



# Αναλυτικό Πρόγραμμα Μαθηματικών

## Δείκτες Επιτυχίας και Δείκτες Επάρκειας

### Νέο Διδακτικό Υλικό

Κωνσταντίνος Χρίστου  
Ρίτα Παναούρα  
Δήμητρα Πίττα-Πανταζή  
Μάριος Πιττάλης

Σεπτέμβριος 2016

**Συγγραφική ομάδα:**

Αθανασίου Χρύσω  
Δεληγιάννη Ελένη  
Μάκη-Παναούρα Γεωργία  
Παντζιαρά Μαριλένα  
Σιακαλλή Μύρια  
Χειμωνή Μαρία

**Ακαδημαϊκοί Συνεργάτες  
για Δημοτική και Μέση Εκπαίδευση:**

Χρίστου Κωνσταντίνος, Πανεπιστήμιο Κύπρου  
Βίδρας Αλέκος, Πανεπιστήμιο Κύπρου  
Παναούρα Ρίτα, Πανεπιστήμιο Frederick  
Παπαγεωργίου Ελένη, Παιδαγωγικό Ινστιτούτο  
Πίττα-Πανταζή Δήμητρα, Πανεπιστήμιο Κύπρου  
Πιττάλης Μάριος, Πανεπιστήμιο Κύπρου

**Συντονιστής Πρώτος Λειτουργός Εκπαίδευσης:**

Χαμπιαούρης Κώστας

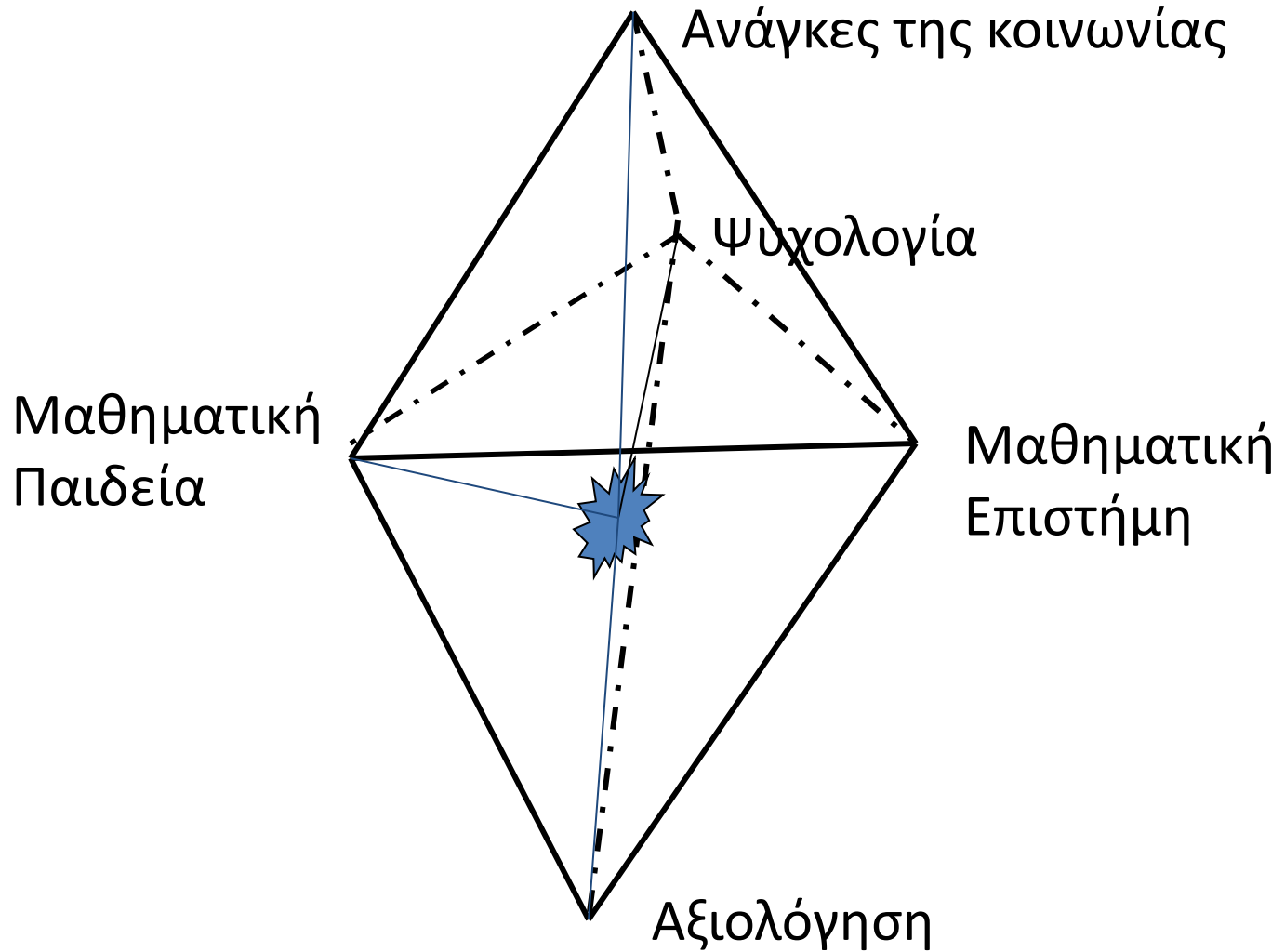
**Επιθεωρητές Ενδοτμηματικής  
Επιτροπής Μαθηματικών :**

Χαμπιαούρης Κώστας, Πρόεδρος  
Χαριδήμου Κυριάκος, Αντιπρόεδρος  
Σιμητρά - Κωνσταντίνου Ανδρούλα, Γραμματέας  
Βούρια Λουκία, Μέλος  
Δημοσθένους Χρίστος, Μέλος  
Ζαμπακίδου Αναστασία, Μέλος  
Ιακώβου Πόπη, Μέλος  
Παπακώστα Μαρία, Μέλος  
Χρίστου Ανδρούλα, Μέλος

**Σύμβουλοι Μαθηματικών:**

Καψάλης Χαράλαμπος  
Μάρκου Άντρη  
Σεργίου Σέργιος  
Στεφάνου Λάμπρος

# Παράγοντες Σχεδιασμού

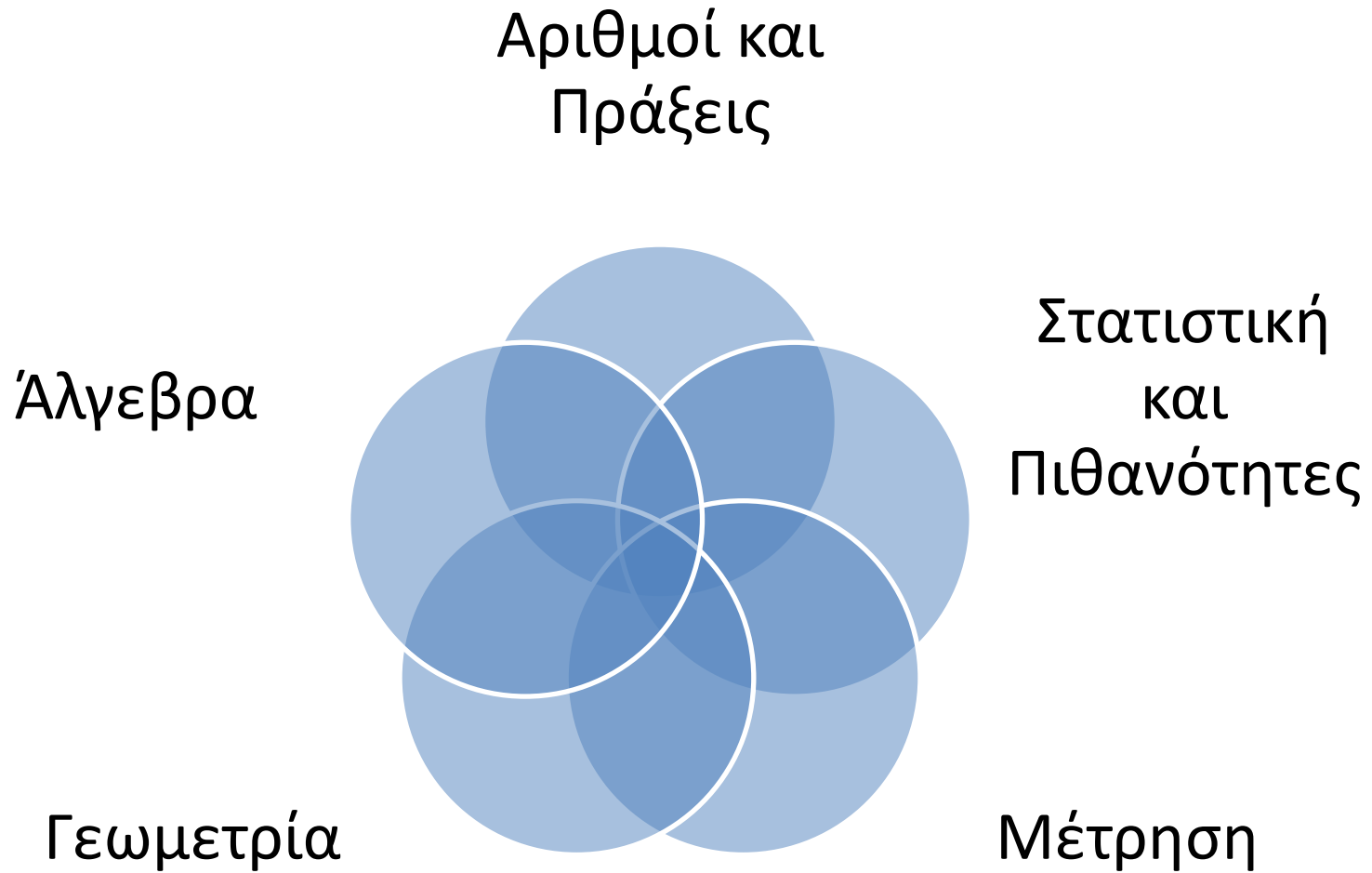


- Ένα αναλυτικό που να προσφέρει τη δυνατότητα στους μαθητές να αποκτήσουν τις ικανότητες που θα τους προετοιμάζουν
  - με επιτυχία για τις μελλοντικές σπουδές τους,
  - στο μελλοντικό τους επάγγελμα
  - για την αποτελεσματική συμμετοχή τους στο κοινωνικό σύνολο.
- Ομορφιά των μαθηματικών, αναγνώριση της δύναμής τους και της συμβολής τους στον πολιτισμό.

# «περισσότερη ή λιγότερη» ύλη;

- Το θέμα του αναλυτικού δεν είναι αν θα διδάξουμε πιο πολλά ή λιγότερα. Το θέμα είναι καλύτερη διδασκαλία.
- Το θέμα είναι πού δίνεται η έμφραση, πώς οργανώνεται το περιεχόμενο των μαθηματικών και πώς επιτυγχάνεται η μάθηση.
- Έννοιες και διαδικασίες κλειδιά, που υποστηρίζουν τη μάθηση σε όλα τα επίπεδα και τάξεις.
- Κατανόηση σημαντικού περιεχομένου και διαδικασιών.

# Διασύνδεση θεμάτων και περιεχομένου



# Δομή Αναλυτικού

1. Αριθμοί
2. Μέτρηση
3. Γεωμετρία
4. Άλγεβρα
5. Στατιστική -  
Πιθανότητες

Διαδικασίες  
Ικανότητες

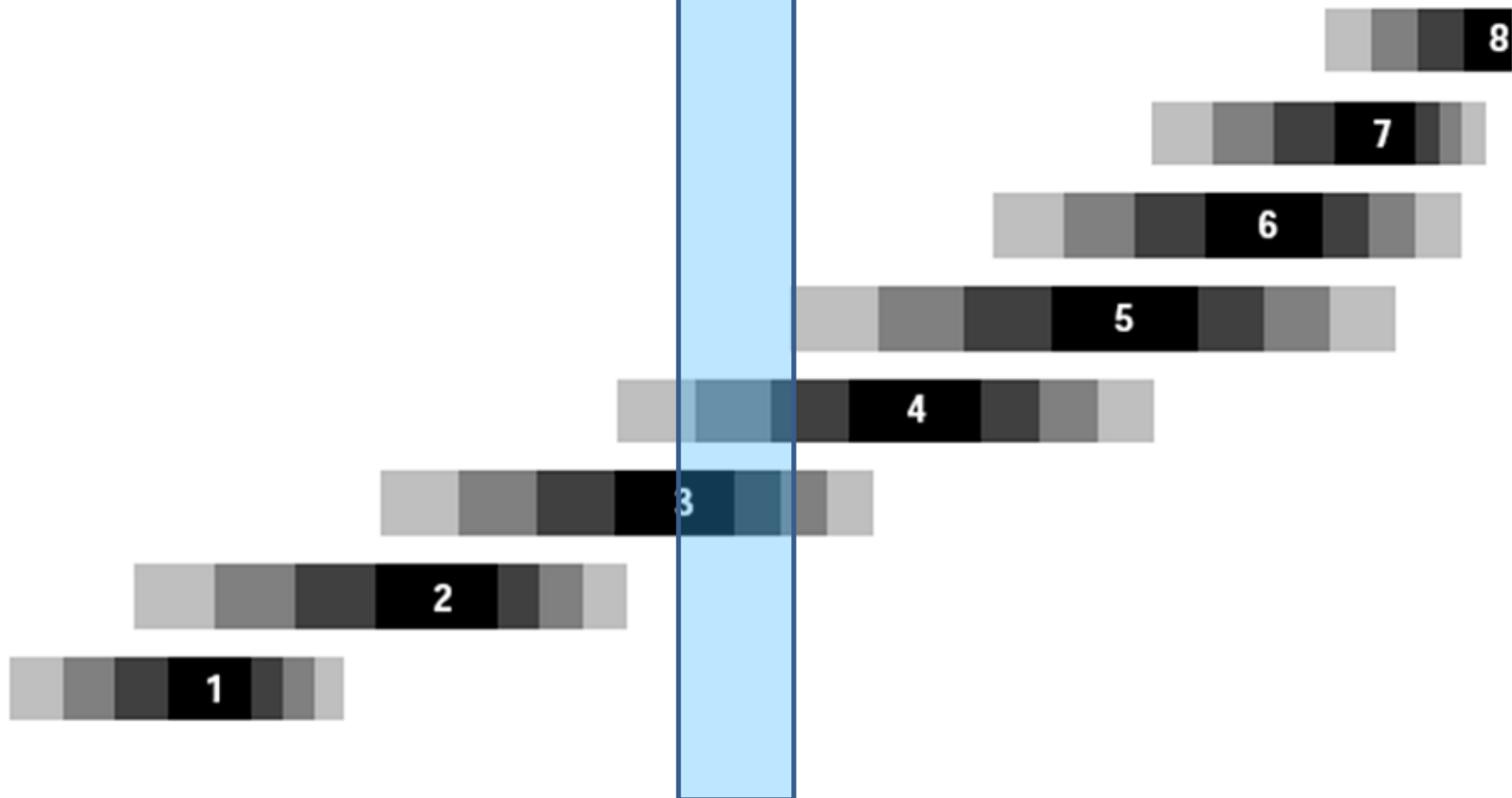
Κάθε ενότητα  
περιγράφεται  
σε 8 κλίμακες

Κάθε κλίμακα  
καλύπτεται σε  
περισσότερες  
από μία τάξεις

- Οι κλίμακες περιγράφουν συνοπτικά τα Μαθηματικά που αναμένεται να αναπτύξουν οι μαθητές.
- Οι κλίμακες σε κάθε ενότητα είναι ιεραρχικά δομημένες, προχωρούν προοδευτικά.
- Οι κλίμακες δεν είναι απόλυτα διακριτές.
- Οι κλίμακες δίνουν την ευκαιρία στους εκπαιδευτικούς να έχουν συνολική εικόνα των Μαθηματικών.



N	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----



# Τι περιλαμβάνουν οι κλίμακες;

1. Δείκτες επιτυχίας
2. Ενδεικτικές δραστηριότητες
3. Ενδεικτικές δραστηριότητες αξιολόγησης
4. Δραστηριότητες εμπλουτισμού

# Δείκτες Επιτυχίας

- Οι δείκτες επιτυχίας εκφράζουν τα **αναμενόμενα αποτελέσματα** με συγκεκριμένο και σαφή τρόπο και με τρόπο που μπορούν να αξιολογηθούν.
- Περιλαμβάνουν **γνώσεις, δεξιότητες και στάσεις**.
- Περιγράφουν αποτελέσματα που έχουν αξία για το άτομο και την κοινωνία.
- Περιγράφουν **έννοιες που είναι σημαντικές** όχι μόνο για τους μαθηματικούς, αλλά και για όλους τους μαθητές/τριες .

# Κλίμακες και Δείκτες Επιτυχίας

## ΕΝΟΤΗΤΕΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΟΥ

- Αριθμοί (Αρ)
- Άλγεβρα (Α)
- Γεωμετρία (Γ)
- Μέτρηση (Μ)
- Στατιστική - Πιθανότητες (ΣΠ)

## ΑΡΙΘΜΗΣΗ ΔΕΙΚΤΩΝ

Αρ 2.12

Α 1.4

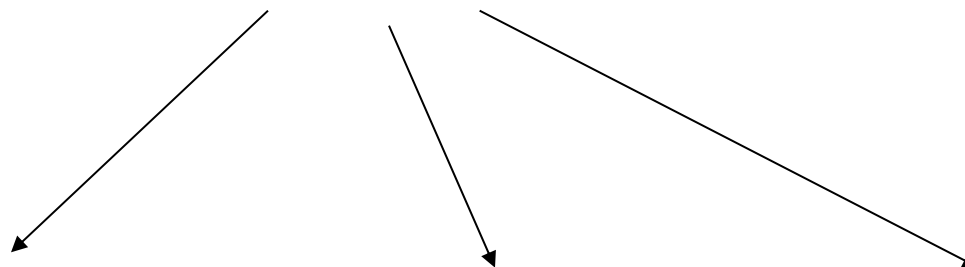
Γ 3.12

Μ1.2

ΣΠ 3.8

ΕΠΕΞΗΓΗΣΗ

**Μ 1.2**



Αναφέρεται στην ενότητα περιεχομένου (Μέτρηση)

Αναφέρεται στην Κλίμακα (1)

Αναφέρεται στον Δείκτη (2)

# Προοδευτική εξέλιξη δεικτών επιτυχίας

**Κλ. 1**

Αναγνωρίζουν, ονομάζουν, περιγράφουν και ταξινομούν δισδιάστατα σχήματα ανεξάρτητα από το μέγεθος και τον προσανατολισμό τους.

**Κλ. 2**

Ονομάζουν, περιγράφουν, συγκρίνουν, αναλύουν, ταξινομούν και κατασκευάζουν ευθύγραμμα σχήματα με βάση τις γωνίες και τις πλευρές τους, με διάφορα μέσα και λογισμικά.

**Κλ. 3**

Αναλύουν, ταξινομούν και κατασκευάζουν δισδιάστατα και τρισδιάστατα σχήματα με βάση τις ιδιότητές τους με διάφορα μέσα και λογισμικά.

**Κλ. 4**

Αναγνωρίζουν, περιγράφουν και κατασκευάζουν δισδιάστατα και τρισδιάστατα σχήματα, γωνίες, παράλληλες και κάθετες ευθείες.

# Δείκτες Επάρκειας

- Τι πρέπει να διδαχθεί ο μαθητής, για να επιτύχει τα καθορισμένα Μαθησιακά Αποτελέσματα.
- Όλα όσα πρέπει να διδάξουμε ή/και έπρεπε να γνωρίζει ο μαθητής, για να επιτύχει τον Δείκτη Επιτυχίας.
- Δραστηριότητες που θα αναπτύξει ο εκπαιδευτικός στην τάξη

- ΣΚΑΛΟΠΑΤΙΑ μάθησης, ιεραρχίες ή προαπαιτούμενη γνώση, για να επιτευχθεί ο Δείκτης Επιτυχίας.

# Βασικές Επιδιώξεις Δεικτών Επάρκειας

1. Ανάδειξη εννοιών στις οποίες θα πρέπει να δοθεί περισσότερη **έμφαση** στη διδασκαλία – Πυξίδα για τους εκπαιδευτικούς ώστε να εξοικονομηθεί πολύτιμος διδακτικός χρόνος
2. Διασφάλιση συνοχής και διασύνδεσης μαθηματικών εννοιών εντός και μεταξύ τάξεων
3. Διασφάλιση ισορροπίας μεταξύ εννοιολογικής κατανόησης, διαδικαστικής επάρκειας και εφαρμογών

## ■ Να μελετήσετε το απόσπασμα από το Αναλυτικό Πρόγραμμα της Στ΄ τάξης.

Δυνάμεις																																																				
<p><b>21. (Αρ4.2)</b> Επεξηγούν την έννοια της δύναμης <math>a^n</math>, διαβάζουν και γράφουν δυνάμεις.</p> <p><b>Νέες Έννοιες:</b></p> <p>✓ Έννοια δύναμης</p>	<p>21.1 Κατανοήσουν την έννοια της δύναμης <math>a^n</math>, διαβάζουν και γράφουν δυνάμεις.</p> <p><b>Νέες Έννοιες:</b></p> <p>✓ Έννοια δύναμης</p>	<p><b>Παραδείγματα έννοιας δύναμης, ανάγκης και γραφής δυνάμεων:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Να συμπληρώσεις τον πίνακα.</li> </ul> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Αριθμός</th> <th>Αριθμός σε γινόμενο ίσων αριθμών</th> <th>Δύναμης συμβολισμού</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>2</td> <td>2</td> <td><math>2^1</math></td> </tr> <tr> <td>4</td> <td><math>2 \cdot 2</math></td> <td><math>2^2</math></td> </tr> <tr> <td>8</td> <td><math>2 \cdot 2 \cdot 2</math></td> <td><math>2^3</math></td> </tr> <tr> <td>16</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>32</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>64</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>128</td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Να συμπληρώσεις. (α) <math>6 \cdot 6 \cdot 6 = 6^{\square}</math> (β) <math>8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 = 8^{\square}</math></li> <li>• Να γράψεις τις δυνάμεις ως γινόμενα. (γ) <math>4^4 = \square</math> (δ) <math>9^2 = \square</math></li> </ul>	Αριθμός	Αριθμός σε γινόμενο ίσων αριθμών	Δύναμης συμβολισμού	2	2	$2^1$	4	$2 \cdot 2$	$2^2$	8	$2 \cdot 2 \cdot 2$	$2^3$	16			32			64			128			<p><b>ΜΠ2 Ποσοτική και αφηρημένη σκέψη</b></p> <p>Κατανοώ τη σημασία των ποσοτήτων και έμφαση στην μετάφραση από μια μορφή αναπαράστασης σε μια άλλη.</p> <p><b>Παράδειγμα:</b> Να συμπληρώσεις τον πίνακα στο παράδειγμα.</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Αριθμός</th> <th>Αριθμός σε γινόμενο ίσων παραγόντων</th> <th>Αριθμός γραμμένος σε δύναμη</th> <th>ι</th> <th>δ</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>16</td> <td><math>2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2</math></td> <td><math>2^4</math></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>25</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td><math>3 \cdot 3 \cdot 3</math></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td>ι</td> <td>δ</td> </tr> </tbody> </table>	Αριθμός	Αριθμός σε γινόμενο ίσων παραγόντων	Αριθμός γραμμένος σε δύναμη	ι	δ	16	$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$	$2^4$			25						$3 \cdot 3 \cdot 3$							ι	δ
Αριθμός	Αριθμός σε γινόμενο ίσων αριθμών	Δύναμης συμβολισμού																																																		
2	2	$2^1$																																																		
4	$2 \cdot 2$	$2^2$																																																		
8	$2 \cdot 2 \cdot 2$	$2^3$																																																		
16																																																				
32																																																				
64																																																				
128																																																				
Αριθμός	Αριθμός σε γινόμενο ίσων παραγόντων	Αριθμός γραμμένος σε δύναμη	ι	δ																																																
16	$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$	$2^4$																																																		
25																																																				
	$3 \cdot 3 \cdot 3$																																																			
			ι	δ																																																

			<p>Απαντώ στις ερωτήσεις:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Πώς θα εκφράσω τον κάθε αριθμό σε γινόμενο ίσων παραγόντων;</li> <li>• Πώς θα μετατρέψω το γινόμενο αυτό σε δύναμη;</li> <li>• Πώς διαβάζω έναν αριθμό που είναι γραμμένος σε δύναμη;</li> </ul>
21.2	<p>Υπολογίζουν δυνάμεις με εκθέτη φυσικό αριθμό.</p> <p><b>Προσπειτούμενες Γνώσεις:</b></p> <p>✓ Έννοια δύναμης</p> <p><b>Νέες Έννοιες:</b></p> <p>✓ Υπολογισμός δύναμης</p>	<p><b>Παράδειγμα υπολογισμού δύναμης με εκθέτη φυσικό αριθμό:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Να υπολογίσεις τις δυνάμεις. (α) <math>7^2</math> (β) <math>2^4</math> (γ) <math>5^3</math> (δ) <math>3^4</math> στο τετράγωνο</li> </ul>	<p><b>ΜΠ1 Κατανόηση μέσω προβλήματος</b></p> <p>Διαβάζω το πρόβλημα, σκέφτομαι πώς θα το λύσω και ελέγχω την λογικότητα της απάντησής μου.</p> <p><b>Παράδειγμα:</b> Η Φανή έστειλε ένα ηλεκτρονικό μήνυμα σε τέσσερις φίλες της. Οι τέσσερις φίλες της το έστειλαν σε άλλα τέσσερα κορίτσια η κάθε μια, τα οποία το έστειλαν σε άλλα τέσσερα κορίτσια το καθένα. Πόσα άτομα πήραν συνολικά το ηλεκτρονικό μήνυμα της Φανής; Να εξηγήσεις.</p> <p>Απαντώ στις ερωτήσεις:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Πώς μπορώ να βρω πόσα άτομα πήραν το μήνυμα της Φανής;</li> <li>• Ποια μαθηματική πρόταση θα με βοηθήσει να βρω την απάντηση;</li> </ul>
21.3	<p>Εκφράζουν ακέραιους αριθμούς (που είναι πολλαπλάσια του 10) σε μορφή δύναμης με βάση το 10.</p>	<p><b>Παράδειγμα υπολογισμού δυνάμεων και έκφρασης αριθμών σε μορφή δύναμης:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Να γράψεις τους αριθμούς που αναφέρονται στις παρακάτω πληροφορίες, με τη βοήθεια</li> </ul>	



ΓΝΩΣΤΙΚΟ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ)

ΤΑΞΗ: Στ' ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ

**ΔΕΙΚΤΕΣ  
ΕΠΙΤΥΧΙΑΣ  
ΜΑΘΗΣΙΑΚΑ  
ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ**

**ΔΕΙΚΤΕΣ ΕΠΑΡΚΕΙΑΣ  
ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΑ ΔΙΔΑΚΤΕΑ  
ΔΕΙΓΜΑΤΙΚΕΣ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ**

*Οι μαθητές και οι μαθήτριες να είναι σε θέση να:*

*Διδακτέα: Πληροφορίες, Έννοιες, Δεξιότητες, Στρατηγικές / Τρόπος Σκέψης*

*Επίπεδο Δραστηριοτήτων*

*Μαθηματικές Πρακτικές*

*Ο εκπαιδευτικός αναπτύσσει δραστηριότητες, ώστε οι μαθητές και οι μαθήτριες να είναι σε θέση να:*

*Παραδείγματα*

**Κατασκευή  
ευθύγραμμου  
τμήματος**

**1.(Γ4.2)**  
Κατασκευάζουν το ύψος, τη διάμεσο και τη διχοτόμο τριγώνων και παρατηρούν τα χαρακτηριστικά σημεία του τριγώνου (κέντρο βάρους, έγγεντρο, ορθόκεντρο).

