635,7. Ποιος θα μπορούσε να ήταν ο αρχικός αριθμός του Τάσου, αν είχε 3 δεκαδικά ψηφία;

Απαντώ στην ερώτηση:

- Ποια είναι δυνατόν να ήταν τα δεκαδικά ψηφία στον αρχικό αριθμό;

- να μετατρέπουν μικτούς αριθμούς σε καταχρηστικά κλάσματα και το αντίστροφο
2. Οι εκπαιδευτικοί οργανώνουν δραστηριότητες μέσα από τις οποίες οι μαθητές έχουν την ευκαιρία:
- να κατανοήσουν την αξία θέσης ψηφίου στους δεκαδικούς αριθμούς (χιλιοστά)
  - να συγκρίνουν και να σειροθετούν δεκαδικούς αριθμούς (δέκατα, εκατοστά, χιλιοστά)
  - να στρογγυλοποιούν δεκαδικούς αριθμούς στο πλησιέστερο δέκατο, εκατοστό και χιλιοστό
  - να μετατρέπουν οποιοδήποτε κλάσμα σε δεκαδικό και αντίστροφα
  - να συγκρίνουν και να σειροθετούν κλάσματα, δεκαδικούς αριθμούς και μικτούς αριθμούς
3. Οι εκπαιδευτικοί, μέσα από κατάλληλες δραστηριότητες δίνουν την ευκαιρία στους μαθητές:
- να κατανοήσουν την έννοια του ποσοστού (το ποσοστό είναι κάθε κλάσμα με παρονομαστή το 100)
  - να διαβάζουν, να γράφουν, να αναγνωρίζουν και να αναπαριστούν ποσοστά

### ΜΠ.3: Ανάπτυξη ισχυρισμών και κρίση συλλογισμού

Επεξηγώ τη σκέψη μου και λαμβάνω υπόψη μου τη γνώμη των άλλων.

**Παράδειγμα:** Η Δώρα και η Εύα έλυσαν με διαφορετικό τρόπο το πιο κάτω πρόβλημα.

«3 πίτσες θα μοιραστούν στα ίσα ανάμεσα σε 2 παιδιά. Πόση ποσότητα πίτσας θα πάρει κάθε παιδί;»

Λύση Δώρας:

$$3 \div 2 = 1 \frac{1}{2}$$



Λύση Εύας:

$$3 \div 2 = \frac{3}{2}$$



Ποιο κορίτσι βρήκε την ορθή απάντηση; Να εξηγήσεις.

Απαντώ στις ερωτήσεις:

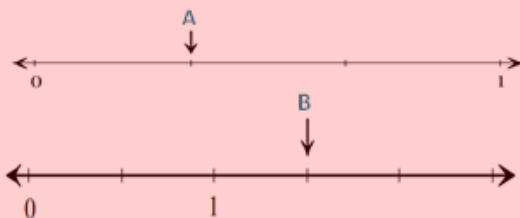
- Με ποιο τρόπο μοίρασε τις πίτσες σε δύο μέρη η Δώρα; Με ποιο τρόπο μοίρασε τις πίτσες σε δύο μέρη η Εύα;
- Είναι ίση η ποσότητα που θα πάρει κάθε παιδί σύμφωνα με τον τρόπο της Εύας;
- Πώς μπορώ να δείξω ότι η απάντηση της Δώρας είναι ίδια με την απάντηση της Εύας;

### ΜΠ4 Μοντελοποίηση

- να μετατρέπουν δεκαδικούς αριθμούς σε κλάσματα και ποσοστά και αντίστροφα

#### Παράδειγμα ερμηνείας κλάσματος ως μέτρο

- Να γράψεις το κλάσμα που αντιστοιχεί σε κάθε γράμμα.



#### Παράδειγμα ερμηνείας κλάσματος ως τηλίκιο

- Δύο σοκολάτες μοιράστηκαν στα ίσα σε 3 παιδιά. Να δείξεις με σχέδιο πόσες σοκολάτες πήρε το κάθε παιδί.

#### Παράδειγμα κατανόησης κλάσματος ως τελεστή

- Να βάλεις σε κύκλο την ποσότητα που είναι η ίδια με αυτήν στην αριστερή κάρτα.

$\frac{2}{5}$  του μέτρου

2 cm

4 cm

40 cm

$\frac{4}{5}$  του λίτρου

800 ml

400 ml

80 ml

$\frac{1}{3}$  της ώρας

3 λεπτά

20 λεπτά

30 λεπτά

Χρησιμοποιώ μαθηματικά μοντέλα (π.χ. συμβολικές εκφράσεις, σχέδια), για να αναπαραστήσω καταστάσεις της καθημερινής ζωής.


**Παράδειγμα:** Η Δανάη κάνει εξάσκηση στο βιολί μισή ώρα κάθε μέρα για 5 μέρες. Πόσες ώρες έκανε εξάσκηση στο βιολί συνολικά;

Να γράψεις τη μαθηματική πρόταση και να κάνεις ένα κατάλληλο σχέδιο για να λύσεις το πρόβλημα.

Απαντώ στις ερωτήσεις:

- Τι δείχνουν οι αριθμοί που εμφανίζονται στο πρόβλημα;
- Πώς μπορώ να αναπαραστήσω το πρόβλημα; Πώς η αναπαράσταση αυτή θα με βοηθήσει να το λύσω;





Συνοπτική Παρουσίαση  
Επιπέδων Δραστηριοτήτων  
Ανά τάξη και ενότητα περιεχομένου

# ΑΡΙΘΜΟΙ-ΠΡΑΞΕΙΣ (1)

Δ'	Ε'	Στ'
<ul style="list-style-type: none"><li>• Αριθμοί μέχρι το ένα εκατομμύριο</li><li>• Νοεροί υπολογισμοί ακεραίων μέχρι το 10000 και εκτίμηση αθροίσματος, διαφοράς, γινομένου και πηλίκου</li><li>• Κατακόρυφοι αλγόριθμοι πρόσθεσης και αφαίρεσης</li><li>• Κατακόρυφοι αλγόριθμοι πολλαπλασιασμού (ο ένας παράγοντας μονοψήφιος) και διαίρεσης (μονοψήφιος διαιρέτης)</li><li>• Κριτήρια διαιρετότητας 2, 5, 10</li><li>• Επίλυση προβλήματος αθροιστικής και πολλαπλασιαστικής δομής (ενός και δύο βημάτων), προβλήματα διαδικασίας</li><li>• Διαιρέτης, διαιρετέος, υπόλοιπο, παράγοντες και πολλαπλάσια</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Εννιαψήφιοι αριθμοί</li><li>• Γραπτοί και νοεροί υπολογισμοί με αξιοποίηση των ιδιοτήτων των πράξεων</li><li>• Κατακόρυφοι αλγόριθμοι πολλαπλασιασμού και διαίρεσης (διψήφια)</li><li>• Κριτήρια διαιρετότητας 2, 5, 4, 10 και ευκλείδεια διαίρεση</li><li>• Επίλυση προβλήματος αθροιστικής και πολλαπλασιαστικής δομής, μοντελοποίησης και προβλήματα διαδικασίας</li><li>• Στρατηγικές επίλυσης προβλημάτων αναλογίας</li><li>• Πρώτοι και σύνθετοι αριθμοί</li><li>• Ανάλυση αριθμού σε γινόμενο πρώτων παραγόντων</li><li>• ΜΚΔ, ΕΚΠ</li><li>• Έννοια αρνητικού αριθμού</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Αριθμοί μέχρι το δισεκατομμύριο</li><li>• Γραπτοί και νοεροί υπολογισμοί με θετικούς ρητούς</li><li>• Κριτήριο διαιρετότητας 3, 9 και ευκλείδεια διαίρεση</li><li>• ΜΚΔ, ΕΚΠ</li><li>• Λόγος και αναλογία</li><li>• Ευθέως και αντιστρόφως ανάλογα ποσά</li><li>• Αρνητικοί αριθμοί, πρόσθεση και αφαίρεση ακεραίων με μοντέλα</li><li>• Έννοια δύναμης</li></ul>

# ΑΡΙΘΜΟΙ-ΠΡΑΞΕΙΣ (2)

Δ΄	Ε΄	Στ΄
<ul style="list-style-type: none"><li>• Κλάσμα ως μέρος της ακεραίας μονάδας και ως μέρος συνόλου διακριτών στοιχείων</li><li>• Υπολογισμός κλασματικού μέρους ενός αριθμού</li><li>• Ισοδυναμία κλασμάτων</li><li>• Σύγκριση και σειροθέτηση κλασμάτων και δεκαδικών</li><li>• Πρόσθεση και αφαίρεση ομώνυμων κλασμάτων</li><li>• Έννοια δεκαδικού αριθμού (δέκατο, εκατοστό)</li><li>• Μετατροπή κλάσματος σε δεκαδικό και αντίστροφα</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Κλάσμα ως μέτρο, πηλίκο και ως τελεστής</li><li>• Απλοποίηση και ισοδυναμία κλασμάτων</li><li>• Σύγκριση και σειροθέτηση κλασμάτων και δεκαδικών</li><li>• Έννοια μικτού αριθμού και καταχρηστικού κλάσματος (μετατροπές)</li><li>• Δέκατο, εκατοστό, χιλιοστό</li><li>• Έννοια ποσοστού</li><li>• Μετατροπή κλάσματος σε δεκαδικό, ποσοστό και αντίστροφα</li><li>• Πρόσθεση και αφαίρεση κλασμάτων, δεκαδικών και μικτών</li><li>• Πολλαπλασιασμός κλάσματος με ακέραιο και διαίρεση κλασμάτων (διαιρέτης ή διαιρετέος ακέραιος)</li><li>• Πολλαπλασιασμός ακεραίου με δεκαδικό και διαίρεση δεκαδικού με ακέραιο</li><li>• Επίλυση προβλήματος με κλάσματα, δεκαδικούς και ποσοστά</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Κλάσμα ως μέτρο, πηλίκο και ως τελεστής</li><li>• Σύγκριση και σειροθέτηση ρητών</li><li>• Ποσοστό ως λόγος, πηλίκο και δεκαδικός</li><li>• Μετατροπή κλάσματος σε δεκαδικό, ποσοστό και αντίστροφα</li><li>• Πολλαπλασιασμός και διαίρεση κλασμάτων και δεκαδικών</li><li>• Πράξεις με μικτούς αριθμούς</li><li>• Επίλυση προβλήματος με ρητούς και ποσοστά</li></ul>

# ΜΕΤΡΗΣΗ

Δ'	Ε'	Στ'
<ul style="list-style-type: none"><li>Χρήση κατάλληλων μονάδων μέτρησης μήκους, μάζας, χωρητικότητας και όγκου</li><li>Σχέσεις μεταξύ μονάδων μήκους</li><li>Υπολογισμός όγκου ορθογώνιου παραλληλεπιπέδου</li><li>Υπολογισμός περιμέτρου και εμβαδού ορθογωνίου και τετραγώνου με τη χρήση τύπων</li><li>Εμβαδόν ορθογώνιου τριγώνου</li><li>Γραφή χρηματικών ποσών σε δεκαδική μορφή</li><li>Έτος, δεκαετία, αιώνας</li><li>Ώρα και λεπτά</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>Μετατροπές μονάδων μέτρησης, μήκους, μάζας και χωρητικότητας</li><li>Μονάδες μέτρησης όγκου</li><li>Εμβαδόν τριγώνου και παραλληλογράμμου</li><li>Περίμετρος και εμβαδόν ακανόνιστων ευθύγραμμων σχημάτων</li><li>Υπολογισμός όγκου ορθογώνιου παραλληλεπιπέδου με τύπους</li><li>Σχέσεις μεταξύ χρηματικών ποσών</li><li>Σχέσεις μεταξύ μονάδων μέτρησης χρόνου (δευτερόλεπτο)</li><li>Μέτρηση γωνιών με κατάλληλα μέσα</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>Χρήση κατάλληλων μονάδων μέτρησης</li><li>Εμβαδόν και μήκος περιφέρειας κύκλου</li><li>Σχέση μεταξύ περιφέρειας κύκλου και διαμέτρου</li><li>Περίμετρος και εμβαδόν σύνθετων σχημάτων</li><li>Εμβαδόν εξωτερικής επιφάνειας τρισδιάστατων σχημάτων</li><li>Όγκος ορθογώνιου παραλληλεπιπέδου με τύπους</li><li>Άθροισμα γωνιών τριγώνου</li></ul>

# ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Δ'	Ε'	Στ'
<ul style="list-style-type: none"><li>• Αναγνώριση και κατασκευή γωνίας</li><li>• Παράλληλες και κάθετες ευθείες</li><li>• Αναγνώριση, ονομασία και περιγραφή πολυγώνων</li><li>• Ταξινόμηση σχημάτων (παράλληλία, καθετότητα, κτλ.)</li><li>• Αναγνώριση και ονομασία βασικών τρισδιάστατων σχημάτων</li><li>• Ακμές, κορυφές και έδρες</li><li>• Συσχέτιση τρισδιάστατων σχημάτων με αναπτύγματα</li><li>• Άξονας συμμετρίας, συμπλήρωση και κατασκευή συμμετρικού σχήματος</li><li>• Περιστροφή σχημάτων (με ορθές γωνίες) και μεταφορά σχημάτων (πάνω, κάτω, δεξιά, αριστερά)</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Σημείο, ευθεία, ημιευθεία, ευθύγραμμο τμήμα</li><li>• Κατασκευή παράλληλων και κάθετων ευθειών</li><li>• Κατασκευή ύψους τριγώνου και παραλληλογράμμου</li><li>• Σχέσεις εγκλεισμού και ταξινόμηση σχημάτων με βάση τις ιδιότητες τους</li><li>• Είδη τριγώνων</li><li>• Βασικά χαρακτηριστικά πυραμίδων και πρισμάτων</li><li>• Συσχέτιση τρισδιάστατων σχημάτων με αναπτύγματα</li><li>• Ορθοκανονικό σύστημα αξόνων, συντεταγμένες</li><li>• Ιδιότητες συμμετρικών σχημάτων</li><li>• Μεταφορά και περιστροφή σχημάτων σε σύστημα αξόνων</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Δευτερεύοντα στοιχεία τριγώνου</li><li>• Απλές κατασκευές (μέσο, ύψος, διάμεσος)</li><li>• Συμπληρωματικές και παραπληρωματικές γωνίες</li><li>• Σχέσεις εγκλεισμού και ταξινόμηση σχημάτων με βάση τις ιδιότητες τους</li><li>• Κανονικά πολύγωνα</li><li>• Στοιχεία και ιδιότητες κύκλου</li><li>• Δισδιάστατες αναπαραστάσεις τρισδιάστατων σχημάτων</li><li>• Διαχωρισμός και σύνθεση δισδιάστατων και τρισδιάστατων σχημάτων</li><li>• Κατασκευή σχημάτων σε σύστημα αξόνων</li><li>• Οδηγίες κατεύθυνσης</li><li>• Συμμετρία με 2 άξονες συμμετρίας</li><li>• Εκτέλεση μετασχηματισμών</li></ul>

# ΑΛΓΕΒΡΑ

Δ'	Ε'	Στ'	Α' Γυμνασ.
<ul style="list-style-type: none"><li>• Αναγνώριση, συμπλήρωση και επέκταση μοτίβου με έμφαση στην περιγραφή του κανόνα</li><li>• Κατασκευή αριθμητικών ή σχηματικών μοτίβων με βάση κάποιον κανόνα και εξαγωγή συμπεράσματος</li><li>• Αναπαράσταση προβλημάτων με τη χρήση μαθηματικών προτάσεων</li><li>• Επίλυση και κατασκευή προβλημάτων ρουτίνας μίας και δύο πράξεων και προβλήματα διαδικασίας</li><li>• Χρήση αντιμεταθετικής και προσεταιριστικής ιδιότητας της πρόσθεσης και του πολλαπλασιασμού στους νοερούς υπολογισμούς</li><li>• Χρήση επιμεριστικής για τον υπολογισμό γινομένων</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Διερεύνηση της σχέσης της θέσης ενός όρου και του κανόνα υπολογισμού του όρου σε ένα μοτίβο</li><li>• Έννοια μεταβλητής</li><li>• Εξισώσεις με μεταβλητές για αναπαράσταση προβλήματος</li><li>• Απλοποίηση μαθηματικών εκφράσεων και επίλυση εξισώσεων</li><li>• Αναγνώριση και χρήση ιδιοτήτων των πράξεων σε αριθμητικές και συμβολικές εκφράσεις και για γραφή ισοδύναμων μαθηματικών προτάσεων</li><li>• Διατεταγμένο ζεύγος</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Έκφραση του νιοστού όρου σε μοτίβα</li><li>• Επέκταση και κατασκευή μοτίβων με ακέραιους, δεκαδικούς και κλάσματα</li><li>• Έννοια μεταβλητής και έννοια συνάρτησης ως «ένα προς ένα αντιστοιχία»</li><li>• Απλοποίηση μαθηματικών εκφράσεων, επίλυση εξισώσεων και μετάφραση αλγεβρικών εκφράσεων</li><li>• Προτεραιότητα πράξεων</li><li>• Διατεταγμένο ζεύγος</li><li>• Επίλυση προβλήματος με πολλαπλά βήματα,</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Έννοια Μεταβλητής</li><li>• Αλγεβρική παράσταση</li><li>• Αντιστοιχία</li><li>• Συνάρτηση</li></ul>

# ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ & ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ

Δ΄	Ε΄	Στ΄
<ul style="list-style-type: none"><li>• Ερμηνεία και κατασκευή ραβδογράμματος και εικονογράμματος με τη χρήση υπομνήματος</li><li>• Ερμηνεία κυκλικής γραφικής παράστασης</li><li>• Σειροθέτηση γεγονότων με βάση την πιθανότητα να συμβούν</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Γραμμικής γραφική παράσταση</li><li>• Μέγιστη, ελάχιστη τιμή και εύρος σε ένα σύνολο δεδομένων</li><li>• Υπολογισμός πιθανότητας ενδεχομένου</li><li>• Έννοια δειγματικού χώρου</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Καταγραφή αποτελεσμάτων ερευνητικών δραστηριοτήτων</li><li>• Έννοια μέσου όρου</li><li>• Αξιολόγηση τρόπου παρουσίασης δεδομένων</li><li>• Πειράματα τύχης με πολλαπλές επαναλήψεις</li><li>• Υπολογισμός πιθανότητας ενδεχομένου</li><li>• Καταγραφή και εύρεση του πλήθους των ενδεχομένων</li></ul>

# Μαθηματικές Πρακτικές

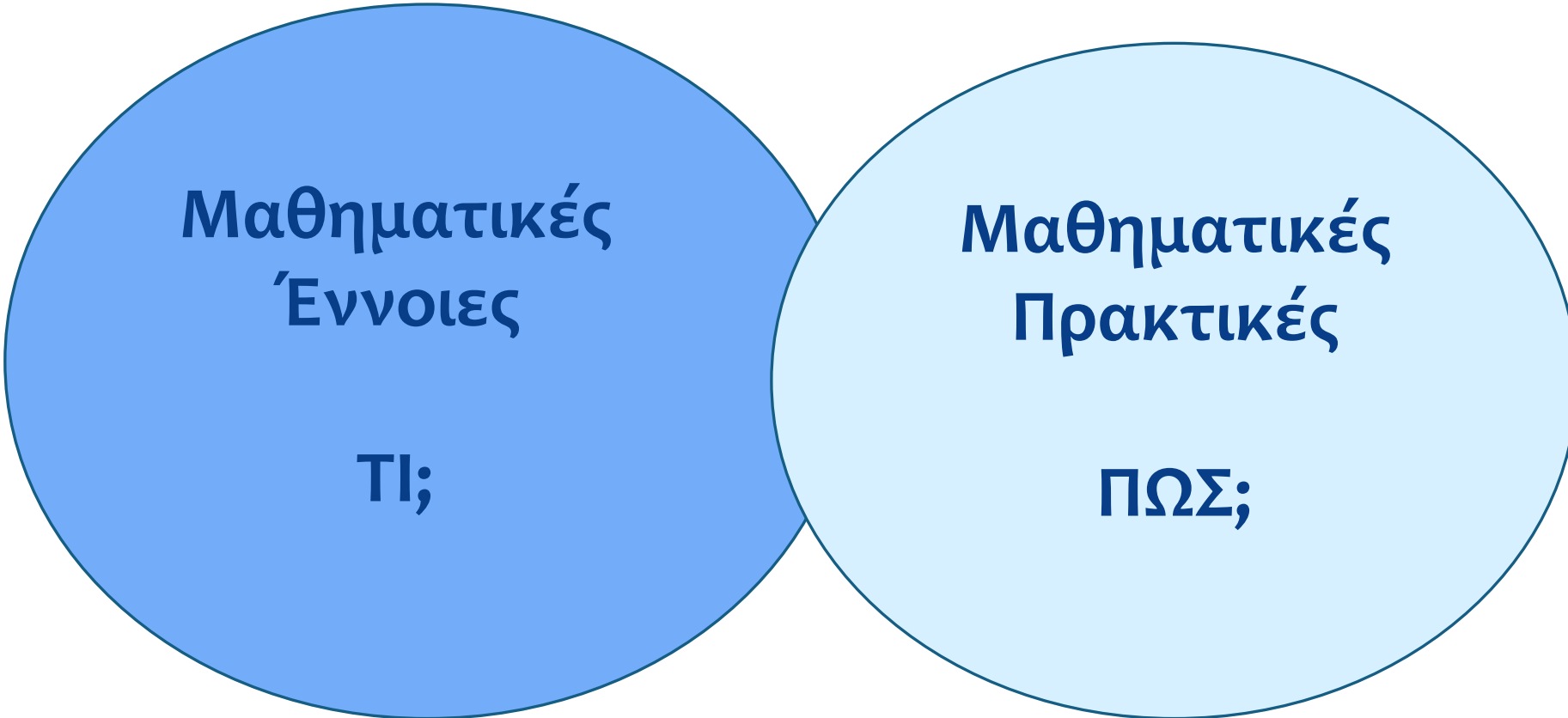

- \* Οι μαθηματικές πρακτικές περιγράφουν **ικανότητες**
- \* Οι μαθηματικές πρακτικές αναφέρονται σε σημαντικές «διαδικασίες και ικανότητες»





# Μαθηματικές Πρακτικές

- \* Η έμφαση στις μαθηματικές πρακτικές οδηγεί στη συστηματική ανάπτυξη δεξιοτήτων οι οποίες είναι απαραίτητες στην ενήλικη ζωή.
- \* Οι μαθηματικές πρακτικές μπορούν να συμβάλουν στην ανάπτυξη των ικανοτήτων (key competences) που περιγράφει η Ευρωπαϊκή Επιτροπή.



