Αναλυτικό Πρόγραμμα Μαθηματικών

Δείκτες Επιτυχίας και Δείκτες Επάρκειας
Νέο Διδακτικό Υλικό

Κωνσταντίνος Χρίστου
Ρίτα Παναούρα
Δήμητρα Πίττα-Πανταζή
Μάριος Πιττάλης

Νοέμβριος 2016

Συγγραφική ομάδα:

Αθανασίου Χρύσω
Δεληγιάννη Ελένη
Μάκη-Παναούρα Γεωργία
Παντζιαρά Μαριλένα
Σιακαλλή Μύρια
Χειμωνή Μαρία

Ακαδημαϊκοί Συνεργάτες
για Δημοτική και Μέση Εκπαίδευση:

Χρίστου Κωνσταντίνος, Πανεπιστήμιο Κύπρου
Βίδρας Αλέκος, Πανεπιστήμιο Κύπρου
Παναούρα Ρίτα, Πανεπιστήμιο Frederick
Παπαγεωργίου Ελένη, Παιδαγωγικό Ινστιτούτο
Πίττα-Πανταζή Δήμητρα, Πανεπιστήμιο Κύπρου
Πιττάλης Μάριος, Πανεπιστήμιο Κύπρου

Συντονιστής Πρώτος Λειτουργός Εκπαίδευσης:

Χαμπιαούρης Κώστας

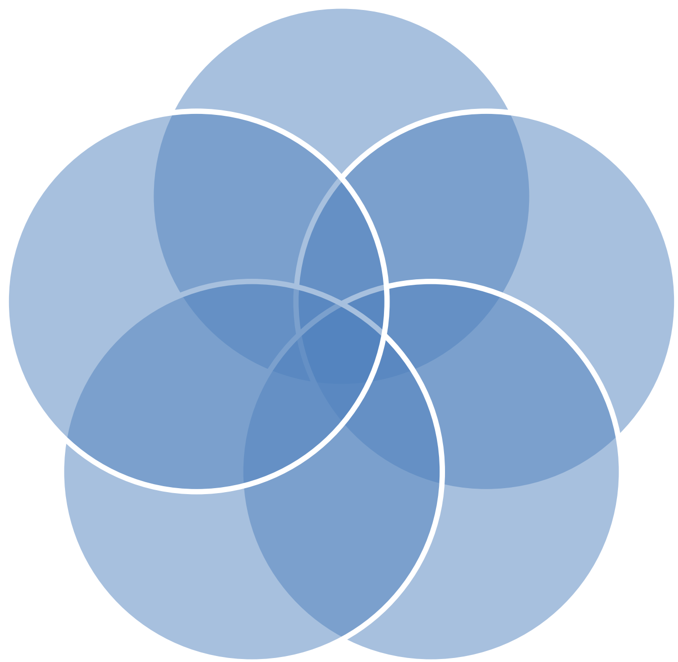
Επιθεωρητές Ενδοτμηματικής
Επιτροπής Μαθηματικών :

Χαμπιαούρης Κώστας, Πρόεδρος
Χαριδήμου Κυριάκος, Αντιπρόεδρος
Σιημητρά - Κωνσταντίνου Ανδρούλα, Γραμματέας
Βούρια Λουκία, Μέλος
Δημοσθένους Χρίστος, Μέλος
Ζαμπακίδου Αναστασία, Μέλος
Ιακώβου Πόπη, Μέλος
Παπακώστα Μαρία, Μέλος
Χρίστου Ανδρούλα, Μέλος

Σύμβουλοι Μαθηματικών:

Καψάλης Χαράλαμπος
Μάρκου Άντρη
Σεργίου Σέργιος
Στεφάνου Λάμπρος

Διασύνδεση θεμάτων και περιεχομένου



Δομή Αναλυτικού

1. Αριθμοί
2. Μέτρηση
3. Γεωμετρία
4. Άλγεβρα
5. Στατιστική - Πιθανότητες

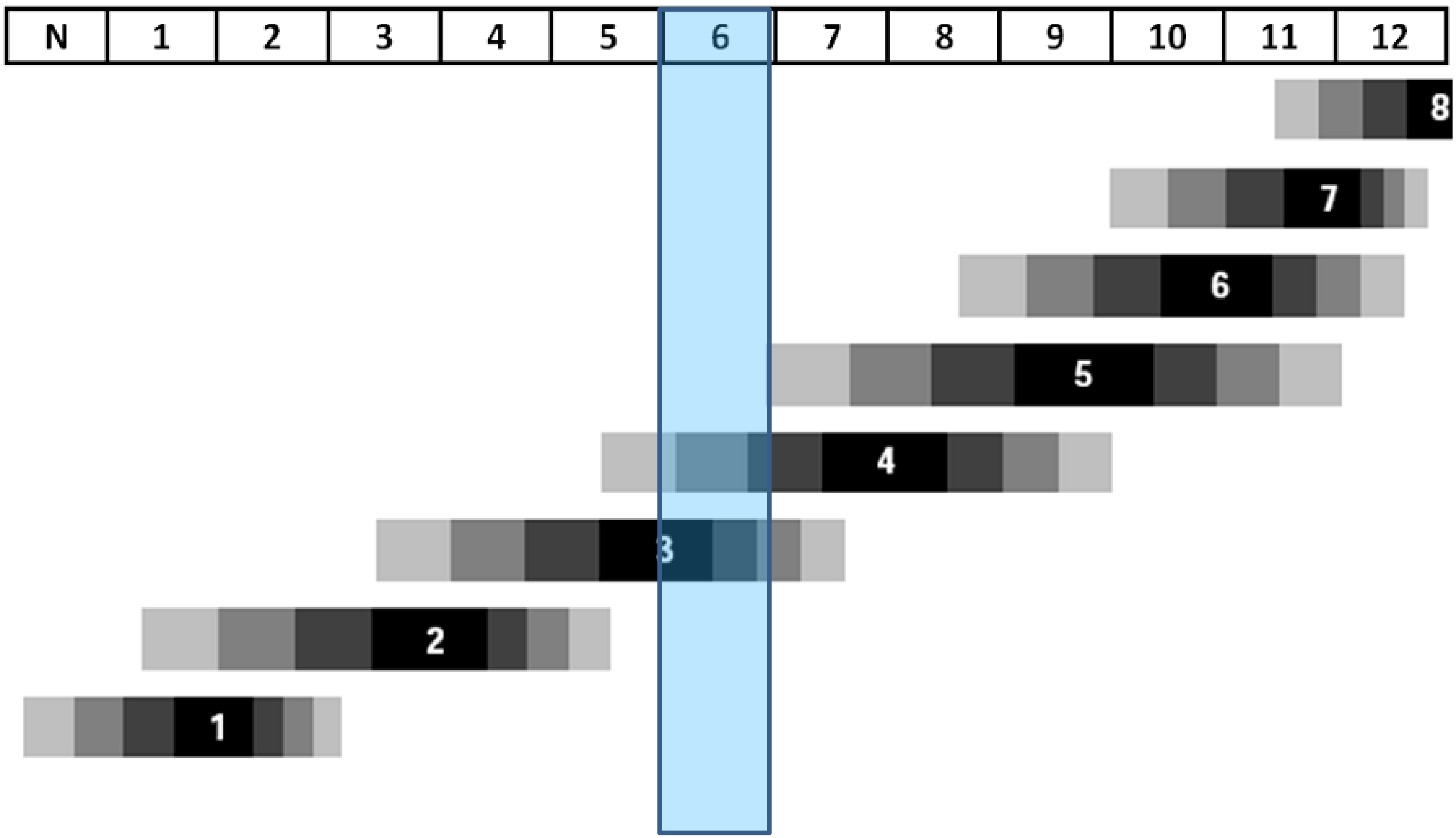
Διαδικασίες Ικανότητες

Κάθε ενότητα περιγράφεται σε 8 κλίμακες

Κάθε κλίμακα καλύπτεται σε περισσότερες από μία τάξεις

Κλίμακες

- Οι κλίμακες περιγράφουν συνοπτικά τα Μαθηματικά που αναμένεται να αναπτύξουν οι μαθητές.
- Οι κλίμακες σε κάθε ενότητα είναι ιεραρχικά δομημένες, προχωρούν προοδευτικά.
- Οι κλίμακες δεν είναι απόλυτα διακριτές.
- Οι κλίμακες δίνουν την ευκαιρία στους εκπαιδευτικούς να έχουν συνολική εικόνα των Μαθηματικών.



N
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
8
7
6
5
4
3
2
1

Τι περιλαμβάνουν οι κλίμακες;

1. **Δείκτες επιτυχίας**
2. Ενδεικτικές δραστηριότητες
3. Ενδεικτικές δραστηριότητες αξιολόγησης
4. Δραστηριότητες εμπλουτισμού

Δείκτες Επιτυχίας

- Οι δείκτες επιτυχίας εκφράζουν τα **αναμενόμενα αποτελέσματα** με συγκεκριμένο και σαφή τρόπο και με τρόπο που μπορούν να αξιολογηθούν.
- Περιλαμβάνουν **γνώσεις, δεξιότητες και στάσεις.**
- Περιγράφουν αποτελέσματα που έχουν αξία για το άτομο και την κοινωνία.
- Περιγράφουν **έννοιες που είναι σημαντικές** όχι μόνο για τους μαθηματικούς, αλλά και για όλους τους μαθητές/τριες .

Κλίμακες και Δείκτες Επιτυχίας

ΕΝΟΤΗΤΕΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΟΥ

- Αριθμοί (Αρ)
- Άλγεβρα (Α)
- Γεωμετρία (Γ)
- Μέτρηση (Μ)
- Στατιστική - Πιθανότητες (ΣΠ)

ΑΡΙΘΜΗΣΗ ΔΕΙΚΤΩΝ

Αρ 2.12

Α 1.4

Γ 3.12

Μ1.2

ΣΠ 3.8

ΕΠΕΞΗΓΗΣΗ

Μ 1.2

Αναφέρεται στην ενότητα περιεχομένου (Μέτρηση)

Αναφέρεται στην Κλίμακα (1)

Αναφέρεται στον Δείκτη (2)

Δείκτες Επάρκειας

- Τι πρέπει να διδαχθεί ο μαθητής, για να επιτύχει τα καθορισμένα Μαθησιακά Αποτελέσματα.
- Όλα όσα πρέπει να διδάξουμε ή/και έπρεπε να γνωρίζει ο μαθητής, για να επιτύχει τον Δείκτη Επιτυχίας.
- Δραστηριότητες που θα αναπτύξει ο εκπαιδευτικός στην τάξη

- ΣΚΑΛΟΠΑΤΙΑ μάθησης, ιεραρχίες ή προαπαιτούμενη γνώση, για να επιτευχθεί ο Δείκτης Επιτυχίας.

Βασικές Επιδιώξεις Δεικτών Επάρκειας

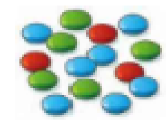
1. Ανάδειξη εννοιών στις οποίες θα πρέπει να δοθεί περισσότερη **έμφαση** στη διδασκαλία – Πυξίδα για τους εκπαιδευτικούς ώστε να εξοικονομηθεί πολύτιμος διδακτικός χρόνος

2. Διασφάλιση συνοχής και διασύνδεσης μαθηματικών εννοιών εντός και μεταξύ τάξεων

3. Διασφάλιση ισορροπίας μεταξύ εννοιολογικής κατανόησης, διαδικαστικής επάρκειας και εφαρμογών

Παράδειγμα: Στ΄ τάξη – Αριθμοί & Πράξεις, Υποενότητα: Λόγοι-Αναλογίες

Δείκτες Επάρκειας

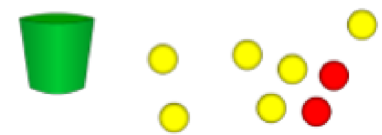
Λόγοι και αναλογίες				
15.(Αρ4.8) Διερευνούν την έννοια του λόγου, διακρίνουν δύο ανάλογα και δύο μη ανάλογα ποσά και αναφέρουν πότε μια σχέση αφορά ευθέως ανάλογα ή αντιστρόφως ανάλογα ποσά.	15.1	Κατανοήσουν την έννοια του λόγου ως μια πολλαπλασιαστική σχέση μεταξύ δύο ποσοτήτων (π.χ. σε μια συνταγή ο λόγος της ζάχαρης προς το αλεύρι είναι 1:2 γιατί για κάθε 1 ποτήρι ζάχαρη χρησιμοποιούνται 2 ποτήρια αλεύρι) και εκφράζουν τον λόγο μεταξύ δύο ποσοτήτων με διάφορους τρόπους (2 προς 3, 2:3, $\frac{2}{3}$). **Νέες Έννοιες:** ✓ Έννοια λόγου ✓ Γραφή λόγου με διάφορους τρόπους	**Παραδείγματα έννοιας λόγου:** • Σε έναν αγώνα καλαθόσφαιρας ο Μιχάλης έριξε πέντε καλαθιές και πέτυχε τις τρεις. (α) Τι μέρος των προσπαθειών του ήταν επιτυχημένες; (β) Ποιος είναι ο λόγος των επιτυχημένων προσπαθειών προς τις αποτυχημένες προσπάθειες; (γ) Ποιος είναι ο λόγος των επιτυχημένων προσπαθειών προς όλες τις προσπάθειες; • Σε ένα θέατρο υ… θέσεις: 30 στον… στην κύρια αίθο… παράσταση πωλ… εισιτήρια. Στα 8… περιλαμβάνοντ… εισιτήρια της κύ… Να βρεις: (α) τον λόγο των… εξώστη προς τα καθίσματα της κύριας αίθουσας, (β) τον λόγο των άδειων καθισμάτων προς τα γεμάτα καθίσματα, (γ) τον λόγο των άδειων	**ΜΠ6 Ακρίβεια** *Είμαι προσεκτικός και σαφής, όταν χρησιμοποιώ τα μαθηματικά και δίνω με ακρίβεια αριθμητικές απαντήσεις που να ανταποκρίνονται στο πλαίσιο του προβλήματος.* **Παράδειγμα**: Η Ρένα άνοιξε ένα κουτί με καραμέλες διαφόρων χρωμάτων. Να εξηγήσεις τι σημαίνει ο κάθε ένας από τους πιο κάτω λόγους με βάση την πιο κάτω εικόνα.  …7:5 (γ) 5:15 (δ) 3:12 *…τήσεις:* *…ες, πόσες μπλε και πόσες πράσινες …πάρχουν στην εικόνα;* *…όλες οι καραμέλες;* *…α καραμέλας αντιστοιχεί ο αριθμός …όγο;*

Ανάλυση Δείκτη Επιτυχίας σε Επιμέρους Δείκτες Επάρκειας

Δείκτες Επιτυχίας

Παραδείγματα Μαθηματικών Πρακτικών

Στ΄ τάξη_Αριθμοί Πράξεις_Λόγος-Αναλογία

			καθισμάτων του εξώστη προς τα γεμάτα καθίσματα του εξώστη.	**ΜΠ2 Ποσοτική και αφηρημένη σκέψη** *Κατανοώ τη σημασία των ποσοτήτων και των μεταξύ τους σχέσεων.* **Παράδειγμα**: Να σημειώσεις ποια από τα πιο κάτω παρουσιάζουν τον λόγο των κόκκινων προς τους κίτρινους βόλους της εικόνας. Να επεξηγήσεις.  (α) 2:6 (β) 2:8 (γ) $\frac{1}{3}$ (δ) 2 προς 5 (ε) 3 προς 9 *Απαντώ στις ερωτήσεις:* • *Ποιος είναι ο λόγος των κόκκινων προς των κίτρινων βόλων όπως φαίνονται στην εικόνα;* • *Πώς μπορώ να γράψω τον λόγο διαφορετικά;*
	15.2	Αναγνωρίζουν και γράφουν ίσους λόγους και να κατανοήσουν την έννοια της αναλογίας ως την ισότητα δύο λόγων. **Προαπαιτούμενες Γνώσεις:** ✓ *Έννοια λόγου*	**Παράδειγμα έννοιας ίσων λόγων:** • Να εντοπίσεις τις δηλώσεις που εκφράζουν ανάλογα ποσά. (α) Η μητέρα της Μαργαρίτας αγόρασε 2 kg ντομάτες και πλήρωσε €3. Η Μαργαρίτα αγόρασε 4 kg ντομάτες και πλήρωσε €4. (β) Ο Χρίστος εργάστηκε στο δισκοπωλείο για 12 ώρες και	

Στ΄ τάξη_Αριθμοί Πράξεις_Λόγος-Αναλογία

<table>
<tr>
<td></td>
<td></td>
<td>Νέες Έννοιες:
✓ Έννοια αναλογίας</td>
<td>πήρε μισθό €48. Η Μαριλένα εργάστηκε για 27 ώρες και πήρε €81.
(γ) Τέσσερις εργάτες τελειώνουν το βάψιμο του σπιτιού σε 16 ώρες. Οκτώ εργάτες τελειώνουν το βάψιμο του σπιτιού σε 8 ώρες.
(δ) Τα 4 L λάδι στοιχίζουν €4,80. Τα 12 L στοιχίζουν €9,60.</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>15.3</td>
<td>Κατανοήσουν την έννοια της τιμής ανά μονάδα (π.χ. πλήρωσα €75 για 15 μπάλες, άρα η κάθε μπάλα στοιχίζει €5).
Νέες Έννοιες:
✓ Έννοια της τιμής ανά μονάδα</td>
<td>Παράδειγμα κατανόησης της έννοιας της τιμής ανά μονάδα:
• Να συμπληρώσεις τον πίνακα.
<table>
<tr><th>Είδος</th><th>Τιμή τεμαχίου</th><th>Τεμάχια</th><th>Συνολικό κόστος</th></tr>
<tr><td>Ρίγα</td><td></td><td>4</td><td>€8</td></tr>
<tr><td>Βιβλίο</td><td></td><td>3</td><td>€12,60</td></tr>
<tr><td>Φάκελος</td><td></td><td>10</td><td>€3,20</td></tr>
<tr><td>Τσάντα</td><td></td><td>5</td><td>€75</td></tr>
</table>
</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>15.4</td>
<td>Αναγνωρίζουν:
- αν δύο ποσά είναι ευθέως ανάλογα ή αντιστρόφως ανάλογα
- ποσά που δεν είναι ανάλογα</td>
<td>Παράδειγμα αναγνώρισης ευθέως ανάλογων ή αντιστρόφως ανάλογων ποσών:
• Να συμπληρώσεις με τις λέξεις: ανάλογα ποσά ή αντιστρόφως ανάλογα ποσά ή κανένα από τα δύο.
(α) Ένα εργοστάσιο χυμών βάζει</td>
<td>ΜΠ3 Ανάπτυξη ισχυρισμών και κρίση συλλογισμού
Επεξηγώ τη σκέψη μου και λαμβάνω υπόψη μου τη γνώμη των άλλων.

