ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΝΕΟΛΑΙΑΣ

Μαθηματικά

Στ΄ Τάξη Μέρος 3

ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ
ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΩΝ

Συγγραφική ομάδα:
Αθανασίου Χρύσω
Δεληγιάννη Ελένη
Παναούρα-Μάκη Γεωργία
Παντζιαρά Μαριλένα
Σιακαλλή Μύρια
Χειμωνή Μαρία

Επιστημονικοί συνεργάτες:
Παναούρα Ρίτα, Πανεπιστήμιο Frederick
Πίττα-Πανταζή Δήμητρα, Πανεπιστήμιο Κύπρου
Πιττάλης Μάριος, Πανεπιστήμιο Κύπρου
Χρίστου Κωνσταντίνος, Πανεπιστήμιο Κύπρου

Σύνδεσμος Επιθεωρητής:
Σιημητρά-Κωνσταντίνου Ανδρούλα

Ηλεκτρονικός σχεδιασμός:
Χατζηθεοδοσίου Άντρη, Λειτουργός Υπηρεσίας Ανάπτυξης Προγραμμάτων
Ηλεκτρονική σελίδωση:
Έλενα Ηλιάδου, Λειτουργός Υπηρεσίας Ανάπτυξης Προγραμμάτων

Συντονισμός έκδοσης:
Χρίστος Παρπούνας, Συντονιστής Υπηρεσίας Ανάπτυξης Προγραμμάτων

Ευχαριστίες:
Η ομάδα ανάπτυξης των εγχειριδίων των Μαθηματικών ευχαριστεί όλους/ες τους/τις εκπαιδευτικούς για την ουσιαστική και πολύτιμη ανατροφοδότηση που παρείχαν για την αναθεώρηση των εγχειριδίων της Στ΄ τάξης.

Α΄ Έκδοση: 2022
Εκτύπωση: PHILWORKZ

ISBN: 978-9963-0-1754-6

Ο εκσυγχρονισμός στη διδασκαλία και μάθηση των Μαθηματικών, ώστε να συνάδουν με την καθημερινή ζωή και να προετοιμάζουν τα σημερινά παιδιά και αυριανούς πολίτες για την αντιμετώπιση των προκλήσεων της κοινωνίας μας, έχει πρωτεύοντα ρόλο στους σχεδιασμούς του ΥΠΠΑΝ. Στο πλαίσιο αυτό, το Αναθεωρημένο Αναλυτικό Πρόγραμμα Μαθηματικών έχει ως όραμα την ανάπτυξη μαθηματικών γνώσεων και δεξιοτήτων, όπως η επίλυση σύνθετων προβλημάτων, ο συλλογισμός, η κριτική σκέψη και η δημιουργικότητα. Η φιλοσοφία και το περιεχόμενο του Αναλυτικού Προγράμματος Μαθηματικών στηρίζεται σε διεθνώς δοκιμασμένες πρακτικές και αποτελέσματα, ενώ παράλληλα λαμβάνει υπόψη τις ιδιαιτερότητες του κυπριακού εκπαιδευτικού συστήματος και τη μετάβαση των παιδιών από τη μια βαθμίδα στην άλλη.

Ιδιαίτερη έμφαση δίνεται στην εννοιολογική κατανόηση, τη διαδικαστική επάρκεια και την ανάπτυξη θετικών στάσεων προς τα Μαθηματικά. Ταυτόχρονα, επισημαίνεται ο ρόλος της διαφοροποίησης, ώστε το μάθημα των Μαθηματικών να απευθύνεται σε όλα τα παιδιά. Κεντρικό ρόλο έχει και η αξιοποίηση της τεχνολογίας, ώστε να εμπλουτίζεται το μάθημα με τρόπο που δρα προσθετικά ως προς τα μαθησιακά αποτελέσματα και να ενισχύεται η ανάπτυξη ψηφιακών ικανοτήτων από τα παιδιά.

Με βάση αυτές τις προτεραιότητες, ξεκίνησε η συγγραφή των νέων εγχειριδίων των Μαθηματικών, τα οποία υιοθετούν το μοντέλο της διερευνητικής μάθησης. Τα σχολικά εγχειρίδια για τη Στ’ τάξη έχουν διαμορφωθεί με τρόπο που να προετοιμάζουν τα παιδιά για τα Μαθηματικά της Α’ Γυμνασίου. Στην αρχή κάθε ενότητας παρατίθενται τα θέματα. Τα μαθήματα αρχίζουν με δραστηριότητες εξερεύνησης και διερεύνησης, οι οποίες υποκινούν την περιέργεια και το ενδιαφέρον των παιδιών. Ειδικότερα, οι δραστηριότητες διερεύνησης προσανατολίζουν τα παιδιά στον στόχο κάθε μαθήματος. Στη συνέχεια, παρουσιάζονται οι νέες έννοιες και παραδείγματα επίλυσης διαφόρων δραστηριοτήτων. Τα μαθήματα ολοκληρώνονται με διαβαθμισμένες δραστηριότητες, μέσα από τις οποίες επιτυγχάνεται η εξάσκηση, η εμπέδωση και η επέκταση. Το περιεχόμενο κάθε ενότητας εμπλουτίζεται περεταίρω με δραστηριότητες ενότητας και δραστηριότητες εμπλουτισμού, οι οποίες απευθύνονται στις διαφορετικές ανάγκες και προσδοκίες κάθε παιδιού.

Το ΥΠΠΑΝ εκφράζει θερμές ευχαριστίες προς την Ομάδα συγγραφής των νέων εγχειριδίων των Μαθηματικών, καθώς και προς τους/τις εκπαιδευτικούς που παρέχουν ουσιαστική ανατροφοδότηση, με σκοπό την αναθεώρηση και συνεχή βελτίωσή τους.

Δρ Μάριος Στυλιανίδης
Διευθυντής Δημοτικής Εκπαίδευσης

Περιεχόμενα

Ενότητα 6

Ενότητα 6 Γεωμετρία, Μέτρηση

Στην ενότητα αυτή θα μάθουμε:

- Να εξετάζουμε σχέσεις γωνιών (συμπληρωματικές και παραπληρωματικές γωνίες).
- Να διερευνούμε το άθροισμα γωνιών τριγώνου.
- Να διακρίνουμε τα πολύγωνα σε κανονικά και μη κανονικά.
- Να διερευνούμε τις ιδιότητες των κανονικών πολυγώνων.
- Να διερευνούμε το άθροισμα γωνιών πολυγώνων.
- Να αναγνωρίζουμε τα παραλληλόγραμμα και τα τραπέζια και να διερευνούμε τις βασικές τους ιδιότητες.

Έχουμε μάθει:

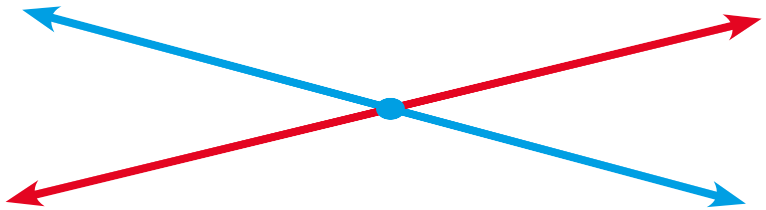
- **Σημείο**
  Το σημείο δεν έχει διαστάσεις και καθορίζει μια θέση. Σημεώνεται με τελεία και συμβολίζεται με ένα κεφαλαίο γράμμα.

- **Ευθεία**
  Είναι ένα σύνολο από σημεία με άπειρο μήκος, χωρίς αρχή ή τέλος και χωρίς πλάτος. Κατασκευάζεται με χάρακα.

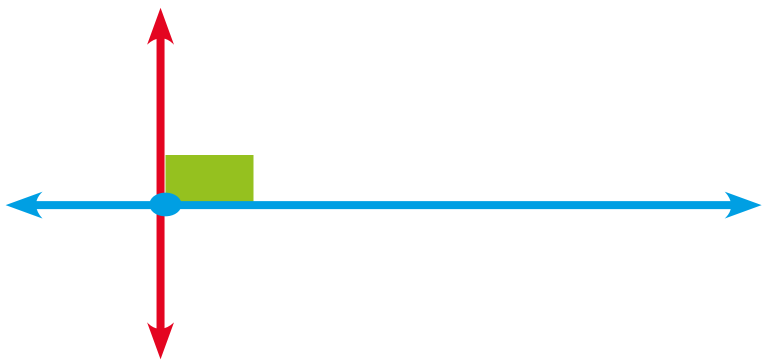
- **Ημιευθεία**
  Είναι ένα μέρος της ευθείας που έχει συγκεκριμένη αρχή, αλλά δεν έχει τέλος.

- **Ευθύγραμμο τμήμα**
  Είναι ένα μέρος της ευθείας. Αποτελείται από δύο σημεία της ευθείας (άκρα) και όλα τα σημεία μεταξύ τους.

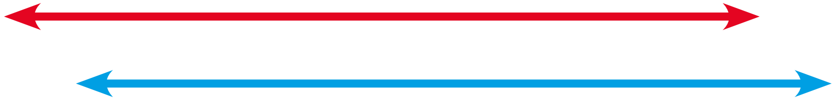
- Δύο ευθείες τέμνονται όταν έχουν ένα κοινό σημείο. Το κοινό τους σημείο ονομάζεται **σημείο τομής**.



- **Κάθετες** ονομάζονται δύο ευθείες που τέμνονται και σχηματίζουν μεταξύ τους ορθή γωνία.

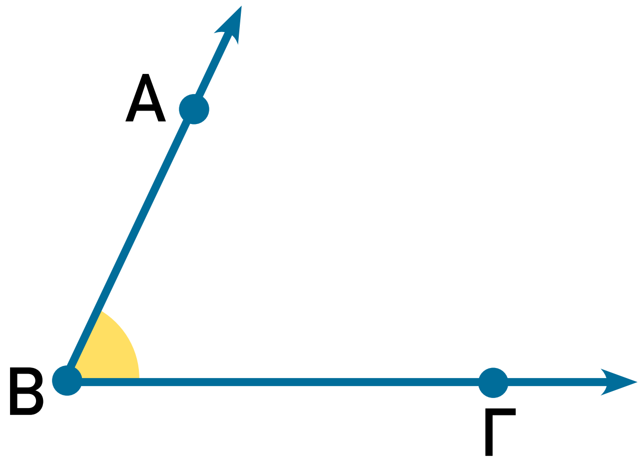


- **Παράλληλες** ονομάζονται δύο ευθείες που δεν έχουν κανένα κοινό σημείο.



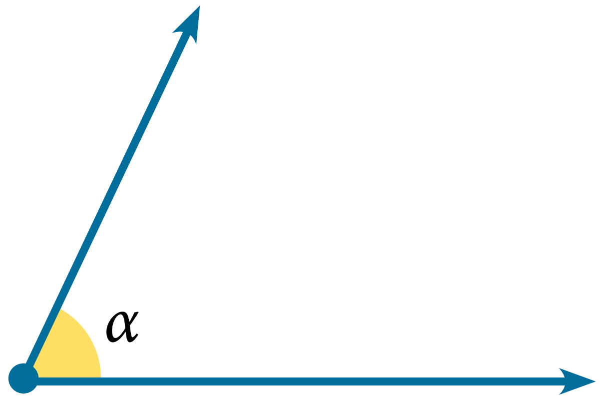
- **Συμβολισμός γωνιών**

  Οι γωνίες συμβολίζονται με τους πιο κάτω τρόπους:



$A\hat{B}\Gamma$ ή $\Gamma\hat{B}A$

Γωνία $\hat{A}B\Gamma$ ή γωνία $\Gamma\hat{B}A$

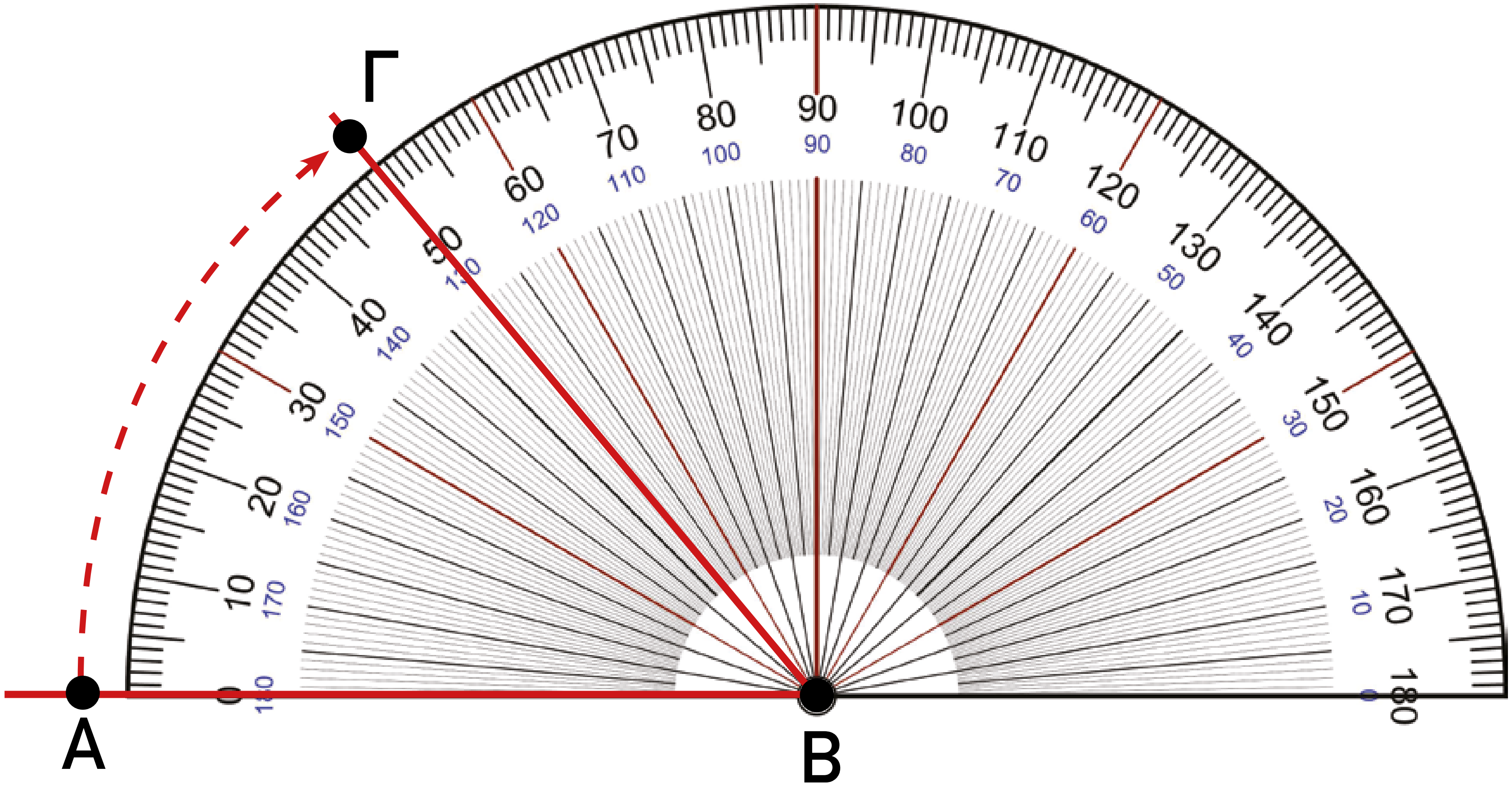


$\hat{\alpha}$

Γωνία $\hat{\alpha}$

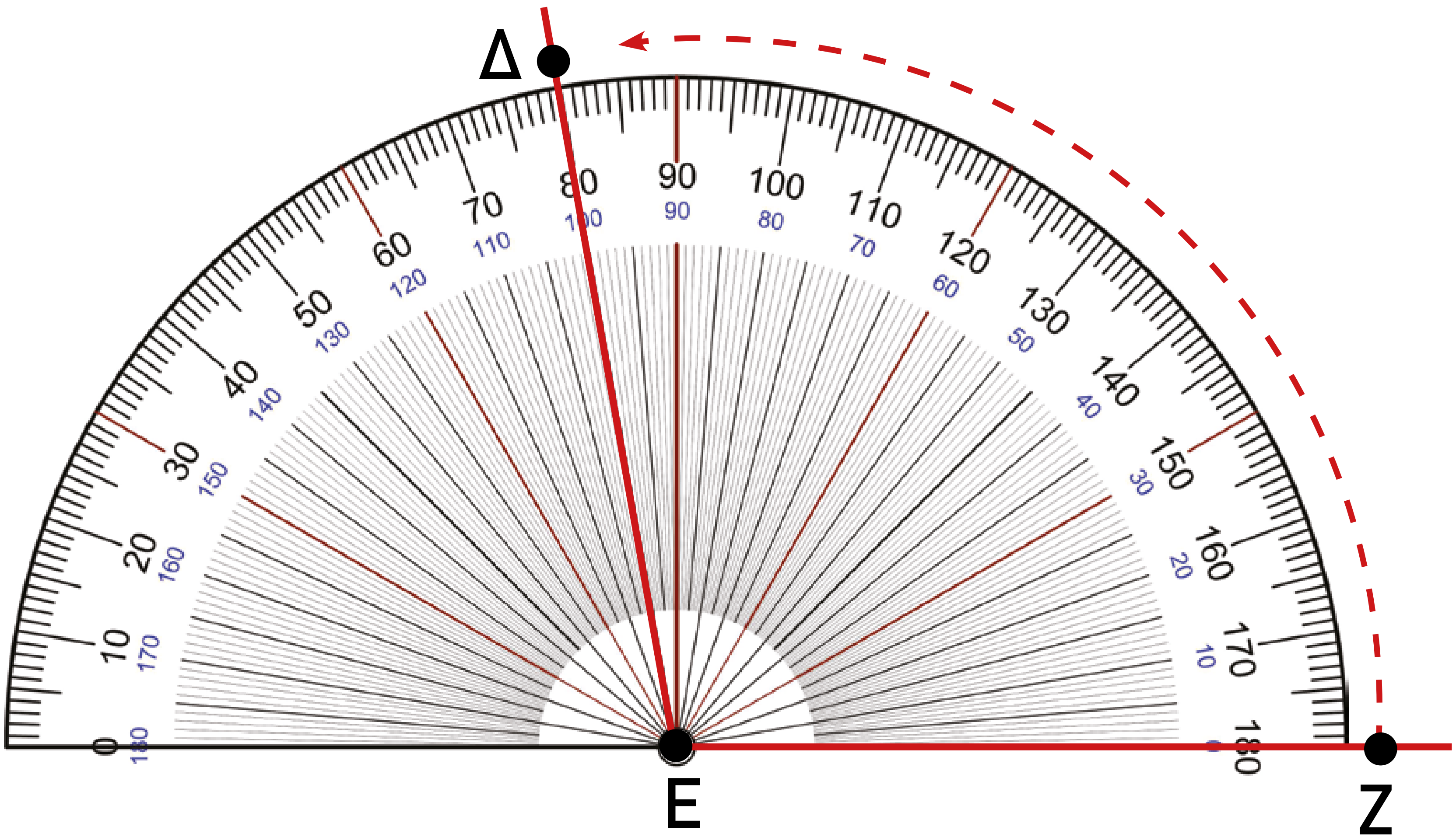
- **Μέτρηση γωνιών**

  Ένα όργανο που χρησιμοποιείται για τη μέτρηση των γωνιών είναι το **μοιρογνωμόνιο**. Η μονάδα μέτρησης των γωνιών είναι η **μοίρα** και συμβολίζεται με ^{0}. Ο αριθμός που προκύπτει από τη μέτρηση ονομάζεται μέτρο της γωνίας.



Διαβάζουμε την κλίμακα δεξιόστροφα, ώστε ο αριθμός 0 να βρίσκεται στη μια πλευρά της γωνίας.

$$A\hat{B}\Gamma = 50^0$$

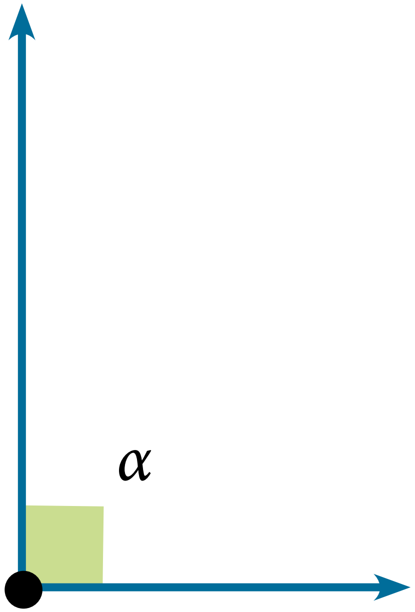


Διαβάζουμε την κλίμακα αριστερόστροφα, ώστε ο αριθμός 0 να βρίσκεται στη μια πλευρά της γωνίας.

$$Z\hat{E}\Delta = 100^0$$

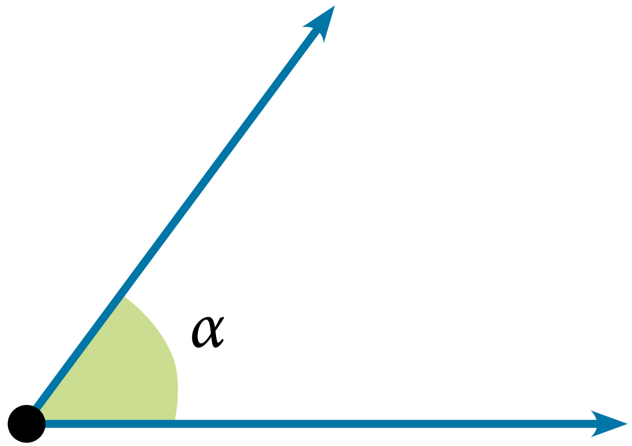
- **Ταξινόμηση γωνιών με βάση το μέτρο τους**

Ορθή γωνία είναι η γωνία που έχει μέτρο ίσο με 90^0.



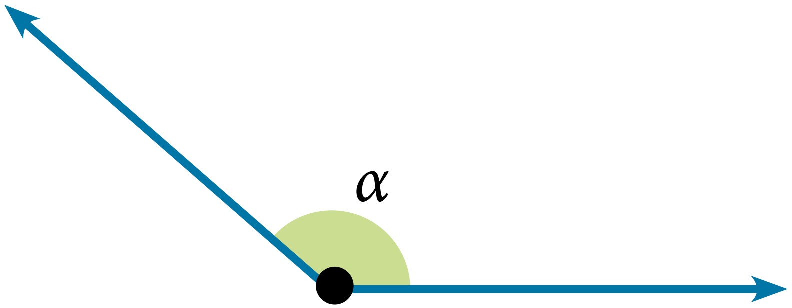
$\hat{\alpha} = 90^0$

Οξεία γωνία είναι η γωνία που είναι μεγαλύτερη από 0^0 και μικρότερη από 90^0.



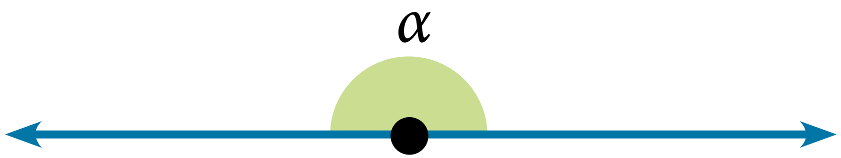
$0 < \hat{\alpha} < 90^0$

Αμβλεία γωνία είναι η γωνία που είναι μεγαλύτερη από **90⁰**. και μικρότερη από **180⁰**.



$90^0 < \hat{\alpha} < 180^0$

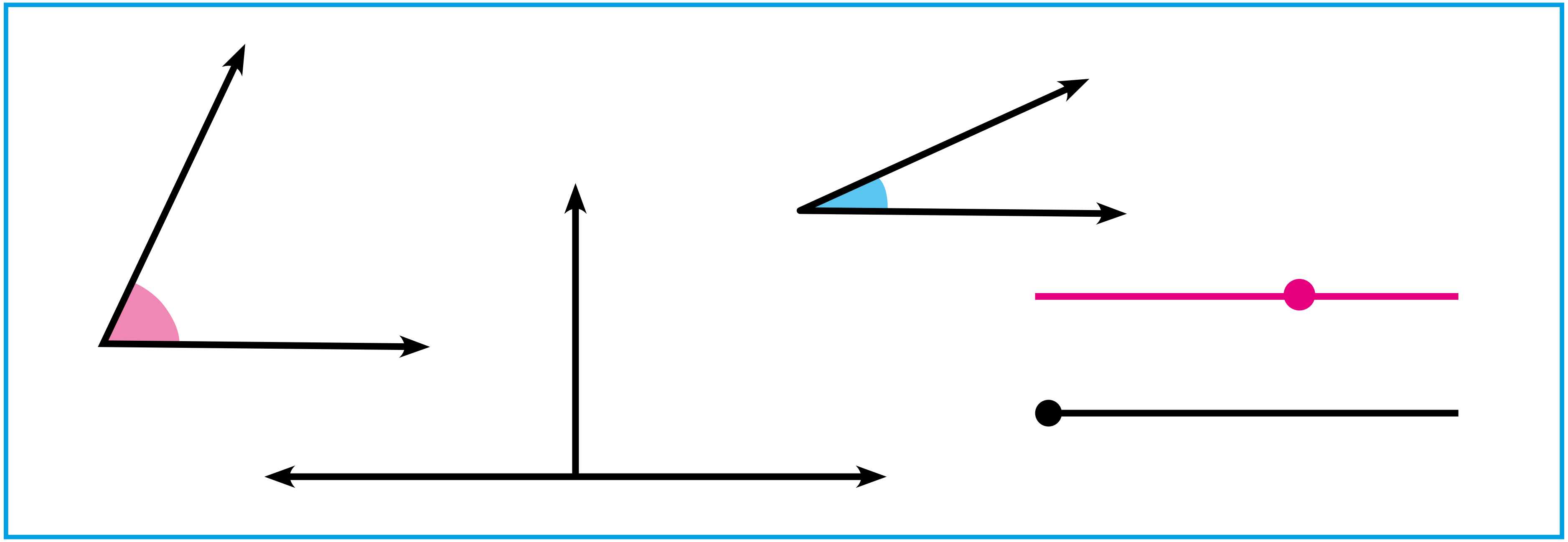
Ευθεία γωνία είναι η γωνία που έχει μέτρο ίσο με **180⁰**.



$\hat{\alpha} = 180^0$

(α) Στο πιο κάτω εφαρμογίδιο, η γωνία με **ροζ** χρώμα και η γωνία με **μπλε** χρώμα είναι **συμπληρωματικές γωνίες**.

(i) Να σύρετε τους δύο δρομείς σε διάφορες θέσεις. Τι παρατηρείτε;



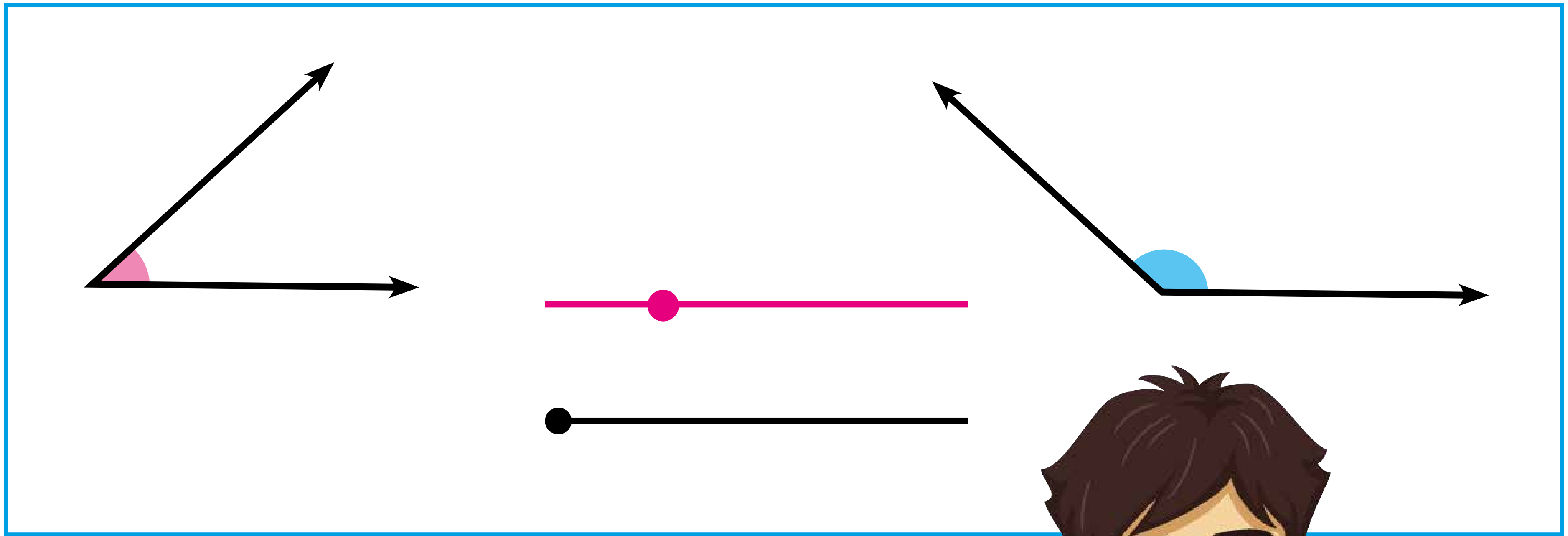
(ii) Με βάση την εργασία σας στο εφαρμογίδιο, να επεξηγήσετε ποιες γωνίες ονομάζονται συμπληρωματικές.

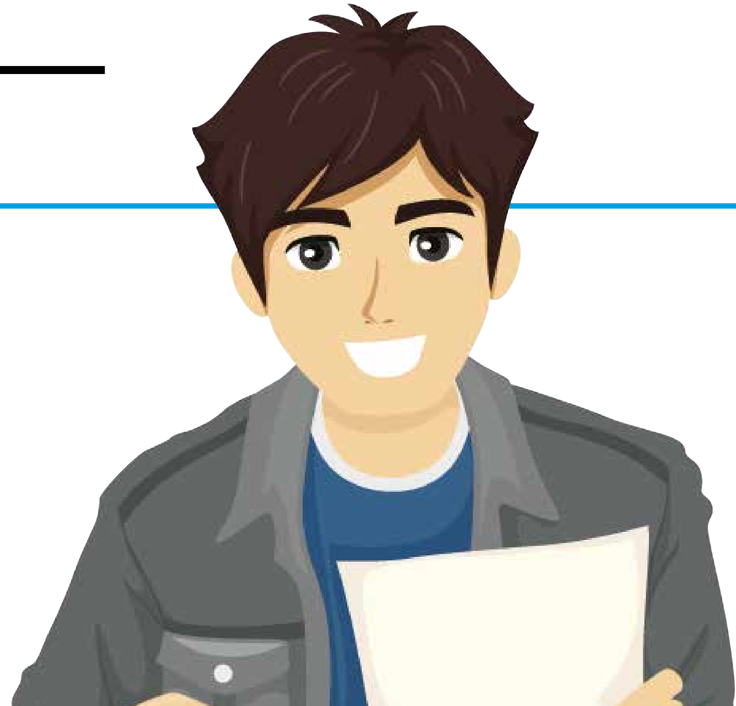
(iii) Οι γωνίες $\hat{\alpha}$ και $\hat{\beta}$ είναι συμπληρωματικές. Να υπολογίσετε το μέτρο της $\hat{\beta}$, αν $\hat{\alpha} = \mathbf{40^0}$.

(iv) Δύο γωνίες είναι συμπληρωματικές και ίσες. Ποιο είναι το μέτρο τους; Να επεξηγήσετε.

(β) Στο πιο κάτω εφαρμογίδιο, η γωνία με **ροζ** χρώμα και η γωνία με **μπλε** χρώμα είναι **παραπληρωματικές γωνίες**.

(i) Να σύρετε τους δύο δρομείς σε διάφορες θέσεις. Τι παρατηρείτε;

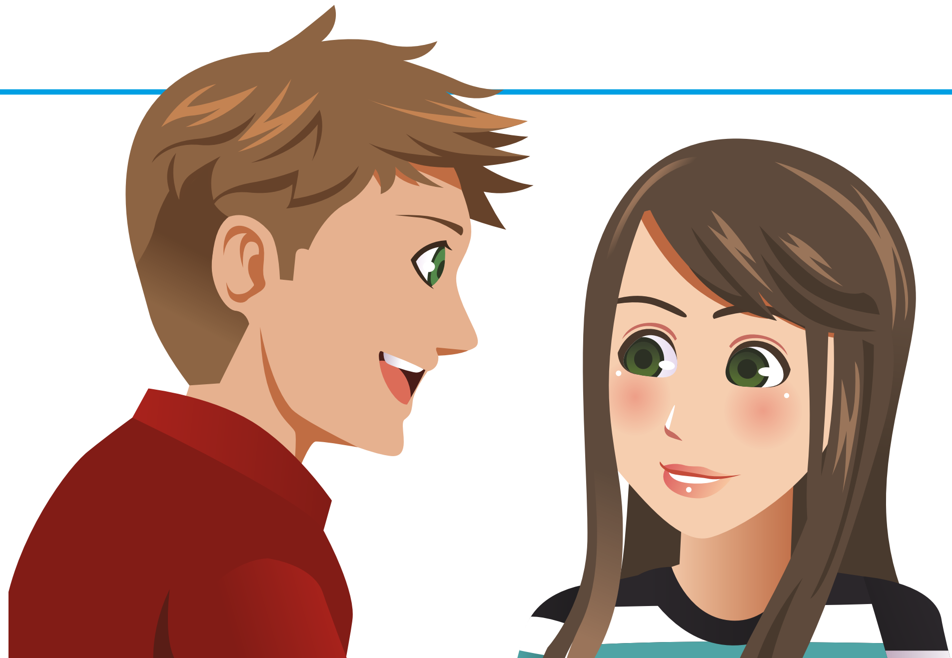




(ii) Με βάση την εργασία σας στο εφαρμογίδιο, να επεξηγήσετε ποιες γωνίες ονομάζονται παραπληρωματικές.

(iii) Οι γωνίες $\hat{\gamma}$ και $\hat{\delta}$ είναι παραπληρωματικές. Να υπολογίσετε το μέτρο της $\hat{\gamma}$, αν $\hat{\delta} = 40^0$.

(iv) Δύο γωνίες είναι παραπληρωματικές και ίσες. Ποιο είναι το μέτρο τους; Να επεξηγήσετε.

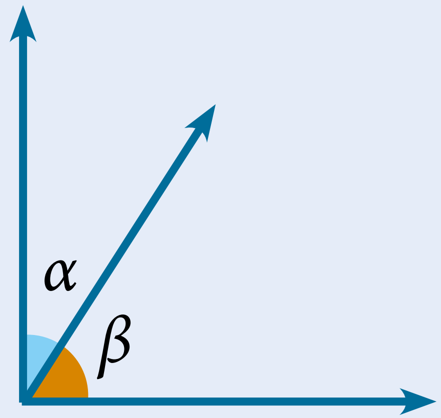


Νέες Έννοιες

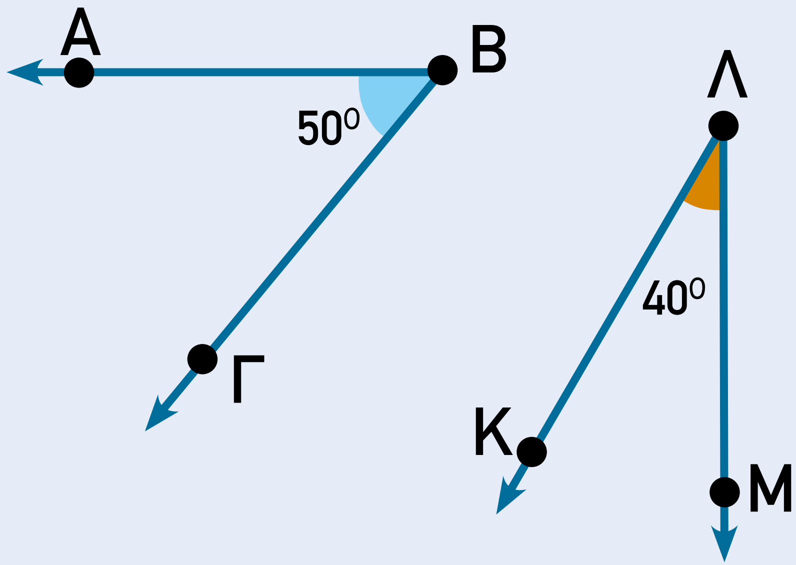
- **Συμπληρωματικές** είναι δύο γωνίες με άθροισμα ίσο με 90^0 (1 ορθή γωνία).