**Μαθηματικές  
Έννοιες**

**ΤΙ;**

**Μαθηματικές  
Πρακτικές**

**ΠΩΣ;**

# Πρακτικές Μαθηματικών

1. Κατανόηση μέσω προβλήματος και επιμονή στη λύση προβλήματος
2. Ποσοτική και αφηρημένη σκέψη
3. Ανάπτυξη ισχυρισμών και κρίση του συλλογισμού άλλων
4. Μοντελοποίηση
5. Στρατηγική χρήση εργαλείων
6. Ακρίβεια
7. Δομή των Μαθηματικών
8. Κανονικότητα σε επαναλαμβανόμενο συλλογισμό

# 1. Κατανόηση μέσω προβλήματος και επιμονή στη λύση προβλήματος

Οι μαθητές /τριες κατανοούν την ερώτηση και υιοθετούν πολλαπλές στρατηγικές και εργαλεία στην επίλυση προβλημάτων.

## ΜΠ1 Κατανόηση μέσω προβλήματος


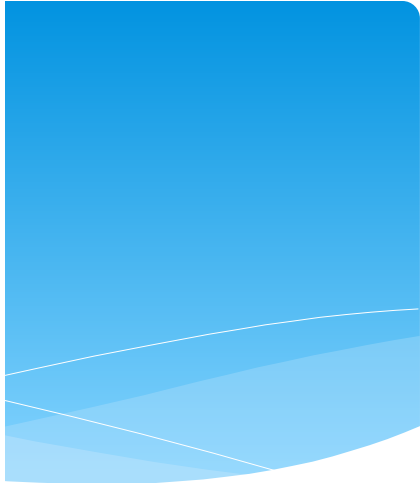
*Διαβάζω το πρόβλημα, σκέφτομαι πώς θα το λύσω και ελέγχω την λογικότητα της απάντησής μου.*

**Παράδειγμα:** Να χρησιμοποιήσεις τον πίνακα για να λύσεις το πρόβλημα.

Σε ένα τηλεπαιχνίδι γνώσεων, η Κατερίνα απάντησε σε 20 ερωτήσεις. Για κάθε ορθή απάντηση έπαιρνε 5 βαθμούς, για κάθε λανθασμένη απάντηση έχανε 2 βαθμούς και για κάθε ερώτηση που δεν απαντούσε έπαιρνε 0 βαθμούς. Αν η συνολική βαθμολογία της Κατερίνας στο τέλος του παιχνιδιού ήταν 48 βαθμοί, να βρεις πόσες ορθές και πόσες λανθασμένες απαντήσεις έδωσε και σε πόσες ερωτήσεις δεν απάντησε.

*Απαντώ στις ερωτήσεις:*

- *Ποια είναι η ερώτηση του προβλήματος;*
- *Τι πληροφορίες δίνονται στο πρόβλημα;*
- *Πώς θα αξιοποιήσω αυτές τις πληροφορίες για να λύσω το πρόβλημα;*



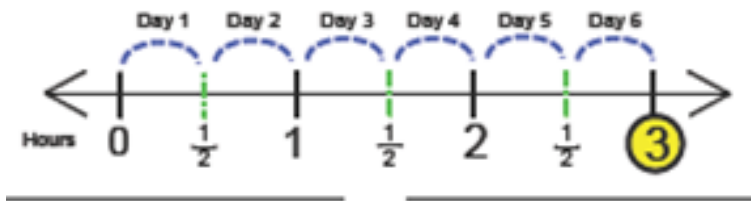
Αναλυτικό  
Πρόγραμμα  
Ε΄ Τάξη

## 2. Ποσοτική και αφηρημένη σκέψη

Οι μαθητές/τριες χρησιμοποιούν αφηρημένη σκέψη και αναπαριστούν συμβολικά ποσότητες και σχέσεις – κατανοούν την έννοια και όχι πώς να κάνουν πράξεις.

## Από λέξεις στους αριθμούς

Η Μαρία έκανε εξάσκηση στο πιάνο μισή ώρα κάθε μέρα για 6 μέρες. Πόσες ώρες έκανε εξάσκηση συνολικά;

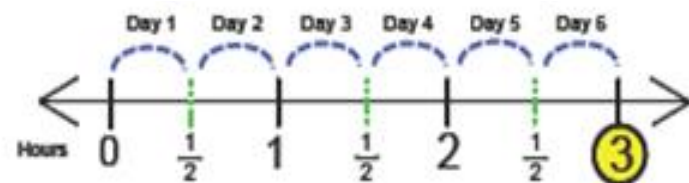


$$6 \times \frac{1}{2} = 3$$

## Από αριθμούς στις λέξεις

$$6 \times \frac{1}{2} = 3$$

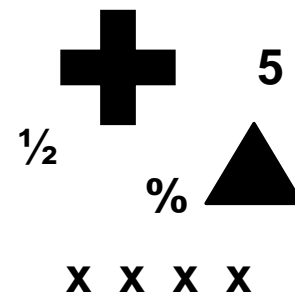
Η Μαρία έκανε εξάσκηση στο πιάνο μισή ώρα κάθε μέρα για 6 μέρες. Πόσες ώρες έκανε εξάσκηση συνολικά;



# Αποπλαισιοποίηση

Αναπαράσταση προβλήματος με τη χρήση συμβόλων,  
μεταφορά κατάστασης στο αφηρημένο επίπεδο

Μαθηματικό  
Πρόβλημα



# Πλαισιοποίηση

Έλεγχος λογικότητας απάντησης στο ρεαλιστικό πλαίσιο



# 3. Ανάπτυξη ισχυρισμών και κρίση του συλλογισμού άλλων

Χρήση υποθέσεων, ορισμών και προηγούμενων αποτελεσμάτων

Εντοπισμών ορθών συλλογισμών

Επεξήγηση λαθών

Διατύπωση διευκρινιστικών ερωτήσεων

Διατύπωση υπόθεσης  
Οικοδόμηση λογικών επιχειρημάτων, για υποστήριξη υποθέσεων  
Ανάλυση καταστάσεων  
Αναγνώριση και χρήση κατάλληλων παραδειγμάτων

Παρουσίαση συμπερασμάτων

Αιτιολόγηση συμπερασμάτων

Απάντηση σε επιχείρημα

## ΜΠ3 Ανάπτυξη ισχυρισμών και κρίση συλλογισμού

*Αιτιολογώ τα συμπεράσματά μου χρησιμοποιώντας κατάλληλα επιχειρήματα.*

**Παράδειγμα:** Ο Τάσος υποστηρίζει ότι αν τριπλασιαστεί η ακμή ενός κύβου θα τριπλασιαστεί και ο όγκος του. Συμφωνείς με τη δήλωση του; Να επεξηγήσεις.

*Απαντώ στις ερωτήσεις:*

- *Με ποιο τρόπο υπολογίζω τον όγκο ενός κύβου;*
- *Πώς επηρεάζει η μεταβολή του μήκους της ακμής τον όγκο του κύβου;*

## 4. Μοντελοποίηση

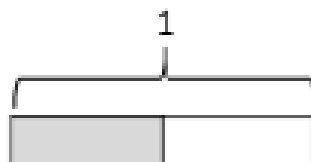
Εφαρμόζουν τα μαθηματικά στη λύση προβλημάτων με χρήση διαγραμμάτων, πινάκων, γραφικών παραστάσεων και αναλύουν σχέσεις για να φτάσουν σε συμπεράσματα.

## ΜΠ4 Μοντελοποίηση

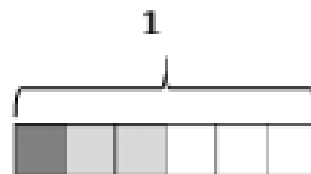
Χρησιμοποιώ μαθηματικά μοντέλα (π.χ. συμβολικές εκφράσεις, σχέδια), για να αναπαραστήσω καταστάσεις της καθημερινής ζωής.

**Παράδειγμα:** Η εικόνα παρουσιάζει με ποιο τρόπο το  $\frac{1}{2}$  ενός οικοπέδου θα μοιραστεί ανάμεσα σε τρεις κληρονόμους.

$$\frac{1}{2} \div 3$$



$$\frac{1}{2} \div 3 = \frac{1}{6}$$

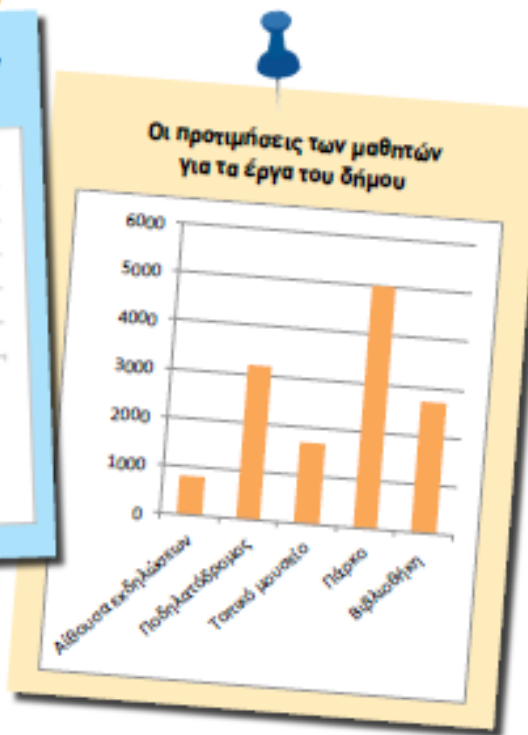


Να κάνεις ένα κατάλληλο σχέδιο για να παρουσιάσεις με ποιο τρόπο το  $\frac{1}{3}$  ενός οικοπέδου θα μοιραστεί ανάμεσα σε 2 κληρονόμους. Να υπολογίσεις τι μέρος του συνολικού οικοπέδου θα πάρει ο καθένας.

Ένας δήμος θα αρχίσει την κατασκευή καινούριων έργων. Μελετά τις πιο κάτω πληροφορίες.

**ΠΡΟΫΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ**  
 Διάθεσιμο ποσό για κατασκευαστικά έργα €900 000

Προτεινόμενα έργα	Κόστος
1. Αίθουσα εκδηλώσεων	€650 000
2. Ποδηλατόδρομος	€475 000
3. Τοπικό μουσείο	€584 000
4. Πάρκο	€527 500
5. Βιβλιοθήκη	€348 500

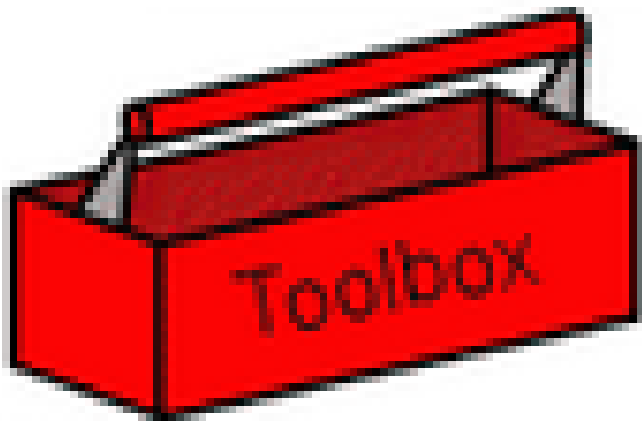


(α) Να εισηγηθείς ποια έργα είναι δυνατόν να επιλέξει ο δήμος. Να ετοιμάσεις δύο διαφορετικές εισηγήσεις.

(β) Το Δημοτικό Συμβούλιο αποφάσισε να κατασκευάσει μια αίθουσα εκδηλώσεων. Να αξιολογήσεις την απόφαση αυτή.

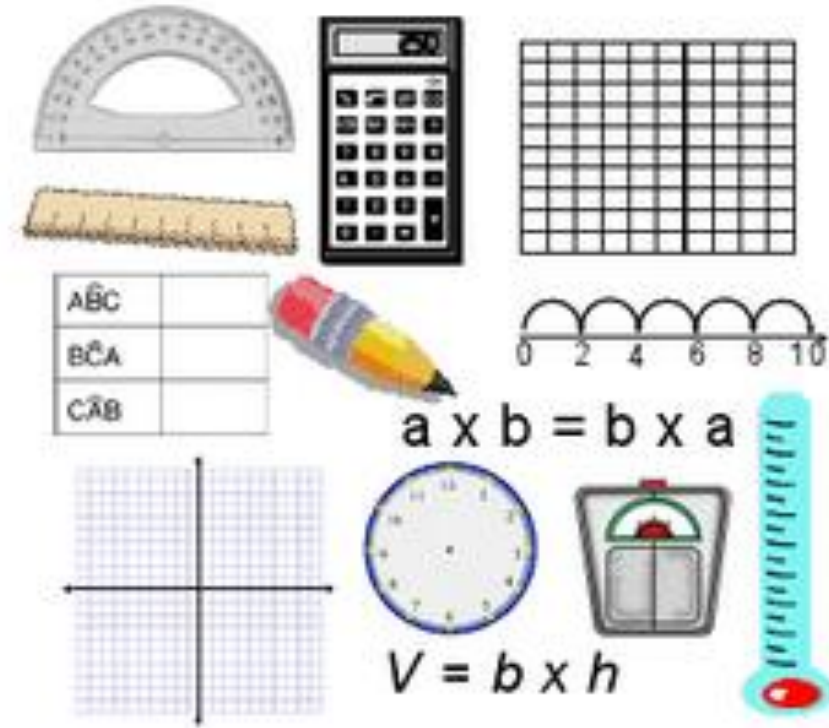
# 5. Στρατηγική χρήση εργαλείων

**Οι μαθητές/τριες χρησιμοποιούν διάφορα υλικά-μέσα και την τεχνολογία με ευέλικτο τρόπο για να επιλύσουν προβλήματα.**



# Εργαλειοθήκη Μαθηματικών

- \* Γνωρίζω πώς να χρησιμοποιώ τα εργαλεία;
- \* Γνωρίζω πότε να χρησιμοποιώ εργαλεία;
- \* Μπορώ να αναστοχαστώ για το κατά πόσον τα εργαλεία με βοήθησαν να φτάσω σε μια λογική απάντηση;



## ΜΠ5 Στρατηγική χρήση κατάλληλων εργαλείων

*Χρησιμοποιώ τα εργαλεία των μαθηματικών (κύκλους/ράβδους κλασμάτων), για να εξερευνώ και να αντιλαμβάνομαι τον κόσμο.*

**Παράδειγμα:** Να χρησιμοποιήσεις κύκλους ή ράβδους κλασμάτων, για να δείξεις με ποιο τρόπο είναι δυνατόν να μοιραστούν στα ίσα 5 μπισκότα σε 6 παιδιά. Να εξηγήσεις τον τρόπο που εργάστηκες.

*Απαντώ στις ερωτήσεις:*

- *Πόσα είναι όλα τα μπισκότα;*
- *Πόσα είναι όλα τα παιδιά που θα τα μοιραστούν;*
- *Ποια μαθηματική πρόταση μπορώ να γράψω για να απαντήσω στο πρόβλημα;*
- *Με ποιο τρόπο θα αξιοποιήσω το υλικό (π.χ. κύκλοι κλασμάτων) για να βρω τη λύση στο πιο πάνω πρόβλημα. Τι μέρος των μπισκότων θα πάρει το κάθε παιδί;*



# Ακρίβεια

- \* Να επικοινωνούν με ακρίβεια με άλλους και να προσπαθούν να χρησιμοποιούν μαθηματική ορολογία όταν συζητούν τους ισχυρισμούς τους.
- \* Να κατανοούν τη σημασία των μαθηματικών συμβόλων και να ονομάζουν ποσότητες κατάλληλα.
- \* Να δίνουν με ακρίβεια αριθμητικές απαντήσεις κατάλληλες σύμφωνα με το πλαίσιο του προβλήματος.
- \* Να υπολογίζουν σωστά και με ακρίβεια.

Πρόσθεση: Ενώνω

Ισότητα: ίσο με



3 μήλα + 4 αχλάδια = 7 φρούτα



Ονομασία μονάδων

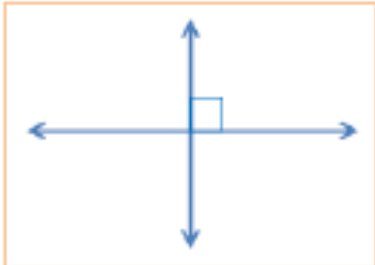
## ΜΠ6 Ακρίβεια

*Είμαι προσεκτικός και σαφής, όταν χρησιμοποιώ τα μαθηματικά, για να επικοινωνήσω με τους άλλους (παράλληλες και κάθετες ευθείες, ημιευθεία, ευθύγραμμο τμήμα).*

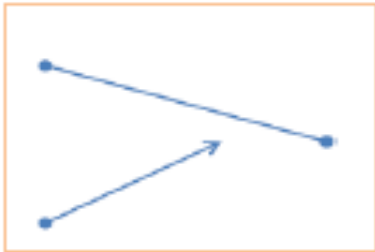
**Παράδειγμα:** Να αντιστοιχίσεις.



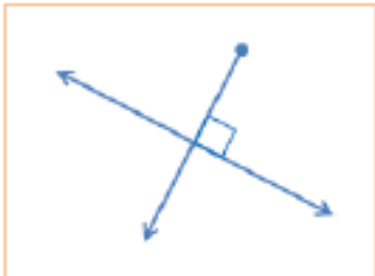
Οι δύο ευθείες τέμνονται  
κάθετα.



Η ημιευθεία τέμνεται  
κάθετα με την ευθεία



Οι δύο ημιευθείες είναι  
παράλληλες μεταξύ τους.



Η ημιευθεία τέμνεται με το  
ευθύγραμμο τμήμα.

Αναλυτικό  
Πρόγραμμα  
Ε' Τάξη

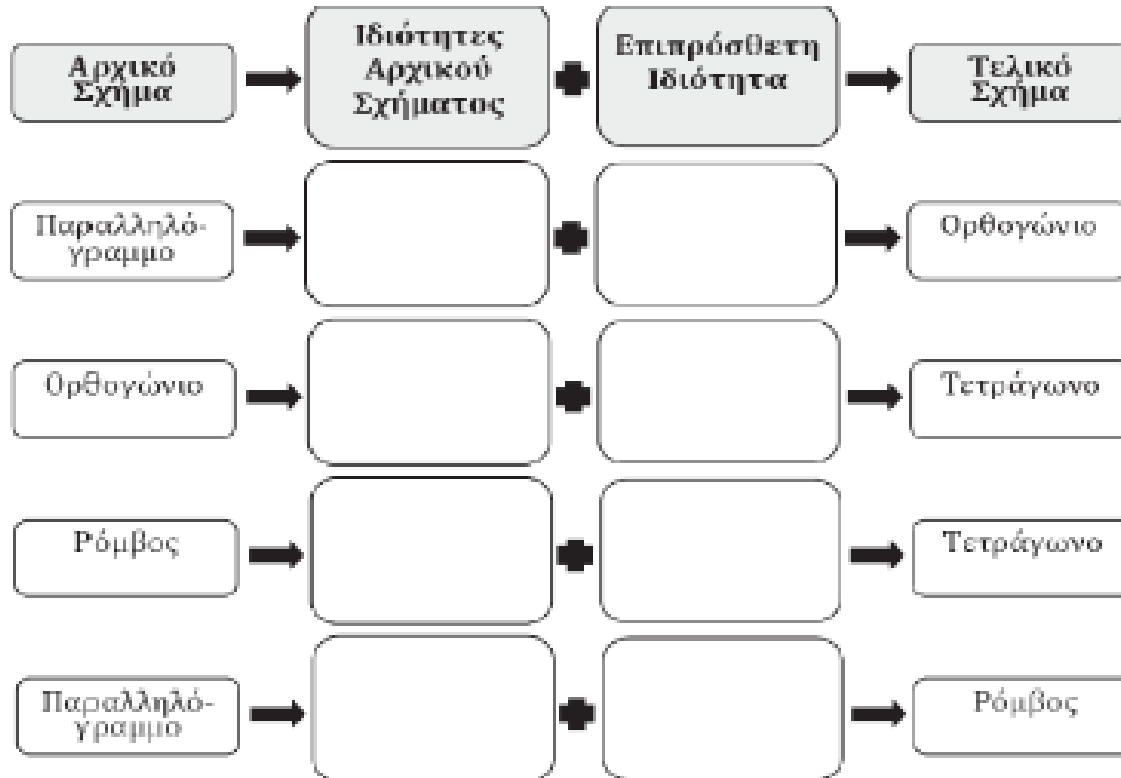
# 7. Δομή των μαθηματικών

Οι μαθητές/τριες αναγνωρίζουν και χρησιμοποιούν τη δομή των μαθηματικών στη λύση προβλημάτων.

## ΜΠ7 Δομή των μαθηματικών

Διακρίνω και κατανοώ πώς τα σχήματα είναι οργανωμένα και αποτελούν μέρος ενός συνόλου.