Παράδειγμα: Η Αντωνία είναι 10 χρονών και έχει ύψος 1,42 m. Σκέφτηκε ότι όταν θα είναι 20 χρονών, θα έχει ύψος 2,84 m. Είναι σωστή η σκέψη της</td>
</tr>
</table>

Στ΄ τάξη_Αριθμοί Πράξεις_Λόγος-Αναλογία

<table>
<tr>
<td></td>
<td></td>
<td>Προαπαιτούμενες Γνώσεις:
✓ Έννοια αναλογίας
Νέες Έννοιες:
✓ Ευθέως ανάλογα και αντιστρόφως ανάλογα ποσά</td>
<td>τους χυμούς σε κουτιά του 1L και των 500 ml. Αν σήμερα για τη συσκευασία των χυμών χρειάστηκε 1200 δοχεία του 1L, πόσα δοχεία των 500 ml θα χρειαζόταν;
(β) Ο Κώστας είναι 10 χρονών και έχει μάζα 35 kg. Πόση μάζα θα έχει ο Κώστας όταν θα είναι 20 χρονών;
(γ) Ένα εργοστάσιο χυμών βάζει τους χυμούς σε κουτιά του $\frac{1}{2}$L. Αν σήμερα για τη συσκευασία των χυμών χρειάστηκε 1200 δοχεία, πόσα δοχεία θα χρειαστεί αύριο για να συσκευάσει 800 L χυμό;</td>
<td>Αντωνίας; Να επεξηγήσεις.
Απαντώ στις ερωτήσεις:
• Πώς σκέφτηκε η Αντωνία για να υπολογίσει το ύψος της όταν θα είναι 20 χρονών;
• Γνωρίζω κάποιον που έχει ύψος 2,84 m;</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>15.5</td>
<td>• Συμπληρώνουν πίνακες ανάλογων ποσών όταν δίνεται ο λόγος των ποσών και υπολογίζουν τον λόγο των ποσών όταν δίνονται πίνακες αναλογιών.
• Συμπληρώνουν πίνακες με αντιστρόφως ανάλογα ποσά.</td>
<td>Παράδειγμα συμπλήρωσης πινάκων και υπολογισμού λόγου ποσών:
• Να συμπληρώσεις τον πίνακα για την ποσότητα των θερμίδων στις καραμέλες.
<table><tr><td>καραμέλες</td><td>50 g</td><td>100 g</td><td>150 g</td><td>200 g</td><td>250 g</td><td>650 g</td></tr><tr><td>θερμίδες</td><td>150</td><td></td><td>450</td><td></td><td></td><td></td></tr></table></td>
<td></td>
</tr>
</table>

Στ΄ τάξη_Αριθμοί Πράξεις_Λόγος-Αναλογία

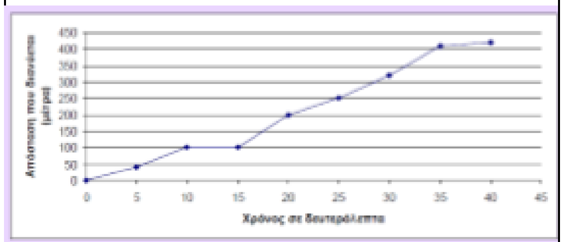
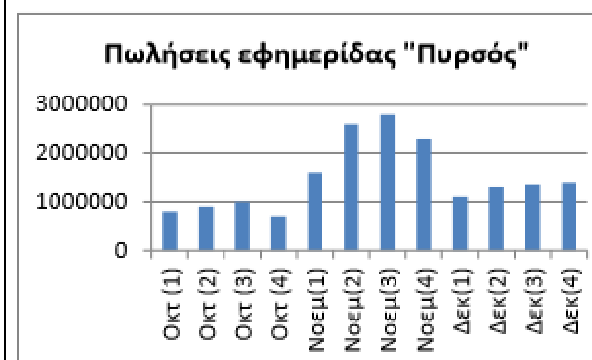
		Προαπαιτούμενες Γνώσεις: ✓ *Ευθέως ανάλογα και αντιστρόφως ανάλογα ποσά* **Νέες Έννοιες:** ✓ Συμπλήρωση πινάκων με ανάλογα και αντιστρόφως ανάλογα ποσά		
	15.6	Αναπαριστούν γραφικά μια σχέση αναλογίας και διαπιστώνουν ότι η μορφή της γραφικής παράστασης είναι γραμμική και ξεκινά από την αρχή των αξόνων. **Προαπαιτούμενες Γνώσεις:** ✓ *Ανάλογα ποσά* **Νέες Έννοιες:** ✓ Γραφική αναπαράσταση σχέσης αναλογίας	**Παράδειγμα γραφικής αναπαράστασης σχέσης αναλογίας:** • Ένα γαλακτοκομείο χρησιμοποιεί 500 L γάλα για να κατασκευάσει 100 kg τυρί. (α) Να κατασκευάσεις μια γραφική παράσταση για να παρουσιάσεις την ποσότητα του γάλακτος που χρειάζεται για την παραγωγή 100 kg μέχρι 1000 kg τυρί. (β) Ποια είναι η μορφή της γραφικής παράστασης;	

Αντιστοίχιση δεικτών επιτυχίας-επάρκειας

7.(Γ3.5) Διερευνούν ανισοτικές σχέσεις στα τρίγωνα με τη χρήση λογισμικών δυναμικής γεωμετρίας. **8.(Γ4.7)** Επεξηγούν τις απαραίτητες συνθήκες για την ισότητα δύο σχημάτων και αναγνωρίζουν ίσα τρίγωνα. **9.(Γ3.9)** Ελέγχουν την εγκυρότητα βασικών γεωμετρικών θεωρημάτων ή προτάσεων, χρησιμοποιώντας επαγωγικό συλλογισμό.		Στην Στ' τάξη γίνεται εισαγωγή των δεικτών Γ3.5, Γ4.7 και Γ3.9. Η διδασκαλία τους είναι απαραίτητη και αποτελεί προϋπόθεση για την επίτευξη των δεικτών αυτών στην Α' Γυμνασίου ή σε επόμενες τάξεις.		

Εισαγωγή δεικτών επιτυχίας.
Η κατάκτησή τους θα γίνει σε επόμενες τάξεις

Αντιστοίχιση δεικτών επιτυχίας-επάρκειας

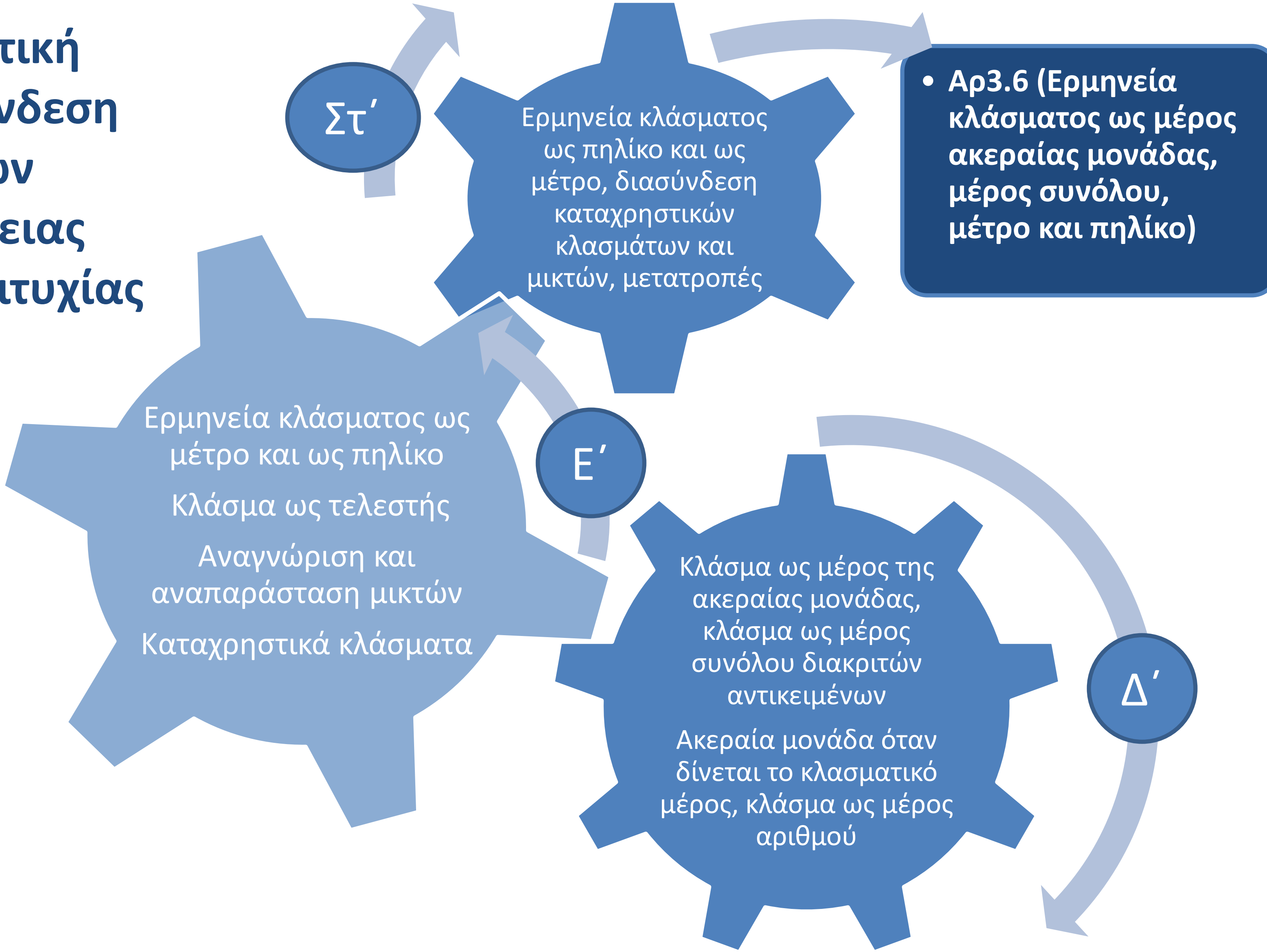
Γραφικές παραστάσεις				
1.(ΣΠ4.2) Διαβάζουν και κατασκευάζουν ραβδογράμματα, εικονογράμματα, κυκλικές και γραμμικές γραφικές παραστάσεις, φυλλογραφήματα και διαφοροποιούν τον τρόπο παρουσίασης συνεχών και κατηγορικών δεδομένων με ή χωρίς τη χρήση τεχνολογίας. **(ΣΠ4.3)** Αξιολογούν διάφορους τρόπους παρουσίασης δεδομένων σε σχέση με την αποτελεσματικότητα και τη συνέπειά τους.	1.1	Διαβάζουν, ερμηνεύουν και κατασκευάζουν ραβδογράμματα, εικονογράμματα, κυκλικές και γραμμικές γραφικές παραστάσεις. **Νέες Έννοιες:** ✓ Ερμηνεία και κατασκευή ραβδογράμματος, εικονογράμματος, κυκλικής και γραμμικής γραφικής παράστασης.	**Παράδειγμα ερμηνείας γραμμικής γραφικής παράστασης:** • Η γραφική παράσταση παρουσιάζει την απόσταση που διανύει ένα αυτοκίνητο σε 40 δευτερόλεπτα. Σε  ποιο από τα πιο κάτω διαστήματα το αυτοκίνητο παραμένει ακίνητο;	**ΜΠ3 Ανάπτυξη και κρίση συλλογισμού άλλων** *Αιτιολογώ τα συμπεράσματά μου με μαθηματικές ιδέες.* **Παράδειγμα:** Ένας ιδιοκτήτης εκδοτικού οίκου κάλεσε σε συνάντηση τους διευθυντές δύο εβδομαδιαίων εφημερίδων που εκδίδει ο οίκος του. Ο ιδιοκτήτης ζήτησε από τους διευθυντές να του παρουσιάσουν τις πωλήσεις των εφημερίδων τους κατά τους μήνες Οκτώβριο – Δεκέμβριο 2005 (Σημείωσε ότι στα μέσα του Νοεμβρίου διεξήχθησαν προεδρικές εκλογές). Πιο κάτω φαίνονται οι γραφικές παραστάσεις που παρέδωσαν οι δύο διευθυντές. 

Περισσότεροι από ένας δείκτης επιτυχίας αντιστοιχούν σε έναν δείκτη επάρκειας

Συνοχή μεταξύ τάξεων και διασύνδεση με σημαντικά θέματα

1. Συστηματική **διασύνδεση** των δεικτών επάρκειας μεταξύ και εντός των τάξεων ώστε οι μαθητές να οικοδομούύν τις νέες έννοιες σε προϋπάρχουσες γνώσεις από προηγούμενες τάξεις
2. Κάθε δείκτης επάρκειας δεν αποτελεί κάτι εντελώς καινούριο, αλλά επέκταση – εξέλιξη προηγούμενων διδακτέων

Εξελικτική διασύνδεση δεικτών επάρκειας και επιτυχίας



ΑΡΙΘΜΟΙ-ΠΡΑΞΕΙΣ (1)

Ε΄	Στ΄
ΑΡΙΘΜΟΙ -Αισθητοποίηση, ανάλυση, σύνθεση και σύγκριση αριθμών μέχρι το δισεκατομμύριο - Έννοια αρνητικού αριθμού - Πρώτοι και σύνθετοι αριθμοί - Ανάλυση αριθμού σε γινόμενο πρώτων παραγόντων - Εισαγωγή: ΜΔΚ, ΕΚΠ	**ΑΡΙΘΜΟΙ** - Αισθητοποίηση, ανάλυση, σύνθεση και σύγκριση ακεραίων αριθμών (θετικοί και αρνητικοί) - Έννοια και υπολογισμός: ΜΚΔ, ΕΚΠ - Ανάλυση αριθμού σε γινόμενο πρώτων παραγόντων **- Έννοια δύναμης**
ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΙ - Γραπτοί και νοεροί υπολογισμοί με αξιοποίηση των ιδιοτήτων των πράξεων - Κατακόρυφοι αλγόριθμοι πολλαπλασιασμού και διαίρεσης (διψήφια)	**ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΙ** -Γραπτοί και νοεροί υπολογισμοί με θετικούς ακεραίους με ευχέρεια **-Πρόσθεση και αφαίρεση ακεραίων (θετικοί και αρνητικοί) με μοντέλα**
ΔΙΕΡΑΙΤΟΤΗΤΑ - Κριτήρια διαιρετότητας 2, 5, 10 και 4	**ΔΙΑΙΡΕΤΟΤΗΤΑ** - Κριτήρια διαιρετότητας 2, 4, 5, 10 και 3, 9 - Ευκλείδεια διαίρεση
ΕΠΙΛΥΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ - Αθροιστικής και πολλαπλασιαστικής δομής, μοντελοποίησης και προβλήματα διαδικασίας - Στρατηγικές επίλυσης προβλημάτων αναλογίας	**ΕΠΙΛΥΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ** - Αθροιστικής και πολλαπλασιαστικής δομής, μοντελοποίησης και προβλήματα διαδικασίας

ΑΡΙΘΜΟΙ-ΠΡΑΞΕΙΣ (2)

Ε΄	Στ΄
ΡΗΤΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ	**ΡΗΤΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ**
- Κλάσμα ως μέτρο, πηλίκο και ως τελεστής	- Κλάσμα ως μέτρο, πηλίκο και ως τελεστής
- Δέκατο, εκατοστό, χιλιοστό	-Σύγκριση και σειροθέτηση ρητών
- Απλοποίηση και ισοδυναμία κλασμάτων	- Μετατροπή κλάσματος σε δεκαδικό, **ποσοστό και αντίστροφα**
- Σύγκριση και σειροθέτηση κλασμάτων και δεκαδικών	- Πρόσθεση, αφαίρεση, **πολλαπλασιασμός και διαίρεση κλασμάτων, δεκαδικών και μικτών**
- Έννοια μικτού αριθμού και καταχρηστικού κλάσματος (μετατροπές)	- **Επίλυση προβλήματος με ρητούς και ποσοστά**
- Έννοια ποσοστού	
- Μετατροπή κλάσματος σε δεκαδικό, ποσοστό και αντίστροφα	**ΑΝΑΛΟΓΙΚΟΣ ΣΥΛΛΟΓΙΣΜΟΣ**
- Πρόσθεση και αφαίρεση κλασμάτων, δεκαδικών και μικτών	**- Λόγος και αναλογία**
- Πολλαπλασιασμός κλάσματος με ακέραιο και διαίρεση κλασμάτων (διαιρέτης ή διαιρετέος ακέραιος) & πολλαπλασιασμός ακεραίου με δεκαδικό και διαίρεση δεκαδικού με ακέραιο	**- Ευθέως και αντιστρόφως ανάλογα ποσά**
-Επίλυση προβλήματος με κλάσματα, δεκαδικούς και ποσοστά	**-Ποσοστό ως λόγος**

ΜΕΤΡΗΣΗ	
Ε΄	Στ΄
ΜΟΝΑΔΕΣ ΜΕΤΡΗΣΗΣ - ΜΕΤΑΤΡΟΠΕΣ -Μετατροπές μονάδων μέτρησης, μήκους, μάζας και χωρητικότητας - Μονάδες μέτρησης όγκου - Σχέσεις μεταξύ χρηματικών ποσών - Σχέσεις μεταξύ μονάδων μέτρησης χρόνου (δευτερόλεπτο) **ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΕΜΒΑΔΟΥ-ΠΕΡΙΜΕΤΡΟΥ** - Εμβαδόν τριγώνου και παραλληλογράμμου - Περίμετρος και εμβαδόν ακανόνιστων ευθύγραμμων σχημάτων **ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΟΓΚΟΥ** -Διερεύνηση τύπου υπολογισμού όγκου ορθογώνιου παραλληλεπιπέδου **ΓΩΝΙΕΣ** - Μέτρηση γωνιών με κατάλληλα μέσα	**ΜΟΝΑΔΕΣ ΜΕΤΡΗΣΗΣ - ΜΕΤΑΤΡΟΠΕΣ** - Χρήση κατάλληλων μονάδων μέτρησης και μετατροπές **ΕΜΒΑΔΟΝ ΚΑΙ ΠΕΡΙΜΕΤΡΟΣ** **-Περίμετρος και εμβαδόν σύνθετων σχημάτων** **-Εμβαδόν εξωτερικής επιφάνειας τρισδιάστατων σχημάτων** **ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΟΓΚΟΥ** -Όγκος ορθογώνιου παραλληλεπιπέδου **με τύπους** **ΓΩΝΙΕΣ** **- Άθροισμα γωνιών τριγώνου**

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Ε΄	Στ΄
ΕΙΔΗ ΓΡΑΜΜΩΝ -Σημείο, ευθεία, ημιευθεία, ευθύγραμμο τμήμα **ΚΑΤΑΣΚΕΥΕΣ** - Κατασκευή παράλληλων και κάθετων ευθειών - Κατασκευή ύψους τριγώνου και παραλληλογράμμου **ΠΟΛΥΓΩΝΑ** - Σχέσεις εγκλεισμού και ταξινόμηση σχημάτων με βάση τις ιδιότητες τους - Είδη τριγώνων **ΤΡΙΣΔΙΑΣΤΑΤΑ ΣΧΗΜΑΤΑ** - Βασικά χαρακτηριστικά πυραμίδων και πρισμάτων - Συσχέτιση τρισδιάστατων σχημάτων με αναπτύγματα **ΣΥΣΤΗΜΑ ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΩΝ & ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΙ** -Ορθοκανονικό σύστημα αξόνων, συντεταγμένες - Ιδιότητες συμμετρικών σχημάτων - Μεταφορά και περιστροφή σχημάτων σε σύστημα αξόνων	**ΠΟΛΥΓΩΝΑ** **- Δευτερεύοντα στοιχεία τριγώνου** **- Σχέσεις εγκλεισμού και ταξινόμηση σχημάτων με βάση τις ιδιότητες τους** **- Κανονικά πολύγωνα** **ΓΩΝΙΕΣ – ΚΑΤΑΣΚΕΥΕΣ** **- Γεωμετρικές κατασκευές (μέσο, ύψος, διάμεσος, παράλληλες, κάθετες)** **- Συμπληρωματικές και παραπληρωματικές γωνίες** **ΚΥΚΛΟΣ** **- Στοιχεία και ιδιότητες κύκλου** **ΤΡΙΣΔΙΑΣΤΑΤΑ ΣΧΗΜΑΤΑ – ΕΝΝΟΙΕΣ ΧΩΡΟΥ** - Δισδιάστατες αναπαραστάσεις τρισδιάστατων σχημάτων -Ταξινόμηση τρισδιάστατων σχημάτων **ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΕΙΣ, ΣΥΣΤΗΜΑ ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΩΝ & ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΙ** - Κατασκευή σχημάτων σε ορθοκανονικό σύστημα αξόνων **- Οδηγίες κατεύθυνσης** - Μετασχηματισμοί (συμμετρία, περιστροφή, μεταφορά)