Παραδείγματα:

Οι γωνίες $\hat{\alpha}$ και $\hat{\beta}$ είναι συμπληρωματικές.



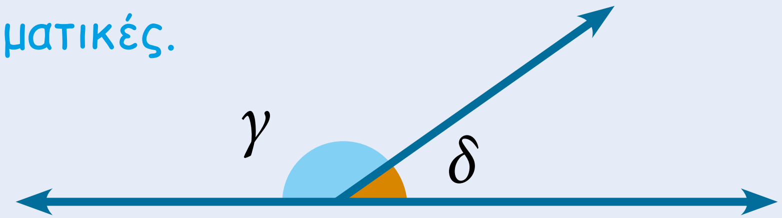
Οι γωνίες $A\hat{B}\Gamma$ και $K\hat{\Lambda}M$ είναι συμπληρωματικές.



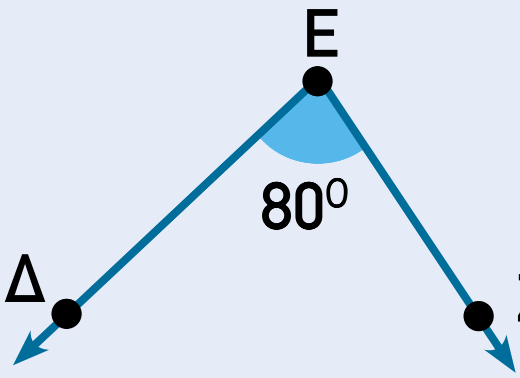
- **Παραπληρωματικές** είναι δύο γωνίες με άθροισμα

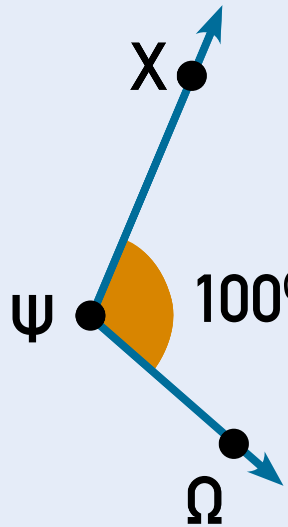
Παραδείγματα:

Οι γωνίες $\hat{\gamma}$ και $\hat{\delta}$ είναι παραπληρωματικές.



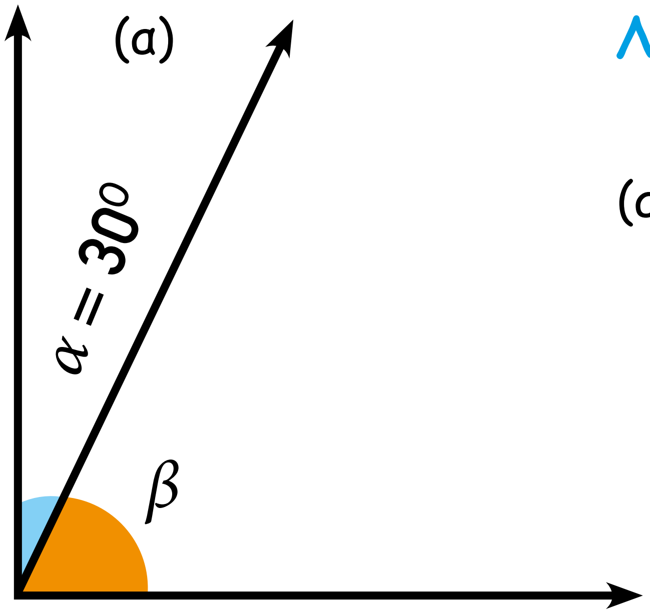
Οι γωνίες $\Delta\hat{E}Z$ και $X\hat{\Psi}\Omega$ είναι παραπληρωματικές.





Παραδείγματα

1. Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνίας $\hat{\beta}$ σε κάθε περίπτωση.



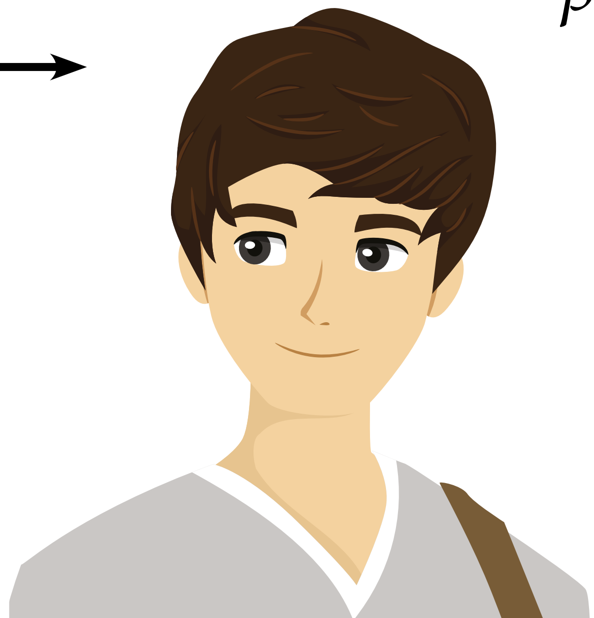
Λύση:

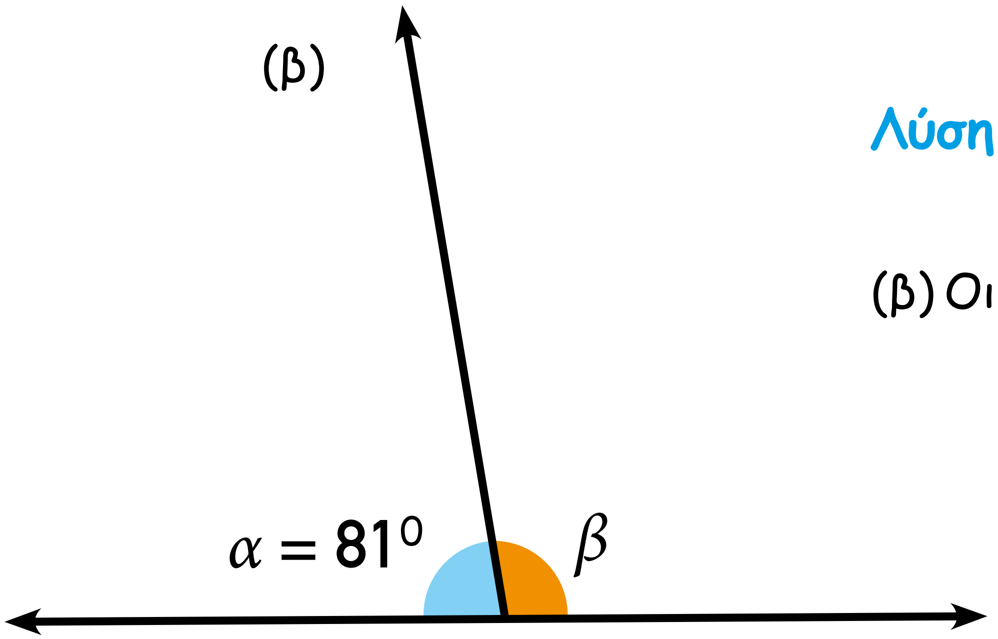
(α) Οι γωνίες $\hat{\alpha}$ και $\hat{\beta}$ είναι συμπληρωματικές.

$$\text{Άρα, } \hat{\alpha} + \hat{\beta} = 90^0$$

$$30^0 + \hat{\beta} = 90^0$$

$$\hat{\beta} = 60^0$$





Λύση:

(β) Οι γωνίες $\hat{\alpha}$ και $\hat{\beta}$ είναι παραπληρωματικές.

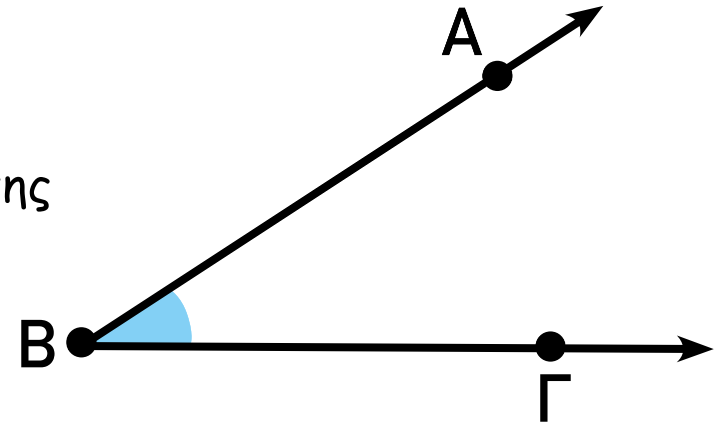
$$\text{Άρα, } \hat{\alpha} + \hat{\beta} = 180^0$$

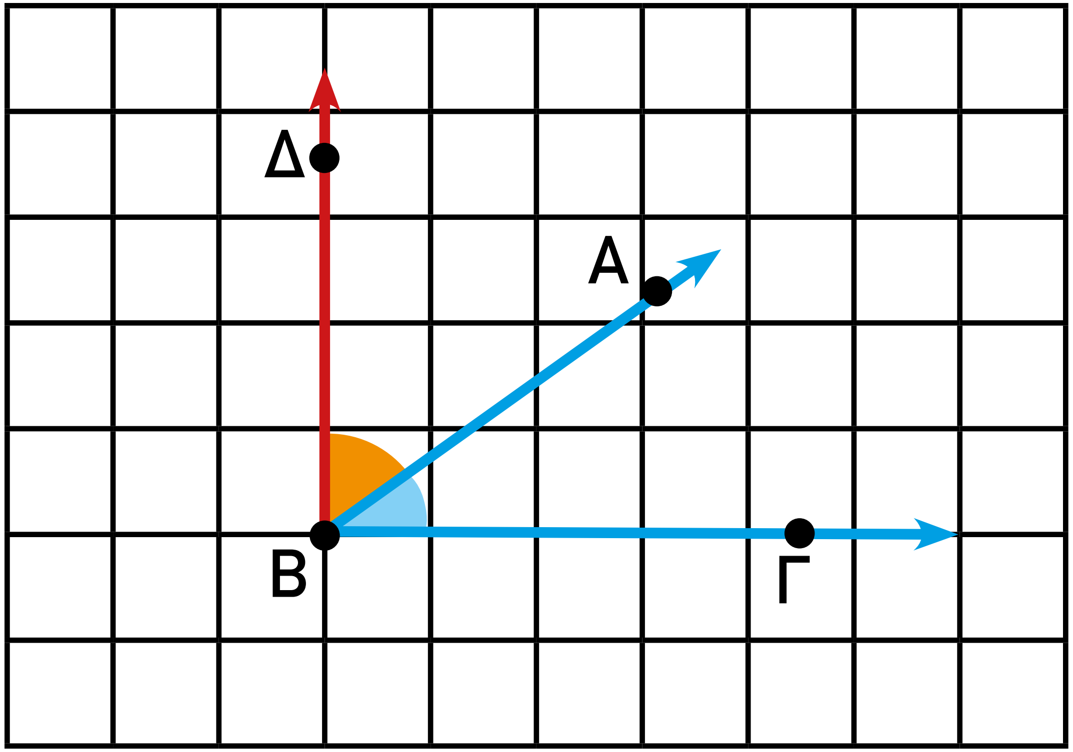
$$81^0 + \hat{\beta} = 180^0$$

$$\hat{\beta} = 99^0$$

2. (α) Δίνεται η γωνία $\hat{AB\Gamma}$ με μέτρο 33^0.

Να κατασκευάσετε τη συμπληρωματική της και να υπολογίσετε το μέτρο της.





Λύση:

Το μέτρο της γωνίας $\widehat{\Delta B A}$ είναι:

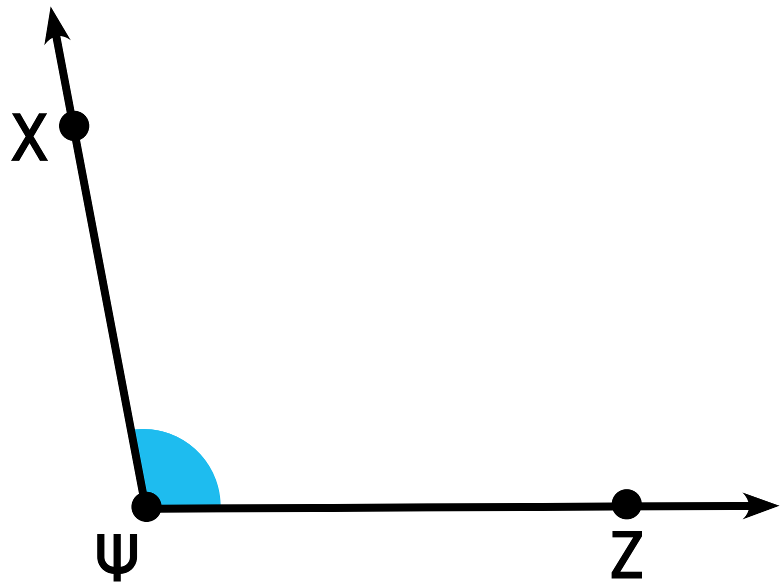
$$\widehat{AB\Gamma} + \widehat{\Delta B A} = 90^0$$

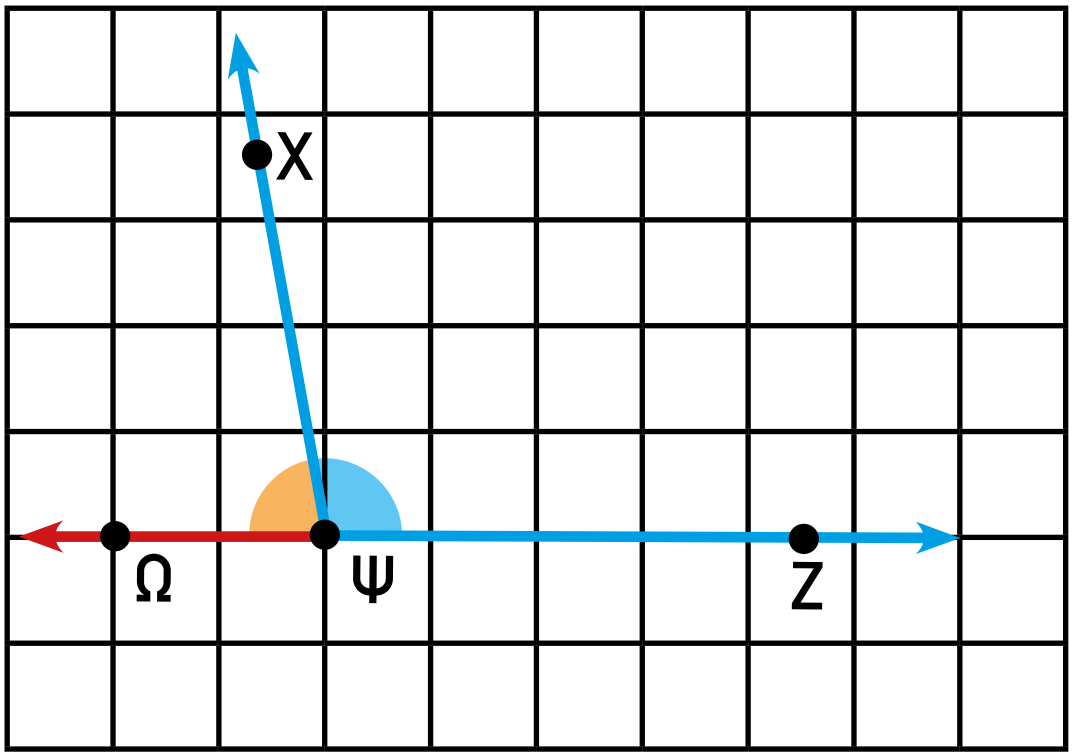
$$33^0 + \widehat{\Delta B A} = 90^0$$

$$\widehat{\Delta B A} = 57^0$$

Το ευθύγραμμο τμήμα **ΔΒ** είναι κάθετο στο ευθύγραμμο τμήμα **ΒΓ**. Η γωνία $\widehat{\Delta B A}$ είναι συμπληρωματική της γωνίας $\widehat{AB\Gamma}$, γιατί $\widehat{AB\Gamma} + \widehat{\Delta B A} = 90^0$.

(β) Δίνεται η γωνία $X\hat{\Psi}Z$ με μέτρο 108^0.
Να κατασκευάσετε την παραπληρωματική της και να υπολογίσετε το μέτρο της.





Λύση:

Το μέτρο της γωνίας $X\hat{\Psi}\Omega$ είναι:

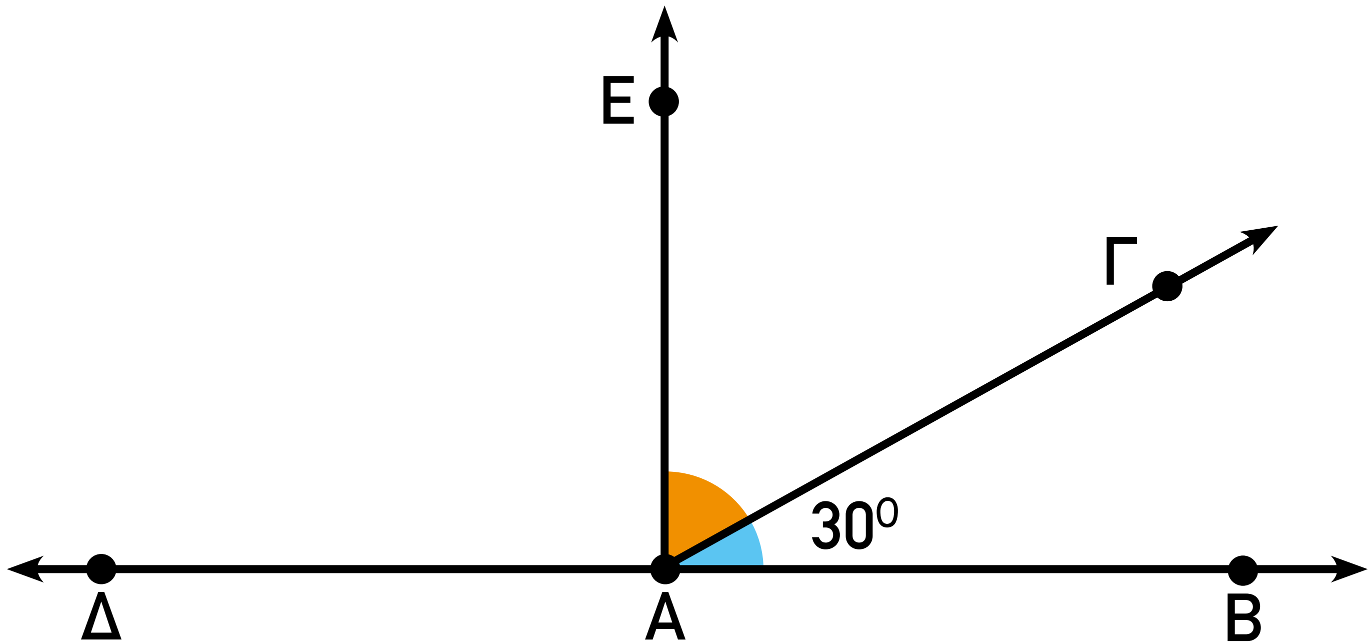
$$X\hat{\Psi}Z + X\hat{\Psi}\Omega = 180^0.$$

$$108^0 + X\hat{\Psi}\Omega = 180^0.$$

$$X\hat{\Psi}\Omega = 72^0.$$

Η γωνία $X\hat{\Psi}\Omega$ είναι παραπληρωματική της γωνίας $X\hat{\Psi}Z$, γιατί $X\hat{\Psi}Z + X\hat{\Psi}\Omega = 180^0$.

3. Να υπολογίσετε το μέτρο των γωνιών $E\hat{A}\Gamma$ και $\Delta\hat{A}\Gamma$, αν $E\hat{A}B = 90^0$.



Λύση:

Οι γωνίες $\widehat{\text{ΕΑΓ}}$ και $\widehat{\text{ΓΑΒ}}$ είναι συμπληρωματικές.

Άρα, $\widehat{\text{ΕΑΓ}} + \widehat{\text{ΓΑΒ}} = 90^0$

$$\widehat{\text{ΕΑΓ}} + 30^0 = 90^0$$

$$\widehat{\text{ΕΑΓ}} = 60^0$$

Οι γωνίες $\widehat{\text{ΔΑΓ}}$ και $\widehat{\text{ΓΑΒ}}$ είναι συμπληρωματικές.

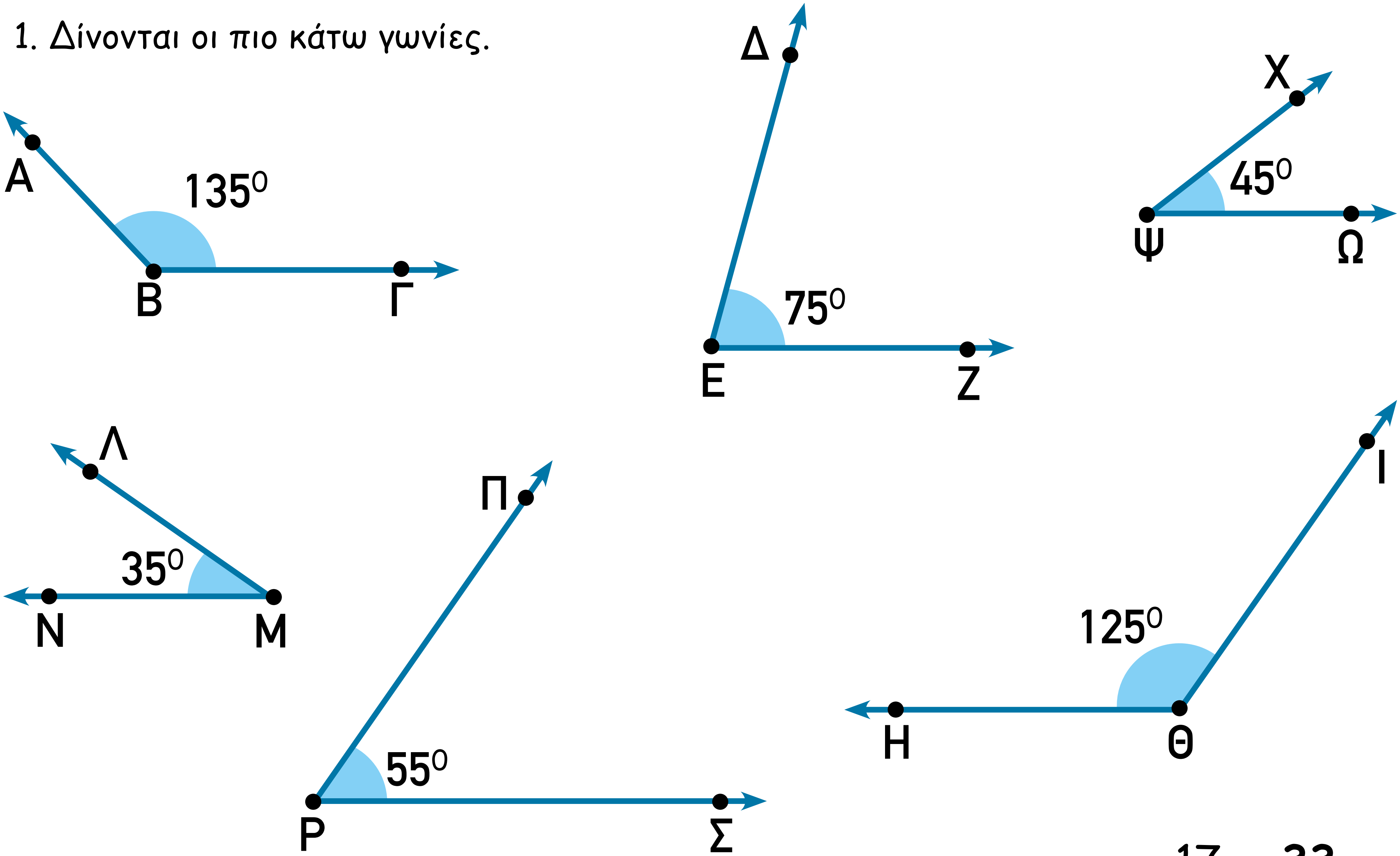
Άρα, $\widehat{\text{ΔΑΓ}} + \widehat{\text{ΓΑΒ}} = 180^0$

$$\widehat{\text{ΔΑΓ}} + 30^0 = 180^0$$

$$\widehat{\text{ΔΑΓ}} = 150^0$$

Δραστηριότητες

1. Δίνονται οι πιο κάτω γωνίες.



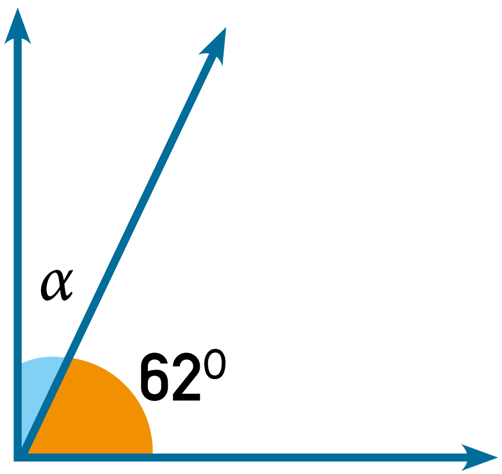
Να βρείτε:

(α) ένα ζευγάρι συμπληρωματικών γωνιών

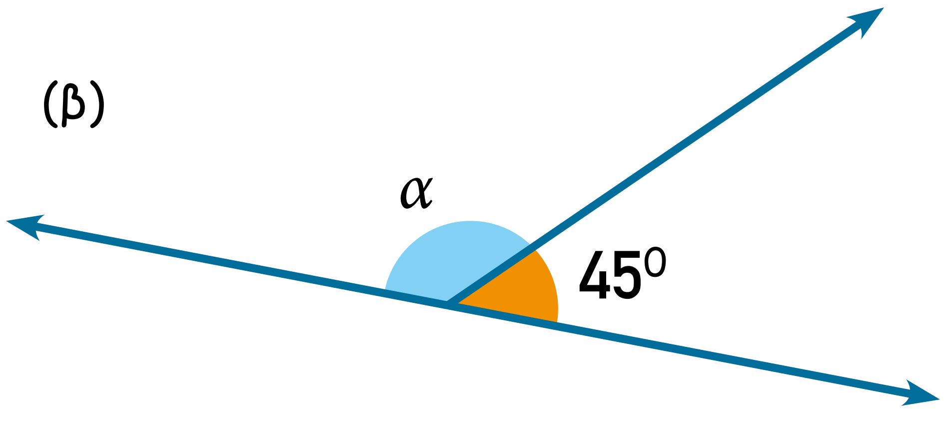
(β) ένα ζευγάρι παραπληρωματικών γωνιών

2. Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνίας $\hat{\alpha}$ σε κάθε περίπτωση. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

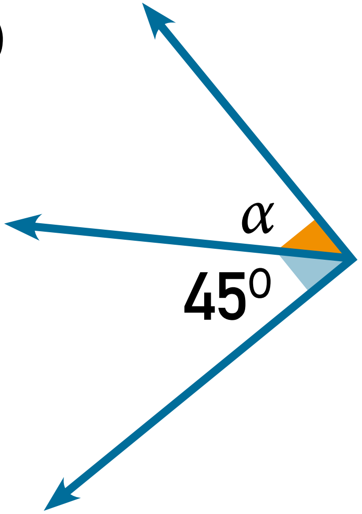
(α)



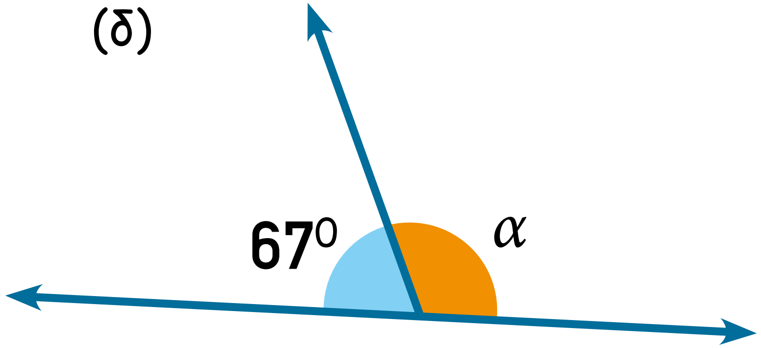
(β)



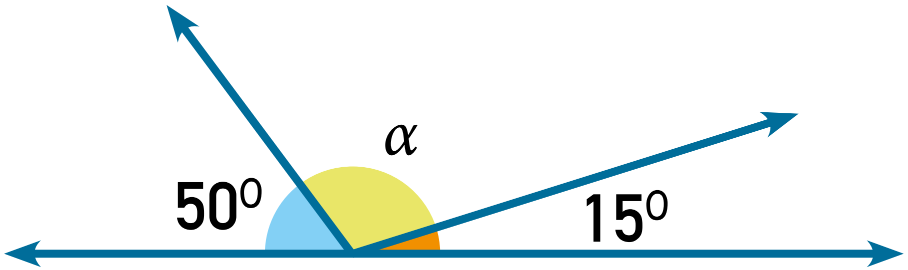
(γ)



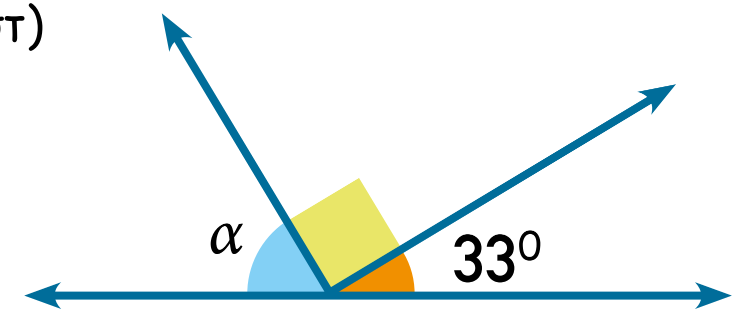
(δ)

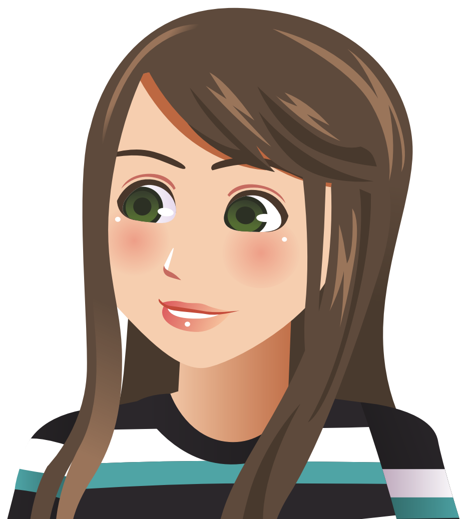


(ε)



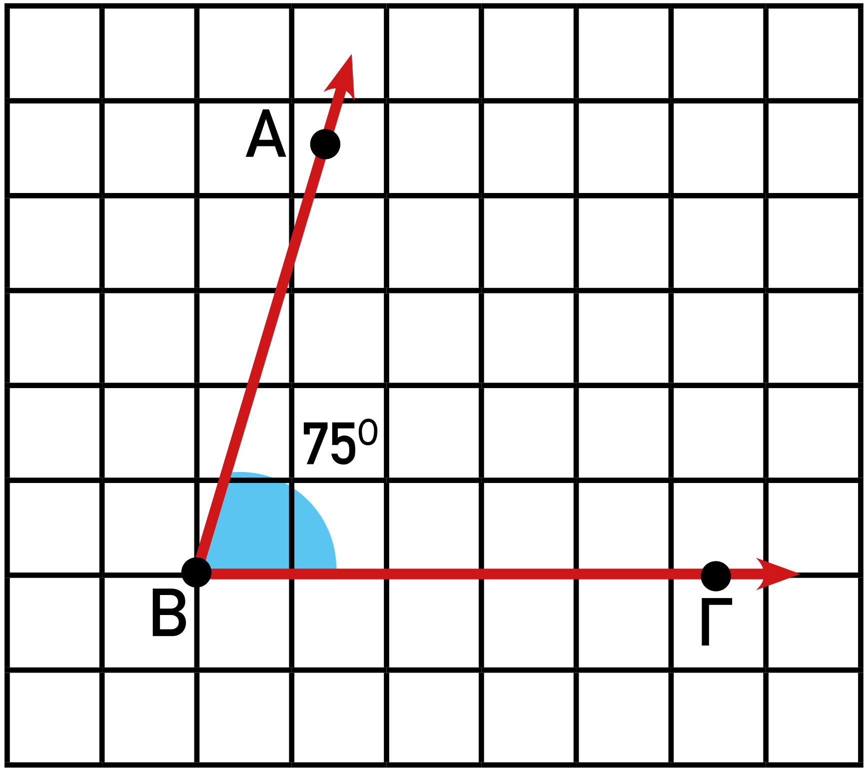
(στ)



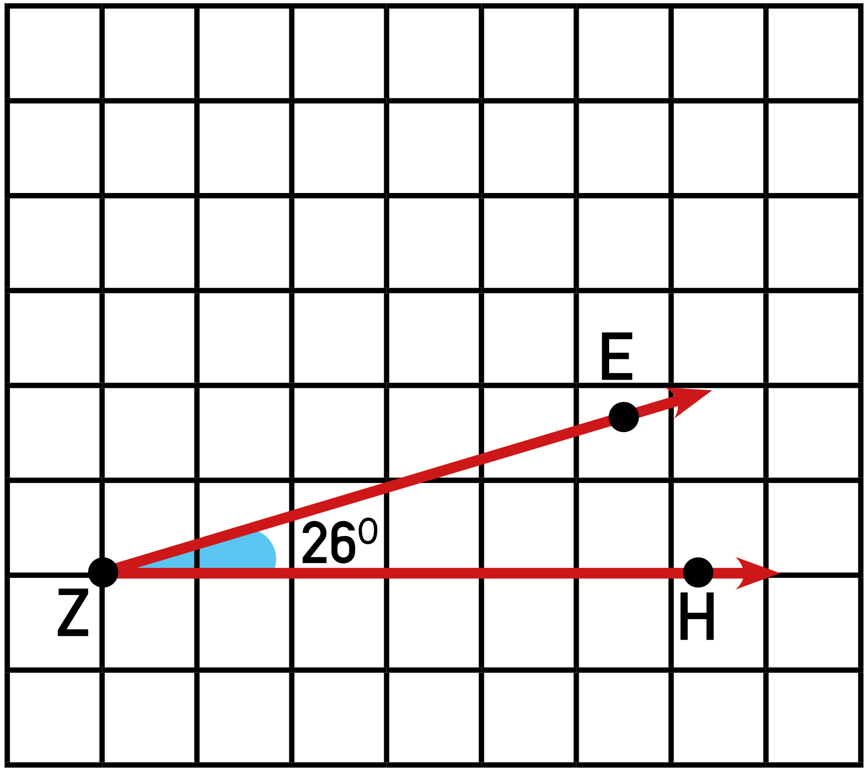


3. (α) Δίνονται οι πιο κάτω γωνίες. Να κατασκευάσετε τις συμπληρωματικές τους και να υπολογίσετε το μέτρο τους.