1.1 Αναγνωρίζουν τα δευτερεύοντα στοιχεία του τριγώνου (ύψος, διάμεσος, διχοτόμος) και να κατασκευάζουν το ύψος και τη διάμεσο τριγώνων.

**Προαπαιτούμενες Γνώσεις:**

✓ Σημείο, ευθεία,

**Παράδειγμα κατασκευής του ύψους, της διαμέσου και της διχοτόμου τριγώνων:**

- Να κατασκευάσεις τη διάμεσο και το ύψος στο τρίγωνο από την κορυφή Α στην πλευρά ΒΓ.

**ΜΠ5 Στρατηγική χρήση εργαλείων**

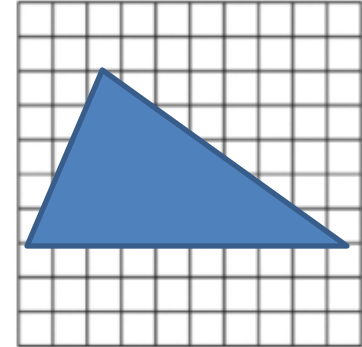
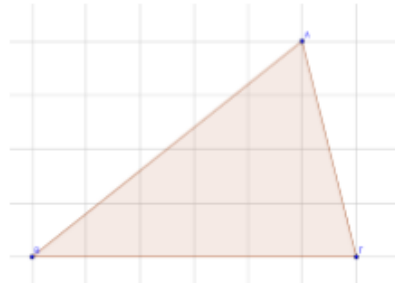
*Χρησιμοποιώ τα εργαλεία των μαθηματικών (χάρακας, γνώμονας) για να εμβαθύνω στην κατανόηση των μαθηματικών εννοιών.*

**Παράδειγμα:** Να φέρεις το ύψος σε κάθε μια από τις πλευρές του πιο κάτω τριγώνου, χρησιμοποιώντας τον χάρακα και τον γνώμονα.

ημιευθεία,  
ευθύγραμμο τμήμα

**Νέες Έννοιες:**

- ✓ Δευτερεύοντα στοιχεία τριγώνου: ύψος, διάμεσος και διχοτόμος



Τι παρατηρείς;

Απαντώ στις ερωτήσεις:

- Πότε ένα ευθύγραμμο τμήμα είναι ύψος ενός τριγώνου;
- Πώς χρησιμοποιώ τον χάρακα και τον γνώμονα για να κατασκευάσω το ύψος ενός τριγώνου;

# Αντιστοίχιση δεικτών επιτυχίας-επάρκειας

Πράξεις αριθμών				
7.(Αρ3.13) Αναπτύσσουν και εφαρμόζουν αλγόριθμους των τεσσάρων πράξεων με ακέραιους αριθμούς, χρησιμοποιώντας ποικιλία στρατηγικών, μέσων και αναπαραστάσεων.	7.1	<p>Εκτελούν με ευχέρεια αλγόριθμους πρόσθεσης, αφαίρεσης και πολλαπλασιασμού.</p> <p><b>Νέες Έννοιες:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Αλγόριθμοι πρόσθεσης, αφαίρεσης και πολλαπλασιασμού</li> </ul>	<p><b>Παράδειγμα εκτέλεσης αλγόριθμων πρόσθεσης, αφαίρεσης και πολλαπλασιασμού:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Να εκτελέσεις τις πράξεις κατακόρυφα.</li> </ul> <p>(α) <math>5432 - 2845</math></p> <p>(β) <math>12\,978 + 6532</math></p> <p>(γ) <math>683 \cdot 48</math></p>	
	7.2	<p>Κατανοήσουν την έννοια της Ευκλείδειας Διαίρεσης ως τη σχέση που συνδέει τους όρους μιας διαίρεσης, με διαιρέτη, διαιρετέο, πηλίκο και υπόλοιπο στους φυσικούς αριθμούς.</p> <p><b>Προαπαιτούμενες Γνώσεις:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Έννοια ατελούς διαίρεσης</li> </ul> <p><b>Νέες Έννοιες:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Έννοια Ευκλείδειας Διαίρεσης</li> </ul>	<p><b>Παράδειγμα έννοιας Ευκλείδειας Διαίρεσης:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Αν γνωρίζεις ότι <math>78 = 6 \cdot 12 + 6</math> να γράψεις:</li> </ul> <p>Τον διαιρετέο: _____</p> <p>Τον διαιρέτη: _____</p> <p>Το υπόλοιπο: _____</p> <p>Το πηλίκο: _____</p>	

Ανάλυση Δείκτη  
Επιτυχίας σε  
Επιμέρους Δείκτες  
Επάρκειας

7.3 Εφαρμόζουν τον κατακόρυφο αλγόριθμο της διαίρεσης (όλες οι περιπτώσεις) και επαληθεύουν την απάντησή τους εφαρμόζοντας την Ευκλείδεια Διαίρεση.

**Προαπαιτούμενες Γνώσεις:**

- ✓ Κατακόρυφος αλγόριθμος πολλαπλασιασμού και διαίρεσης

**Νέες Έννοιες:**

- ✓ Κατακόρυφος αλγόριθμος διαίρεσης (όλες οι περιπτώσεις) και αξιοποίηση ευκλείδειας διαίρεσης για επαλήθευση

**Παράδειγμα εφαρμογής του κατακόρυφου αλγόριθμου της διαίρεσης και επαλήθευσης της απάντησης με εφαρμογή της Ευκλείδειας Διαίρεσης:**

- Να εκτελέσεις τη διαίρεση και να επαληθεύσεις την απάντησή σου, όπως στο παράδειγμα.

Παράδειγμα:  $475 \div 41$

Υπολογισμός:

$$\begin{array}{r} \phantom{11} \\ 41 \overline{) 475} \\ \underline{- 41} \phantom{0} \\ 65 \\ \underline{- 41} \\ 24 \end{array}$$



Επαλήθευση:

$$(11 \cdot 41) + 24 = 475$$

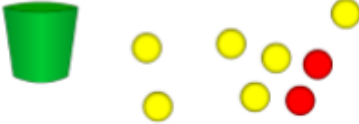
(α)  $2458 \div 17$

(β)  $6084 \div 12$

# Παράδειγμα: Στ' τάξη – Αριθμοί & Πράξεις, Υποενότητα: Λόγοι-Αναλογίες

Λόγοι και αναλογίες	Δείκτες Επάρκειας			
<p><b>15.(Αρ4.8)</b> Διερευνούν την έννοια του λόγου, διακρίνουν δύο ανάλογα και δύο μη ανάλογα ποσά και αναφέρουν τότε μια σχέση αφορά ευθέως ανάλογα ή αντιστρόφως ανάλογα ποσά.</p>  <p><b>Δείκτες Επιτυχίας</b></p>	<p>15.1</p>	<p>Κατανοήσουν την έννοια του λόγου ως μια πολλαπλασιαστική σχέση μεταξύ δύο ποσοτήτων (π.χ. σε μια συνταγή ο λόγος της ζάχαρης προς το αλεύρι είναι 1:2 γιατί για κάθε 1 ποτήρι ζάχαρη χρησιμοποιούνται 2 ποτήρια αλεύρι) και εκφράζουν τον λόγο μεταξύ δύο ποσοτήτων με διάφορους τρόπους (2 προς 3, 2:3, <math>\frac{2}{3}</math>).</p> <p><b>Νέες Έννοιες:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Έννοια λόγου</li> <li>✓ Γραφή λόγου με διάφορους τρόπους</li> </ul>	<p><b>Παραδείγματα έννοιας λόγου:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Σε έναν αγώνα καλαθόσφαιρας ο Μιχάλης έριξε πέντε καλαθιές και πέτυχε τις τρεις.             <ul style="list-style-type: none"> <li>(α) Τι μέρος των προσπαθειών του ήταν επιτυχημένες;</li> <li>(β) Ποιος είναι ο λόγος των επιτυχημένων προσπαθειών προς τις αποτυχημένες προσπάθειες;</li> <li>(γ) Ποιος είναι ο λόγος των επιτυχημένων προσπαθειών προς όλες τις προσπάθειες;</li> </ul> </li> <li>• Σε ένα θέατρο υπάρχουν 100 θέσεις: 30 στον εξώστη και 70 στην κύρια αίθουσα. Για μία παράσταση πωλήθηκαν 80 εισιτήρια. Στα 80 αυτά εισιτήρια περιλαμβάνονται όλα τα εισιτήρια της κύριας αίθουσας. Να βρεις:             <ul style="list-style-type: none"> <li>(α) τον λόγο των καθισμάτων του εξώστη προς τα καθίσματα της κύριας αίθουσας,</li> <li>(β) τον λόγο των άδειων καθισμάτων προς τα γεμάτα καθίσματα,</li> <li>(γ) τον λόγο των άδειων</li> </ul> </li> </ul>	<p><b>ΜΠ6 Ακρίβεια</b></p> <p><i>Είμαι προσεκτικός και σαφής, όταν χρησιμοποιώ τα μαθηματικά και δίνω με ακρίβεια αριθμητικές απαντήσεις που να ανταποκρίνονται στο πλαίσιο του προβλήματος.</i></p> <p><b>Παράδειγμα:</b> Η Ρένα άνοιξε ένα κουτί με καραμέλες διαφόρων χρωμάτων. Να εξηγήσεις τι σημαίνει ο κάθε ένας από τους πιο κάτω λόγους με βάση την πιο κάτω εικόνα.</p>  <p>(α) 3:5      (β) 7:5      (γ) 5:15      (δ) 3:12</p> <p><i>Απαντώ στις ερωτήσεις:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Πόσες κόκκινες, πόσες μπλε και πόσες πράσινες καραμέλες υπάρχουν στην εικόνα;</li> <li>• Πόσες είναι όλες οι καραμέλες;</li> <li>• Σε ποιο χρώμα καραμέλας αντιστοιχεί ο αριθμός στον κάθε λόγο;</li> </ul> <p><b>Παραδείγματα Μαθηματικών Πρακτικών</b></p>

# Στ' τάξη\_Αριθμοί Πράξεις\_Λόγος-Αναλογία

		<p>καθισμάτων του εξώστη προς τα γεμάτα καθίσματα του εξώστη.</p>	<p><b>ΜΠ2 Ποσοτική και αφηρημένη σκέψη</b></p> <p>Κατανοώ τη σημασία των ποσοτήτων και των μεταξύ τους σχέσεων.</p> <p><b>Παράδειγμα:</b> Να σημειώσεις ποια από τα πιο κάτω παρουσιάζουν τον λόγο των κόκκινων προς τους κίτρινους βόλους της εικόνας. Να επεξηγήσεις.</p>  <p>(α) 2:6      (β) 2:8      (γ) <math>\frac{1}{3}</math>      (δ) 2 προς 5 (ε) 3 προς 9</p> <p>Απαντώ στις ερωτήσεις:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Ποιος είναι ο λόγος των κόκκινων προς των κίτρινων βόλων όπως φαίνονται στην εικόνα;</li> <li>• Πώς μπορώ να γράψω τον λόγο διαφορετικά;</li> </ul>
15.2	<p>Αναγνωρίζουν και γράφουν ίσους λόγους και να κατανοήσουν την έννοια της αναλογίας ως την ισότητα δύο λόγων.</p> <p><b>Προαπαιτούμενες Γνώσεις:</b></p> <p>✓ Έννοια λόγου</p>	<p><b>Παράδειγμα έννοιας ίσων λόγων:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Να εντοπίσεις τις δηλώσεις που εκφράζουν ανάλογα ποσά.</li> </ul> <p>(α) Η μητέρα της Μαργαρίτας αγόρασε 2 kg ντομάτες και πλήρωσε €3. Η Μαργαρίτα αγόρασε 4 kg ντομάτες και πλήρωσε €4.</p> <p>(β) Ο Χρίστος εργάστηκε στο δισκοπωλείο για 12 ώρες και</p>	

# Στ' τάξη\_Αριθμοί Πράξεις\_Λόγος-Αναλογία

	<p><b>Νέες Έννοιες:</b></p> <p>✓ Έννοια αναλογίας</p>	<p>πήρε μισθό €48. Η Μαριλένα εργάστηκε για 27 ώρες και πήρε €81.</p> <p>(γ) Τέσσερις εργάτες τελειώνουν το βάψιμο του σπιτιού σε 16 ώρες. Οκτώ εργάτες τελειώνουν το βάψιμο του σπιτιού σε 8 ώρες.</p> <p>(δ) Τα 4 L λάδι στοιχίζουν €4,80. Τα 12 L στοιχίζουν €9,60.</p>																					
15.3	<p>Κατανοήσουν την έννοια της τιμής ανά μονάδα (π.χ. πλήρωσα €75 για 15 μπάλες, άρα η κάθε μπάλα στοιχίζει €5).</p> <p><b>Νέες Έννοιες:</b></p> <p>✓ Έννοια της τιμής ανά μονάδα</p>	<p><b>Παράδειγμα κατανόησης της έννοιας της τιμής ανά μονάδα:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Να συμπληρώσεις τον πίνακα.</li> </ul> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Είδος</th> <th>Τιμή τεμαχίου</th> <th>Τεμάχια</th> <th>Συνολικό κόστος</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Ρίγα</td> <td></td> <td>4</td> <td>€8</td> </tr> <tr> <td>Βιβλίο</td> <td></td> <td>3</td> <td>€12,60</td> </tr> <tr> <td>Φάκελος</td> <td></td> <td>10</td> <td>€3,20</td> </tr> <tr> <td>Τσάντα</td> <td></td> <td>5</td> <td>€75</td> </tr> </tbody> </table>	Είδος	Τιμή τεμαχίου	Τεμάχια	Συνολικό κόστος	Ρίγα		4	€8	Βιβλίο		3	€12,60	Φάκελος		10	€3,20	Τσάντα		5	€75	
Είδος	Τιμή τεμαχίου	Τεμάχια	Συνολικό κόστος																				
Ρίγα		4	€8																				
Βιβλίο		3	€12,60																				
Φάκελος		10	€3,20																				
Τσάντα		5	€75																				
15.4	<p>Αναγνωρίζουν:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- αν δύο ποσά είναι ευθέως ανάλογα ή αντιστρόφως ανάλογα</li> <li>- ποσά που δεν είναι ανάλογα</li> </ul>	<p><b>Παράδειγμα αναγνώρισης ευθέως ανάλογων ή αντιστρόφως ανάλογων ποσών:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Να συμπληρώσεις με τις λέξεις: ανάλογα ποσά ή αντιστρόφως ανάλογα ποσά ή κανένα από τα δύο.</li> </ul> <p>(α) Ένα εργοστάσιο χυμών βάζει</p>	<p><b>ΜΠ3 Ανάπτυξη ισχυρισμών και κρίση συλλογισμού</b></p> <p><i>Επεξηγώ τη σκέψη μου και λαμβάνω υπόψη μου τη γνώμη των άλλων.</i></p> <p><b>Παράδειγμα:</b> Η Αντωνία είναι 10 χρονών και έχει ύψος 1,42 m. Σκέφτηκε ότι όταν θα είναι 20 χρονών, θα έχει ύψος 2,84 m. Είναι σωστή η σκέψη της</p>																				

# Στ' τάξη\_Αριθμοί Πράξεις\_Λόγος-Αναλογία

		<p><b>Προαπαιτούμενες Γνώσεις:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Έννοια αναλογίας</li> </ul> <p><b>Νέες Έννοιες:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Ευθέως ανάλογα και αντιστρόφως ανάλογα ποσά</li> </ul>	<p>τους χυμούς σε κουτιά του 1L και των 500 ml. Αν σήμερα για τη συσκευασία των χυμών χρειάστηκε 1200 δοχεία του 1L, πόσα δοχεία των 500 ml θα χρειαζόταν;</p> <p>(β) Ο Κώστας είναι 10 χρονών και έχει μάζα 35 kg. Πόση μάζα θα έχει ο Κώστας όταν θα είναι 20 χρονών;</p> <p>(γ) Ένα εργοστάσιο χυμών βάζει τους χυμούς σε κουτιά του <math>\frac{1}{2}</math>L. Αν σήμερα για τη συσκευασία των χυμών χρειάστηκε 1200 δοχεία, πόσα δοχεία θα χρειαστεί αύριο για να συσκευάσει 800 L χυμό;</p>	<p>Αντωνίας; Να επεξηγήσεις.</p> <p>Απαντώ στις ερωτήσεις:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Πώς σκέφτηκε η Αντωνία για να υπολογίσει το ύψος της όταν θα είναι 20 χρονών;</li> <li>• Γνωρίζω κάποιον που έχει ύψος 2,84 m;</li> </ul>														
	15.5	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Συμπληρώνουν πίνακες ανάλογων ποσών όταν δίνεται ο λόγος των ποσών και υπολογίζουν τον λόγο των ποσών όταν δίνονται πίνακες αναλογιών.</li> <li>• Συμπληρώνουν πίνακες με αντιστρόφως ανάλογα ποσά.</li> </ul>	<p><b>Παράδειγμα συμπλήρωσης πινάκων και υπολογισμού λόγου ποσών:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Να συμπληρώσεις τον πίνακα για την ποσότητα των θερμίδων στις καραμέλες.</li> </ul> <table border="1" data-bbox="743 1082 1176 1153"> <tr> <td>καραμέλες</td> <td>50 g</td> <td>100 g</td> <td>150 g</td> <td>200 g</td> <td>250 g</td> <td>650 g</td> </tr> <tr> <td>θερμίδες</td> <td>150</td> <td></td> <td>450</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table>	καραμέλες	50 g	100 g	150 g	200 g	250 g	650 g	θερμίδες	150		450				
καραμέλες	50 g	100 g	150 g	200 g	250 g	650 g												
θερμίδες	150		450															



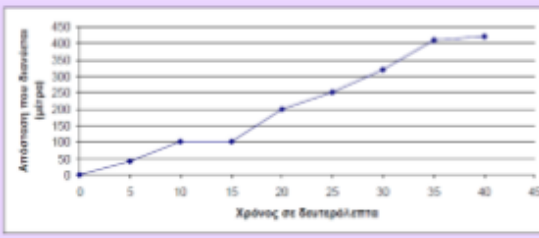

# Στ' τάξη\_Αριθμοί Πράξεις\_Λόγος-Αναλογία

		<p><b>Προαπαιτούμενες Γνώσεις:</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>✓ Ευθέως ανάλογα και αντιστρόφως ανάλογα ποσά</li></ul> <p><b>Νέες Έννοιες:</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>✓ Συμπλήρωση πινάκων με ανάλογα και αντιστρόφως ανάλογα ποσά</li></ul>		
	15.6	<p>Αναπαριστούν γραφικά μια σχέση αναλογίας και διαπιστώνουν ότι η μορφή της γραφικής παράστασης είναι γραμμική και ξεκινά από την αρχή των αξόνων.</p> <p><b>Προαπαιτούμενες Γνώσεις:</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>✓ Ανάλογα ποσά</li></ul> <p><b>Νέες Έννοιες:</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>✓ Γραφική αναπαράσταση σχέσης αναλογίας</li></ul>	<p><b>Παράδειγμα γραφικής αναπαράστασης σχέσης αναλογίας:</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>• Ένα γαλακτοκομείο χρησιμοποιεί 500 L γάλα για να κατασκευάσει 100 kg τυρί. (α) Να κατασκευάσεις μια γραφική παράσταση για να παρουσιάσεις την ποσότητα του γάλακτος που χρειάζεται για την παραγωγή 100 kg μέχρι 1000 kg τυρί. (β) Ποια είναι η μορφή της γραφικής παράστασης;</li></ul>	

# Αντιστοίχιση δεικτών επιτυχίας-επάρκειας

<p><b>7.(Γ3.5)</b> Διερευνούν ανισοτικές σχέσεις στα τρίγωνα με τη χρήση λογισμικών δυναμικής γεωμετρίας.</p> <p><b>8.(Γ4.7)</b> Επεξηγούν τις απαραίτητες συνθήκες για την ισότητα δύο σχημάτων και αναγνωρίζουν ίσα τρίγωνα.</p> <p><b>9.(Γ3.9)</b> Ελέγχουν την εγκυρότητα βασικών γεωμετρικών θεωρημάτων ή προτάσεων, χρησιμοποιώντας επαγωγικό συλλογισμό.</p>		<p>Στην Στ' τάξη γίνεται εισαγωγή των δεικτών Γ3.5, Γ4.7 και Γ3.9. Η διδασκαλία τους είναι απαραίτητη και αποτελεί προϋπόθεση για την επίτευξη των δεικτών αυτών στην Α' Γυμνασίου ή σε επόμενες τάξεις.</p>		<p>Εισαγωγή δεικτών επιτυχίας. Η κατάκτησή τους θα γίνει σε επόμενες τάξεις</p>
---	--	--	--	---