ΑΛΓΕΒΡΑ

Ε΄	Στ΄	Α΄ Γυμνασ.
ΜΟΤΙΒΑ -Διερεύνηση της σχέσης της θέσης ενός όρου και του κανόνα υπολογισμού του όρου σε ένα μοτίβο **ΕΠΙΛΥΣΗ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ – ΑΛΓΕΒΡΙΚΕΣ ΕΚΦΡΑΣΕΙΣ** - Εξισώσεις με μεταβλητές για αναπαράσταση προβλήματος - Απλοποίηση μαθηματικών εκφράσεων και επίλυση εξισώσεων **ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΠΡΑΞΕΩΝ** - Αναγνώριση και χρήση ιδιοτήτων των πράξεων σε αριθμητικές και συμβολικές εκφράσεις **ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ** - Έννοια μεταβλητής -Διατεταγμένο ζεύγος	**ΜΟΤΙΒΑ** **-Έκφραση του νιοστού όρου σε μοτίβα** **- Επέκταση και κατασκευή μοτίβων με ακέραιους, δεκαδικούς και κλάσματα** **ΕΠΙΛΥΣΗ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ – ΑΛΓΕΒΡΙΚΕΣ ΕΚΦΡΑΦΕΙΣ** **-Απλοποίηση μαθηματικών εκφράσεων, επίλυση εξισώσεων και μετάφραση αλγεβρικών εκφράσεων** **-Επίλυση προβλήματος με πολλαπλά βήματα, διαδικασίας και μοντελοποίησης** **ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΠΡΑΞΕΩΝ** **-Προτεραιότητα πράξεων** **ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ** **-Διατεταγμένο ζεύγος** **-Έννοια μεταβλητής και έννοια συνάρτησης ως «ένα προς ένα αντιστοιχία»**	-Έννοια Μεταβλητής - Αλγεβρική παράσταση - Αντιστοιχία - Συνάρτηση

ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ & ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ

Ε΄	Στ΄
ΕΝΝΟΙΕΣ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ -Γραμμική γραφική παράσταση -Μέγιστη, ελάχιστη τιμή και εύρος σε ένα σύνολο δεδομένων **ΕΝΝΟΙΕΣ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΩΝ** - Υπολογισμός πιθανότητας ενδεχομένου - Έννοια δειγματικού χώρου	**ΕΝΝΟΙΕΣ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ** - Καταγραφή αποτελεσμάτων ερευνητικών δραστηριοτήτων **- Έννοια μέσου όρου** -Αξιολόγηση τρόπου παρουσίασης δεδομένων **ΕΝΝΟΙΕΣ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΩΝ** **- Πειράματα τύχης** - Υπολογισμός πιθανότητας ενδεχομένου **- Καταγραφή και εύρεση του πλήθους των ενδεχομένων**

Μαθηματικές Πρακτικές

Οι μαθηματικές πρακτικές περιγράφουν **ικανότητες** που οι εκπαιδευτικοί σε όλες τις βαθμίδες πρέπει να επιδιώξουν να αναπτύξουν οι μαθητές/τριες τους. Αυτές οι μαθηματικές πρακτικές αναφέρονται σε σημαντικές «διαδικασίες και ικανότητες» με διαχρονική σημασία στην μαθηματική εκπαίδευση.

Μαθηματικές Πρακτικές

1. Κατανόηση μέσω προβλήματος και επιμονή στη λύση προβλήματος
2. Ποσοτική και αφηρημένη σκέψη
3. Ανάπτυξη ισχυρισμών και κρίση του συλλογισμού άλλων
4. Μοντελοποίηση
5. Στρατηγική χρήση εργαλείων
6. Ακρίβεια
7. Δομή των Μαθηματικών
8. Κανονικότητα σε επαναλαμβανόμενο συλλογισμό

ΦΙΛΟΣΟΦΙΑ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ

ΦΙΛΟΣΟΦΙΑ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ

1. **Εξερεύνηση -**Περιέργεια-Πρόκληση - μέσω καταστάσεων που ενδιαφέρουν τους μαθητές.

2. **Διερεύνηση.** Επέκταση - Εφαρμογή **Δημιουργικότητα - Χρόνος** για εργασία μαθητών. **Παρέμβαση εκπαιδευτικού**.

3. **Αναστοχασμός** μαθητή για το τι έχει μάθει. **Εξερεύνηση-Συζήτηση** τρόπων εργασίας μαθητών.

4. **Αξιολόγηση** για το τι έχει μάθει ο μαθητής, ευκαιρίες για αυτοαξιολόγηση


Εξερεύνηση
Περιέργεια /Πρόκληση Ενδιαφέροντος
Διερεύνηση
Αξιολόγηση/ Αναστοχασμός
Εξάσκηση
Εφαρμογή
Επέκταση
Επεξήγηση
Συζήτηση

Εξερεύνηση
(Mathematical exploration)

Δραστηριότητες στις οποίες οι μαθητές εξερευνούν ελεύθερα μαθηματικές έννοιες. Οι δραστηριότητες αυτές συμβάλλουν:

- στη **διαφοροποίηση** και εξατομίκευση της διδασκαλίας,
- στην παροχή **κινήτρων** και στη χαρά της μάθησης,
- στην **εννοιολογική διασύνδεση** εννοιών,
- στην ανάπτυξη του μαθηματικού **συλλογισμού**, της **δημιουργικότητας** και της φαντασίας στα μαθηματικά.

Εξερεύνηση
(Mathematical exploration)

1. Σύνδεση με άλλα αντικείμενα του αναλυτικού προγράμματος
2. Διασύνδεση μαθηματικών εννοιών
3. Λύση προβλήματος για εισαγωγή στην έννοια ή επέκταση και ολοκλήρωση της έννοιας
4. Ιστορικά στοιχεία
5. Εφαρμογές μαθηματικών εννοιών

Διερεύνηση (Mathematical investigation)

Δραστηριότητες στις οποίες οι μαθητές διερευνούν μαθηματικές ιδέες σε ένα συγκεκριμένο πλαίσιο και στις οποίες έχουν τη δυνατότητα:

- να διατυπώσουν υποθέσεις (Τι μπορεί να συμβαίνει; Συμβαίνει και σε άλλες περιπτώσεις;)
- να ελέγξουν την εγκυρότητα των υποθέσεών τους και
- να αιτιολογήσουν τις απαντήσεις τους
- να καταλήξουν σε συμπεράσματα

Διερεύνηση
(Mathematical investigation)

1. Με παραδείγματα

2. Με εποπτικά μέσα ή και ψηφιακά εποπτικά μέσα.

3. Με προβλήματα

↔

- Υπόθεση
- Επαλήθευση
- Συμπέρασμα

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ

ΕΞΕΡΕΥΝΗΣΕΙΣ - ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΕΙΣ

ΕΞΕΡΕΥΝΗΣΗ

Ο Δημήτρης βρήκε στο διαδίκτυο τα πιο κάτω στοιχεία σχετικά με την επίδοση διαφόρων ποδοσφαιριστών σε ορισμένους αγώνες της αγωνιστικής περιόδου 2016-2017.

Α/Α	Ποδοσφαιριστής	Ομάδα	Αριθμός τερμάτων ποδοσφαιριστή/ συνολικός αριθμός τερμάτων ομάδας	Συνεισφορά
1	Έντισον Καβάνι	Παρί Σεν Ζερμέν	8 16	50%
2	Μάουρο Ικάρντι	Ίντερ	6 9	
3	Γκονσάλο Ιγουαϊν	Γιουβέντους	6 13	
4	Κάρλος Μπάκα	Μίλαν	6 12	
5	Μεβλούτ Ερντίνγκ	Μετς	6 9	
6	Αλεξάντρ Λακαζέτ	Λυών	6	
7	Ντιέγκο Κόστα	Τσέλσι	6 12	50%
8	Αντουάν Γκριζμάν	Ατλέτικο	6 14	43%
9	Λουίς Σουάρες	Μπαρτσελόνα	5	23%
10	Χοσέ Μαρία Καγεχόν	Νάπολη	5 14	36%

(α) Ποιες πληροφορίες μπορείτε να αντλήσετε από τον πιο πάνω πίνακα;

(β) Για ποιο λόγο χρησιμοποιήθηκαν ποσοστά στον πιο πάνω πίνακα;

- Μαθηματική Διάσταση-Έννοια ποσοστού
- Γλωσσική Διάσταση
- Πρακτική Εφαρμογή
- Στάση απέναντι στα μαθηματικά

Στ΄ τάξη

ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ

Τα παιδιά χρησιμοποίησαν διαφορετικές στρατηγικές, για να εκτιμήσουν το πιο κάτω άθροισμα.

$$6{,}33 + 5{,}98 + 3{,}75$$

$6 + 5 + 3 = 14$

$14 + 2 = 16$

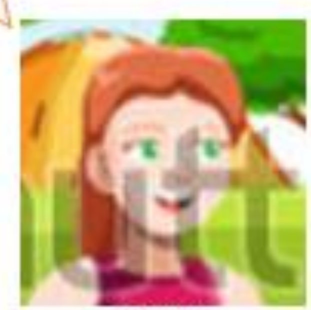
Μάρκος

$6 + 6 + 4 = 16$

Φάνης

$7 + 6 + 4 = 17$

$17 - 1 = 16$



Αλεξία

Να περιγράψετε τις στρατηγικές που χρησιμοποίησε κάθε παιδί.

Στρατηγικές

Στ΄ τάξη

Στ΄ ΤΑΞΗ

ΧΡΟΝΟΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΚΑΙ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΟ ΕΝΟΤΗΤΩΝ

ΣΕΠΤΕΜΒΡΗΣ

- 1_Επανάληψη (Αριθμοί, αλγόριθμοι πράξεων, επίλυση προβλήματος)

ΟΚΤΩΒΡΗΣ –ΝΟΕΜΒΡΗΣ

- 2_Ακέραιοι (πράξεις με αρνητικούς), ιδιότητες πράξεων, στατιστική _3 εβδομάδες
- 3_Δυνάμεις, μεγάλοι αριθμοί, έννοιες διαιρετότητας _3 εβδομάδες
- 4_Δισδιάστατη γεωμετρία, γωνίες, δευτερεύοντα στοιχεία τριγώνου _2 εβδομάδες

ΔΕΚΕΜΒΡΗΣ

- 5_Κλάσματα, μικτοί, πρόσθεση/ αφαίρεση με κλάσματα και μικτούς

ΓΕΝΑΡΗΣ

- 6_Γεωμετρία (Πολύγωνα)
- 7_Δεκαδικοί, Λόγοι, Ποσοστά

ΦΕΒΡΑΡΗΣ-ΑΠΡΙΛΗΣ (πριν τις διακοπές)

- 8_Πολλαπλασιασμός και διαίρεση, κλασμάτων, δεκαδικών και μικτών_4 εβδομάδες
- 9_Εμβαδόν, Γεωμετρία σε σύστημα αξόνων, μετασχηματισμοί_3 εβδομάδες
- 10_Λόγοι, αναλογίες, ποσοστά, συνάρτηση_3 εβδομάδες

ΑΠΡΙΛΗΣ-ΙΟΥΝΗΣ

- 11_Κύκλος, τρισδιάσταση γεωμετρία _ 3 εβδομάδες
- 12_Άλγεβρα, Πιθανότητες _3 εβδομάδες

ΔΟΜΗΣΗ ΣΧΟΛΙΚΟΥ ΕΓΧΕΙΡΙΔΙΟΥ

1. Έχουμε Μάθει
2. Εξερεύνηση/Διερεύνηση
3. Νέες Έννοιες
4. Παραδείγματα
5. Δραστηριότητες
6. Δραστηριότητες Ενότητας
7. Δραστηριότητες Εμπλουτισμού: Υπάρχουν στο τέλος κάθε ενότητας - Διαβαθμισμένες με βάση την έννοια που διδάσκεται

Έχουμε μάθει

Έχουμε μάθει:

- **Κριτήρια διαιρετότητας** είναι οι κανόνες με τους οποίους μπορούμε να διακρίνουμε κατά πόσο ένας αριθμός διαιρείται ακριβώς από κάποιον άλλο αριθμό.

Κριτήριο διαιρετότητας με το 2
Ένας αριθμός διαιρείται με το 2, αν και μόνο αν το ψηφίο των μονάδων του είναι 0, 2, 4, 6 ή 8.
Παράδειγμα:
Ο αριθμός 5346 διαιρείται με το 2, γιατί το ψηφίο των μονάδων του είναι 6.

Κριτήριο διαιρετότητας του 5
Ένας αριθμός διαιρείται με το 5, αν και μόνο αν το ψηφίο των μονάδων του είναι 0 ή 5.
Παράδειγμα:
Ο αριθμός 475 διαιρείται με το 5, γιατί το ψηφίο των μονάδων του είναι το 5.

- Περίληψη βασικών εννοιών από προηγούμενες τάξεις που είναι απαραίτητες για την κατανόηση των νέων εννοιών της ενότητας.
- Σημείο αναφοράς και συζήτησης πριν την εισαγωγή στο νέο μάθημα

Νέες Έννοιες

Διερεύνηση — Μαθήματα 5 και 6

Ο αριθμός των γλυκών που ετοίμασε ο Αλέξης είναι μεγαλύτερος από 50 και μικρότερος από 60. Χρησιμοποίησε τα γλυκά για να γεμίσει κουτιά, τα οποία χωρούσαν 6 γλυκά το καθένα. Του περίσσεψαν μερικά γλυκά.

(α) Πόσα γλυκά είναι δυνατόν να ετοίμασε ο Αλέξης, αν τα γλυκά που του περίσσεψαν δεν είναι αρκετά, για να γεμίσει ένα κουτί; Να συμπληρώσετε τον πίνακα.

Αριθμός γλυκών που ετοιμάστηκαν	Κουτιά που χρησιμοποιήθηκαν	Γλυκά που περίσσεψαν
51	8 ($8 \cdot 6 = 48$)	3
52	8 ($8 \cdot 6 = 48$)	4
53		
54		

(β) Γιατί είναι αδύνατον να περισσέψουν 7 γλυκά; Να επεξηγήσετε.

(γ) Ποιος είναι ο αριθμός των γλυκών που είναι δυνατόν να περισσέψουν, αν ο Αλέξης χρησιμοποιήσει κουτιά που χωράνε 4 γλυκά το καθένα;

Νέες Έννοιες

• Όταν δοθούν δύο φυσικοί αριθμοί Δ (Διαιρετέος) και δ (διαιρέτης), τότε υπάρχουν δύο άλλοι φυσικοί αριθμοί π (πηλίκο) και υ (υπόλοιπο), ώστε να ισχύει η ισότητα:

$$\Delta = \delta \cdot \pi + \upsilon$$

Η διαίρεση αυτής της μορφής ονομάζεται **Ευκλείδεια Διαίρεση**.

• Στην Ευκλείδεια Διαίρεση, το υπόλοιπο είναι πάντα ίσο ή μεγαλύτερο από το μηδέν και **μικρότερο** από τον διαιρέτη.

$$0 \le \upsilon < \delta$$

Παραδείγματα:

$45 = 7 \cdot 6 + 3$

διαιρετέος: 45, διαιρέτης: 7

$$\begin{array}{r|l} 45 & 7 \\ -\ 42 & 6 \\ \hline 3 & \end{array} \qquad 7 \cdot 6 = 42$$

υπόλοιπο: 3, πηλίκο: 6

$5 = 8 \cdot 0 + 5$

διαιρετέος: 5, διαιρέτης: 8

$$\begin{array}{r|l} 5 & 8 \\ -\ 0 & 0 \\ \hline 5 & \end{array} \qquad 8 \cdot 0 = 0$$

υπόλοιπο: 5, πηλίκο: 0

Ευκλείδεια Διαίρεση

- Συνοψίζουν τα βασικά συμπεράσματα που προκύπτουν από τη Διερεύνηση/Εξερεύνηση.
- Αποτελούν στοιχείο μελέτης από τους μαθητές (στην τάξη ή/και στο σπίτι) και σημείο αναφοράς κατά τη συζήτηση στην τάξη.

Παραδείγματα

Παραδείγματα

1. Να ελέγξετε κατά πόσο είναι ορθές οι απαντήσεις των παιδιών.

(α) Η Ιωάννα έκανε τη διαίρεση 485 ÷ 4. Βρήκε πηλίκο 121 και υπόλοιπο 1.

(β) Ο Δημήτρης έκανε τη διαίρεση 263 ÷ 3. Βρήκε πηλίκο 86 και υπόλοιπο 2.

Λύση:

Για να είναι ορθές οι απαντήσεις των παιδιών, πρέπει να ισχύει η ισότητα της Ευκλείδειας Δ
$\Delta = \delta \cdot \pi + \upsilon$.

(α) $\Delta = 4 \cdot 121 + 1$
$\Delta = 485$
Άρα, η απάντηση της Ιωάννας είναι ορθή.

(β) $\Delta = 3 \cdot 86 + 2$
$\Delta = 260$

Με βάση την απάντηση του Δημήτρη, ο Διαιρετέος είναι 260. Άρα, η απάντησή του δεν είναι ορθή.

Ευκλείδεια Διαίρεση

2. Ένας αριθμός διαιρείται με το 25. Δίνει πηλίκο 12 και υπόλοιπο 9. Ποιος είναι ο αριθμός;

Λύση:

Γνωρίζουμε ότι $\Delta = \delta \cdot \pi + \upsilon$.
Αφού ο διαιρέτης είναι $\delta = 25$, το πηλίκο είναι $\pi = 12$ και το υπόλοιπο είναι $\upsilon = 9$, ο Διαιρετέος θα ισούται με
$\Delta = 25 \cdot 12 + 9$
Άρα, ο Διαιρετέος είναι $\Delta = 309$.

- Παραδείγματα δραστηριοτήτων με αναλυτικές λύσεις που καλύπτουν σημαντικές παραμέτρους του μαθήματος
- Αποτελούν στοιχείο μελέτης/αναστοχασμού από τους μαθητές (στην τάξη ή/και στο σπίτι) και σημείο αναφοράς κατά τη συζήτηση στην τάξη.

Δραστηριότητες Ενότητας και Εμπλουτισμού

- **Δραστηριότητες Ενότητας**
  Επιπρόσθετες δραστηριότητες που αναφέρονται στις εμφάσεις της ενότητας και προσφέρονται για περαιτέρω εξάσκηση, επανάληψη και αξιολόγηση.

- **Δραστηριότητες Εμπλουτισμού**
  Επιπρόσθετο υλικό που αναφέρεται σε όλες τις έννοιες της ενότητας. Προσφέρεται για διαφοροποίηση και αξιοποιείται για:
  (α) επαναφορά προηγούμενης γνώσης
  (β) ενίσχυση των μαθητών που αντιμετωπίζουν δυσκολίες
  (γ) περαιτέρω εξάσκηση και εμπέδωση
  (δ) επέκταση (π.χ. παρουσίαση εναλλακτικών στρατηγικών), και
  (δ) επίλυση προβλήματος με μεγαλύτερο βαθμό δυσκολίας

9. Να συμπληρώσετε τον πίνακα.