(i)

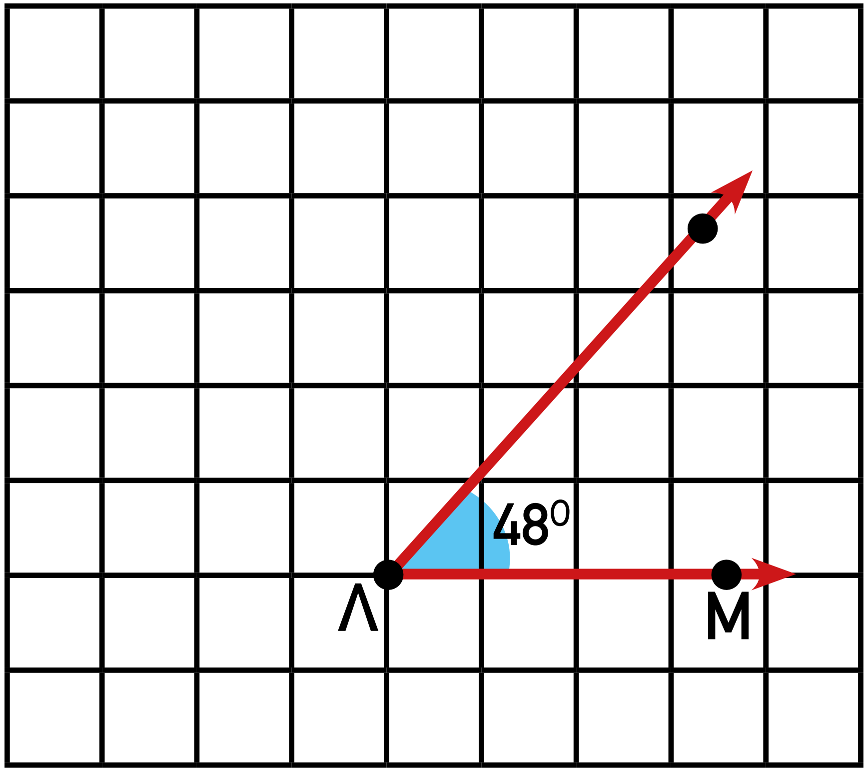


(ii)

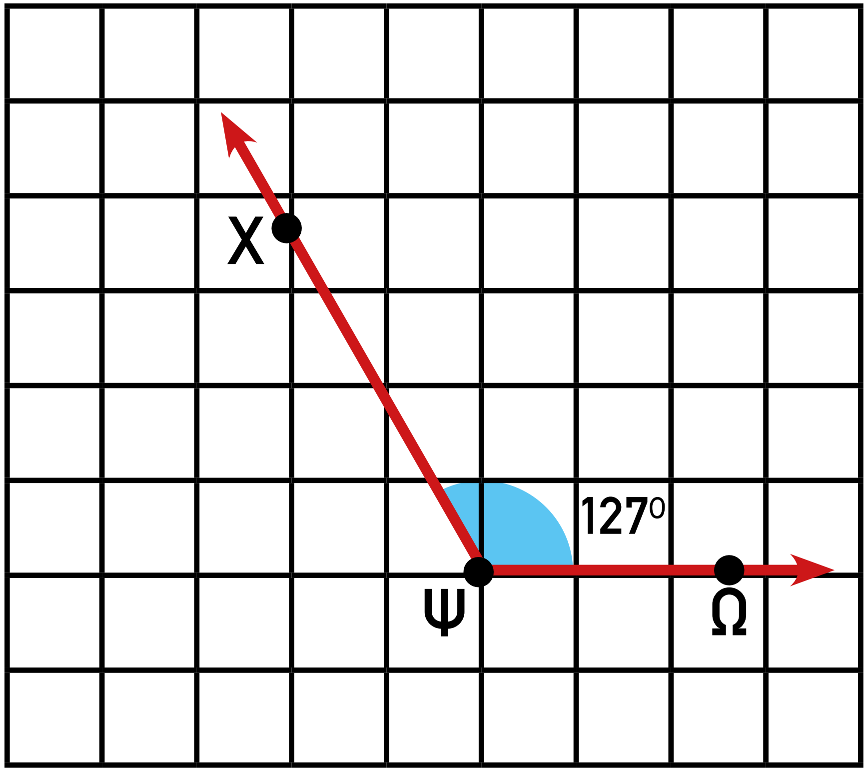


(β) Δίνονται οι πιο κάτω γωνίες. Να κατασκευάσετε τις παραπληρωματικές τους και να υπολογίσετε το μέτρο τους.

(i)



(ii)

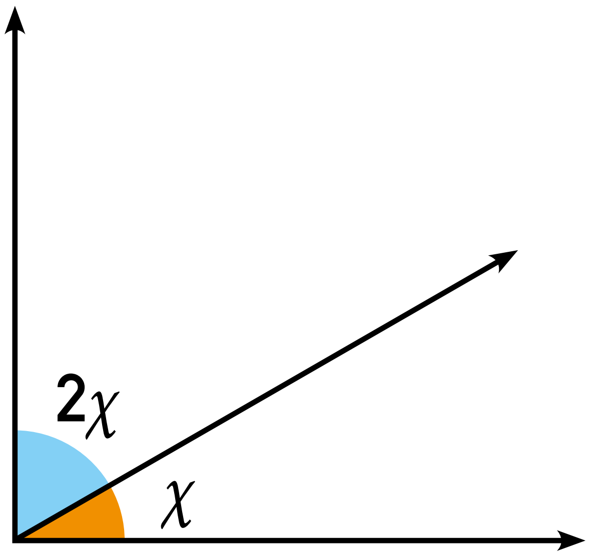


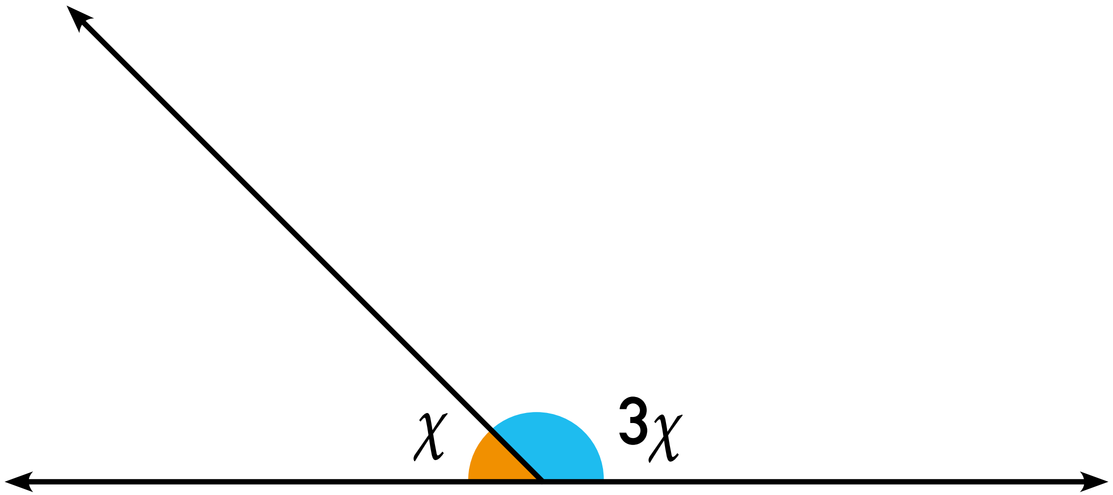
(γ) Να κατασκευάσετε:

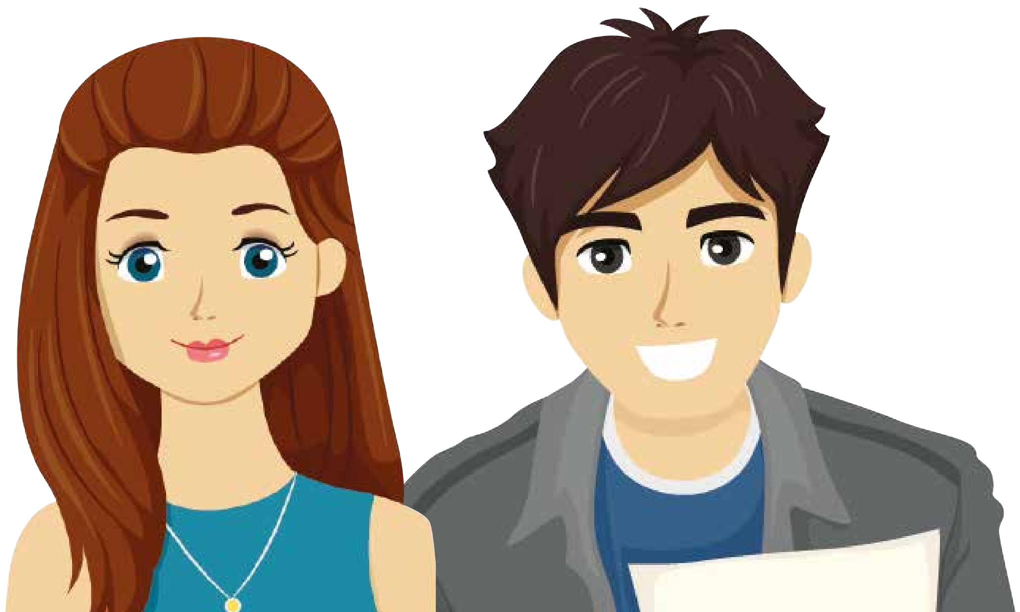
(i) δύο συμπληρωματικές γωνίες

(ii) δύο παραπληρωματικές γωνίες

4. Να υπολογίσετε την τιμή του χ σε κάθε περίπτωση. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

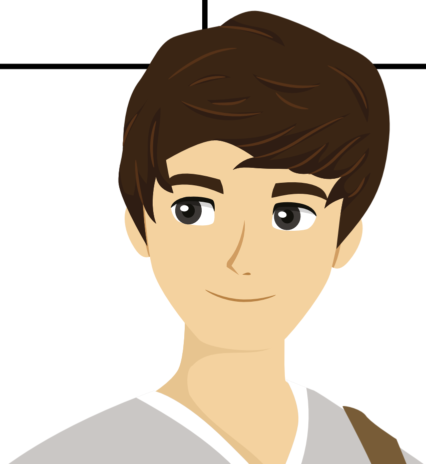






5. Να συμπληρώσετε με ✔ τον πίνακα, για να δείξετε κατά πόσο η πρόταση είναι ορθή ή λανθασμένη και να επεξηγήσετε.

ΠΡΟΤΑΣΗ	ΟΡΘΟ	ΛΑΘΟΣ	ΕΠΕΞΗΓΗΣΗ
Δύο ορθές γωνίες είναι παραπληρωματικές.			
Δύο αμβλείες γωνίες είναι παραπληρωματικές.			
Αν δύο γωνίες είναι συμπληρωματικές, τότε και οι δύο είναι οξείες.			



Επανάληψη

1. Να υπολογίσετε το αποτέλεσμα. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

(α) $\frac{3}{8} + \frac{4}{5}$ (β) $\frac{2}{3} + \frac{3}{4}$ (γ) $\frac{7}{9} - \frac{7}{10}$ (δ) $\frac{9}{10} - \frac{5}{8}$

(ε) $1\frac{1}{4} + 3\frac{3}{5}$ (στ) $4\frac{1}{2} + 2\frac{7}{8}$ (ζ) $10\frac{7}{9} - 5\frac{2}{3}$ (η) $5\frac{1}{3} - 2\frac{2}{5}$

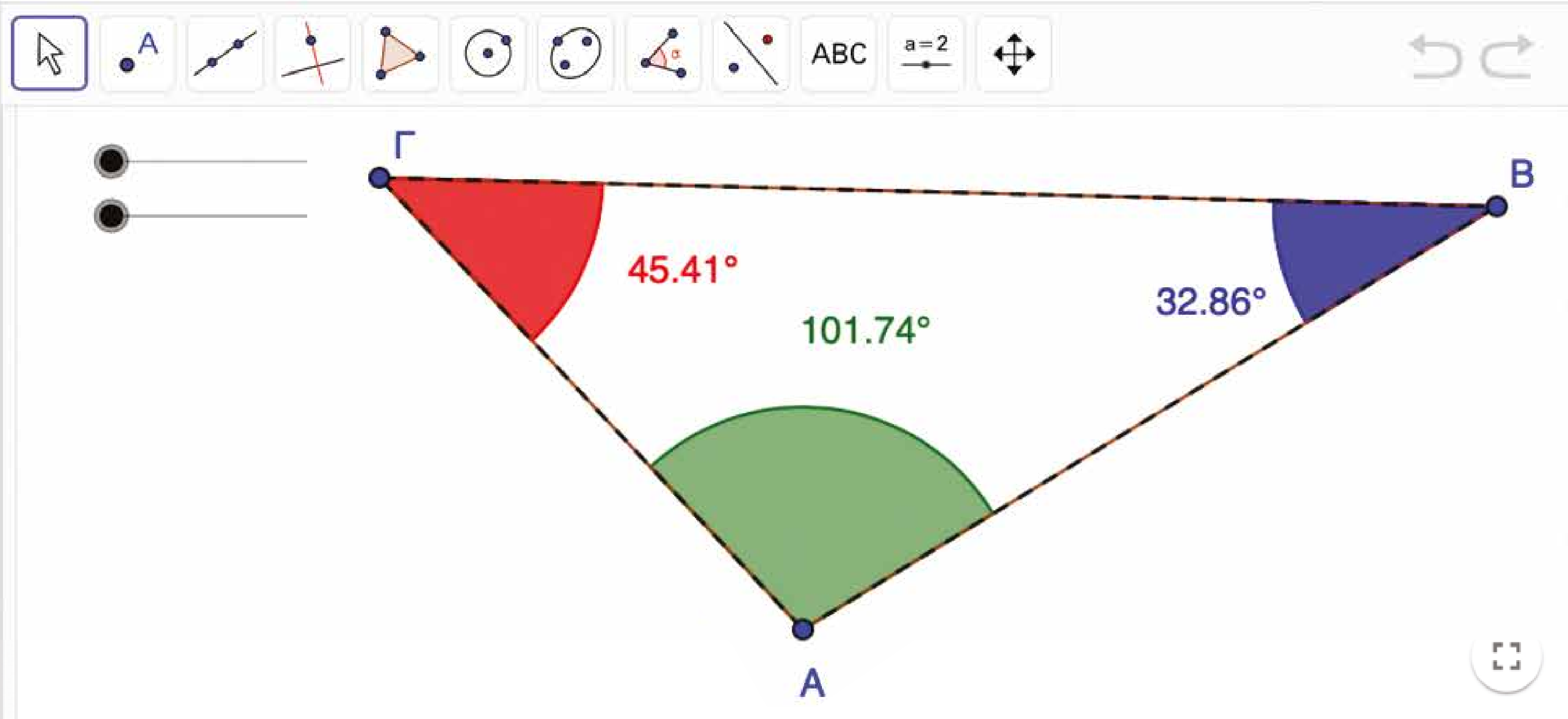
(θ) $\frac{3}{5} \bullet \frac{5}{9}$ (ι) $\frac{3}{8} \bullet \frac{4}{7}$ (ια) $\frac{5}{6} \bullet \frac{4}{10}$ (ιβ) $\frac{2}{6} \bullet 8$

(ιγ) $1\frac{5}{8} \bullet 2\frac{2}{3}$ (ιδ) $3\frac{1}{7} \bullet 3\frac{3}{4}$ (ιε) $4\frac{2}{5} \bullet 2\frac{5}{11}$ (ιστ) $2\frac{1}{6} \bullet 2\frac{1}{2}$

(ιζ) $\frac{8}{10} \div \frac{2}{5}$ (ιη) $6 \div \frac{3}{4}$ (ιθ) $\frac{4}{5} \div \frac{2}{10}$ (κ) $\frac{2}{3} \div 6$

(κα) $2\frac{1}{2} \div 1\frac{3}{4}$ (κβ) $4\frac{5}{6} \div 1\frac{3}{5}$ (κγ) $3\frac{2}{3} \div 2\frac{3}{10}$ (κδ) $4\frac{7}{8} \div 2\frac{2}{3}$

(α) Να εργαστείτε στο πιο κάτω εφαρμογίδιο. Να σύρετε την κορυφή Α του τριγώνου σε διάφορες θέσεις, για να κατασκευάσετε διαφορετικά τρίγωνα.



Άθροισμα γωνιών τριγώνου = $101.74^0 + 32.86^0 + 45.41^0 = 180^0$

(β) Τι παρατηρείτε για το άθροισμα των γωνιών του τριγώνου;

(γ) Να σύρετε τους δύο δρομείς στο εφαρμογίδιο. Τι παρατηρείτε;

____

____

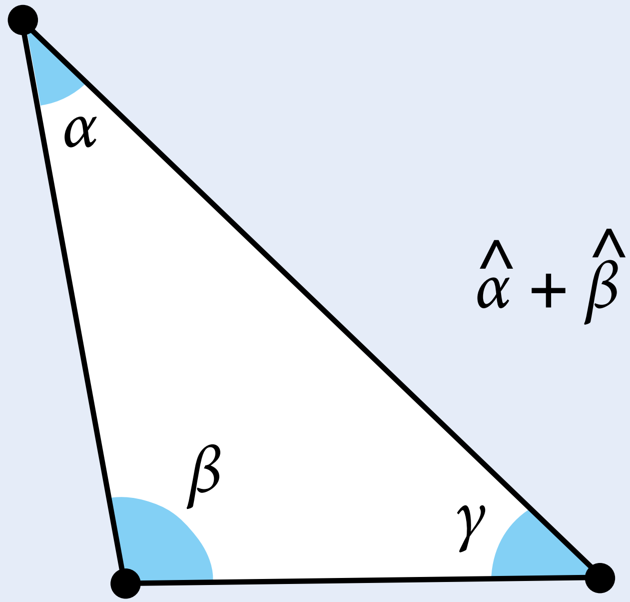
____

____

(δ) Να χρησιμοποιήσετε το εφαρμογίδιο, για να κατασκευάσετε αμβλυγώνια, οξυγώνια και ορθογώνια τρίγωνα. Ισχύει η παρατήρησή σας σχετικά με άθροισμα των γωνιών του τριγώνου για όλα τα είδη τριγώνων;

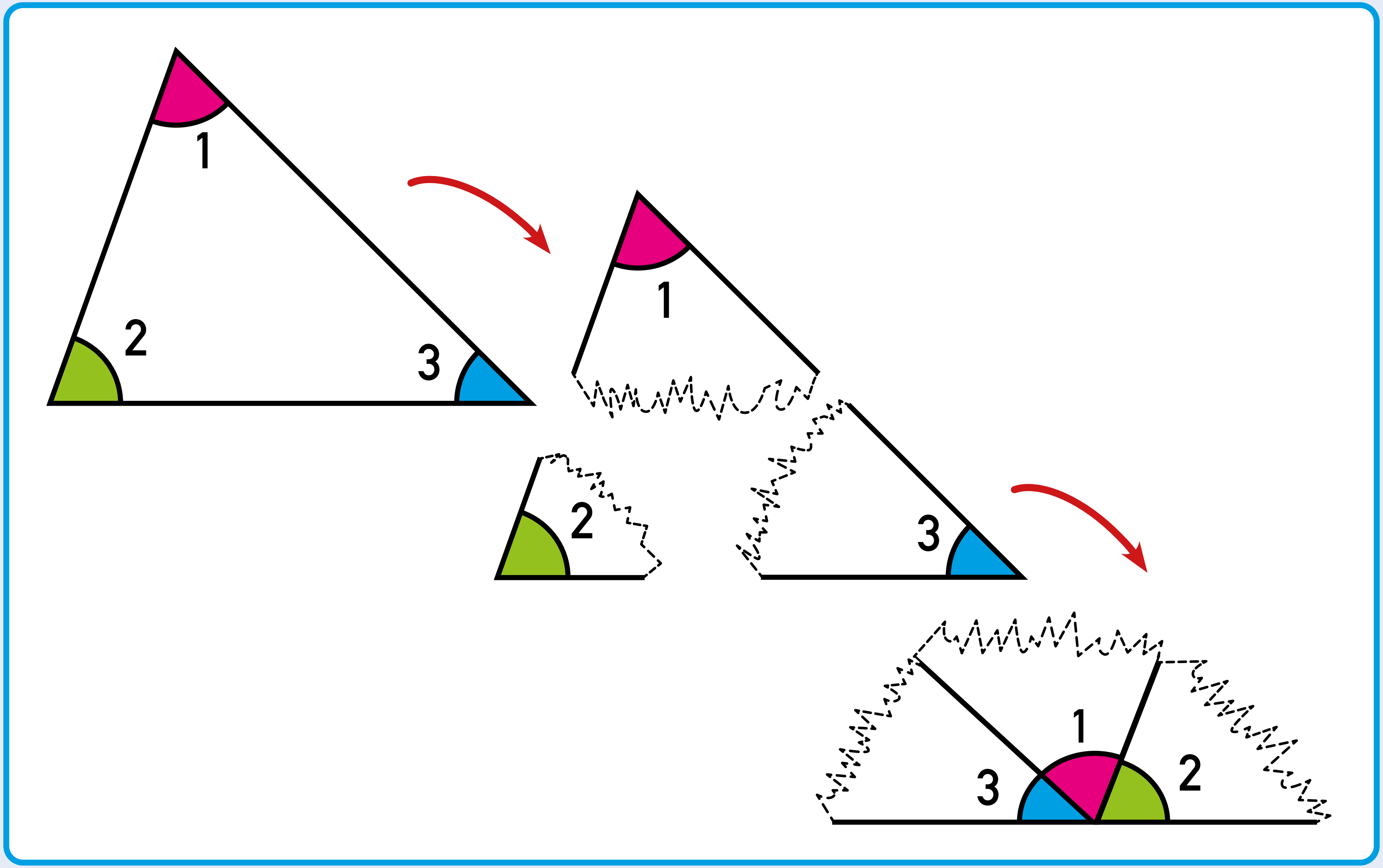
Νέες Έννοιες

- Σε κάθε τρίγωνο το **άθροισμα των γωνιών** του είναι ίσο με 180^0.



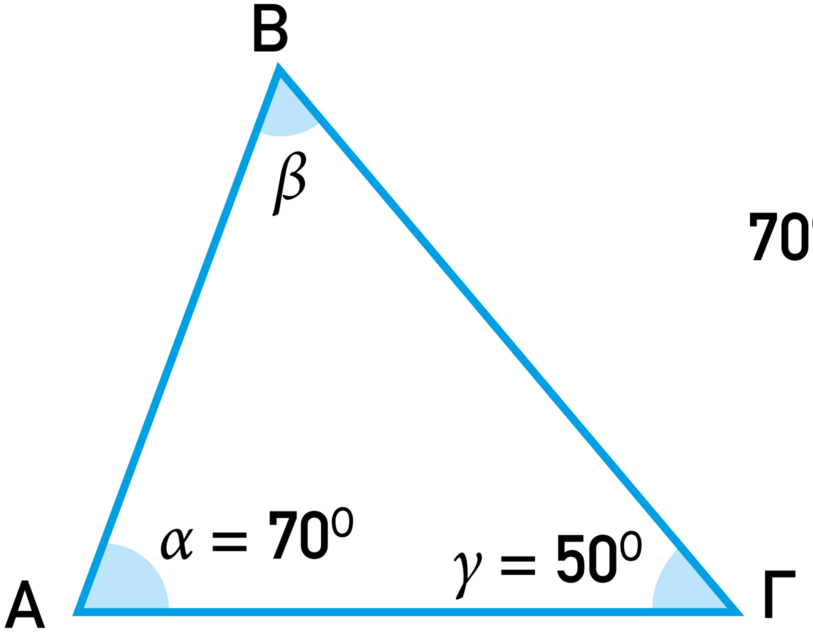
$$\hat{\alpha} + \hat{\beta} + \hat{\gamma} = 180^0$$

Αν οι γωνίες ενός τριγώνου κοπούν και τοποθετηθούν η μια δίπλα στην άλλη, τότε σχηματίζεται μια γωνία ίση με 180^0 (ευθεία γωνία). Άρα, το άθροισμα των γωνιών του τριγώνου είναι ίσο με 180^0.


1
2
3
1
2
3
1
3
2

Παραδείγματα

1. Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνίας $\hat{\beta}$ στο τρίγωνο ΑΒΓ.



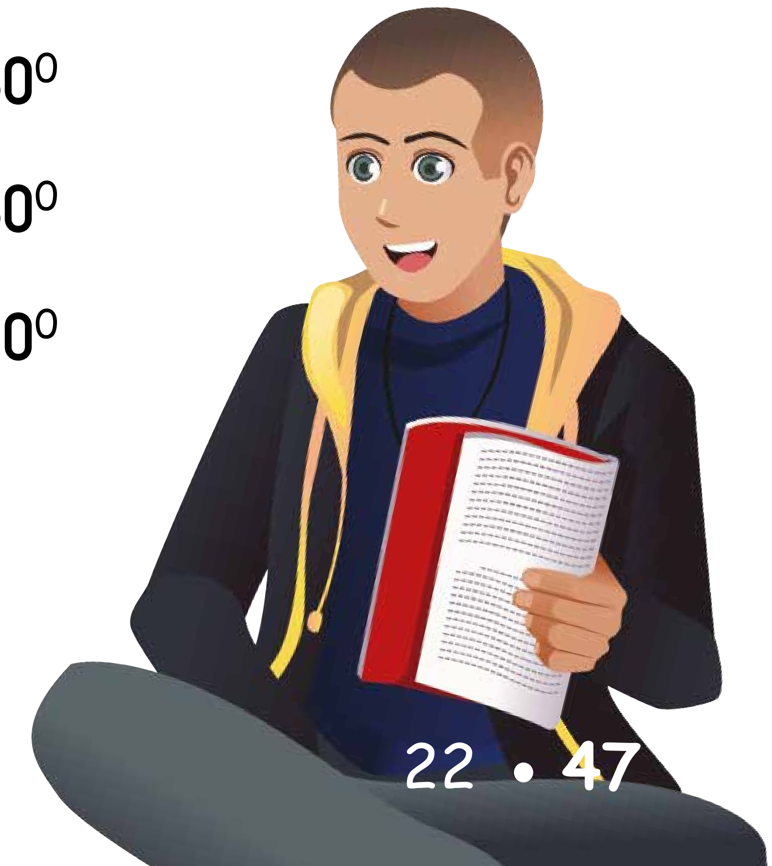
Λύση:

$$\hat{\alpha} + \hat{\beta} + \hat{\gamma} = 180^0$$

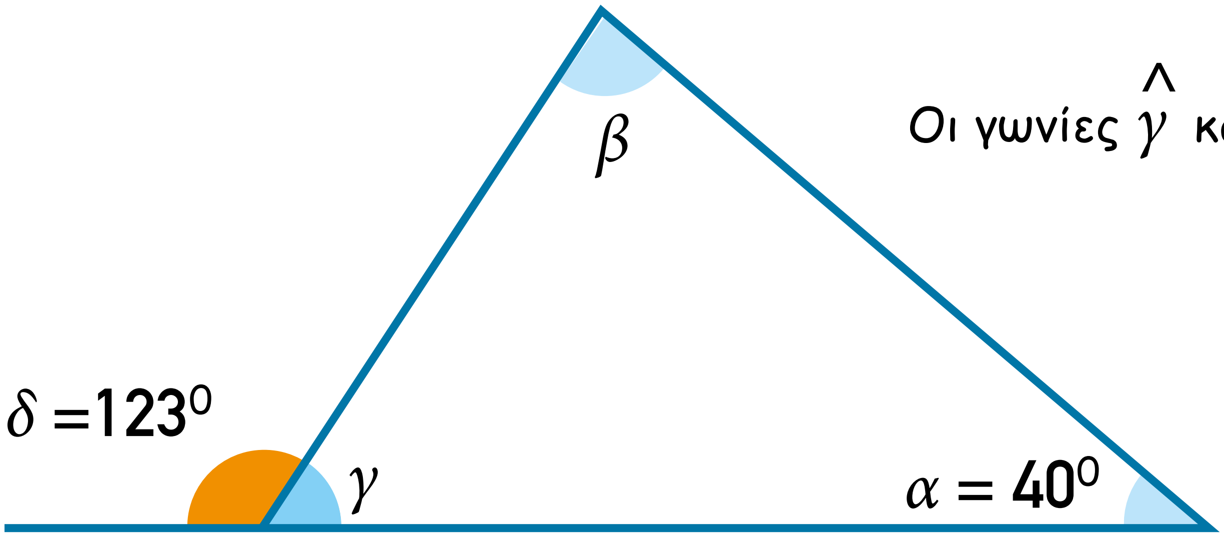
$$70^0 + \hat{\beta} + 50^0 = 180^0$$

$$\hat{\beta} + 120^0 = 180^0$$

$$\hat{\beta} = 60^0$$



2. Να υπολογίσετε το μέτρο των γωνιών $\hat{\beta}$ και $\hat{\gamma}$, στο πιο κάτω τρίγωνο.



Λύση:

Οι γωνίες $\hat{\gamma}$ και $\hat{\delta}$ είναι παραπληρωματικές.

$$\hat{\gamma} + \hat{\delta} = 180^0$$

$$\hat{\gamma} + 123^0 = 180^0$$

$$\hat{\gamma} = 57^0$$

Οι γωνίες του τριγώνου έχουν άθροισμα ίσο με 180^0.

$$\hat{\alpha} + \hat{\beta} + \hat{\gamma} = 180^0$$

$$40^0 + \hat{\beta} + 57^0 = 180^0$$

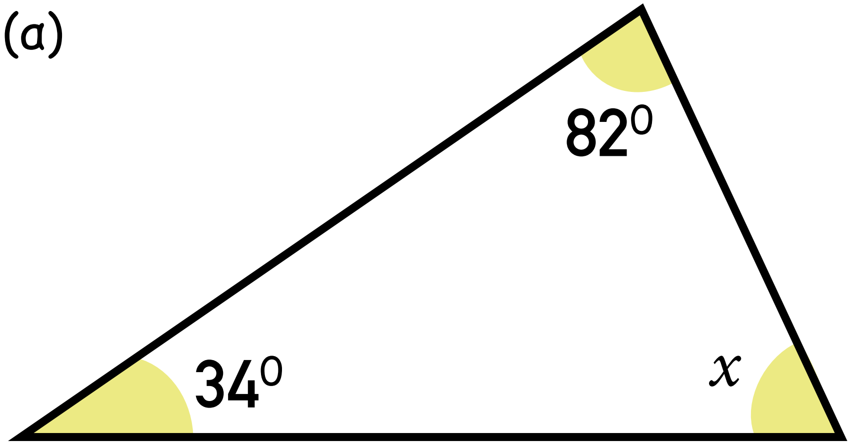
$$\hat{\beta} + 97^0 = 180^0$$

$$\hat{\beta} = 83^0$$

Δραστηριότητες

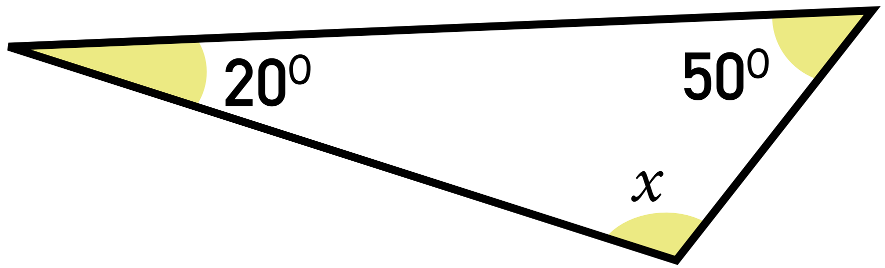
1. Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνίας $\hat{x}$ και στη συνέχεια να σημειώσετε το είδος του τριγώνου σε κάθε περίπτωση.

(α)



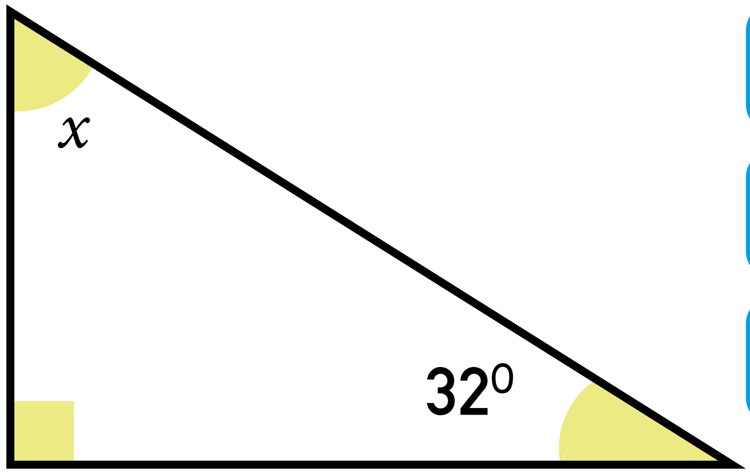
- [ ] Οξυγώνιο
- [ ] Ορθογώνιο
- [ ] Αμβλυγώνιο

(β)



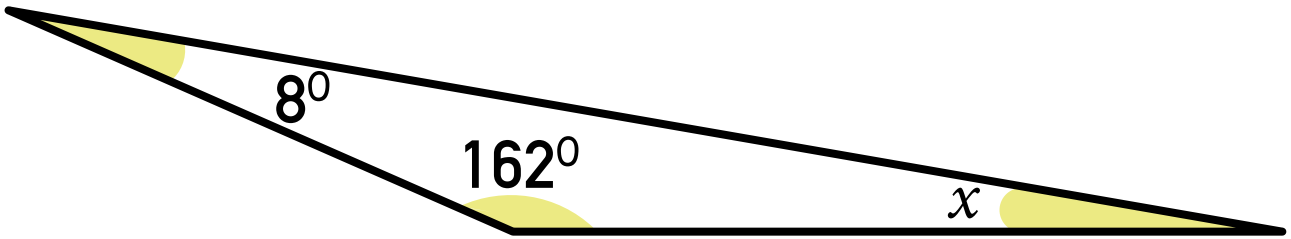
- [ ] Οξυγώνιο
- [ ] Ορθογώνιο
- [ ] Αμβλυγώνιο

(γ)



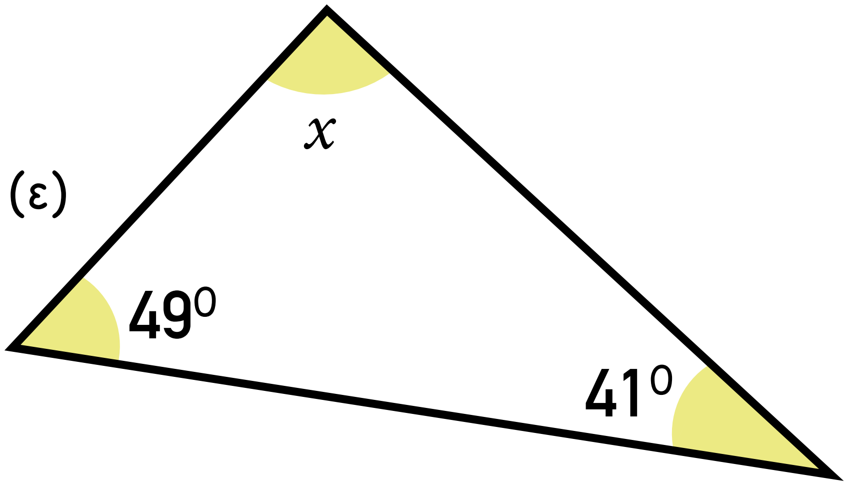
- [ ] Οξυγώνιο
- [ ] Ορθογώνιο
- [ ] Αμβλυγώνιο

(δ)



- [ ] Οξυγώνιο
- [ ] Ορθογώνιο
- [ ] Αμβλυγώνιο

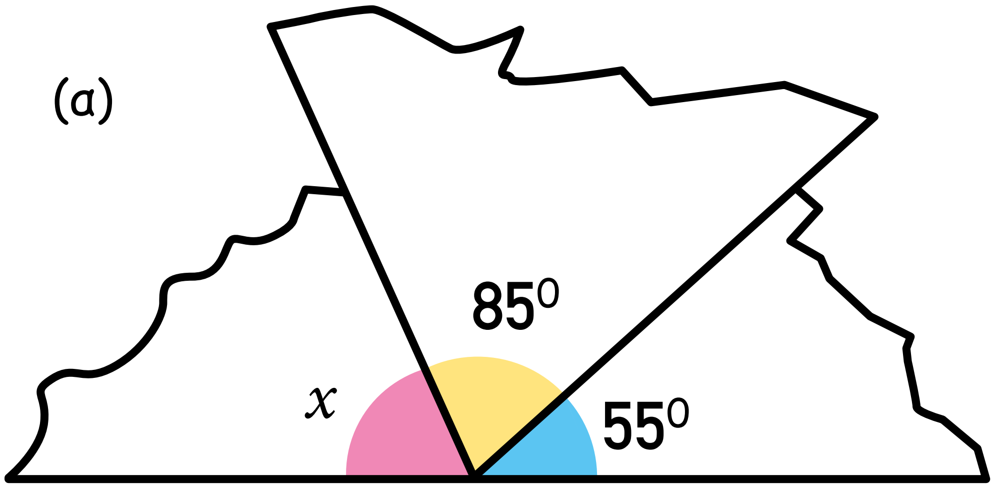
(ε)



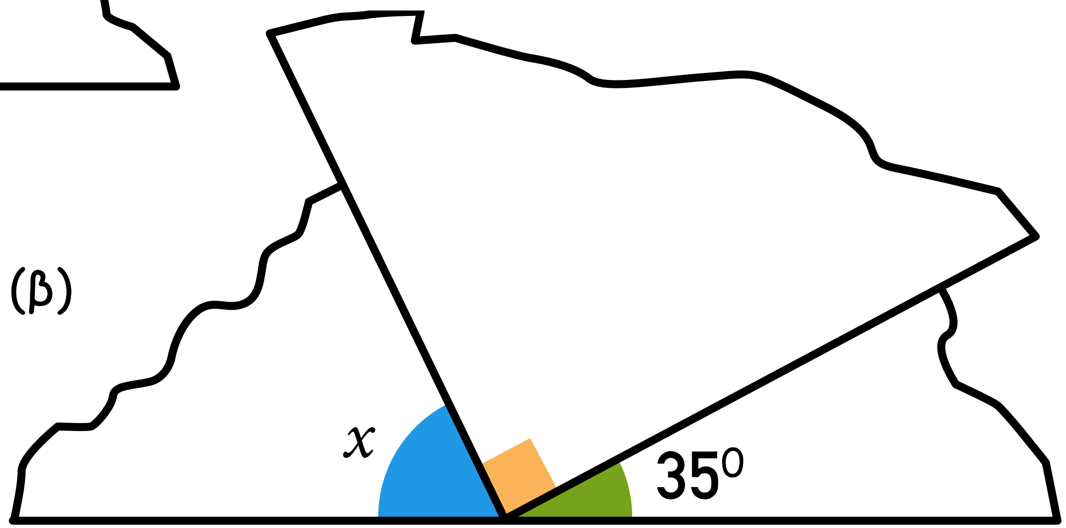
- [ ] Οξυγώνιο
- [ ] Ορθογώνιο
- [ ] Αμβλυγώνιο

2. Οι γωνίες ενός τριγώνου έχουν κοπεί και τοποθετηθεί η μία δίπλα στην άλλη. Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνίας $\hat{x}$ και να αναφέρετε το είδος του τριγώνου πριν κοπεί (οξυγώνιο, αμβλυγώνιο, ορθογώνιο).