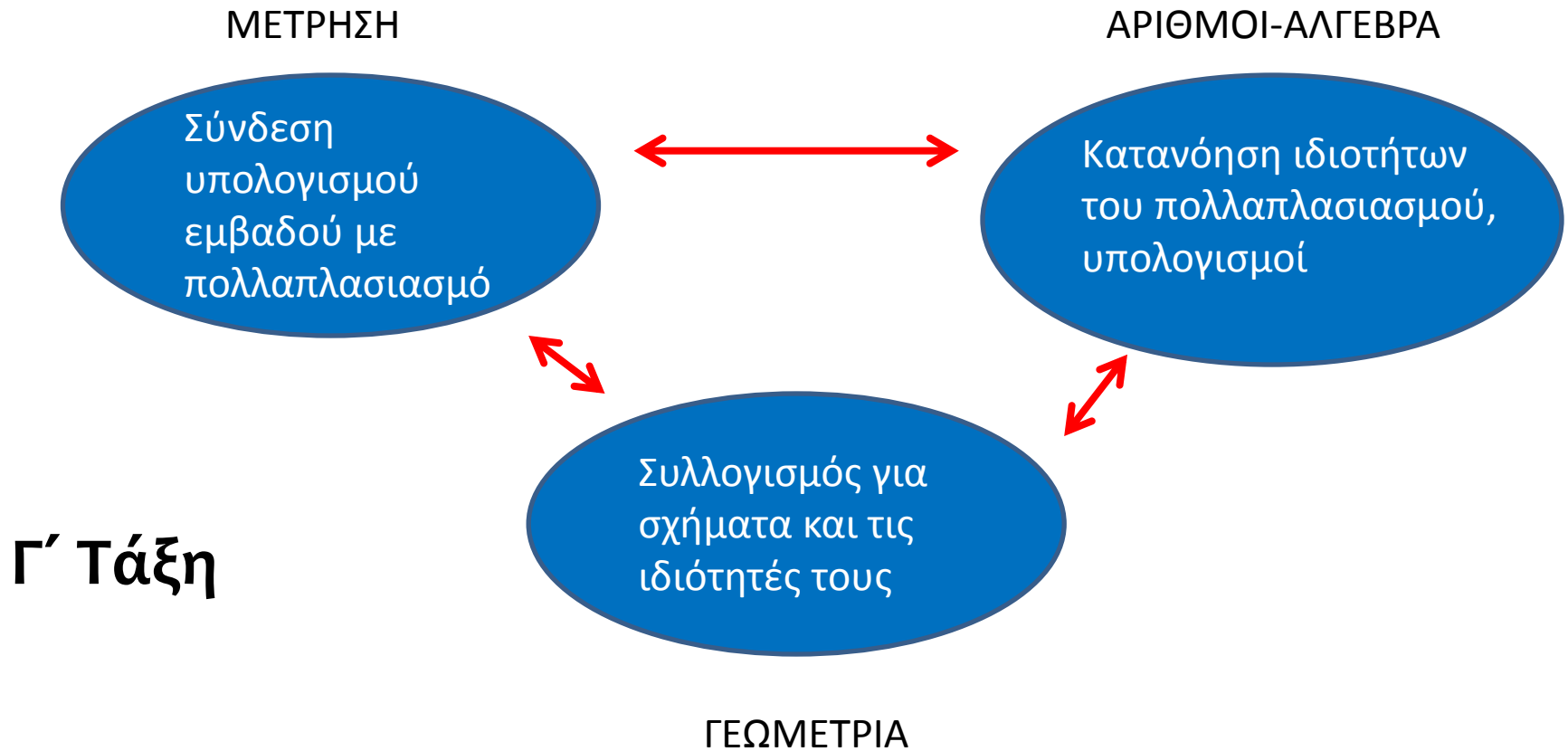
# Αντιστοίχιση δεικτών επιτυχίας-επάρκειας

<p><b>Γραφικές παραστάσεις</b></p> <p><b>1.(ΣΠ4.2)</b> Διαβάζουν και κατασκευάζουν ραβδογράμματα, εικονογράμματα, κυκλικές και γραμμικές γραφικές παραστάσεις, φυλλογραφήματα και διαφοροποιούν τον τρόπο παρουσίασης συνεχών και</p>	<p>1.1</p>	<p>Διαβάζουν, ερμηνεύουν και κατασκευάζουν ραβδογράμματα, εικονογράμματα, κυκλικές και γραμμικές γραφικές παραστάσεις.</p> <p><b>Νέες Έννοιες:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Ερμηνεία και κατασκευή ραβδογράμματος, εικονογράμματος, κυκλικής και</li> </ul>	<p><b>Παράδειγμα ερμηνείας γραμμικής γραφικής παράστασης:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Η γραφική παράσταση παρουσιάζει την απόσταση που διανύει ένα αυτοκίνητο σε 40 δευτερόλεπτα. Σε</li> </ul> 	<p><b>ΜΠ3 Ανάπτυξη και κρίση συλλογισμού άλλων</b></p> <p><i>Αιτιολογώ τα συμπεράσματά μου με μαθηματικές ιδέες.</i></p> <p><b>Παράδειγμα:</b> Ένας ιδιοκτήτης εκδοτικού οίκου κάλεσε σε συνάντηση τους διευθυντές δύο εβδομαδιαίων εφημερίδων που εκδίδει ο οίκος του. Ο ιδιοκτήτης ζήτησε από τους διευθυντές να του παρουσιάσουν τις πωλήσεις των εφημερίδων τους κατά τους μήνες Οκτώβριο – Δεκέμβριο 2005 (Σημείωσε ότι στα μέσα του Νοεμβρίου</p>
<p>κατηγορικών δεδομένων με ή χωρίς τη χρήση τεχνολογίας.</p> <p><b>(ΣΠ4.3)</b> Αξιολογούν διάφορους τρόπους παρουσίασης δεδομένων σε σχέση με την αποτελεσματικότητά και τη συνέπειά τους.</p>		<p>γραμμικής γραφικής παράστασης.</p>	<p>ποιο από τα πιο κάτω διαστήματα το αυτοκίνητο παραμένει ακίνητο;</p>	<p>διεξήχθησαν προεδρικές εκλογές). Πιο κάτω φαίνονται οι γραφικές παραστάσεις που παρέδωσαν οι δύο διευθυντές.</p> 

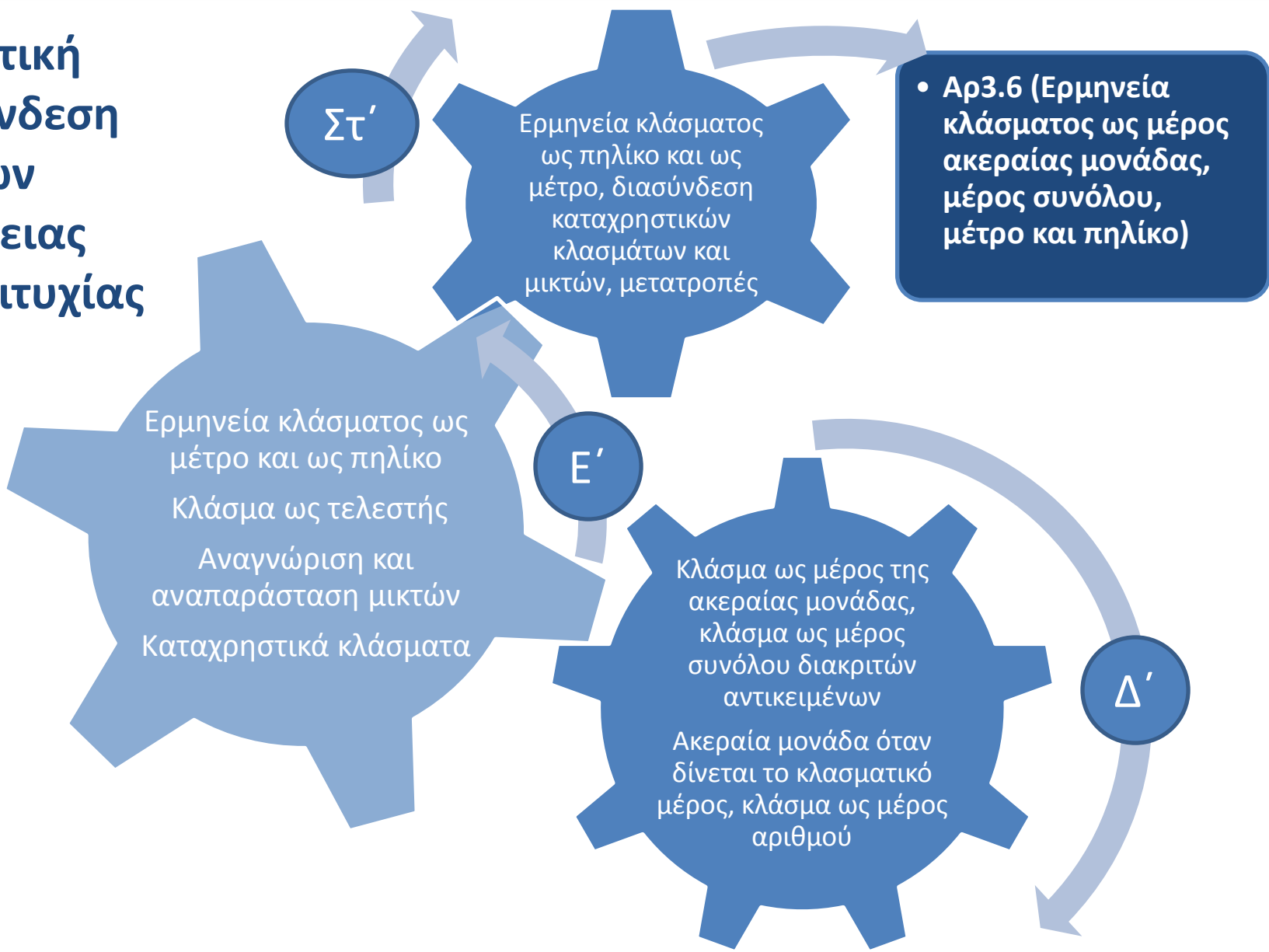
Περισσότεροι από ένας δείκτης επιτυχίας αντιστοιχούν σε έναν δείκτη επάρκειας

1. Συστηματική **διασύνδεση** των δεικτών επάρκειας μεταξύ και εντός των τάξεων ώστε οι μαθητές να οικοδομούν τις νέες έννοιες σε προϋπάρχουσες γνώσεις από προηγούμενες τάξεις
2. Κάθε δείκτης επάρκειας δεν αποτελεί κάτι εντελώς καινούριο, αλλά επέκταση – εξέλιξη προηγούμενων διδακτέων

# Συνοχή εντός τάξης



# Εξελικτική διασύνδεση δεικτών επάρκειας και επιτυχίας



# ΑΡΙΘΜΟΙ-ΠΡΑΞΕΙΣ (1)

## Ε΄

### ΑΡΙΘΜΟΙ

- Αισθητοποίηση, ανάλυση, σύνθεση και σύγκριση αριθμών μέχρι το δισεκατομμύριο
- Έννοια αρνητικού αριθμού
- Πρώτοι και σύνθετοι αριθμοί
- Ανάλυση αριθμού σε γινόμενο πρώτων παραγόντων
- Εισαγωγή: ΜΔΚ, ΕΚΠ

### ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΙ

- Γραπτοί και νοεροί υπολογισμοί με αξιοποίηση των ιδιοτήτων των πράξεων
- Κατακόρυφοι αλγόριθμοί πολλαπλασιασμού και διαίρεσης (διψήφια)

### ΔΙΑΙΡΕΤΟΤΗΤΑ

- Κριτήρια διαιρετότητας 2, 5, 10 και 4

### ΕΠΙΛΥΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

- Αθροιστικής και πολλαπλασιαστικής δομής, μοντελοποίησης και προβλήματα διαδικασίας
- Στρατηγικές επίλυσης προβλημάτων αναλογίας

## Στ΄

### ΑΡΙΘΜΟΙ

- Αισθητοποίηση, ανάλυση, σύνθεση και σύγκριση ακεραίων αριθμών (θετικοί και αρνητικοί)
- Έννοια και υπολογισμός: ΜΚΔ, ΕΚΠ
- Ανάλυση αριθμού σε γινόμενο πρώτων παραγόντων
- Έννοια δύναμης

### ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΙ

- Γραπτοί και νοεροί υπολογισμοί με θετικούς ακεραίους με ευχέρεια
- Πρόσθεση και αφαίρεση ακεραίων (θετικοί και αρνητικοί) με μοντέλα

### ΔΙΑΙΡΕΤΟΤΗΤΑ

- Κριτήρια διαιρετότητας 2, 4, 5, 10 και 3, 9
- Ευκλείδεια διαίρεση

### ΕΠΙΛΥΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

- Αθροιστικής και πολλαπλασιαστικής δομής, μοντελοποίησης και προβλήματα διαδικασίας

**Ε΄**

**ΡΗΤΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ**

- Κλάσμα ως μέτρο, πηλίκο και ως τελεστής
- Δέκατο, εκατοστό, χιλιοστό
- Απλοποίηση και ισοδυναμία κλασμάτων
- Σύγκριση και σειροθέτηση κλασμάτων και δεκαδικών
- Έννοια μικτού αριθμού και καταχρηστικού κλάσματος (μετατροπές)
- Έννοια ποσοστού
- Μετατροπή κλάσματος σε δεκαδικό, ποσοστό και αντίστροφα
- Πρόσθεση και αφαίρεση κλασμάτων, δεκαδικών και μικτών
- Πολλαπλασιασμός κλάσματος με ακέραιο και διαίρεση κλασμάτων (διαιρέτης ή διαιρετέος ακέραιος) & πολλαπλασιασμός ακεραίου με δεκαδικό και διαίρεση δεκαδικού με ακέραιο
- Επίλυση προβλήματος με κλάσματα, δεκαδικούς και ποσοστά

**Στ΄**

**ΡΗΤΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ**

- Κλάσμα ως μέτρο, πηλίκο και ως τελεστής
  - Σύγκριση και σειροθέτηση ρητών
  - Μετατροπή κλάσματος σε δεκαδικό, ποσοστό και αντίστροφα
  - Πρόσθεση, αφαίρεση, πολλαπλασιασμός και διαίρεση κλασμάτων, δεκαδικών και μικτών
  - Επίλυση προβλήματος με ρητούς και ποσοστά
- ΑΝΑΛΟΓΙΚΟΣ ΣΥΛΛΟΓΙΣΜΟΣ**
- Λόγος και αναλογία
  - Ευθέως και αντιστρόφως ανάλογα ποσά
  - Ποσοστό ως λόγος



# ΜΕΤΡΗΣΗ

## Ε΄

**ΜΟΝΑΔΕΣ ΜΕΤΡΗΣΗΣ - ΜΕΤΑΤΡΟΠΕΣ**

- Μετατροπές μονάδων μέτρησης, μήκους, μάζας και χωρητικότητας
- Μονάδες μέτρησης όγκου
- Σχέσεις μεταξύ χρηματικών ποσών
- Σχέσεις μεταξύ μονάδων μέτρησης χρόνου (δευτερόλεπτο)

**ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΕΜΒΑΔΟΥ-ΠΕΡΙΜΕΤΡΟΥ**

- Εμβαδόν τριγώνου και παραλληλογράμμου
- Περίμετρος και εμβαδόν ακανόνιστων ευθύγραμμων σχημάτων

**ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΟΓΚΟΥ**

- Διερεύνηση τύπου υπολογισμού όγκου ορθογώνιου παραλληλεπιπέδου

**ΓΩΝΙΕΣ**

- Μέτρηση γωνιών με κατάλληλα μέσα

## Στ΄

**ΜΟΝΑΔΕΣ ΜΕΤΡΗΣΗΣ - ΜΕΤΑΤΡΟΠΕΣ**

- Χρήση κατάλληλων μονάδων μέτρησης και μετατροπές

**ΜΕΤΡΗΣΗ ΚΥΚΛΟΥ**

- Εμβαδόν και μήκος περιφέρειας κύκλου
- Σχέση μεταξύ περιφέρειας κύκλου και διαμέτρου

**ΕΜΒΑΔΟΝ ΚΑΙ ΠΕΡΙΜΕΤΡΟΣ**

- Περίμετρος και εμβαδόν σύνθετων σχημάτων
- Εμβαδόν εξωτερικής επιφάνειας τρισδιάστατων σχημάτων

**ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΟΓΚΟΥ**

- Όγκος ορθογώνιου παραλληλεπιπέδου με τύπους

**ΓΩΝΙΕΣ**

- Άθροισμα γωνιών τριγώνου

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ	
Ε΄	Στ΄
<p><b>ΕΙΔΗ ΓΡΑΜΜΩΝ</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Σημείο, ευθεία, ημιευθεία, ευθύγραμμο τμήμα</li> </ul> <p><b>ΚΑΤΑΣΚΕΥΕΣ</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Κατασκευή παράλληλων και κάθετων ευθειών</li> <li>- Κατασκευή ύψους τριγώνου και παραλληλογράμμου</li> </ul> <p><b>ΠΟΛΥΓΩΝΑ</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Σχέσεις εγκλεισμού και ταξινόμηση σχημάτων με βάση τις ιδιότητες τους</li> <li>- Είδη τριγώνων</li> </ul> <p><b>ΤΡΙΣΔΙΑΣΤΑΤΑ ΣΧΗΜΑΤΑ</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Βασικά χαρακτηριστικά πυραμίδων και πρισμάτων</li> <li>- Συσχέτιση τρισδιάστατων σχημάτων με αναπτύγματα</li> </ul> <p><b>ΣΥΣΤΗΜΑ ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΩΝ &amp; ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΙ</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Ορθοκανονικό σύστημα αξόνων, συντεταγμένες</li> <li>- Ιδιότητες συμμετρικών σχημάτων</li> <li>- Μεταφορά και περιστροφή σχημάτων σε σύστημα αξόνων</li> </ul>	<p><b>ΠΟΛΥΓΩΝΑ</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Δευτερεύοντα στοιχεία τριγώνου</li> <li>- Σχέσεις εγκλεισμού και ταξινόμηση σχημάτων με βάση τις ιδιότητες τους</li> <li>- Κανονικά πολύγωνα</li> </ul> <p><b>ΓΩΝΙΕΣ – ΚΑΤΑΣΚΕΥΕΣ</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Γεωμετρικές κατασκευές (μέσο, ύψος, διάμεσος, παράλληλες, κάθετες)</li> <li>- Συμπληρωματικές και παραπληρωματικές γωνίες</li> </ul> <p><b>ΚΥΚΛΟΣ</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Στοιχεία και ιδιότητες κύκλου</li> </ul> <p><b>ΤΡΙΣΔΙΑΣΤΑΤΑ ΣΧΗΜΑΤΑ – ΕΝΝΟΙΕΣ ΧΩΡΟΥ</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Δισδιάστατες αναπαραστάσεις τρισδιάστατων σχημάτων</li> <li>- Ταξινόμηση τρισδιάστατων σχημάτων</li> </ul> <p><b>ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΕΙΣ, ΣΥΣΤΗΜΑ ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΩΝ &amp; ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΙ</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Κατασκευή σχημάτων σε ορθοκανονικό σύστημα αξόνων</li> <li>- Οδηγίες κατεύθυνσης</li> <li>- Μετασχηματισμοί (συμμετρία, περιστροφή, μεταφορά)</li> </ul>

ΑΛΓΕΒΡΑ		
Ε΄	Στ΄	Α΄ Γυμνασ.
<p><b>ΜΟΤΙΒΑ</b></p> <p>-Διερεύνηση της σχέσης της θέσης ενός όρου και του κανόνα υπολογισμού του όρου σε ένα μοτίβο</p> <p><b>ΕΠΙΛΥΣΗ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ – ΑΛΓΕΒΡΙΚΕΣ ΕΚΦΡΑΣΕΙΣ</b></p> <p>- Εξισώσεις με μεταβλητές για αναπαράσταση προβλήματος</p> <p>- Απλοποίηση μαθηματικών εκφράσεων και επίλυση εξισώσεων</p> <p><b>ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΠΡΑΞΕΩΝ</b></p> <p>- Αναγνώριση και χρήση ιδιοτήτων των πράξεων σε αριθμητικές και συμβολικές εκφράσεις</p> <p><b>ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ</b></p> <p>- Έννοια μεταβλητής</p> <p>- Διατεταγμένο ζεύγος</p>	<p><b>ΜΟΤΙΒΑ</b></p> <p>-Έκφραση του νιοστού όρου σε μοτίβα</p> <p>- Επέκταση και κατασκευή μοτίβων με ακέραιους, δεκαδικούς και κλάσματα</p> <p><b>ΕΠΙΛΥΣΗ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ – ΑΛΓΕΒΡΙΚΕΣ ΕΚΦΡΑΦΕΙΣ</b></p> <p>-Απλοποίηση μαθηματικών εκφράσεων, επίλυση εξισώσεων και μετάφραση αλγεβρικών εκφράσεων</p> <p>-Επίλυση προβλήματος με πολλαπλά βήματα, διαδικασίας και μοντελοποίησης</p> <p><b>ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΠΡΑΞΕΩΝ</b></p> <p>-Προτεραιότητα πράξεων</p> <p><b>ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ</b></p> <p>-Διατεταγμένο ζεύγος</p> <p>-Έννοια μεταβλητής και έννοια συνάρτησης ως «ένα προς ένα αντιστοιχία»</p>	<p>Α΄ Γυμνασ.</p> <p>-Έννοια Μεταβλητής</p> <p>- Αλγεβρική παράσταση</p> <p>- Αντιστοιχία</p> <p>- Συνάρτηση</p>

**Ε΄**

**ΕΝΝΟΙΕΣ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ**

- Γραμμική γραφική παράσταση
- Μέγιστη, ελάχιστη τιμή και εύρος σε ένα σύνολο δεδομένων

**ΕΝΝΟΙΕΣ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΩΝ**

- Υπολογισμός πιθανότητας ενδεχομένου
- Έννοια δειγματικού χώρου

**Στ΄**

**ΕΝΝΟΙΕΣ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ**

- Καταγραφή αποτελεσμάτων ερευνητικών δραστηριοτήτων
- Έννοια μέσου όρου
- Αξιολόγηση τρόπου παρουσίασης δεδομένων

**ΕΝΝΟΙΕΣ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΩΝ**

- Πειράματα τύχης
- Υπολογισμός πιθανότητας ενδεχομένου
- Καταγραφή και εύρεση του πλήθους των ενδεχομένων

# Μαθηματικές Πρακτικές

Οι μαθηματικές πρακτικές περιγράφουν **ικανότητες** που οι εκπαιδευτικοί σε όλες τις βαθμίδες πρέπει να επιδιώξουν να αναπτύξουν οι μαθητές/τριες τους. Αυτές οι μαθηματικές πρακτικές αναφέρονται σε σημαντικές «διαδικασίες και ικανότητες» με διαχρονική σημασία στην μαθηματική εκπαίδευση.



**Μαθηματικές  
Έννοιες**

**ΤΙ;**

**Μαθηματικές  
Πρακτικές**

**ΠΩΣ;**

# Μαθηματικές Πρακτικές

1. Κατανόηση μέσω προβλήματος και επιμονή στη λύση προβλήματος
2. Ποσοτική και αφηρημένη σκέψη
3. Ανάπτυξη ισχυρισμών και κρίση του συλλογισμού άλλων
4. Μοντελοποίηση
5. Στρατηγική χρήση εργαλείων
6. Ακρίβεια
7. Δομή των Μαθηματικών
8. Κανονικότητα σε επαναλαμβανόμενο συλλογισμό

# 1. Κατανόηση μέσω προβλήματος και επιμονή στη λύση προβλήματος

Οι μαθητές /τριες κατανοούν την ερώτηση και υιοθετούν πολλαπλές στρατηγικές και εργαλεία στην επίλυση προβλημάτων.