**Παράδειγμα:** Να συμπληρώσεις το πιο κάτω διάγραμμα, περιγράφοντας τις ιδιότητες του αρχικού σχήματος και δηλώνοντας την επιπρόσθετη ιδιότητα που απαιτείται, ώστε να καταλήξεις στο τελικό σχήμα.



Ε' Δημοτικού



## 8. Κανονικότητα σε επαναλαμβανόμενο συλλογισμό

Οι μαθητές/τριες παρατηρούν επαναλήψεις σε υπολογισμούς και αναζητούν γενικές μεθόδους και συντομεύσεις.



Παρατηρώ πότε υπολογισμοί ή σχήματα επαναλαμβάνονται με σκοπό να χρησιμοποιήσω το μοτίβο, για να συντομεύσω τη διαδικασία

Πώς αξιοποιώ το αναπτυσσόμενο μοτίβο;



Πάνω 1,  
2 περισσότερα



2 περισσότερα από  
την προηγούμενη  
σειρά



2 περισσότερα κάθε  
σειρά και 1 στην  
κορυφή

Υπάρχει μοτίβο;

Πώς μπορώ να γενικεύσω το μοτίβο;

Μπορώ να κάνω πρόβλεψη για έναν όρο του μοτίβου;

+5, +7, ... άθροισμα διαδοχικών περιττών αριθμών  
Μοτίβο τετράγωνων αριθμών 4, 9, 16, ...

Σκέφτομαι συντομεύσεις...

## ΜΠ8 Κανονικότητα σε επαναλαμβανόμενο συλλογισμό

*Αναγνωρίζω μοτίβα σε συλλογισμούς και κάνω γενικεύσεις, για να συντομεύσω διαδικασίες.*

**Παράδειγμα:** Να παρατηρήσεις τα μοτίβα.

$$A = 1, 4, 9, 16, 25, \dots$$

$$B = 1, 3, 6, 10, 15, \dots$$

$$\Gamma = 1, 2, 4, 8, 16, \dots$$

(α) Ποιος είναι ο κανόνας κάθε μοτίβου;

(β) Ποιο από τα πιο πάνω μοτίβα θα προσεγγίσει πρώτο τον αριθμό 1000;

(γ) Ποιος όρος σε κάθε μοτίβο θα έχει τον αριθμό 1000;



# ΦΙΛΟΣΟΦΙΑ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ

# ΦΙΛΟΣΟΦΙΑ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ



1. **Εξερεύνηση** -Περιέργεια-Πρόκληση - μέσω καταστάσεων που ενδιαφέρουν τους μαθητές.
2. **Διερεύνηση**. Επέκταση - Εφαρμογή **Δημιουργικότητα - Χρόνος** για εργασία μαθητών. **Παρέμβαση εκπαιδευτικού**.
3. **Αναστοχασμός** μαθητή για το τι έχει μάθει. **Εξερεύνηση-Συζήτηση** τρόπων εργασίας μαθητών.
4. **Αξιολόγηση** για το τι έχει μάθει ο μαθητής, ευκαιρίες για αυτοαξιολόγηση



# Εξερεύνηση (Mathematical exploration)





Δραστηριότητες στις οποίες οι μαθητές εξερευνούν ελεύθερα μαθηματικές έννοιες. Οι δραστηριότητες αυτές συμβάλλουν:

- στη **διαφοροποίηση** και εξατομίκευση της διδασκαλίας,
- στην παροχή **κινήτρων** και στη χαρά της μάθησης,
- στην **εννοιολογική διασύνδεση** εννοιών,
- στην ανάπτυξη του μαθηματικού **συλλογισμού**, της **δημιουργικότητας** και της φαντασίας στα μαθηματικά.

# Εξερεύνηση (Mathematical exploration)

1. Σύνδεση με άλλα αντικείμενα του αναλυτικού προγράμματος
2. Διασύνδεση μαθηματικών εννοιών
3. Λύση προβλήματος για εισαγωγή στην έννοια ή επέκταση και ολοκλήρωση της έννοιας
4. Ιστορικά στοιχεία
5. Εφαρμογές μαθηματικών εννοιών

Ο πιο κάτω πίνακας παρουσιάζει τους κανονισμούς επίβλεψης για την είσοδο παιδιών σε μια πισίνα.

Ηλικία παιδιού	Κανονισμοί επίβλεψης (Παιδιά προς Ενήλικες)	Χρώμα περικαρπίου
5 χρονών και κάτω		Μπλε
6-8 χρονών		Πορτοκαλί
9-12 χρονών		Κόκκινο
12 χρονών και πάνω*		Πράσινο

\* Δεν χρειάζεται επίβλεψη, αν έχει περάσει το πρώτο επίπεδο εξέτασης στο κολύμπι.

- Μαθηματική Διάσταση- Έννοια λόγου
- Γλωσσική Διάσταση
- Πρακτική Εφαρμογή
- Στάση απέναντι στα μαθηματικά

Να επεξηγήσεις τους κανονισμούς επίβλεψης παιδιών στην πισίνα.



Έξι φίλοι πήγαν για δείπνο σε μια πιτσαρία. Παράγγειλαν τρεις πίτσες. Κάποιες τις έκοψαν σε τρίτα, κάποιες σε τέταρτα και κάποιες σε έκτα. Έφαγαν όλοι την ίδια ποσότητα πίτσας. Πώς είναι αυτό δυνατό;



- Μαθηματική Διάσταση- Ισοδυναμία κλασμάτων
- Γλωσσική Διάσταση
- Πρακτική Εφαρμογή
- Στάση απέναντι στα μαθηματικά

# Διερεύνηση (Mathematical investigation)

Δραστηριότητες στις οποίες οι μαθητές διερευνούν μαθηματικές ιδέες σε ένα συγκεκριμένο πλαίσιο και στις οποίες έχουν τη δυνατότητα:

- να διατυπώσουν υποθέσεις (Τι μπορεί να συμβαίνει; Συμβαίνει και σε άλλες περιπτώσεις;)
- να ελέγξουν την εγκυρότητα των υποθέσεών τους και
- να αιτιολογήσουν τις απαντήσεις τους.



# Διερεύνηση (Mathematical investigation)

1. Με παραδείγματα
2. Με εποπτικά μέσα ή και ψηφιακά εποπτικά μέσα.
3. Με προβλήματα



- Υπόθεση
- Επαλήθευση
- Συμπέρασμα

## ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ

Ο εκδότης της τοπικής εφημερίδας «Εμείς και ο κόσμος» εφαρμόζει συγκεκριμένη πολιτική σχετικά με την έκταση των ειδήσεων και των διαφημίσεων σε κάθε σελίδα της εφημερίδας.

Σελίδα	Ειδήσεις	Διαφημίσεις
Πρωτοσέλιδο	$\frac{7}{8}$	$\frac{1}{8}$
Σελίδα 2	$\frac{5}{8}$	$\frac{3}{8}$
Σελίδα 3	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$
Οπισθόφυλλο	$\frac{7}{8}$	$\frac{1}{8}$

(α) Πόσες συμπληρωμένες σελίδες θα καταλαμβάνουν οι ειδήσεις; Να εξηγήσεις.

Four empty 2x4 grids are provided for drawing or writing the answer to the question.

# Εισαγωγή σε έννοια

# Διερεύνηση

Ο κύριος Γιάννης επισκέφθηκε ένα κατάστημα αθλητικών ειδών μαζί με τους γιους του, Οδυσσέα και Αλέξη. Θα αγοράσουν τα πιο κάτω προϊόντα:



Ο Οδυσσέας και ο Αλέξης υπολόγισαν τη συνολική αξία των προϊόντων.

## Υπόθεση - Επαλήθευση

Οδυσσέας

$$\begin{array}{r} 68 \\ 184 \\ 6 \\ + 12 \\ \hline 270 \end{array}$$

Αλέξης

$$(68 + 12) + (184 + 6) = 80 + 190 = 270$$

Ποιος από τους δύο πιστεύεις ότι βρήκε το άθροισμα πιο γρήγορα; Να επεξηγήσεις.

Να μελετήσεις τις διατροφικές πληροφορίες που περιλαμβάνει η πιο κάτω ένδειξη σχετικά με τις μπάρες δημητριακών, για να λύσεις τα προβλήματα.



Διαβρεπτικές Πληροφορίες	
Μερίδα 42 g (2 μπάρες)	
Μερίδες ανά συσκευασία	6
Θερμίδες	195
Λιπαρά	6g

(α) Αν 2 μπάρες δημητριακών έχουν μάζα 42g, ποια είναι η συνολική μάζα 6 μπάρων δημητριακών;

Μπάρες	Μάζα (g)
2	42
6	a

(β) Αν 2 μπάρες δημητριακών έχουν 195 θερμίδες, πόσες θερμίδες έχουν 6 μπάρες δημητριακών;

Μπάρες	Θερμίδες
2	195
6	a

(γ) Αν 2 μπάρες δημητριακών έχουν 6g λιπαρά, πόσες μπάρες έχουν 18 g λιπαρά;

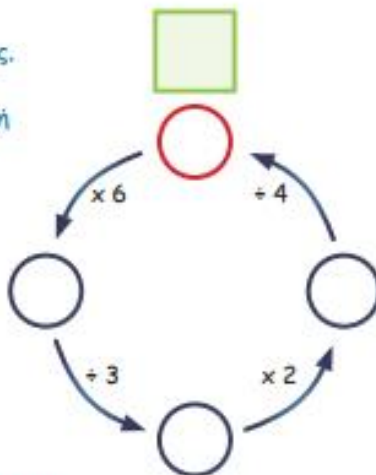
Μπάρες	Λιπαρά
2	6
a	18

(δ) Να περιγράψεις τις στρατηγικές που χρησιμοποίησες, για να λύσεις κάθε πρόβλημα.

## Χρήση Στρατηγικών

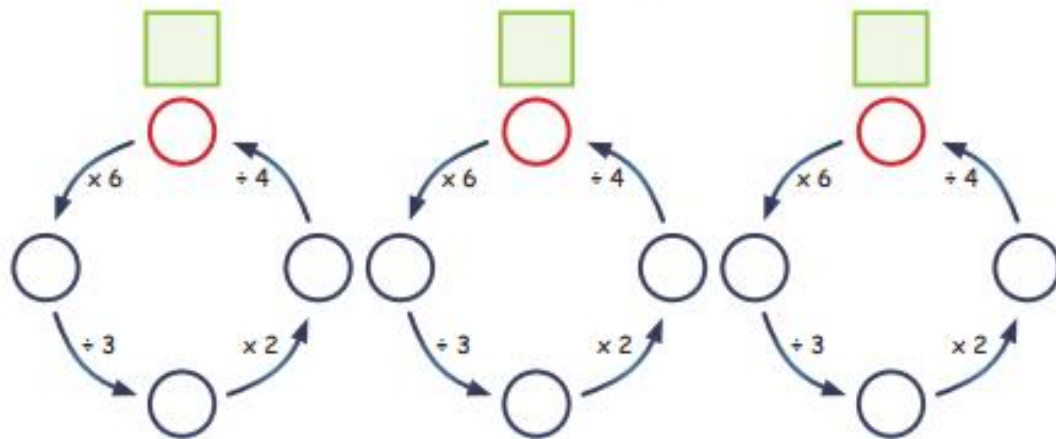
Να γράψεις έναν αριθμό στον κόκκινο κύκλο του διαγράμματος.

(α) Να συμπληρώσεις το διάγραμμα και να γράψεις την τελική απάντηση στο πράσινο τετράγωνο.



(β) Τι παρατηρείς;

(γ) Να χρησιμοποιήσεις τα πιο κάτω διαγράμματα, για να ελέγξεις κατά πόσο αυτό που παρατήρησες ισχύει και για άλλους αριθμούς.

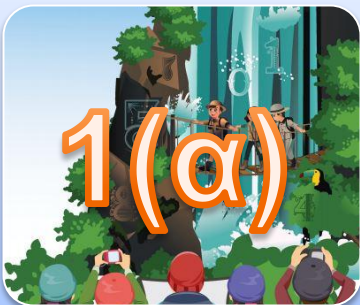


(δ) Να εξηγήσεις γιατί ισχύει η πιο πάνω παρατήρηση

# Διερεύνηση μαθηματικής ιδιότητας

**Ε΄ ΤΑΞΗ**

**ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ  
ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΟΥ ΑΝΑ ΕΝΟΤΗΤΑ**



## ΣΕΠΤΕΜΒΡΗΣ-ΟΚΤΩΒΡΗΣ

- 1\_Επανάληψη
- 2\_Πολλαπλάσια - Διαιρέτες



## ΟΚΤΩΒΡΗΣ-ΝΟΕΜΒΡΗΣ

- 3\_Αριθμοί ως το ένα εκατομμύριο, Πράξεις, Λύση προβλήματος, Ιδιότητες Πράξεων



## ΔΕΚΕΜΒΡΗΣ-ΦΕΒΡΑΡΗΣ

- 4\_Δισδιάστατη Γεωμετρία
- 5\_ΜΚΔ, ΕΚΠ, Κλάσματα, Δεκαδικοί, Μικτοί, Πρόσθεση και αφαίρεση κλασμάτων και δεκαδικών



## ΦΕΒΡΑΡΗΣ-ΜΑΡΤΗΣ

- 6\_ Λόγοι-αναλογίες, ποσοστά, στατιστική και πιθανότητες
- 7\_ Αριθμοί ως το δισεκατομμύριο, λύση προβλήματος, άλγεβρα, πράξεις



## ΑΠΡΙΛΗΣ-ΙΟΥΝΗΣ

- 8\_ Πολλαπλασιασμός και διαίρεση κλασμάτων και δεκαδικών, εμβαδόν και περίμετρος τριγώνου και παραλληλογράμμου (Απρίλης)
- 9\_ Στερεομετρία, πρόσθεση και αφαίρεση μικτών, προβλήματα με ρητούς



# ΕΝΟΤΗΤΑ 2

## ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑ ΚΑΙ ΔΙΑΙΡΕΤΕΣ

### ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΟ ΕΝΟΤΗΤΑΣ

- Έννοια πολλαπλασίου, παράγοντα-διαιρέτη.
- Κριτήρια Διαιρετότητας 2, 5, & 10.
- Άρτιοι και περιττοί αριθμοί (άθροισμα άρτιων, περιττών, άρτιου-περιττού).
- Ανάλυση φυσικού αριθμού σε γινόμενο πρώτων παραγόντων.
- Ευκλείδεια Διαίρεση, έννοια υπολοίπου.

# ΕΝΟΤΗΤΑ 3

## ΑΡΙΘΜΟΙ, ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ ΚΑΙ ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΠΡΑΞΕΩΝ

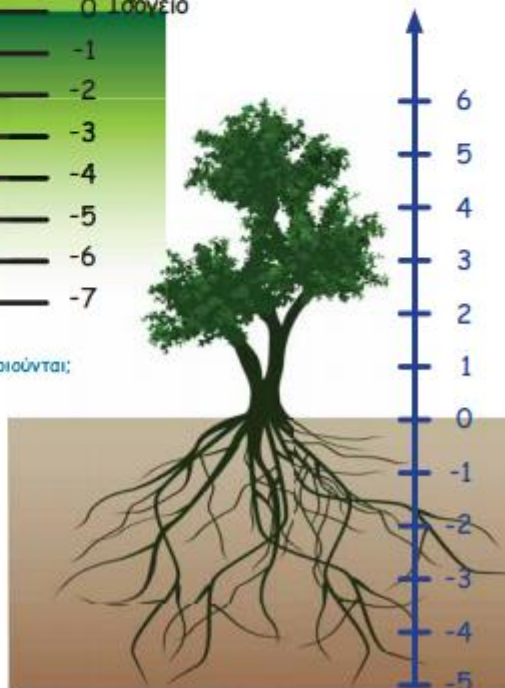
### ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΟ ΕΝΟΤΗΤΑΣ

- Εισαγωγή στους αρνητικούς αριθμούς.
- Αριθμοί μέχρι το ένα εκατομμύριο: Αισθητοποίηση, αξία θέσης ψηφίου, ανάλυση και σύνθεση, στρογγυλοποίηση, εκτίμηση αθροίσματος και διαφοράς.
- Προβλήματα αθροιστικής και πολλαπλασιαστικής δομής. Προβλήματα μοντελοποίησης και διαδικασίας.
- Διψήφιος Πολλαπλασιασμός.
- Ιδιότητες Πρόσθεσης και Πολλαπλασιασμού.
- Εισαγωγή στις αλγεβρικές σχέσεις.
- Διψήφια Διαίρεση

Έννοια  
αρνητικού  
αριθμού με τη  
χρήση μοντέλων



Να περιγράψετε τις εικόνες. Τι αριθμοί χρησιμοποιούνται;



A. (α) Ο Αντρέας βρίσκεται στον 5ο όροφο του κτηρίου. Ο Κώστας βρίσκεται στον 4ο υπόγειο. Ποιος βρίσκεται πιο μακριά από το ισόγειο;

(β) Το αυτοκίνητο του Γιάννη βρίσκεται στον χώρο στάθμευσης στο 5ο υπόγειο. Το αυτοκίνητο της Αθηνάς βρίσκεται στον χώρο στάθμευσης στον 7ο υπόγειο. Ποιο αυτοκίνητο βρίσκεται πιο κοντά στο ισόγειο;

(γ) Ο Γιάννης ανεβαίνει με τον ανελκυστήρα από τον χώρο στάθμευσης στο γραφείο του στον 6ο όροφο. Πόσους ορόφους ανεβαίνει με τον ανελκυστήρα;

(δ) Ο Σάββας και η Άννα βρίσκονται σε διαφορετικούς ορόφους, αλλά απέχουν εξίσου από το ισόγειο. Σε ποιους ορόφους είναι δυνατόν να βρίσκονται;

B. Ποια είναι η απόσταση από το ψηλότερο μέχρι το χαμηλότερο σημείο του δέντρου;

(α) Στην οθόνη της υπολογιστικής μηχανής παρουσιάζεται ο αριθμός 10. Με ποιον αριθμό πρέπει να πολλαπλασιάσεις το 10, ώστε το αποτέλεσμα να είναι:

- 100 \_\_\_\_\_

- 1000 \_\_\_\_\_

- 10 000 \_\_\_\_\_

- 100 000 \_\_\_\_\_

(β) Στην οθόνη της υπολογιστικής μηχανής παρουσιάζεται ο αριθμός 100. Με ποιον αριθμό πρέπει να πολλαπλασιάσεις το 100, ώστε το αποτέλεσμα να είναι:

- 1000 \_\_\_\_\_

- 10 000 \_\_\_\_\_

- 100 000 \_\_\_\_\_

(γ) Σε ποιο συμπέρασμα κατα

Διερεύνηση σχέσεων  
στο δεκαδικό  
σύστημα



Νεόφυτος



Μίλτος

Η αξία του ψηφίου στην ροζ κάρτα είναι 1000 φορές μεγαλύτερη από την αξία του ψηφίου στην μπλε κάρτα.

ΕΧ	ΔΧ	Χ	Ε	Δ	Μ
3	3	3	3	3	3



Η αξία του ψηφίου στην μπλε κάρτα είναι το  $\frac{1}{10}$  της αξίας του ψηφίου στη μοβ κάρτα.

(α) Με ποιο από τα δύο παιδιά συμφωνείς; Να επεξηγήσεις.

---



---



---

(β) Να γράψεις παραδείγματα καρτών του πίνακα που να δείχνουν τις πιο κάτω σχέσεις:

« 10 φορές μεγαλύτερο »

« 100 φορές μεγαλύτερο »

«  $\frac{1}{10}$  του »

(γ) Να συμπληρώσεις το δεκαπλάσιο του αρχικού αριθμού και το  $\frac{1}{10}$  του αρχικού αριθμού.

Αρχικός αριθμός	Δεκαπλάσιο	$\frac{1}{10}$ του
10		
80		
500		
9000		
60 000		

Τα πιο παλιά γραπτά κείμενα των Αιγυπτίων ήταν γραμμένα στα ιερογλυφικά. Τα ιερογλυφικά αναπτύχθηκαν 3000 χρόνια π.Χ. Το σύστημα αρίθμησης των αρχαίων Αιγυπτίων περιλάμβανε 7 διαφορετικά σύμβολα για την αναπαράσταση των αριθμών.

Αριθμός	1	10	100	1000	10 000	100 000	1 000 000
Αιγυπτιακό σύμβολο		∩	☉	⊕	↗	🐟	🧑

(α) Να γράψεις τους πιο πάνω αριθμούς στο δεκαδικό σύστημα αρίθμησης.

Ιερογλυφικά	Δεκαδικό σύστημα αρίθμησης
∩∩       ∩∩	
☉☉ ∩∩	
⊕⊕ ☉☉	
↗↗↗↗↗↗☉☉☉☉      ⊕⊕⊕⊕⊕☉☉☉☉	

(β) Οι ιερογλυφικοί αριθμοί στο πιο πάνω πρόβλημα ακολουθούν ένα μοτίβο. Ένας από τους αριθμούς δεν ταιριάζει με το μοτίβο. Να εντοπίσεις τον αριθμό που δεν ταιριάζει με το μοτίβο και να τον διορθώσεις.

\_\_\_\_\_

(γ) Πόσα σύμβολα χρειάζονται στο σύστημα αρίθμησης των αρχαίων Αιγυπτίων, για να γραφτούν οι αριθμοί:

(i) 8 \_\_\_\_\_

(ii) 35 000 \_\_\_\_\_

(iii) 450 103 \_\_\_\_\_

(δ) Να συγκρίνεις το σύστημα αρίθμησης των αρχαίων Αιγυπτίων με το δεκαδικό σύστημα αρίθμησης. Τι παρατηρείς;



Αξιοποίηση δομής ιερογλυφικών για εμφάθυνση στην ανάλυση και σύνθεση αριθμών

Ο πίνακας παρουσιάζει πληροφορίες για δραστηριότητες που αφορούν προσωπική χρήση του διαδικτύου στην Κύπρο το 2014.

ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΚΑΤΑ ΦΥΛΟ ΚΑΙ ΗΛΙΚΙΑ, 2014	ΣΥΝΟΛΟ	ΑΝΤΡΕΣ			ΓΥΝΑΙΚΕΣ		
		16-24	25-54	55-74	16-24	25-54	55-74
<b>Επικοινωνία</b>							
Αποστολή / λήψη μηνυμάτων ηλεκτρονικού ταχυδρομείου (emails)	330 144	38 102	106 560	15 538	39 127	117 865	12952
Τηλεφώνημα μέσω Διαδικτύου / τηλεφώνημα με εικόνα (με κάμερα) μέσω Διαδικτύου	264 934	33 489	79 105	11 835	34 343	95 120	11 041
Συμμετοχή σε κοινωνικά δίκτυα ( π.χ. Facebook, Twitter, κ.λπ.)	323 319	49 037	98 886	7747	45 449	114 409	7791
<b>Αναζήτηση πληροφοριών</b>							
Ανάγνωση online ειδήσεων / εφημερίδων / περιοδικών	322 321	32 463	112 961	19 198	32 805	110 569	14 325
Αναζήτηση πληροφοριών για προϊόντα ή υπηρεσίες	398 388	45 790	126 764	21 332	43 228	145 103	16 171
<b>Ψυχαγωγία</b>							
Ακρόαση ραδιοφώνου στο Διαδίκτυο	141 990	22 041	51 376	3681	21 528	40 446	2919
Παιχνίδια ή «κατέβασμα» (download) παιχνιδιών, εικόνων, ταινιών ή μουσικής	246 197	45 278	79 647	7973	37 760	71 320	4218
Διαδραστικά παιχνίδια με άλλα άτομα	63 976	19 478	22 425	837	11 277	9282	676

Πληροφορίες από τη Στατιστική Υπηρεσία της Κυπριακής Δημοκρατίας.

Να μελετήσεις τον πίνακα και να απαντήσεις τις ερωτήσεις.

(α) Οι περισσότεροι άντρες ηλικίας 16-24 χρονών χρησιμοποιούν το διαδίκτυο για συμμετοχή σε κοινωνικά δίκτυα. Ισχύει το ίδιο και για τις υπόλοιπες ηλικιακές ομάδες των αντρών;



Σύγκριση αριθμών σε ρεαλιστικό πλαίσιο, επεξεργασία πληροφοριών σε πίνακα, εκτίμηση αθροίσματος

(β) Να γράψεις δύο δικές σου παρατηρήσεις, με βάση τα στοιχεία που παρουσιάζει ο πιο πάνω πίνακας.

(γ) Πόσα περίπου άτομα δήλωσαν ότι χρησιμοποιούν το διαδίκτυο για σκοπούς επικοινωνίας;

(δ) Πόσα περίπου άτομα δήλωσαν ότι χρησιμοποιούν το διαδίκτυο για σκοπούς ψυχαγωγίας;



Μια ναυτιλιακή εταιρεία θα διοργανώσει δεξίωση για τον εορτασμό των 30 χρόνων λειτουργίας της. Για τον σκοπό αυτό ζήτησε προφορές από δύο ξενοδοχεία.



(α) Ποια προσφορά είναι η πιο συμφέρουσα; Ποια στοιχεία πρέπει να λάβεις υπόψη, για να αποφασίσεις;

---

(β) Να συμπληρώσεις τον πιο κάτω πίνακα.

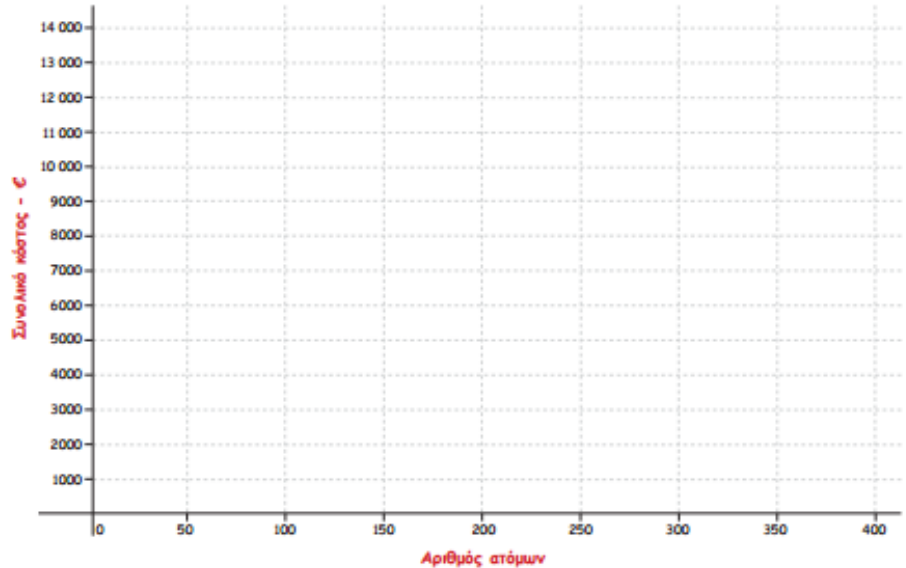
ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΚΟΣΤΟΥΣ

Αριθμός ατόμων	Ξενοδοχείο «ΑΥΓΟΥΣΤΟΣ»	Ξενοδοχείο «ΗΛΙΟΒΑΣΙΛΕΜΑ»
50		
100		
150		
200		
250		
300		
350		
400		

(γ) Να χρησιμοποιήσεις τον πίνακα, για να αποφασίσεις να συγκρίνεις την απόφασή σου με την απάντησή σου.

Επίλυση προβλήματος  
μοντελοποίησης,  
συμπλήρωση πίνακα,  
γραφικής παράστασης,  
λήψη απόφασης

(δ) Να δείξεις στη γραφική παράσταση το συνολικό κόστος της δεξίωσης για 50, 100, 150, 200, 250, 300, 350 και 400 άτομα, χρησιμοποιώντας διαφορετικό χρώμα για το κάθε ξενοδοχείο.



(ε) Να εκφράσεις με λόγια τον τρόπο υπολογισμού του κόστους της δεξίωσης για οποιοδήποτε αριθμό ατόμων:

- (i) στο ξενοδοχείο «Αύγουστος»: \_\_\_\_\_
- (ii) στο ξενοδοχείο «Ηλιοβασίλεμα»: \_\_\_\_\_

(στ) Ο αριθμός των καλεσμένων της εταιρείας είναι 380 άτομα. Ποια προσφορά θα πρέπει να επιλέξει ο διευθυντής της εταιρείας; Να αιτιολογήσεις την απάντησή σου με βάση τον πίνακα και τη γραφική παράσταση.

---

Ο διευθυντής της εταιρείας επιλέγει το ξενοδοχείο «ΗΛΙΟΒΑΣΙΛΕΜΑ», γιατί τα φαγητά που ρεί είναι πιο εύγευστα. Μέχρι πόσα περίπου άτομα θα πρέπει να προσκληθούν, ώστε να ο συμφέρουσα η προσφορά αυτού του ξενοδοχείου;

---



Η Φιλοθέη και ο Ηλίας υπολόγισαν το γινόμενο  $588 \times 8$ .

(α) Ποια είναι μια λογική εκτίμηση για το πιο πάνω γινόμενο;

(β) Παρά το γεγονός ότι η απάντηση του Ηλία φαίνεται λογική, κανένα από τα δύο παιδιά δεν υπολόγισε ορθά το γινόμενο. Να υπολογίσεις την ορθή απάντηση και να περιγράψεις το λάθος κάθε παιδιού.

Φιλοθέη

		€	5	8	8
x					8
<hr/>					
	€	4	0	7	0
					4

Ηλίας

		€	5	8	8
x					8
<hr/>					
	€	4	7	0	4

Ορθός Υπολογισμός

x					
<hr/>					

Λάθος Φιλοθέης:

Λάθος Ηλία:

(γ) Με ποιο τρόπο σε βοηθά η αρχική σου εκτίμηση για το γινόμενο, ώστε να αξιολογήσεις τον υπολογισμό της Φιλοθέης;

Αναστοχασμός στον αλγόριθμο του πολλαπλασιασμού – σημασία εκτίμησης γινομένου



Να υπολογίσεις τα πιο κάτω αθροίσματα.  
Να επεξηγήσεις τον τρόπο σκέψης σου.

(α)  $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10$

(β)  $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 16 + 17 + 18 + 19 + 20$



Ανάδειξη της αξιοποίησης των ιδιοτήτων των πράξεων στους υπολογισμούς

Ο κύριος Γιάννης επισκέφθηκε ένα κατάστημα αθλητικών ειδών μαζί με τους γιους του, Οδυσσέα και Αλέξη. Θα αγοράσουν τα πιο κάτω προϊόντα:



Ο Οδυσσέας και ο Αλέξης υπολόγισαν τη συνολική αξία των προϊόντων.

Οδυσσέας

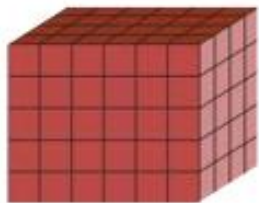
68
184
6
+ 12
270

Αλέξης

$(68 + 12) + (184 + 6) =$   
 $80 + 190 = 270$

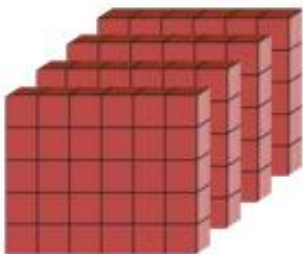
...ο πιστεύεις ότι βρήκε το άθροισμα πιο γρήγορα; Να επεξηγήσεις.

Τρία κορίτσια προσπαθούν να υπολογίσουν τον όγκο της πιο κάτω κατασκευής.



(α) Κάθε κορίτσι εργάστηκε με διαφορετικό τρόπο. Να γράψεις τη μαθηματική πρόταση που αντιστοιχεί σε κάθε εικόνα, για να υπολογίσεις το αποτέλεσμα.

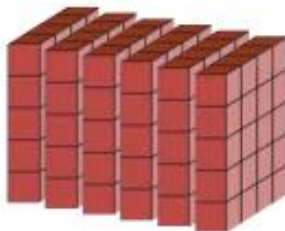
Σεμέλη



\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

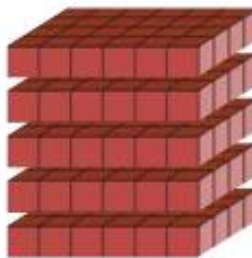
Ρέα



\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Ιωάννα



\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Τι παρατηρείς;

(β) Μια παρόμοια κατασκευή έχει μήκος 12 μονάδες, πλάτος 5 μονάδες και ύψος 10 μονάδες. Να υπολογίσεις τον όγκο της.

Μαθηματική πρόταση: \_\_\_\_\_

Απάντηση: \_\_\_\_\_

Διερεύνηση  
προσεταιριστικής  
ιδιότητας  
πολλαπλασιασμού σε  
πλαίσιο

### Ο Πάπυρος του Ριντ

Ο Πάπυρος του Ριντ μας έδωσε σημαντικές πληροφορίες για τα μαθηματικά των Αρχαίων Αιγυπτίων. Ο πάπυρος βρέθηκε στα ερείπια μιας πόλης κοντά στον ποταμό Νείλο. Σήμερα βρίσκεται ανάμεσα στα εκθέματα του Βρετανικού Μουσείου στο Λονδίνο.

Μια από τις σημαντικές πληροφορίες που περιέχεται στον πάπυρο αναφέρεται στη μέθοδο που χρησιμοποιούσαν οι Αρχαίοι Αιγύπτιοι για τον υπολογισμό ενός γινομένου. Η μέθοδος αυτή στηρίζεται στον διπλασιασμό.

#### Μέθοδος Διπλασιασμού

√1	15		$1 \times 15 = 15$
√2	30		$2 \times 15 = 30$
√4	60	ή	$4 \times 15 = 60$
√8	120		$8 \times 15 = 120$
√16	240		$16 \times 15 = 240$

Με βάση την πιο πάνω μέθοδο  $16 \times 15 = 240$

(α) Να συνεχίσεις την πιο πάνω διαδικασία, για να υπολογίσεις το γινόμενο  $64 \times 15$ .

Αξιοποίηση  
πολλαπλασιασμού  
Αιγυπτίων για  
εμβάθυνση στην  
επιμεριστική  
ιδιότητα του  
πολλαπλασιασμού

Η Θάλεια χρησιμοποίησε το πιο κάτω μοντέλο, για να αναπαραστήσει την πρόταση «το τετραπλάσιο του αθροίσματος του 7 και 5».

$7+5$

$7+5$

$7+5$

$7+5$

(β) Ποια πρόταση αναπαριστούν τα πιο κάτω μοντέλα;

i.

$3+2$

$3+2$

$3+2$

$3+2$

ii.

$4$

$4$

$4$

$4$

$4$

$7$

$7$

(γ) Να εισηγηθείς ένα δικό σου μοντέλο, για να αναπαραστήσεις την πρόταση «το εξαπλάσιο του αθροίσματος  $a+b$ ».



Εισαγωγή στις  
αλγεβρικές  
εκφράσεις

1. (α) Να περιγράψεις τον τρόπο με τον οποίο εργάστηκε το κάθε παιδί, για να εκτελέσει τη διαίρεση  $345 \div 20$ .

**Μιχάλης**

345	20	
- 300	15	<i>ομάδες των 20</i>
45	• 2	<i>ομάδες των 20</i>
- 40	17	
5		

Πηλίκo 17 και υπόλοιπο 5

**Θάλεια**

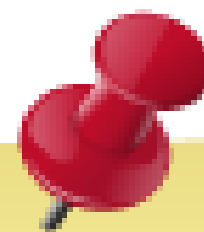
Πηλίκo 17 και υπόλοιπο 5

- (α) Να εκτελέσεις τις διαιρέσεις με τον τρόπο του Μιχάλη.

$835 \div 50$	$676 \div 20$	$983 \div 45$
---------------	---------------	---------------

- (β) Να εκτελέσεις τις διαιρέσεις με τον τρόπο της Θάλειας.

$365 \div 30$	$228 \div 40$	$760 \div 25$
---------------	---------------	---------------



Διερεύνηση τρόπων  
υπολογισμού  
πηλίκου, επιμεριστική  
ιδιότητα διαίρεσης ως  
προς τον διαιρετέο

Ο Γιώργος χρησιμοποιεί τον πιο κάτω τρόπο σκέψης, για να εκτιμήσει το πηλίκο των πιο κάτω διαιρέσεων.

$$\begin{aligned} 402 \div 19 \\ \approx 400 \div 20 \\ = 40 \div 2 \\ = 20 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 8095 \div 23 \\ \approx 8000 \div 20 \\ = 800 \div 2 \\ = 400 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 293 \div 42 \\ \approx 280 \div 40 \\ = 28 \div 4 \\ = 7 \end{aligned}$$



(α) Να επεξηγήσεις τον τρόπο σκέψης του Γιώργου.

---



---



---

(β) Να εκτιμήσεις το πηλίκο στις πιο κάτω διαιρέσεις.

$721 \div 93$

$5602 \div 71$

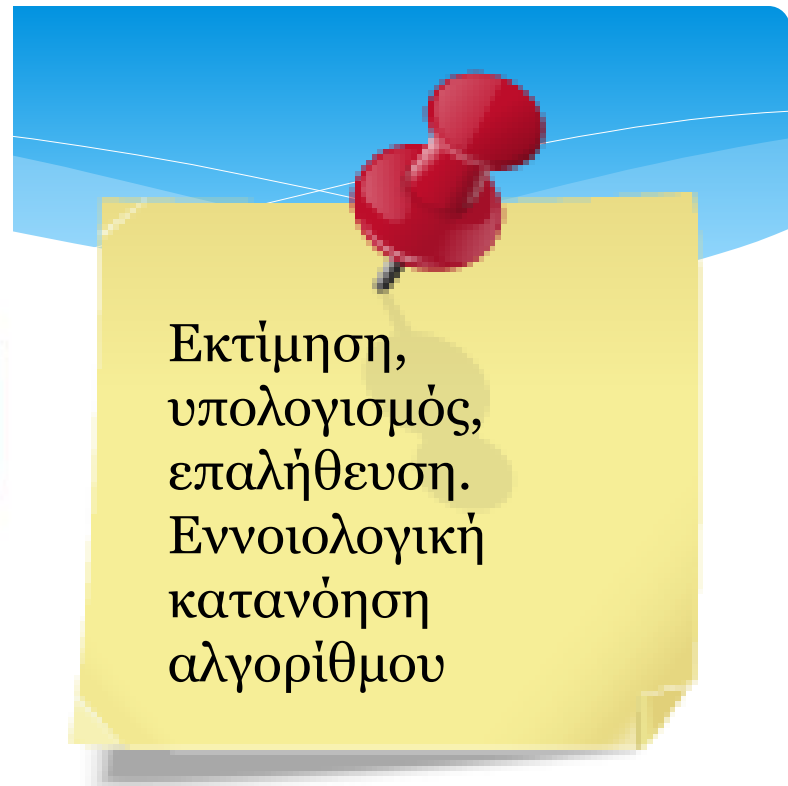
$497 \div 62$

Ανάδειξη της αξίας  
εκτίμησης πηλίκου,  
Στρατηγικές

Η Τερέζα θέλει να αγοράσει μια καινούρια κιθάρα που στοιχίζει €168. Για το σκοπό αυτό αποφάσισε για τους επόμενους 12 μήνες να αποταμιεύει ένα ποσό.



$€168 \div 12 \approx 170 \div 10 = 17$   
 Επομένως, το ποσό που πρέπει να αποταμιεύω κάθε μήνα δεν θα ξεπερνά τα είκοσι ευρώ.



Εκτίμηση,  
 υπολογισμός,  
 επαλήθευση.  
 Εννοιολογική  
 κατανόηση  
 αλγορίθμου

(α) Για να υπολογίσει το ακριβές ποσό, η Τερέζα εργάστηκε με τον πιο κάτω τρόπο.

$$\begin{array}{r|l}
 168 & 12 \\
 - 12 & 14 \\
 \hline
 48 & \\
 - 48 & \\
 \hline
 0 & 
 \end{array}$$

(β) Να επεξηγήσεις τον τρόπο εργασίας της Τερέζας.

(γ) Με ποιο τρόπο είναι δυνατόν να ελέγξει την ορθότητα του υπολογισμού της;

1. Η Σιμίμη εργάστηκε με τον πιο κάτω τρόπο, για να υπολογίσει το πηλίκο  $483 \div 23$

Εκτίμηση

$$\begin{aligned}
 483 \div 23 \\
 \approx 500 \div 25 \\
 = 20
 \end{aligned}$$

Υπολογισμός

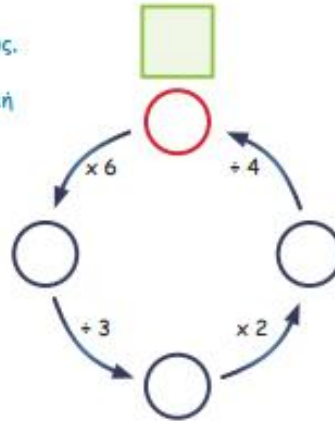
$$\begin{array}{r|l}
 483 & 23 \\
 - 46 & \Delta M \\
 \hline
 23 & 21 \\
 - 23 & \\
 \hline
 0 & 
 \end{array}$$

Επαλήθευση

$$21 \times 23 = 483$$

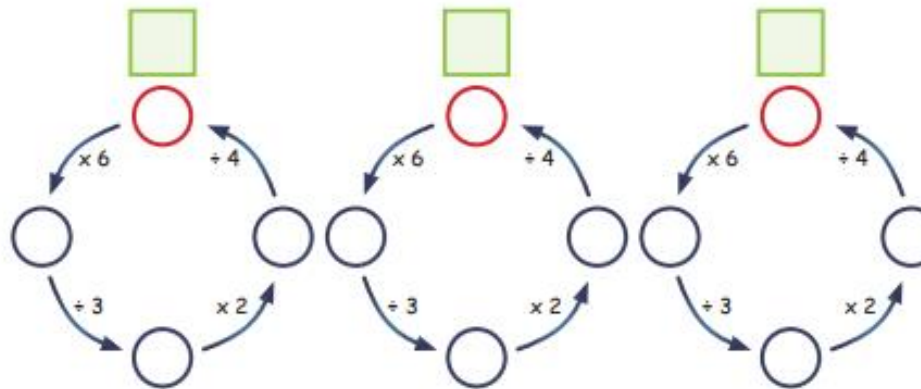
Να γράψεις έναν αριθμό στον κόκκινο κύκλο του διαγράμματος.

(α) Να συμπληρώσεις το διάγραμμα και να γράψεις την τελική απάντηση στο πράσινο τετράγωνο.



(β) Τι παρατηρείς;

(γ) Να χρησιμοποιήσεις τα πιο κάτω διαγράμματα, για να ελέγξεις κατά πόσο αυτό που παρατήρησες ισχύει και για άλλους αριθμούς.