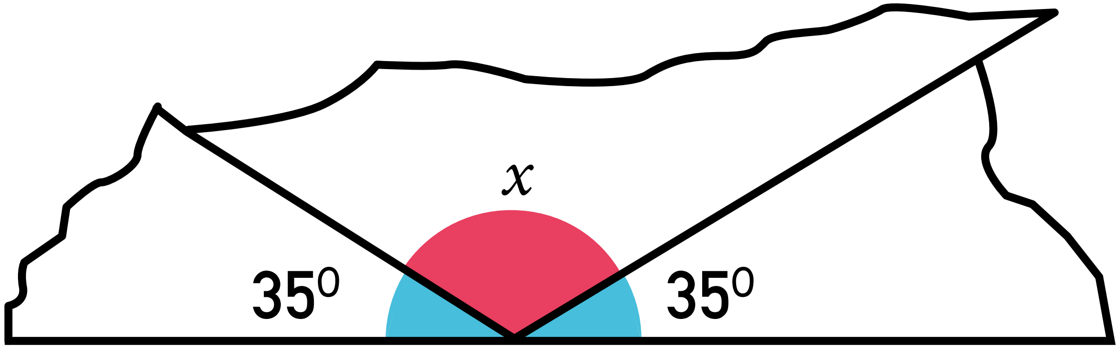
(α)



(β)

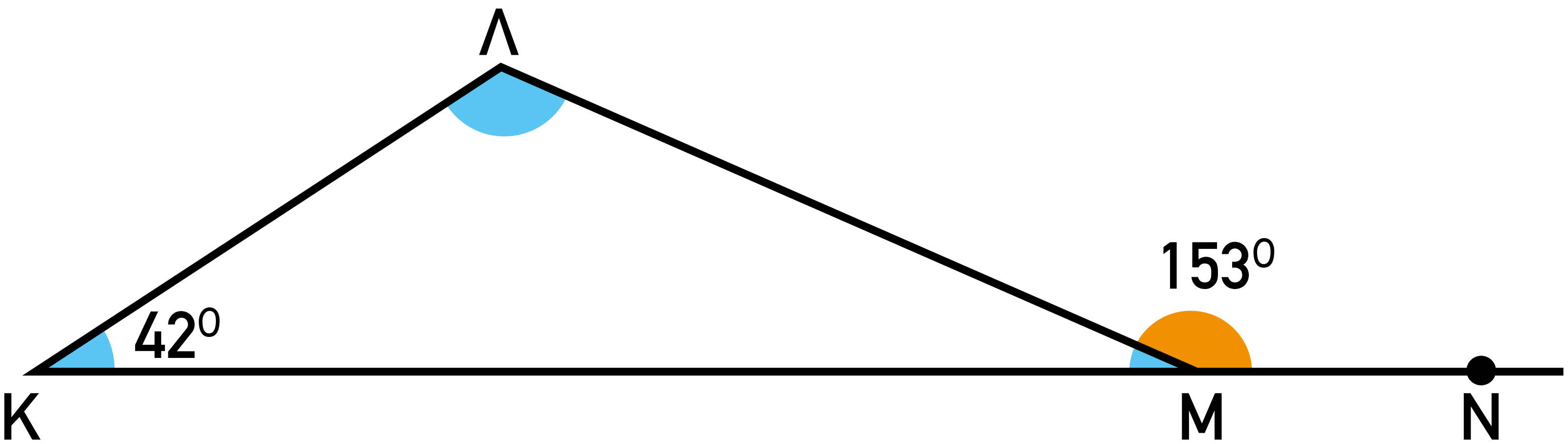


(γ)

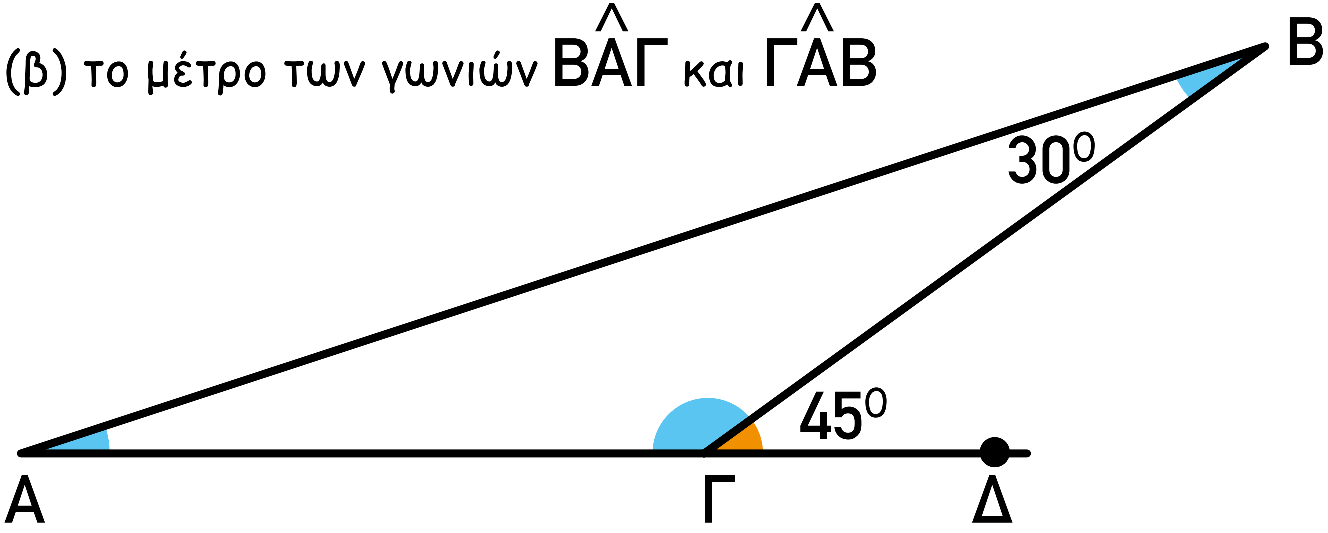


3. Να υπολογίσετε:

(α) το μέτρο των γωνιών $\hat{ΛMK}$ και $\hat{KΛM}$



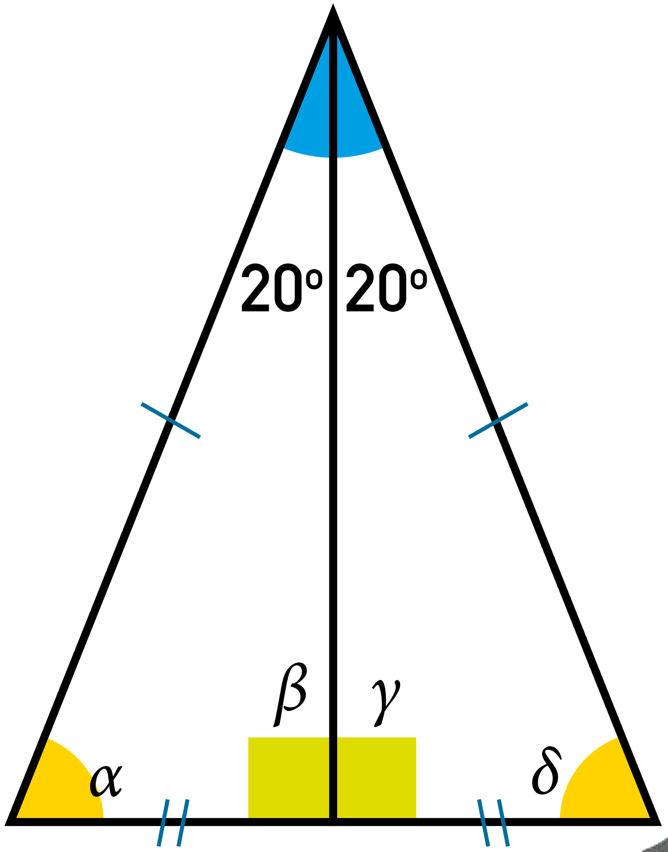
(β) το μέτρο των γωνιών $B\hat{A}\Gamma$ και $\Gamma\hat{A}B$



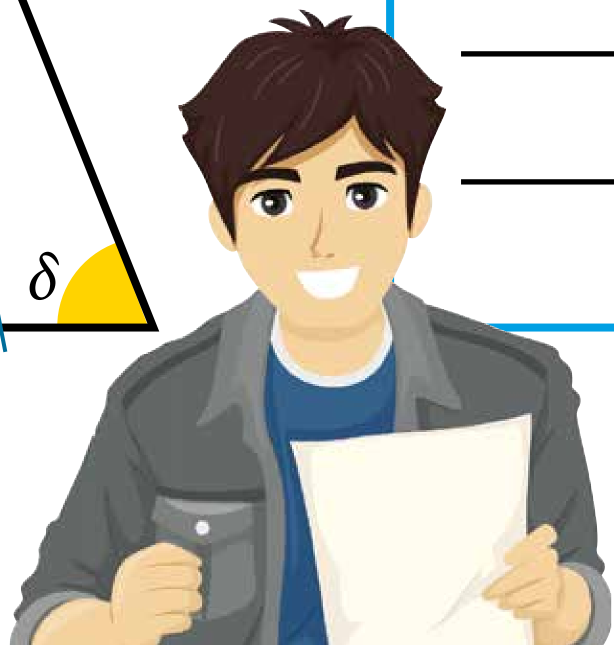
4. Να υπολογίσετε το μέτρο των γωνιών $\hat{\alpha}$ και $\hat{\gamma}$ του τριγώνου που περιγράφει η Αγγελική.

Η γωνία $\hat{\alpha}$ του τριγώνου είναι αμβλεία. Το μέτρο της γωνίας $\hat{\beta}$ είναι **56^0**. Το μέτρο της γωνίας $\hat{\alpha}$ είναι τριπλάσιο από το μέτρο της γωνίας $\hat{\gamma}$.

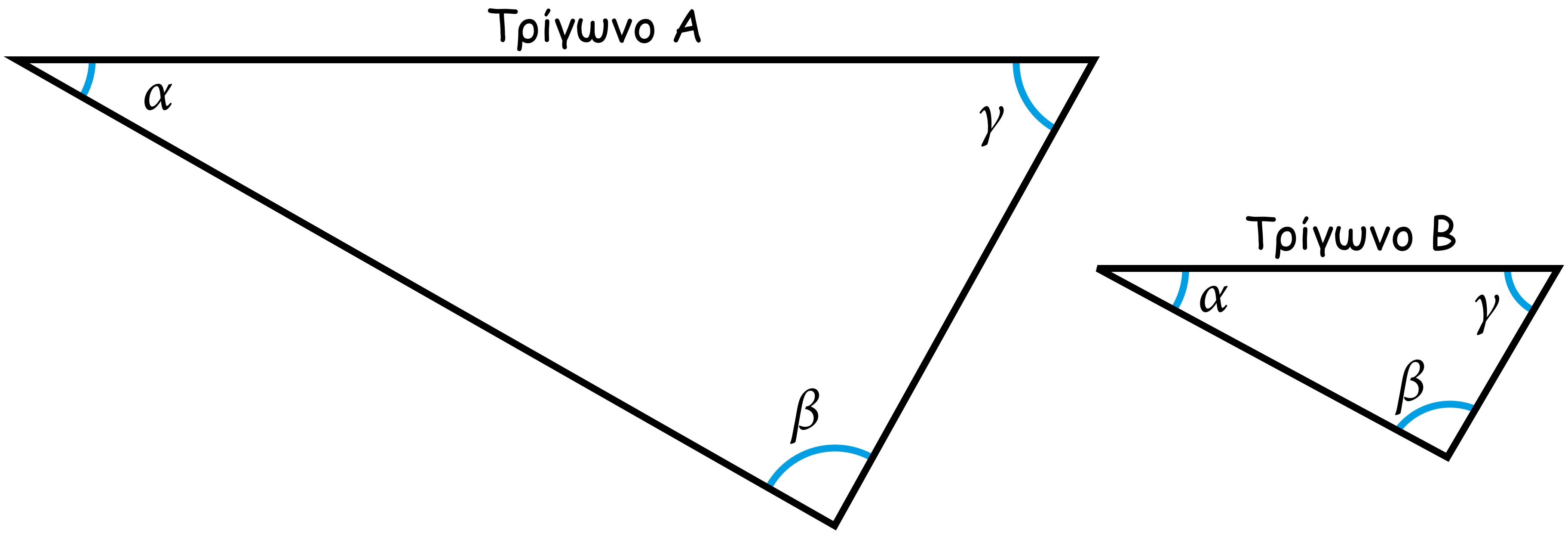
5. Ο Νικόλας έγραψε μία αλγεβρική παράσταση, για να εκφράσει σχέσεις μεταξύ των γωνιών στο πιο κάτω σχήμα. Να γράψετε τρεις δικές σας αλγεβρικές παραστάσεις, για να εκφράσετε άλλες σχέσεις μεταξύ των γωνιών του σχήματος.



$\hat{\alpha} + \hat{\beta} + 20^\circ = 180^\circ$



6. Το άθροισμα των γωνιών του τριγώνου Β είναι μικρότερο, μεγαλύτερο ή ίσο με το άθροισμα των γωνιών του τριγώνου Α; Να επεξηγήσετε.



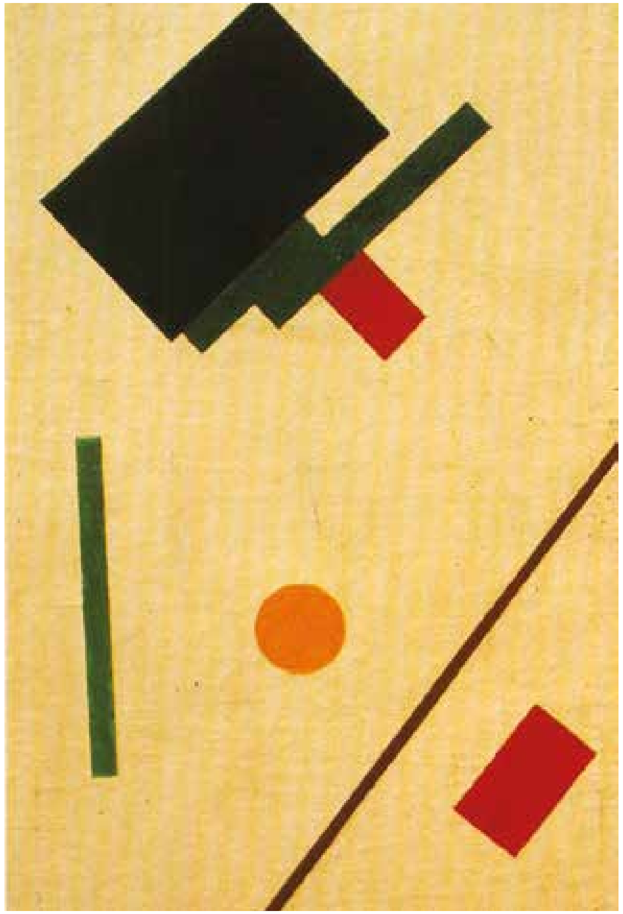
Μάθημα 5

Εξερεύνηση

Αρκετοί ζωγράφοι του 20ου αιώνα αξιοποίησαν βασικές γεωμετρικές έννοιες για την κατασκευή των έργων τους, όπως κάθετες και παράλληλες γραμμές, καμπύλες γραμμές, πολύγωνα και κύκλους.

Να αναγνωρίσετε τα πολύγωνα που χρησιμοποίησαν οι ζωγράφοι στους πιο κάτω πίνακες και να τα περιγράψετε, χρησιμοποιώντας κατάλληλη ορολογία.

Σε λευκό II, Wasily Kadinsky (1913)



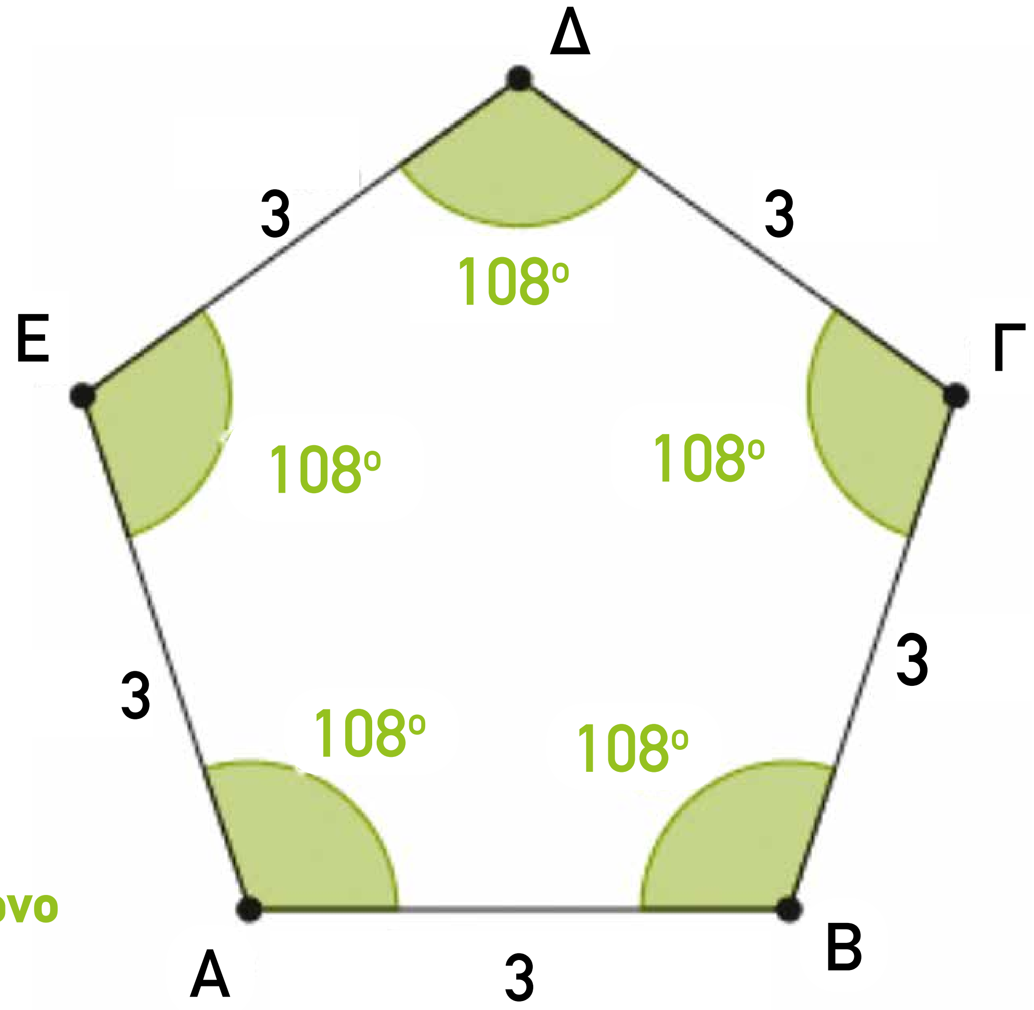
Εξπρεσιονισμός, Kazimir Malevich (1915-16)

Κιθάρα σε καρέκλα, Juan Gris (1913)

(α) Πιο κάτω παρουσιάζονται ένα **κανονικό πεντάγωνο** και ένα **μη κανονικό πεντάγωνο**. *

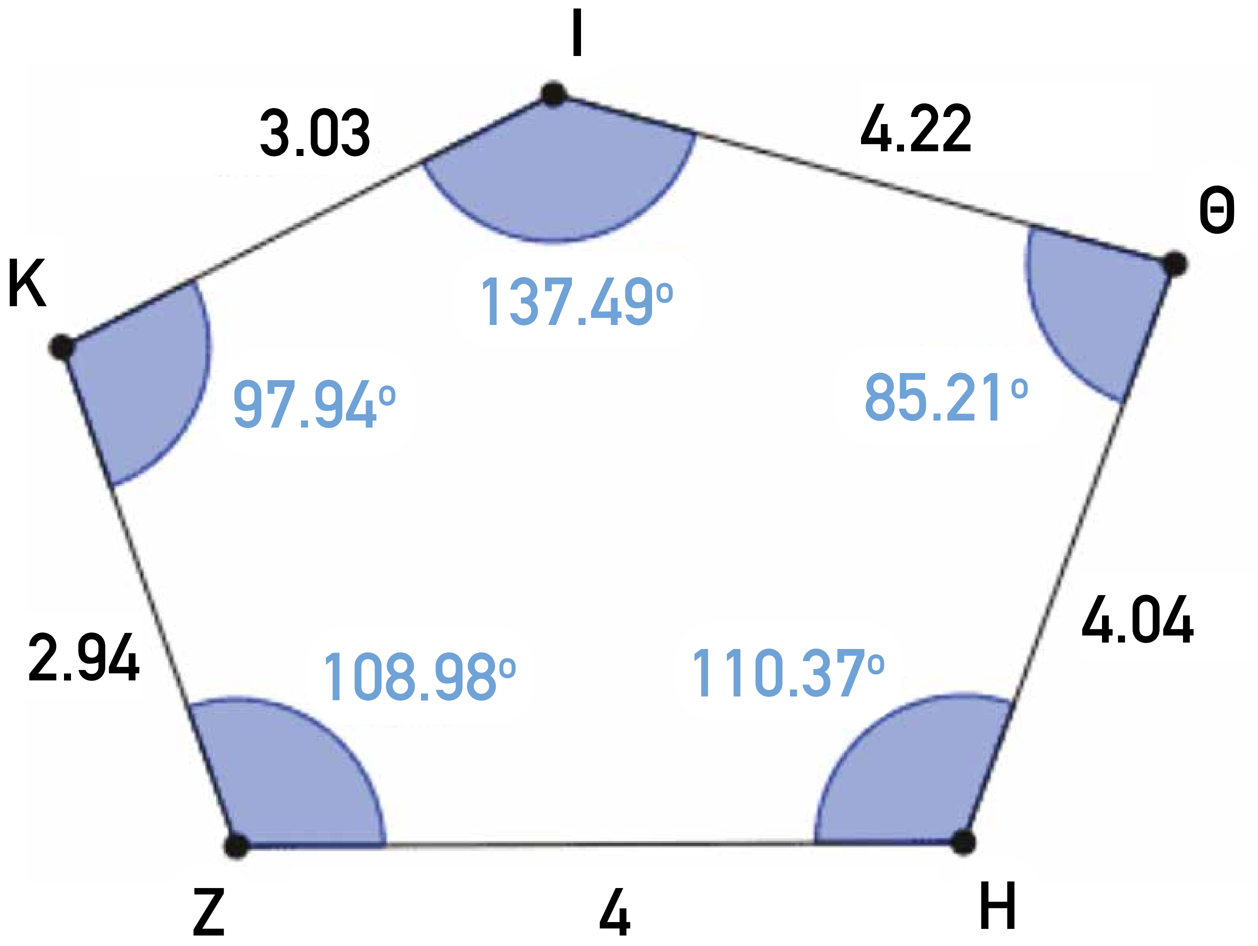
(i) Να σύρετε τις κορυφές Α ή Β του κανονικού πενταγώνου.
Τι παρατηρείτε;

(ii) Να σύρετε τις κορυφές του μη κανονικού πενταγώνου.
Τι παρατηρείτε;

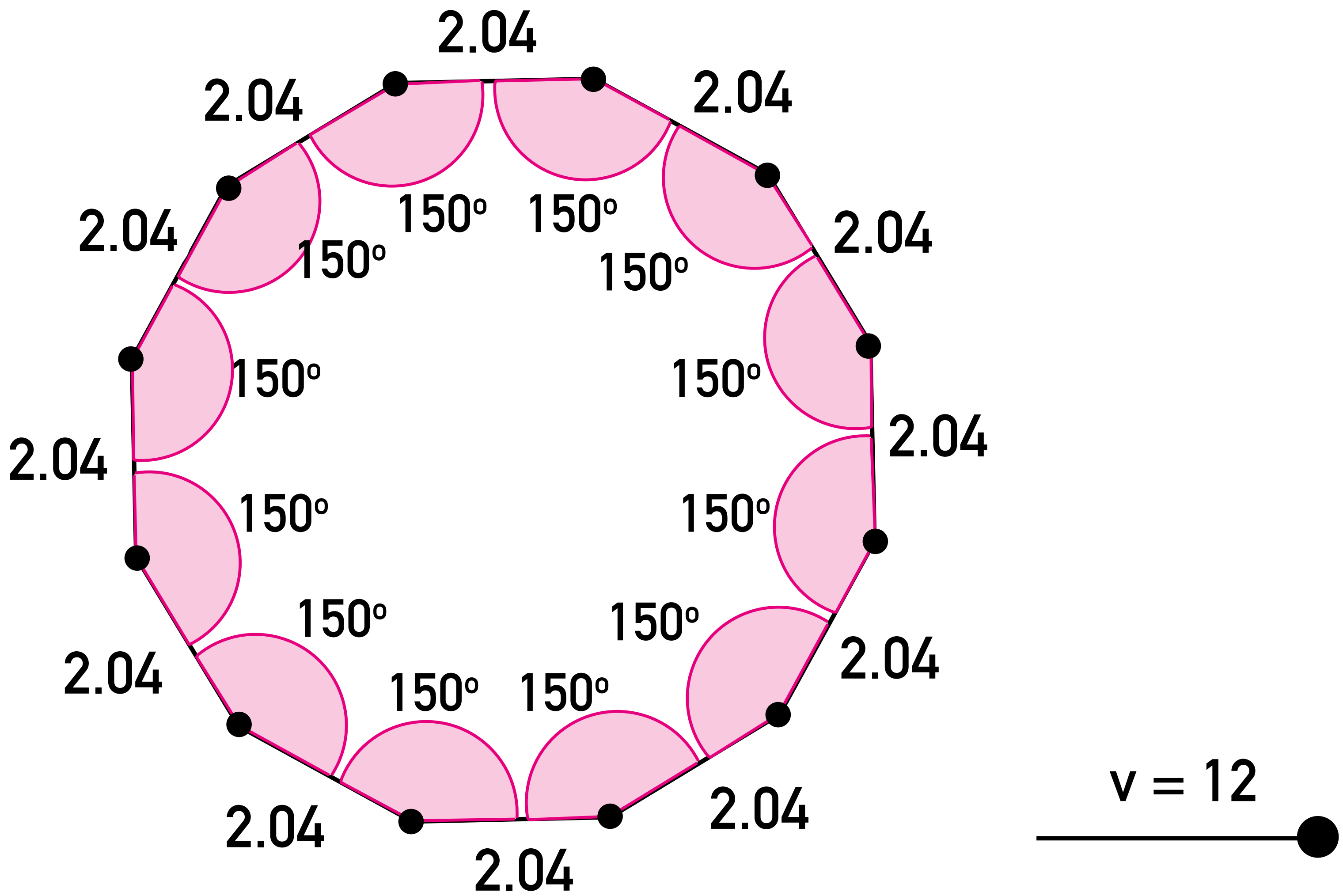


Κανονικό πεντάγωνο

Μη κανονικό πεντάγωνο



(β) Πιο κάτω παρουσιάζεται ένα κανονικό πολύγωνο. Να μεταβάλετε το πλήθος των πλευρών του, χρησιμοποιώντας τον δρομέα. Τι παρατηρείτε;



(γ) Με βάση τις παρατηρήσεις σας στο ερώτημα (β), να περιγράψετε τα κανονικά πολύγωνα.

___

___

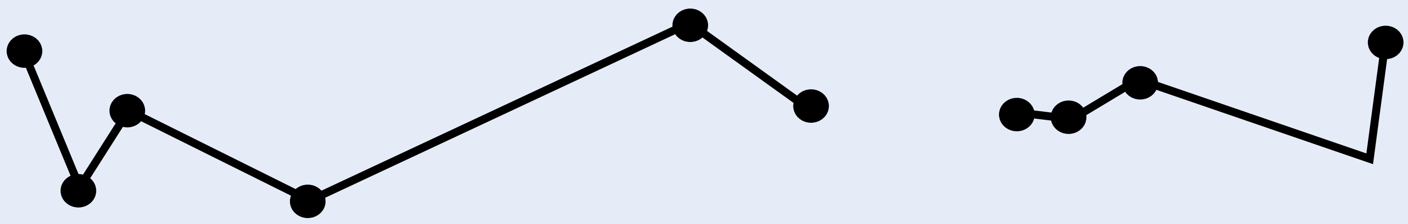
___

* Οι μετρήσεις στα πιο πάνω σχήματα παρουσιάζονται κατά προσέγγιση δύο δεκαδικών ψηφίων.

Νέες Έννοιες

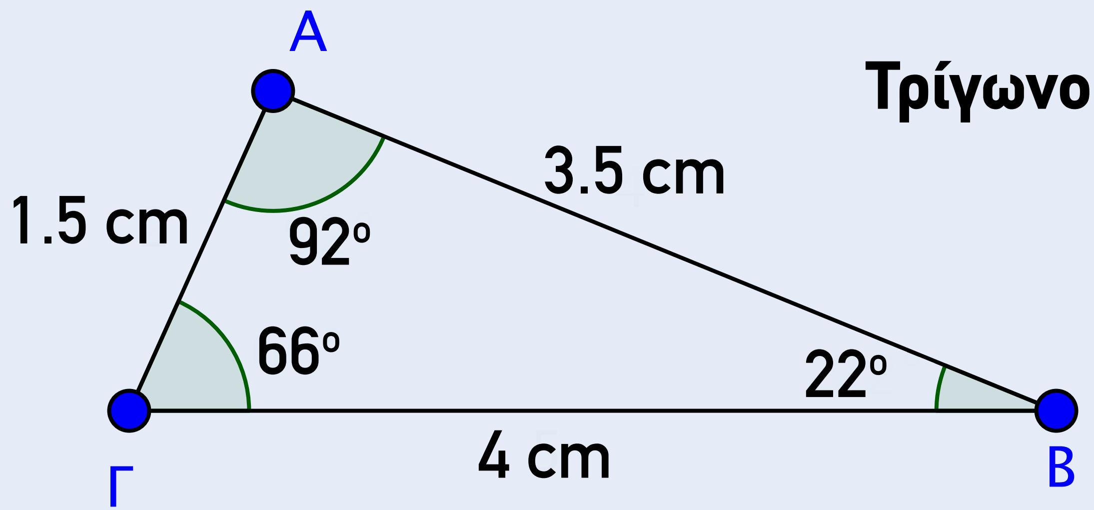
- **Τεθλασμένη γραμμή**

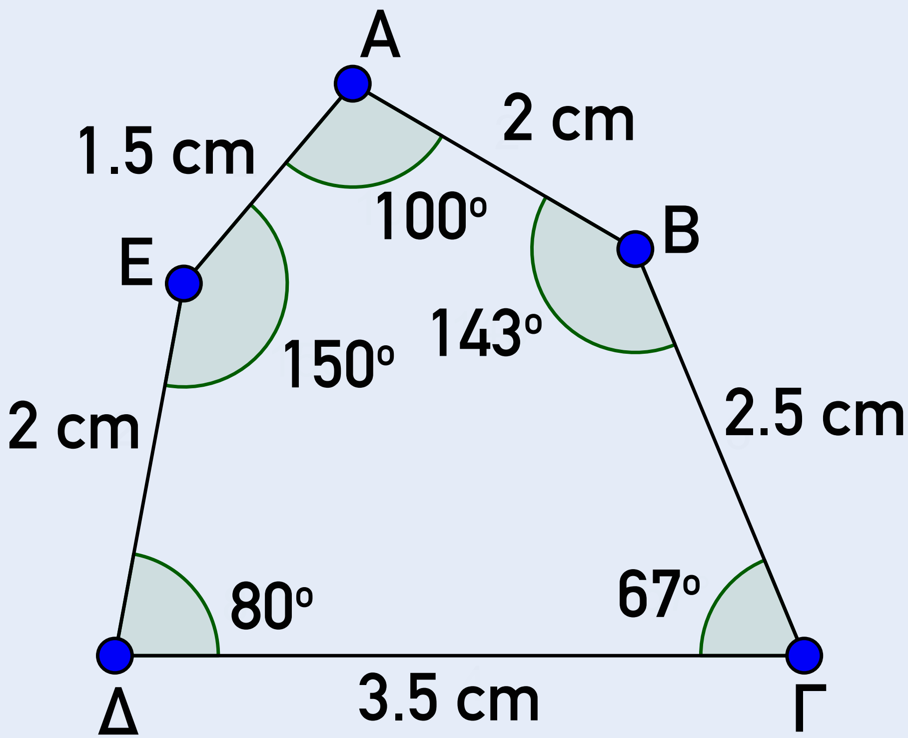
Παραδείγματα:



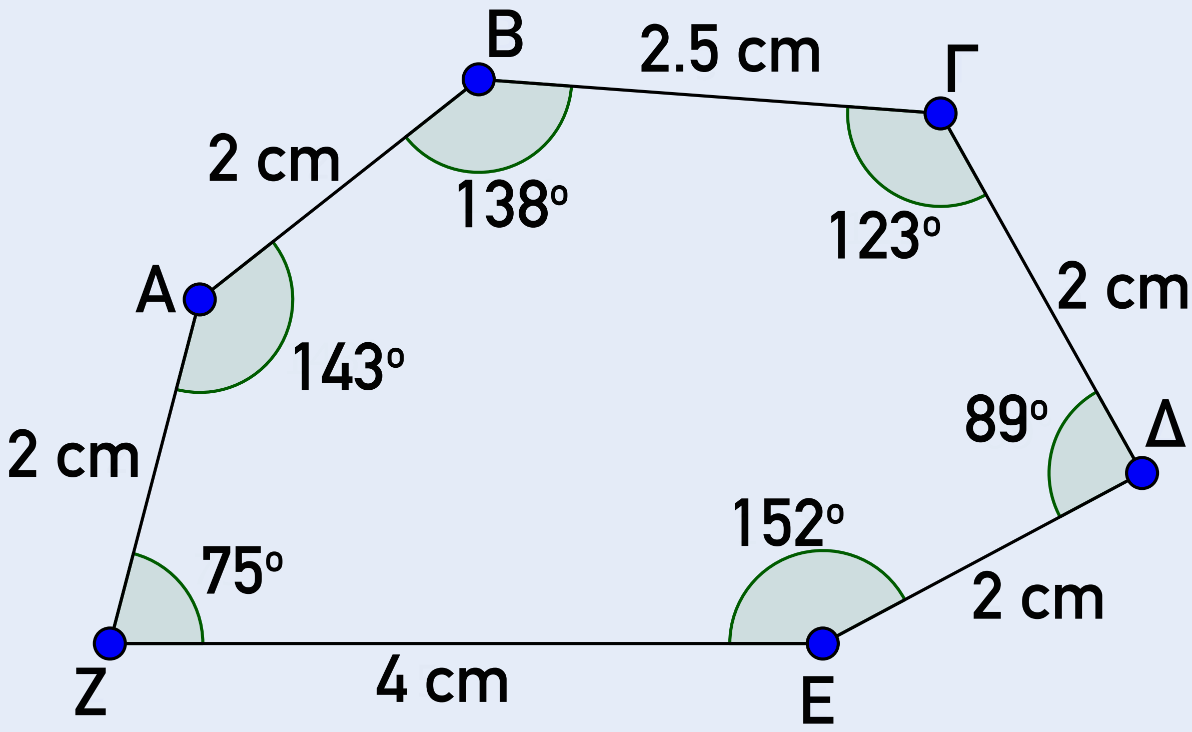
- **Το πολύγωνο** είναι μια κλειστή τεθλασμένη γραμμή. Η ονομασία ενός πολυγώνου προκύπτει από τον αριθμό των γωνιών του.