## ΜΠ1 Κατανόηση μέσω προβλήματος

*Διαβάζω το πρόβλημα, σκέφτομαι πώς θα το λύσω και ελέγχω την λογικότητα της απάντησής μου.*

*Παράδειγμα: Σε μια συναυλία θα παρευρεθούν 7000 άτομα. Τα εισιτήρια θα είναι αριθμημένα από το 1 μέχρι τις 7000. Όσα εισιτήρια τελειώνουν σε 452 θα κερδίσουν ένα εισιτήριο για την επόμενη συναυλία.*

*Να βρεις πόσα άτομα θα κερδίσουν εισιτήριο για την επόμενη συναυλία.*

*Απαντώ στις ερωτήσεις:*

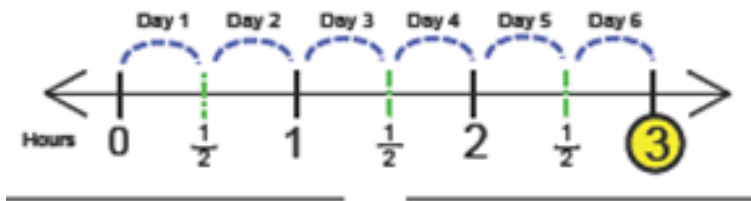
- Ποιοι αριθμοί εισιτηρίων θα κερδίσουν;*
- Πώς μπορώ να απλοποιήσω το πρόβλημα, ώστε να βρω όλους τους αριθμούς των εισιτηρίων που θα κερδίσουν;*

## 2. Ποσοτική και αφηρημένη σκέψη

Οι μαθητές/τριες χρησιμοποιούν αφηρημένη σκέψη και αναπαριστούν συμβολικά ποσότητες και σχέσεις – κατανοούν την έννοια και όχι πώς να κάνουν πράξεις.

## Από λέξεις στους αριθμούς

Η Μαρία έκανε εξάσκηση στο πιάνο μισή ώρα κάθε μέρα για 6 μέρες. Πόσες ώρες έκανε εξάσκηση συνολικά;

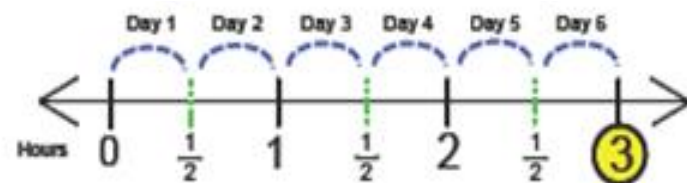


$$6 \times \frac{1}{2} = 3$$

## Από αριθμούς στις λέξεις

$$6 \times \frac{1}{2} = 3$$

Η Μαρία έκανε εξάσκηση στο πιάνο μισή ώρα κάθε μέρα για 6 μέρες. Πόσες ώρες έκανε εξάσκηση συνολικά;



### 3. Ανάπτυξη ισχυρισμών και κρίση του συλλογισμού άλλων



**ΜΠ3 Ανάπτυξη ισχυρισμών και κρίση του συλλογισμού άλλων**

*Επεξηγώ τη σκέψη μου και λαμβάνω υπόψη μου τη γνώμη των άλλων.*

**Παράδειγμα:** Η Λυδία υποστηρίζει ότι το πιο κάτω σχήμα είναι παραλληλόγραμμο. Συμφωνείς με την άποψή της; Να αιτιολογήσεις την απάντησή σου.



---

*Απαντώ στις ερωτήσεις:*

- *Ποια είναι τα χαρακτηριστικά του παραλληλογράμμου;*
- *Ποιος είναι ο αριθμός των πλευρών του σχήματος;*

## 4. Μοντελοποίηση

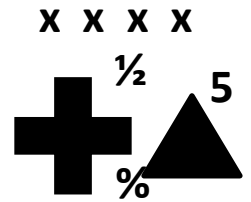
Εφαρμόζουν τα μαθηματικά στη λύση προβλημάτων με χρήση διαγραμμάτων, πινάκων, γραφικών παραστάσεων και αναλύουν σχέσεις για να φτάσουν σε συμπεράσματα.

# 4. Μοντελοποίηση

Μαθηματικό  
Πρόβλημα

## Αποπλαισιοποίηση

Αναπαράσταση προβλήματος με τη χρήση συμβόλων,  
μεταφορά κατάστασης στο αφηρημένο επίπεδο



## Πλαισιοποίηση

Έλεγχος λογικότητας απάντησης στο ρεαλιστικό πλαίσιο



Ένας δήμος θα αρχίσει την κατασκευή καινούριων έργων. Μελετά τις πιο κάτω πληροφορίες.

## ΠΡΟΫΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ

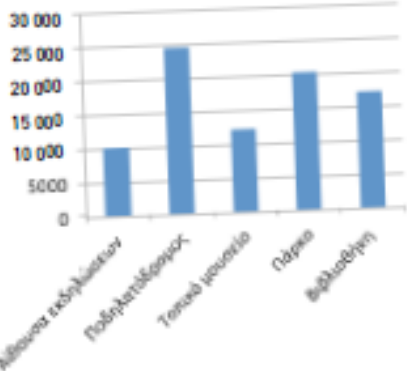
Διάθεσιμο ποσό για κατασκευαστικά έργα €900 000

Προτεινόμενα έργα	Κόστος
1. Αίθουσα εκδηλώσεων	€650 000
2. Ποδηλατόδρομος	€475 000
3. Τοπικό μουσείο	€584 000
4. Πάρκο	€527 500
5. Βιβλιοθήκη	€348 500

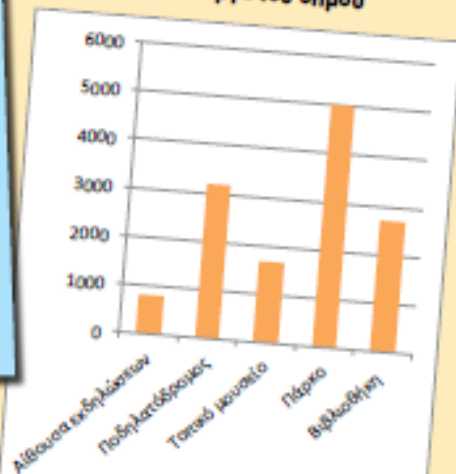


Δ' Δημοτικού

## Οι προτιμήσεις των ενήλικων κατοίκων για τα έργα του δήμου



## Οι προτιμήσεις των μαθητών για τα έργα του δήμου



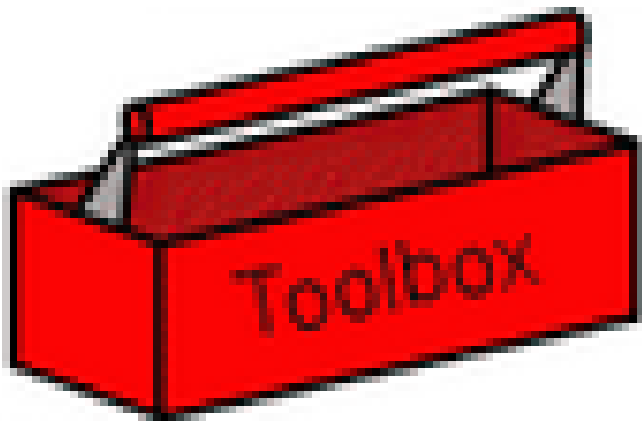
(α) Να εισηγηθείς ποια έργα είναι δυνατόν να επιλέξει ο δήμος. Να ετοιμάσεις δύο διαφορετικές εισηγήσεις.

(β) Το Δημοτικό Συμβούλιο αποφάσισε να κατασκευάσει μια αίθουσα εκδηλώσεων. Να αξιολογήσεις την απόφαση αυτή.



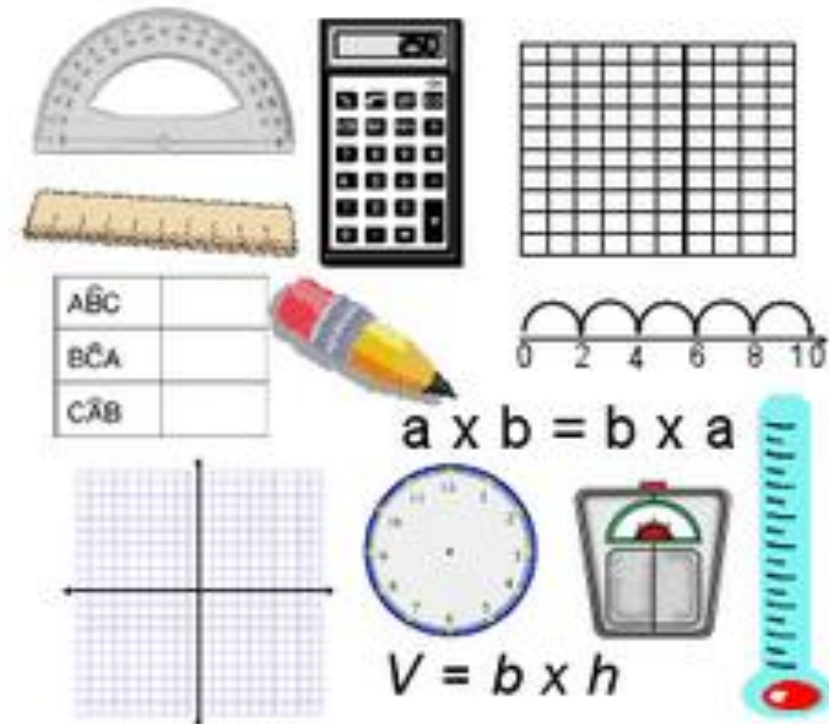
## 5. Στρατηγική χρήση εργαλείων

Οι μαθητές/τριες χρησιμοποιούν διάφορα υλικά-μέσα και την τεχνολογία με ευέλικτο τρόπο για να επιλύσουν προβλήματα.



# Εργαλειοθήκη Μαθηματικών

- Γνωρίζω **πώς** να χρησιμοποιώ εργαλεία;
- Γνωρίζω **πότε** να χρησιμοποιώ εργαλεία;
- Μπορώ να αναστοχαστώ για το κατά πόσον τα εργαλεία με βοήθησαν να φτάσω σε μια λογική απάντηση;



## ΜΠ5 Στρατηγική χρήση κατάλληλων εργαλείων

Χρησιμοποιώ τα εργαλεία (κύκλοι/ράβδοι κλασμάτων) των μαθηματικών, για να εξερευνώ και να αντιλαμβάνομαι τον κόσμο.

Παράδειγμα: Να χρησιμοποιήσεις τους κύκλους κλασμάτων, για να συγκρίνεις τα κλάσματα  $\frac{1}{3}$  και  $\frac{1}{5}$ . Τι παρατηρείς;

Απαντώ στις ερωτήσεις:

- Ποια και πόσα κομμάτια από τους κύκλους κλασμάτων θα χρησιμοποιήσω;
- Ποιο κομμάτι είναι μεγαλύτερο;

# 6. Ακρίβεια

- Να επικοινωνούν με ακρίβεια με άλλους και να προσπαθούν να χρησιμοποιούν μαθηματική ορολογία όταν συζητούν τους ισχυρισμούς τους.
- Να κατανοούν τη σημασία των μαθηματικών συμβόλων και να ονομάζουν ποσότητες κατάλληλα.
- Να δίνουν με ακρίβεια αριθμητικές απαντήσεις κατάλληλες σύμφωνα με το πλαίσιο του προβλήματος.
- Να υπολογίζουν σωστά και με ακρίβεια.

## ΜΠ6 Ακρίβεια

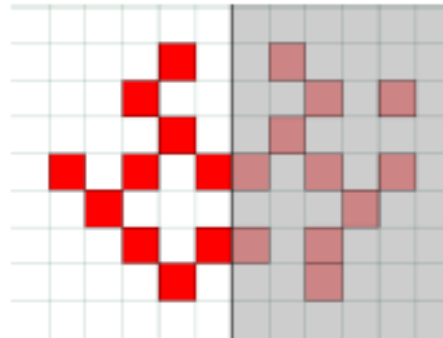
*Είμαι προσεκτικός και σαφής, όταν χρησιμοποιώ τα μαθηματικά, για να επικοινωνήσω με τους άλλους (άξονας συμμετρίας).*

**Παράδειγμα:** Να εξηγήσεις κατά πόσο το σχήμα (α) είναι συμμετρικό ως προς τον οριζόντιο άξονα συμμετρίας και το σχήμα (β) ως προς τον κατακόρυφο άξονα συμμετρίας.

(α)



(β)



*Απαντώ στις ερωτήσεις:*

- *Πότε ένα σχέδιο είναι συμμετρικό;*
- *Ποιος είναι ο άξονας συμμετρίας;*
- *Πώς θα πρέπει να είναι σχεδιασμένα τα τετράγωνα σε κάθε μωσαϊκό, ώστε το μωσαϊκό να είναι συμμετρικό;*

Αναλυτικό  
Πρόγραμμα  
Δ' Τάξη

# 7. Δομή των μαθηματικών

Οι μαθητές/τριες αναγνωρίζουν και χρησιμοποιούν τη δομή των μαθηματικών στη λύση προβλημάτων.



## ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ

Να συμπληρώσεις, χωρίς να εκτελέσεις τις πράξεις.



Αν γνωρίζεις ότι  $2 \times 32 = 64$   
Τότε  $4 \times \square = 64$   
 $8 \times \square = 64$

(α) Να εξηγήσεις σε έναν συμμαθητή σου πώς εργάστηκες.

---

---

---

---

---

Δ Δημοτικού

# 8. Κανονικότητα σε επαναλαμβανόμενο συλλογισμό

Οι μαθητές/τριες παρατηρούν επαναλήψεις σε υπολογισμούς και αναζητούν γενικές μεθόδους και συντομεύσεις.





Παρατηρώ πότε υπολογισμοί ή σχήματα επαναλαμβάνονται με σκοπό να χρησιμοποιήσω το μοτίβο, για να συντομεύσω τη διαδικασία

Πώς αξιοποιώ το αναπτυσσόμενο μοτίβο;



Πάνω 1,  
2 περισσότερα



2 περισσότερα από  
την προηγούμενη  
σειρά



2 περισσότερα κάθε  
σειρά και 1 στην κορυφή

Υπάρχει μοτίβο;

Πώς μπορώ να γενικεύσω το μοτίβο;

Μπορώ να κάνω πρόβλεψη για έναν όρο του μοτίβου;

+5, +7, ... άθροισμα διαδοχικών περιττών αριθμών  
Μοτίβο τετράγωνων αριθμών 4, 9, 16, ...

**Σκέφτομαι συντομεύσεις...**

## **ΜΠ8 Κανονικότητα σε επαναλαμβανόμενο συλλογισμό**

*Αναγνωρίζω μοτίβα σε συλλογισμούς και κάνω γενικεύσεις, για να συντομεύσω διαδικασίες.*


**Παράδειγμα:** Η Αντιγόνη κατασκεύασε το πιο κάτω μοτίβο.

770   720   670   620   570   520

Θα γράψεις τον αριθμό 140, αν συνεχίσεις το μοτίβο; Να επεξηγήσεις.

*Απαντώ στις ερωτήσεις:*

- *Ποιος είναι ο κανόνας του μοτίβου;*
- *Ποιοι θα είναι οι επόμενοι όροι του μοτίβου;*



Αναλυτικό  
Πρόγραμμα  
Γ' Τάξη

# ΦΙΛΟΣΟΦΙΑ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ

# ΦΙΛΟΣΟΦΙΑ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ



1. **Εξερεύνηση** -Περιέργεια-Πρόκληση - μέσω καταστάσεων που ενδιαφέρουν τους μαθητές.
2. **Διερεύνηση**. Επέκταση - Εφαρμογή **Δημιουργικότητα - Χρόνος** για εργασία μαθητών. **Παρέμβαση εκπαιδευτικού**.
3. **Αναστοχασμός** μαθητή για το τι έχει μάθει. **Εξερεύνηση-Συζήτηση** τρόπων εργασίας μαθητών.
4. **Αξιολόγηση** για το τι έχει μάθει ο μαθητής, ευκαιρίες για αυτοαξιολόγηση



# Εξερεύνηση (Mathematical exploration)

Δραστηριότητες στις οποίες οι μαθητές εξερευνούν ελεύθερα μαθηματικές έννοιες. Οι δραστηριότητες αυτές συμβάλλουν:

- στη **διαφοροποίηση** και εξατομίκευση της διδασκαλίας,
- στην παροχή **κινήτρων** και στη χαρά της μάθησης,
- στην **εννοιολογική διασύνδεση** εννοιών,
- στην ανάπτυξη του μαθηματικού **συλλογισμού**, της **δημιουργικότητας** και της φαντασίας στα μαθηματικά.

# Εξερεύνηση (Mathematical exploration)

1. Σύνδεση με άλλα αντικείμενα του αναλυτικού προγράμματος
2. Διασύνδεση μαθηματικών εννοιών
3. Λύση προβλήματος για εισαγωγή στην έννοια ή επέκταση και ολοκλήρωση της έννοιας
4. Ιστορικά στοιχεία
5. Εφαρμογές μαθηματικών εννοιών

# Διερεύνηση (Mathematical investigation)

Δραστηριότητες στις οποίες οι μαθητές διερευνούν μαθηματικές ιδέες σε ένα συγκεκριμένο πλαίσιο και στις οποίες έχουν τη δυνατότητα:

- να διατυπώσουν υποθέσεις (Τι μπορεί να συμβαίνει; Συμβαίνει και σε άλλες περιπτώσεις;)
- να ελέγξουν την εγκυρότητα των υποθέσεών τους και
- να αιτιολογήσουν τις απαντήσεις τους.



# Διερεύνηση (Mathematical investigation)

1. Με παραδείγματα
2. Με εποπτικά μέσα ή και ψηφιακά εποπτικά μέσα.
3. Με προβλήματα



- Υπόθεση
- Επαλήθευση
- Συμπέρασμα

**ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ**

**ΕΞΕΡΕΥΝΗΣΕΙΣ - ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΕΙΣ**

Ένας επιστήμονας διερεύνησε τη δραστικότητα τριών διαφορετικών παυσίπων. Στον πιο κάτω πίνακα, κατέγραψε τα λεπτά που χρειάστηκαν, για να δράσει το κάθε παυσίπονο σε 10 άτομα.

Παυσίπονο Α	Παυσίπονο Β	Παυσίπονο Γ
20	10	11
18	18	11
19	13	14
22	11	14
15	13	21
14	12	8
22	11	8
15	24	9
7	9	21
8	9	23

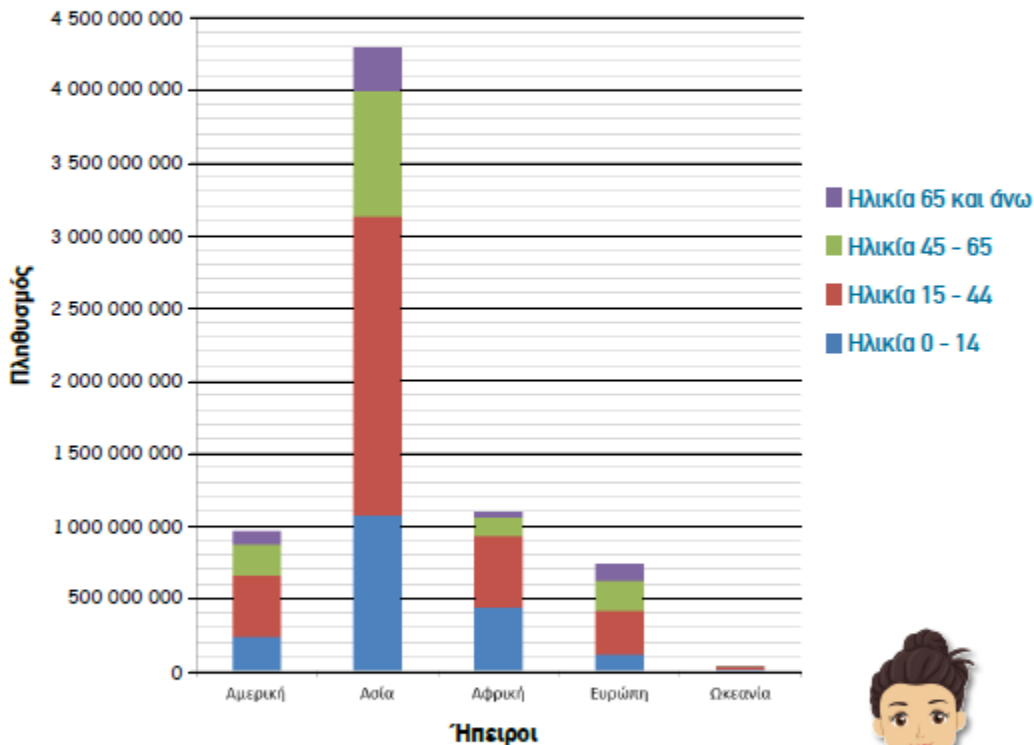
(α) Να μελετήσετε τον πιο πάνω πίνακα και να εκτιμήσετε ποιο από τα τρία παυσίπονα είναι το πιο δραστικό. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(β) Ο επιστήμονας θα γράψει μία έκθεση προς τον υπεύθυνο του ερευνητικού κέντρου, για να εξηγήσει ποιο είναι το πιο δραστικό παυσίπονο. Να ετοιμάσετε το κείμενο στο τετράδιό σας, εξηγώντας το κριτήριο που είναι δυνατόν να χρησιμοποιήσει για την απόφασή του.

- Μαθηματική Διάσταση-Έννοια μέσου όρου
- Γλωσσική Διάσταση
- Πρακτική Εφαρμογή
- Στάση απέναντι στα μαθηματικά



Ο πληθυσμός των 5 ηπείρων ανά ηλικιακή ομάδα (2013)



Η Βασιλική είναι δημοσιογράφος. Ετοιμάζει ένα άρθρο σχετικά με τον πληθυσμό των πέντε ηπείρων ανά ηλικιακή ομάδα. Επέλεξε τον τίτλο: «Ευρώπη: Μια ήπειρος που γερνά».

Να σχολιάσεις την επιλογή του τίτλου, με βάση τη γραφική παράσταση.



- Μαθηματική Διάσταση-Ερμηνεία γραφικής παράστασης, μεγάλοι αριθμοί
- Πρακτική Εφαρμογή
- Διασύνδεση με γεωγραφία
- Στάση απέναντι στα μαθηματικά



## ΕΞΕΡΕΥΝΗΣΗ

Να χρησιμοποιήσεις λέξεις, σχέδιο ή μαθηματικά σύμβολα, για να εξηγήσεις πώς θα εκτελέσεις τη διαίρεση  $396 \div 3$ .

- Μαθηματική Διάσταση- Ανακάλυψη στρατηγικών από τους ίδιους τους μαθητές
- Πρακτική Εφαρμογή
- Στάση απέναντι στα μαθηματικά

Δ' τάξη

# Δυνάμεις

## Εξερεύνηση

Λέγεται ότι πριν από πολλά χρόνια στις Ινδίες ζούσε ένας αυτοκράτορας ο Βέλχιμπ, του οποίου το βασίλειο ήταν τεράστιο. Ένας Βραχμάνος ιερέας ο Σίισα επινόησε και πρόσφερε το σκάκι στον αυτοκράτορα, ο οποίος γοητεύθηκε τόσο πολύ που θέλησε να τον ευχαριστήσει με ένα δώρο.

Ο Σίισα σκέφτηκε για λίγο και του απάντησε: «Θέλω να μου δώσεις δύο σπυριά σιτάρι για το πρώτο τετράγωνο του σκακιού, τα διπλάσια για το δεύτερο και τα διπλάσια του προηγούμενου για κάθε επόμενο τετράγωνο».

Ο αυτοκράτορας παραξενεύτηκε και θύμωσε για το φτηνό δώρο που ζήτησε ο Σίισα και ζήτησε από τους αποθηκάρχους του να του χαρίσουν το σιτάρι που ήθελε. Δεν μπόρεσε όμως να ξεπληρώσει την υπόσχεσή του.