Διαιρετέος Δ	διαιρέτης δ	πηλίκο π	υπόλοιπο υ	$Δ = δ \cdot π + υ$
45	6	7	3	$45 = 6 \cdot 7 + 3$
64	5			
	5	20	4	
	12	11	3	
72		10		
208		17		

Ευκλείδεια Διαίρεση

7. Ο Φάνης τοποθέτησε μπισκότα σε 35 συσκευασίες. Κάθε συσκευασία περιείχε τον ίδιο αριθμό μπισκότων. Ποιος είναι ο μικρότερος δυνατός αριθμός μπισκότων που είχε στη διάθεσή του ο Φάνης, αν περίσσεψαν 6 μπισκότα;

Οργάνωση Διδασκαλίας

Αναλυτικό πρόγραμμα και διδασκαλία

Δείκτες Επιτυχίας

Αποτελούν τη βάση για τον καθορισμό των διδακτικών στόχων της διδασκαλίας

Δείκτες Επάρκειας

Αποτελούν τη βάση για την επιλογή και ανάπτυξη των δραστηριοτήτων του μαθήματος

Παράδειγμα: Στ΄ τάξη, Ενότητα 2, Προτεραιότητα Πράξεων

Δείκτες Επιτυχίας

Γ4.2) Κατασκευάζουν το ύψος, τη διάμεσο και τη διχοτόμο τριγώνων και παρατηρούν τα χαρακτηριστικά σημεία του τριγώνου (κέντρο βάρους, έγγεντρο, ορθόκεντρο).

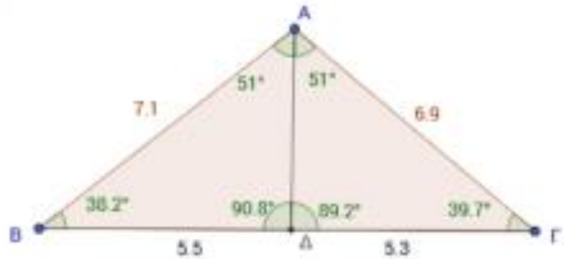
1.1	Αναγνωρίζουν τα δευτερεύοντα στοιχεία του τριγώνου (ύψος, διάμεσος, διχοτόμος) και να κατασκευάζουν το ύψος και τη διάμεσο τριγώνων. **Προαπαιτούμενες Γνώσεις:**	**Παράδειγμα κατασκευής του ύψους, της διαμέσου και της διχοτόμου τριγώνων:** • Να κατασκευάσεις τη διάμεσο και το ύψος στο τρίγωνο από την κορυφή Α στην πλευρά ΒΓ.	**ΜΠ5 Στρατηγική χρήση εργαλείων** *Χρησιμοποιώ τα εργαλεία των μαθηματικών (χάρακας, γνώμονας) για να εμβαθύνω στην κατανόηση των μαθηματικών εννοιών.* **Παράδειγμα:** Να φέρεις το ύψος σε κάθε μια από τις πλευρές του πιο κάτω τριγώνου, χρησιμοποιώντας τον χάρακα και τον γνώμονα.

Δείκτης Επάρκειας

Μαθήματα 6 – 7

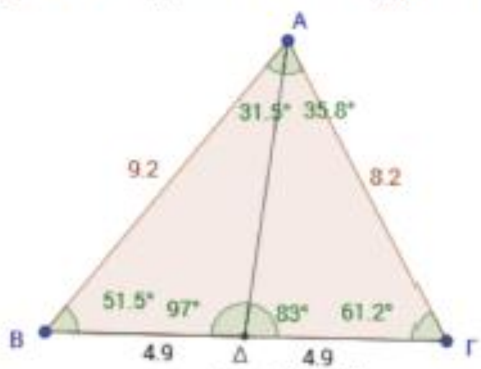
Διερεύνηση 1

(α) Να σύρετε τις κορυφές του τριγώνου ΑΒΓ και να περιγράψετε τι συμβαίνει σε κάθε περίπτωση.



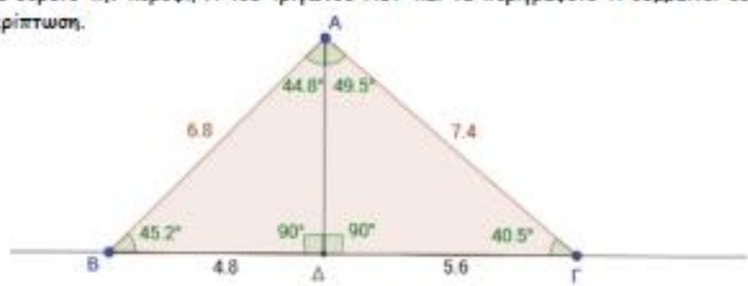
www.geogebra.org/m/VsW8S24m

(β) Να σύρετε την κορυφή Α του τριγώνου ΑΒΓ και να περιγράψετε τι συμβαίνει σε κάθε περίπτωση.



www.geogebra.org/m/y8P9bjN8

(γ) Να σύρετε την κορυφή Α του τριγώνου ΑΒΓ και να περιγράψετε τι συμβαίνει σε κάθε περίπτωση.

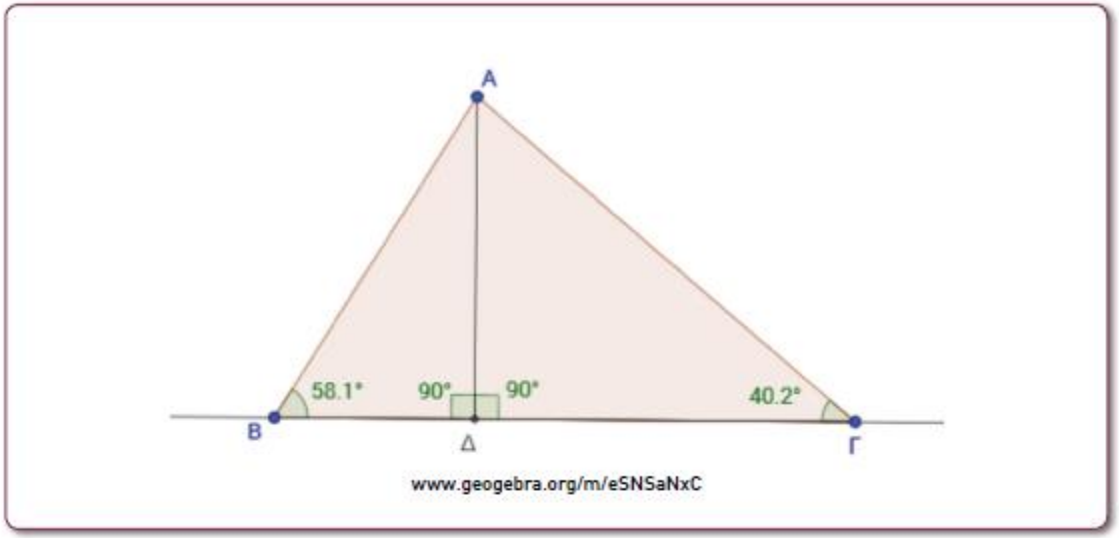


www.geogebra.org/m/xggySEnM

Περιέργεια, Πρόκληση

www.geogebra.org/m/VsW8S24m

Μαθηματική Πρακτική: Στρατηγική χρήση εργαλείων



www.geogebra.org/m/eSNSaNxC

Να σύρετε την κορυφή Α του τριγώνου ΑΒΓ και να παρατηρήσετε τη θέση του ύψους ΑΔ ως προς το τρίγωνο, όταν το τρίγωνο είναι:

(α) οξυγώνιο

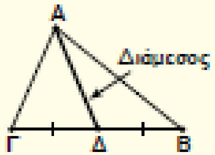
(β) ορθογώνιο

(γ) αμβλυγώνιο.

Διερεύνηση

Νέες Έννοιες

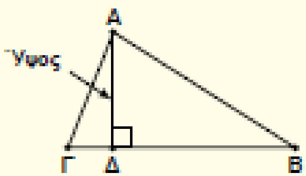
- **Διάμεσος** τριγώνου ονομάζεται το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει μια κορυφή ενός τριγώνου με το μέσο της απέναντι πλευράς.



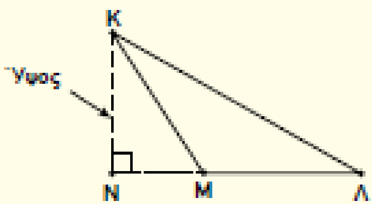
ΓΔ = ΔΒ

Το σύμβολο "=" δηλώνει την ισότητα δύο ευθύγραμμων τμημάτων.

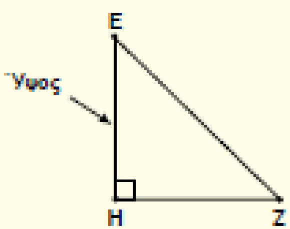
- **Ύψος** τριγώνου ονομάζεται το κάθετο ευθύγραμμο τμήμα που φέρεται από μια κορυφή του τριγώνου προς την ευθεία που περιέχει την απέναντι πλευρά του.



Για να κατασκευάσουμε το ύψος του τριγώνου ΑΒΓ, από την κορυφή Α φέρουμε ευθύγραμμο τμήμα κάθετο στην πλευρά ΓΒ.

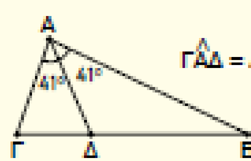


Για να κατασκευάσουμε το ύψος του τριγώνου ΚΛΜ από την κορυφή Κ, στο οποίο η γωνία $\widehat{KM\Lambda}$ είναι αμβλεία, προεκτείνουμε το ευθύγραμμο τμήμα ΜΛ. Από την κορυφή Κ φέρουμε ευθύγραμμο τμήμα κάθετο στην ευθεία που περιέχει το ΜΛ.



Στο τρίγωνο ΕΖΗ, στο οποίο η γωνία $\widehat{EHZ}$ είναι ορθή, το ύψος από την κορυφή Ε, συμπίπτει με την πλευρά ΕΗ του τριγώνου.

- **Διχοτόμος** τριγώνου ονομάζεται το ευθύγραμμο τμήμα που διχοτομεί μια γωνία του τριγώνου, ξεκινά από την κορυφή της γωνίας που διχοτομεί και καταλήγει στην απέναντι πλευρά.



$\Gamma\hat{A}\Delta = \Delta\hat{A}B$

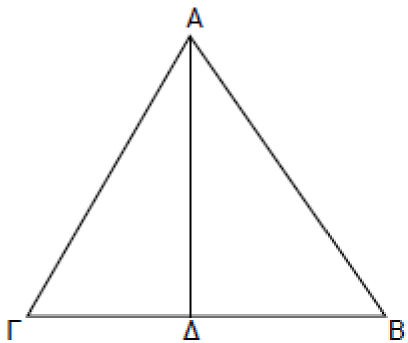
Επεξήγηση, Συζήτηση, Εξαγωγή Συμπερασμάτων

Δραστηριότητες

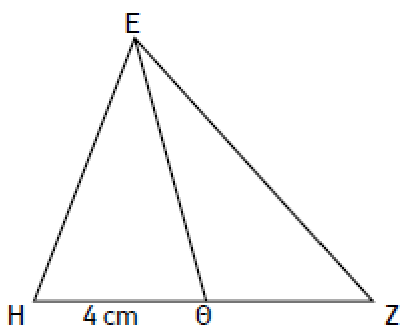
Εξάσκηση

1. Να υπολογίσετε:

(α) το μέτρο της γωνίας $\hat{ΑΒΔ}$, αν το ΑΔ είναι ύψος του τριγώνου ΑΒΓ και $\hat{ΔΑΒ} = 27^{o}$.

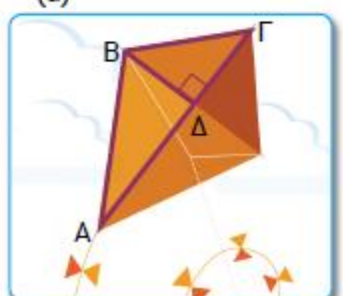


(β) το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος ΗΖ, αν το ΕΘ είναι διάμεσος του τριγώνου ΕΖΗ και ΗΘ = 4 cm

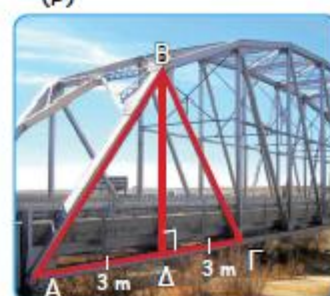


2. Να επεξηγήσετε σε κάθε περίπτωση κατά πόσο το ευθύγραμμο τμήμα ΒΔ αποτελεί διάμεσο ή/και ύψος του τριγώνου ΑΒΓ.

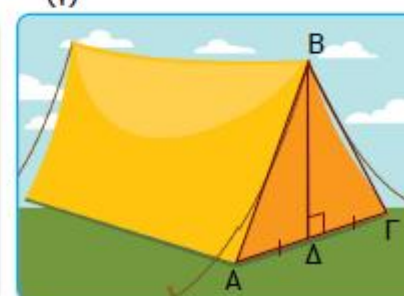
(α)



(β)

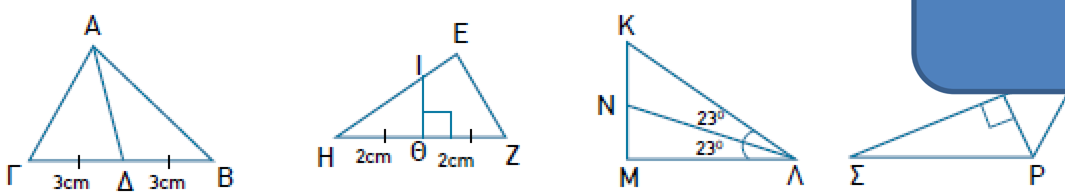


(γ)



Αξιολόγηση

12. Να βάλετε σε κύκλο την ορθή απάντηση.



Στο τρίγωνο ΑΒΓ, το ΑΔ είναι:
(α) ύψος
(β) διάμεσος
(γ) διχοτόμος
(δ) κανένα από τα πιο πάνω

Στο τρίγωνο ΕΖΗ, το ΙΘ είναι:
(α) ύψος
(β) διάμεσος
(γ) διχοτόμος
(δ) κανένα από τα πιο πάνω

Στο τρίγωνο ΚΛΜ, το ΛΝ είναι:
(α) ύψος
(β) διάμεσος
(γ) διχοτόμος
(δ) κανένα από τα πιο πάνω

Στο τρίγωνο ΠΡΣ, το ΡΤ είναι:
(α) ύψος
(β) διάμεσος
(γ) διχοτόμος
(δ) κανένα από τα πιο πάνω

Υπάρχει τρίγωνο στο οποίο το ύψος είναι ταυτόχρονα και διχοτόμος και διάμεσος;

Επέκταση

Περιεχόμενο Διδακτικού Υλικού

- Αναλυτική Παρουσίαση Ενοτήτων

Ενότητα 1_ Επανάληψη

- **Αλγόριθμοι τεσσάρων πράξεων**
- **Αριθμοί ως το δισεκατομμύριο, αξία θέσης ψηφίου**
- **Επίλυση προβλήματος αθροιστικής και πολλαπλασιαστικής δομής**

Ενότητα 2_ Ακέραιοι Αριθμοί, Ιδιότητες Πράξεων, Στατιστική

- **Ερμηνεία, αναπαράσταση και σύγκριση ακεραίων (θετικών και αρνητικών)**
- **Πράξεις με ακεραίους**
- **Προτεραιότητα πράξεων**
- **Ιδιότητες Πράξεων**
- Ερμηνεία και κατασκευή γραφικών παραστάσεων
- Μέγιστη και ελάχιστη τιμή συνόλου δεδομένων, εύρος και μέσος όρος

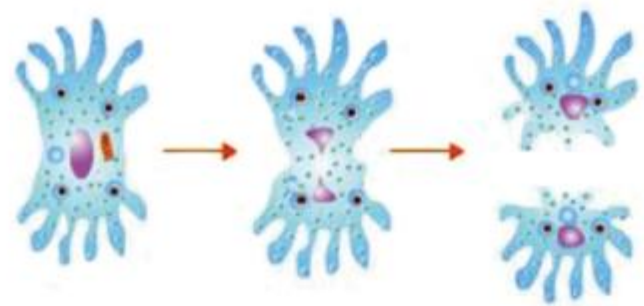
Ενότητα 3_ Δυνάμεις, Μεγάλοι Αριθμοί, Διαιρετότητα

- Έννοια και υπολογισμός δύναμης
- Μεγάλοι αριθμοί
- Μορφές γραφής αριθμών
- **Ευκλείδεια Διαίρεση**
- **Κριτήριο διαιρετότητας 3 και 9**
- **Πρώτοι και σύνθετοι αριθμοί**
- **Ανάλυση αριθμού σε γινόμενο πρώτων παραγόντων**
- **Έννοια και υπολογισμός Μ.Κ.Δ. και Ε.Κ.Π.**

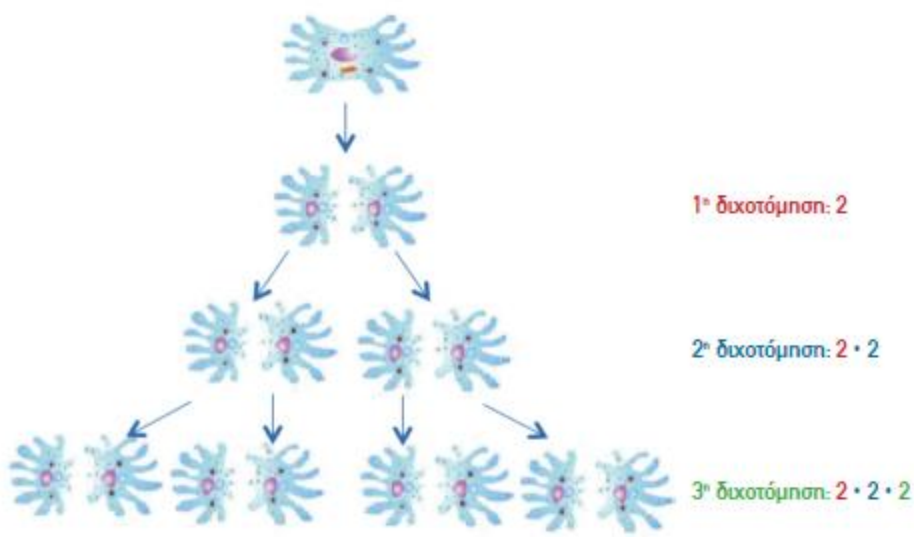
Μαθήματα 1 και 2

Εξερεύνηση

Ένας βιολόγος μελετά μια αμοιβάδα. Η αμοιβάδα είναι ένας μικροοργανισμός που πολλαπλασιάζεται μέσω μιας διαδικασίας διαδοχικών διχοτομήσεων. Κάθε αμοιβάδα διχοτομείται σε δύο άλλες πανομοιότυπες αμοιβάδες.



Η διαδικασία που ακολουθεί ο βιολόγος, για τον υπολογισμό του αριθμού των αμοιβάδων ύστερα από κάθε διχοτόμηση, παρουσιάζεται πιο κάτω.



Να περιγράψετε τη διαδικασία που ακολουθεί ο βιολόγος για τον υπολογισμό του αριθμού των αμοιβάδων που προκύπτουν ύστερα από κάθε διχοτόμηση.

Ανάγκη αναπαράστασης μεγάλων αριθμών με σύντομο τρόπο

Διερεύνηση

(α) Να συμπληρώσετε τον πίνακα.

Δυνάμεις του 2	Δυνάμεις του 3	Δυνάμεις του 5
$2^1 = 2$	$3^1 = 3$	$5^1 = 5$
$2^2 = 2 \cdot 2 = 4$	$3^2 = 3 \cdot 3 = 9$	$5^2 = 5 \cdot 5 = 25$
$2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$	$3^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$	$5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$
$2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$	$3^4 =$ ____________	$5^4 =$ ____________
$2^5 =$ ____________	$3^5 =$ ____________	$5^5 =$ ____________
$2^6 =$ ____________	$3^6 =$ ____________	$5^6 =$ ____________

(β) Η Λίζα υπολόγισε ότι $2^7 = 128$. Με ποιο τρόπο είναι δυνατόν να υπολογίσει το 2^8; Να επεξηγήσετε.