Παραδείγματα:





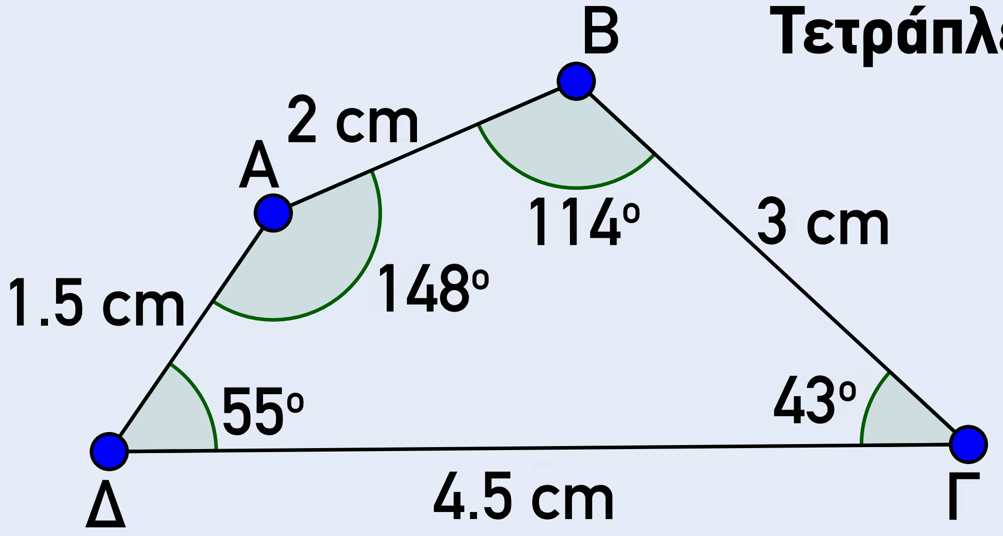
Πεντάγωνο



Εξάγωνο

- Εξαίρεση αποτελεί το πολύγωνο με 4 γωνίες που ονομάζεται **τετράπλευρο**.

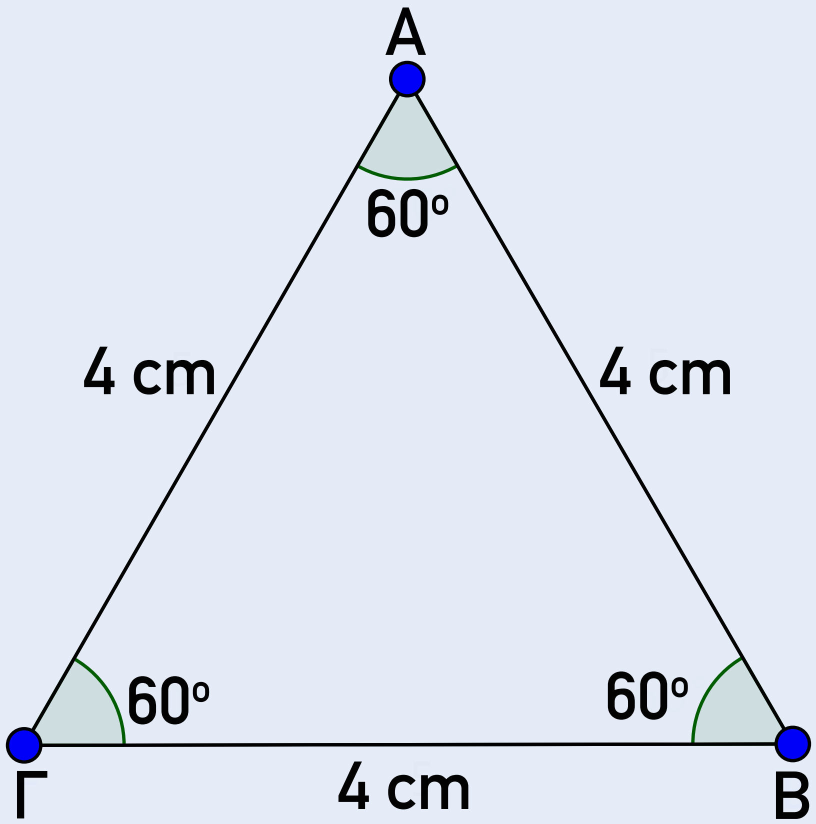
Τετράπλευρο

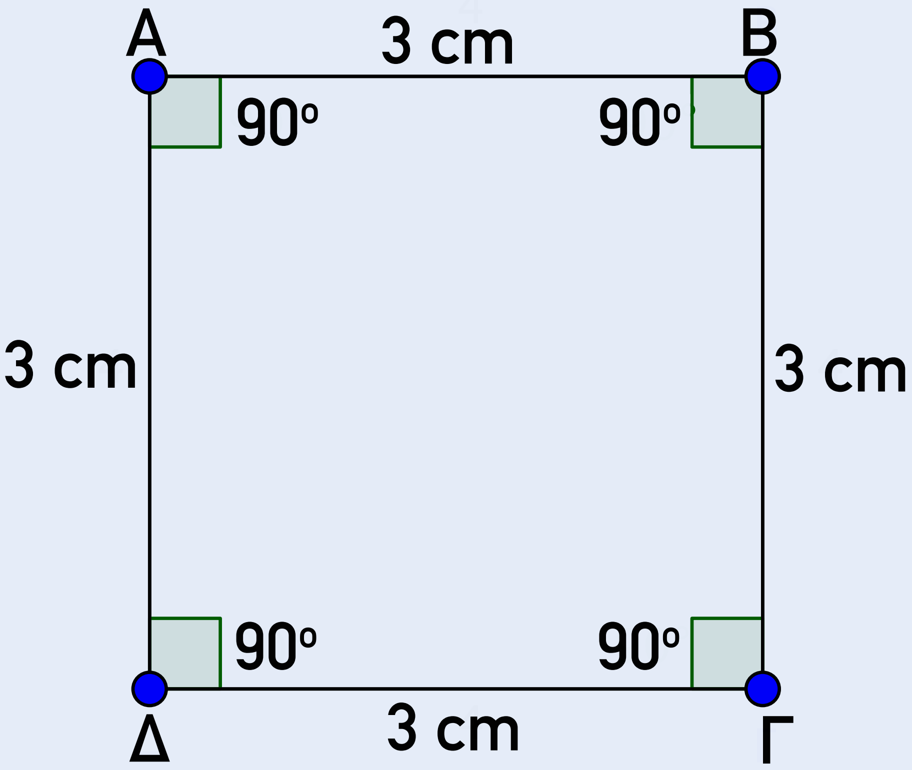


- Στο **κανονικό πολύγωνο**, όλες οι πλευρές και όλες οι γωνίες είναι μεταξύ τους ίσες.

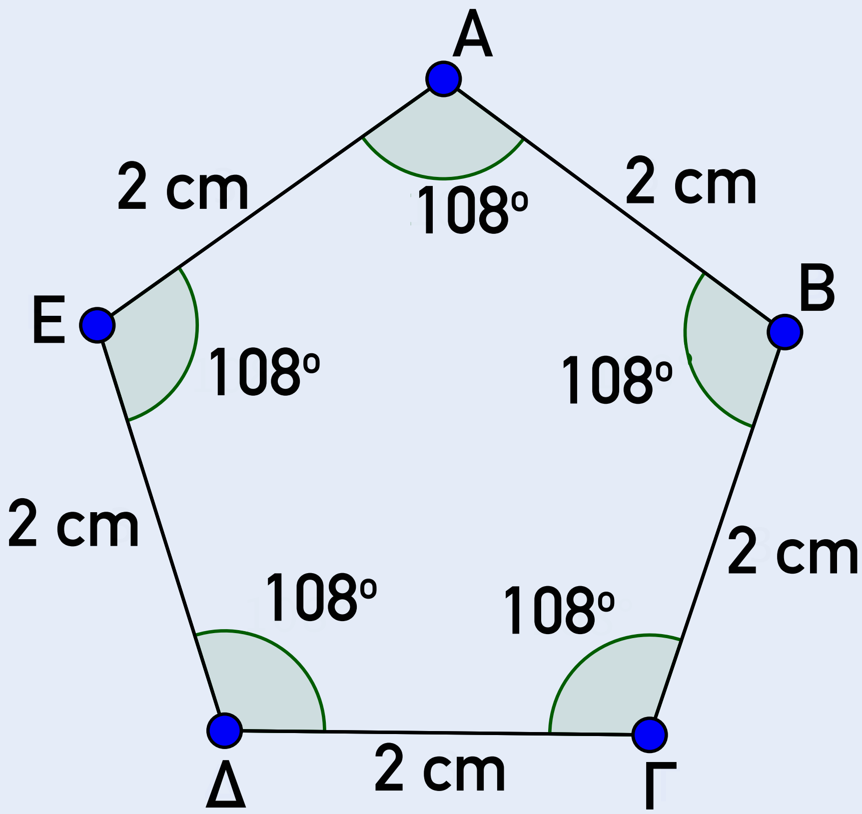
Παραδείγματα:

Ισόπλευρο τρίγωνο





Τετράγωνο

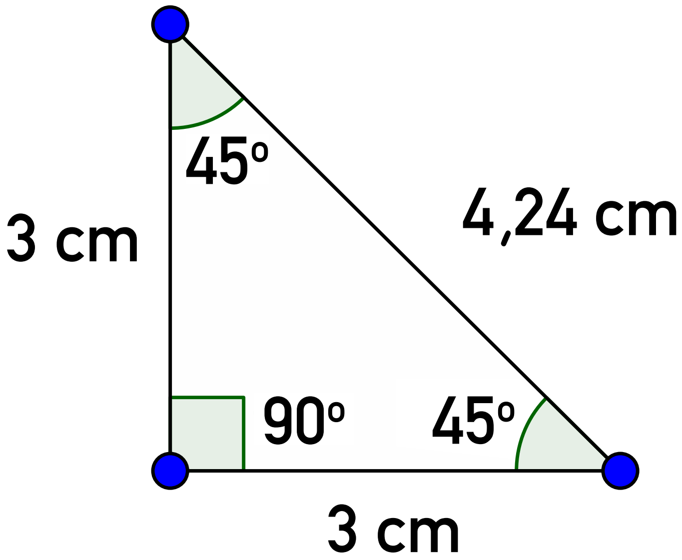


Κανονικό πεντάγωνο

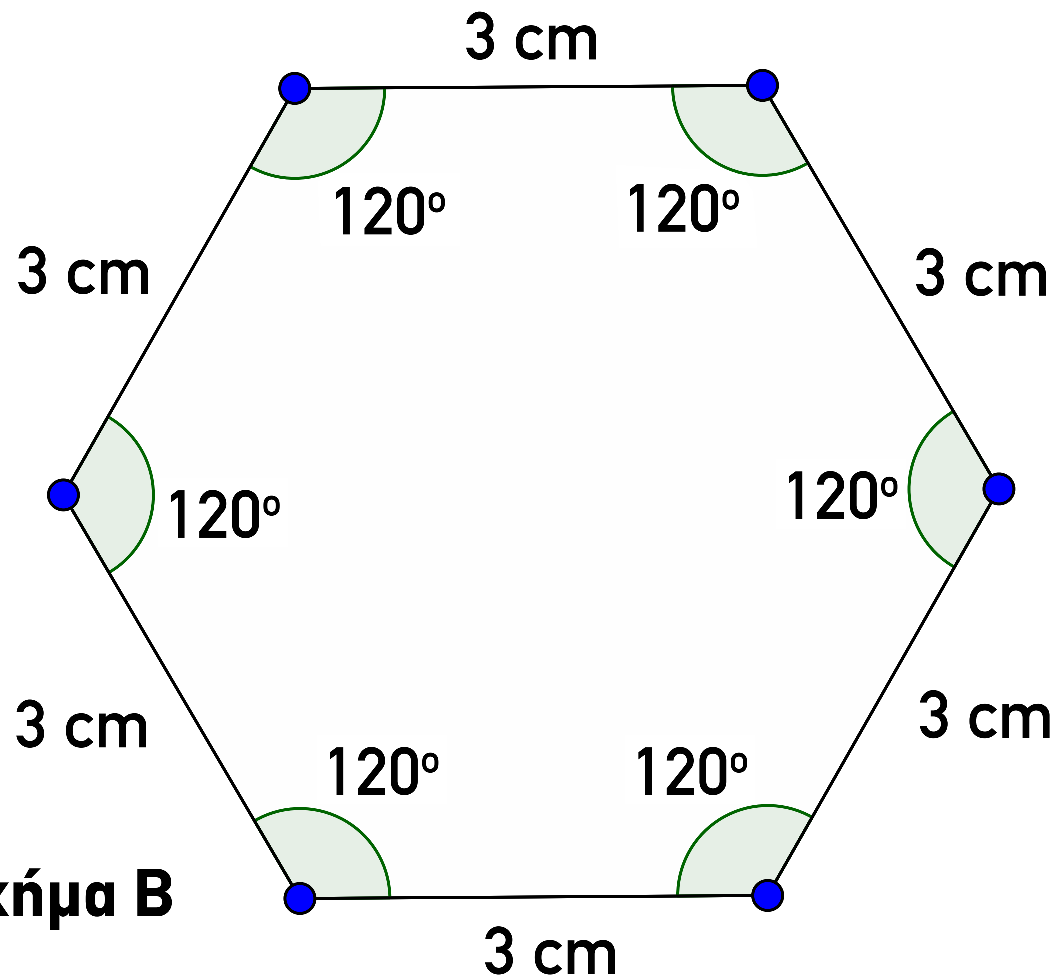
Σημείωση:
Οι μετρήσεις στα πιο πάνω σχήματα παρουσιάζονται κατά προσέγγιση ενός δεκαδικού ψηφίου.

Παραδείγματα

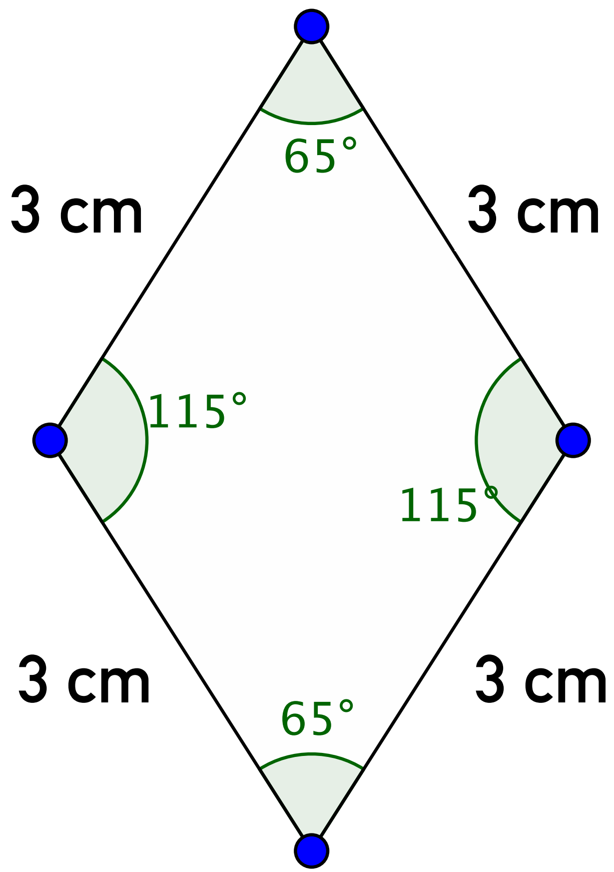
1. Ποια από τα πιο κάτω σχήματα είναι κανονικά πολύγωνα; Να επεξηγήσετε. *



Σχήμα Α



Σχήμα Β



Σχήμα Γ

Λύση:

Σχήμα Α (ορθογώνιο τρίγωνο):
Οι τρεις πλευρές του και οι τρεις γωνίες του δεν είναι μεταξύ τους ίσες. Άρα, το Σχήμα Α δεν είναι κανονικό πολύγωνο.

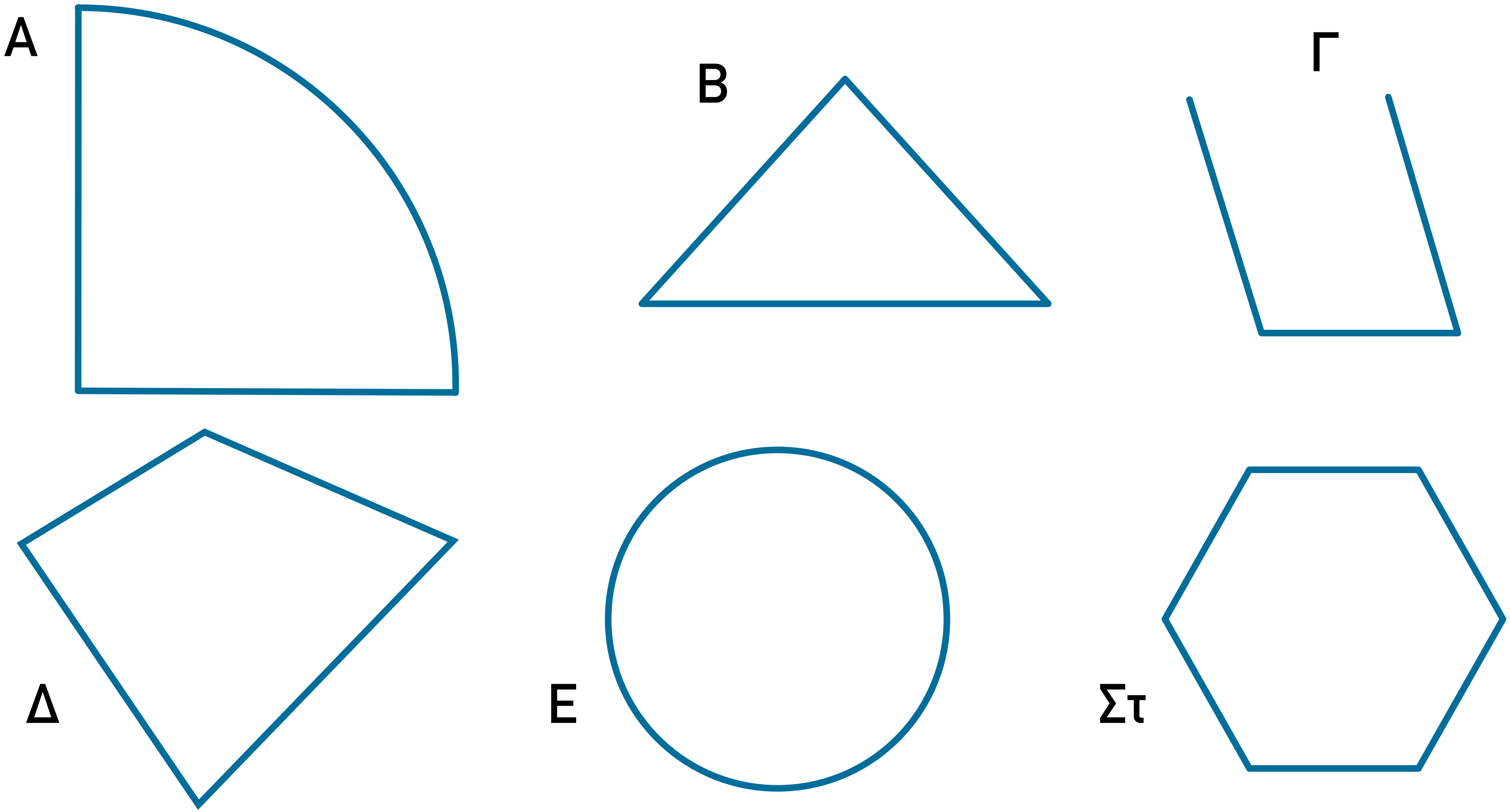
Σχήμα Β (εξάγωνο):
Όλες οι πλευρές και όλες οι γωνίες είναι μεταξύ τους ίσες. Άρα, το Σχήμα Β είναι κανονικό πολύγωνο.

Σχήμα Γ (ρόμβος):
Όλες οι πλευρές είναι μεταξύ τους ίσες, αλλά οι γωνίες δεν είναι όλες μεταξύ τους ίσες. Άρα, το Σχήμα Γ δεν είναι κανονικό πολύγωνο.

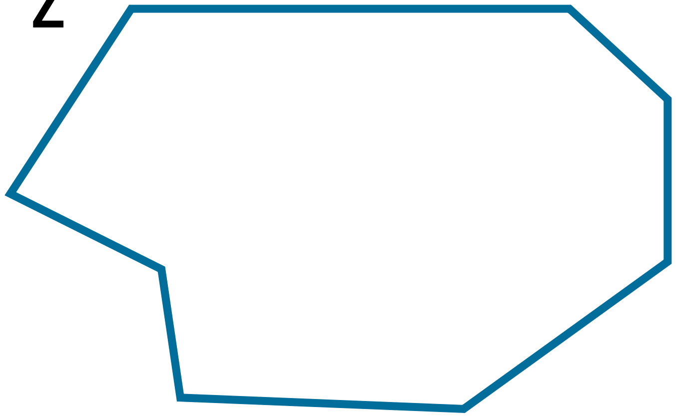
* Οι μετρήσεις στα σχήματα παρουσιάζονται κατά προσέγγιση δύο δεκαδικών ψηφίων.

Δραστηριότητες

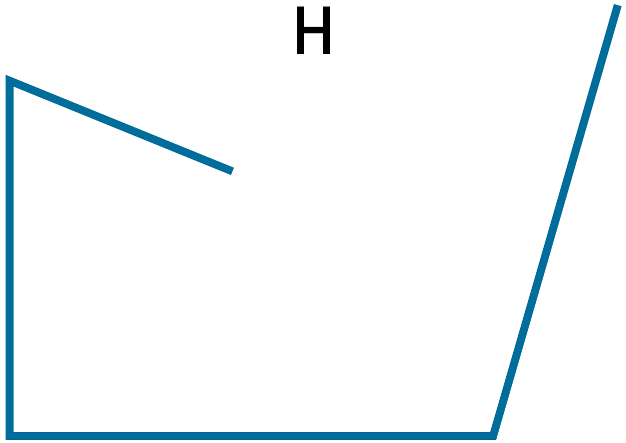
1. Να βάλετε σε κύκλο τα σχήματα που είναι πολύγωνα.



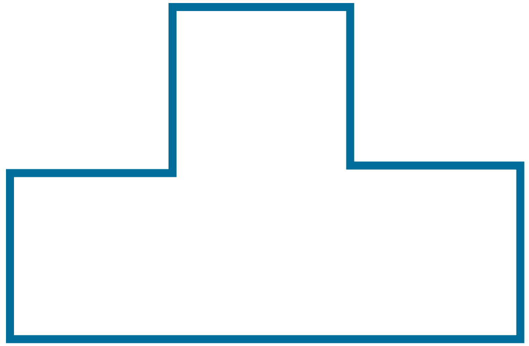
Ζ



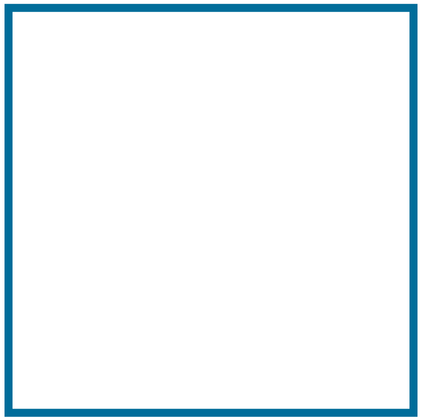
Η



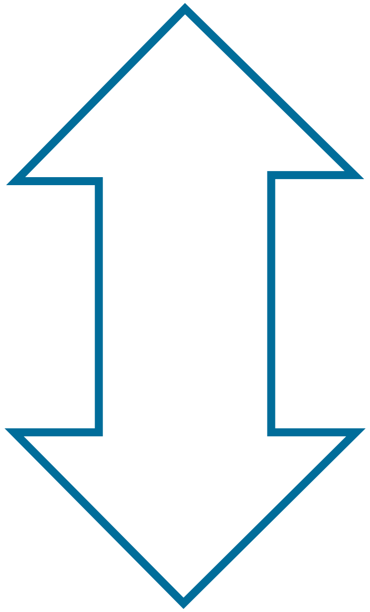
Θ



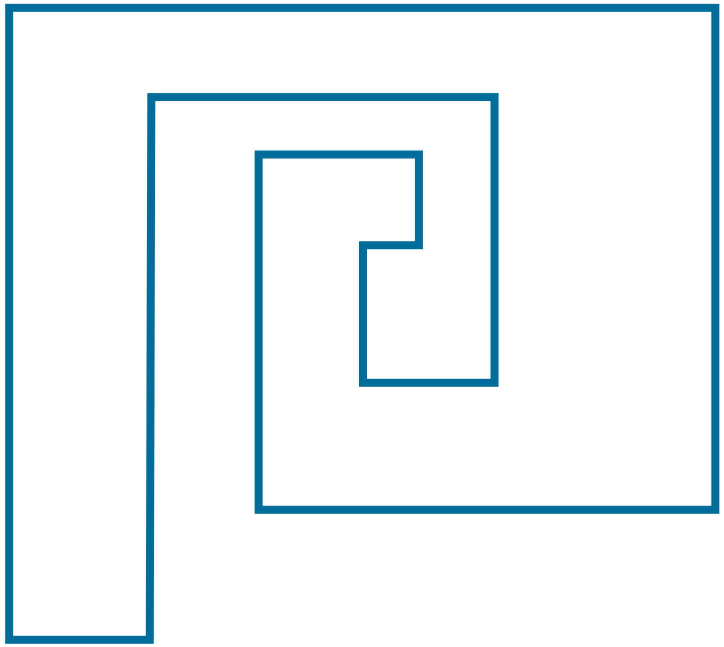
Ι



Κ

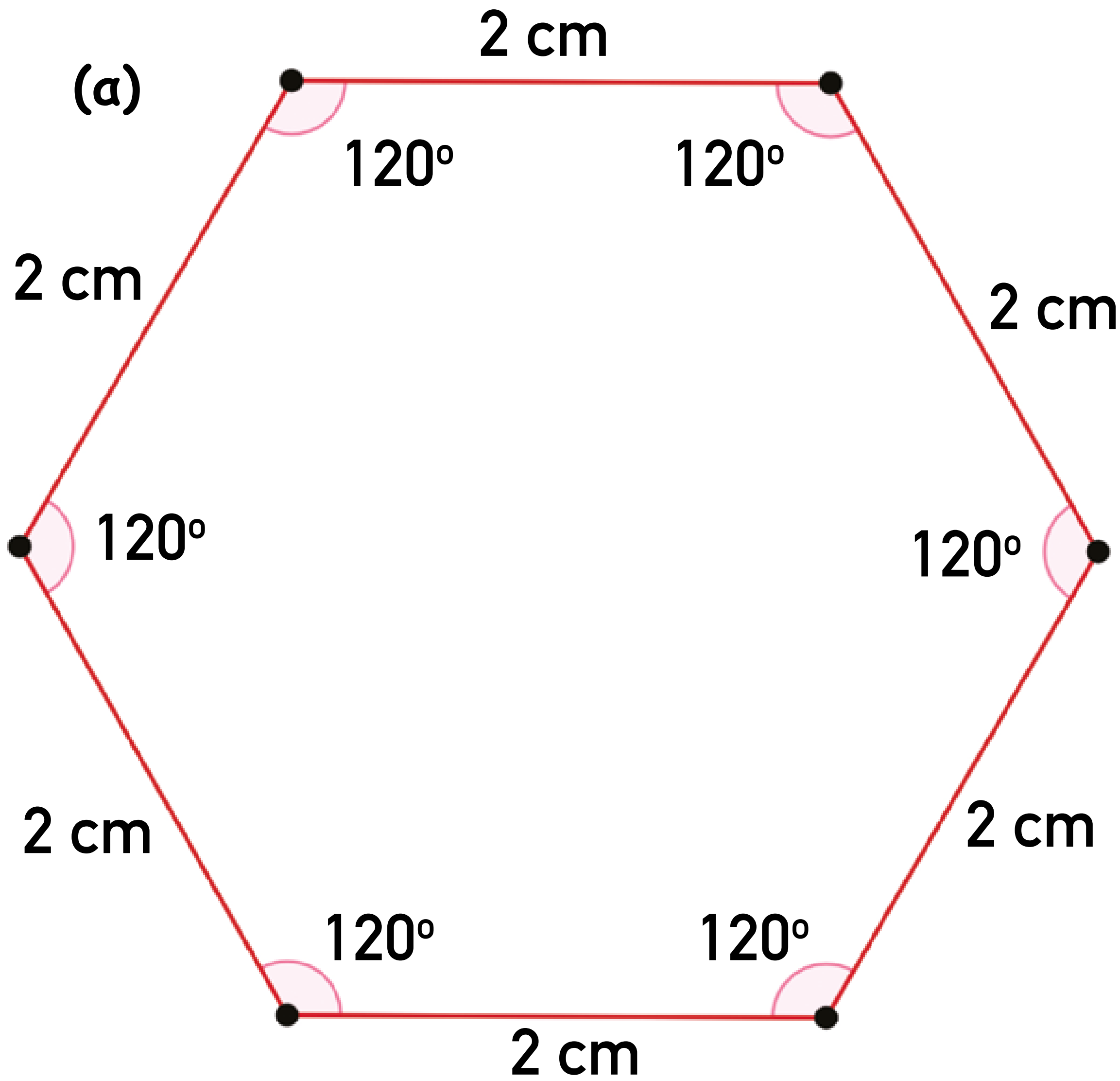


Λ

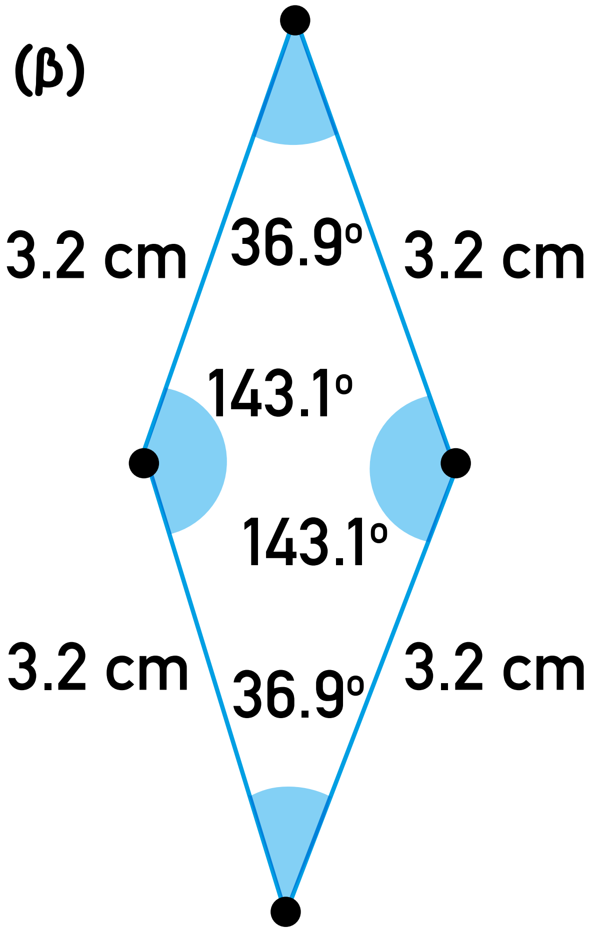


2. Ποια από τα πιο κάτω σχήματα είναι κανονικά πολύγωνα; Να επεξηγήσετε.