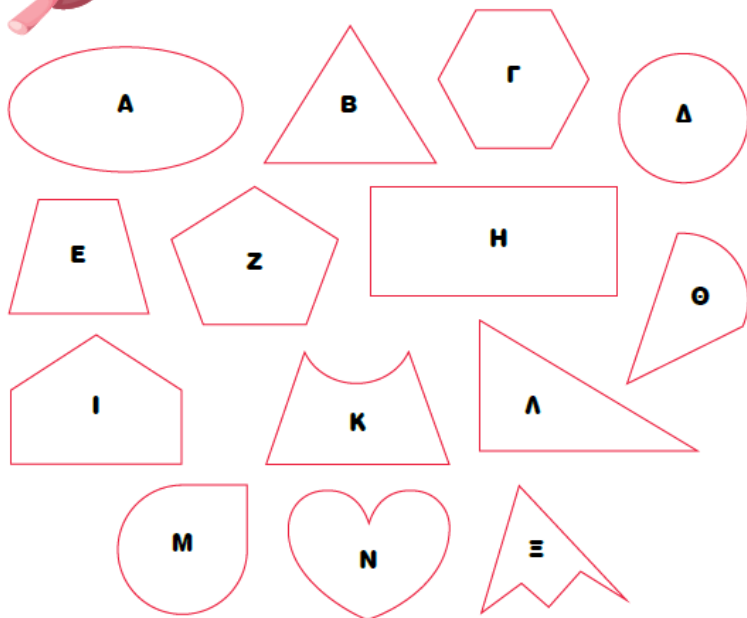
✓ Γιατί δεν μπόρεσε να ξεπληρώσει την υπόσχεσή του ο αυτοκράτορας;



- Μαθηματική Διάσταση-Έννοια δύναμης
- Γλωσσική Διάσταση
- Πρακτική εφαρμογή
- Δυναμική Διάσταση
- Στάση απέναντι στα μαθηματικά



## ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ

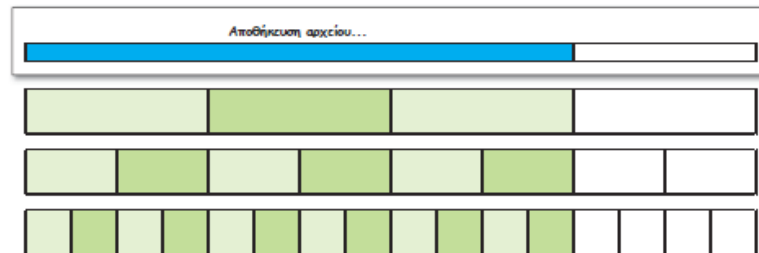


(α) Να ταξινομήσεις τις πιο πάνω εικόνες σε τρεις ομάδες και να αναφέρεις το κριτήριο που χρησιμοποίησες.

ΟΜΑΔΑ 1	ΟΜΑΔΑ 2	ΟΜΑΔΑ 3

(β) Να περιγράψεις τα χαρακτηριστικά της κάθε ομάδας σχημάτων.

Το διάγραμμα παρουσιάζει την πρόοδο αποθήκευσης ενός αρχείου στον ηλεκτρονικό υπολογιστή.



(α) Να εκφράσεις το μέρος του αρχείου που έχει αποθηκευτεί με όσους διαφορετικούς τρόπους μπορείς.

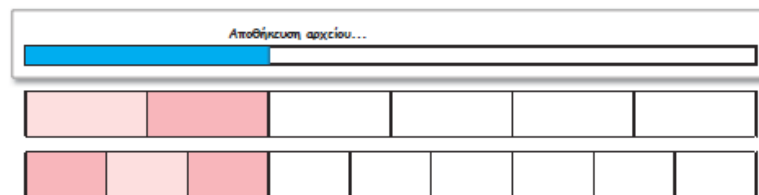
(β) Να διαχωρίσεις με κατάλληλο τρόπο την πιο κάτω ράβδο, για να παρουσιάσεις με ακόμα έναν διαφορετικό τρόπο το μέρος του αρχείου που έχει αποθηκευτεί.



(γ) Ποια σχέση υπάρχει ανάμεσα στα πιο πάνω κλάσματα;

(δ) Αν συνέχιζες την πιο πάνω διαδικασία, ποια άλλα κλάσματα θα μπορούσες να σχηματίσεις;

(ε) Το διάγραμμα παρουσιάζει την πρόοδο αποθήκευσης ενός άλλου αρχείου.



Να εκφράσεις το μέρος του αρχείου που έχει αποθηκευτεί χρησιμοποιώντας ένα κλάσμα που βρίσκεται στην πιο απλή του μορφή.

Να τοποθετήσεις τις κάρτες στην κατάλληλη θέση, ώστε το αποτέλεσμα να είναι όσο το δυνατό πλησιέστερο στο 50.

1 2 3 6

--	--

+

--	--

--	--

1 2 3 6

--	--

-

--	--

--	--

Β' τάξη

Υπόθεση

(α) Να χρωματίσεις στον διπλανό πίνακα τους αριθμούς που διαιρούνται με το 4.



1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

(β) Ο αριθμός 12 διαιρείται με το 4. Να χρησιμοποιήσεις υπολογιστική μηχανή, για να εξετάσεις αν οι αριθμοί 312, 412, 1012 και 2512 διαιρούνται με το 4.

--

(γ) Ο αριθμός 36 διαιρείται με το 4. Να χρησιμοποιήσεις υπολογιστική μηχανή, για να εξετάσεις αν οι αριθμοί 136, 736, 1136 και 3436 διαιρούνται με το 4.

--

(δ) Ο αριθμός 18 δεν διαιρείται με το 4. Να χρησιμοποιήσεις υπολογιστική μηχανή, για να εξετάσεις αν οι αριθμοί 518, 818, 2018 και 4118 δεν διαιρούνται με το 4.

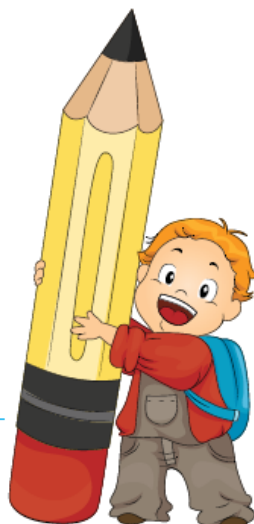
--

(ε) Να γράψεις αριθμούς μεγαλύτερους από το 100 που να διαιρούνται με το 4.

--

(στ) Να διατυπώσεις ένα κριτήριο με το οποίο μπορείς να ελέγξεις, αν ένας αριθμός διαιρείται με το 4, με βάση τις παρατηρήσεις σου.

--



- Επαλήθευση

Ε' τάξη



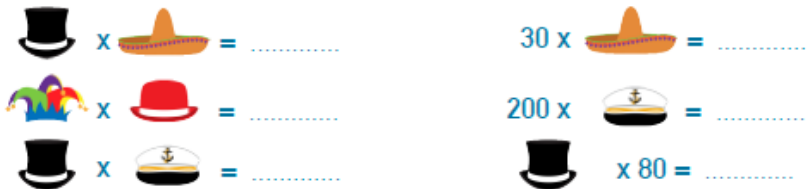
Κάθε καπέλο αντιστοιχεί σε ένα από τα ψηφία 1, 2, 3, 4, 5, 6



(α) Με ποιο ψηφίο αντιστοιχεί κάθε καπέλο;



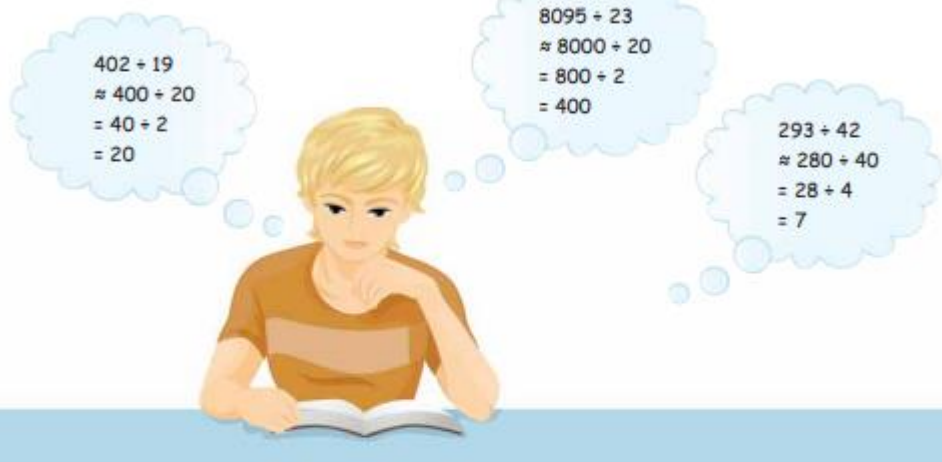
(β) Να υπολογίσεις τα γινόμενα.



(γ) Να συμπληρώσεις τις διαιρέσεις.



Ο Γιώργος χρησιμοποιεί τον πιο κάτω τρόπο σκέψης, για να εκτιμήσει το πηλίκο των πιο κάτω διαιρέσεων.



$$\begin{aligned} 402 \div 19 \\ \approx 400 \div 20 \\ = 40 \div 2 \\ = 20 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 8095 \div 23 \\ \approx 8000 \div 20 \\ = 800 \div 2 \\ = 400 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 293 \div 42 \\ \approx 280 \div 40 \\ = 28 \div 4 \\ = 7 \end{aligned}$$

(α) Να επεξηγήσεις τον τρόπο σκέψης του Γιώργου.

---



---



---

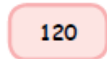
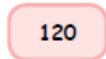
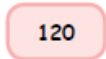
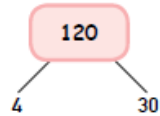
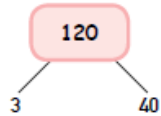
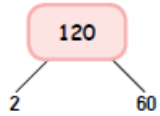
(β) Να εκτιμήσεις το πηλίκο στις πιο κάτω διαιρέσεις.

721 ÷ 93

5602 ÷ 71

497 ÷ 62

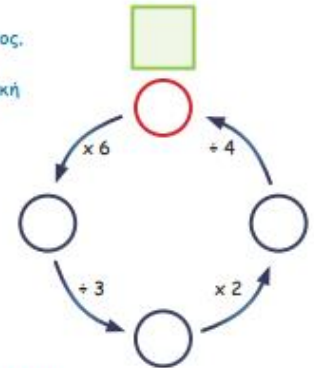
(α) Να αναλύσετε τον αριθμό 120 σε γινόμενο πρώτων παραγόντων. Να ξεκινήσετε από 6 διαφορετικά γινόμενα.



(β) Με πόσους τρόπους είναι δυνατόν να γραφτεί ένας αριθμός σε γινόμενο πρώτων παραγόντων;

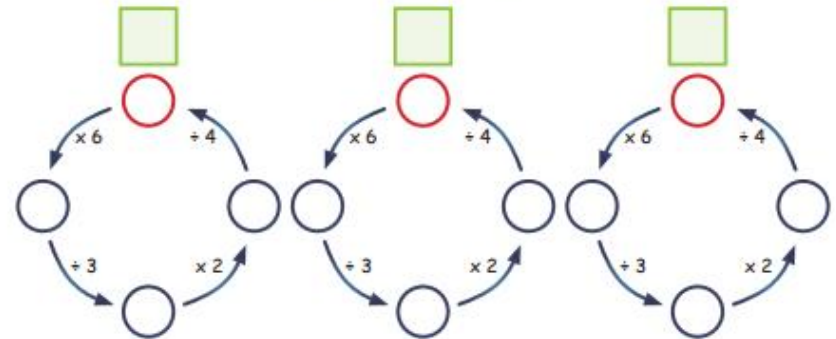
Να γράφεις έναν αριθμό στον κόκκινο κύκλο του διαγράμματος.

(α) Να συμπληρώσεις το διάγραμμα και να γράφεις την τελική απάντηση στο πράσινο τετράγωνο.



(β) Τι παρατηρείς;

(γ) Να χρησιμοποιήσεις τα πιο κάτω διαγράμματα, για να ελέγξεις κατά πόσο αυτό που παρατήρησες ισχύει και για άλλους αριθμούς.



(δ) Να εξηγήσεις γιατί ισχύει η πιο πάνω παρατήρηση

- Να μελετήσετε το πιο κάτω διδακτικό υλικό και να εντοπίσετε τις μαθηματικές πρακτικές που αναπτύσσονται.

Ο Γιάννης βρήκε τις πιο κάτω πληροφορίες για τον πλανήτη Ερμή σε μια ιστοσελίδα αστροφυσικής.

## Ο πλανήτης Ερμής με αριθμούς

Ημερομηνία ανακάλυψης: Αρχαία χρόνια



### Απόσταση από τον ήλιο

Συμβολική μορφή: 600 000 000 km

Αναλυτική μορφή:  $6 \cdot 100\,000\,000$  km

Με μορφή δύναμης:  $6 \cdot 10^8$  km



### Εμβαδόν

Συμβολική μορφή: 80 000 000 km<sup>2</sup>

Αναλυτική μορφή:  $8 \cdot 10\,000\,000$  km<sup>2</sup>

Με μορφή δύναμης:  $8 \cdot 10^7$  km<sup>2</sup>

### Μάζα

Συμβολική μορφή: 300 000 000 000 000 000 000 kg

Αναλυτική μορφή:  $3 \cdot 100\,000\,000\,000\,000\,000\,000$  kg

Με μορφή δύναμης:  $3 \cdot 10^{23}$  kg

Να επεξηγήσετε τις μορφές γραφής των αριθμών που εμφανίζονται στις πιο πάνω πληροφορίες.

Ο αριθμός των γλυκών που ετοίμασε ο Αλέξης είναι μεγαλύτερος από 50 και μικρότερος από 60. Χρησιμοποίησε τα γλυκά για να γεμίσει κουτιά, τα οποία χωρούσαν 6 γλυκά το καθένα. Του περίσσεψαν μερικά γλυκά.



(α) Πόσα γλυκά είναι δυνατόν να ετοίμασε ο Αλέξης, αν τα γλυκά που του περίσσεψαν δεν είναι αρκετά, για να γεμίσει ένα κουτί; Να συμπληρώσετε τον πίνακα.

Αριθμός γλυκών που ετοιμάστηκαν	Κουτιά που χρησιμοποιήθηκαν	Γλυκά που περίσσεψαν
51	$8 (8 \cdot 6 = 48)$	3
52	$8 (8 \cdot 6 = 48)$	4
53		
54		

(β) Γιατί είναι αδύνατον να περισσέψουν 7 γλυκά; Να επεξηγήσετε.

(γ) Ποιος είναι ο αριθμός των γλυκών που είναι δυνατόν να περισσέψουν, αν ο Αλέξης χρησιμοποιήσει κουτιά που χωράνε 4 γλυκά το καθένα;

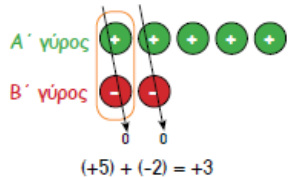


Τα παιδιά παίζουν ένα ηλεκτρονικό παιχνίδι. Ο νικητής καθορίζεται με βάση το σύνολο της βαθμολογίας που συγκεντρώνει στους δύο γύρους του παιχνιδιού.

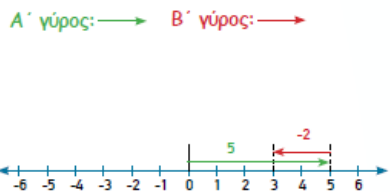
Ο Νίκος συγκέντρωσε στον πρώτο γύρο (+5) βαθμούς και στον δεύτερο γύρο (-2) βαθμούς. Πιο κάτω παρουσιάζονται δύο μέθοδοι για τον υπολογισμό της συνολικής του βαθμολογίας.

**Μέθοδος Α**

Κάθε πράσινο πλακίδιο αναπαριστά έναν θετικό βαθμό και κάθε κόκκινο πλακίδιο έναν αρνητικό βαθμό.



**Μέθοδος Β**



(α) Να επεξηγήσετε τις δύο μεθόδους.

(β) Να χρησιμοποιήσετε πλακίδια ή αριθμητική γραμμή, για να υπολογίσετε τη συνολική βαθμολογία που συγκεντρώσαν τα παιδιά που συμμετείχαν στο παιχνίδι.

Παίκτης	Βαθμολογία		Μαθηματική πρόταση	Συνολική Βαθμολογία
	1ος γύρος	2ος γύρος		
Μαρίνα	+2	+3		
Τάσος	-2	-1		
Ξένια	+1	-3		
Πάνος	+2	-2		

Τα παιδιά θα διακομήσουν την αίθουσα εκδηλώσεων του σχολείου τους. Έχουν στη διάθεσή τους 12 κόκκινα και 18 μπλε μπαλόνια. Ο Μιχάλης έκανε το πιο κάτω σχέδιο, για να δείξει με ποιο τρόπο είναι δυνατόν να χρησιμοποιήσουν τα μπαλόνια.



(α) Είναι δυνατόν τα παιδιά να ετοιμάσουν διαφορετικό αριθμό ίδιων κατασκευών; Να επεξηγήσετε.

(β) Ποιος είναι ο μέγιστος αριθμός ίδιων κατασκευών που είναι δυνατόν να ετοιμάσουν τα παιδιά, αν έχουν στη διάθεσή τους 12 κόκκινα και 24 μπλε μπαλόνια;

(γ) Να επεξηγήσετε τη στρατηγική που ακολουθήσατε, για να απαντήσετε στα πιο πάνω ερωτήματα.



(α) Να συμπληρώσετε τον πίνακα.

Δυνάμεις του 2	Δυνάμεις του 3	Δυνάμεις του 5
$2^1 = 2$	$3^1 = 3$	$5^1 = 5$
$2^2 = 2 \cdot 2 = 4$	$3^2 = 3 \cdot 3 = 9$	$5^2 = 5 \cdot 5 = 25$
$2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$	$3^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$	$5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$
$2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$	$3^4 =$ _____	$5^4 =$ _____
$2^5 =$ _____	$3^5 =$ _____	$5^5 =$ _____
$2^6 =$ _____	$3^6 =$ _____	$5^6 =$ _____



(β) Η Λίζα υπολόγισε ότι  $2^7 = 128$ . Με ποιο τρόπο είναι δυνατόν να υπολογίσει το  $2^8$ ; Να επεξηγήσετε.

(γ) Ο Ιάκωβος υπολόγισε ότι  $5^6 = 390\ 625$ . Με ποιο τρόπο είναι δυνατόν να υπολογίσει το  $5^7$ ; Να επεξηγήσετε.



8. Η Βασιλική σκέφτεται να αγοράσει ένα διαμέρισμα. Μελετά τις πιο κάτω αγγελίες.

ΠΩΛΕΙΤΑΙ ΔΙΑΜΕΡΙΣΜΑ	
• Εμβαδόν: 60 m <sup>2</sup>	• 2 υπνοδωμάτια
• Έτος κατασκευής: 2008	• 400 m από το κέντρο της πόλης
• Σαλόνι και κουζίνα	• Άνετος χώρος στάθμευσης
Κτηματομεσιτικό γραφείο "Επένδυση" τηλ.333 333 333	
	
€185 000	

ΠΩΛΕΙΤΑΙ ΔΙΑΜΕΡΙΣΜΑ	
• Εμβαδόν: 80 m <sup>2</sup>	• 2 υπνοδωμάτια
• Έτος κατασκευής: 2012	• 2 km από το κέντρο της πόλης
• Σαλόνι και κουζίνα	• Άνετος χώρος στάθμευσης
Κτηματομεσιτικό γραφείο "Επένδυση" τηλ.333 333 333	
	
€210 000	

Η Βασιλική ζήτησε την άποψη ενός εκτιμητή ακινήτων σχετικά με τις τιμές πώλησης των διαμερισμάτων. Ο εκτιμητής υπολογίζει ότι το κόστος των διαμερισμάτων είναι €2000 ανά m<sup>2</sup>. Επιπρόσθετα, χρησιμοποιεί τα πιο κάτω κριτήρια, για να υπολογίσει την τελική τιμή ενός διαμερίσματος:

Έτος κατασκευής	Απόσταση από το κέντρο της πόλης	Χώρος στάθμευσης
Πάνω από 15 χρονών: + €0	Περισσότερα από 10 km: + €0	Όχι: + €0
Από 5 μέχρι 15 χρονών: + €5000	Από 5 μέχρι 10 km: + €10 000	Ναι: + €30 000
Από 0 μέχρι 5 χρονών: + €10 000	Από 0,5 μέχρι 5 km: + €15 000	
	Λιγότερο από 0,5 km: + €20 000	

(α) Να γράψετε τη μαθηματική πρόταση που θα χρησιμοποιήσει ο εκτιμητής, για να υπολογίσει μια ενδεικτική τιμή για κάθε διαμέρισμα. Να χρησιμοποιήσετε παρενθέσεις μόνο εάν είναι απαραίτητο.

(β) Ποιο από τα πιο πάνω διαμερίσματα είναι η καλύτερη ευκαιρία αγοράς για τη Βασιλική; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Τα παιδιά εξετάζουν ποιες ιδιότητες ισχύουν σε κάθε πράξη.

(α)

Για να ελέγξω κατά πόσο ισχύει η αντιμεταθετική ιδιότητα στην πρόσθεση, έκανα τους πιο κάτω υπολογισμούς:

$4 + 3 = 7$	$3 + 4 = 7$
$5 + 7 = 12$	$7 + 5 = 12$
$12 + 13 = 25$	$13 + 12 = 25$
$24 + 35 = 59$	$35 + 24 = 59$

Άρα, στην πρόσθεση ισχύει η αντιμεταθετική ιδιότητα,  $a + b = b + a$ .

i. Να υπολογίσετε.

$5 - 3 =$	$3 - 5 =$
$8 - 2 =$	$2 - 8 =$
$7 - 4 =$	$4 - 7 =$
$12 - 8 =$	$8 - 12 =$

$4 \cdot 3 =$	$3 \cdot 4 =$
$8 \cdot 5 =$	$5 \cdot 8 =$
$6 \cdot 4 =$	$4 \cdot 6 =$
$9 \cdot 5 =$	$5 \cdot 9 =$

$4 \div 2 =$	$2 \div 4 =$
$9 \div 3 =$	$3 \div 9 =$
$8 \div 2 =$	$2 \div 8 =$
$16 \div 4 =$	$4 \div 16 =$

ii. Με βάση τους πιο πάνω υπολογισμούς, σε ποιες πράξεις ισχύει η αντιμεταθετική ιδιότητα;

---



---



---



---



(β)

Για να ελέγξω κατά πόσο ισχύει η προσεταιριστική ιδιότητα στον πολλαπλασιασμό, έκανα τους πιο κάτω υπολογισμούς:

$(3 \cdot 4) \cdot 2 = 24$	$3 \cdot (4 \cdot 2) = 24$
$(2 \cdot 10) \cdot 3 = 60$	$2 \cdot (10 \cdot 3) = 60$
$3 \cdot (2 \cdot 5) = 30$	$(3 \cdot 2) \cdot 5 = 30$
$4 \cdot (25 \cdot 2) = 200$	$(4 \cdot 25) \cdot 2 = 200$

Άρα, στον πολλαπλασιασμό ισχύει η προσεταιριστική ιδιότητα,  $(a \cdot b) \cdot \gamma = a \cdot (b \cdot \gamma)$ .



i. Να υπολογίσετε.

$13 + (7 + 5) =$	$(13 + 7) + 5 =$
$8 + (2 + 19) =$	$(8 + 2) + 19 =$
$(37 + 15) + 25 =$	$37 + (15 + 25) =$
$(19 + 16) + 14 =$	$19 + (16 + 14) =$

$(8 - 5) - 2 =$	$8 - (5 - 2) =$
$(9 - 6) - 3 =$	$9 - (6 - 3) =$
$40 - (20 - 10) =$	$(40 - 20) - 10 =$
$35 - (25 - 5) =$	$(35 - 25) - 5 =$

$(8 \div 4) \div 2 =$	$8 \div (4 \div 2) =$
$16 \div (4 \div 2) =$	$(16 \div 4) \div 2 =$
$(50 \div 10) \div 5 =$	$50 \div (10 \div 5) =$
$(100 \div 25) \div 5 =$	$100 \div (25 \div 5) =$

ii. Με βάση τους πιο πάνω υπολογισμούς, σε ποιες πράξεις ισχύει η προσεταιριστική ιδιότητα;

---



---

(γ)

Το 0 είναι το ουδέτερο στοιχείο της πρόσθεσης,  
 $a + 0 = a$ .

Ποιο είναι το ουδέτερο στοιχείο του πολλαπλασιασμού; Να επεξηγήσετε.