(δ) Να εξηγήσεις γιατί ισχύει η πιο πάνω παρατήρηση

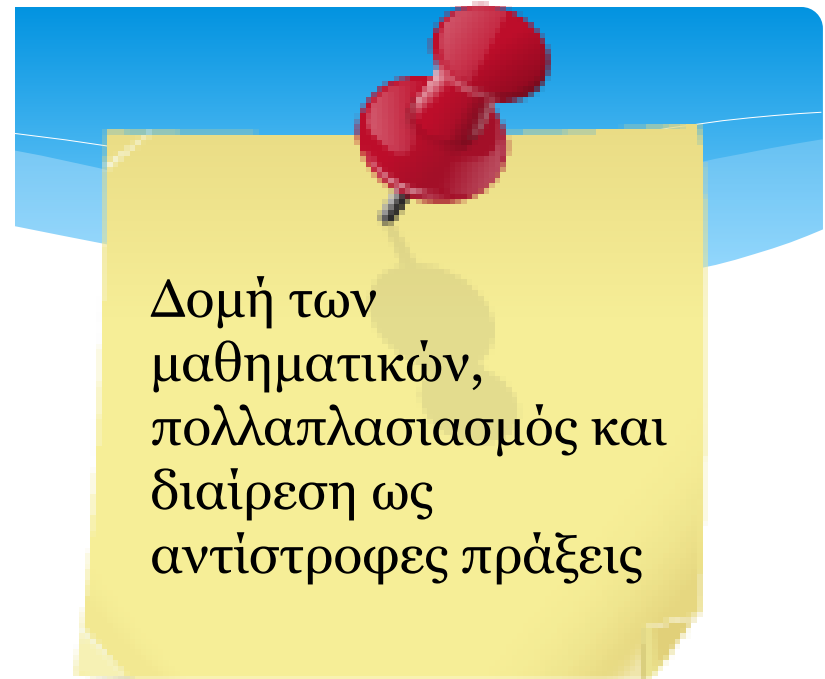
---



---



---



4. Να σημειώσεις κατά πόσο η ισότητα είναι ορθή ή λανθασμένη.

Ισότητα	Ορθό ή Λάθος
+  =  +	<input type="text"/>
-  =  -	<input type="text"/>
×  =  ×	<input type="text"/>
÷  =  ÷	<input type="text"/>
×  ×  =  × (  ×  )	<input type="text"/>
+  +  =  + (  +  )	<input type="text"/>





Σε μια πόλη, οι τουρίστες μπορούν να προμηθευτούν την «Κάρτα Μουσείου». Η κάρτα παρέχει δωρεάν εισόδο σε 5 δημοφιλή μουσεία της πόλης και έχει αξία €30 ανά άτομο.

Ο πίνακας παρουσιάζει τις κανονικές τιμές των εισιτηρίων εισόδου, στα διάφορα μουσεία της πόλης, για τους επισκέπτες που δεν έχουν αγοράσει κάρτα.

	ΜΟΥΣΕΙΟ	ΤΙΜΗ ΑΝΑ ΑΤΟΜΟ	ΆΛΛΕΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΕΣ
1.	Κάστρο	Ενήλικες: €6 Παιδιά κάτω των 14 ετών: Δωρεάν	Κλειστό τη Δευτέρα
2.	Μουσείο Σύγχρονης Τέχνης	Ενήλικες: €10 Παιδιά κάτω των 12 ετών: Δωρεάν	Κλειστό τη Δευτέρα
3.	Μουσείο Φυσικής Ιστορίας	Γενική Είσοδος: €7	Κλειστό την Τρίτη
4.	Μουσείο Επιστημών	Γενική Είσοδος: €11	Κλειστό τη Δευτέρα
5.	Εθνικό Αρχαιολογικό Μουσείο	Γενική Είσοδος: €12	Κλειστό τη Δευτέρα

(α) Μια οικογένεια με έναν ενήλικα και δύο παιδιά (ηλικίας 7 και 10 χρόνων) θέλει να επισκεφθεί τα ακόλουθα μουσεία:

- Κάστρο
- Μουσείο Σύγχρονης Τέχνης
- Μουσείο Φυσικής Ιστορίας

Η οικογένεια θα εξοικονομήσει χρήματα, αν αγοράσει την «Κάρτα Μουσείου» για κάθε μέλος της:

Ανάπτυξη ικανότητας  
μαθηματικοποίησης

# ΕΝΟΤΗΤΑ 4

## ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

### ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΟ ΕΝΟΤΗΤΑΣ

- Είδη γραμμών. Παραλληλία και Καθετότητα.
- Μέτρηση Γωνιών.
- Είδη τριγώνων.
- Ιδιότητες Παραλληλογράμμων.
- Σχήματα σε σύστημα αξόνων.
- Μετασχηματισμοί.

## ΔΕΙΚΤΕΣ ΕΠΙΤΥΧΙΑΣ

### ΑΡΙΘΜΟΙ

#### Εκτίμηση και μέτρηση

M3.6 Εκτιμούν, μετρούν, ταξινομούν και κατασκευάζουν γωνίες (με ή χωρίς τη χρήση της τεχνολογίας).

### ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

#### Διερεύνηση σχημάτων και χώρου

G2.1 Ονομάζουν και κατασκευάζουν σημεία, ευθύγραμμα τμήματα, ημιευθείες, ευθείες και διάφορα είδη γραμμών (καμπύλες, ευθείες, τεθλασμένες) με διάφορα μέσα και λογισμικά.

G3.1 Ονομάζουν, και κατασκευάζουν ευθείες και γωνίες στο επίπεδο.

G3.2 Αναλύουν, ταξινομούν και κατασκευάζουν δισδιάστατα και τρισδιάστατα σχήματα με βάση τις ιδιότητές τους με διάφορα μέσα και λογισμικά.

G3.3 Αναγνωρίζουν, ονομάζουν και περιγράφουν τα βασικά στοιχεία και τις ιδιότητες των παραλληλογράμμων.

# Δείκτες Επιτυχίας Ενότητας



Γ3.6 Αναγνωρίζουν, ταξινομούν και περιγράφουν διαφορετικά είδη τριγώνων με κριτήριο το μήκος των πλευρών και το μέτρο των γωνιών τους.

Γ3.8 Διακρίνουν τις μεταβλητές και μη ιδιότητες ενός σχήματος και συγκρίνουν τάξεις σχημάτων με βάση τις ιδιότητές τους.

Γ3.12 Διερευνούν την έννοια των συντεταγμένων, χρησιμοποιώντας χάρτες, πλέγματα συντεταγμένων και κατάλληλα λογισμικά.

### Διερεύνηση Μετασχηματισμών

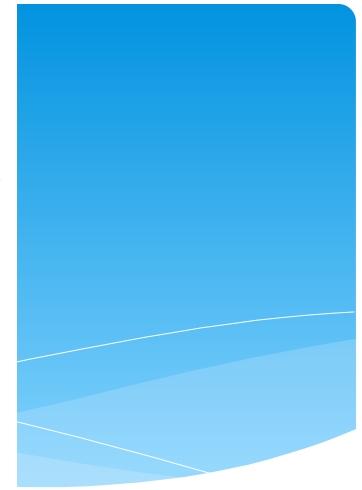
Γ3.14 Αναγνωρίζουν σχήματα που είναι συμμετρικά ως προς άξονα ή ως προς κέντρο και εντοπίζουν τον άξονα συμμετρίας ή το σημείο περιστροφής.

Γ3.16 Σχεδιάζουν και περιγράφουν το αποτέλεσμα μετασχηματισμών, όπως μεταφοράς, περιστροφής, ανάκλασης, μεγέθυνσης και σμίκρυνσης.

## ΜΕΤΡΗΣΗ

### Εκτίμηση και μέτρηση

M2.2 Εκτιμούν και υπολογίζουν την περίμετρο και το εμβαδόν του τετραγώνου, του ορθογωνίου και του ορθογώνιου τριγώνου, χρησιμοποιώντας κατάλληλες μονάδες μέτρησης.



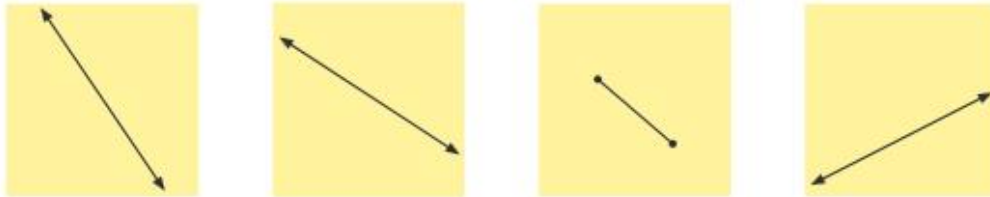
# Δείκτες Επάρκειας Επίπεδο Δραστηριοτήτων

- \* Οι εκπαιδευτικοί αναπτύσσουν δραστηριότητες στις οποίες οι μαθητές:
  - \* Αναγνωρίζουν, ονομάζουν και κατασκευάζουν σημεία, ευθείες, ημιευθείες και ευθύγραμμα τμήματα
  - \* Κατασκευάζουν παράλληλες και κάθετες ευθείες
  - \* Διερευνούν σχέσεις εγκλεισμού μεταξύ δισδιάστατων σχημάτων
  - \* Ταξινομούν δισδιάστατα σχήματα με βάση τις ιδιότητές τους
  - \* Αναγνωρίζουν είδη τριγώνων ως προς το μήκος των πλευρών και το μέτρο των γωνιών τους
  - \* Κατασκευάζουν σχήματα σε ορθοκανονικό σύστημα αξόνων
  - \* Διερευνούν τις ιδιότητες των συμμετρικών σχημάτων
  - \* Εκτελούν περιστροφές και μεταφορές σε καθορισμένες θέσεις
  - \* Εκτιμούν και μετρούν γωνίες

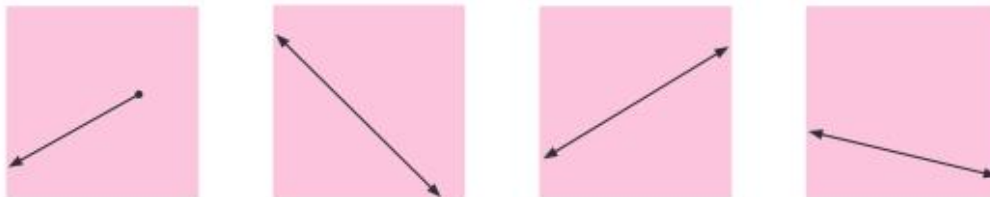


Η Φωτεινή κατασκεύασε στην οθόνη του υπολογιστή της διάφορα είδη γραμμών. Να βρεις σε κάθε περίπτωση την εικόνα που δεν ταιριάζει. Να αιτιολογήσεις την απάντησή σου.

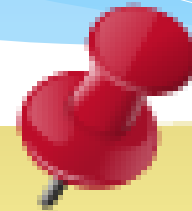
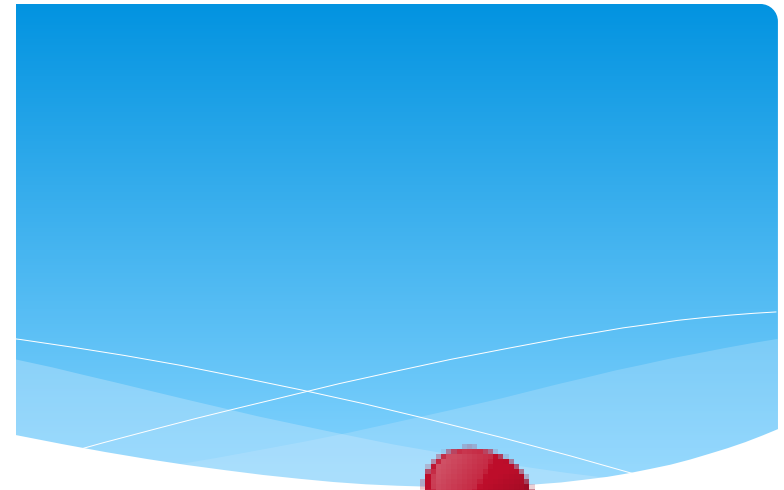
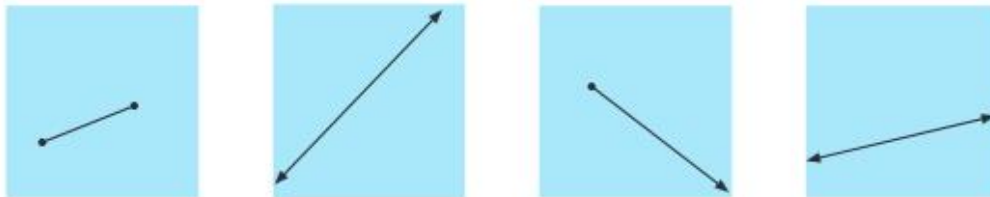
(α)



(β)



(γ)



Διάκριση μεταξύ ευθειών, ημιευθειών και ευθύγραμμων τμημάτων

## Ευθεία

Είναι ένα σύνολο από σημεία, με άπειρο μήκος χωρίς αρχή ή τέλος και χωρίς πλάτος. Κατασκευάζεται με χάρακα.

## Ημιευθεία

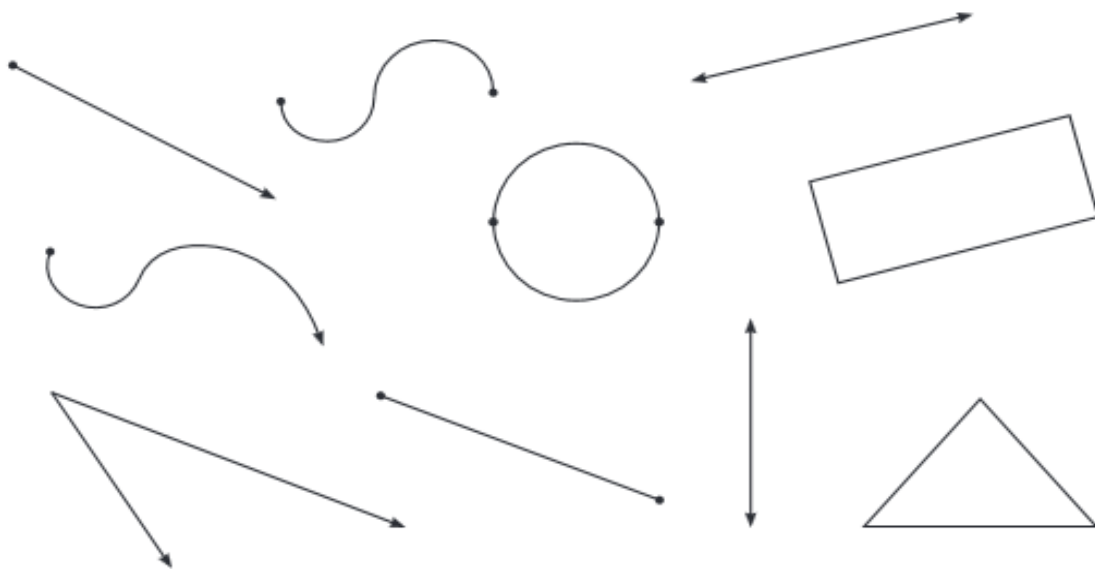
Είναι ένα μέρος της ευθείας που έχει συγκεκριμένη αρχή, αλλά δεν έχει τέλος.

## Ευθύγραμμο τμήμα

Είναι ένα μέρος της ευθείας. Αποτελείται από δύο σημεία της ευθείας (άκρα) και όλα τα σημεία μεταξύ τους.

(α) Με βάση τους πιο πάνω ορισμούς να σημειώσεις:

- Με κόκκινο χρώμα τις ευθείες.
- Με μπλε χρώμα τις ημιευθείες.
- Με πράσινο χρώμα τα ευθύγραμμα τμήματα.



(β) Να κατασκευάσεις μια ευθεία, μια ημιευθεία και ένα ευθύγραμμο τμήμα.

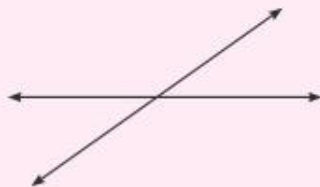
Ερμηνεία ορισμού. Για παράδειγμα «Τι σημαίνει κατασκευάζεται με χάρακα;»  
Έμφαση στην ακρίβεια

Να ταξινομήσεις τις πιο κάτω κάρτες σε ομάδες. Ποιο κριτήριο χρησιμοποίησες; Να επεξηγήσεις.

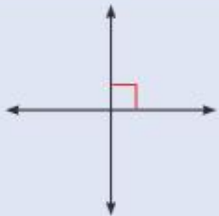
Α.



Β.



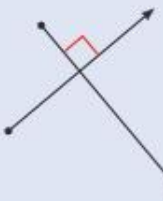
Γ.



Δ.



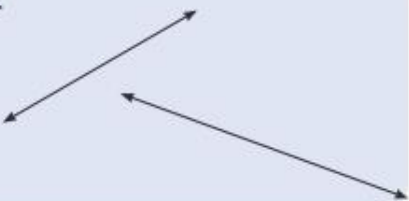
Ε.



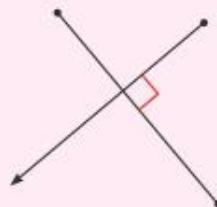
Ζ.



Η.



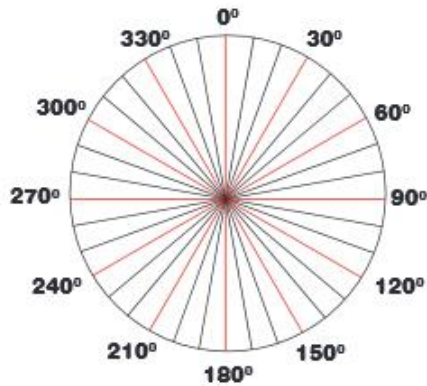
Θ.



Αρχικό κριτήριο ταξινόμησης «Τέμνονται ή δεν τέμνονται». Κάθετες ευθείες ως ειδική περίπτωση ευθειών που τέμνονται.

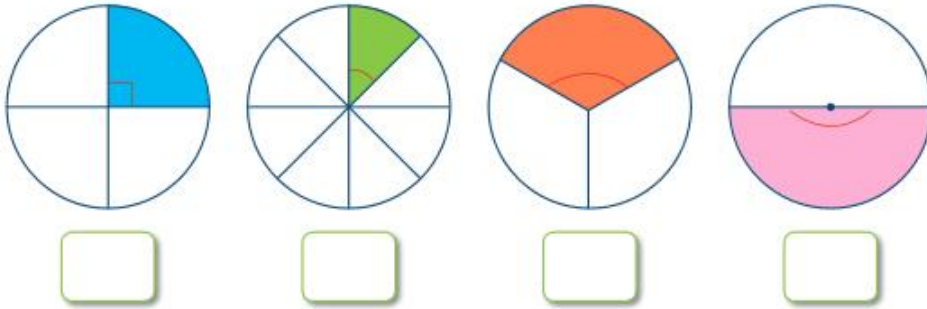


Οι Αρχαίοι Βαβυλώνιοι χώρισαν τον κύκλο σε 360 ίσους κυκλικούς τομείς. Ονόμασαν τον κάθε κυκλικό τομέα **μοίρα**.



Η μοίρα ως μονάδα μέτρησης του μέτρου της γωνίας. Το μοιρογνωμόνιο ως ένα από τα εργαλεία που χρησιμοποιούνται στη μέτρηση γωνιών

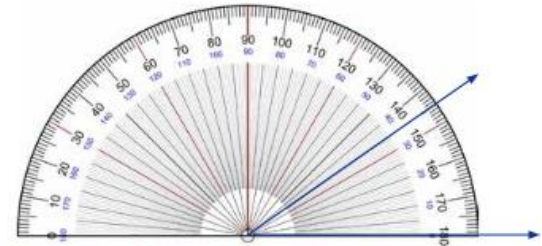
A. Πόσες μοίρες είναι οι πιο κάτω γωνίες;



B. Να απαντήσεις στις πιο κάτω ερωτήσεις.

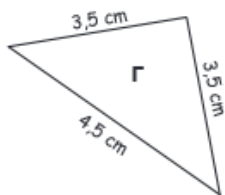
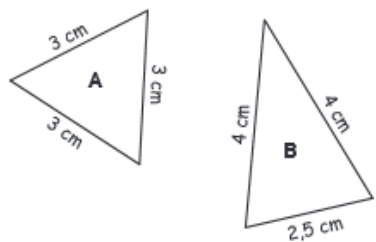
- (α) Πόσες μοίρες είναι η ορθή γωνία; \_\_\_\_\_
- (β) Πόσες μοίρες είναι μια οξεία γωνία; \_\_\_\_\_
- (γ) Πόσες μοίρες είναι μια αμβλεία γωνία; \_\_\_\_\_
- (δ) Πόσες μοίρες είναι η ευθεία γωνία; \_\_\_\_\_

Ένα όργανο το οποίο χρησιμοποιείται για την μέτρηση των γωνιών είναι το μοιρογνωμόνιο.

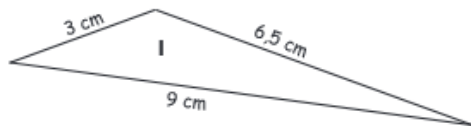
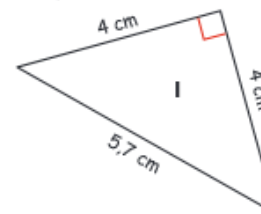
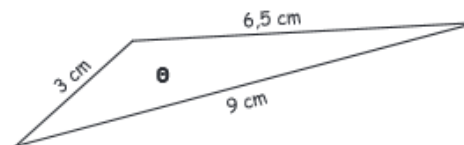
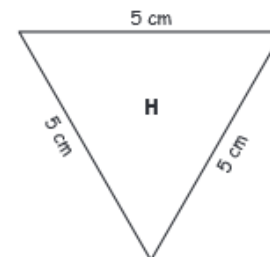
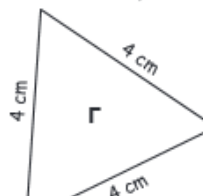
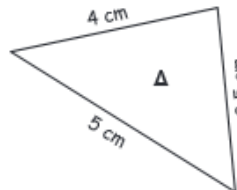
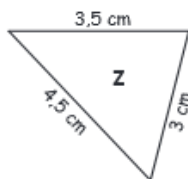
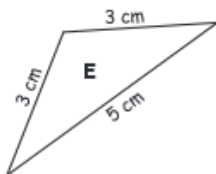
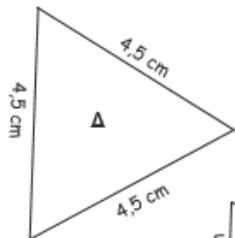
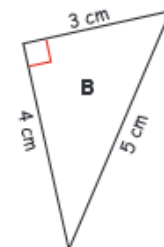
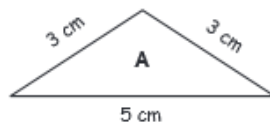


Η μονάδα μέτρησης της γωνίας είναι η μοίρα και συμβολίζεται με  $^{\circ}$ . Ο αριθμός που προκύπτει από τη μέτρηση ονομάζεται μέτρο της γωνίας.