(γ) Ο Ιάκωβος υπολόγισε ότι $5^8 = 390\,625$. Με ποιο τρόπο είναι δυνατόν να υπολογίσει το 5^7; Να επεξηγήσετε.

Ο Γιάννης βρήκε τις πιο κάτω πληροφορίες για τον πλανήτη Ερμή σε μια ιστοσελίδα αστροφυσικής.

Ο πλανήτης Ερμής με αριθμούς

Ημερομηνία ανακάλυψης: Αρχαία χρόνια

Απόσταση από τον ήλιο
Συμβολική μορφή: 600 000 000 km
Αναλυτική μορφή: 6 • 100 000 000 km
Με μορφή δύναμης: $6 \cdot 10^8$ km

Εμβαδόν
Συμβολική μορφή: 80 000 000 km^2
Αναλυτική μορφή: 8 • 10 000 000 km^2
Με μορφή δύναμης: $8 \cdot 10^7$ km^2

Μάζα
Συμβολική μορφή: 300 000 000 000 000 000 000 000 kg
Αναλυτική μορφή: 3 • 100 000 000 000 000 000 000 000 kg
Με μορφή δύναμης: $3 \cdot 10^{23}$ kg

Να επεξηγήσετε τις μορφές γραφής των αριθμών που εμφανίζονται στις πιο πάνω πληροφορίες.

Διερεύνηση

(α) Να συμπληρώσετε τον πίνακα.

10	=	10	=	10^1
100	=	10 • 10	=	10^2
1 000	=	10 • 10 • 10	=	______
10 000	=	____________	=	______
100 000	=	____________	=	______
1 000 000	=	____________	=	______
10 000 000	=	____________	=	______

(β) Ποιο μοτίβο παρατηρείτε;

(γ) Να γράψετε τους πιο κάτω αριθμούς σε μορφή δύναμης.

100 000 000 ______
1000 000 000 000 ______
5 000 ______
30 000 ______

(δ) Να γράψετε τα τ… σε συμβολική μορφή.

10^8 ______
10^{10} ______
$2 \cdot 10^9$ ______
$4 \cdot 10^6$ ______

Αναπαράσταση μεγάλων αριθμών με διαφορετικές μορφές, αναπαράσταση πολλαπλασίων του δέκα με τη χρήση δυνάμεων

Ο αριθμός των γλυκών που ετοίμασε ο Αλέξης είναι μεγαλύτερος από 50 και μικρότερος από 60. Χρησιμοποίησε τα γλυκά για να γεμίσει κουτιά, τα οποία χωρούσαν 6 γλυκά το καθένα. Του περίσσεψαν μερικά γλυκά.

(α) Πόσα γλυκά είναι δυνατόν να ετοίμασε ο Αλέξης, αν τα γλυκά που του περίσσεψαν δεν είναι αρκετά, για να γεμίσει ένα κουτί; Να συμπληρώσετε τον πίνακα.

Αριθμός γλυκών που ετοιμάστηκαν	Κουτιά που χρησιμοποιήθηκαν	Γλυκά που περίσσεψαν
51	8 ($8 \cdot 6 = 48$)	3
52	8 ($8 \cdot 6 = 48$)	4
53		
54		

(β) Γιατί είναι αδύνατον να περισσέψουν 7 γλυκά; Να επεξηγήσετε.

(γ) Ποιος είναι ο αριθμός των γλυκών που είναι δυνατόν να περισσέψουν, αν ο Αλέξης χρησιμοποιήσει κουτιά που χωράνε 4 γλυκά το καθένα;

• Στην Ευκλείδεια Διαίρεση, το υπόλοιπο είναι πάντα ίσο ή μεγαλύτερο από το μηδέν και **μικρότερο** από τον διαιρέτη.

$0 \leq υ < δ$

Διερεύνηση σχέσης μεταξύ των όρων της Ευκλείδειας διαίρεσης. Έμφαση στη σχέση μεταξύ υπολοίπου και διαιρέτη

Διερεύνηση 1

(α) Να εξετάσετε ποιοι από τους πιο κάτω διψήφιους αριθμούς διαιρούνται με το 3 και να τους βάλετε σε κύκλο.

24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31

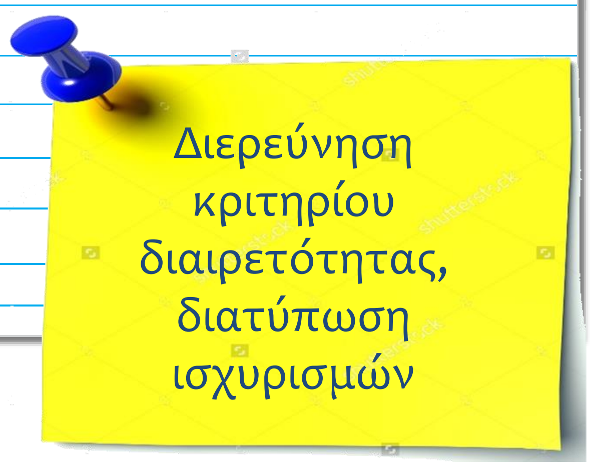
(β) Να εξετάσετε ποιοι από τους πιο κάτω τριψήφιους αριθμούς διαιρούνται με το 3 και να τους βάλετε σε κύκλο.

124, 125, 126, 127, 128, 129, 130, 131

(γ) Να εξετάσετε ποιοι από τους πιο κάτω τετραψήφιους αριθμούς διαιρούνται με το 3 και να τους βάλετε σε κύκλο.

1124, 1125, 1126, 1127, 1128, 1129, 1130, 1131

(δ) Να διατυπώσετε μια υπόθεση για το κριτήριο διαιρετότητας του 3.



(ε) Να συμπληρώσετε τον πίνακα.

Αριθμός	Άθροισμα ψηφίων	Διαιρείται με το 3;	Αριθμός	Άθροισμα ψηφίων	Διαιρείται με το 3;
24	$2+4=6$		128	$1+2+8=11$	
25			129		
26			130		
27			131		
28			1124		
29			1125		
30			1126		
31			1127		
124			1128		
125			1129		
126			1130		
127			1131		

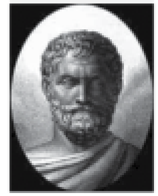
(στ) Να διατυπώσετε το κριτήριο διαιρετότητας του 3.

(ζ) Να χρησιμοποιήσετε το κριτήριο διαιρετότητας του 3, για να βρείτε πενταψήφιους αριθμούς που διαιρούνται με το 3.

Μάθημα 9

Διερεύνηση

Τον 3ο αιώνα π.Χ. ο Ερατοσθένης, ένας Έλληνας μαθηματικός, ανέπτυξε μια μέθοδο για την εύρεση των πρώτων αριθμών, γνωστή ως «Το κόσκινο του Ερατοσθένη».



(α) Να ακολουθήσετε τα βήματα της μεθόδου του Ερατοσθένη, για να εντοπίσετε όλους τους πρώτους αριθμούς μέχρι το 100.

Οι **πρώτοι αριθμοί** έχουν μόνο δύο διαιρέτες, τον εαυτό τους και το 1.

1. Να διαγράψετε τα πολλαπλάσια του 2, εκτός από το 2.
2. Να διαγράψετε τα πολλαπλάσια του 3, εκτός από το 3.
3. Να διαγράψετε τα πολλαπλάσια του 5, εκτός από το 5.
4. Να διαγράψετε τα πολλαπλάσια του 7, εκτός από το 7.
5. Πρώτοι αριθμοί είναι αυτοί που απομένουν.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Ο αριθμός 1 δεν είναι πρώτος ούτε σύνθετος αριθμός.

(β) Ο Ερατοσθένης παρατήρησε ότι δεν είναι ανάγκη να εξετάσει και να διαγράψει τα πολλαπλάσια του 4, του 6 και του 8. Να επεξηγήσετε γιατί συμβαίνει αυτό.

Ορισμός πρώτου και σύνθετου αριθμού, εύρεση πρώτων αριθμών με το κόσκινο του Ερατοσθένη

Διερεύνηση

(α) Να αναλύσετε τον αριθμό 120 σε γινόμενο πρώτων παραγόντων. Να ξεκινήσετε από 6 διαφορετικά γινόμενα.

120
2 60

120
3 40

120
4 30

120

120

120

(β) Με πόσους τρόπους είναι δυνατόν να γραφτεί ένας αριθμός σε γινόμενο πρώτων παραγόντων;

Ιδιαίτερη έμφαση στην ανάλυση αριθμού σε γινόμενο πρώτων παραγόντων. Κάθε αριθμός εκφράζεται με μοναδικό τρόπο ως γινόμενο πρώτων παραγόντων (Θεμελιώδες Θεώρημα της Αριθμητικής)

Μαθήματα 12 και 13

Διερεύνηση

Τα παιδιά θα διακοσμήσουν την αίθουσα εκδηλώσεων του σχολείου τους. Έχουν στη διάθεσή τους 12 κόκκινα και 18 μπλε μπαλόνια. Ο Μιχάλης έκανε το πιο κάτω σχέδιο, για να δείξει με ποιο τρόπο είναι δυνατόν να χρησιμοποιήσουν τα μπαλόνια.

(α) Είναι δυνατόν τα παιδιά να ετοιμάσουν διαφορετικό αριθμό ίδιων κατασκευών; Να επεξηγήσετε.

(β) Ποιος είναι ο μέγιστος αριθμός ίδιων κατασκευ...
αν έχουν στη διάθεσή τους 12 κόκκινα και 24 μπ...

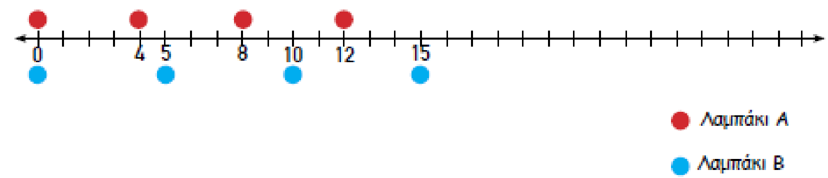
(γ) Να επεξηγήσετε τη στρατηγική που ακολουθήσατε, για να απαντήσετε στα πιο πάνω ερωτήματα.

Διερεύνηση έννοιας Μ.Κ.Δ. και Ε.Κ.Π. Υπολογισμός με διαισθητικές μεθόδους

Μαθήματα 14 και 15

Διερεύνηση

Η Δανάη παρατήρησε ότι τα προειδοποιητικά λαμπάκια για τα αεροσκάφη σε δύο ψηλά κτήρια της πόλης της, αναβόσβησαν μαζί στις 8:00 μ.μ. Στη συνέχεια, κατέγραψε στο πιο κάτω διάγραμμα σε πόσα δευτερόλεπτα αναβόσβησε ξανά το λαμπάκι σε κάθε κτήριο για τα επόμενα 15 δευτερόλεπτα.



(α) Να συμπληρώσετε το διάγραμμα.

(β) Να απαντήσετε στις ερωτήσεις.

i. Κάθε πόσα δευτερόλεπτα αναβοσβήνει το κάθε λαμπάκι;

. Ύστερα από πόσα δευτερόλεπτα τα δύο λαμπάκια θα αναβοσβήσουν ξανά μαζί; Να επεξηγήσετε.

i. Πόσες φορές θα αναβοσβήσουν μαζί τα λαμπάκια στα πρώτα 100 δευτερόλεπτα μετά τις 8:00 μ.μ.; Να επεξηγήσετε.

(γ) Να επεξηγήσετε τη στρατηγική που χρησιμοποιήσατε, για να απαντήσετε στα πιο πάνω ερωτήματα.

Διερεύνηση 1

(α) Να βρείτε τον ΜΚΔ των αριθμών 30 και 50.

(β) Η Αλίκη, για να βρει τον ΜΚΔ του 30 και του 50, ανέλυσε τους αριθμούς σε γινόμενο πρώτων παραγόντων.

$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$

$50 = 2 \cdot 5 \cdot 5$

(i) Ποιοι είναι οι κοινοί πρώτοι παράγοντες των δύο αριθμών;

(ii) Πώς μπορεί η Αλίκη να αξιοποιήσει τους κοινούς πρώτους παράγοντες των δύο αριθμών, για να υπολογίσει τον ΜΚΔ τους;

(γ) Να βρείτε με τη μέθοδο της ανάλυσης σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τον ΜΚΔ του 60 και του 100.

Αξιοποίηση ανάλυσης σε γινόμενο πρώτων παραγόντων για τον υπολογισμό του Μ.Κ.Δ. Έμφαση στον εντοπισμό των **κοινών** παραγόντων

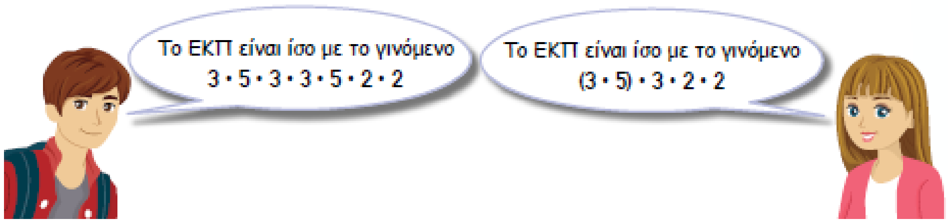
Διερεύνηση 2

(α) Να βρείτε το ΕΚΠ των αριθμών 45 και 60.

(β) Ο Δημοσθένης και η Νάγια ανέλυσαν τους αριθμούς 45 και 60 σε γινόμενο πρώτων παραγόντων. Για να βρουν το ΕΚΠ των δύο αριθμών, εργάστηκαν όπως πιο κάτω:

$45 = \boxed{3 \cdot 5} \cdot 3$

$60 = \boxed{3 \cdot 5} \cdot 2 \cdot 2$



Με ποιο από τα δύο παιδιά συμφωνείτε; Να επεξηγήσετε.

(γ) Να βρείτε το ΕΚΠ των αριθμών 36 και 48, χρησιμοποιώντας την ανάλυση σε γινόμενο πρώτων παραγόντων.

(δ) Να επεξηγήσετε με ποιο τρόπο η ανάλυση των αριθμών σε γινόμενο πρώτων παραγόντων μπορεί να αξιοποιηθεί για τον υπολογισμό του ΕΚΠ τους.

Ενότητα 4_ Γεωμετρία

- **Έννοια γωνίας**
- **Συμπληρωματικές και παραπληρωματικές γωνίες**
- **Άθροισμα γωνιών τριγώνου**
- Δευτερεύοντα στοιχεία τριγώνου

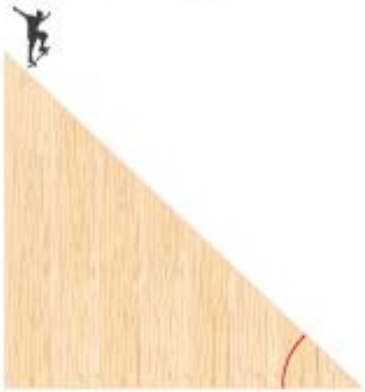
Εξερεύνηση

Μαθήματα 1, 2 - 3

Ο Γιάννης βρίσκεται σε ένα πάρκο και θα κατεβεί τις πιο κάτω ράμπες για πατίνι.

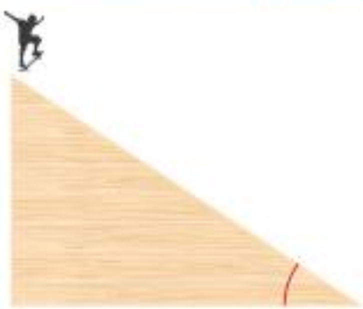
(α) Ποια από τις πιο κάτω ράμπες είναι λιγότερο κατηφορική; Να επεξηγήσετε.

Α



Β

Γ

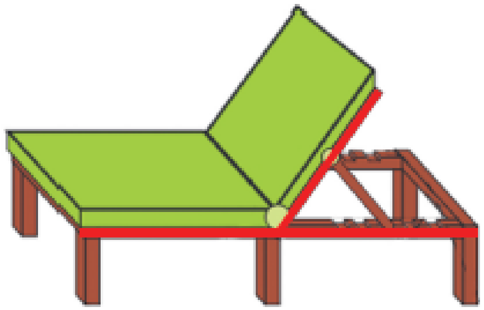


Δ

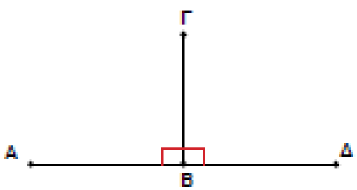
(β) Δύο παιδιά θα κάνουν κατάβαση στη ράμπα Β, αλλά θα ξεκινήσουν από δύο διαφορετικά σημεία. Για ποιο από τα δύο παιδιά η κατάβαση θα είναι πιο απότομη; Να επεξηγήσετε.

Διερεύνηση

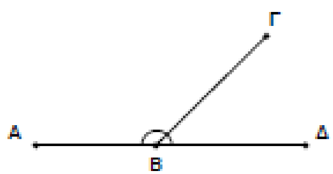
Στα κρεβατάκια που χρησιμοποιούνται στις παραλίες και στις πισίνες το στήριγμα της πλάτης μετακινείται σε διαφορετικές θέσεις.



Η Φωτεινή σχεδίασε τα πιο κάτω διαγράμματα, για να δείξει τις γωνίες που σχηματίζονται, όταν το στήριγμα της πλάτης βρίσκεται σε διαφορετικές θέσεις.



Διάγραμμα 1

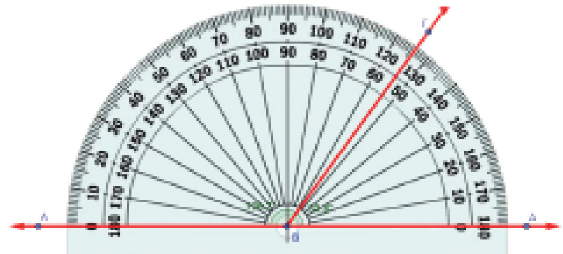


Διάγραμμα 2

(α) Να περιγράψετε πώς μεταβάλλ
μετακινείται σε διάφορες θέσει

Ρεαλιστική κατάσταση →
Μαθηματικό μοντέλο γωνίας
Παραπληρωματικές γωνίες

(β) Η Φωτεινή χρησιμοποίησε το εφαρμογίδιο, για να μετρήσει τις γωνίες $\hat{ABΓ}$ και $\hat{ΔBΓ}$, όταν το στήριγμα της πλάτης βρίσκεται σε διαφορετικές θέσεις.



www.geogebra.org/m/dR3WUVAT

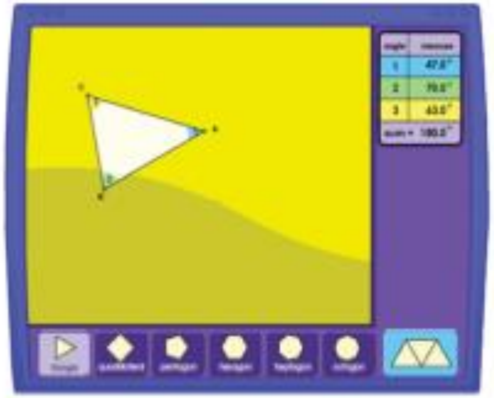
(i) Να σύρετε το σημείο Γ σε διαφορετικές θέσεις και να συμπληρώσετε τον πίνακα.

Μέτρο γωνίας $\hat{ABΓ}$	Μέτρο γωνίας $\hat{ΔBΓ}$	Άθροισμα των δύο γωνιών

Τι παρατηρείτε;

) Να γράψετε μια σχέση που να συνδέει τις δύο γωνίες.