---



---



**Στ' ΤΑΞΗ**

**ΧΡΟΝΟΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΚΑΙ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΟ  
ΕΝΟΤΗΤΩΝ**





## ΣΕΠΤΕΜΒΡΗΣ

- 1\_Επανάληψη (Αριθμοί, αλγόριθμοι πράξεων, επίλυση προβλήματος)



## ΟΚΤΩΒΡΗΣ –ΝΟΕΜΒΡΗΣ

- 2\_Ακέραιοι (πράξεις με αρνητικούς), ιδιότητες πράξεων, στατιστική \_3 εβδομάδες
- 3\_Δυνάμεις, μεγάλοι αριθμοί, έννοιες διαιρετότητας \_3 εβδομάδες
- 4\_Δισδιάστατη γεωμετρία, γωνίες, δευτερεύοντα στοιχεία τριγώνου \_2 εβδομάδες



## ΔΕΚΕΜΒΡΗΣ

- 5\_Κλάσματα, μικτοί, πρόσθεση/ αφαίρεση με κλάσματα και μικτούς



## ΓΕΝΑΡΗΣ

- 6\_Γεωμετρία (Πολύγωνα)
- 7\_Δεκαδικοί, Λόγοι, Ποσοστά



## ΦΕΒΡΑΡΗΣ-ΑΠΡΙΛΗΣ (πριν τις διακοπές)

- 8\_Εμβαδόν, Γεωμετρία σε σύστημα αξόνων, μετασχηματισμοί\_3 εβδομάδες
- 9\_Πολλαπλασιασμός και διαίρεση, κλασμάτων, δεκαδικών και μικτών\_4 εβδομάδες
- 10\_Λόγοι, αναλογίες, ποσοστά, συνάρτηση\_3 εβδομάδες



## ΑΠΡΙΛΗΣ-ΙΟΥΝΗΣ

- 11\_Κύκλος, τρισδιάσταση γεωμετρία \_ 3 εβδομάδες
- 12\_Άλγεβρα, Πιθανότητες \_3 εβδομάδες

# ΔΟΜΗΣΗ ΣΧΟΛΙΚΟΥ ΕΓΧΕΙΡΙΔΙΟΥ

1. Έχουμε Μάθει
2. Εξερεύνηση/Διερεύνηση
3. Νέες Έννοιες
4. Παραδείγματα
5. Δραστηριότητες
6. Δραστηριότητες Ενότητας
7. Δραστηριότητες Εμπλουτισμού: Υπάρχουν στο τέλος κάθε ενότητας - Διαβαθμισμένες με βάση την έννοια που διδάσκεται

# Έχουμε μάθει

## Έχουμε μάθει:

- **Κριτήρια διαιρετότητας** είναι οι κανόνες με τους οποίους μπορούμε να διακρίνουμε κατά πόσο ένας αριθμός διαιρείται ακριβώς από κάποιον άλλο αριθμό.

### Κριτήριο διαιρετότητας με το 2

Ένας αριθμός διαιρείται με το 2, αν και μόνο αν το ψηφίο των μονάδων του είναι 0, 2, 4, 6 ή 8.

#### Παράδειγμα:

Ο αριθμός 5346 διαιρείται με το 2, γιατί το ψηφίο των μονάδων του είναι 6.

### Κριτήριο διαιρετότητας του 5

Ένας αριθμός διαιρείται με το 5, αν και μόνο αν το ψηφίο των μονάδων του είναι 0 ή 5.

#### Παράδειγμα:

Ο αριθμός 475 διαιρείται με το 5, γιατί το ψηφίο των μονάδων του είναι το 5.

- Περίληψη βασικών εννοιών από προηγούμενες τάξεις που είναι απαραίτητες για την κατανόηση των νέων εννοιών της ενότητας.
- Σημείο αναφοράς και συζήτησης πριν την εισαγωγή στο νέο μάθημα

# Νέες Έννοιες

Διερεύνηση

Μαθήματα 5<sup>ος</sup> 6

Ο αριθμός των γλυκών που ετοίμασε ο Αλέξης είναι μεγαλύτερος από 50 και μικρότερος από 60. Χρησιμοποίησε τα γλυκά για να γεμίσει κουτιά, τα οποία χωρούσαν 6 γλυκά το καθένα. Του περισσεύουν μερικά γλυκά.



(α) Πόσα γλυκά είναι δυνατόν να ετοίμασε ο Αλέξης, αν τα γλυκά που του περισσεύουν δεν είναι αρκετά, για να γεμίσει ένα κουτί; Να συμπληρώσετε τον πίνακα.

Αριθμός γλυκών που ετοιμάστηκαν	Κουτιά που χρησιμοποιήθηκαν	Γλυκά που περισσεύουν
51	8 (8 · 6 = 48)	3
52	8 (8 · 6 = 48)	4
53		
54		

(β) Γιατί είναι αδύνατον να περισσεύουν 7 γλυκά; Να επεξηγήσετε.

(γ) Ποιος είναι ο αριθμός των γλυκών που είναι δυνατόν να περισσεύουν, αν ο Αλέξης χρησιμοποιήσει κουτιά που χωράνε 4 γλυκά το καθένα.



## Νέες Έννοιες

- Όταν δοθούν δύο φυσικοί αριθμοί Δ (Διαιρετέος) και δ (δαιρέτης), τότε υπάρχουν δύο άλλοι φυσικοί αριθμοί π (πηλίκο) και υ (υπόλοιπο), ώστε να ισχύει η ισότητα:

$$\Delta = \delta \cdot \pi + \upsilon$$

Η διαίρεση αυτής της μορφής ονομάζεται **Ευκλείδεια Διαίρεση**.

- Στην Ευκλείδεια Διαίρεση, το υπόλοιπο είναι πάντα ίσο ή μεγαλύτερο από το μηδέν και **μικρότερο** από τον δαιρέτη.

$$0 \leq \upsilon < \delta$$

Παραδείγματα:

$$45 = 7 \cdot 6 + 3$$

δαιρετέος	45	δαιρέτης	7	↗	↖	7 · 6 = 42
	-		42	6		
				3		
υπόλοιπο						πηλίκο

$$5 = 8 \cdot 0 + 5$$

δαιρετέος	5	δαιρέτης	8	↗	↖	8 · 0 = 0
	-		0	0		
				5		
υπόλοιπο						πηλίκο

Ευκλείδεια Διαίρεση

- Συνοψίζουν τα βασικά συμπεράσματα που προκύπτουν από τη Διερεύνηση/Εξερεύνηση.
- Αποτελούν στοιχείο μελέτης από τους μαθητές (στην τάξη ή/και στο σπίτι) και σημείο αναφοράς κατά τη συζήτηση στην τάξη.

# Παραδείγματα

## Παραδείγματα

1. Να ελέγξετε κατά πόσο είναι ορθές οι απαντήσεις των παιδιών.

(α) Η Ιωάννα έκανε τη διαίρεση  $485 \div 4$ . Βρήκε πηλίκο 121 και υπόλοιπο 1.

(β) Ο Δημήτρης έκανε τη διαίρεση  $263 \div 3$ . Βρήκε πηλίκο 86 και υπόλοιπο 2.

### Λύση:

Για να είναι ορθές οι απαντήσεις των παιδιών, πρέπει να ισχύει η ισότητα της Ευκλείδειας Διαίρεσης  $\Delta = \delta \cdot \pi + \upsilon$ .

$$\begin{aligned} \text{(α)} \quad \Delta &= 4 \cdot 121 + 1 \\ \Delta &= 485 \end{aligned}$$

Άρα, η απάντηση της Ιωάννας είναι ορθή.

$$\begin{aligned} \text{(β)} \quad \Delta &= 3 \cdot 86 + 2 \\ \Delta &= 260 \end{aligned}$$

Με βάση την απάντηση του Δημήτρη, ο Διαιρετέος είναι 260. Άρα, η απάντησή του δεν είναι ορθή.

## Ευκλείδεια Διαίρεση

2. Ένας αριθμός διαιρείται με το 25. Δίνει πηλίκο 12 και υπόλοιπο 9. Ποιος είναι ο αριθμός;

### Λύση:

Γνωρίζουμε ότι  $\Delta = \delta \cdot \pi + \upsilon$ .

Αφού ο διαιρέτης είναι  $\delta = 25$ , το πηλίκο είναι  $\pi = 12$  και το υπόλοιπο είναι  $\upsilon = 9$ , ο Διαιρετέος θα ισούται με

$$\Delta = 25 \cdot 12 + 9$$

Άρα, ο Διαιρετέος είναι  $\Delta = 309$ .

- Παραδείγματα δραστηριοτήτων με αναλυτικές λύσεις που καλύπτουν σημαντικές παραμέτρους του μαθήματος
- Αποτελούν στοιχείο μελέτης/αναστοχασμού από τους μαθητές (στην τάξη ή/και στο σπίτι) και σημείο αναφοράς κατά τη συζήτηση στην τάξη.

# Δραστηριότητες Ενότητας και Εμπλουτισμού

- **Δραστηριότητες Ενότητας**  
Επιπρόσθετες δραστηριότητες που αναφέρονται στις εμφάσεις της ενότητας και προσφέρονται για περαιτέρω εξάσκηση, επανάληψη και αξιολόγηση.
- **Δραστηριότητες Εμπλουτισμού**  
Επιπρόσθετο υλικό που αναφέρεται σε όλες τις έννοιες της ενότητας. Προσφέρεται για διαφοροποίηση και αξιοποιείται για:
  - (α) επαναφορά προηγούμενης γνώσης
  - (β) ενίσχυση των μαθητών που αντιμετωπίζουν δυσκολίες
  - (γ) περαιτέρω εξάσκηση και εμπέδωση
  - (δ) επέκταση (π.χ. παρουσίαση εναλλακτικών στρατηγικών), και
  - (δ) επίλυση προβλήματος με μεγαλύτερο βαθμό δυσκολίας

9. Να συμπληρώσετε τον πίνακα.

Διαιρετέος $\Delta$	Διαιρέτης $\delta$	ηλίκο $\eta$	υπόλοιπο $\upsilon$	$\Delta = \delta \cdot \eta + \upsilon$
45	6	7	3	$45 = 6 \cdot 7 + 3$
64	5			
	5	20	4	
	12	11	3	
72		10		
208		17		

## Ευκλείδεια Διαίρεση

7. Ο Φάνης τοποθέτησε μπισκότα σε 35 συσκευασίες. Κάθε συσκευασία περιείχε τον ίδιο αριθμό μπισκότων. Ποιος είναι ο μικρότερος δυνατός αριθμός μπισκότων που είχε στη διάθεσή του ο Φάνης, αν περίσσεψαν 6 μπισκότα;

# Οργάνωση Διδασκαλίας



# Αναλυτικό πρόγραμμα και διδασκαλία

## Δείκτες Επιτυχίας

Αποτελούν τη βάση για τον καθορισμό των διδακτικών στόχων της διδασκαλίας

## Δείκτες Επάρκειας

Αποτελούν τη βάση για την επιλογή και ανάπτυξη των δραστηριοτήτων του μαθήματος

# Παράδειγμα: Στ' τάξη, Ενότητα 2, Προτεραιότητα Πράξεων

## Δείκτες Επιτυχίας

**(ΑΛ3.12)** Χρησιμοποιούν την προτεραιότητα των πράξεων, για να απλοποιούν νοερούς και γραπτούς υπολογισμούς και να ελέγχουν τα αποτελέσματά τους.

Χρησιμοποιούν την προτεραιότητα πράξεων, για να απλοποιούν νοερούς και γραπτούς υπολογισμούς.

### Νέες Έννοιες:

- ✓ Προτεραιότητα πράξεων

### Παράδειγμα χρήσης της προτεραιότητας πράξεων:

- Να περιγράψεις τη σειρά με την οποία έγιναν οι πιο κάτω πράξεις, ώστε να ισχύουν οι ισότητες.

(α)  $3 \times 6 - 5 = 13$

(β)  $20 - 6 \times 2 = 8$

(γ)  $40 \div 20 + 5 = 7$

(δ)  $15 - 4 \times 3 + 6 = 9$

### ΜΠ3 Ανάπτυξη ισχυρισμών και κρίση του συλλογισμού άλλων

*Επεξηγώ τη σκέψη μου και λαμβάνω υπόψη μου τη γνώμη των άλλων.*

**Παράδειγμα:** Η Στέλλα και ο Ιωάννης χρησιμοποίησαν τους ίδιους αριθμούς και τα ίδια σύμβολα σε μια πράξη αλλά το αποτέλεσμα που βρήκαν ήταν διαφορετικό.

Στέλλα:

$$4 + 6 \times 5 - 2 = 32$$

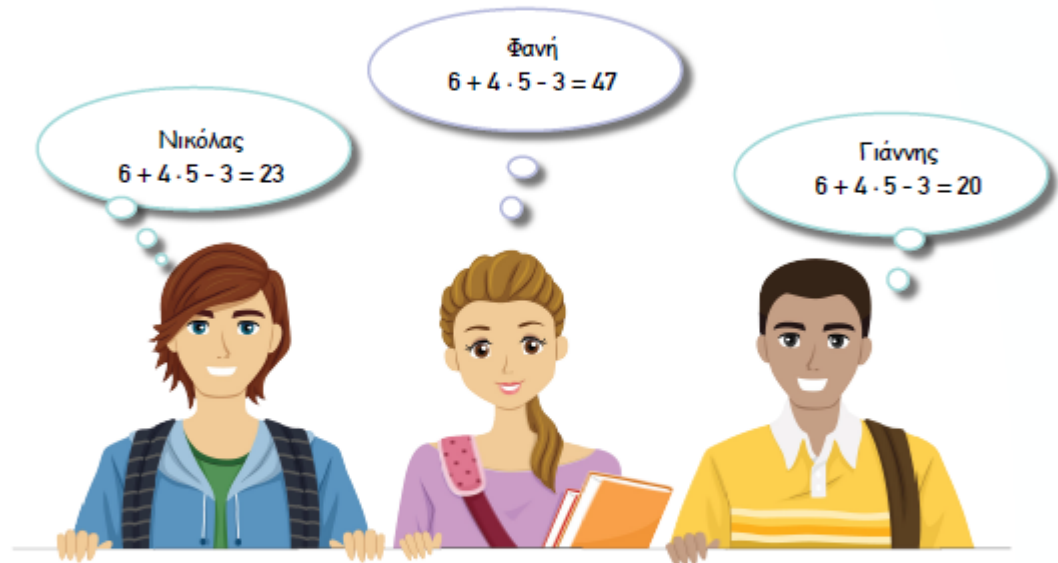
Ιωάννης:

$$4 + 6 \times 5 - 2 = 48$$

Ποιο παιδί βρήκε την ορθή απάντηση; Να επεξηγήσεις.

## Δείκτης Επάρκειας

Η Φανή, ο Νικόλας και ο Γιάννης υπολόγισαν το αποτέλεσμα της μαθηματικής πρότασης  $6 + 4 \cdot 5 - 3 = v$ .



## Περίεργια, Πρόκληση

- (α) Να σχολιάσετε και να συγκρίνετε τις απαντήσεις των παιδιών.
- (β) Γιατί τα παιδιά οδηγήθηκαν σε διαφορετικό αποτέλεσμα;
- (γ) Ποια ανάγκη προκύπτει με βάση τις παρατηρήσεις σας;

Μαθηματική Πρακτική:  
Διατύπωση Ισχυρισμών

# Νέες Έννοιες

- Η πράξη του πολλαπλασιασμού συμβολίζεται με " • ".

## Παραδείγματα

$$4 \cdot 2 = 8 \quad 4 \cdot 6 = 24$$

- Στην προτεραιότητα πράξεων:

1. Αν υπάρχουν παρενθέσεις, πρώτα κάνουμε τις πράξεις στις παρενθέσεις.

## Παραδείγματα

$$(3 \cdot 4) + 2 = 12 + 2 = 14$$

$$12 \div (3 + 1) = 12 \div 4 = 3$$

2. Στη συνέχεια, κάνουμε τους πολλαπλασιασμούς και τις διαιρέσεις με τη σειρά που εμφανίζονται από τα αριστερά προς τα δεξιά.

## Παραδείγματα

$$2 \cdot 15 \div 3 = 30 \div 3 = 10$$

$$4 + 16 \div 2 \cdot 3 = 4 + 8 \cdot 3 = 4 + 24 = 28$$

3. Τέλος, κάνουμε τις προσθέσεις και τις αφαιρέσεις με τη σειρά που εμφανίζονται από τα αριστερά προς τα δεξιά.

## Παραδείγματα

$$13 - 8 + 4 - 3 = 5 + 4 - 3 = 9 - 3 = 6$$

$$12 \cdot 6 - 22 + 8 = 72 - 22 + 8 = 50 + 8 = 58$$

Επεξήγηση, Συζήτηση,  
Εξαγωγή Συμπερασμάτων

## Δραστηριότητες

1. Να υπολογίσετε την τιμή των πιο κάτω αριθμητικών παραστάσεων στο τετράδιό σας.

$$(α) 39 - 15 + 12$$

$$(β) 16 \div 4 \cdot 6$$

$$(γ) 18 + 4 \cdot 2$$

$$(δ) 7 \cdot (2 + 6)$$

$$(ε) 50 - 7 \cdot 6$$

$$(στ) 18 \div (2 + 7)$$

$$(ζ) 63 \div (10 - 3) \cdot 3$$

$$(η) (8 + 2) \cdot 6 - 5$$

$$(θ) 48 \div 4 - 2 \cdot 3$$

2. Να συμπληρώσετε.

$$(α) 9 \cdot 2 + \square = 25$$

$$(β) 16 \div \square - 5 = 3$$

$$(γ) 40 = \square + 7 \cdot 4$$

$$(δ) 4 \cdot 8 = 5 \cdot 6 + \square$$

$$(ε) (4 + 5) \cdot 3 = \square \div 2$$

$$(στ) (20 - \square) \div 2 = 3 + 4$$

$$(ζ) 15 - \square + \square = 14$$

$$(η) 4 + \square \cdot \square = 10$$

$$(θ) 4 \cdot \square + \square = 10$$

$$(ι) \square \cdot \square \div 4 = 20$$

Εξάσκηση

## Επέκταση, Αξιολόγηση

5. Να χρησιμοποιήσετε τους αριθμούς 2, 3 και 4 μία φορά τον καθένα και τα σύμβολα +, -, ·, ÷, ( ) όσες φορές θέλετε το καθένα, για να κατασκευάσετε αριθμητικές παραστάσεις που να έχουν αποτέλεσμα:

(α) 9

(β) 10

Μαθηματική Πρακτική:  
Ακρίβεια

- Αναλυτική  
Παρουσίαση Ενοτήτων

# Ενότητα 1\_ Επανάληψη

- Αλγόριθμοι τεσσάρων πράξεων
- Αριθμοί ως το δισεκατομμύριο, αξία θέσης ψηφίου
- Επίλυση προβλήματος αθροιστικής και πολλαπλασιαστικής δομής



Παραδείγματα

1. Να εκτελέσετε τις πράξεις νοερά.

(α)  $42 + 36$     (β)  $15 + 17$     (γ)  $199 + 199$     (δ)  $403 - 299$     (ε)  $342 - 143$

Λύση:

(α)  $42 + 36 = 40 + 2 + 30 + 6 = 40 + 30 + 2 + 6 = 70 + 8 = 78$

(β)  $15 + 17 = 15 + 15 + 2 = 30 + 2 = 32$

(γ)  $199 + 199 = 200 + 200 - 2 = 400 - 2 = 398$

(δ)  $403 - 299 = 403 - 300 + 1 = 103 + 1 = 104$

(ε)  $342 - 143 = 342 - 142 - 1 = 200 - 1 = 199$

2. Να εκτελέσετε τις πράξεις κατακόρυφα.

(α)  $243 + 325$     (β)  $578 + 251$     (γ)  $976 - 234$     (δ)  $462 - 248$

Λύση:

(α) $\begin{array}{r} 243 \\ + 325 \\ \hline 568 \end{array}$	(β) $\begin{array}{r} 1 \\ 578 \\ + 251 \\ \hline 829 \end{array}$	(γ) $\begin{array}{r} 976 \\ - 234 \\ \hline 742 \end{array}$	(δ) $\begin{array}{r} 5 \quad 12 \\ 462 \\ - 248 \\ \hline 214 \end{array}$
---	--	---	---

3. Στον τελικό αγώνα μιας αθλητικής διοργάνωσης πωλήθηκαν 8000 εισιτήρια. Στον ημιτελικό αγώνα είχαν πωληθεί 3492 εισιτήρια λιγότερα. Να υπολογίσετε τον αριθμό των εισιτηρίων που πωλήθηκαν στον ημιτελικό αγώνα.

Λύση:

$8000 - 3492 = v$

$$\begin{array}{r} 79910 \\ 8000 \\ - 3492 \\ \hline 4508 \end{array}$$

Στον ημιτελικό αγώνα πωλήθηκαν 4508 εισιτήρια.

1. Να εκτελέσετε τις πράξεις νοερά.

(α) $25 + 27 =$	(β) $350 - 20 =$
(γ) $99 + 99 =$	(δ) $62 + 29 + 8 =$
(ε) $702 - 299 =$	(στ) $370 + 350 =$
(ζ) $680 - 182 =$	(η) $425 + 427 =$
(θ) $1250 - 199 =$	(ι) $2538 - 1338 =$
(κ) $101 + 1001 + 909 + 9009 =$	(λ) $9009 - 1119 =$

2. Να εκτελέσετε τις πράξεις κατακόρυφα στο τετράδιό σας.

(α) $356 + 24$	(β) $48 + 756$	(γ) $680 + 352$
(δ) $543 + 689$	(ε) $1324 + 7890$	(στ) $789 + 2345$
(ζ) $5432 + 453$	(η) $17\ 848 + 4189$	(θ) $18\ 640 + 15\ 067$
(ι) $876 - 252$	(κ) $562 - 294$	(λ) $4352 - 1941$
(μ) $960 - 644$	(ν) $9605 - 3234$	(ε) $9000 - 5379$
(ο) $16\ 008 - 3189$	(π) $72\ 300 - 48\ 563$	(ρ) $767\ 000 - 98\ 463$

3. Να συμπληρώσετε τα ψηφία που λείπουν.

(α) $\begin{array}{r} 29\ \square \\ + 9\ \square 5 \\ \hline 1229 \end{array}$	(β) $\begin{array}{r} \square 680 \\ + 1\square 57 \\ \hline 6037 \end{array}$	(γ) $\begin{array}{r} 7\square 841 \\ + 50\square 67 \\ \hline 130308 \end{array}$
(δ) $\begin{array}{r} 9\square 7 \\ - 327 \\ \hline 660 \end{array}$	(ε) $\begin{array}{r} 8658\square \\ - \square 2529 \\ \hline 34058 \end{array}$	(στ) $\begin{array}{r} 9\square 847 \\ - 3736\square \\ \hline 564\square 2 \end{array}$



Αλγόριθμος πρόσθεσης και αφαίρεσης

## Αριθμοί και Πράξεις (2)

### Παραδείγματα

1. Να εκτιμήσετε τα γινόμενα.

(α)  $5 \times 48$

(β)  $89 \times 48$

(γ)  $573 \times 32$

(δ)  $7124 \times 64$

**Λύση:**

(α)  $5 \times 48 \approx 5 \times 50 = 250$

(β)  $89 \times 48 \approx 90 \times 50 = 4500$

(γ)  $573 \times 32 \approx 600 \times 30 = 18\,000$

(δ)  $7124 \times 64 \approx 7000 \times 60 = 420\,000$

πολλαπλασιασμούς κατακόρυφα.

$\times 25$

(γ)  $573 \times 32$

$$\begin{array}{r} \beta) \quad 54 \\ \times 25 \\ \hline 270 \rightarrow 5 \times 54 \\ + 1080 \rightarrow 20 \times 54 \\ \hline 1350 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \gamma) \quad 573 \\ \times 32 \\ \hline 1146 \rightarrow 2 \times 573 \\ 17190 \rightarrow 30 \times 573 \\ \hline 18336 \end{array}$$

Αλγόριθμος  
Πολλαπλασιασμού  
και διαίρεσης

3. Να παρουσιάσετε με διαφορετικούς τρόπους τον κατακόρυφο αλγόριθμο για τον υπολογισμό του γινομένου  $23 \times 42$ .

**Λύση:**

**A**

$$\begin{array}{r} 23 \\ \times 42 \\ \hline 6 \rightarrow (2 \times 3) \\ 40 \rightarrow (2 \times 20) \\ 120 \rightarrow (40 \times 3) \\ + 800 \rightarrow (40 \times 20) \\ \hline 966 \end{array}$$

**B**

$$\begin{array}{r} 23 \\ \times 42 \\ \hline 46 \rightarrow (2 \times 23) \\ + 920 \rightarrow (40 \times 23) \\ \hline 966 \end{array}$$

**Γ**

$$\begin{array}{r} 23 \\ \times 42 \\ \hline 46 \\ + 92 \\ \hline 966 \end{array}$$

4. Να εκτιμήσετε και να υπολογίσετε το πηλίκο των πιο κάτω διαιρέσεων. Να επαληθεύσετε την απάντησή σας.