Η γωνία  $\hat{AB}\Gamma$  έχει μέτρο ίσο με  $1^{\circ}$ .



Να συμπληρώσεις τον πίνακα.



(α) Να τοποθετήσεις το κάθε τρίγωνο στην κατάλληλη κελύφη.

ισόπλευρα

ισοσκελή

σκαληνά

Ταξινόμηση τριγώνων με κριτήριο το μήκος των πλευρών και το μέτρο των γωνιών. Διερεύνηση ειδικών περιπτώσεων.

Είδος τριγώνου	Ισόπλευρο	Ισοσκελές	Σκαληνό
Ορθογώνιο			
Οξυγώνιο			
Αμβλυγώνιο			

παρατηρείς:

(β) Ο Τάσος έσυρε μια κορυφή του παραλληλόγραμμου Α και κατασκεύασε διαφορετικά παραλληλόγραμμα.

Τα παιδιά κατασκεύασαν στο εφαρμογίδιο διάφορα τετράπλευρα.

<http://tube.geogebra.org/m/1610217>

Να ελέγξεις αν οι ιδιότητες που σημείωσες στον πίνακα για το παραλληλόγραμμο Α ισχύουν και για τα άλλα παραλληλόγραμμα που κατασκεύασε. Να επεξηγήσεις.

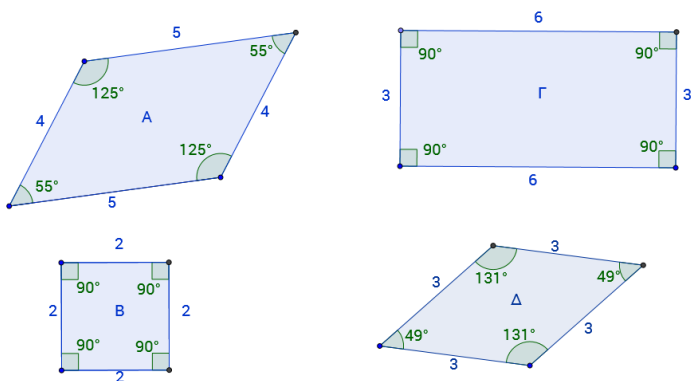
(α) Να συμπληρώσεις τον πίνακα, βάζοντας ✓ σε κάθε ιδιότητα που ισχύει.

Σχήμα	Οι απέναντι πλευρές είναι ίσες	Οι απέναντι γωνίες είναι ίσες	Όλες οι πλευρές είναι ίσες	Όλες οι γωνίες είναι ίσες
Παραλληλόγραμμο Α				
Τετράγωνο Β				
Ορθογώνιο Γ				
Ρόμβος Δ				

(γ) Να σύρεις τις κορυφές των υπόλοιπων σχημάτων. Να ελέγξεις αν οι ιδιότητες που σημείωσες στον πίνακα για το τετράγωνο Β, το ορθογώνιο Γ και τον ρόμβο Δ ισχύουν και για τα άλλα σχήματα που κατασκεύασες.

# Παραλληλόγραμμο

Να σύρεις τις κορυφές των πιο κάτω σχημάτων και να παρατηρήσεις τις μεταβολές στο μήκος των πλευρών τους και στο μέτρο των γωνιών τους.



Αξιοποίηση  
δυναμικής  
γεωμετρίας  
Λειτουργία  
συρσίματος

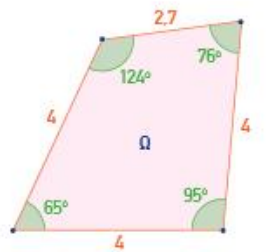
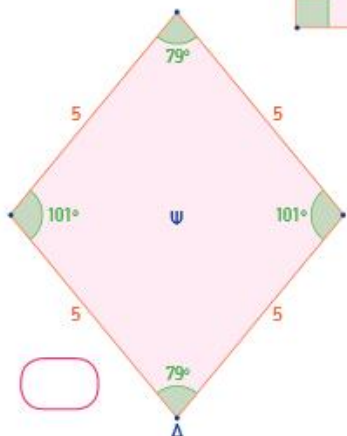
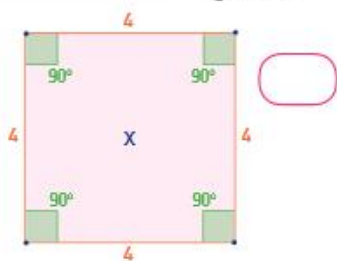
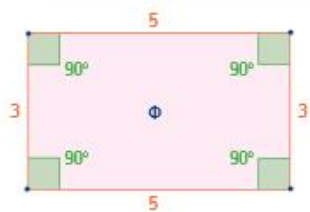
Εφαρμογίδιο ως  
πολλαπλασιαστής  
Μελέτη ειδικών  
περιπτώσεων

Μεταβλητές και μη  
ιδιότητες σχημάτων

Ο Παύλος κατασκεύασε ένα παραλληλόγραμμο, χρησιμοποιώντας το πιο κάτω εφαρμογίδιο. Ποια από τα πιο κάτω σχήματα είναι δυνατόν να σχηματιστούν, σύροντας τις κορυφές του παραλληλογράμμου; Να επεξηγήσεις.

- Παραλληλόγραμμο
- Ορθογώνιο
- Τετράγωνο
- Ρόμβος

<http://tube.geogebra.org/m/1740149>



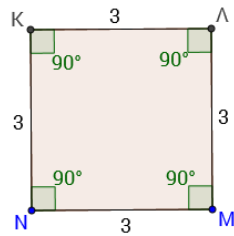
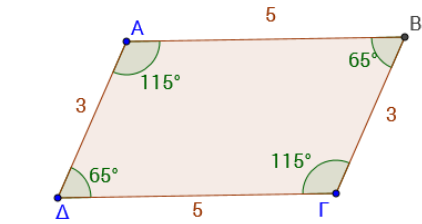
(α) Η Νάσω κατασκεύασε ένα ορθογώνιο, χρησιμοποιώντας το εφαρμογίδιο. Έσуре τις κορυφές του, ώστε να σχηματιστεί ένα τετράγωνο. Να περιγράψεις τον τρόπο εργασίας της.

- Παραλληλόγραμμο
- Ορθογώνιο
- Τετράγωνο
- Ρόμβος

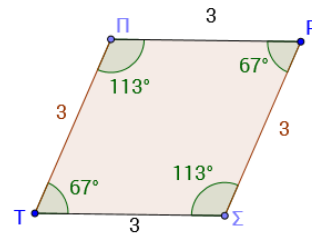
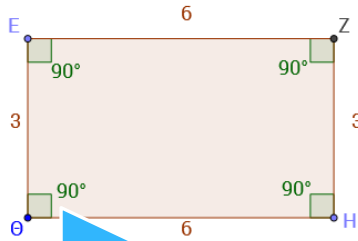
(β) Ο Γιάννης κατασκεύασε έναν ρόμβο. Είναι δυνατόν σύροντας τις κορυφές του να σχηματιστεί ένα τετράγωνο; Να επεξηγήσεις.

- Παραλληλόγραμμο
- Ορθογώνιο
- Τετράγωνο
- Ρόμβος





- Παραλληλόγραμμο
- Ορθογώνιο
- Τετράγωνο
- Ρόμβος

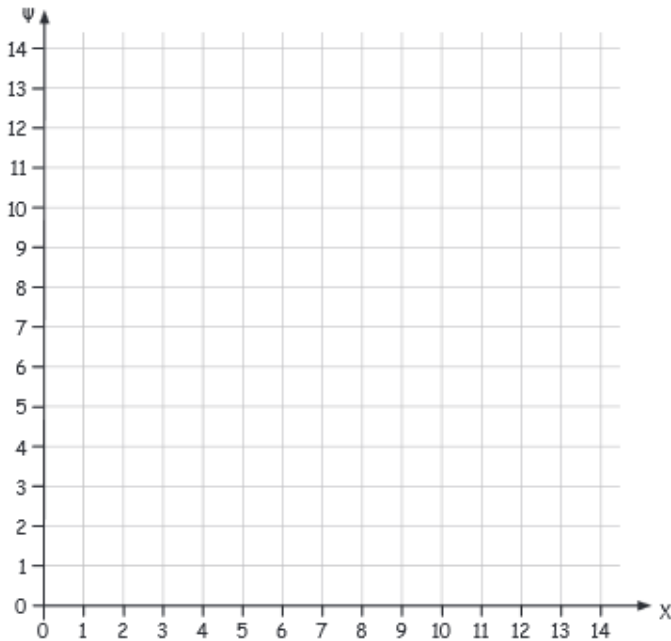


Σχέσεις  
εγκλεισμού

Το ορθογώνιο και ο  
ρόμβος ως ειδικές  
περιπτώσεις  
παραλληλογράμμων

Το τετράγωνο ως  
ειδική περίπτωση  
ορθογωνίου και ρόμβου

(α) Να τοποθετήσεις στο πλέγμα τα σημεία A (5, 1) και B (5, 5). Να τα ενώσεις.



(β) Να βρεις τις συντεταγμένες της κορυφής Γ, ώστε το τρίγωνο ABΓ να είναι ισοσκελές. Να βρεις τουλάχιστον τρεις διαφορετικές λύσεις. Να επεξηγήσεις τον τρόπο σκέψης σου.

---



---



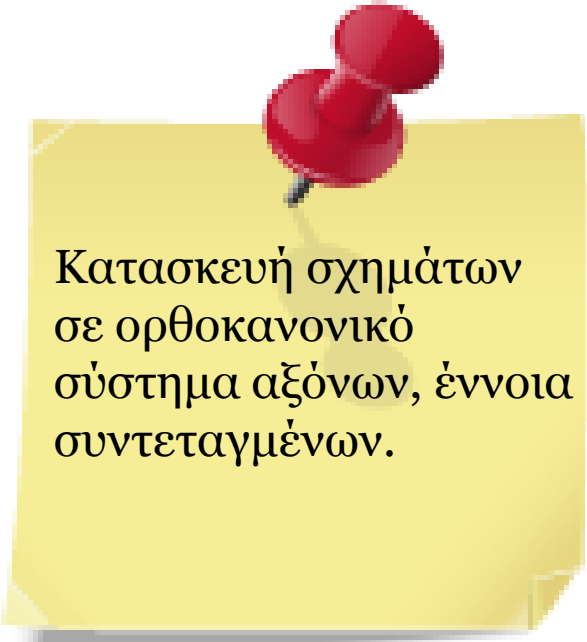
---

(γ) Να βρεις τις συντεταγμένες της κορυφής Δ, ώστε το τρίγωνο ABΔ να είναι σκαληνό. Να βρεις τουλάχιστον τρεις διαφορετικές λύσεις. Να επεξηγήσεις τον τρόπο σκέψης σου.

---

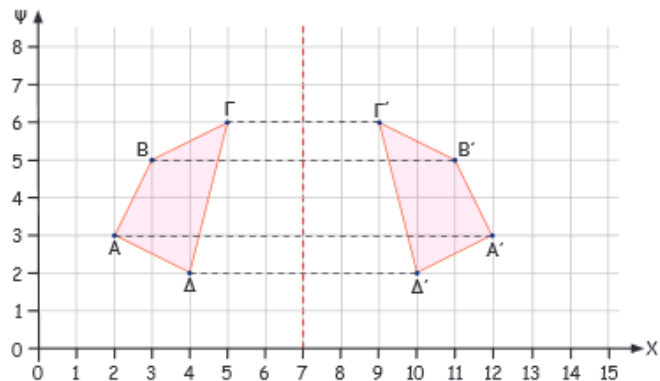


---



Κατασκευή σχημάτων σε ορθοκανονικό σύστημα αξόνων, έννοια συντεταγμένων.

Στο πιο κάτω πλέγμα η κόκκινη γραμμή είναι άξονας συμμετρίας.



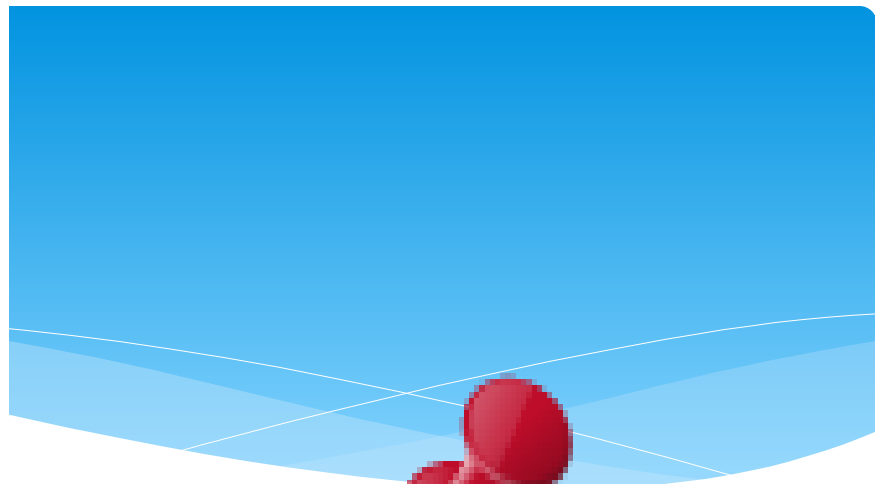
<http://tube.geogebra.org/m/1616435>

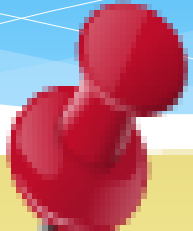
(α) Να σύρεις τις κορυφές του τετράπλευρου ΑΒΓΔ σε διαφορετικές θέσεις, χρησιμοποιώντας το εφαρμογίδιο. Τι παρατηρείς;

(β) Να συγκρίνεις τα σχήματα ΑΒΓΔ και Α'Β'Γ'Δ' ως προς τη μορφή, το μέγεθος και τη θέση τους.

(γ) Τι παρατηρείς ως προς την απόσταση των πιο κάτω σημείων από τον άξονα συμμετρίας:

- Α και Α' \_\_\_\_\_
- Β και Β' \_\_\_\_\_
- Γ και Γ' \_\_\_\_\_
- Δ και Δ' \_\_\_\_\_



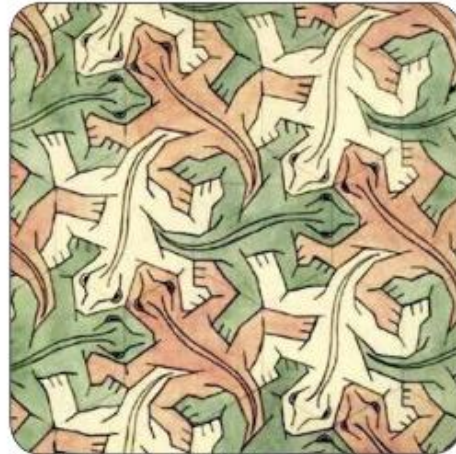


Διερεύνηση ιδιοτήτων  
συμμετρικών σχημάτων:  
(α) Δύο ίσα σχήματα  
που εφάπτονται, όταν  
διπλωθούν κατά μήκος  
του άξονα συμμετρίας  
(β) Ίσες αποστάσεις  
συμμετρικών σημείων  
από άξονα συμμετρίας



Ο Maurits Cornelis Escher (1898 - 1972 μ.Χ.) ήταν Ολλανδός εικαστικός καλλιτέχνης. Στη γραφική του τέχνη, απεικόνιζε μαθηματικές σχέσεις μεταξύ των σχημάτων, των μορφών και του χώρου.

Να περιγράψεις τον τρόπο δημιουργίας των πιο κάτω σχεδίων στους πίνακες ζωγραφικής του Escher. Ποιες ομοιότητες και ποιες διαφορές εντοπίζεις στον τρόπο δημιουργίας τους;



Μαθηματικά και Τέχνη

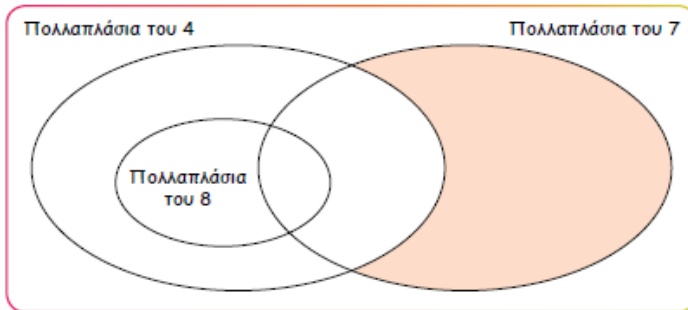
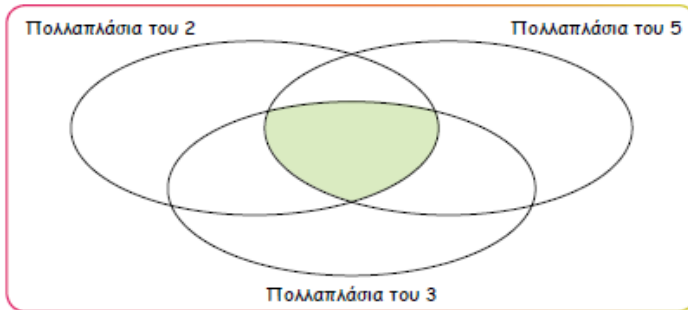
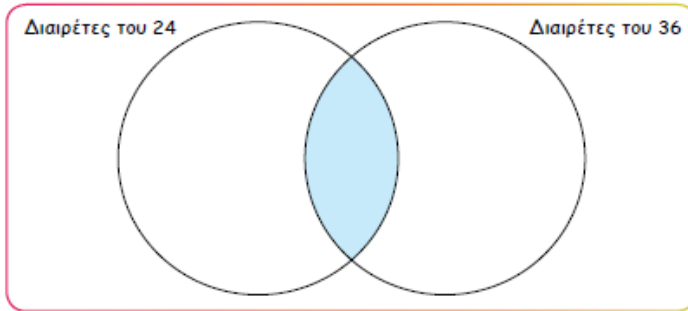
# ΕΝΟΤΗΤΑ 5

## ΡΗΤΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ (Κλάσματα, δεκαδικοί, μικτοί)

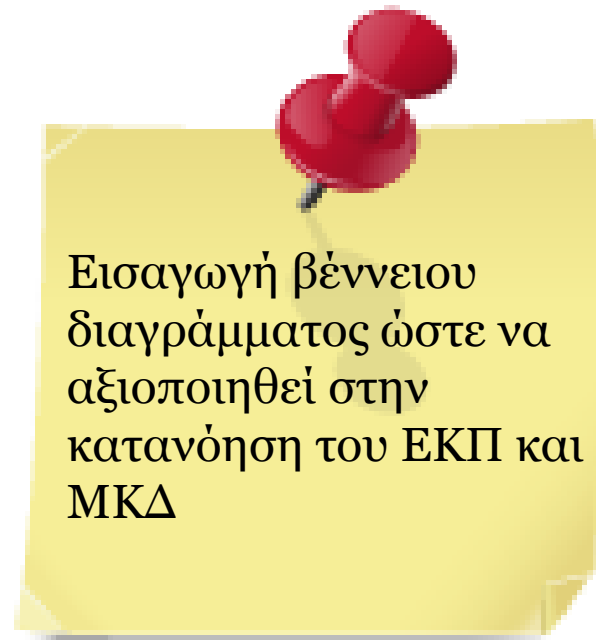
### ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΟ ΕΝΟΤΗΤΑΣ

- Έννοια ΕΚΠ, ΜΚΔ
- Έννοια κλάσματος (μέρος επιφάνειας, έννοια ακεραίας μονάδας)
- Κλάσμα ως μέρος ποσότητας
- Ισοδυναμία και σύγκριση κλασμάτων.
- Πρόσθεση και αφαίρεση κλασμάτων
- Έννοια δεκαδικού αριθμού – ισοδύναμες μορφές, αξία θέσης ψηφίου
- Σύγκριση δεκαδικών αριθμών
- Γραμμική γραφική παράσταση
- Πρόσθεση και αφαίρεση δεκαδικών αριθμών
- Μικτοί αριθμοί, καταχρηστικά κλάσματα

(α) Να συμπληρώσεις αριθμούς στα βέννεια διαγράμματα.



(β) Να ονομάσεις τους αριθμούς που τοποθέτησες στον χώρο με (i) γαλάζιο, (ii) πράσινο και (iii) κίτρινο χρώμα.



(α) Να γράψεις τους διαιρέτες του 24 και του 36.

Διαίρετες του 24: \_\_\_\_\_

Διαίρετες του 36: \_\_\_\_\_

(β) Να σημειώσεις τους διαιρέτες του 24 και του 36 στην κατάλληλη θέση στο βέννειο διάγραμμα. Να επεξηγήσεις.