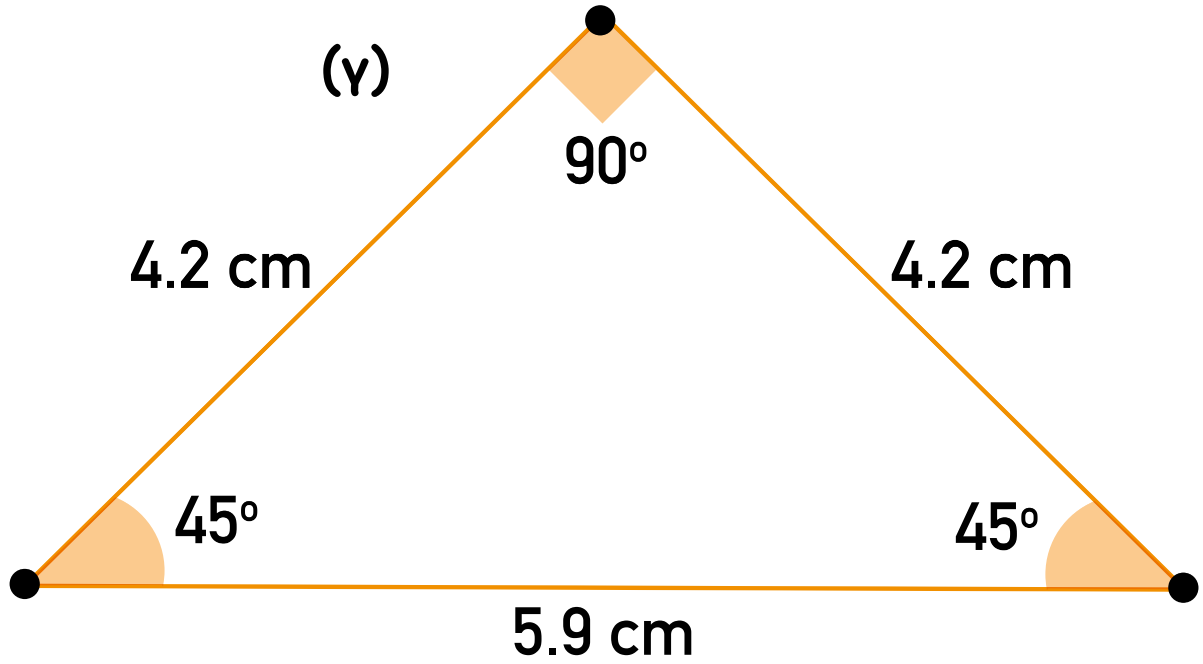
(α)



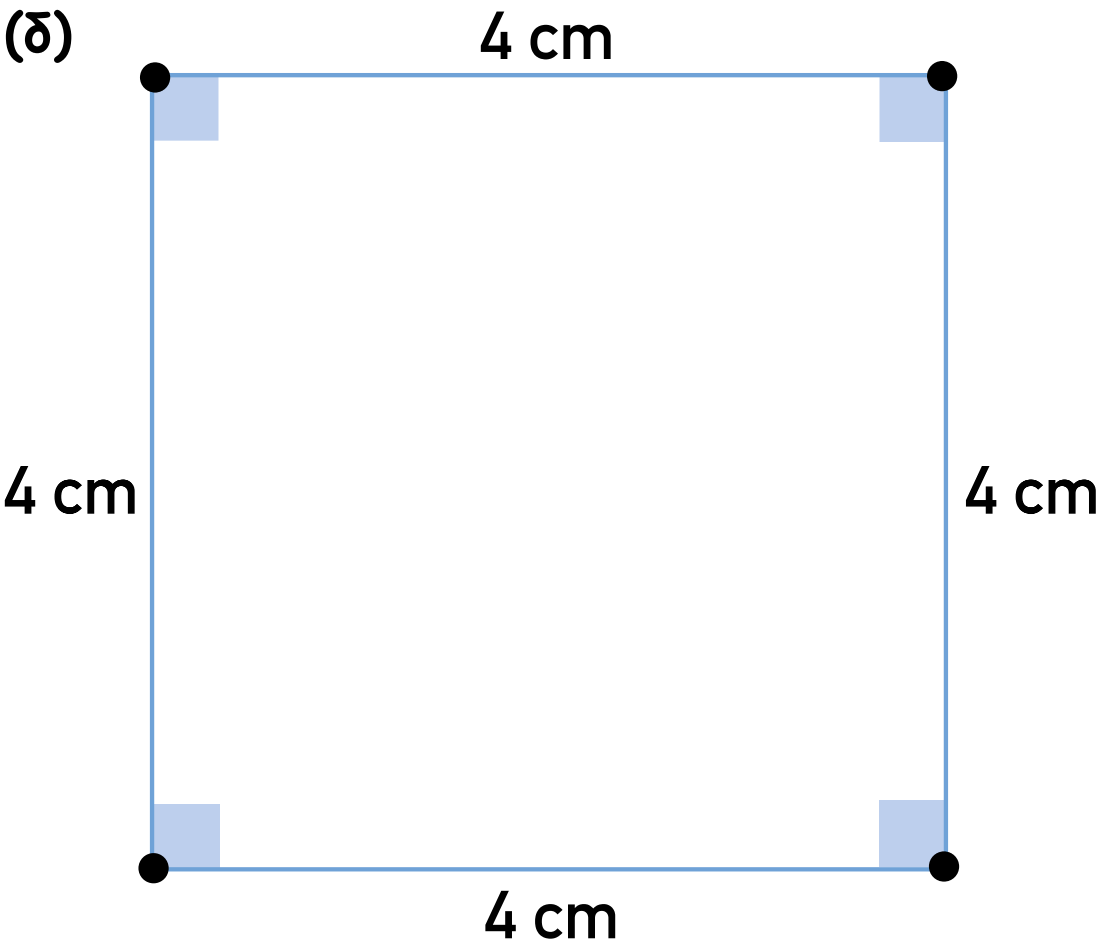
(β)

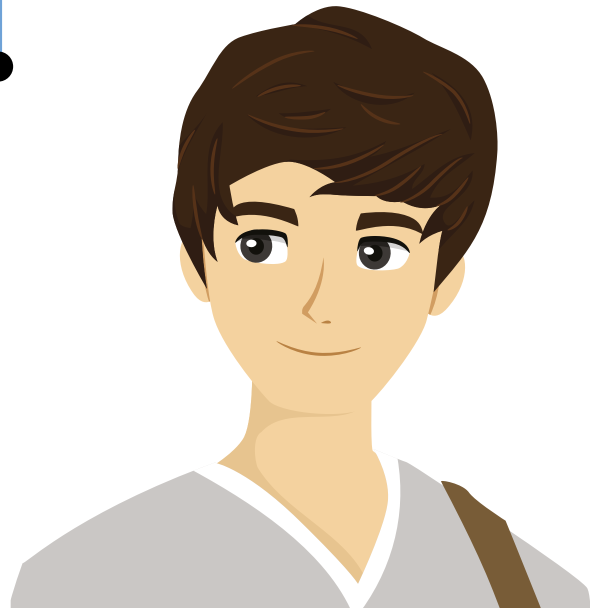


(γ)

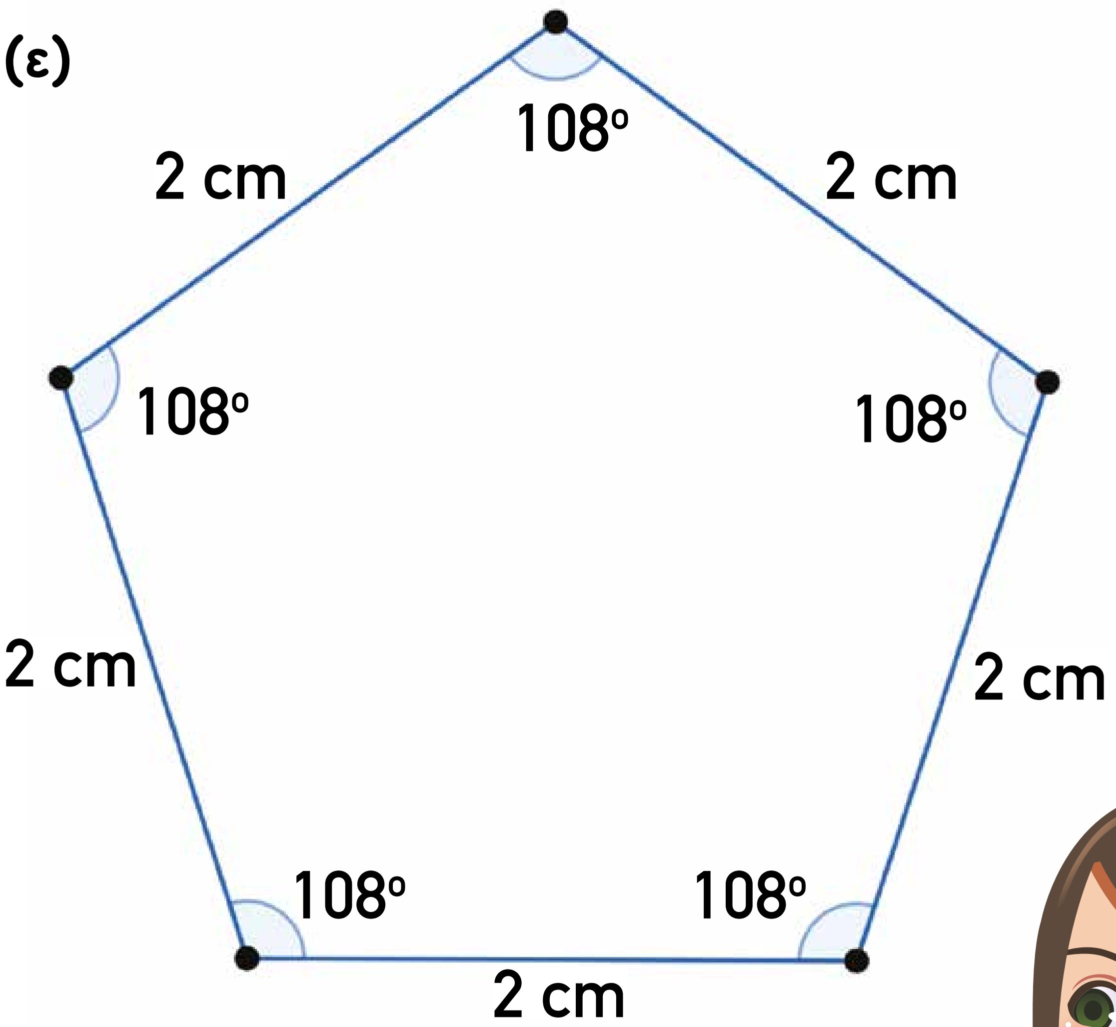


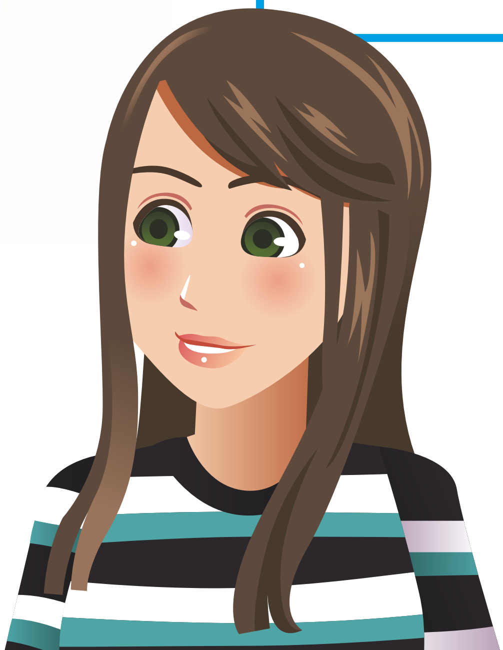
(δ)



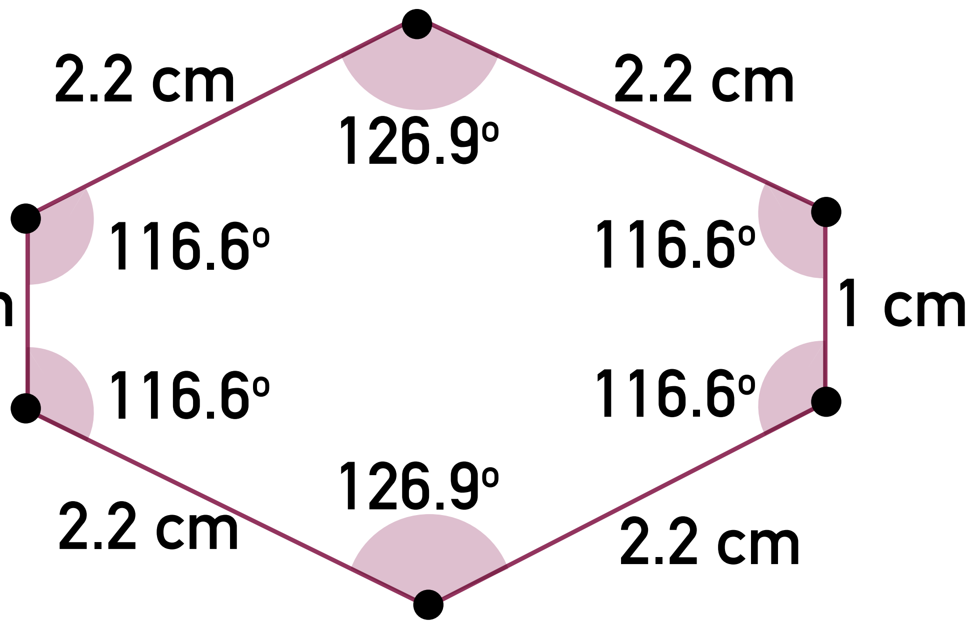


(ε)





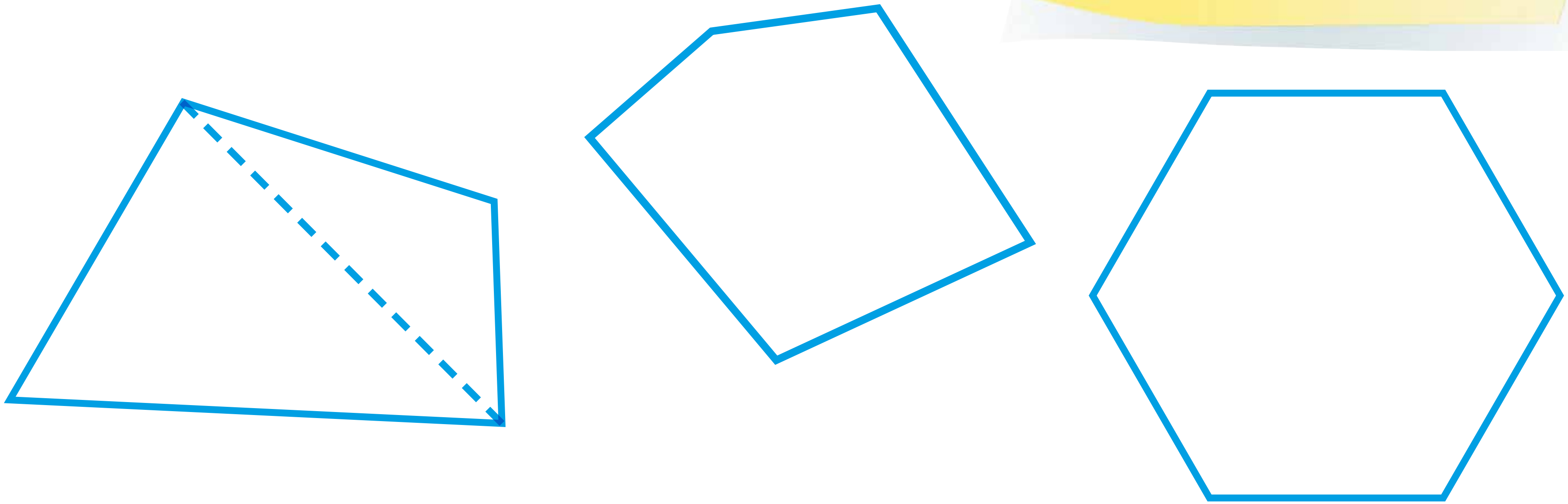
(στ)

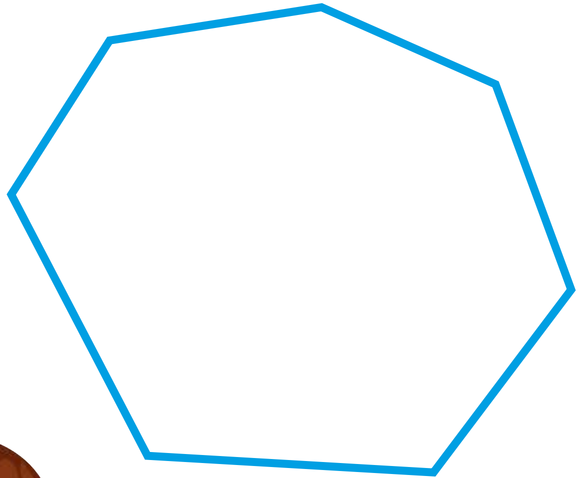


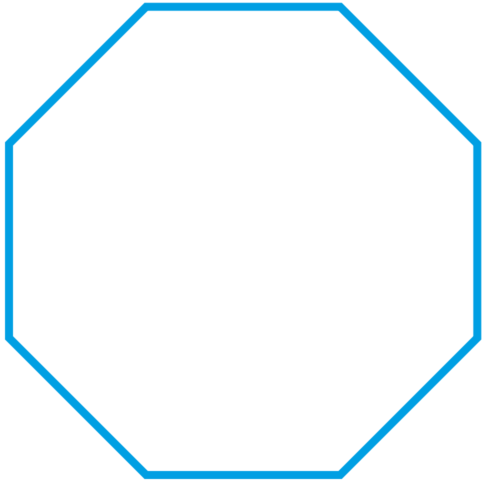
Διερεύνηση

(α) Να χωρίσετε το κάθε πολύγωνο σε τρίγωνα που δεν επικαλύπτουν το ένα το άλλο, φέρνοντας όλες τις διαγωνίους από μια κορυφή του σχήματος προς τις άλλες κορυφές.

Διαγώνιος ονομάζεται το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει δύο μη διαδοχικές κορυφές ενός πολυγώνου.







(β) Να συμπληρώσετε τον πίνακα.

Πολύγωνο	Αριθμός πλευρών πολυγώνου	Αριθμός τριγώνων που διαχωρίζεται το πολύγωνο	Άθροισμα γωνιών πολυγώνου
Τετράπλευρο	4	2	$2 \cdot 180^0 = 360^0$
Πεντάγωνο			
Εξάγωνο			
Επτάγωνο			
Οκτάγωνο			
Δεκάγωνο			
ν-γωνο			

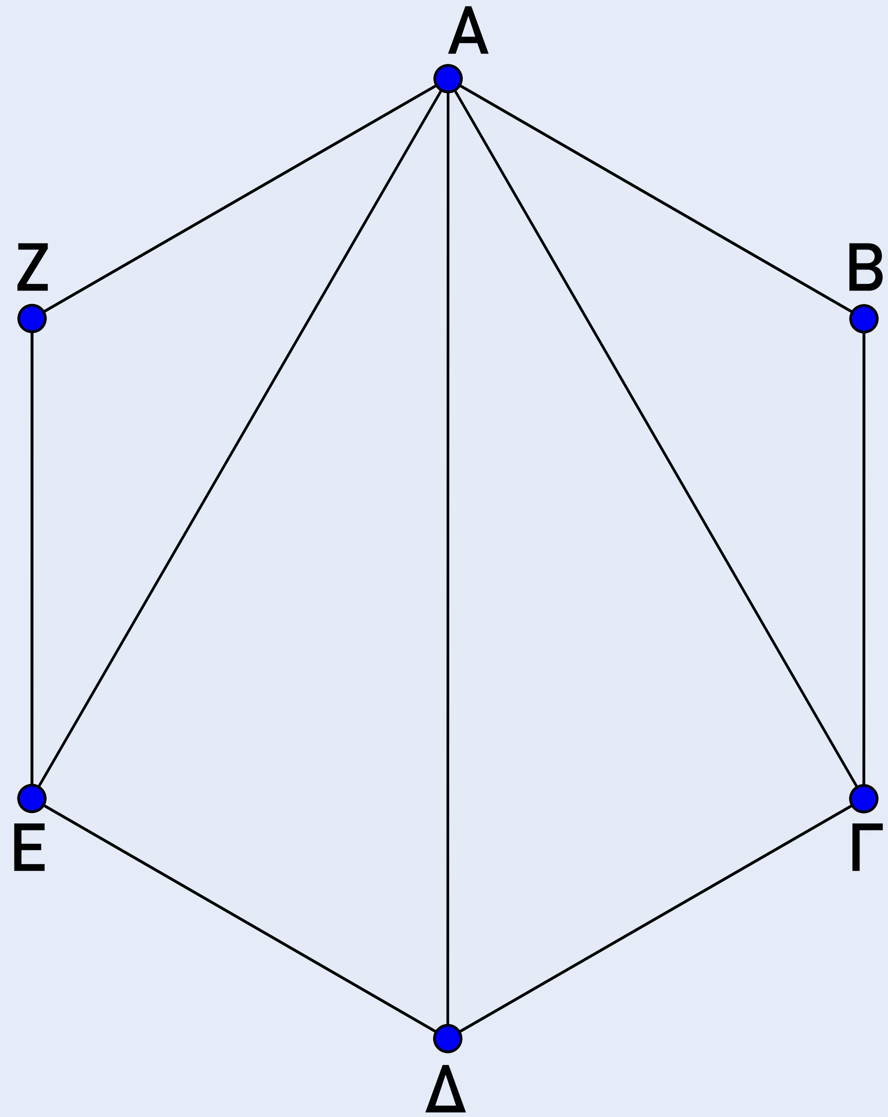
(γ) Να συγκρίνετε τον αριθμό των πλευρών ενός πολυγώνου με τον αριθμό των τριγώνων που διαχωρίζεται το πολύγωνο. Τι παρατηρείτε;

(δ) Πώς μπορείτε να υπολογίσετε το άθροισμα των γωνιών ενός πολυγώνου; Να γράψετε έναν γενικό κανόνα.

Νέες Έννοιες

- **Διαγώνιος** ονομάζεται το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει δύο μη διαδοχικές κορυφές ενός πολυγώνου.

Παράδειγμα:



Από την κορυφή **Α**, μπορούμε να φέρουμε τις διαγωνίους **ΑΓ**, **ΑΔ** και **ΑΕ**.

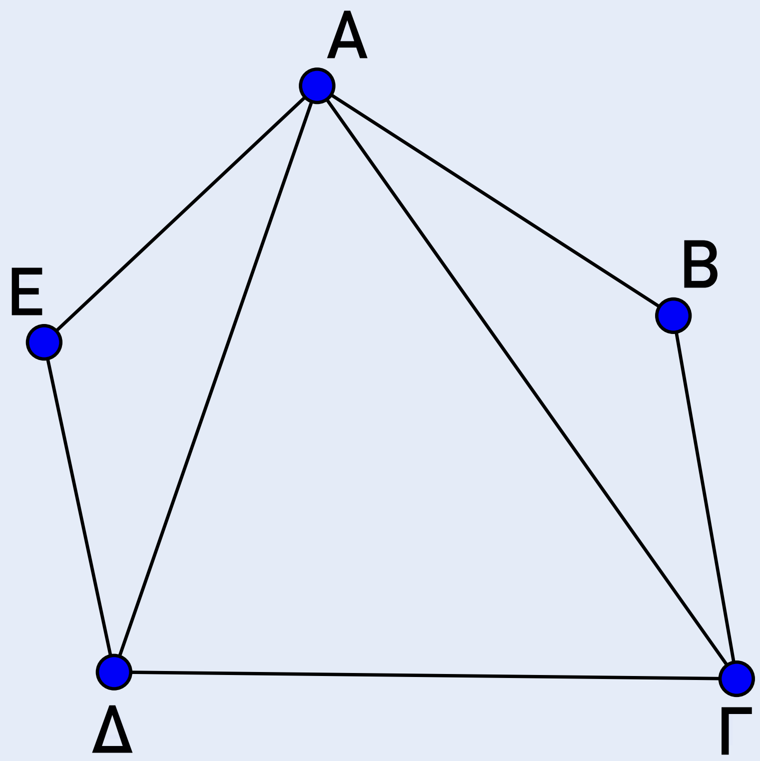
- Για να υπολογίσουμε **το άθροισμα των γωνιών ενός πολυγώνου** που έχει **ν** πλευρές, το χωρίζουμε σε τρίγωνα, φέρνοντας από μια κορυφή του πολυγώνου όλες τις διαγωνίους προς τις άλλες κορυφές. Ο αριθμός των τριγώνων που σχηματίζονται είναι ίσος με $\nu - 2$ και το άθροισμα των γωνιών ενός τριγώνου είναι ίσο με 180^0. Άρα, μπορούμε να υπολογίσουμε το άθροισμα των γωνιών ενός ν-γώνου, πολλαπλασιάζοντας $(\nu - 2)$ επί 180.

Άθροισμα γωνιών ν-γώνου = $(\nu - 2) \bullet 180^0$

Παράδειγμα:

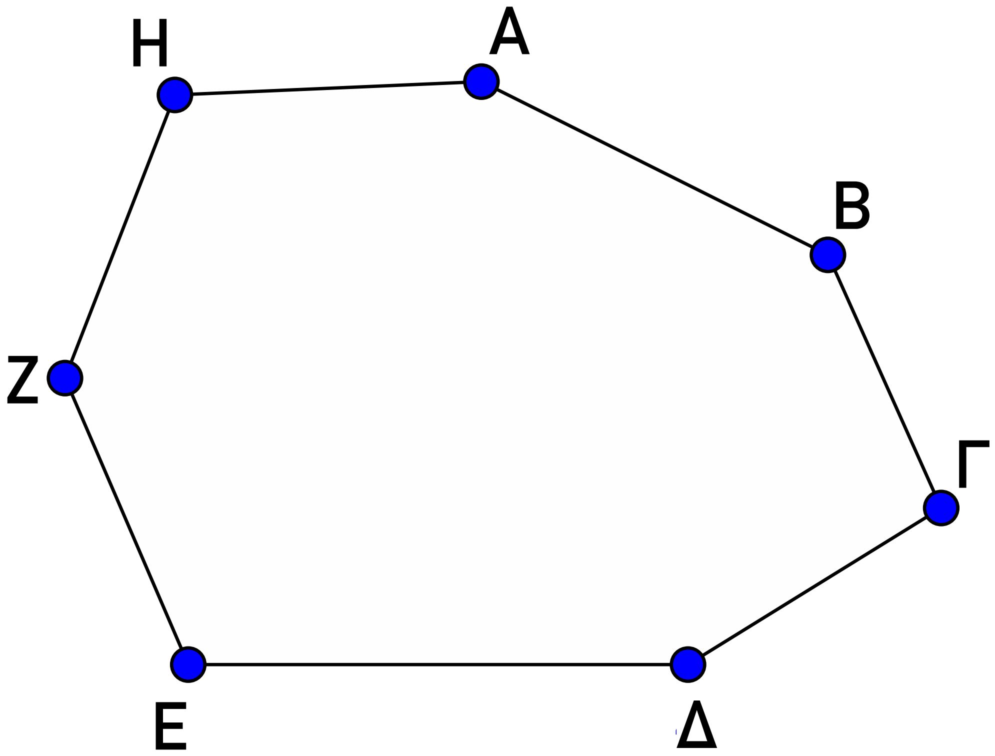
Το πεντάγωνο έχει 5 πλευρές ($\nu = 5$) και χωρίζεται σε 3 τρίγωνα ($\nu - 2 = 5 - 2 = 3$). Κάθε τρίγωνο έχει άθροισμα γωνιών ίσο με 180^0.

Άρα, οι γωνίες του πενταγώνου έχουν άθροισμα ίσο με $3 \bullet 180^0 = 540^0$.



Παραδείγματα

1. Να υπολογίσετε το άθροισμα των γωνιών του πιο κάτω πολυγώνου.



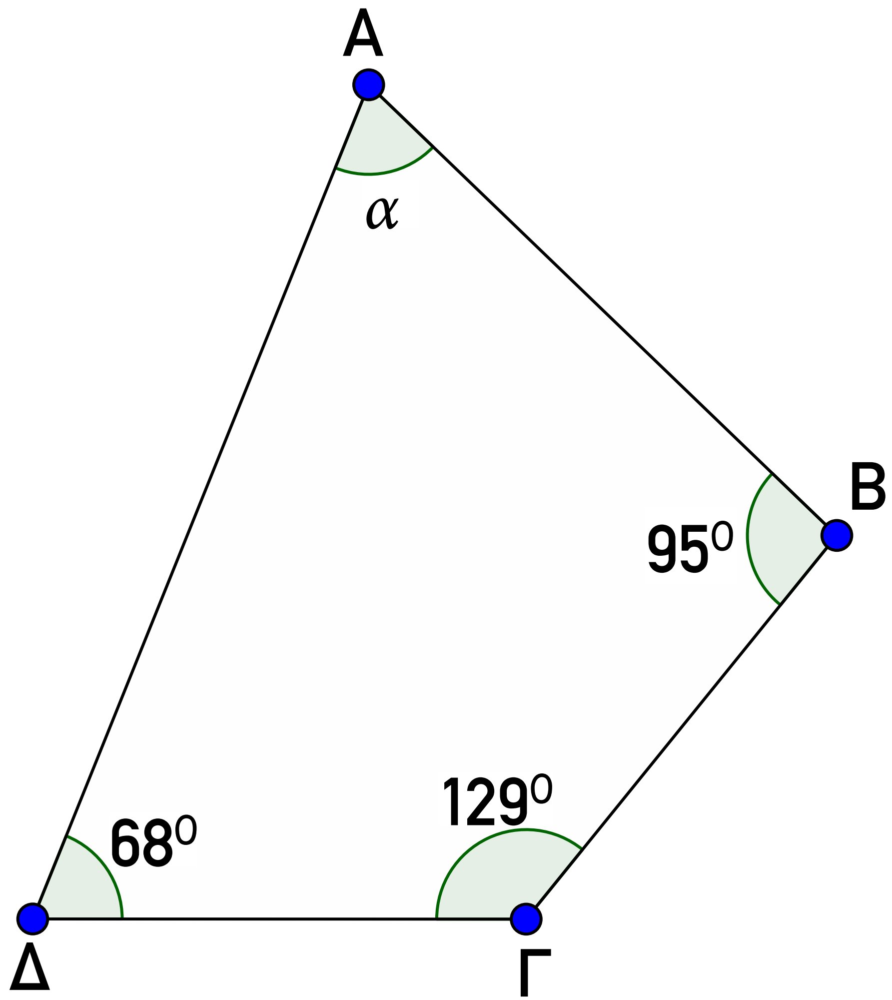
Λύση:

Το πολύγωνο έχει 7 πλευρές, άρα είναι επτάγωνο.

Το άθροισμα των γωνιών του επταγώνου είναι ίσο με:

$$(\nu - 2) \cdot 180^0 = (7 - 2) \cdot 180^0$$
$$= 5 \cdot 180^0$$
$$= 900^0$$

2. Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνίας $\hat{\alpha}$ στο πολύγωνο **ΑΒΓΔ**.



Το πολύγωνο έχει 4 πλευρές, άρα είναι τετράπλευρο.

Το άθροισμα των γωνιών του τετραπλεύρου είναι ίσο με:

$$(\nu - 2) \cdot 180^0 = (4 - 2) \cdot 180^0$$
$$= 2 \cdot 180^0$$
$$= 360^0$$

$$\hat{\alpha} + 95^0 + 129^0 + 68^0 = 360^0$$
$$\hat{\alpha} + 292^0 = 360^0$$

Άρα, $\hat{\alpha} = 68^0$

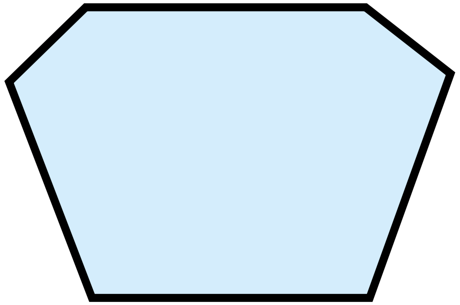
Το μέτρο της γωνίας $\hat{\alpha}$ είναι ίσο με 68^0.

Δραστηριότητες

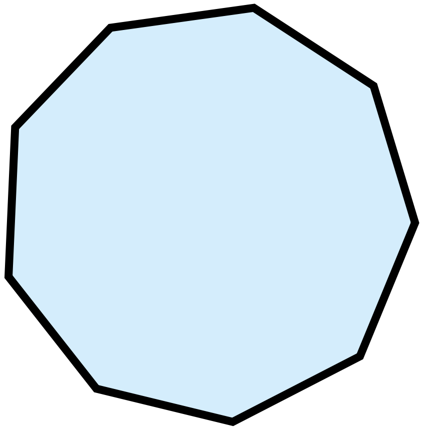
1. Να υπολογίσετε το άθροισμα των γωνιών των πιο κάτω πολυγώνων.

(α)

(β)



(γ)



2. Να υπολογίσετε το άθροισμα των γωνιών:

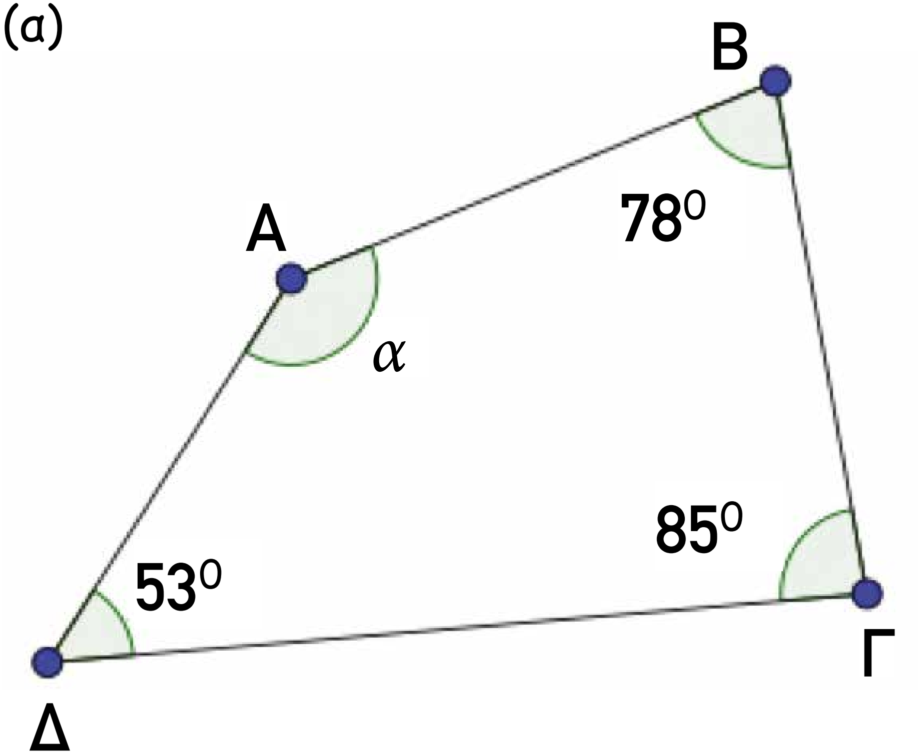
(α) ενός δεκάγωνου

(β) ενός πολυγώνου με 14 πλευρές

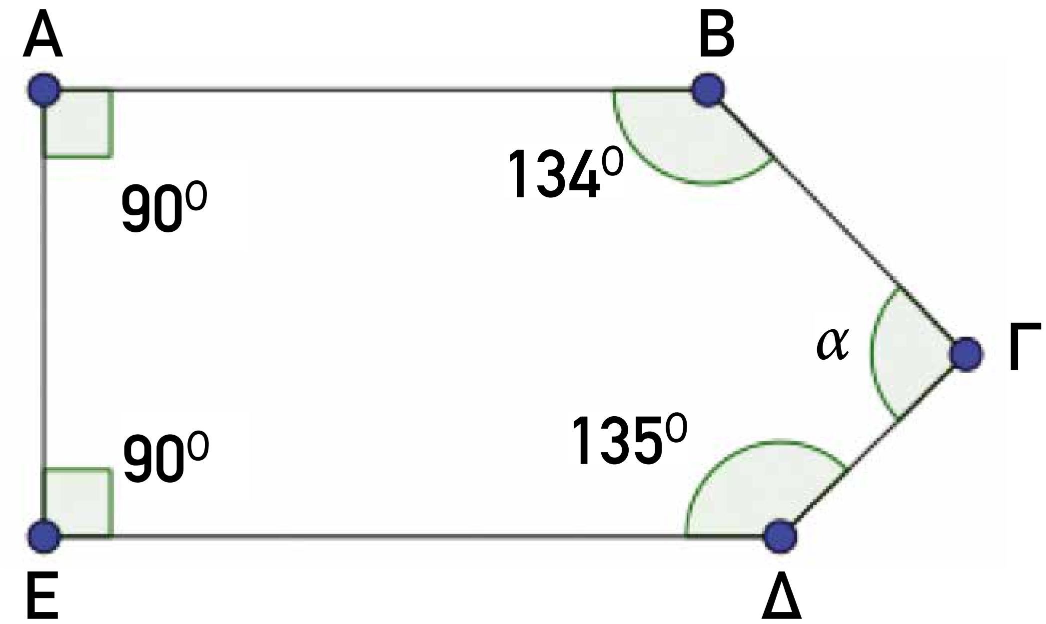
(γ) ενός κανονικού εικοσάγωνου

3. Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνίας $\hat{\alpha}$ σε κάθε περίπτωση.