(α) Να σύρετε μια από τις κορυφές του τριγώνου ΑΒΓ και να συμπληρώσετε την πρώτη γραμμή του πίνακα. Να επαναλάβετε τη διαδικασία, για ακόμη 3 τρίγωνα.



http://illuminations.nctm.org/Activity.aspx?id=3546

Τρίγωνο	Γωνία 1	Γωνία 2	Γωνία 3	Άθροισμα Γωνιών Τριγώνου
Α				
Β				
Γ				
Δ				

(β) Τι παρατηρείτε για το άθροισμα των γωνιών

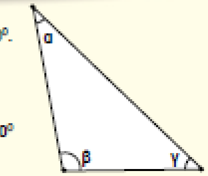
(γ) Η πιο πάνω παρατήρηση ισχύει για όλα τα

Διερεύνηση αθροίσματος γωνιών τριγώνου αξιοποιώντας εφαρμογίδιο – Οπτικές αποδείξεις

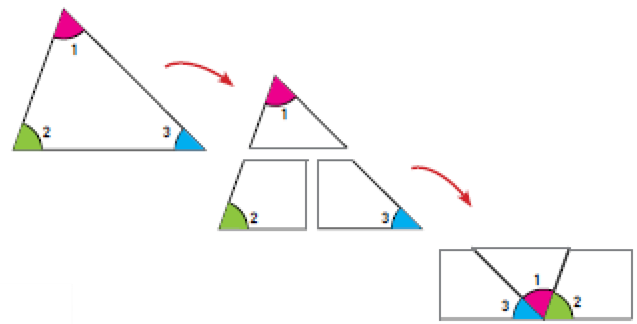
Νέες Έννοιες

• Σε κάθε τρίγωνο το **άθροισμα των γωνιών** του είναι ίσο με 180°.

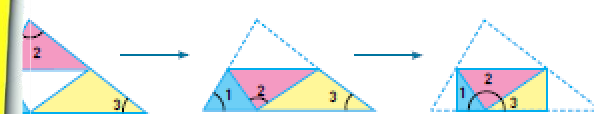
$\hat{\alpha} + \hat{\beta} + \hat{\gamma} = 180^\circ$



Αν οι γωνίες ενός τριγώνου κοπούν και τοποθετηθούν η μια δίπλα στην άλλη, τότε σχηματίζεται μια γωνία ίση με 180° (ευθεία γωνία). Άρα, το άθροισμα των γωνιών του τριγώνου είναι ίσο με 180°.



τρίγωνο διπλωθεί με τον πιο κάτω τρόπο, τότε οι γωνίες του τοποθετούνται δίπλα στην άλλη και σχηματίζουν γωνία ίση με 180° (ευθεία γωνία). Άρα, το μα των γωνιών του τριγώνου είναι ίσο με 180°.

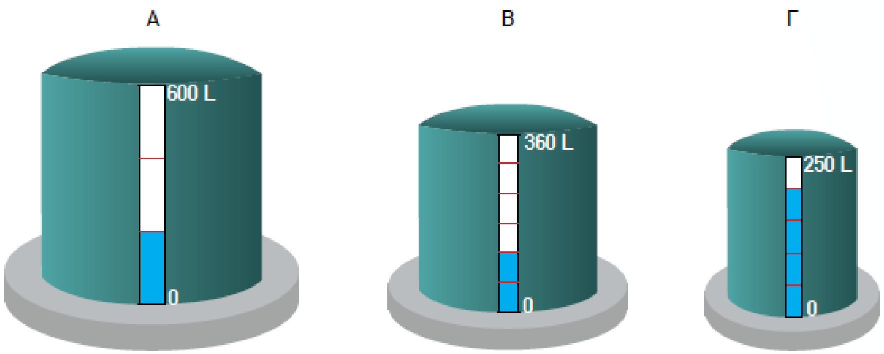


Ενότητα 5_ Κλάσματα

- Έννοια κλάσματος
- Ισοδυναμία και απλοποίηση κλασμάτων
- Μικτοί αριθμοί και καταχρηστικά κλάσματα
- Σύγκριση κλασμάτων και μικτών αριθμών
- Άθροισμα και διαφορά κλασμάτων και μικτών αριθμών

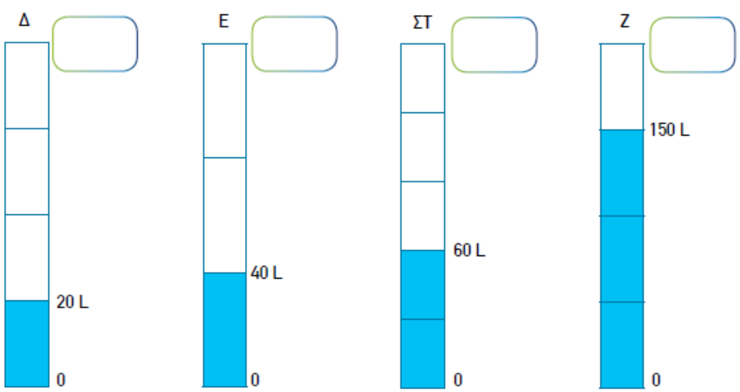
Διερεύνηση

Σε ένα φυτώριο χρησιμοποιούνται δεξαμενές νερού για το πότισμα των φυτών. Πιο κάτω παρουσιάζεται η μέγιστη χωρητικότητα και το επίπεδο του νερού σε τρεις δεξαμενές.



(α) Σε ποια δεξαμενή υπάρχει η μεγαλύτερη ποσότητα νερού; Να επεξηγήσετε.

(β) Πιο κάτω, παρουσιάζεται το επίπεδο νερού σε άλλες δεξαμενές του φυτωρίου. Να συμπληρώσετε τη μέγιστη χωρητικότητα κάθε δεξαμενής.



Να επεξηγήσετε τον τρόπο με τον οποίο εργαστήκατε.

Τα παιδιά χρησιμοποίησαν διαφορετικούς τρόπους, για να γράψουν το κλάσμα $\frac{12}{18}$ στην πιο απλή του μορφή.

$$\frac{12}{18} = \frac{12 \div 2}{18 \div 2} = \frac{6}{9}$$

Διαίρεσα ξανά τους όρους του κλάσματος με το 3:

$$\frac{6}{9} = \frac{6 \div 3}{9 \div 3} = \frac{2}{3}$$

Αντώνης

$$\frac{12}{18} = \frac{\cancel{2} \cdot 2 \cdot \cancel{3}}{\cancel{2} \cdot \cancel{3} \cdot 3} = \frac{2}{3}$$

Λουκιάνα

ΜΚΔ (12, 18) = 6

$$\frac{12}{18} = \frac{12 \div 6}{18 \div 6} = \frac{2}{3}$$

Αντρέας

Να περιγράψετε τον τρόπο με τον οποίο εργάστηκε το κάθε παιδί.

Έμφαση στην απλοποίηση κλασμάτων, αξιοποίηση πρώτων αριθμών και έννοιας Μ.Κ.Δ.

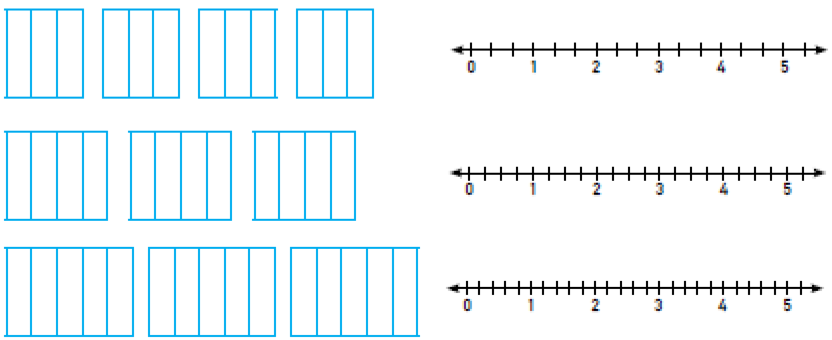
Διερεύνηση

(α) Να χρησιμοποιήσετε τα σχήματα και την αριθμητική γραμμή, για να αναπαραστήσετε τα πιο κάτω καταχρηστικά κλάσματα και να τα γράψετε ως μικτούς αριθμούς.

$\frac{4}{3}$

$\frac{6}{4}$

$\frac{11}{5}$

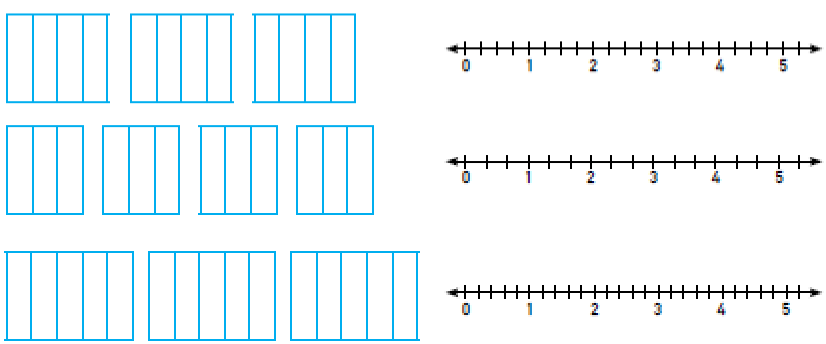


(β) Να χρησιμοποιήσετε τα σχήματα και την αριθμητική γραμμή, για να αναπαραστήσετε τους πιο κάτω μικτούς αριθμούς και να τους γράψετε ως καταχρηστικά κλάσματα.

$1\frac{1}{4}$

$3\frac{1}{3}$

$2\frac{3}{5}$



(γ) Να μετατρέψετε τους μικτούς αριθμούς σε καταχρηστικά κλάσματα και τα καταχρηστικά κλάσματα σε μικτούς αριθμούς. Να επεξηγήσετε τον τρόπο εργασίας σας.

$1\frac{1}{5} = \square$ $2\frac{3}{4} = \square$ $4\frac{2}{3} = \square$

$\frac{8}{6} = \square$ $\frac{9}{4} = \square$ $\frac{16}{5} = \square$

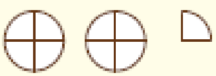
Νέες Έννοιες

• **Μετατροπή μικτού αριθμού σε καταχρηστικό κλάσμα**

Παράδειγμα

Για να μετατρέψουμε τον μικτό αριθμό $2\frac{1}{4}$ σε καταχρηστικό κλάσμα, γράφουμε κάθε ακέραια μονάδα ως κλάσμα με παρονομαστή το 4 και προσθέτουμε όλα τα κλάσματα.

$$2\frac{1}{4} = 1 + 1 + \frac{1}{4}$$



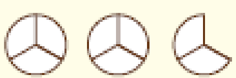
$$= \frac{4}{4} + \frac{4}{4} + \frac{1}{4} = 2 \cdot \frac{4}{4} + \frac{1}{4} = \frac{8}{4} + \frac{1}{4} = \frac{9}{4}$$

• **Μετατροπή καταχρηστικού κλάσματος σε μικτό αριθμό**

Παράδειγμα

Υπολογίζουμε πόσες ακέραιες μονάδες υπάρχουν στο καταχρηστικό κλάσμα.

$$\frac{8}{3} = \frac{3}{3} + \frac{3}{3} + \frac{2}{3}$$



$$= 1 + 1 + \frac{2}{3} = 2 + \frac{2}{3} = 2\frac{2}{3}$$

ή

Κάνουμε τη διαίρεση $8 \div 3$.

$$\begin{array}{r|l} 8 & 3 \\ \hline -6 & 2 \\ \hline 2 & \end{array}$$

Άρα, $\frac{8}{3} = 8 \div 3 = 2\frac{2}{3}$, αφού $8 \div 3 = 2$ και υπόλοιπο 2.

Χρήση κατάλληλων αναπαραστάσεων, έμφαση στο κλάσμα ως πηλίκο

Διερεύνηση 1

Να βρείτε όσο το δυνατόν περισσότερους τρόπους, για να υπολογίσετε τις πιο κάτω διαφορές. Να επεξηγήσετε τον τρόπο που εργαστήκατε.

(α) $2 - \frac{1}{[illegible]} = v$

Ελεύθερη ανάδυση στρατηγικών για προσθέσεις/αφαιρέσεις μικτών

(β) $3\frac{1}{4} - 2\frac{1}{3} = v$

Διερεύνηση 2

(α) Η Μυρσίνη και ο Αντρέας χρησιμοποίησαν διαφορετικές μεθόδους, για να υπολογίσουν το άθροισμα $3\frac{1}{2} + 2\frac{5}{8}$.

(i) Να μελετήσετε τις μεθόδους των παιδιών και να βρείτε ομοιότητες και διαφορές.

$$3\frac{1}{2} = 3\frac{4}{8}$$
$$+2\frac{5}{8} = +2\frac{5}{8}$$
$$5\frac{9}{8} = 5 + \frac{8}{8} + \frac{1}{8} = 6 + \frac{1}{8} = 6\frac{1}{8}$$

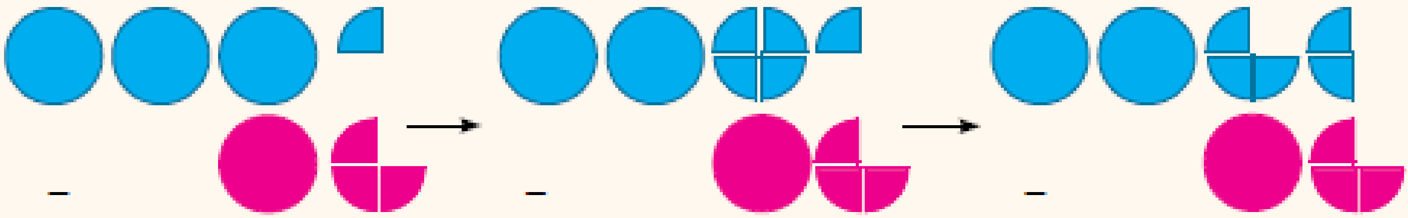
Αντρέας

$$3\frac{1}{2} = \frac{7}{2} = \frac{28}{8}$$
$$+2\frac{5}{8} = +\frac{21}{8} = +\frac{21}{8}$$
$$\frac{49}{8} = 6\frac{1}{8}$$

Μυρσίνη

(β) (i) Να επεξηγήσετε τον τρόπο με τον οποίο εργάστηκε η Άννα, για να υπολογίσει τη διαφορά

$3\frac{1}{4} - 1\frac{3}{4}$.



$$\begin{array}{rcrcr} 3\frac{1}{4} & = & 2 + \frac{4}{4} + \frac{1}{4} & = & 2\frac{5}{4} \\ -\ 1\frac{3}{4} & = & -\ \ 1 \quad \frac{3}{4} & = & -\ 1\frac{3}{4} \\ \hline & & & & 1\frac{2}{4} = 1\frac{1}{2} \end{array}$$

(ii) Να βρείτε τη διαφορά $3\frac{1}{4} - 1\frac{3}{4}$, μετατρέποντας του[ς μεικτούς αριθμούς σε]
κλάσματα.

Σύνδεση αναπαράστασης με αριθμητική διαδικασία

Ενότητα 6_ Πολύγωνα

- **Πολύγωνα**
- **Κανονικά και μη κανονικά πολύγωνα**
- Άθροισμα γωνιών πολυγώνου
- **Παραλληλόγραμμα**
- **Είδη παραλληλογράμμων**
- Τραπέζιο

Μαθήματα 1 και 2

Εξερεύνηση

Ο Χάρης και η Ειρήνη παρατήρησαν ότι στην αρχιτεκτονική και τις τέχνες, ορισμένα γεωμετρικά σχήματα χρησιμοποιούνται πιο συχνά σε σχέση με κάποια άλλα. Γιατί νομίζετε ότι συμβαίνει αυτό;

Πολύγωνα, ανάδειξη χαρακτηριστικών πολυγώνων

Σχέδιο από σπίτι στην Πομπηία, Ιταλία

Μωσαϊκό από το ανάκτορο Αλάμπρα, Ισπανία

Διακοσμητικά δάπεδα

Υφαντουργία

Διερεύνηση

Ο Νίκος κατασκεύασε στο εφαρμογίδιο ένα κανονικό και ένα μη κανονικό πολύγωνο.

https://www.geogebra.org/m/S7SnQs4m

https://www.geogebra.org/m/u2N85tqt

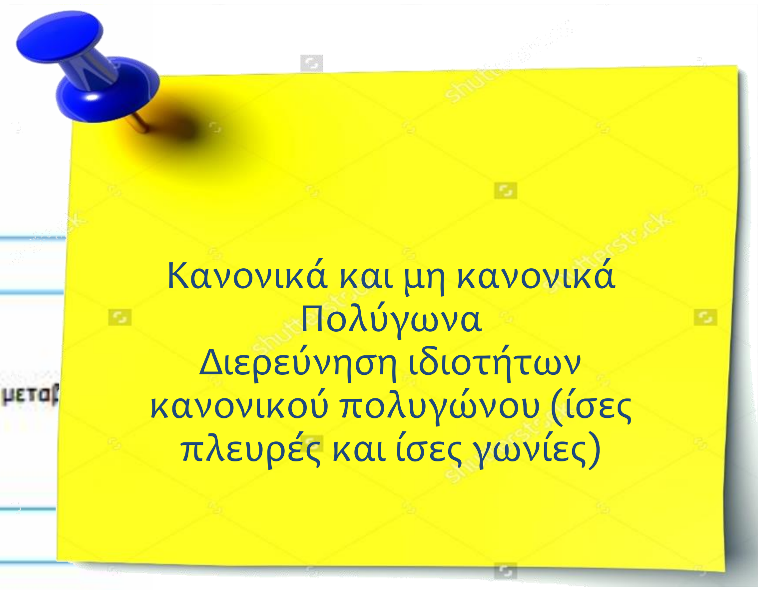
https://www.geogebra.org/m/y3Ym4Ebk

(α) Να σύρετε τις κορυφές του κάθε πολυγώνου. Τι παρατηρείτε;

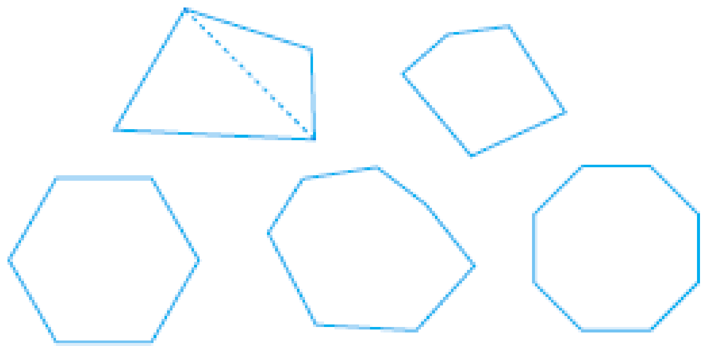
(β) Να χρησιμοποιήσετε το εφαρμογίδιο https://www.geogebra.org/m/S7SnQs4m για να μεταβ

το πλήθος των πλευρών των πολυγώνων. Τι παρατηρείτε;

(γ) Με βάση τις παρατηρήσεις σας, να περιγράψετε τα κανονικά πολύγωνα.



(α) Να χωρίσετε το κάθε πολύγωνο σε τρίγωνα που δεν επικαλύπτουν το ένα το άλλο, φέρνοντας όλες τις διαγωνίους από μια κορυφή του σχήματος.