(α)  $475 \div 41 = v$

(β)  $197 \div 13 = v$

(γ)  $6084 \div 12 = v$

**Λύση:**

(α)  $475 \div 41 = v$

**Εκτίμηση**

$475 \div 41 \approx 480 \div 40 = 12$

**Υπολογισμός**

$$\begin{array}{r} 475 \quad 41 \\ - 41 \quad \Delta\text{M} \\ \hline 65 \quad 11 \\ - 41 \\ \hline 24 \end{array}$$

**Επαλήθευση**

$(11 \times 41) + 24 = 475$

(β)  $197 \div 13 = v$

**Εκτίμηση**

$197 \div 13 \approx 200 \div 10 = 20$

**Υπολογισμός**

$$\begin{array}{r} 197 \quad 13 \\ - 13 \quad \Delta\text{M} \\ \hline 67 \quad 15 \\ - 65 \\ \hline 2 \end{array}$$

**Επαλήθευση**

$(15 \times 13) + 2 = 197$

(γ)  $6084 \div 12 = v$

**Εκτίμηση**

$6084 \div 12 \approx 6000 \div 12 = 500$

**Υπολογισμός**

$$\begin{array}{r} 6084 \quad 12 \\ - 60 \quad \text{ΕΔΜ} \\ \hline 084 \quad 507 \\ - 84 \\ \hline 0 \end{array}$$

**Επαλήθευση**

$507 \times 12 = 6084$

## Αισθητοποίηση Αριθμών

### Παραδείγματα

1. Η μεγαλύτερη σε έκταση χώρα στον κόσμο είναι η Ρωσία. Η έκτασή της φτάνει τα 17 098 242 km<sup>2</sup>.

Να γράψετε τον αριθμό που αναφέρεται πιο πάνω σε αναλυτική μορφή.

**Λύση:**

Εκατομύρια			Χιλιάδες			Μονάδες		
Εκατοντάδες	Δεκάδες	Μονάδες	Εκατοντάδες	Δεκάδες	Μονάδες	Εκατοντάδες	Δεκάδες	Μονάδες
	1	7	0	9	8	2	4	2
	$1 \times 10\,000\,000$	$7 \times 1\,000\,000$	$0 \times 100\,000$	$9 \times 10\,000$	$8 \times 1\,000$	$2 \times 100$	$4 \times 10$	$2 \times 1$
	10 000 000	7 000 000	0	90 000	8000	200	40	2

Ο αριθμός 17 098 242 γράφεται στην αναλυτική του μορφή ως εξής:

$$(1 \times 10\,000\,000) + (7 \times 1\,000\,000) + (0 \times 100\,000) + (9 \times 10\,000) + (8 \times 1\,000) + (2 \times 100) + (4 \times 10) + (2 \times 1)$$

2. Να συγκρίνετε τους πιο κάτω αριθμούς.

- (α) 7993                      (β) 97 245                      (γ) 910 023                      (δ) 1 313 418  
 7972                              97 145                              112                              913 418

**Λύση:**

- (α) 7993 > 7972  
 (β) 97 245 > 97 145  
 (γ) 910 023 < 910 112  
 (δ) 1 313 418 > 913 418

Μορφές  
 γραφής  
 αριθμών,  
 αξία θέσης  
 ψηφίου

1. Να γράψετε τους αριθμούς σε λεκτική και αναλυτική μορφή.

	Λεκτική μορφή	Αναλυτική μορφή
809		
5400		
8769		
3078		
13 843		
67 890		
178 900		
6 780 050		
2 980 000		

2. Να γράψετε την αξία του υπογραμμισμένου ψηφίου στους πιο κάτω αριθμούς, όπως στο παράδειγμα.

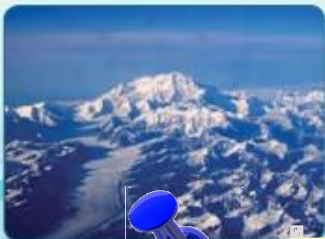
- (α) 4833                      (β) 598 102                      (γ) 2 093 455                      (δ) 96 283  
 800                              \_\_\_\_\_                              \_\_\_\_\_                              \_\_\_\_\_  
 (ε) 791 350                      (στ) 279 115                      (ζ) 849 567                      (η) 942 285  
 \_\_\_\_\_                              \_\_\_\_\_                              \_\_\_\_\_                              \_\_\_\_\_

- Ερμηνεία, αναπαράσταση και σύγκριση ακεραίων (θετικών και αρνητικών)
- Πράξεις με ακραίους
- Προτεραιότητα πράξεων
- Ιδιότητες Πράξεων
- Ερμηνεία και κατασκευή γραφικών παραστάσεων
- Μέγιστη και ελάχιστη τιμή συνόλου δεδομένων, εύρος και μέσος όρος



Να σχολιάσετε τις πιο κάτω πληροφορίες.

Το ψηλότερο σημείο της Βόρειας Αμερικής είναι το όρος ΜακΚίνλεϊ στην Αλάσκα με ύψος 6184 m πάνω από το επίπεδο της θάλασσας. Το χαμηλότερο σημείο είναι η κοιλάδα Μπαντουότερ στην Καλιφόρνια που βρίσκεται 86 m κάτω από το επίπεδο της θάλασσας.



Το ψηλότερο σημείο της Κύπρου είναι ο Όλυμπος με ύψος 1953 m πάνω από το επίπεδο της θάλασσας. Το χαμηλότερο σημείο είναι η επιφάνεια της Αλυκής στο Ακρωτήρι Λεμεσού που βρίσκεται 3 m κάτω από το επίπεδο της θάλασσας.



Έννοια,  
πρακτική  
χρήση και  
σειροθέτηση  
αρνητικών  
αριθμών

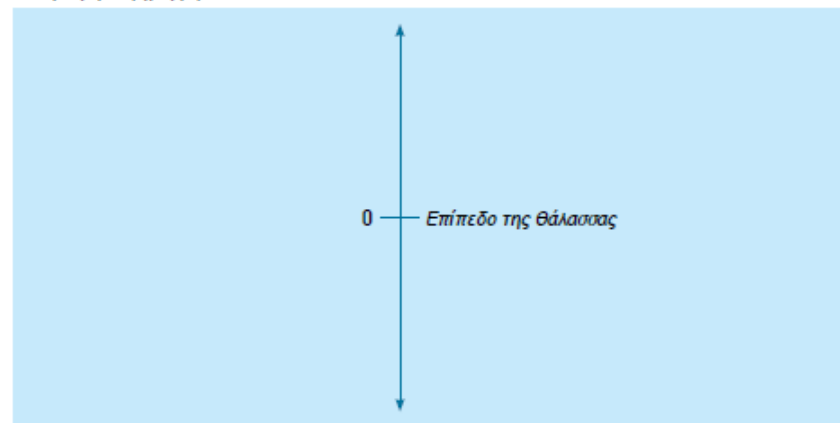


Η βάση του ηφαιστείου Μάουνα Λόα στη Χαβάη βρίσκεται 5180 m κάτω από το επίπεδο της θάλασσας. Η κορυφή του φτάνει τα 4170 m πάνω από το επίπεδο της θάλασσας.



Η Κασπία Θάλασσα είναι η μεγαλύτερη λίμνη της γης και η επιφάνειά της βρίσκεται 28 m κάτω από το επίπεδο της θάλασσας.

(α) Να τοποθετήσετε, κατά προσέγγιση, τα σημεία που αναφέρονται στις πληροφορίες στην αριθμητική γραμμή.



(β) Ποιο από τα πιο πάνω σημεία έχει το μεγαλύτερο υψόμετρο;

(γ) Ποιο από τα πιο πάνω σημεία βρίσκεται σε μεγαλύτερο βάθος;

(δ) Ποιο είναι το συνολικό ύψος του ηφαιστείου Μάουνα Λόα, από τη βάση μέχρι την κορυφή του; Να επεξηγήσετε.

(ε)



Η Ολλανδία είναι μια επίπεδη χώρα. Είναι μια από τις Κάτω Χώρες. Το ψηλότερο σημείο της βρίσκεται στα 322 m και το χαμηλότερο στα -7 m.

Να σχολιάσετε τη δήλωση της Αριάνας.

# Νέες Έννοιες

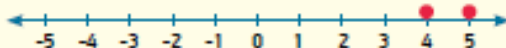
- **Θετικός αριθμός:** Είναι ένας αριθμός μεγαλύτερος από το μηδέν.
- **Αρνητικός αριθμός:** Είναι ένας αριθμός μικρότερος από το μηδέν.
- **Πρόσημο αριθμού:** Είναι το σύμβολο "+" ή "-" που γράφεται πριν από τον αριθμό και τον χαρακτηρίζει ως θετικό ή αρνητικό αριθμό αντίστοιχα.



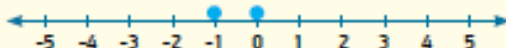
- **Σύγκριση και σειροθέτηση θετικών και αρνητικών αριθμών:**
  - Όσο πιο δεξιά βρίσκεται ένας αριθμός στην αριθμητική γραμμή τόσο πιο μεγάλος είναι.
  - Κάθε θετικός αριθμός είναι μεγαλύτερος από κάθε αρνητικό αριθμό.

## Παραδείγματα

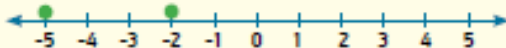
$$5 > 4$$



$$0 > -1$$



$$-2 > -5$$



Ορισμοί,  
μοντέλο  
αριθμητικής  
γραμμής

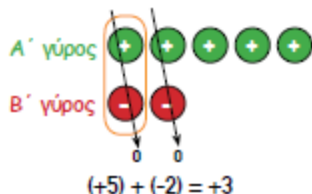
## Διερεύνηση 2

Τα παιδιά παίζουν ένα ηλεκτρονικό παιχνίδι. Ο νικητής καθορίζεται με βάση το σύνολο της βαθμολογίας που συγκεντρώνει στους δύο γύρους του παιχνιδιού.

Ο Νίκος συγκέντρωσε στον πρώτο γύρο (+5) βαθμούς και στον δεύτερο γύρο (-2) βαθμούς. Πιο κάτω παρουσιάζονται δύο μέθοδοι για τον υπολογισμό της συνολικής του βαθμολογίας.

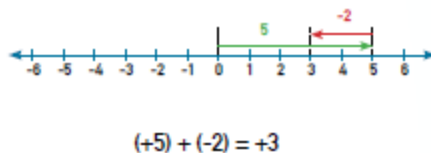
### Μέθοδος Α

Κάθε πράσινο πλακίδιο αναπαριστά έναν θετικό βαθμό και κάθε κόκκινο πλακίδιο έναν αρνητικό βαθμό.



### Μέθοδος Β

A' γύρος: → B' γύρος: →



(α) Να επεξηγήσετε τις δύο μεθόδους.

(β) Να χρησιμοποιήσετε πλακίδια ή αριθμητική γραμμή, για να υπολογίσετε τη συνολική βαθμολογία που συγκέντρωσαν τα παιδιά που συμμετείχαν στο παιχνίδι.

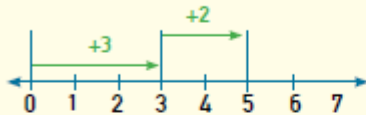
Παίκτης	Βαθμολογία		Μαθηματική πρόταση	Συνολική Βαθμολογία
	1ος γύρος	2ος γύρος		
Μαρίνα	+2	+3		
Τάσος	-2	-1		
Ξένια	+1	-3		
Πάνος	+2	-2		

Πράξεις με αρνητικούς με τη χρήση μοντέλων (αριθμητική γραμμή και πλακίδια)

# Νέες Έννοιες

- Το άθροισμα δύο ή περισσότερων θετικών αριθμών είναι πάντα θετικός αριθμός.

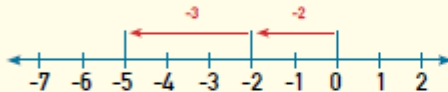
Παράδειγμα



$$(+3) + (+2) = +5$$

- Το άθροισμα δύο ή περισσότερων αρνητικών αριθμών είναι πάντα αρνητικός αριθμός.

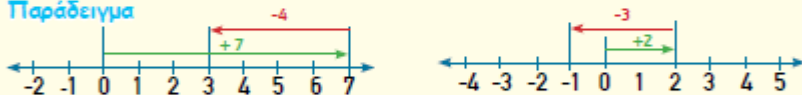
Παράδειγμα



$$(-2) + (-3) = -5$$

- Το άθροισμα ενός θετικού και ενός αρνητικού αριθμού μπορεί να είναι θετικός ή αρνητικός αριθμός.

Παράδειγμα



$$(+7) + (-4) = +3$$

$$(+2) + (-3) = -1$$

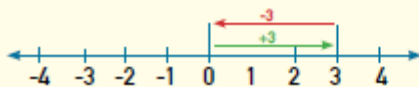
- Δύο αριθμοί (ένας θετικός και ένας αρνητικός) που ισαπέχουν από το μηδέν ονομάζονται αντίθετοι.

Παράδειγμα

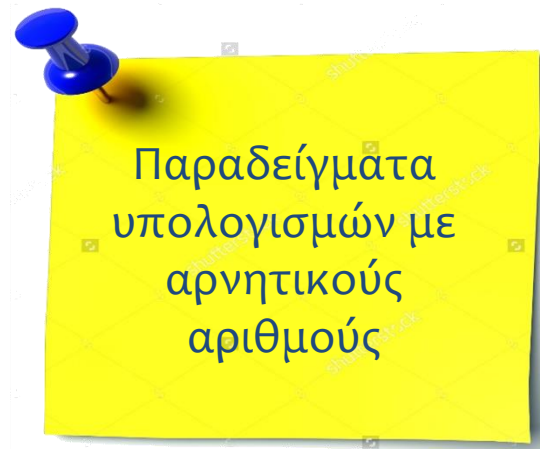


- Το άθροισμα δύο αντίθετων αριθμών ισούται με μηδέν.

Παράδειγμα



$$(+3) + (-3) = 0$$





Τα παιδιά εξετάζουν ποιες ιδιότητες ισχύουν σε κάθε πράξη.

(α)

Για να ελέγξω κατά πόσο ισχύει η αντιμεταθετική ιδιότητα στην πρόσθεση, έκανα τους πιο κάτω υπολογισμούς:

$4 + 3 = 7$	$3 + 4 = 7$
$5 + 7 = 12$	$7 + 5 = 12$
$12 + 13 = 25$	$13 + 12 = 25$
$24 + 35 = 59$	$35 + 24 = 59$

Άρα, στην πρόσθεση ισχύει η αντιμεταθετική ιδιότητα.  $a + b = b + a$ .

i. Να υπολογίσετε.

$5 - 3 =$	$3 - 5 =$
$8 - 2 =$	$2 - 8 =$
$7 - 4 =$	$4 - 7 =$
$12 - 8 =$	$8 - 12 =$

$4 \cdot 3 =$	$3 \cdot 4 =$
$8 \cdot 5 =$	$5 \cdot 8 =$
$6 \cdot 4 =$	$4 \cdot 6 =$
$9 \cdot 5 =$	$5 \cdot 9 =$

$4 \div 2 =$	$2 \div 4 =$
$9 \div 3 =$	$3 \div 9 =$
$8 \div 2 =$	$2 \div 8 =$
$16 \div 4 =$	$4 \div 16 =$

ii. Με βάση τους πιο πάνω υπολογισμούς, σε ποια πράξη ισχύει η αντιμεταθετική ιδιότητα;

Διερεύνηση  
ιδιοτήτων  
πράξεων



(β)

Για να ελέγξω κατά πόσο ισχύει η προσεταιριστική ιδιότητα στον πολλαπλασιασμό, έκανα τους πιο κάτω υπολογισμούς:

$(3 \cdot 4) \cdot 2 = 24$	$3 \cdot (4 \cdot 2) = 24$
$(2 \cdot 10) \cdot 3 = 60$	$2 \cdot (10 \cdot 3) = 60$
$3 \cdot (2 \cdot 5) = 30$	$(3 \cdot 2) \cdot 5 = 30$
$4 \cdot (25 \cdot 2) = 200$	$(4 \cdot 25) \cdot 2 = 200$

Άρα, στον πολλαπλασιασμό ισχύει η προσεταιριστική ιδιότητα.  $(a \cdot b) \cdot \gamma = a \cdot (b \cdot \gamma)$ .



i. Να υπολογίσετε.

$13 + (7 + 5) =$	$(13 + 7) + 5 =$
$8 + (2 + 19) =$	$(8 + 2) + 19 =$
$(37 + 15) + 25 =$	$37 + (15 + 25) =$
$(19 + 16) + 14 =$	$19 + (16 + 14) =$

$(8 - 5) - 2 =$	$8 - (5 - 2) =$
$(9 - 6) - 3 =$	$9 - (6 - 3) =$
$40 - (20 - 10) =$	$(40 - 20) - 10 =$
$35 - (25 - 5) =$	$(35 - 25) - 5 =$

$(8 \div 4) \div 2 =$	$8 \div (4 \div 2) =$
$16 \div (4 \div 2) =$	$(16 \div 4) \div 2 =$
$(50 \div 10) \div 5 =$	$50 \div (10 \div 5) =$
$(100 \div 25) \div 5 =$	$100 \div (25 \div 5) =$

ii. Με βάση τους πιο πάνω υπολογισμούς, σε ποιες πράξεις ισχύει η προσεταιριστική ιδιότητα;

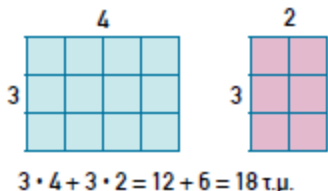
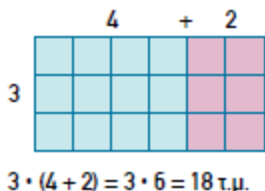
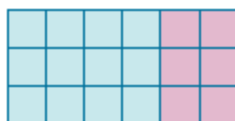
(γ)

Το 0 είναι το ουδέτερο στοιχείο της πρόσθεσης.  
 $a + 0 = a$ .

Ποιο είναι το ουδέτερο στοιχείο του πολλαπλασιασμού; Να επεξηγήσετε.



(α) Ο Χρίστος και η Έλλη έγραψαν δύο διαφορετικές παραστάσεις για τον υπολογισμό του συνολικού εμβαδού του διπλανού σχήματος.



Να επεξηγήσετε τον τρόπο με τον οποίο εργάστηκε το κάθε παιδί.

(β) Να γράψετε δύο διαφορετικές παραστάσεις που να αναπαριστούν το συνολικό εμβαδόν των πιο κάτω σχημάτων.

Σχήμα	Παράσταση 1	Παράσταση 2

(γ) Ποια ιδιότητα εφαρμόζεται στις πιο πάνω παραστάσεις;



Γραφική αναπαράσταση επιμεριστικής ιδιότητας με το μοντέλο του εμβαδού

## Νέες Έννοιες

- Επιμεριστική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού ως προς την πρόσθεση:

$$a \cdot (\beta + \gamma) = (a \cdot \beta) + (a \cdot \gamma)$$

Παραδείγματα

$$4 \cdot (10 + 7) = (4 \cdot 10) + (4 \cdot 7) = 40 + 28 = 68$$

$$(12 + 4) \cdot 5 = (12 \cdot 5) + (4 \cdot 5) = 60 + 20 = 80$$

- Επιμεριστική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού ως προς την αφαίρεση:

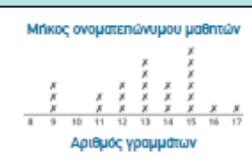
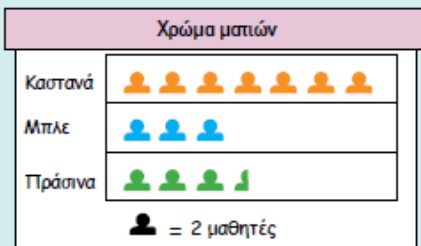
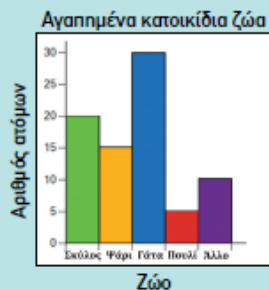
$$a \cdot (\beta - \gamma) = (a \cdot \beta) - (a \cdot \gamma)$$

Παραδείγματα

$$6 \cdot (20 - 2) = (6 \cdot 20) - (6 \cdot 2) = 120 - 12 = 108$$

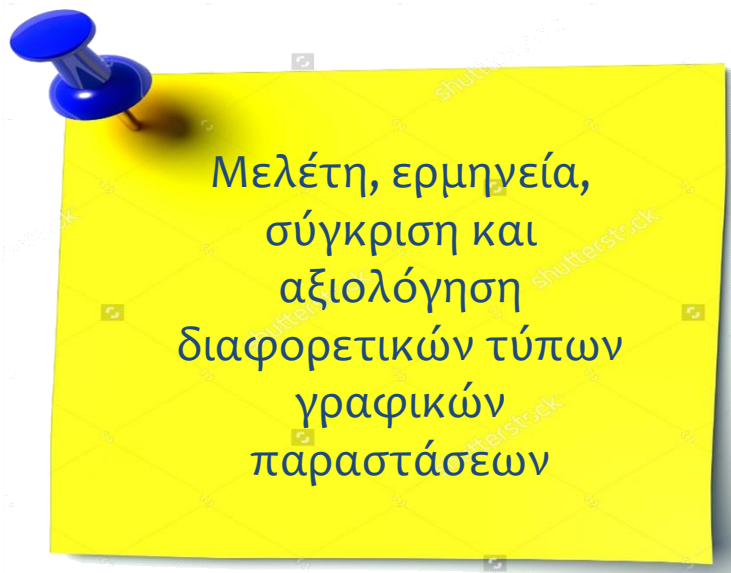
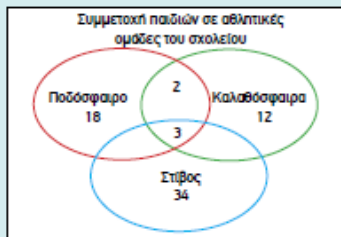
$$(30 - 1) \cdot 3 = (30 \cdot 3) - (1 \cdot 3) = 90 - 3 = 87$$

- (α) Να μελετήσετε τα πιο κάτω διαγράμματα. Ποιες πληροφορίες μπορείτε να αντλήσετε από κάθε διάγραμμα;  
 (β) Να συγκρίνετε τους διάφορους τύπους γραφικών παραστάσεων.



Επιλογές μαθητών για ενασχόληση με τις καλές τέχνες

Είδος	Καταγραφή	Συχνότητα
Ζωγραφική		6
Γλυπτική		4
Φωτογραφία		2



Ο πιο κάτω πίνακας παρουσιάζει τον αριθμό μεταλλίων που συγκέντρωσαν οι 5 πρώτες χώρες στους Θερινούς Ολυμπιακούς Αγώνες του 2012.

Κατάταξη	Χώρα	Χρυσά	Αργυρά	Χάλκινα	Σύνολο
1	ΗΠΑ	46	28	29	103
2	Κίνα	38	28	22	88
3	Μεγάλη Βρετανία	29	17	19	65
4	Ρωσία	24	25	32	81
5	Νότια Κορέα	13	8	7	28

(α) Να επιλέξετε ένα κατάλληλο διάγραμμα, για να παρουσιάσετε τα δεδομένα που αφορούν τον αριθμό μεταλλίων που κέρδισε κάθε χώρα στους Θερινούς Ολυμπιακούς Αγώνες του 2012. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Τίτλος: \_\_\_\_\_



(β) Ποια είναι η μέγιστη και ποια η ελάχιστη τιμή του συνολικού αριθμού των μεταλλίων;

(γ) Ποιο είναι το εύρος των τιμών του συνολικού αριθμού των μεταλλίων;

(δ) Να γράψετε δύο ερωτήσεις που μπορούν να απαντηθούν από το διάγραμμα που έχετε κατασκευάσει.

---



---



---

(ε) Ο πιο κάτω πίνακας παρουσιάζει τον συνολικό αριθμό μεταλλίων που κέρδισαν οι Ηνωμένες Πολιτείες Αμερικής στους τελευταίους 8 Θερινούς Ολυμπιακούς Αγώνες.

Χρονιά	1984	1988	1992	1996	2000	2004	2008	2012
Συνολικός αριθμός μεταλλίων	174	94	108	101	93	101	110	103

Ποιο διάγραμμα θα επιλέγατε, για να παρουσιάσετε τα δεδομένα του πίνακα; Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

---

# Νέες Έννοιες

- **Στατιστική:** Η περιοχή των μαθηματικών που ασχολείται με τη συλλογή, την οργάνωση, την παρουσίαση δεδομένων και την εξαγωγή συμπερασμάτων από τα δεδομένα αυτά.