Διαίρετες του 24

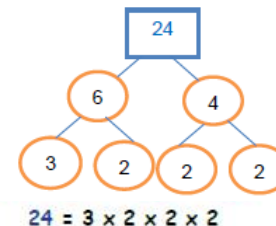
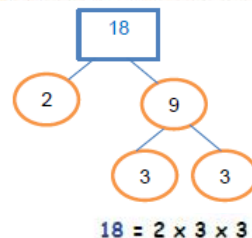


Διαίρετες του 36

(γ) Ποιος είναι ο Μέγιστος Κοινός Διαιρέτης (ΜΚΔ) του 24 και του 36;

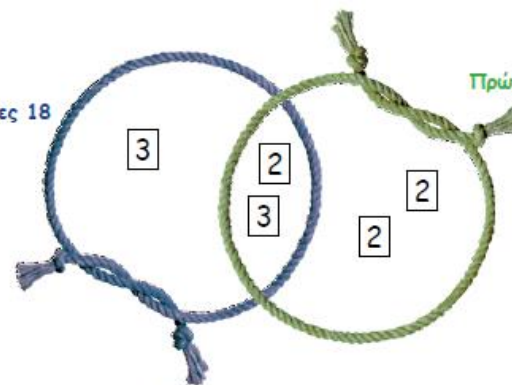
Υπολογισμός ΜΚΔ μέσω της καταγραφής κοινών διαιρετών και αξιοποίησης της ανάλυσης σε γινόμενο πρώτων παραγόντων

Τα παιδιά χρησιμοποίησαν τη μέθοδο της ανάλυσης σε γινόμενο πρώτων παραγόντων για να βρουν τον ΜΚΔ του 18 και του 24.



Πρώτοι παράγοντες 18

Πρώτοι παράγοντες 24



Ο ΜΚΔ είναι το 6.

Μόνικα

Ο ΜΚΔ είναι το 3.

Ο ΜΚΔ είναι ίσος με το γινόμενο  $3 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 2$ .

Στέλιος

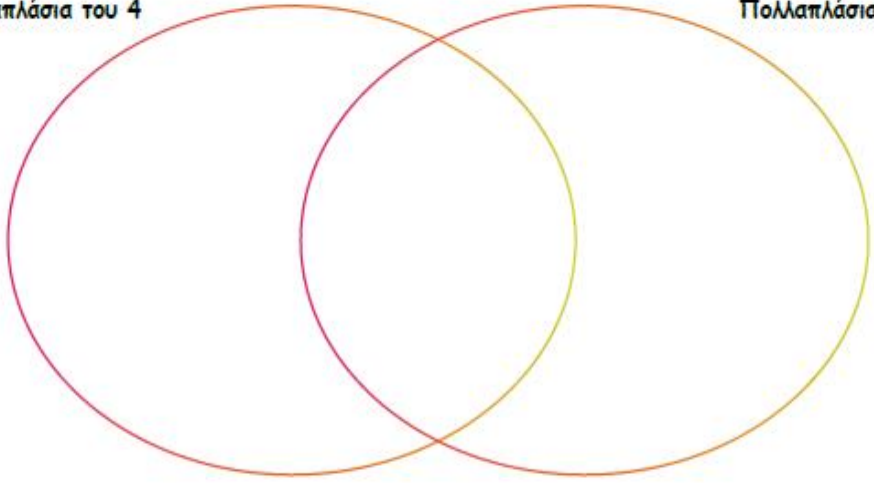
Τα παιδιά συμφωνεί; Να επεξηγήσεις.



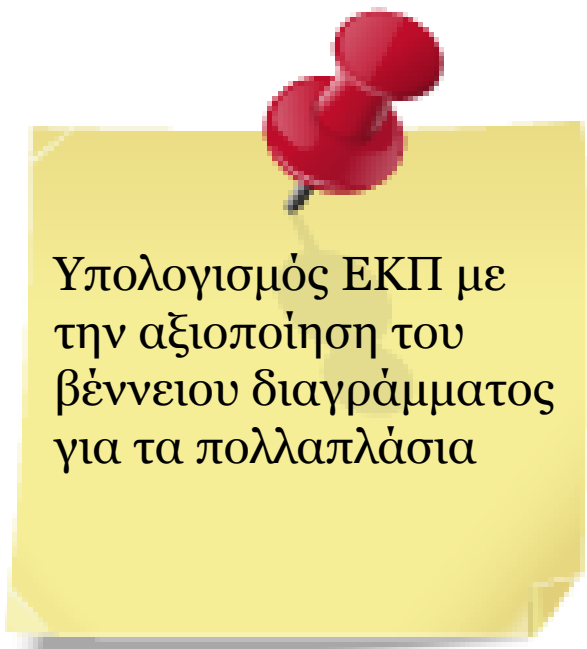
(α) Να χρησιμοποιήσεις το πιο κάτω διάγραμμα, για να βρεις τα κοινά πολλαπλάσια του 4 και του 6, από το 0 μέχρι το 50.

Πολλαπλάσια του 4

Πολλαπλάσια του 6



(β) Ποιο είναι το Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο (ΕΚΠ) των δύο αριθμών; Να επεξηγήσεις.





Είσαι δημοσιογράφος της εφημερίδας «Ώρα Ειδήσεων». Να χρησιμοποιήσεις τις πληροφορίες στο πρωτοσέλιδο της εφημερίδας, για να συμπληρώσεις ένα κείμενο για κάθε είδηση.

# Ώρα Ειδήσεων

Πέμπτη, 11 Νοεμβρίου 2015



**Υπέρ της κατασκευής νέου σχολικού κτηρίου οι περισσότεροι κάτοικοι**




---

---

---

---

---

---

---

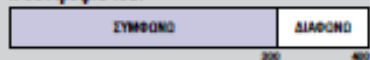
---

---

---

**Έρευνα για τα κατοικίδια ζώα**

Το μεγαλύτερο πλεονέκτημα του σκύλου είναι η συντροφιά του.



Το μεγαλύτερο μειονέκτημα είναι η φροντίδα που χρειάζεται όταν λείπω.



**Πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα**




---

---

---

---

---

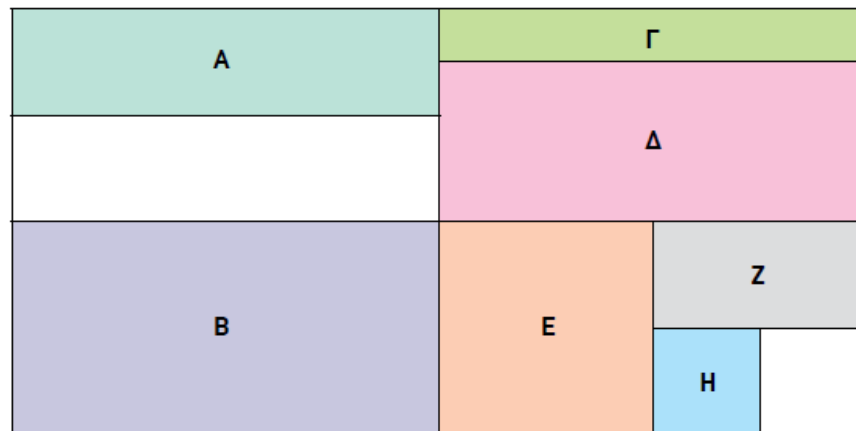
---

---

---

---

---



Να βρεις τι μέρος ολόκληρου του ορθογώνιου εκφράζουν τα σχήματα Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ και Η.

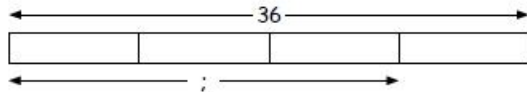
Έννοια κλάσματος, το κλάσμα σε αντιπαραβολή προς τον απόλυτο αριθμό  
Το κλάσμα ως μέρος επιφάνειας

Η καθαρότητα του χρυσού σε χρυσά κοσμήματα μετριέται με τα καράτια.



- Σε ένα κόσμημα 12 καρατιών, το  $\frac{1}{2}$  της μάζας του είναι χρυσός και το υπόλοιπο  $\frac{1}{2}$  είναι άλλα μέταλλα.
- Σε ένα κόσμημα 18 καρατιών, τα  $\frac{3}{4}$  της μάζας του είναι χρυσός και το  $\frac{1}{4}$  είναι άλλα μέταλλα.
- Ένα κόσμημα 24 καρατιών αποτελείται καθαρά από χρυσό.

(α) Να χρησιμοποιήσεις το πιο κάτω μοντέλο, για να υπολογίσεις τη μάζα του χρυσού σε ένα κόσμημα 18 καρατιών που έχει συνολική μάζα 36g. Να επεξηγήσεις τον τρόπο σκέψης σου.



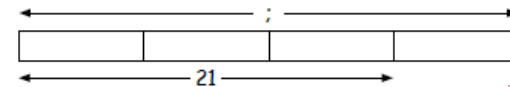
(β) Πόση είναι η μάζα των υπόλοιπων μετάλλων στο πιο πάνω κόσμημα;

(γ) Να υπολογίσεις τη μάζα του χρυσού σε:

- ένα κόσμημα 18 καρατιών που έχει μάζα 128 g

- ένα κόσμημα 12 καρατιών που έχει μάζα 270 g

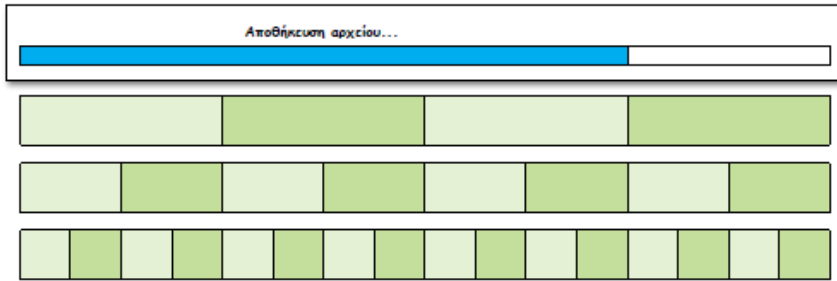
(δ) Να χρησιμοποιήσεις το μοντέλο, για να υπολογίσεις τη συνολική μάζα ενός κοσμημάτος 18 καρατιών, αν γνωρίζεις ότι η συνολική μάζα του χρυσού είναι 21 g.



(ε) Ένας τεχνίτης κοσμημάτων έχει στη ...  
τρόπο μπορεί να αξιοποιήσει τις ποσό...

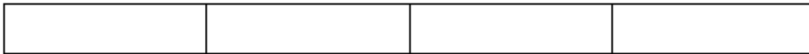
Το κλάσμα ως μέρος ποσότητας, αξιοποίηση κατάλληλων μοντέλων για υπολογισμό του κλασματικού μέρους αριθμού

Το διάγραμμα παρουσιάζει την πρόοδο της αποθήκευσης ενός αρχείου στον ηλεκτρονικό υπολογιστή.



(α) Να εκφράσεις το μέρος του αρχείου που έχει αποθηκευτεί με όσους διαφορετικούς τρόπους μπορείς.

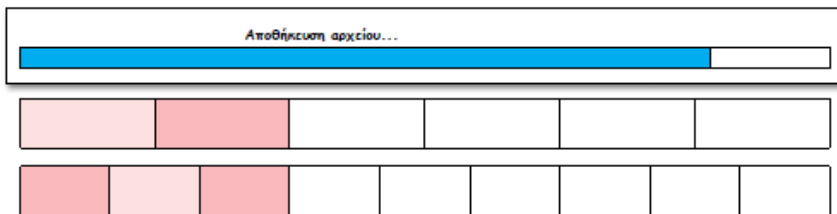
(β) Να διαχωρίσεις με κατάλληλο τρόπο την πιο κάτω ράβδο, για να παρουσιάσεις με ακόμα έναν διαφορετικό τρόπο το μέρος του αρχείου που έχει αποθηκευτεί.



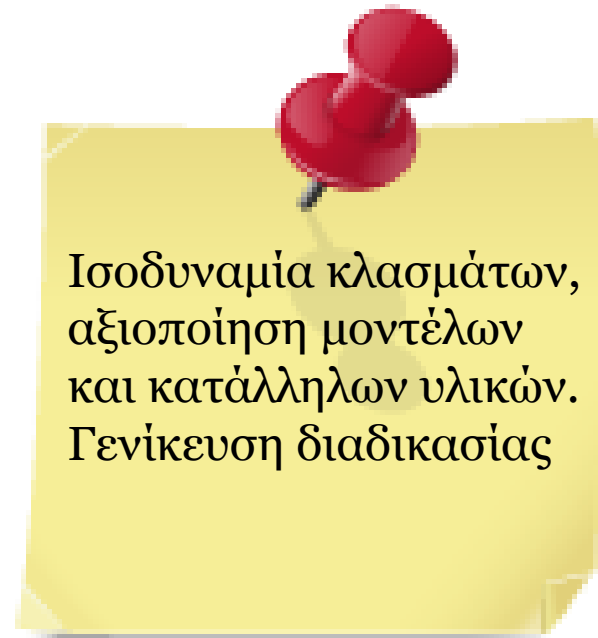
(γ) Ποια σχέση υπάρχει ανάμεσα στα πιο πάνω κλάσματα;

(δ) Αν συνέχιζες την πιο πάνω διαδικασία, ποια άλλα κλάσματα θα μπορούσες να σχηματίσεις;

(ε) Το διάγραμμα παρουσιάζει την πρόοδο αποθήκευσης ενός άλλου αρχείου.



Να εκφράσεις το μέρος του αρχείου που έχει αποθηκευτεί χρησιμοποιώντας ένα κλάσμα που βρίσκεται στην πιο απλή του μορφή.





Ένας κτηματομεσίτης διαχώρισε μια μεγάλη έκταση γης σε οκτώ μικρότερα τεμάχια. Η κάτωψη παρουσιάζει το διαχωρισμό.

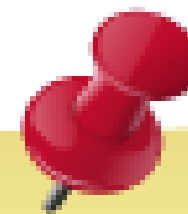


Α		Β
		Γ
Δ	Ε	Η
ΣΤ	Ζ	

- Ο κ. Γεωργίου αγόρασε τα τεμάχια Δ και Ε.
- Η κ. Αδάμου αγόρασε τα τεμάχια Α και Β.
- Ο κ. Νικολάου αγόρασε τα τεμάχια Γ, Η και Ζ.

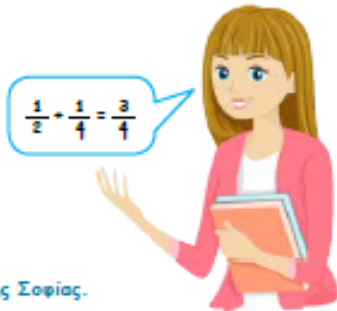
(α) Να υπολογίσεις τι μέρος ολόκληρης της έκτασης αγόρασε κάθε άτομο.

(β) Να υπολογίσεις τι μέρος ολόκληρου του τεμαχίου γης δεν πωλήθηκε.



Εισαγωγή πρόσθεσης  
ετερονύμων  
κλασμάτων. Αξιοποίηση  
δαισθητικής γνώσης  
για χρήση κοινού  
μέτρου

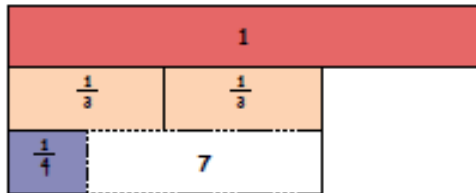
Η Σοφία χρησιμοποίησε ράβδους κλασμάτων για να αναπαραστήσει το άθροισμα  $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = v$  :



(α) Να επεξηγήσεις τον τρόπο εργασίας της Σοφίας.

(β) Γιατί η Σοφία επέλεξε τις ράβδους σε τέταρτα, για να αναπαραστήσει το άθροισμα  $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$  :

(γ) Με ποιο τρόπο μπορείς να χρησιμοποιήσεις τις ράβδους κλασμάτων για να βρεις τη διαφορά  $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = v$  . Να επεξηγήσεις.

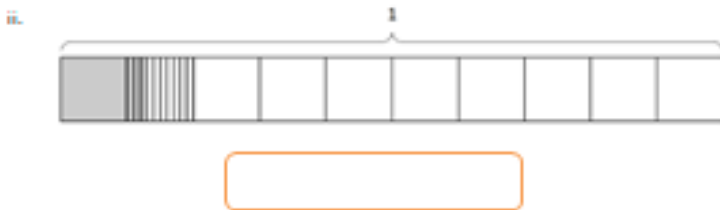
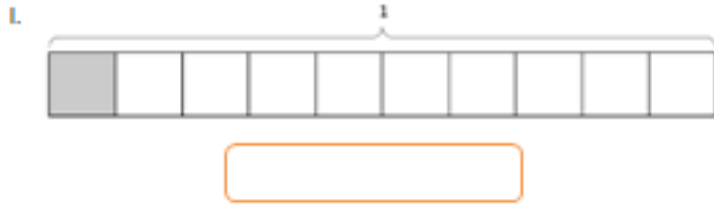


(στ) Σε ποιο συμπέρασμα καταλήγεις όσον αφορά στην πρόσθεση και αφαίρεση ετερόνυμων κλασμάτων;

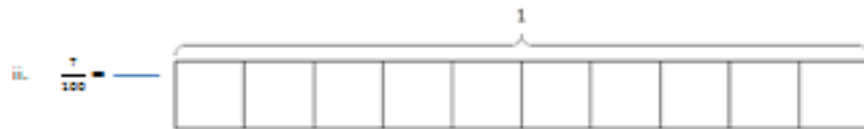
Χρήση διαφορετικών μοντέλων για αναπαράσταση καταστάσεων πρόσθεσης και αφαίρεσης ετερόνυμων κλασμάτων

## ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ

(α) Να εκφράσεις το σκιασμένο μέρος κάθε επιφάνειας, χρησιμοποιώντας κλάσματα και δεκαδικούς αριθμούς.



(β) Να σκιάσεις το μέρος που παρουσιάζει κάθε κλάσμα και να γράψεις τον αντίστοιχο δεκαδικό αριθμό.

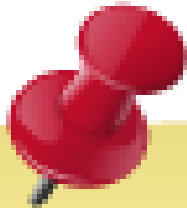


## ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ

Ο εκδότης της τοπικής εφημερίδας «Εμείς και ο κόσμος» εφαρμόζει συγκεκριμένη πολιτική σχετικά με την έκταση των ειδήσεων και των διαφημίσεων σε κάθε σελίδα της εφημερίδας.

Σελίδα	Ειδήσεις	Διαφημίσεις
Πρωτοσέλιδο	$\frac{7}{8}$	$\frac{1}{8}$
Σελίδα 2	$\frac{5}{8}$	$\frac{3}{8}$
Σελίδα 3	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$
Οπισθόφυλλο	$\frac{7}{8}$	$\frac{1}{8}$

(α) Πόσες συμπληρωμένες σελίδες θα καταλαμβάνουν οι ειδήσεις; Να επεξηγήσεις.

Εισαγωγή έννοιας  
μικτού αριθμού σε  
ρεαλιστικό πλαίσιο





# ΕΝΟΤΗΤΑ 6

## Λόγοι, αναλογίες, ποσοστά

### ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΟ ΕΝΟΤΗΤΑΣ

- Έννοια λόγου (μέρος-μέρος, μέρος-όλο, συσχέτιση με κλάσμα)
- Ίσοι λόγοι
- Προβλήματα αναλογίας
- Στρατηγικές επίλυσης προβλημάτων αναλογίας – αναγωγή στη μονάδα
- Έννοιες στατιστικής
- Έννοιες χρόνου - δευτερόλεπτο
- Ποσοστά
- Πιθανότητες

Ο πιο κάτω πίνακας παρουσιάζει τους κανονισμούς επίβλεψης για την είσοδο παιδιών σε μια πισίνα.

Ηλικία παιδιού	Κανονισμοί επίβλεψης (Παιδιά προς Ενήλικες)	Χρώμα περικαρπίου
5 χρονών και κάτω		Μπλε
6-8 χρονών		Πορτοκαλί
9-12 χρονών		Κόκκινο
12 χρονών και πάνω*		Πράσινο

\* Δεν χρειάζεται επίβλεψη, αν έχει περάσει το πρώτο επίπεδο εξέτασης στο κολύμπι.

(α) Σε ποια ηλικιακή ομάδα παιδιών αναφέρεται κάθε λόγος;

- 4 παιδιά προς 1 ενήλικα

(β) Σε ποια ηλικιακή ομάδα παιδιών αναφέρεται ο κάθε λόγος:

- Ο λόγος του αριθμού των παιδιών προς τον συνολικό αριθμό ατόμων στην πισίνα είναι 3 προς 4

- Ο λόγος του αριθμού των παιδιών προς τον συνολικό αριθμό των ατόμων είναι 4 προς 5.

Στην πισίνα έχουν κάνει εγγραφή 6 παιδιά ηλικίας 6-8 χρόνων. Πόσοι ενήλικες πρέπει να επιβλέπουν τα παιδιά στην πισίνα, σύμφωνα με τους κανονισμούς;

Να επεξηγήσεις τους κανονισμούς επίβλεψης παιδιών στην



Εισαγωγή έννοιας λόγου σε ρεαλιστικό πλαίσιο, ο λόγος ως πολλαπλασιαστική σύγκριση μέρος-μέρος και μέρος-όλο

παιδιά ηλικίας 9-12 χρόνων επιβλέπεται από 3 ενήλικες. Ποιος είναι ο μέγιστος αριθμός παιδιών στην ομάδα;

Πόσοι ενήλικες πρέπει να κάνουν ταυτόχρονα μάθημα παιδιά ηλικίας 5 χρονών και παιδιά ηλικίας 6 χρονών. Πόσοι ενήλικες πρέπει να επιβλέπουν τα παιδιά στην πισίνα είναι 4, να βρεις τον αριθμό των παιδιών

## ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ

Να βρεις ποιες από τις πιο κάτω περιγραφές αναφέρονται στην ίδια συνταγή για ανάμεικτο χυμό. Να επεξηγήσεις.