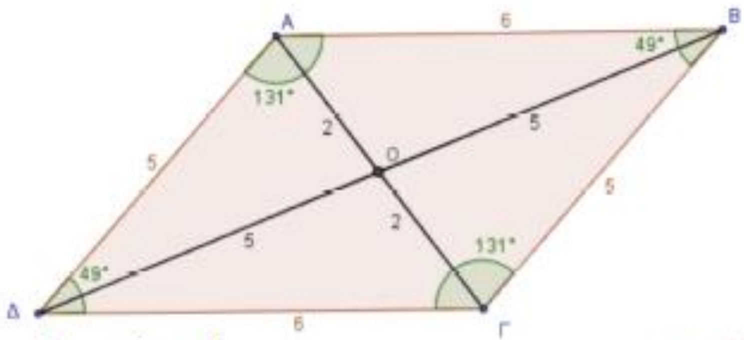
(β) Να συμπληρώσετε τον πίνακα.

Πολύγωνο	Αριθμός πλευρών πολυγώνου	Αριθμός τριγώνων που διαχωρίζεται το πολύγωνο	Άθροισμα γωνιών πολυγώνου
Τετράπλευρο	4	2	$2 \cdot 180^\circ = 360^\circ$
Πεντάγωνο			
Εξάγωνο			
Επτάγωνο			
Οκτάγωνο			
Δεκάγωνο			
ν-γωνο			

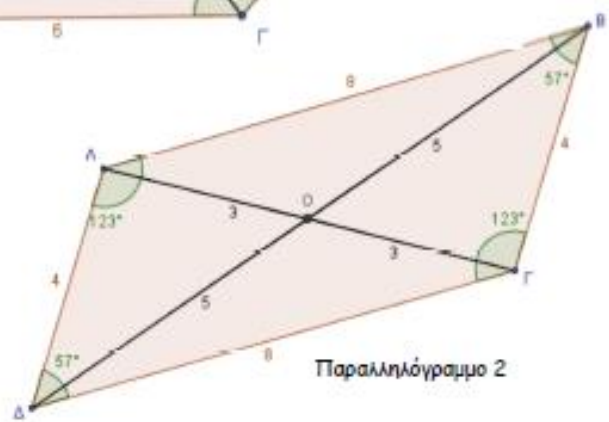
(γ) Να συγκρίνετε τον αριθμό των πλευρών ενός πολυγώνου με τον αριθμό των τριγώνων στον πιο πάνω πίνακα. Τι παρατηρείτε;

(δ) Πώς μπορείτε να υπολογίσετε το άθροισμα των γωνιών ενός πολυγώνου;

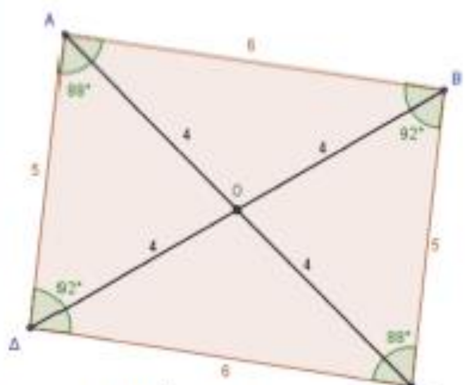
Άθροισμα γωνιών πολυγώνου μέσω διαχωρισμού πολυγώνου σε τρίγωνα (α) Να παρατηρήσετε τα πιο κάτω παραλληλόγραμμα και να συμπληρώσετε τον πίνακα, βάζοντας ✔ όπου ισχύει.



Παραλληλόγραμμο 1



Παραλληλόγραμμο 2



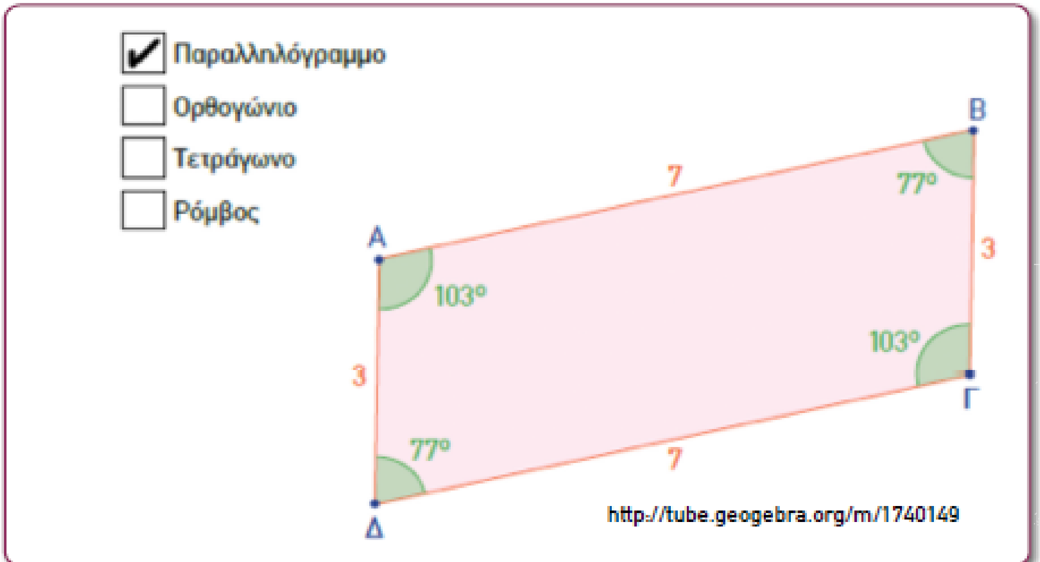
Παραλληλόγραμμο 3

Παραλληλόγραμμο	Οι απέναντι γωνίες είναι ίσες	Οι απέναντι πλευρές είναι ίσες	Οι διαγώνιοι διχοτομούνται
1			
2			
3			
4			

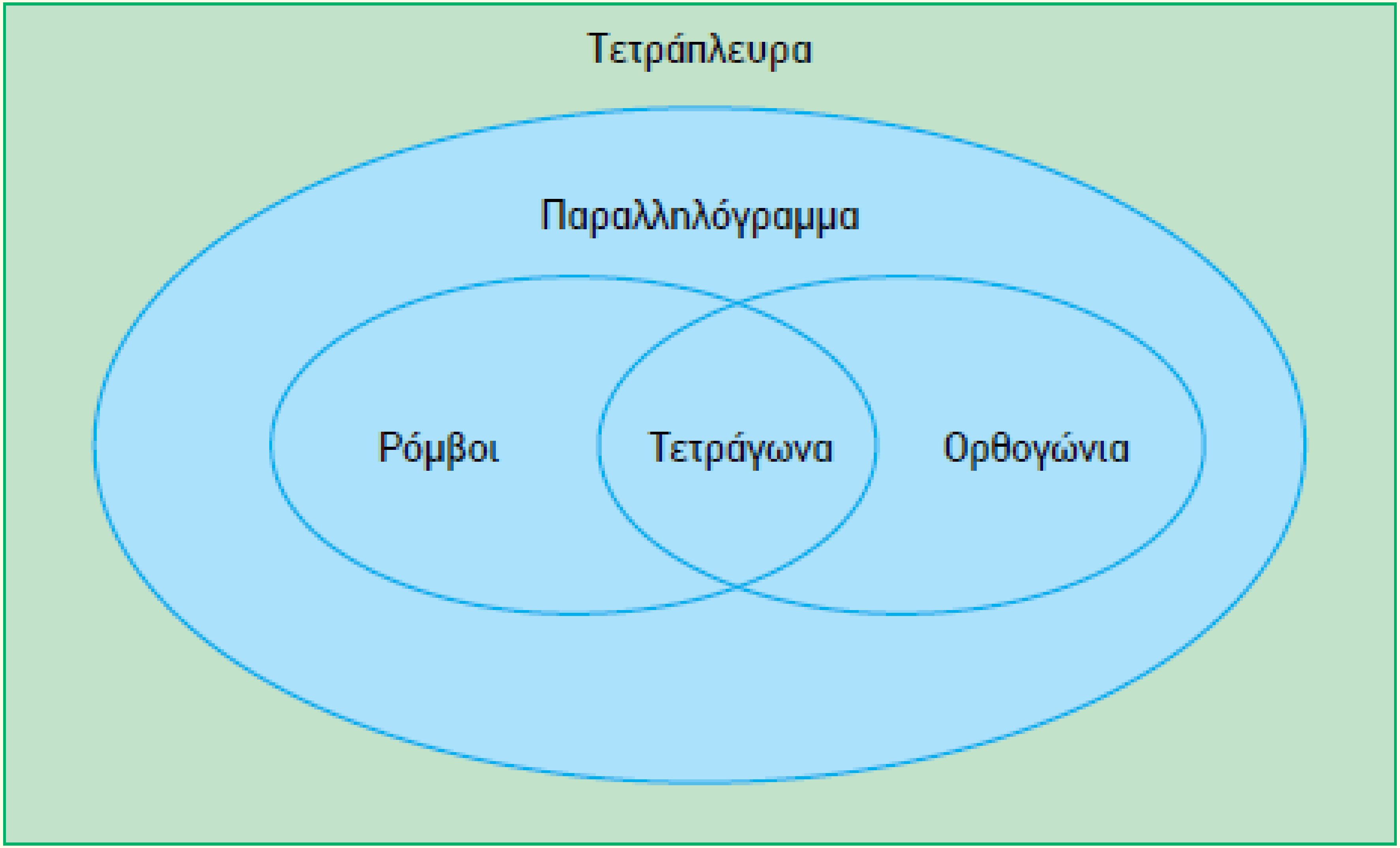
Σχέσεις μεταξύ ειδικών περιπτώσεων παραλληλογράμμων

https://www.geogebra.org/m/ZD2Es8JV

(α) Να χρησιμοποιήσετε το εφαρμογίδιο, για να συμπληρώσετε τον πιο κάτω πίνακα.



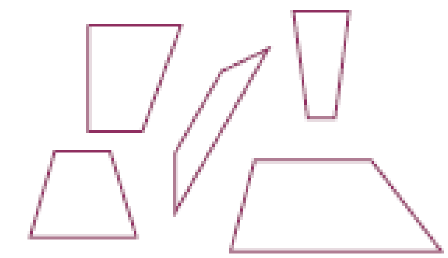
		ΝΑΙ	
1	Είναι δυνατόν να κατασκευάσετε ορθογώνιο, χρησιμοποιώντας το εικονίδιο κατασκευής παραλληλογράμμου;		
2	Είναι δυνατόν να κατασκευάσετε τετράγωνο, χρησιμοποιώντας το εικονίδιο κατασκευής ορθογωνίου;		
3	Είναι δυνατόν να κατασκευάσετε ρόμβο, χρησιμοποιώντας το εικονίδιο κατασκευής παραλληλογράμμου;		

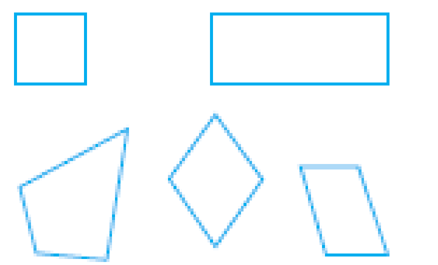

Τετράπλευρα
Παραλληλόγραμμα
Ρόμβοι
Τετράγωνα
Ορθογώνια

Μαθήματα 5 – 6

Διερεύνηση 1

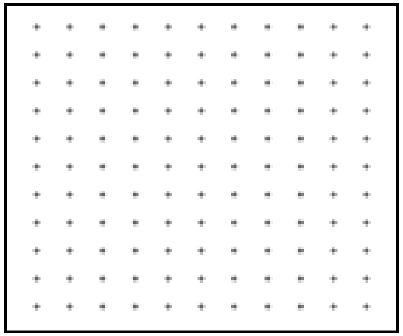
Τα σχήματα της Ομάδας Α είναι τραπέζια. Τα σχήματα της Ομάδας Β δεν είναι τραπέζια.

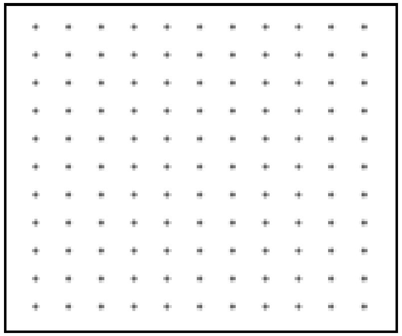

Ομάδα Α


Ομάδα Β

(α) Να περιγράψετε τα χαρακτηριστικά του τραπεζίου.

(β) Να κατασκευάσετε δύο διαφορετικά τραπέζια.





Αναγνώριση τραπεζίων
Μελέτη όλων των περιπτώσεων τετραπλεύρων (παραλληλόγραμμα, τραπέζια, τυχαία)

Ενότητα 7_ Έννοια λόγου, ποσοστού

- Έννοια λόγου
- Ίσοι λόγοι
- Έννοια ποσοστού
- Ισοδύναμες μορφές και μετατροπές (κλάσμα, δεκαδικός, ποσοστό)
- Άθροισμα και διαφορά δεκαδικών

Μαθήματα 1 και 2

Διερεύνηση 1

Ένα κοινοτικό συμβούλιο διερεύνησε τις αιτίες της κυκλοφοριακής συμφόρησης στους δρόμους της κοινότητάς του. Μελέτησε τα πιο κάτω στοιχεία για τον αριθμό των αυτοκινήτων και τον αριθμό των κατοίκων της κοινότητας για τα έτη 2006 και 2016.

Έτος 2006

Αυτοκίνητα	335
Κάτοικοι	3350

Έννοια λόγου, ερμηνεία σε ρεαλιστικό πλαίσιο

Έτος 2016

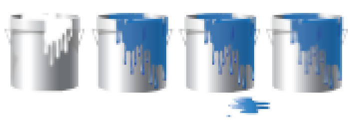
Αυτοκίνητα	302
Κάτοικοι	1512

Να επεξηγήσετε γιατί, παρά τη μείωση του πληθυσμού στην κοινότητα, παρατηρείται κυκλοφοριακή συμφόρηση στην κοινότητα.

Διερεύνηση 2

(α) Δύο σχεδιαστές μόδας θα επιλέξουν την απόχρωση των τζιν παντελονιών της καινούριας τους συλλογής. Πιο κάτω παρουσιάζονται οι ποσότητες μπλε και άσπρης μπογιάς που θα αναμιχθούν σε δύο διαφορετικά μίγματα.

Μίγμα Α



Μίγμα Β

(i) Σε ποιο από τα πιο πάνω μίγματα θα προκύψει το πιο σκούρο μπλε χρώμα; Να επεξηγήσετε.

____

____

(ii) Να εισηγηθείτε τις ποσότητες της άσπρης και της μπλε μπογιάς σε ένα άλλο μίγμα, [illegible] προκύψει πιο ανοιχτό μπλε χρώμα σε σχέση με τα μίγματα Α και Β; Να επεξηγήσετε.

____

____

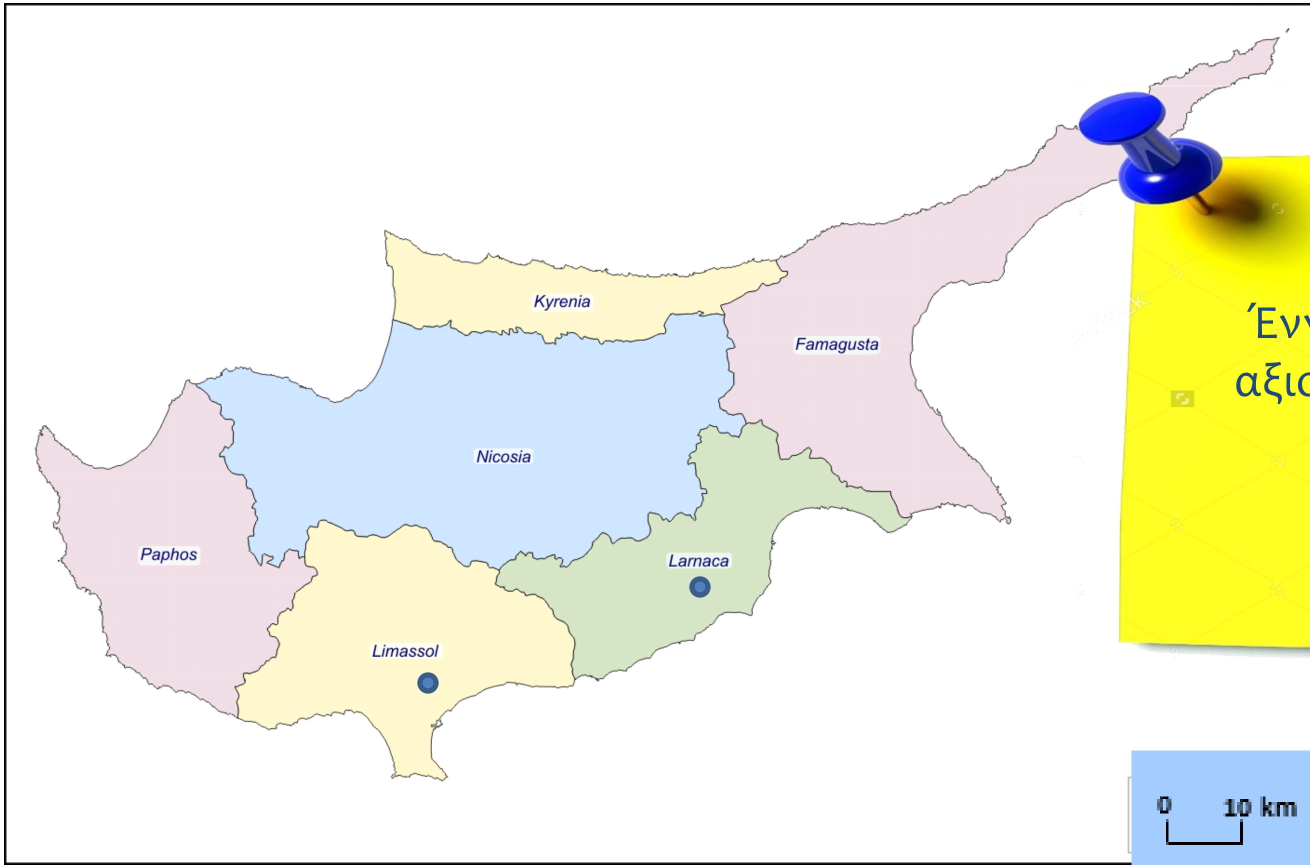
____

Σύγκριση λόγων

Μαθήματα 3 και 4: Ίσοι λόγοι

ΕΞΕΡΕΥΝΗΣΗ

Ο Φάνης μελετά τον χάρτη της Κύπρου.

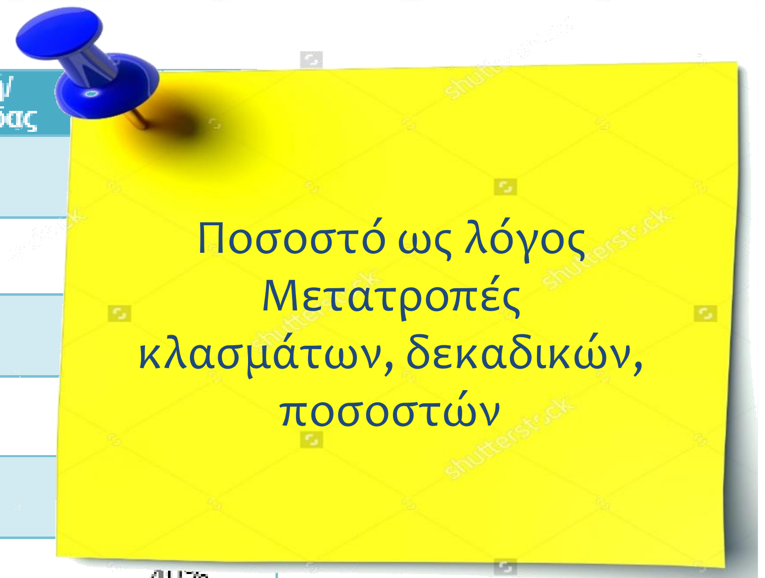


Έννοια ίσων λόγων, αξιοποίηση κλίμακας

Ποια είναι η πραγματική απόσταση μεταξύ των πόλεων Λάρνακας και Λεμεσού, με βάση τον χάρτη;

ΕΞΕΡΕΥΝΗΣΗ

Ο Δημήτρης βρήκε στο διαδίκτυο τα πιο κάτω στοιχεία σχετικά με την επίδοση διαφόρων ποδοσφαιριστών σε ορισμένους αγώνες της αγωνιστικής περιόδου 2016-2017.