Για την παρουσίαση των δεδομένων, υπάρχουν διάφοροι τύποι διαγραμμάτων:

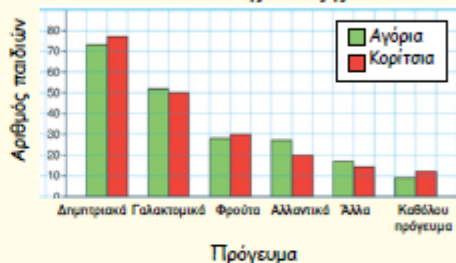
- Στο **ραβδόγραμμα**, η αναπαράσταση δεδομένων γίνεται με τη χρήση ράβδων.

## Παραδείγματα

Χρώμα ματιών των παιδιών της Στ' τάξης



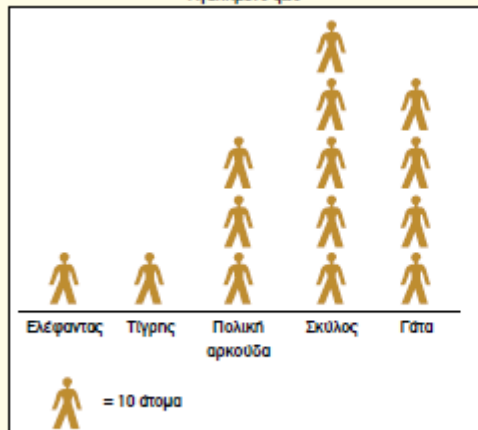
Τι περιλαμβάνει το πρόγευμα των παιδιών της Ε' τάξης



- Στο **εικονόγραμμα**, η αναπαράσταση δεδομένων γίνεται με τη χρήση εικόνων.

## Παράδειγμα

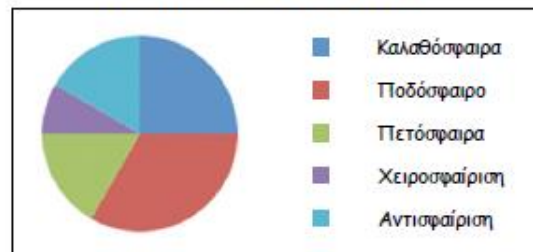
Αγαπημένο ζώο



- Το **κυκλικό διάγραμμα** χρησιμοποιείται για να παρουσιάσουμε τη σχέση του μέρους προς το σύνολο.

## Παράδειγμα

Το αγαπημένο άθλημα των παιδιών



- Η **γραμμική γραφική παράσταση** χρησιμοποιείται για να παρουσιάσουμε τη μεταβολή ενός μεγέθους σε σχέση με κάποιο άλλο μέγεθος.

## Παράδειγμα

Ύψος Έλενας



- **Μέγιστη τιμή:** Η μεγαλύτερη τιμή που εμφανίζεται σε ένα σύνολο δεδομένων.
- **Ελάχιστη τιμή:** Η μικρότερη τιμή που εμφανίζεται σε ένα σύνολο δεδομένων.
- **Εύρος τιμών:** Η διαφορά της μέγιστης τιμής από την ελάχιστη τιμή σε ένα σύνολο δεδομένων.

## Παράδειγμα

Σύνολο δεδομένων: 11 kg, 12 kg, 12 kg, 14 kg, 15 kg, 17 kg, 18 kg, 18 kg

Η μέγιστη τιμή είναι 18 kg.

Η ελάχιστη τιμή είναι 11 kg.

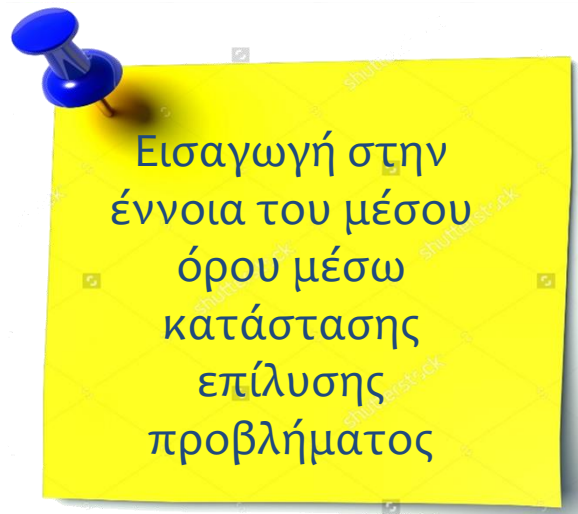
Το εύρος των τιμών είναι  $18 \text{ kg} - 11 \text{ kg} = 7 \text{ kg}$ .

Ένας επιστήμονας διερεύνησε τη δραστικότητα τριών διαφορετικών παυσίπονων. Στον πιο κάτω πίνακα, κατέγραψε τα λεπτά που χρειάστηκαν, για να δράσει το κάθε παυσίπονο σε 10 άτομα.

Παυσίπονο Α	Παυσίπονο Β	Παυσίπονο Γ
20	10	11
18	18	11
19	13	14
22	11	14
15	13	21
14	12	8
22	11	8
15	24	9
7	9	21
8	9	23

(α) Να μελετήσετε τον πιο πάνω πίνακα και να εκτιμήσετε ποιο από τα τρία παυσίπονα είναι το πιο δραστικό. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(β) Ο επιστήμονας θα γράψει μία έκθεση προς τον υπεύθυνο του ερευνητικού κέντρου, για να επεξηγήσει ποιο είναι το πιο δραστικό παυσίπονο. Να ετοιμάσετε το κείμενο στο τετράδιό σας, επεξηγώντας το κριτήριο που είναι δυνατόν να χρησιμοποιήσει για την απόφασή του.



Ο πίνακας παρουσιάζει το ύψος των παικτών μιας ομάδας πετόσφαιρας.

Αθλητής	Ύψος (cm)
Σωτήρης	162
Μιχάλης	170
Αλέξης	162
Παναγιώτης	178
Γιάννης	180
Ιάκωβος	171
Αντρέας	154
Δαμιανός	165
Λούκας	156
Κυριάκος	152

Επεξεργασία  
έννοιας μέσου  
όρου

(α) Ποια είναι η μέγιστη και ποια η ελάχιστη τιμή του ύψους των παικτών;

(β) Ποιο είναι το εύρος των τιμών του ύψους των παικτών;

(γ) Ποιο ύψος καταγράφηκε τις περισσότερες φορές;

(δ) Να υπολογίσετε τον μέσο όρο του ύψους των πετοσφαιριστών της ομάδας.

Μέσος Όρος ενός συνόλου δεδομένων λέγεται το πηλίκο του αθροίσματος των τιμών των δεδομένων διά του πλήθους των τιμών.

(ε) Να εξετάσετε με ποιο τρόπο θα μεταβληθεί ο μέσος όρος του ύψους της ομάδας στις πιο κάτω περιπτώσεις:

i. Ο Βασίλης αποχωρεί από την ομάδα.

ii. Ο Δημήτρης, με ύψος 170 cm εντάσσεται στην ομάδα.

iii. Ο Νικηφόρος, με ύψος 160 cm εντάσσεται στην ομάδα.

iv. Δύο νέοι παίκτες, ο Πέτρος με ύψος 187 cm και ο Μάριος με ύψος 162 cm, εντάσσονται στην ομάδα.

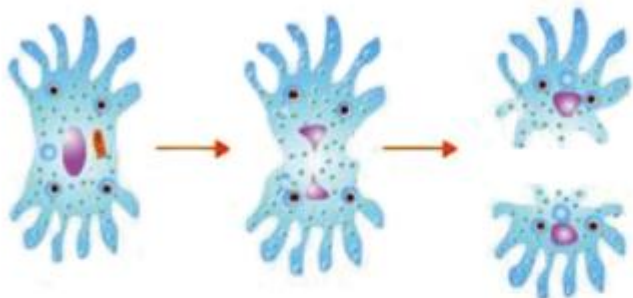
(στ) Να αφαιρέσετε ένα όνομα από την πιο πάνω ομάδα πετόσφαιρας, ώστε ο μέσος όρος του ύψους των παικτών να μην μεταβληθεί.

## Ενότητα 3\_ Δυνάμεις, Μεγάλοι Αριθμοί, Διαιρετότητα

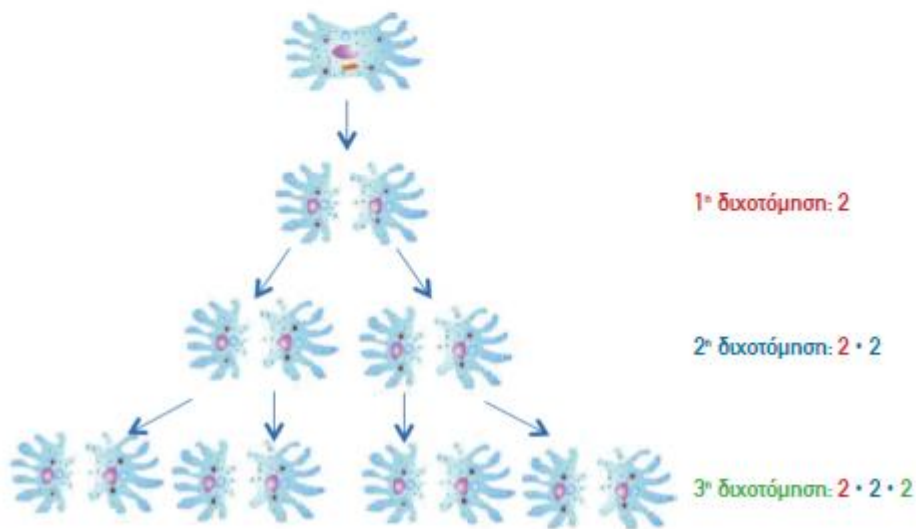
- Έννοια και υπολογισμός δύναμης
- Μεγάλοι αριθμοί
- Μορφές γραφής αριθμών
- Ευκλείδεια Διαίρεση
- Κριτήριο διαιρετότητας 3 και 9
- Πρώτοι και σύνθετοι αριθμοί
- Ανάλυση αριθμού σε γινόμενο πρώτων παραγόντων
- Έννοια και υπολογισμός Μ.Κ.Δ. και Ε.Κ.Π.



Ένας βιολόγος μελετά μια αμοιβάδα. Η αμοιβάδα είναι ένας μικροοργανισμός που πολλαπλασιάζεται μέσω μιας διαδικασίας διαδοχικών διχοτομήσεων. Κάθε αμοιβάδα διχοτομείται σε δύο άλλες πανομοιότυπες αμοιβάδες.



Η διαδικασία που ακολουθεί ο βιολόγος, για τον υπολογισμό του αριθμού των αμοιβάδων ύστερα από κάθε διχοτόμηση, παρουσιάζεται πιο κάτω.



Να περιγράψετε τη διαδικασία που ακολουθεί ο βιολόγος για τον υπολογισμό του αριθμού των αμοιβάδων που προκύπτουν ύστερα από κάθε διχοτόμηση.



(α) Να συμπληρώσετε τον πίνακα.



Δυνάμεις του 2	Δυνάμεις του 3	Δυνάμεις του 5
$2^1 = 2$	$3^1 = 3$	$5^1 = 5$
$2^2 = 2 \cdot 2 = 4$	$3^2 = 3 \cdot 3 = 9$	$5^2 = 5 \cdot 5 = 25$
$2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$	$3^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$	$5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$
$2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$	$3^4 = \underline{\hspace{2cm}}$	$5^4 = \underline{\hspace{2cm}}$
$2^5 = \underline{\hspace{2cm}}$	$3^5 = \underline{\hspace{2cm}}$	$5^5 = \underline{\hspace{2cm}}$
$2^6 = \underline{\hspace{2cm}}$	$3^6 = \underline{\hspace{2cm}}$	$5^6 = \underline{\hspace{2cm}}$



(β) Η Λίζα υπολόγισε ότι  $2^7 = 128$ . Με ποιο τρόπο είναι δυνατόν να υπολογίσει το  $2^8$ ; Να επεξηγήσετε.

(γ) Ο Ιάκωβος υπολόγισε ότι  $5^8 = 390\,625$ . Με ποιο τρόπο είναι δυνατόν να υπολογίσει το  $5^7$ ; Να επεξηγήσετε.



Ο Γιάννης βρήκε τις πιο κάτω πληροφορίες για τον πλανήτη Ερμή σε μια ιστοσελίδα αστρονομικής.

## Ο πλανήτης Ερμής με αριθμούς

Ημερομηνία ανακάλυψης: Αρχαία χρόνια

### Απόσταση από τον ήλιο

Συμβολική μορφή: 600 000 000 km

Αναλυτική μορφή:  $6 \cdot 100\,000\,000$  km

Με μορφή δύναμης:  $6 \cdot 10^8$  km

### Εμβαδόν

Συμβολική μορφή: 80 000 000 km<sup>2</sup>

Αναλυτική μορφή:  $8 \cdot 10\,000\,000$  km<sup>2</sup>

Με μορφή δύναμης:  $8 \cdot 10^7$  km<sup>2</sup>

### Μάζα

Συμβολική μορφή: 300 000 000 000 000 000 000 kg

Αναλυτική μορφή:  $3 \cdot 100\,000\,000\,000\,000\,000\,000$  kg

Με μορφή δύναμης:  $3 \cdot 10^{23}$  kg

Να επεξηγήσετε τις μορφές γραφής των αριθμών που εμφανίζονται στις πιο πάνω πληροφορίες.

(α) Να συμπληρώσετε τον πίνακα.

10	=	10	=	$10^1$
100	=	$10 \cdot 10$	=	$10^2$
1 000	=	$10 \cdot 10 \cdot 10$	=	_____
10 000	=	_____	=	_____
100 000	=	_____	=	_____
1 000 000	=	_____	=	_____
10 000 000	=	_____	=	_____

(β) Ποιο μοτίβο παρατηρείτε;

(γ) Να γράψετε τους πιο κάτω αριθμούς σε μορφή δύναμης.

100 000 000 \_\_\_\_\_

1000 000 000 000 \_\_\_\_\_

5 000 \_\_\_\_\_

30 000 \_\_\_\_\_

(δ) Να γράψετε τα πιο κάτω αριθμούς σε συμβολική μορφή.

$10^8$  \_\_\_\_\_

$10^{18}$  \_\_\_\_\_

$2 \cdot 10^9$  \_\_\_\_\_

$4 \cdot 10^6$  \_\_\_\_\_

Αναπαράσταση  
μεγάλων αριθμών με  
διαφορετικές μορφές,  
αναπαράσταση  
πολλαπλασίων του  
δέκα με τη χρήση  
δυνάμεων

Ο αριθμός των γλυκών που ετοίμασε ο Αλέξης είναι μεγαλύτερος από 50 και μικρότερος από 60. Χρησιμοποίησε τα γλυκά για να γεμίσει κουτιά, τα οποία χωρούσαν 6 γλυκά το καθένα. Του περίσσεψαν μερικά γλυκά.



(α) Πόσα γλυκά είναι δυνατόν να ετοίμασε ο Αλέξης, αν τα γλυκά που του περίσσεψαν δεν είναι αρκετά, για να γεμίσει ένα κουτί; Να συμπληρώσετε τον πίνακα.

Αριθμός γλυκών που ετοιμάστηκαν	Κουτιά που χρησιμοποιήθηκαν	Γλυκά που περίσσεψαν
51	$8 (8 \cdot 6 = 48)$	3
52	$8 (8 \cdot 6 = 48)$	4
53		
54		

(β) Γιατί είναι αδύνατον να περισσέψουν 7 γλυκά; Να επεξηγήσετε.

(γ) Ποιος είναι ο αριθμός των γλυκών που είναι δυνατόν να περισσέψουν, αν ο Αλέξης χρησιμοποιήσει κουτιά που χωράνε 4 γλυκά το καθένα;




• Στην Ευκλείδεια Διαίρεση, το υπόλοιπο είναι πάντα ίσο ή μεγαλύτερο από το μηδέν και μικρότερο από τον διαιρέτη.

$$0 \leq \upsilon < \delta$$



Διερεύνηση σχέσης  
μεταξύ των όρων της  
Ευκλείδειας διαίρεσης.  
Έμφαση στη σχέση  
μεταξύ υπολοίπου και  
διαιρέτη



Τον 3ο αιώνα π.Χ. ο Ερατοσθένης, ένας Έλληνας μαθηματικός, ανέπτυξε μια μέθοδο για την εύρεση των πρώτων αριθμών, γνωστή ως «Το κόσκινο του Ερατοσθένη».



(α) Να ακολουθήσετε τα βήματα της μεθόδου του Ερατοσθένη, για να εντοπίσετε όλους τους πρώτους αριθμούς μέχρι το 100.

Οι πρώτοι αριθμοί έχουν μόνο δύο διαιρέτες, τον εαυτό τους και το 1.

1. Να διαγράψετε τα πολλαπλάσια του 2, εκτός από το 2.
2. Να διαγράψετε τα πολλαπλάσια του 3, εκτός από το 3.
3. Να διαγράψετε τα πολλαπλάσια του 5, εκτός από το 5.
4. Να διαγράψετε τα πολλαπλάσια του 7, εκτός από το 7.
5. Πρώτοι αριθμοί είναι αυτοί που απομένουν.

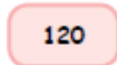
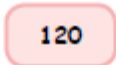
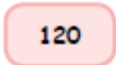
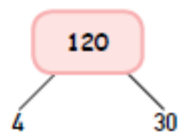
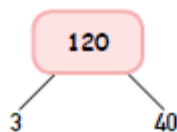
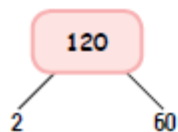
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Ο αριθμός 1 δεν είναι πρώτος ούτε σύνθετος αριθμός.

Ορισμός πρώτου και σύνθετου αριθμού, εύρεση πρώτων αριθμών με το κόσκινο του Ερατοσθένη

(β) Ο Ερατοσθένης παρατήρησε ότι δεν είναι ανάγκη να εξετάσει και να διαγράψει τα πολλαπλάσια του 4, του 6 και του 8. Να επεξηγήσετε γιατί συμβαίνει αυτό.

(α) Να αναλύσετε τον αριθμό 120 σε γινόμενο πρώτων παραγόντων. Να ξεκινήσετε από 6 διαφορετικά γινόμενα.



(β) Με πόσους τρόπους είναι δυνατόν να γραφτεί ένας αριθμός σε γινόμενο πρώτων παραγόντων;

Ιδιαίτερη έμφραση στην ανάλυση αριθμού σε γινόμενο πρώτων παραγόντων. Κάθε αριθμός εκφράζεται με μοναδικό τρόπο ως γινόμενο πρώτων παραγόντων (Θεμελιώδες Θεώρημα της Αριθμητικής)

Τα παιδιά θα διακοσμήσουν την αίθουσα εκδηλώσεων του σχολείου τους. Έχουν στη διάθεσή τους 12 κόκκινα και 18 μπλε μπαλόνια. Ο Μιχάλης έκανε το πιο κάτω σχέδιο, για να δείξει με ποιο τρόπο είναι δυνατόν να χρησιμοποιήσουν τα μπαλόνια.

Μπορούμε να ετοιμάσουμε 2 ίδιες κατασκευές. Κάθε κατασκευή θα έχει 6 κόκκινα και 9 μπλε μπαλόνια.



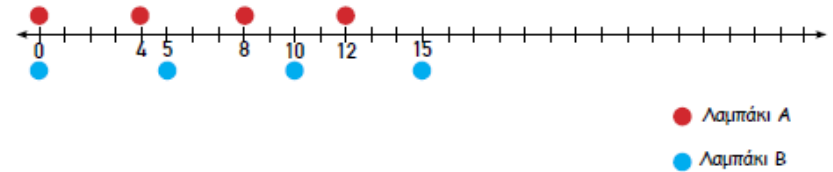
(α) Είναι δυνατόν τα παιδιά να ετοιμάσουν διαφορετικό αριθμό ίδιων κατασκευών; Να επεξηγήσετε.

(β) Ποιος είναι ο μέγιστος αριθμός ίδιων κατασκευών αν έχουν στη διάθεσή τους 12 κόκκινα και 24 μπλε μπαλόνια;

(γ) Να επεξηγήσετε τη στρατηγική που ακολουθήσατε, για να απαντήσετε στα πιο πάνω ερωτήματα.

Διερεύνηση  
έννοιας Μ.Κ.Δ. και  
Ε.Κ.Π.  
Υπολογισμός με  
διαισθητικές  
μεθόδους

Η Δανάη παρατήρησε ότι τα προειδοποιητικά λαμπάκια για τα αεροσκάφη σε δύο ψηλά κτήρια της πόλης της, αναβοσβήσαν μαζί στις 8:00 μ.μ. Στη συνέχεια, κατέγραψε στο πιο κάτω διάγραμμα σε πόσα δευτερόλεπτα αναβοσβήσε ξανά το λαμπάκι σε κάθε κτήριο για τα επόμενα 15 δευτερόλεπτα.



- (α) Να συμπληρώσετε το διάγραμμα.
- (β) Να απαντήσετε στις ερωτήσεις.
  - ι. Κάθε πόσα δευτερόλεπτα αναβοσβήνει το κάθε λαμπάκι;

ι. Ύστερα από πόσα δευτερόλεπτα τα δύο λαμπάκια θα αναβοσβήσουν ξανά μαζί; Να επεξηγήσετε.

ιι. Πόσες φορές θα αναβοσβήσουν μαζί τα λαμπάκια στα πρώτα 100 δευτερόλεπτα μετά τις 8:00 μ.μ.; Να επεξηγήσετε.

(γ) Να επεξηγήσετε τη στρατηγική που χρησιμοποιήσατε, για να απαντήσετε στα πιο πάνω ερωτήματα.



(α) Να βρείτε τον ΜΚΔ των αριθμών 30 και 50.

(β) Η Αλίκη, για να βρει τον ΜΚΔ του 30 και του 50, ανέλυσε τους αριθμούς σε γινόμενο πρώτων παραγόντων.



$$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$$

$$50 = 2 \cdot 5 \cdot 5$$

(i) Ποιοι είναι οι κοινοί πρώτοι παράγοντες των δύο αριθμών;

(ii) Πώς μπορεί η Αλίκη να αξιοποιήσει τους κοινούς πρώτους παράγοντες των δύο αριθμών, για να υπολογίσει τον ΜΚΔ τους;

(γ) Να βρείτε με τη μέθοδο της ανάλυσης σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τον ΜΚΔ του 60 και του 100.

Αξιοποίηση ανάλυσης σε γινόμενο πρώτων παραγόντων για τον υπολογισμό του Μ.Κ.Δ. Έμφαση στον εντοπισμό των κοινών παραγόντων

(α) Να βρείτε το ΕΚΤ των αριθμών 45 και 60.

(β) Ο Δημοσθένης και η Νάγια ανέλυσαν τους αριθμούς 45 και 60 σε γινόμενο πρώτων παραγόντων. Για να βρουν το ΕΚΤ των δύο αριθμών, εργάστηκαν όπως πιο κάτω:

$$45 = 3 \cdot 5 \cdot 3$$

$$60 = 3 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2$$

Το ΕΚΤ είναι ίσο με το γινόμενο  
 $3 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2$

Το ΕΚΤ είναι ίσο με το γινόμενο  
 $(3 \cdot 5) \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2$



Με ποιο από τα δύο παιδιά συμφωνείτε; Να επεξηγήσετε.

(γ) Να βρείτε το ΕΚΤ των αριθμών 36 και 48, χρησιμοποιώντας την ανάλυση σε γινόμενο πρώτων παραγόντων.

(δ) Να επεξηγήσετε με ποιο τρόπο η ανάλυση των αριθμών σε γινόμενο πρώτων παραγόντων μπορεί να αξιοποιηθεί για τον υπολογισμό του ΕΚΤ τους.

Αξιοποίηση ανάλυσης σε γινόμενο πρώτων παραγόντων για τον υπολογισμό του Ε.Κ.Π. Έμφαση στον εντοπισμό των κοινών και μη κοινών παραγόντων

-Να προτείνετε μια ενδεικτική οργάνωση ενός μαθήματος με βάση το διδακτικό υλικό και τους αντίστοιχους δείκτες επιτυχίας και επάρκειας.