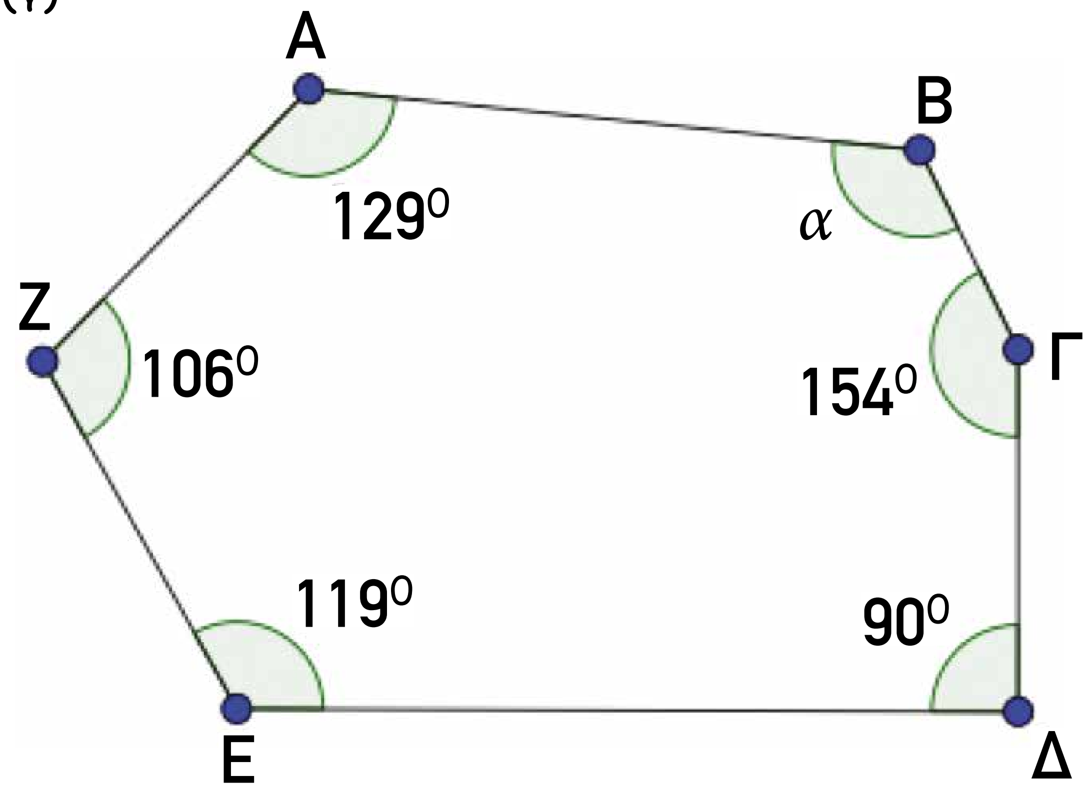
(α)



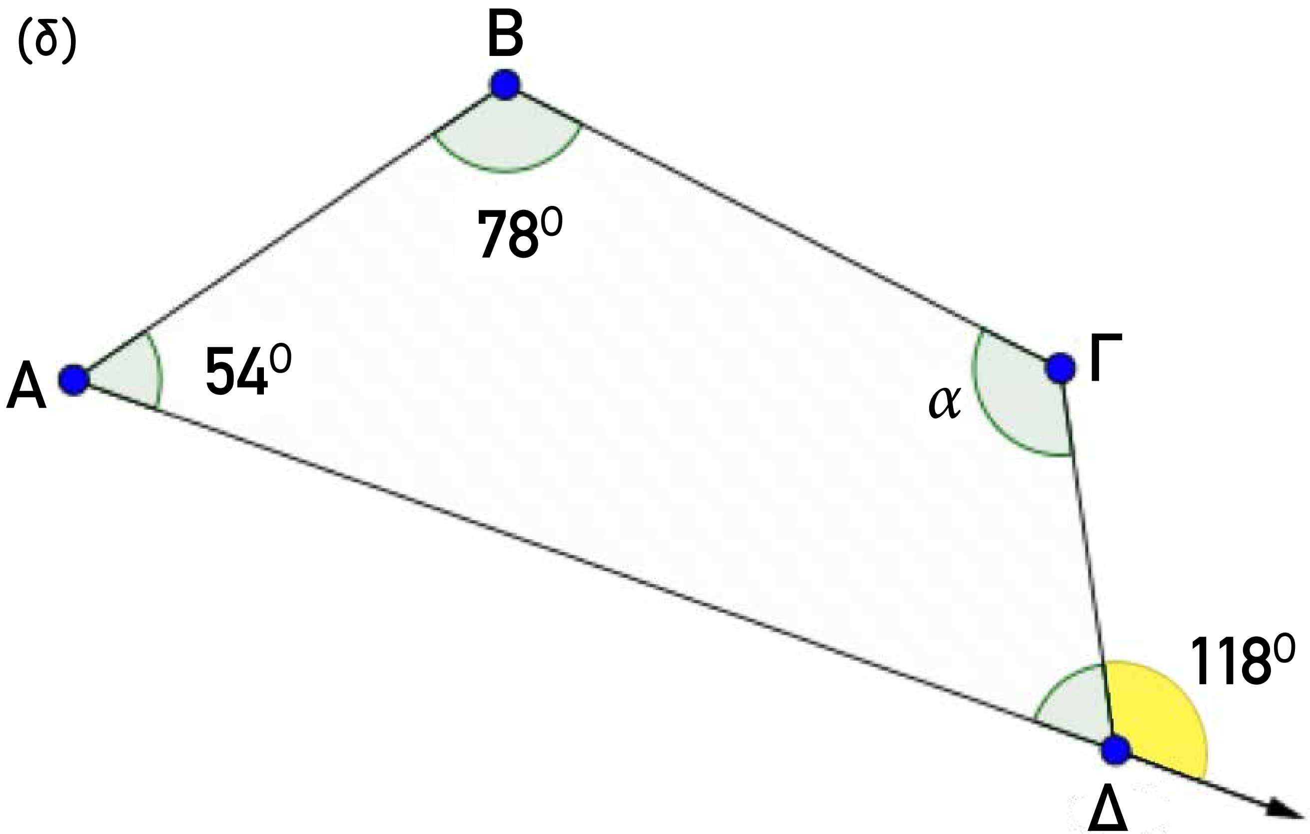
(β)



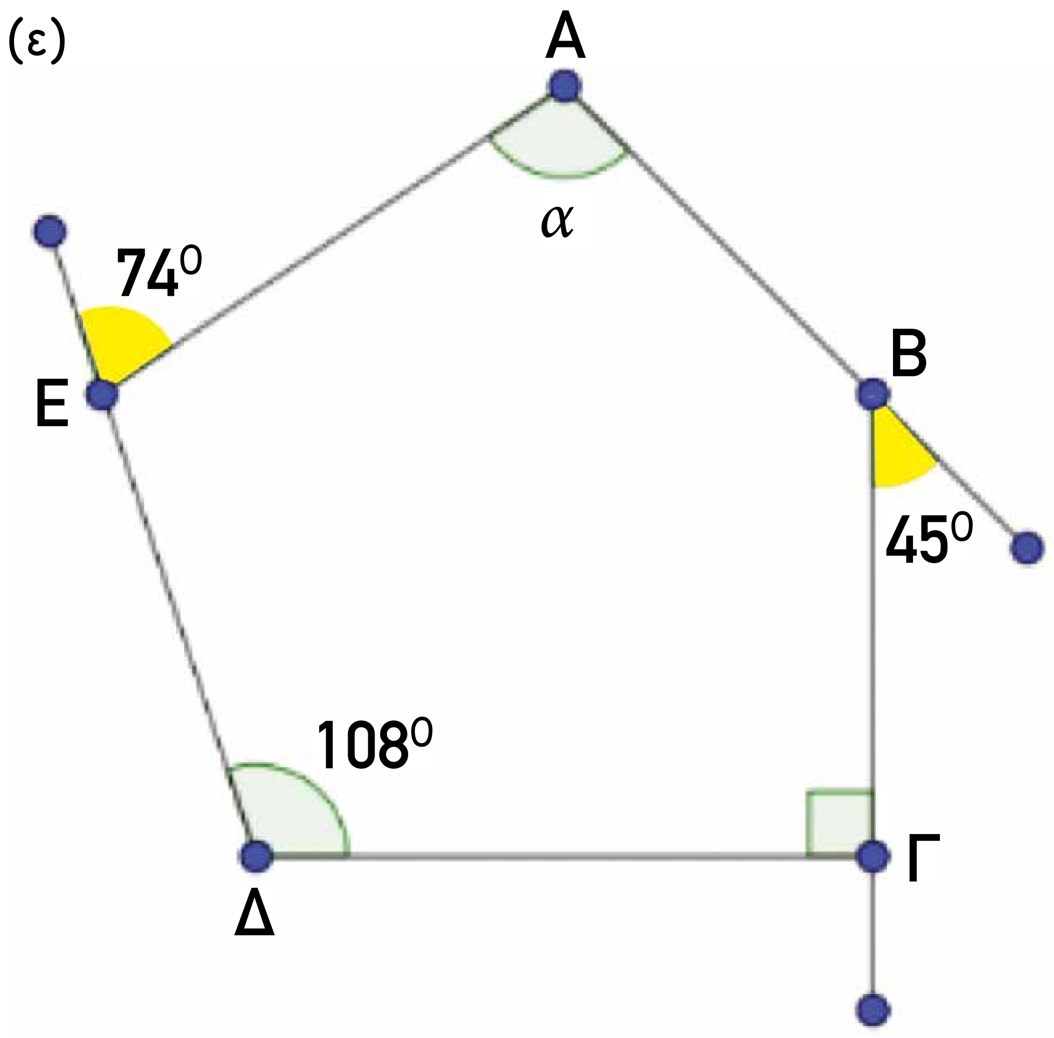
(γ)



(δ)

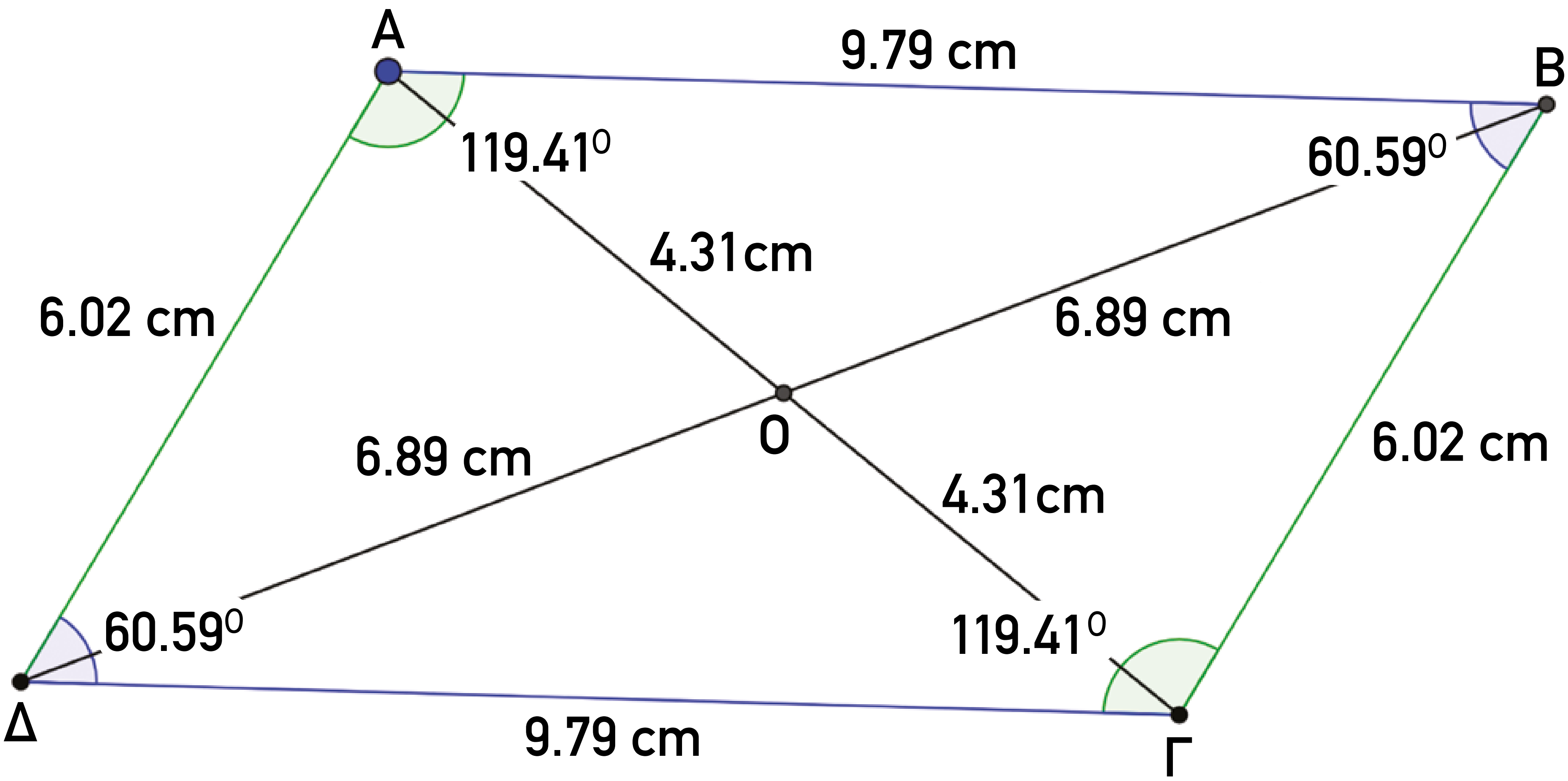


(ε)



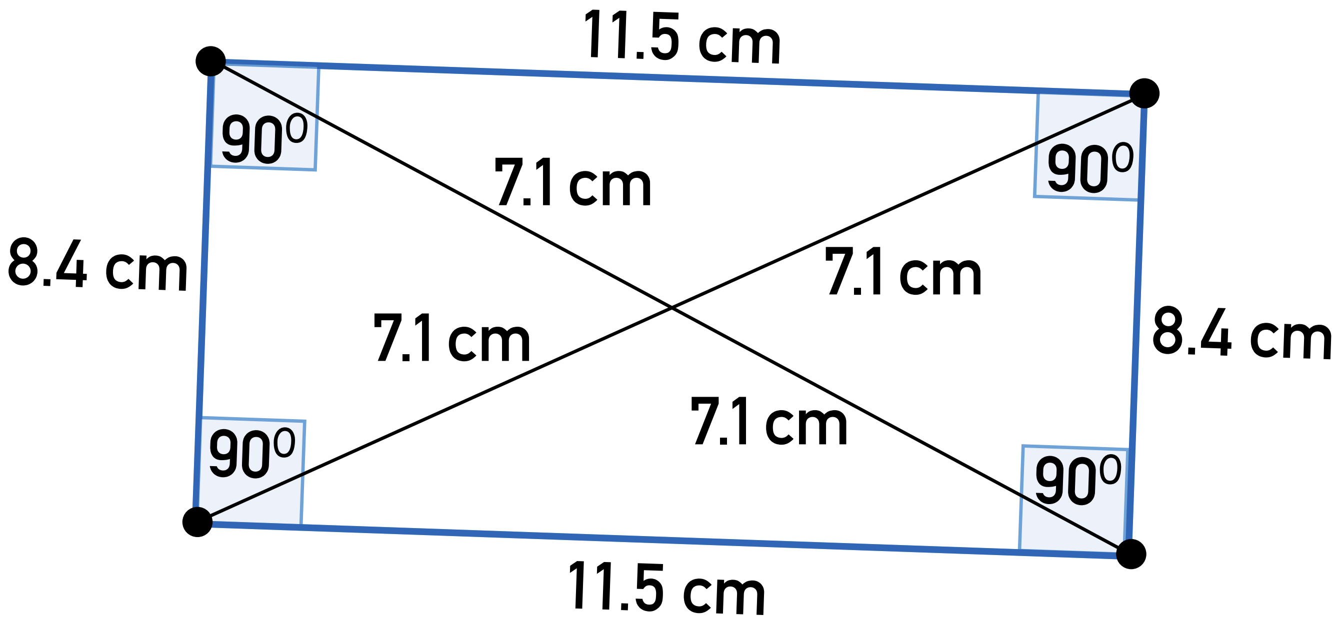
(α) Να εργαστείτε στο εφαρμογίδιο.
Να σύρετε την κορυφή Α του παραλληλογράμμου σε διάφορες θέσεις, για να κατασκευάσετε τέσσερα διαφορετικά παραλληλόγραμμα. Για κάθε παραλληλόγραμμο, να συμπληρώσετε τον πίνακα, βάζοντας ✔ όπου ισχύει.

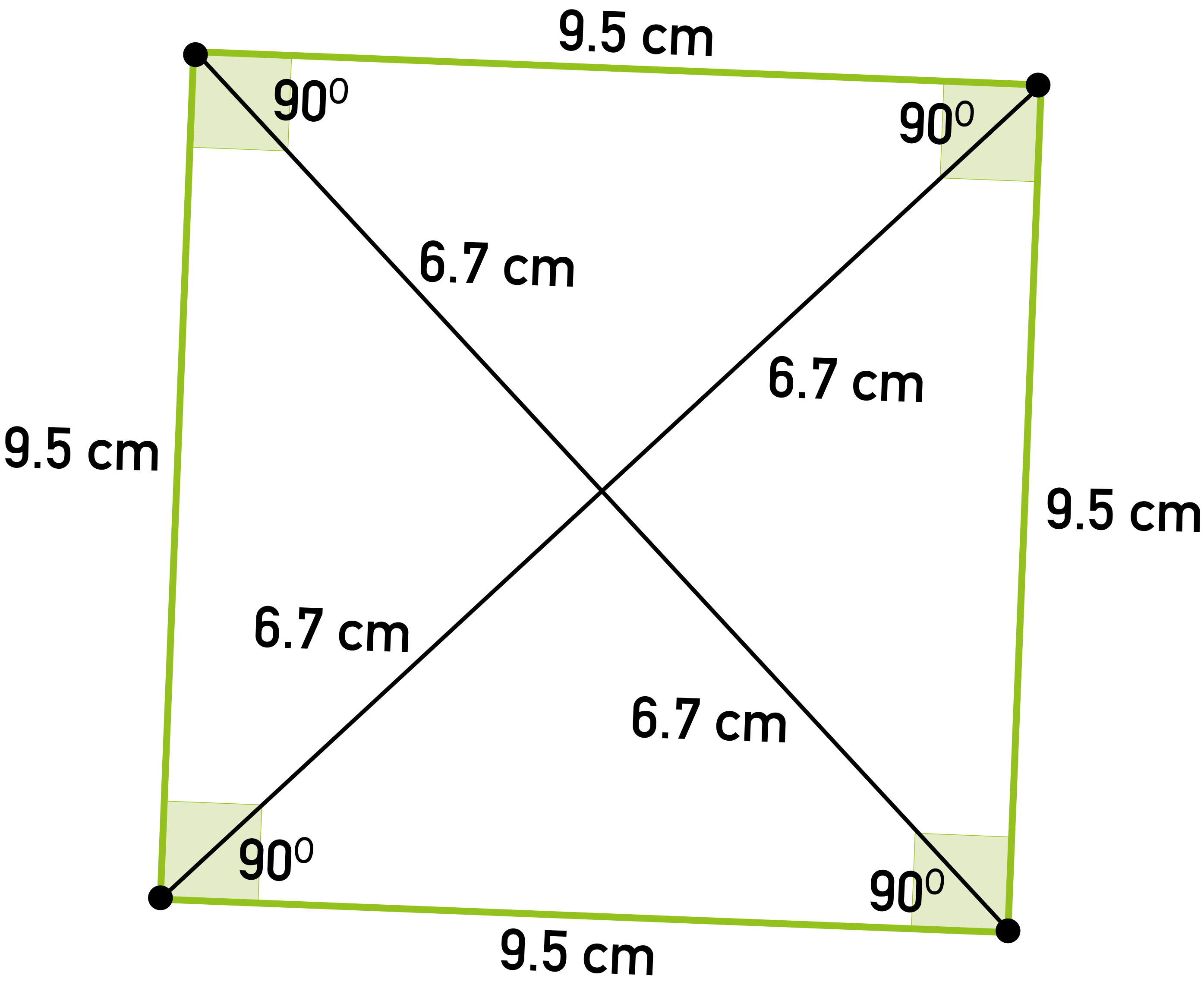
Παραλληλόγραμμο	**Οι απέναντι γωνίες είναι ίσες**	**Οι απέναντι πλευρές είναι ίσες**	**Οι διαγώνιοι διχοτομούνται**
1			
2			
3			
4			

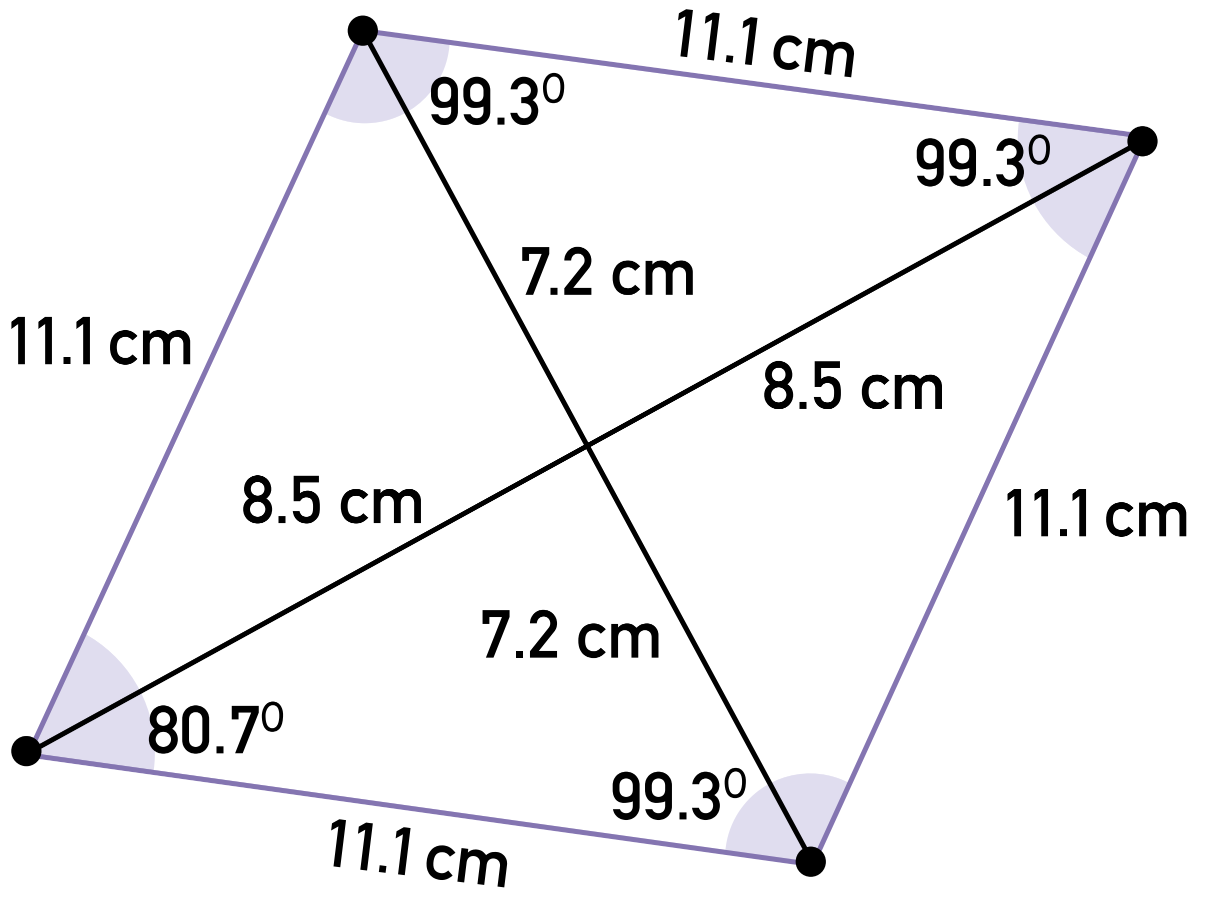

A
9.79 cm
B
119.41⁰
60.59⁰
4.31cm
6.02 cm
6.89 cm
O
6.89 cm
6.02 cm
4.31cm
60.59⁰
119.41⁰
Δ
9.79 cm
Γ

(β) Ποιες είναι οι ιδιότητες του παραλληλογράμμου με βάση τον πίνακα;

(γ) Στο πιο κάτω εφαρμογίδιο παρουσιάζεται ένα **ορθογώνιο**, ένα **τετράγωνο** και ένας **ρόμβος**. Να σύρετε τις κορυφές των σχημάτων και να συμπληρώσετε τον πίνακα, βάζοντας ✔ όπου ισχύει.




9.5 cm
90⁰
90⁰
6.7 cm
6.7 cm
9.5 cm
9.5 cm
6.7 cm
6.7 cm
90⁰
90⁰
9.5 cm


11.1 cm
99.3⁰
99.3⁰
7.2 cm
11.1 cm
8.5 cm
8.5 cm
11.1 cm
7.2 cm
80.7⁰
99.3⁰
11.1 cm

Σχήμα	**Οι απέναντι γωνίες είναι ίσες**	**Οι απέναντι πλευρές είναι ίσες**	**Οι διαγώνιοι διχοτομούνται**
Ορθογώνιο			
Τετράγωνο			
Ρόμβος			

(δ) Σε ποιο συμπέρασμα καταλήγετε, με βάση την εργασία σας στο ερώτημα (γ);

____

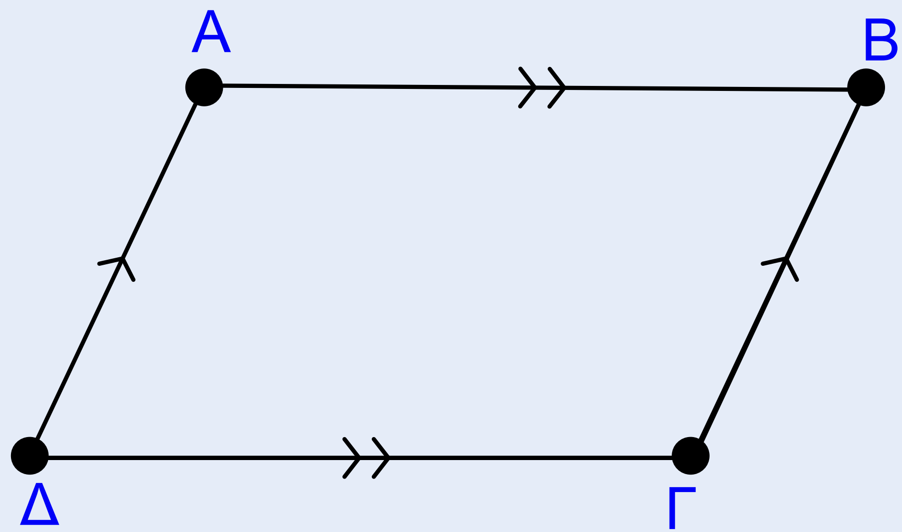
____

____

Νέες Έννοιες

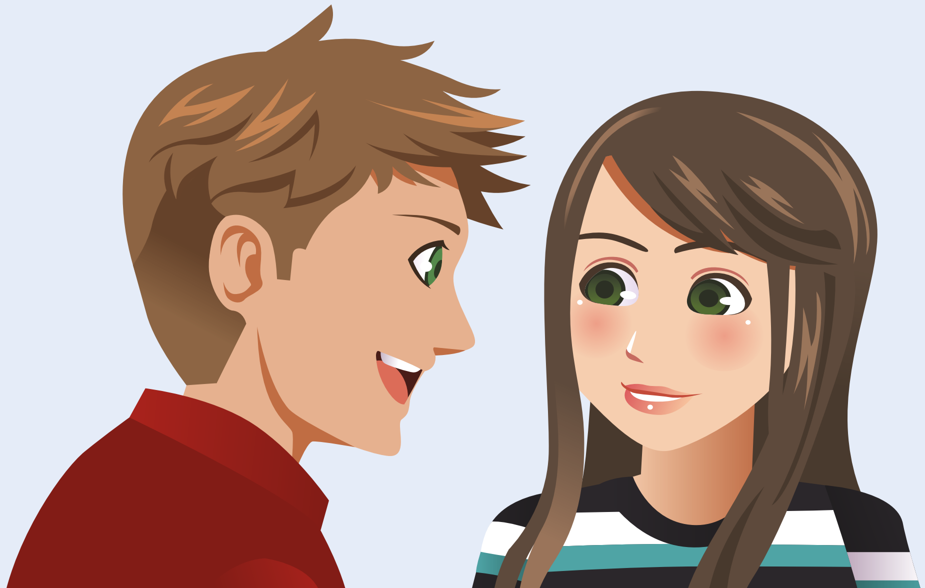
- **Παραλληλόγραμμο** ονομάζεται το τετράπλευρο επίπεδο σχήμα που έχει τις **απέναντι πλευρές του παράλληλες.**

Παράδειγμα:



Η πλευρά **ΑΒ** είναι παράλληλη με την πλευρά **ΔΓ** και η πλευρά **ΑΔ** είναι παράλληλη με την πλευρά **ΒΓ**.

Άρα, το τετράπλευρο **ΑΒΓΔ** είναι παραλληλόγραμμο.



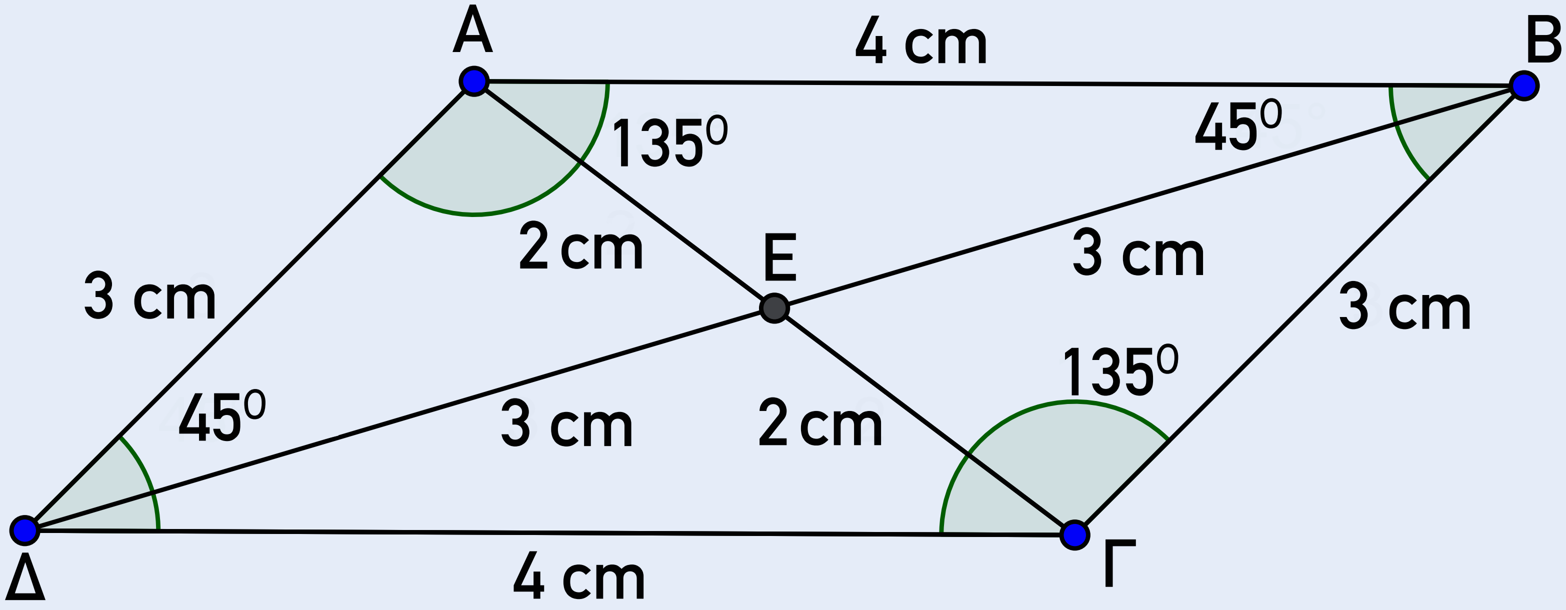
- Σε κάθε παραλληλόγραμμο ισχύουν οι πιο κάτω ιδιότητες:

  (α) Οι απέναντι πλευρές του είναι ίσες.

Παράδειγμα:

ΑΒ = ΔΓ = 4 cm

ΑΔ = ΒΓ = 3 cm



(β) *Οι απέναντι γωνίες του είναι ίσες.*

Παράδειγμα:

$$\Delta\hat{A}B = B\hat{\Gamma}\Delta = 135^0$$
$$A\hat{B}\Gamma = A\hat{\Delta}\Gamma = 45^0$$

(γ) *Οι* διαγώνιοι του διχοτομούνται, δηλαδή το σημείο τομής των διαγωνίων είναι το μέσο τους.

Παράδειγμα:

Στη διαγώνιο ΑΓ, το σημείο τομής Ε είναι το μέσο της διαγωνίου. Άρα, ΕΑ = ΕΓ = 2 cm.

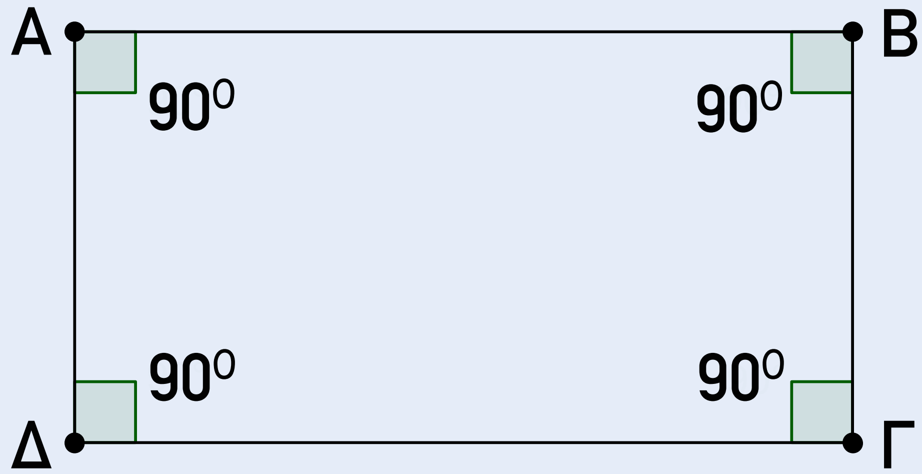
Στη διαγώνιο ΔΒ, το σημείο τομής Ε είναι το

> Δύο ευθύγραμμα τμήματα τέμνονται, όταν έχουν ένα κοινό σημείο. Το κοινό τους σημείο ονομάζεται **σημείο τομής**.