Α/Α	Ποδοσφαιριστής	Ομάδα	Αριθμός τερμάτων ποδοσφαιριστή/ συνολικός αριθμός τερμάτων ομάδας	
1	Έντισον Καβάνι	Παρί Σεν Ζερμέν	8 / 16	
2	Μάουρο Ικάρντι	Ίντερ	6 / 9	
3	Γκονσάλο Ιγουαΐν	Γιουβέντους	6 / 13	
4	Κάρλος Μπάκα	Μίλαν	6 / 12	
5	Μεβλούτ Ερντίνγκ	Μετς	6 / 9	
6	Αλεξάντρ Λακαζέτ	Λυών	6 / 15	40%
7	Ντιέγκο Κόστα	Τσέλσι	6 / 12	50%
8	Αντουάν Γκριζμάν	Ατλέτικο	6 / 14	43%
9	Λουίς Σουάρες	Μπαρτσελόνα	5	23%
10	Χοσέ Μαρία Καγεχόν	Νάπολη	5	

(α) Ποιες πληροφορίες μπορείτε να αντλήσετε από τον πιο πάνω πίνακα;

(β) Για ποιο λόγο χρησιμοποιήθηκαν ποσοστά στον πιο πάνω πίνακα;

ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ

Τα παιδιά χρησιμοποίησαν διαφορετικές στρατηγικές, για να εκτιμήσουν το πιο κάτω άθροισμα.

$$6{,}33 + 5{,}98 + 3{,}75$$

$6 + 5 + 3 = 14$

$14 + 2 = 16$

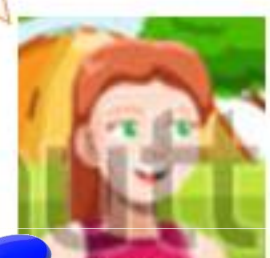
Μάρκος

$6 + 6 + 4 = 16$

Φάνης

$7 + 6 + 4 = 17$

$17 - 1 = 16$



Αλεξία

Να περιγράψετε τις στρατηγικές που χρησιμοποίησε κάθε παιδί.

Στρατηγικές εκτίμησης αθροίσματος και διαφοράς δεκαδικών αριθμών

ΝΕΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ

- Στρατηγικές εκτίμησης του αποτελέσματος στην πρόσθεση και αφαίρεση δεκαδικών αριθμών:
  - ➢ Στρογγυλοποίηση των δεκαδικών αριθμών στον πλησιέστερο ακέραιο αριθμό

Παραδείγματα:

$$\begin{array}{r} 22{,}4 \\ +\ 5{,}8 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{c} \longrightarrow \\ \longrightarrow \end{array} \quad \begin{array}{r} 22 \\ +\ 6 \\ \hline 28 \end{array}$$

$22{,}4 + 5{,}8 \approx 28$

$$\begin{array}{r} 18{,}9 \\ -\ 5{,}5 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{c} \longrightarrow \\ \longrightarrow \end{array} \quad \begin{array}{r} 20 \\ -\ 6 \\ \hline 14 \end{array}$$

$18{,}9 - 5{,}5 \approx 14$

➢ Στρογγυλοποίηση όλων των δεκαδικών αριθμών προς τα πάνω

$$\begin{array}{r} 20{,}18 \\ 8{,}32 \\ 4{,}87 \\ +\ 5{,}69 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{c} \longrightarrow \\ \longrightarrow \\ \longrightarrow \\ \longrightarrow \end{array} \quad \begin{array}{r} 21 \\ 9 \\ 5 \\ +\ 6 \\ \hline 41 \end{array}$$

Αφαιρούμε 1: $41 - 1 = 40$

➢ Στρατηγική των πρώτων και τελευταίων ψηφίων

Παράδειγμα:

Άθροισμα πρώτων ψηφιών:

$$\begin{array}{r} 1{,}26 \\ 4{,}79 \\ 0{,}99 \\ 1{,}37 \\ +\ 2{,}58 \\ \hline 8 \end{array}$$

Προσαρμογή τελευταίων ψηφιών:

$$\begin{array}{r} 1{,}26 \\ 4{,}79 \\ 0{,}99 \\ 1{,}37 \\ +\ 2{,}58 \\ \hline 8 \end{array} \quad \begin{array}{l} \\ \to €1 \\ \to €1 \\ \\ \to €1 \\ \hline €3 \end{array}$$

Άθροισμα:

$$\begin{array}{r} €8 \\ +\ €3 \\ \hline €11 \end{array}$$

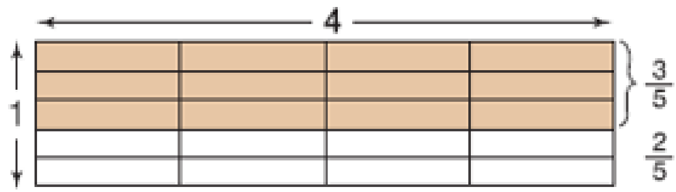
Ενότητα 8_ Πολλαπλασιασμός και διαίρεση ρητών

- Πολλαπλασιασμός και διαίρεση κλασμάτων
- Πολλαπλασιασμός και διαίρεση μικτών
- Πολλαπλασιασμός και διαίρεση δεκαδικών

Στάδια διδασκαλίας στον πολλαπλασιασμό κλασμάτων

- Ακέραιος επί κλάσμα
- Κλάσμα επί ακέραιο
- Κλάσμα επί κλάσμα

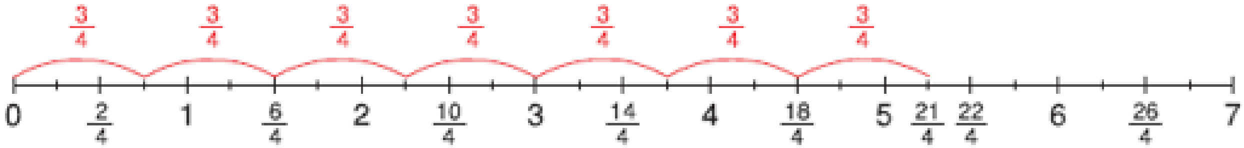
Ακέραιος επί κλάσμα



$$4 \cdot \frac{3}{5} = \frac{3}{5} + \frac{3}{5} + \frac{3}{5} + \frac{3}{5} = \frac{4 \cdot 3}{5} = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}$$

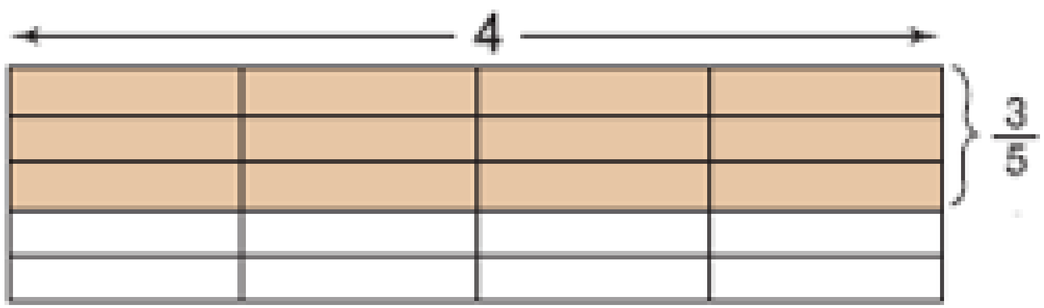
Έμφαση στην εννοιολογική ερμηνεία

Για την παρασκευή μιας δόσης ενός γλυκού χρειάζονται 3/5 του λίτρου γάλα. Πόσα λίτρα γάλα χρειάζονται, για την παρασκευή 4 δόσεων;



$$7 \cdot \frac{3}{4} = \frac{7 \cdot 3}{4} = \frac{21}{4} = 5\frac{1}{4}$$

Κλάσμα επί ακέραιος



$$\frac{3}{5} \cdot 4 = \frac{3 \cdot 4}{5} = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}$$

Έμφαση στην εννοιολογική ερμηνεία

Σε ένα δοχείο υπάρχουν 4L νερό. Τα παιδιά θα χρησιμοποιήσουν τα $\frac{3}{5}$ της ποσότητας αυτής για τη διεξαγωγή ενός πειράματος. Πόσα λίτρα νερό θα χρειαστούν;

Κλάσμα επί κλάσμα

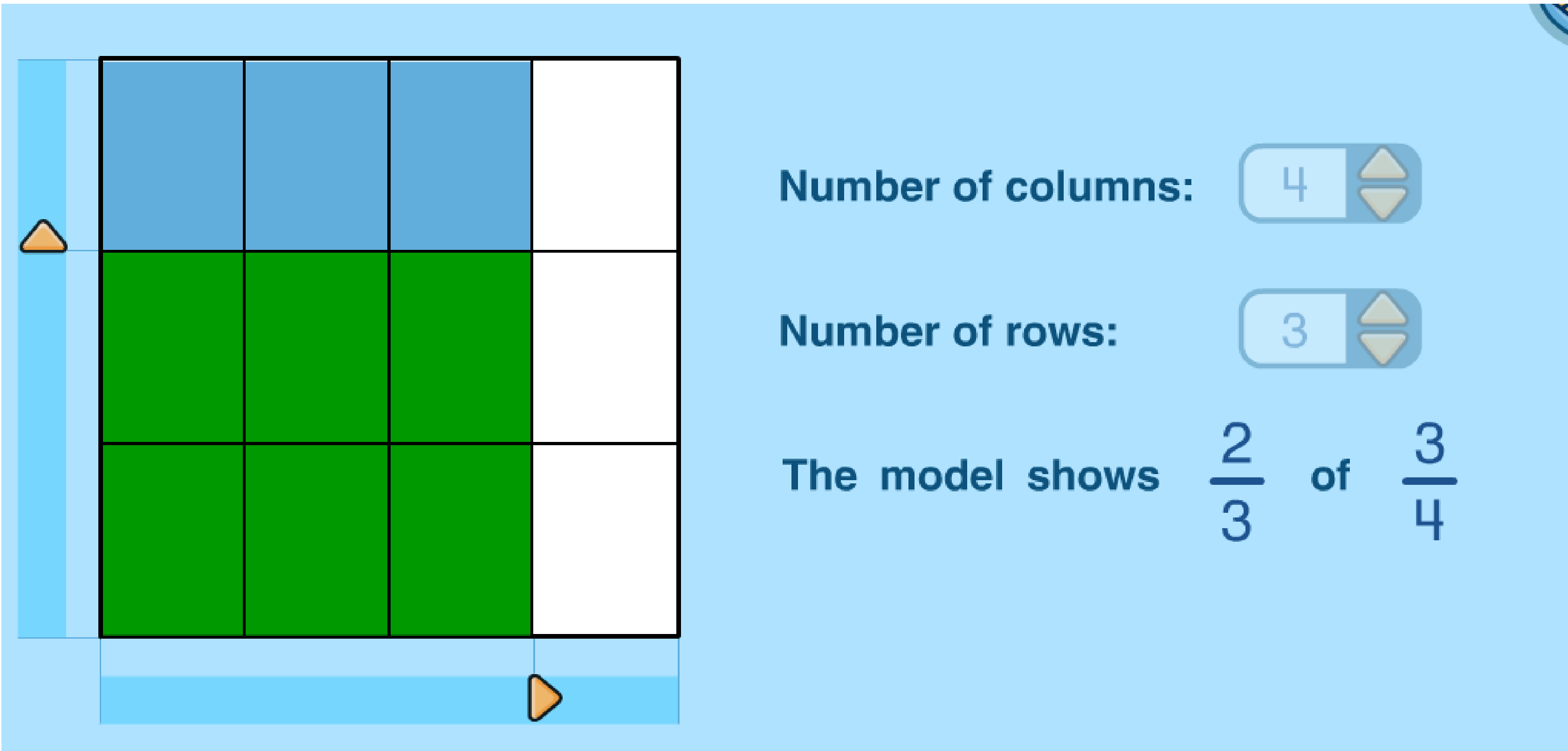
Έμφαση στην εννοιολογική ερμηνεία

Η κυρία Φωτεινή είχε στο ψυγείο $\frac{3}{4}$ L γάλα. Χρησιμοποίησε τα $\frac{2}{3}$ της ποσότητας αυτής, για να ετοιμάσει μπισκότα.

Πόσα λίτρα γάλα χρησιμοποίησε για τα μπισκότα;

$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \text{ ή } \frac{3}{4} \times \frac{2}{3}$$

https://www-k6.thinkcentral.com/content/hsp/math/hspmath/na/common/itools_int_9780547584997_/fractions.html



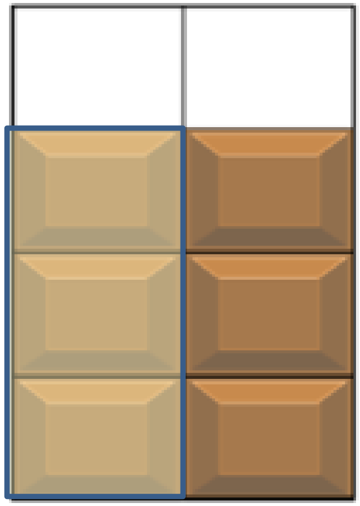
Στάδια διδασκαλίας στη διαίρεση κλασμάτων

- Κλάσμα διά ακέραιο
- Ακέραιος διά κλάσμα
- Κλάσμα διά κλάσμα

Κλάσμα διά ακέραιο αριθμό

Δύο παιδιά θα μοιραστούν στα ίσα τα 6/8 μιας σοκολάτας. Πόση σοκολάτα θα πάρει το κάθε παιδί;

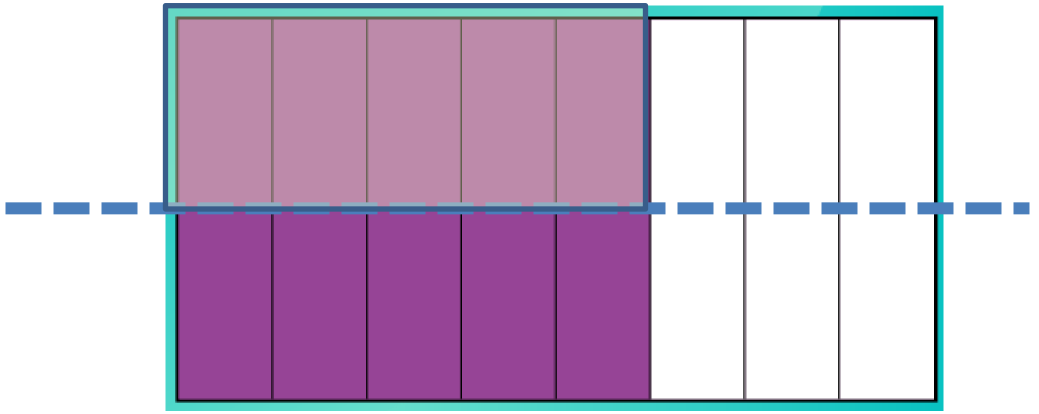
$$\frac{6}{8} \div 2 = \frac{3}{8}$$



Κλάσμα διά ακέραιο αριθμό

- Δύο παιδιά θα μοιραστούν στα ίσα τα 5/8 μιας σοκολάτας. Πόση σοκολάτα θα πάρει το κάθε παιδί;

$$\frac{5}{8} \div 2 = \frac{10}{16} \div 2 = \frac{5}{16}$$



Ακέραιος διά κλάσμα

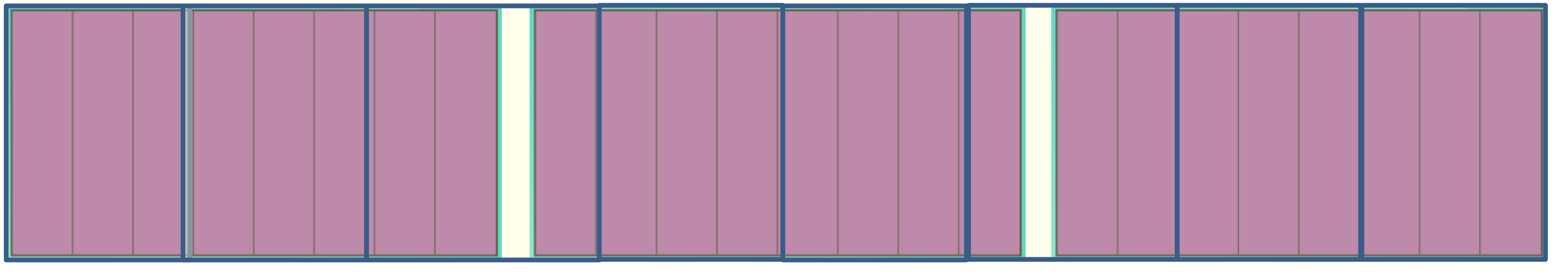
- Τρία λίτρα λάδι θα χρησιμοποιηθούν, για να γεμίσουν δοχεία που χωρούν $\frac{1}{8}$ L λάδι το καθένα. Πόσα δοχεία θα γεμίσουν;

$$3 \div \frac{1}{8} = \frac{24}{8} \div \frac{1}{8} = 24$$

Ακέραιος διά κλάσμα

- Τρία λίτρα λάδι θα χρησιμοποιηθούν, για να γεμίσουν δοχεία που χωρούν $\frac{3}{8}$ L λάδι το καθένα. Πόσα δοχεία θα γεμίσουν;

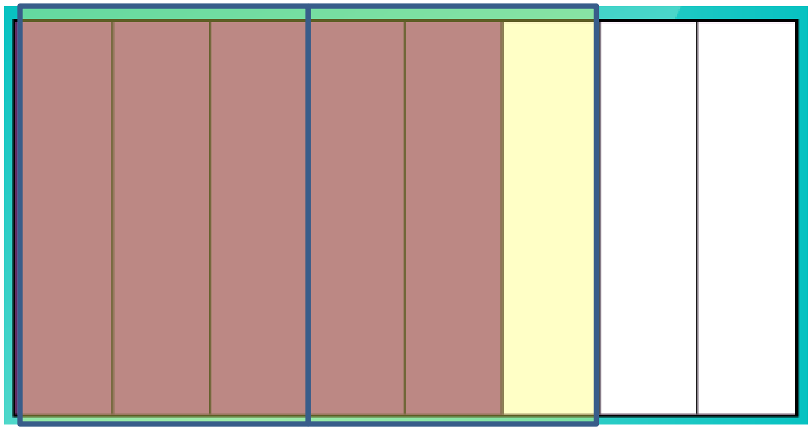
$$3 \div \frac{3}{8} = \frac{24}{8} \div \frac{3}{8} = 8$$



Κλάσμα διά κλάσμα

- Πέντε όγδοα του λίτρου λάδι θα χρησιμοποιηθούν, για να γεμίσουν δοχεία που χωρούν $\frac{3}{8}$ L λάδι το καθένα. Πόσα δοχεία θα γεμίσουν;

$$\frac{5}{8} \div \frac{3}{8} = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$$



Κλάσμα διά κλάσμα

- Τέσσερα πέμπτα του λίτρου λάδι θα χρησιμοποιηθούν, για να γεμίσουν δοχεία που χωρούν $\frac{2}{3}$ L λάδι το καθένα. Πόσα δοχεία θα γεμίσουν;

$$\frac{4}{5} \div \frac{2}{3} = \frac{12}{15} \div \frac{10}{15} = \frac{12}{10} = 1\frac{2}{10} = 1\frac{1}{5}$$