Α. Το  $\frac{1}{4}$  του χυμού είναι χυμός μήλου και το υπόλοιπο πορτοκάλι.

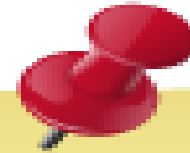
Β. Για κάθε 1 L χυμού μήλου, υπάρχουν 3 L χυμού πορτοκάλι.

Γ. Για κάθε 4 L χυμού πορτοκάλι, υπάρχει 1 L χυμού μήλου.

Δ.  $\frac{3}{4}$  του χυμού είναι χυμός πορτοκάλι και το υπόλοιπο μήλο.

Ε. Για κάθε 1 L χυμού πορτοκάλι, υπάρχουν 3 L χυμού μήλου.

Ε. Για κάθε 2 L χυμό μήλου υπάρχουν 6 L χυμό πορτοκάλι.



Συσχέτιση λόγου με κλάσμα

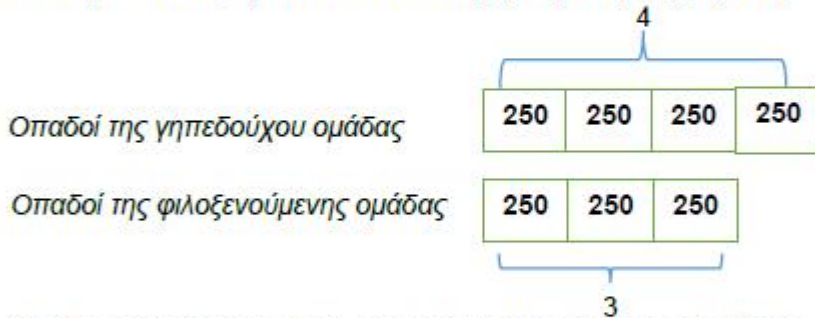
## ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ

Η ομάδα «Θύελλα» φιλοξένησε την ομάδα «Άθλος» για έναν ποδοσφαιρικό αγώνα. Ο υπεύθυνος του γηπέδου γνωρίζει τα ακόλουθα στοιχεία:

- Ο λόγος των οπαδών της γηπεδούχου ομάδας προς τους οπαδούς της φιλοξενούμενης ομάδας ήταν 4 προς 3.
- Οι οπαδοί της γηπεδούχου ομάδας ήταν 1000.



Ο Σάββας, με βάση τα πιο πάνω στοιχεία, κατασκεύασε ένα μοντέλο, για να υπολογίσει τον αριθμό των οπαδών της φιλοξενούμενης ομάδας.



(α) Να περιγράψεις τον τρόπο με τον οποίο εργάστηκε ο Σάββας.

(β) Πόσοι ήταν οι οπαδοί της φιλοξενούμενης ομάδας;

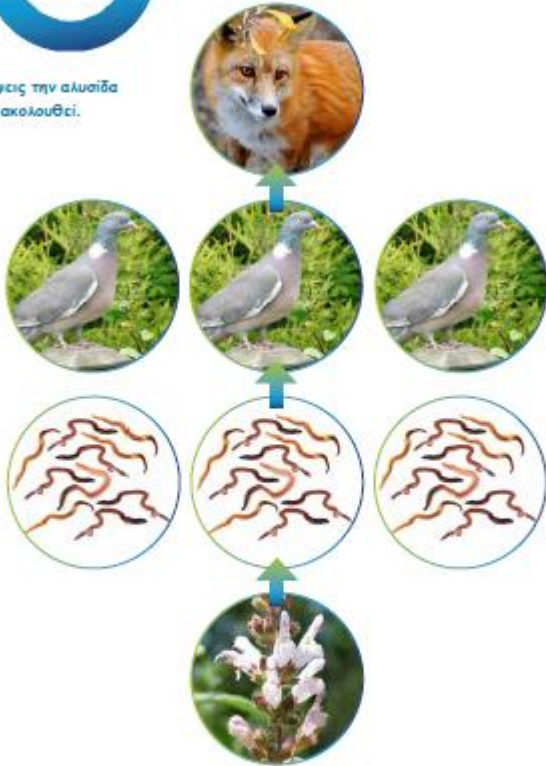
(γ) Σε έναν άλλο αγώνα της ομάδας «Θύελλα», 2 στους 6 οπαδούς που παρακολουθούσαν τον αγώνα ήταν κάτοχοι εισιτηρίων διαρκείας. Όλοι οι κάτοχοι εισιτηρίων διαρκείας ήταν 84.

Να κατασκευάσεις ένα κατάλληλο μοντέλο, για να υπολογίσεις τον αριθμό όλων των οπαδών που παρακολούθησαν τον αγώνα.

Εισαγωγή έννοιας ίσων λόγων, χρήση μοντέλων



Να περιγράψεις την αλυσίδα τροφής που ακολουθεί.



## ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ

(α) Στην πιο πάνω αλυσίδα τροφής, πόσα ζώα και φυτά υπάρχουν, αν οι αγριόγατες είναι 5;

(β) Πόσα ζώα και φυτά υπάρχουν, αν τα πουλιά είναι 90;

(γ) Αν υπάρχουν 500 μικρά φυτά:

(ι) Να υπολογίσεις τον αριθμό των άλλων ζώων της αλυσίδας τροφής.

Προβλήματα αναλογίας,  
διερεύνηση  
στρατηγικών επίλυσης  
προβλημάτων  
αναλογίας



www.shutterstock.com - 176039955



www.shutterstock.com - 18201801



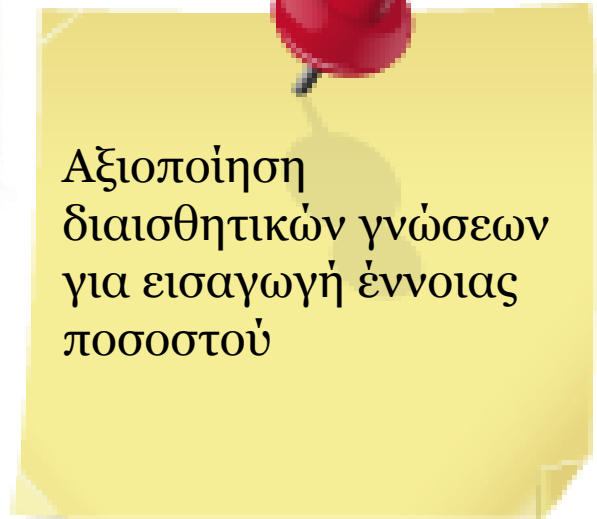
www.shutterstock.com - 54373594



www.shutterstock.com - 107386761



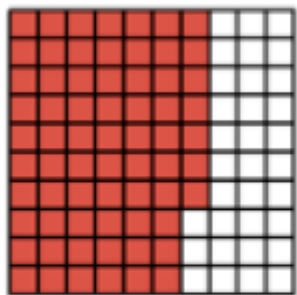
www.shutterstock.com - 111813647



(α) Να ερμηνεύσεις τα ποσοστά στις πιο πάνω περιπτώσεις.

## ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ

Ο Χάρης έγραψε τον αριθμό που παρουσιάζει το σκιασμένο μέρος σε κάθε περίπτωση.



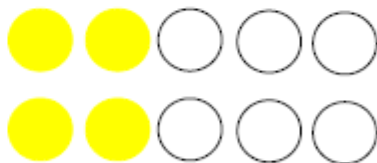
0,77



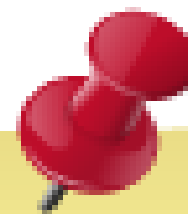
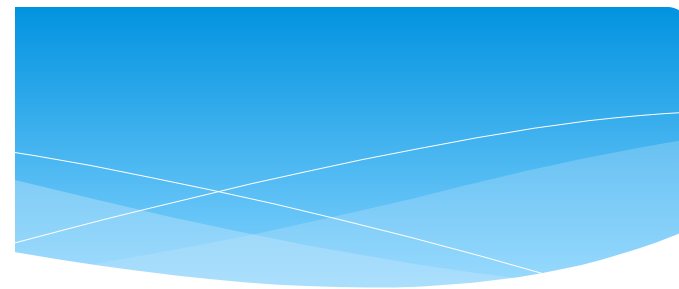
60%



εβδομήντα πέντε τοις εκατό



$\frac{4}{10}$



Χρήση διαφορετικών μοντέλων και αναπαραστάσεων, συσχέτιση με κλάσμα και δεκαδικό

## ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ

Ο υπεύθυνος πωλήσεων ενός καταστήματος παιδικού ρουχισμού, θέλει να μειώσει τις τιμές κατά τη διάρκεια των εκπτώσεων. Για το σκοπό αυτό μελετά τις πιο κάτω πληροφορίες.

(α) Να εισηγηθείς το ποσοστό της έκπτωσης σε κάθε είδος και να συμπληρώσεις τον πίνακα. Να επεξηγήσεις.

Είδος Ρούχου	Κόστος	Τιμή πώλησης	Ποσοστό έκπτωσης	Τιμή πώλησι μετά τη έκπτωσ
αθλητική φανέλα	€2	€5		
αθλητικό παντελόνι	€3	€8		
σχολικό πουκάμισο	€8	€12		
κάλτσες	€1	€4		

Αξιοποίηση ποσοστού σε ρεαλιστικές καταστάσεις



www.shutterstock.com · 245353216

## ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ

Η κυκλική γραφική παράσταση παρουσιάζει τα αποτελέσματα μιας εκλογικής αναμέτρησης στην οποία καταμετρήθηκαν 5000 ψήφοι.

Τα αποτελέσματα της εκλογικής αναμέτρησης



(α) Είσαι ένας πολιτικός αναλυτικός και θα σχολιάσεις τα αποτελέσματα της εκλογικής αναμέτρησης στο βραδινό δελτίο ειδήσεων ενός τηλεοπτικού σταθμού, χρησιμοποιώντας ποσοστά. Να χρησιμοποιήσεις τις πιο πάνω πληροφορίες, για να ετοιμάσεις το κείμενο που θα παρουσιάσεις.

---

---

---

---

---

Επεξεργασία



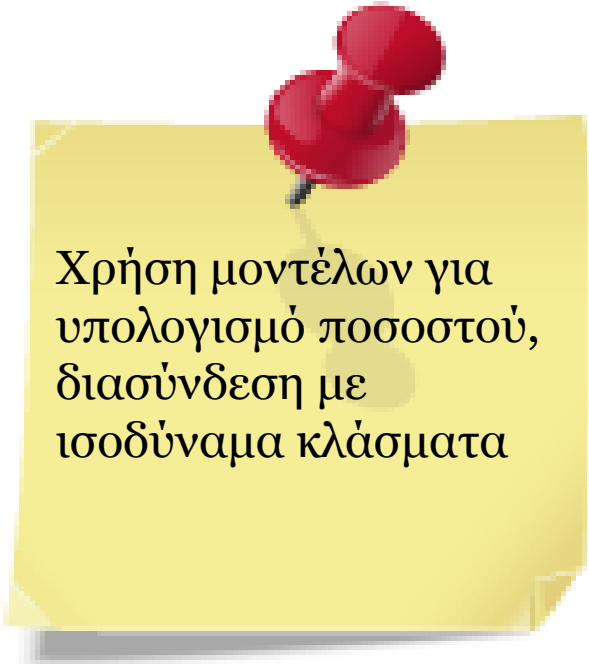
2.

Η Δανάη απάντησε σωστά σε τέσσερις από τις πέντε ερωτήσεις ενός παιχνιδιού γνώσεων. Τι ποσοστό των ερωτήσεων απάντησε σωστά η Δανάη;

(α) Ο Θάνος χρησιμοποίησε το πιο κάτω μοντέλο για να λύσει το πρόβλημα. Να επεξηγήσεις τον τρόπο με τον οποίο εργάστηκε ο Θάνος.



$$\frac{4}{5} = \frac{80}{100} = 80\%$$

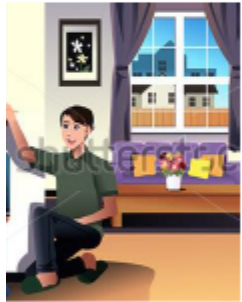


Χρήση μοντέλων για  
υπολογισμό ποσοστού,  
διασύνδεση με  
ισοδύναμα κλάσματα

## ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ

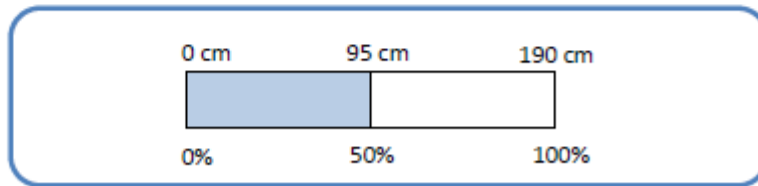
Η Θεοδώρα βρήκε σε ένα βιβλίο έναν παλιό τρόπο υπολογισμού του ύψους που θα έχει ένα παιδί όταν ενηλικιωθεί, με βάση το ύψος του σε διάφορες παιδικές ηλικίες.

Ποσοστό ύψους								
Ηλικία (χρόνια)	2	4	6	8	10	12	14	16
Αγόρια	50%	60%	67%	75%	80%	85%	92%	99%
Κορίτσια	55%	65%	70%	78%	86%	95%	99%	100%

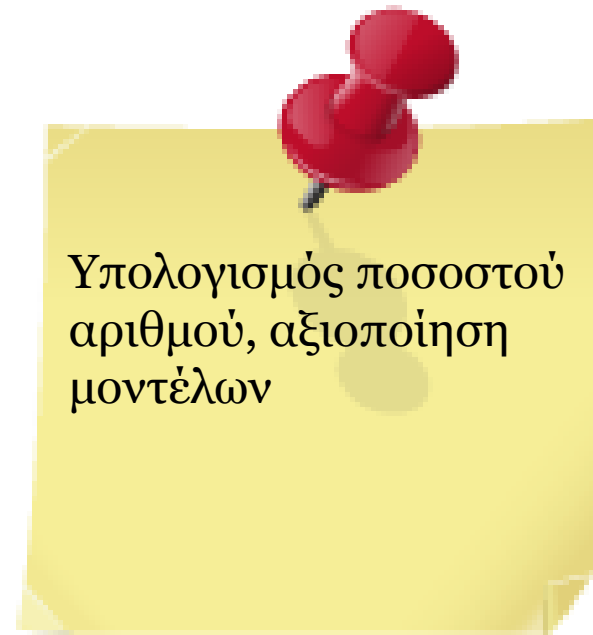


www.shutterstock.com · 188569295

(α) Ο δίχρονος αδερφός της Θεοδώρας έχει ύψος 95 εκατοστά. Με βάση τον πίνακα, η Θεοδώρα υπολόγισε το ύψος που θα έχει ο αδερφός της όταν ενηλικιωθεί. Με ποιο τρόπο εργάστηκε; Να επεξηγήσεις.



(β) Η Θεοδώρα είναι 16 χρονών και έχει ύψος 1,74 m. Πόσο περίπου θα είναι το ύψος της όταν ενηλικιωθεί με βάση τον πίνακα;



## ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ 2

Ο Δημήτρης θα κάνει ένα πείραμα. Έχει μια σακούλα που περιέχει κάρτες με αριθμούς από το 1 μέχρι το 20. Ο κάθε αριθμός παρουσιάζεται μόνο μία φορά. Θα τραβήξει μια κάρτα από τη σακούλα.

(α) Ποιο είναι το σύνολο των δυνατών αποτελεσμάτων του πειράματος;

(β) Να υπολογίσεις την πιθανότητα ο αριθμός που θα τραβήξει ο Δημήτρης να είναι άρτιος αριθμός.

$$\frac{\text{Σύνολο άρτιων αριθμών}}{\text{Σύνολο δυνατών αποτελεσμάτων}} = \frac{\square}{\square}$$

(γ) Πιο κάτω παρουσιάζονται μερικά από τα δυνατά αποτελέσματα στο πείραμα του Δημήτρη.

- A. Ο αριθμός θα είναι άρτιος.
- B. Το άθροισμα των ψηφίων του αριθμού θα είναι 12.
- Γ. Ο αριθμός θα είναι είτε 1 είτε 2.
- Δ. Ο αριθμός θα διαιρείται με το 5.
- E. Ο αριθμός θα είναι μεγαλύτερος από 16.
- ΣΤ. Ο αριθμός θα είναι μικρότερος από 16.

Να υπολογίσεις την πιθανότητα να συμβεί καθένα από τα πιο πάνω δυνατά αποτελέσματα του πειράματος.

Σίγουρο να

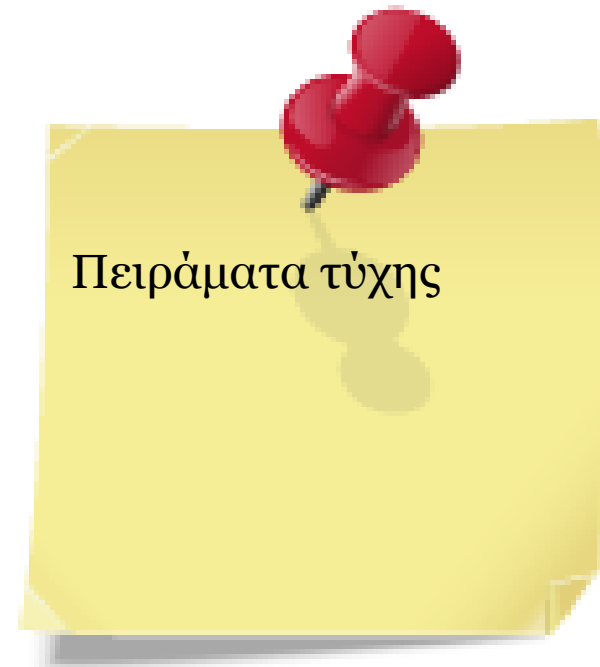
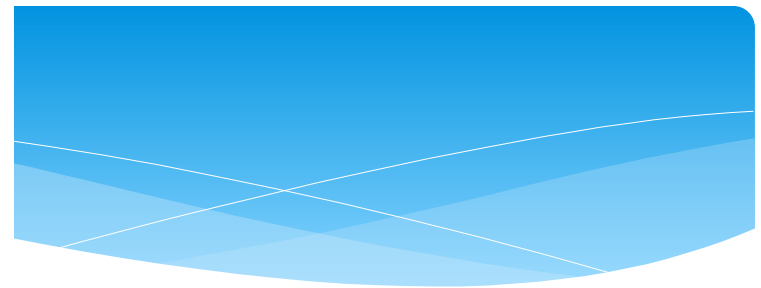
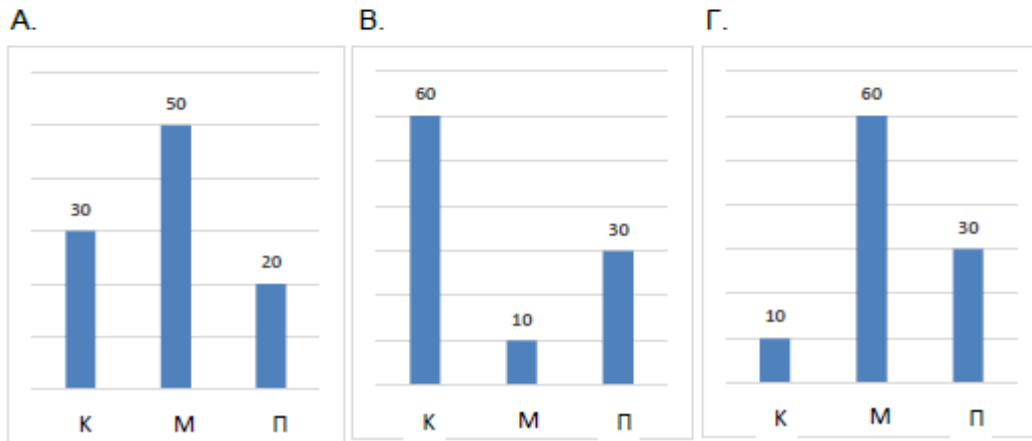


## ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ



Κάθε γραφική παράσταση παρουσιάζει τα αποτελέσματα ενός πειράματος με τους πιο πάνω τροχούς τύχης.

Ποιος τροχός αντιστοιχεί σε κάθε γραφική παράσταση; Να επεξηγήσεις.





# ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΝΕΩΝ ΑΝΑΛΥΤΙΚΩΝ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΩΝ ΤΩΝ ΤΑΞΕΩΝ Α΄, Β΄, Γ΄, Δ΄ & Ε΄

Ιστοσελίδα: <http://www.schools.ac.cy>

- Πρόγραμμα Σπουδών Μαθηματικών
- Οδηγοί Εκπαιδευτικού Δημοτικής Εκπαίδευσης (τάξεις Α΄- Ε΄)
- Ενδεικτική οργάνωση της ύλης (τάξεις Α΄- Ε΄)
- Οδηγοί ενοτήτων (τάξεις Α΄- Ε΄)
- Εκπαιδευτικό υλικό (τάξεις Α΄- Ε΄)

# ΔΟΜΗΣΗ ΟΔΗΓΟΥ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟΥ

- Δείκτες
  - Ενδεικτική οργάνωση μαθημάτων
  - Σημεία προσοχής
  - Τεχνολογία
- \*Υπάρχει μόνο σε ηλεκτρονική μορφή

# ΔΟΜΗΣΗ ΣΧΟΛΙΚΟΥ ΕΓΧΕΙΡΙΔΙΟΥ

1. Εξερεύνηση
2. Διερεύνηση
3. Δραστηριότητες
4. Δραστηριότητες Εμπλουτισμού: Υπάρχουν στο τέλος κάθε ενότητας - Διαβαθμισμένες με βάση την έννοια που διδάσκεται