Νέες Έννοιες

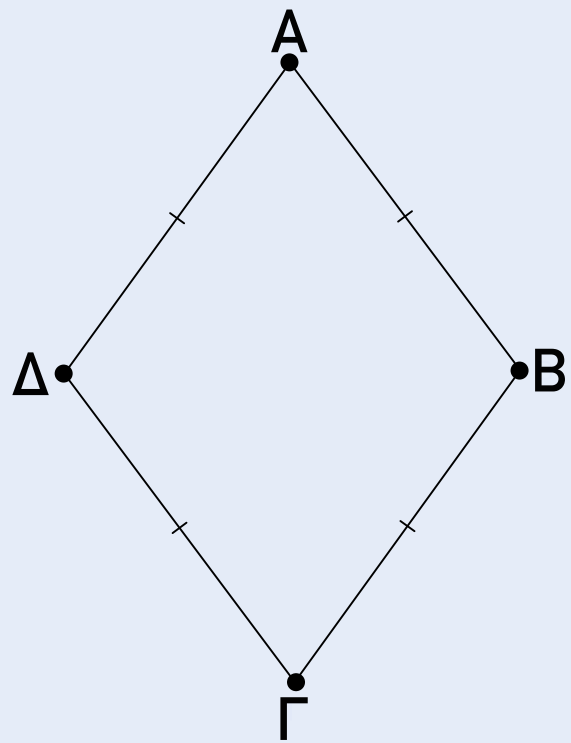
- **Ορθογώνιο παραλληλόγραμμο**, ή απλώς **ορθογώνιο**, ονομάζεται το τετράπλευρο που έχει και τις τέσσερις γωνίες του ορθές.

  Κάθε ορθογώνιο είναι και παραλληλόγραμμο.

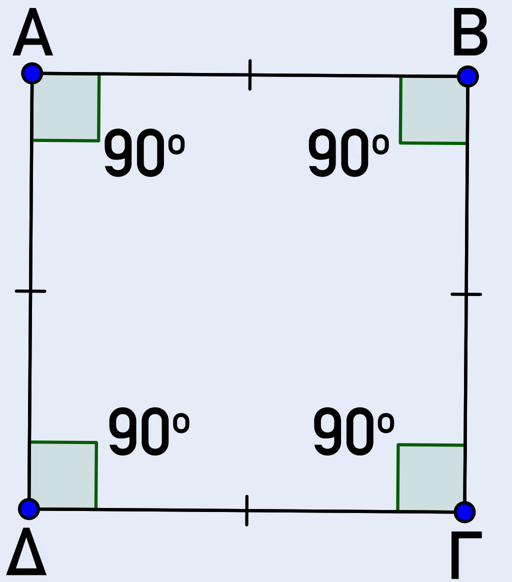


- **Ρόμβος** ονομάζεται το τετράπλευρο που έχει και τις τέσσερις πλευρές του ίσες.

  Κάθε ρόμβος είναι και παραλληλόγραμμο.



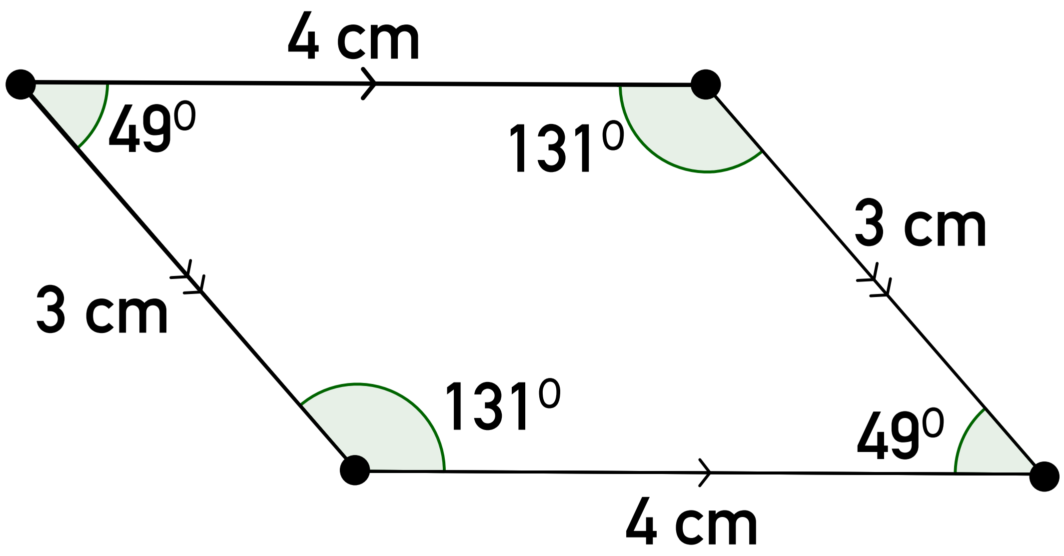
- **Τετράγωνο** ονομάζεται το τετράπλευρο που έχει τις πλευρές του ίσες και τις γωνίες του ορθές.



- Κάθε τετράγωνο είναι παραλληλόγραμμο, ορθογώνιο και ρόμβος.

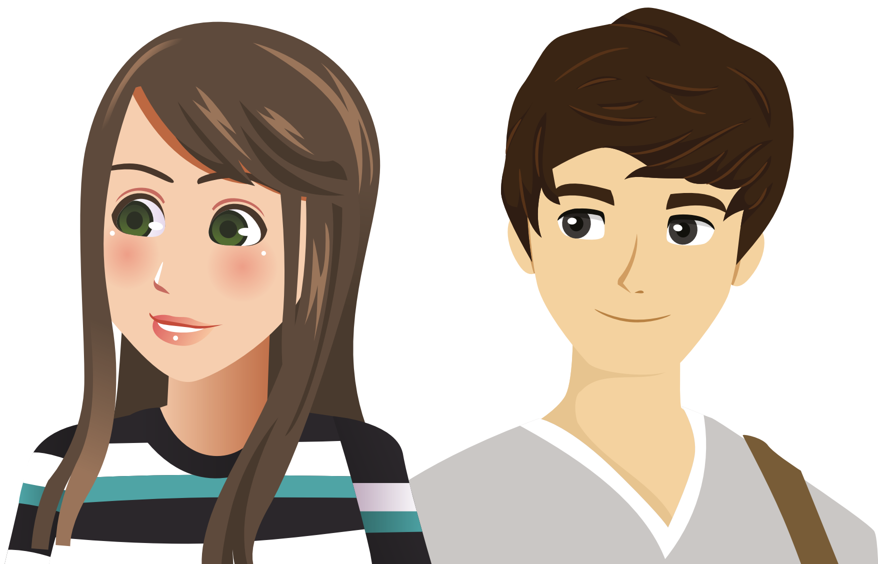
Παραδείγματα

1. Να επεξηγήσετε κατά πόσο το πιο κάτω σχήμα είναι παραλληλόγραμμο.



Λύση:

Το σχήμα είναι παραλληλόγραμμο,
γιατί είναι τετράπλευρο και οι απέναντι
πλευρές του είναι παράλληλες.



2. Το σχήμα ΑΒΓΔ είναι παραλληλόγραμμο.

Αν $AB = 8$ cm, $B\Gamma = 7$ cm,

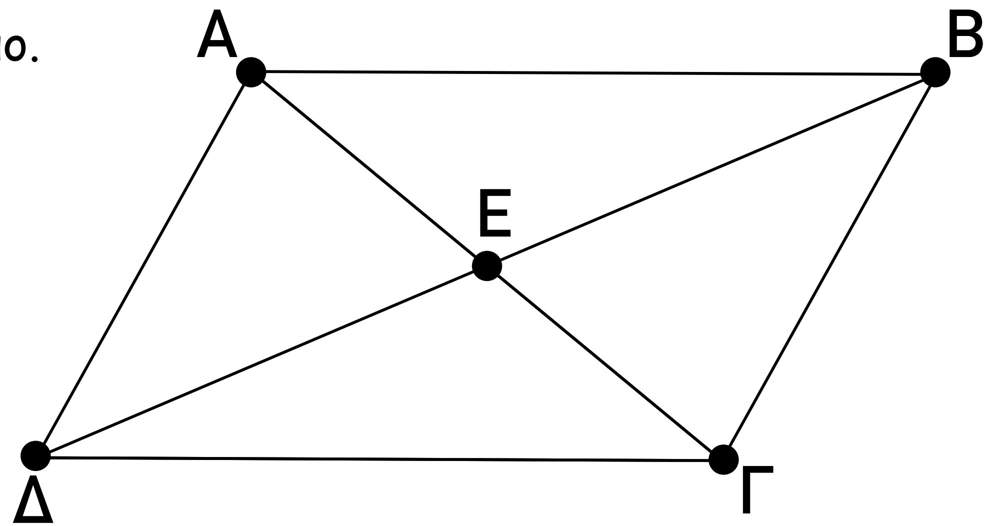
$B\Delta = 12$ cm, $\Delta\hat{A}B = 105^0$

και $A\hat{B}\Gamma = 75^0$, να υπολογίσετε:

(α) το μήκος της πλευράς ΔΓ

(β) το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος ΕΒ

(γ) το μέτρο της γωνίας $B\hat{\Gamma}\Delta$



Λύση:

(α) Η πλευρά ΔΓ είναι ίση με την πλευρά ΑΒ, γιατί οι απέναντι πλευρές του παραλληλογράμμου είναι ίσες. Άρα, $\Delta\Gamma = AB = 8$ cm.

(β) Το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος ΕΒ είναι ίσο με το $\frac{1}{2}$ του μήκους της διαγωνίου ΒΔ, γιατί οι διαγώνιοι του παραλληλογράμμου διχοτομούνται.

ΒΔ = 12 cm

Άρα, $ΕΒ = \frac{1}{2} \cdot 12 = 6$ cm

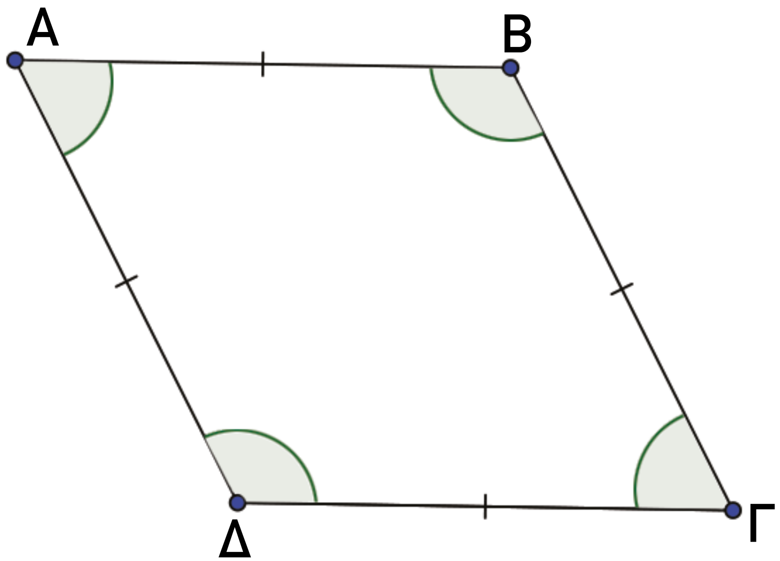
(γ) Η γωνία $Β\hat{Γ}Δ$ είναι ίση με τη γωνία $Δ\hat{Α}Β$, γιατί οι απέναντι γωνίες του παραλληλογράμμου είναι ίσες.

Άρα, $Β\hat{Γ}Δ = Δ\hat{Α}Β = 105^0$.

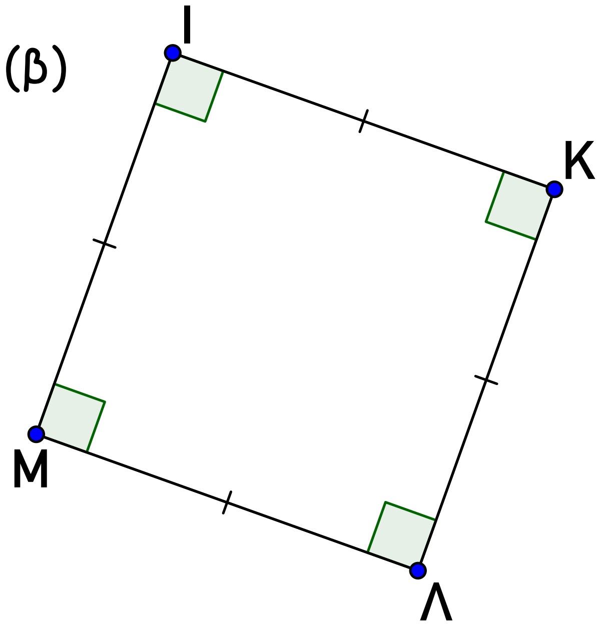
3. Να γράψετε σε ποιες από τις πιο κάτω κατηγορίες σχημάτων ανήκει κάθε σχήμα.

παραλληλόγραμμο	**ορθογώνιο**	**τετράγωνο**	**ρόμβος**	**τετράπλευρο**

(α)



(β)



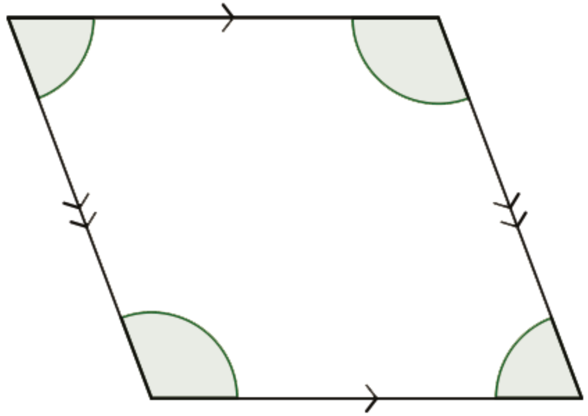
Λύση:

(α) Το σχήμα **ΑΒΓΔ** είναι παραλληλόγραμμο και ρόμβος, αφού είναι τετράπλευρο με τέσσερις ίσες πλευρές και γωνίες που δεν είναι ορθές.

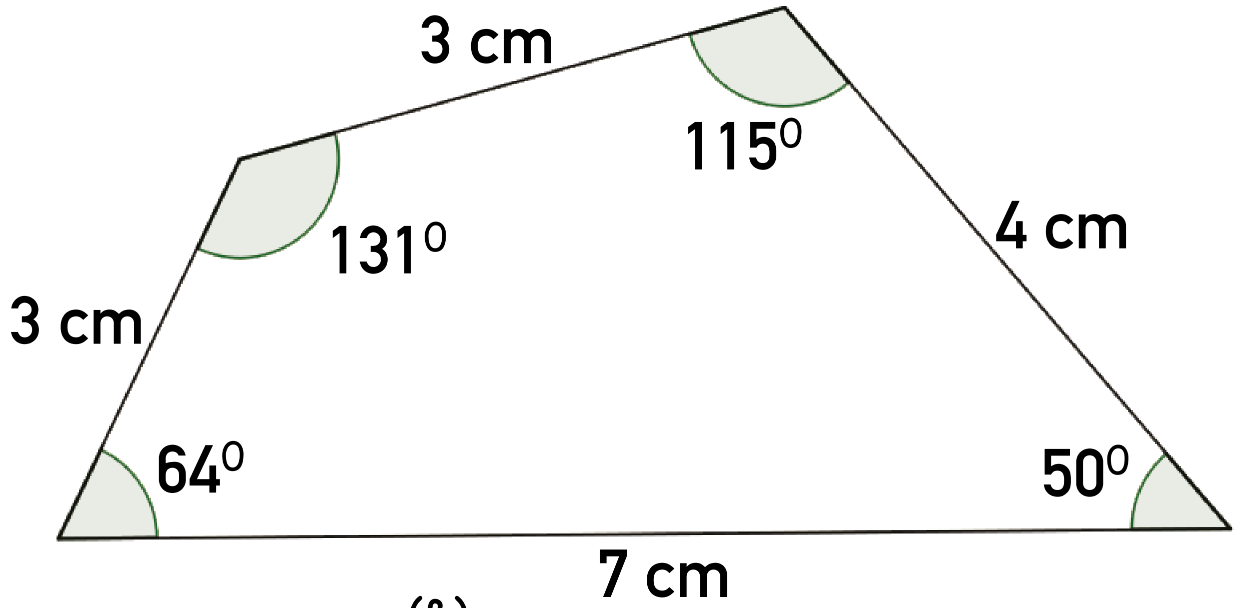
(β) Το σχήμα **ΙΚΛΜ** είναι παραλληλόγραμμο, ορθογώνιο, ρόμβος και τετράγωνο, αφού είναι τετράπλευρο με τέσσερις ίσες πλευρές και τέσσερις ορθές γωνίες.

Δραστηριότητες

1. Ποια από τα πιο κάτω σχήματα είναι παραλληλόγραμμα; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

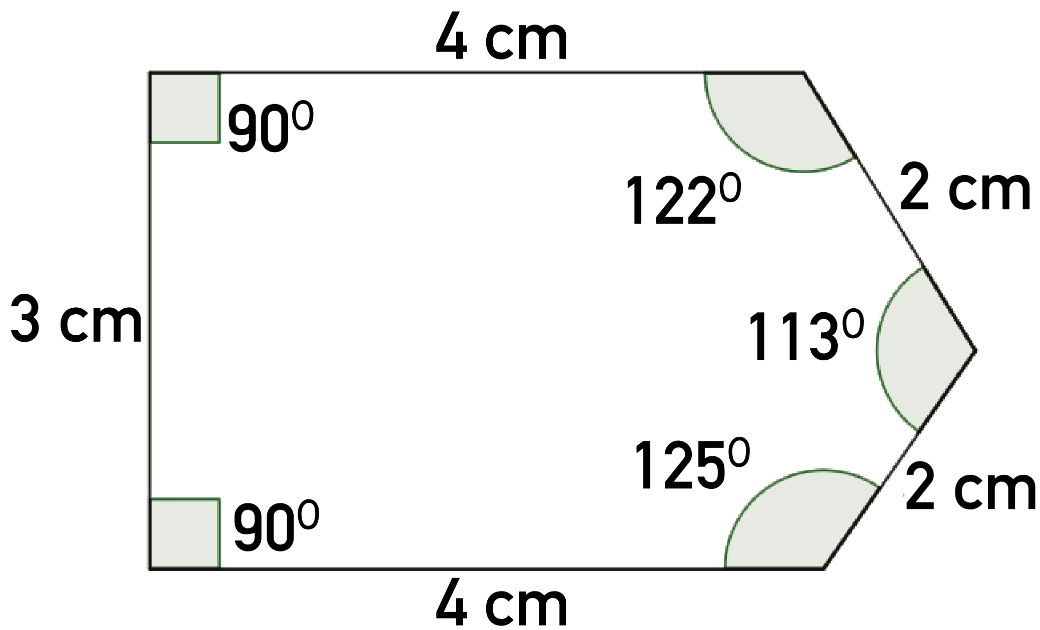


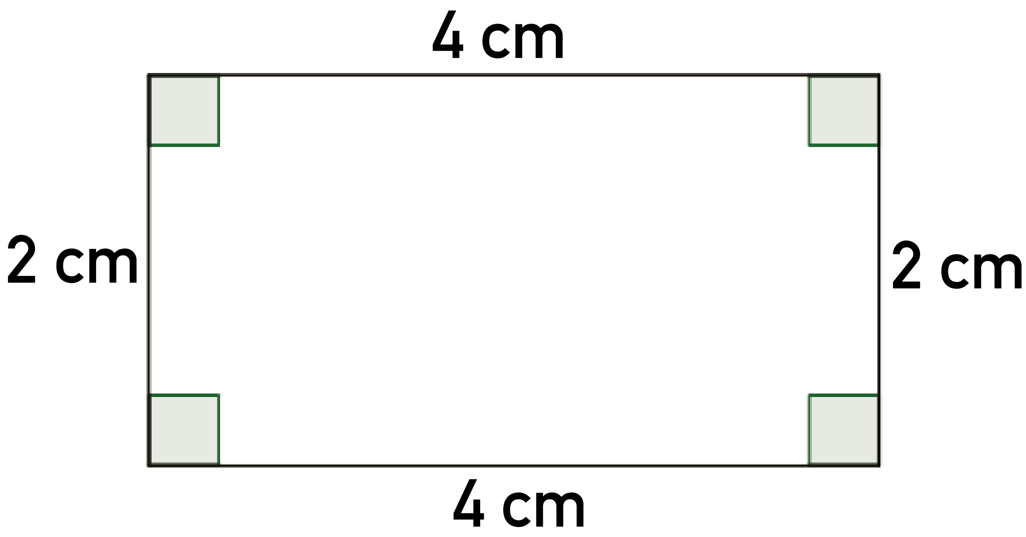
(α)



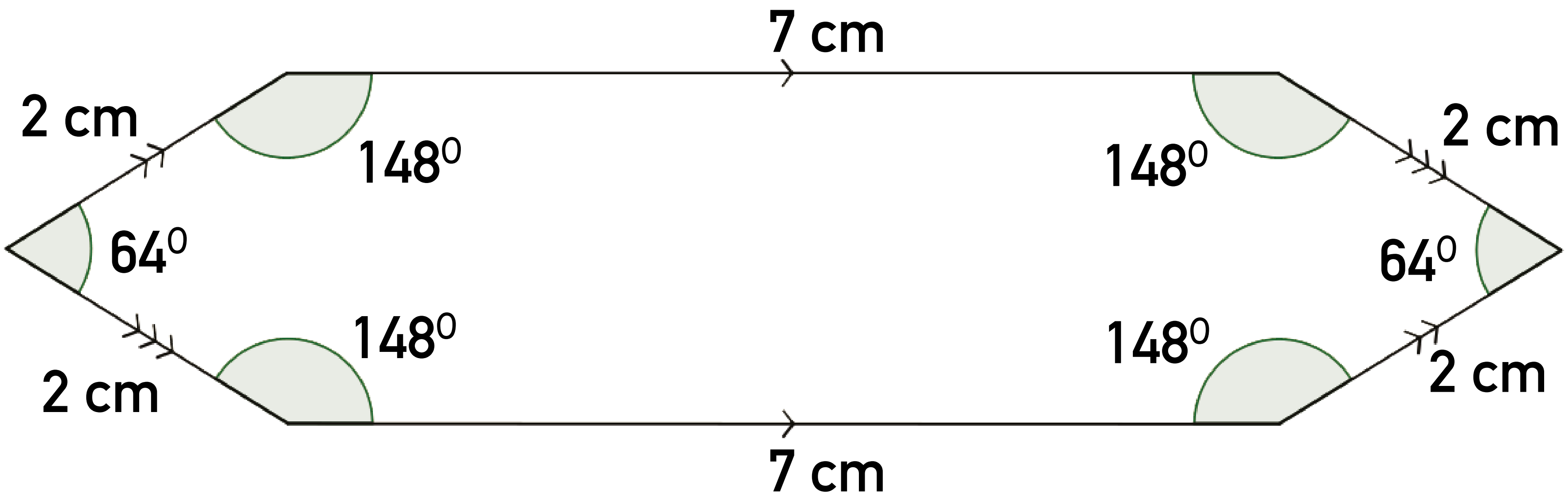
(β)

(γ)

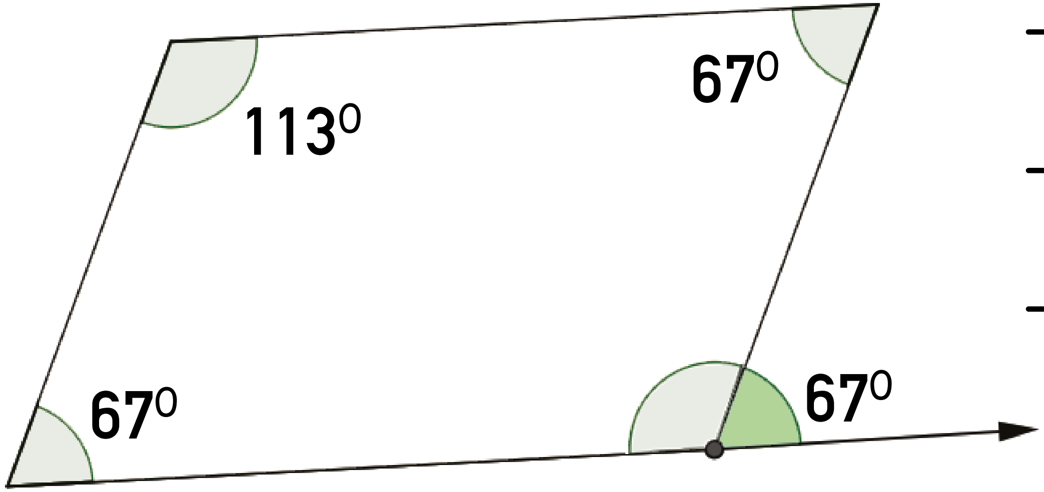




(δ)



(ε)



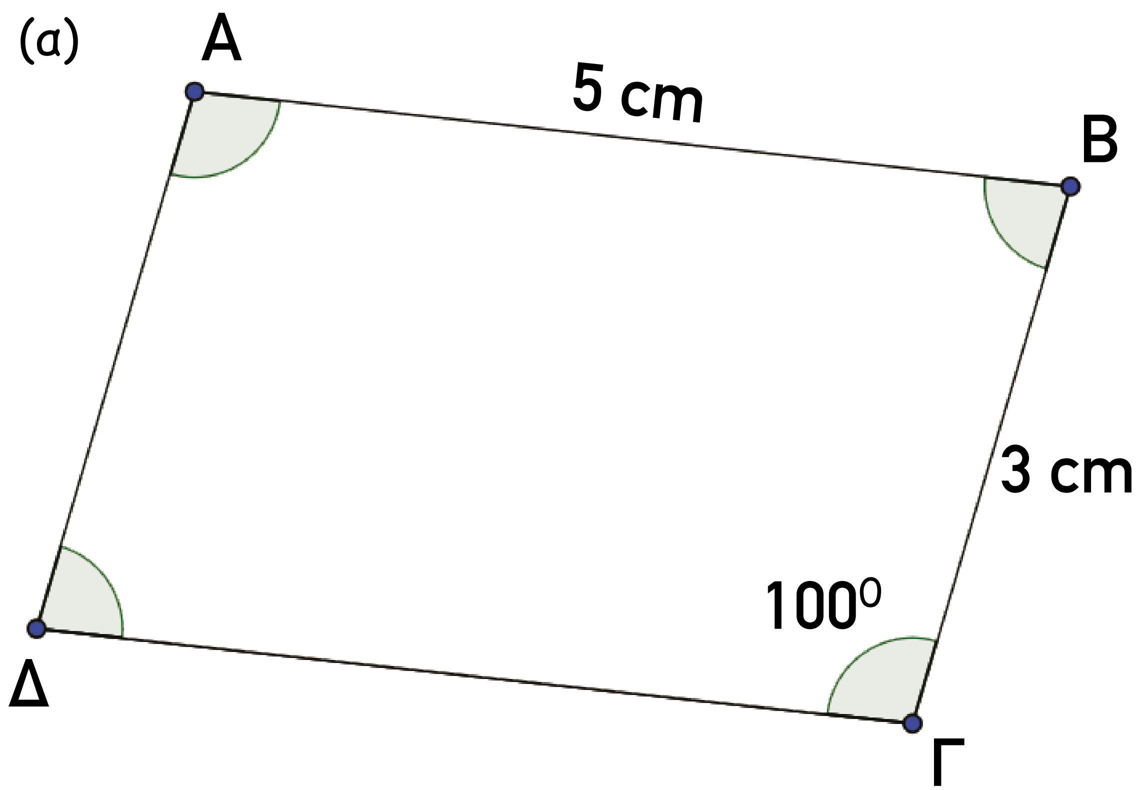
(στ) ______________________________

____

____

2. Τα πιο κάτω σχήματα είναι παραλληλόγραμμα. Να υπολογίσετε το μήκος των πλευρών και το μέτρο των γωνιών, σε κάθε περίπτωση.

(α)



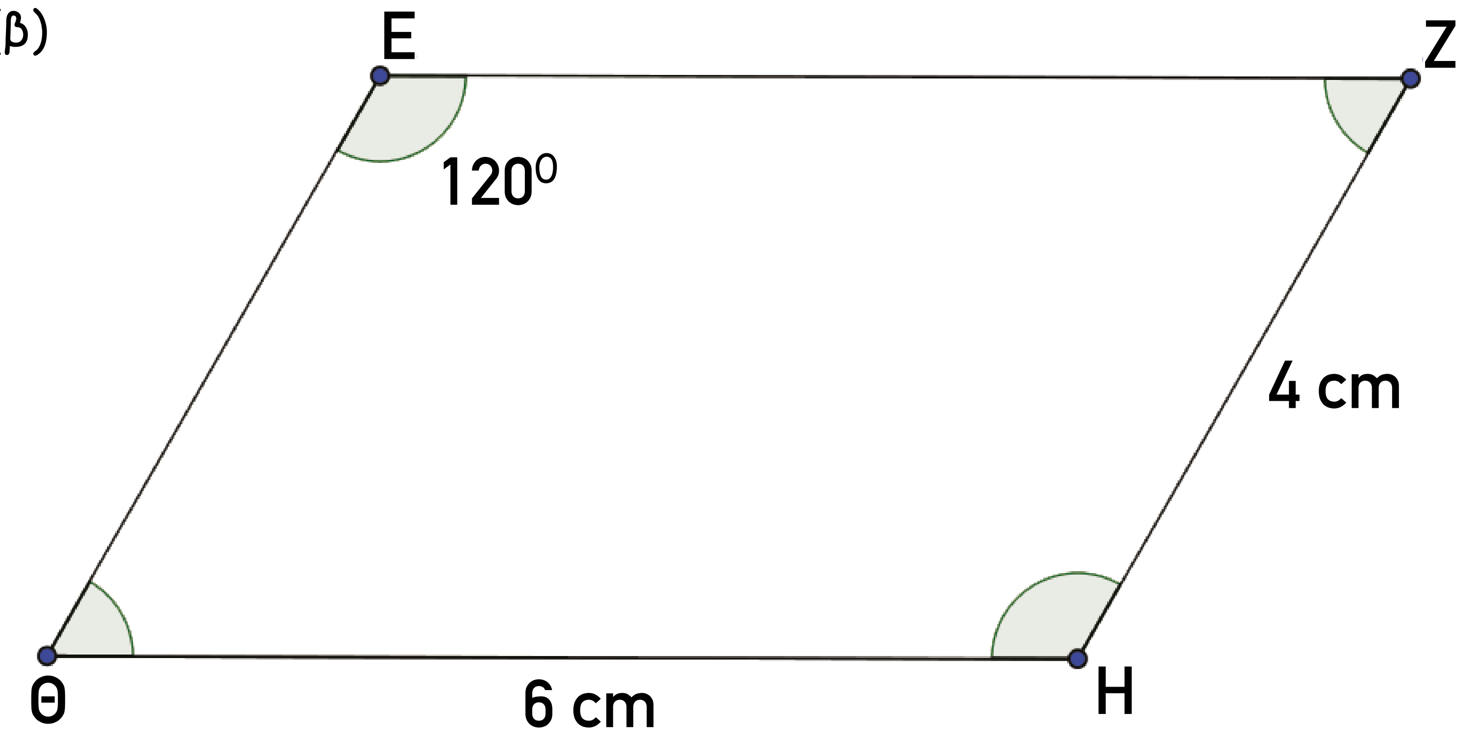
ΑΔ = ______________

ΔΓ = ______________

$B\hat{A}\Delta$ = ______________

$A\hat{B}\Gamma$ = ______________

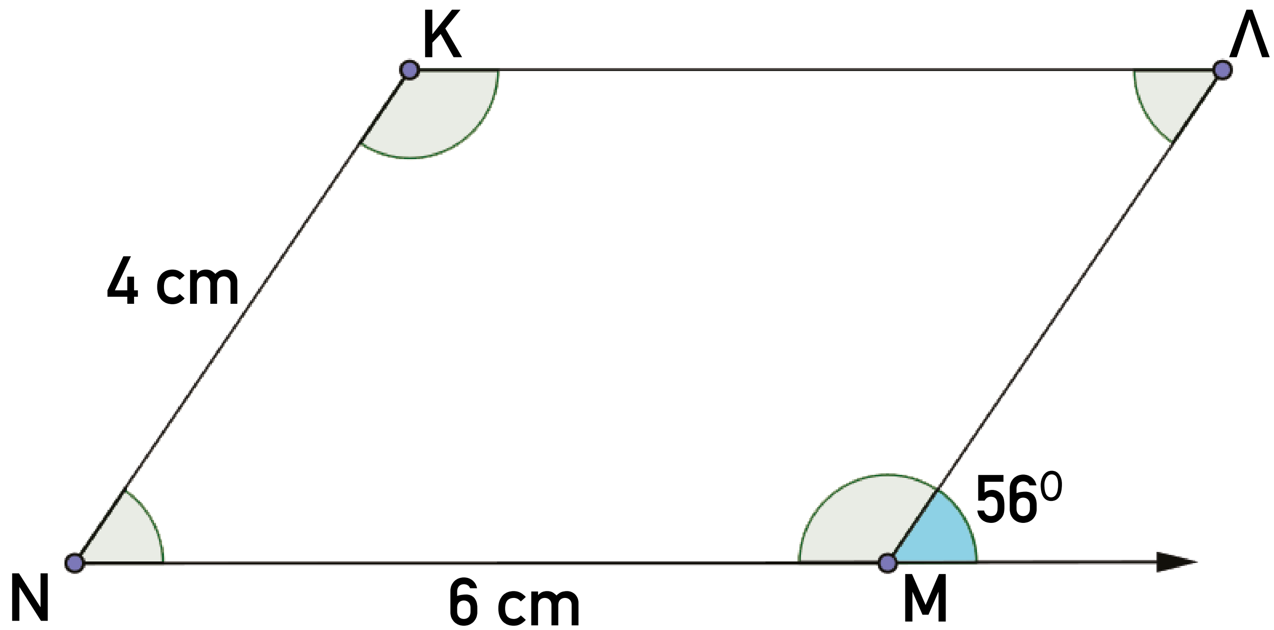
(β)



EZ = ______________ $Z\hat{H}\Theta$ = ______________

EΘ = ______________ $E\hat{\Theta}H$ = ______________

(γ)



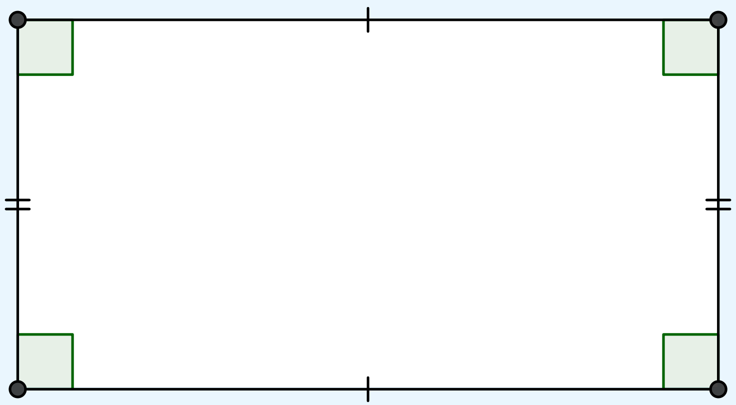
ΚΛ = ____________ $N\hat{K}\Lambda$ = ____________

ΛΜ = ____________ $K\hat{N}M$ = ____________

3. Να γράψετε σε ποιες από τις πιο κάτω κατηγορίες σχημάτων ανήκει κάθε σχήμα, όπως στο παράδειγμα.

παραλληλόγραμμο **ορθογώνιο** **τετράγωνο** **ρόμβος** **τετράπλευρο**

Παράδειγμα:



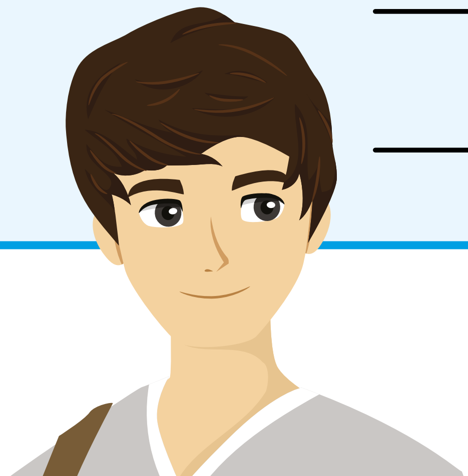
Τετράπλευρο

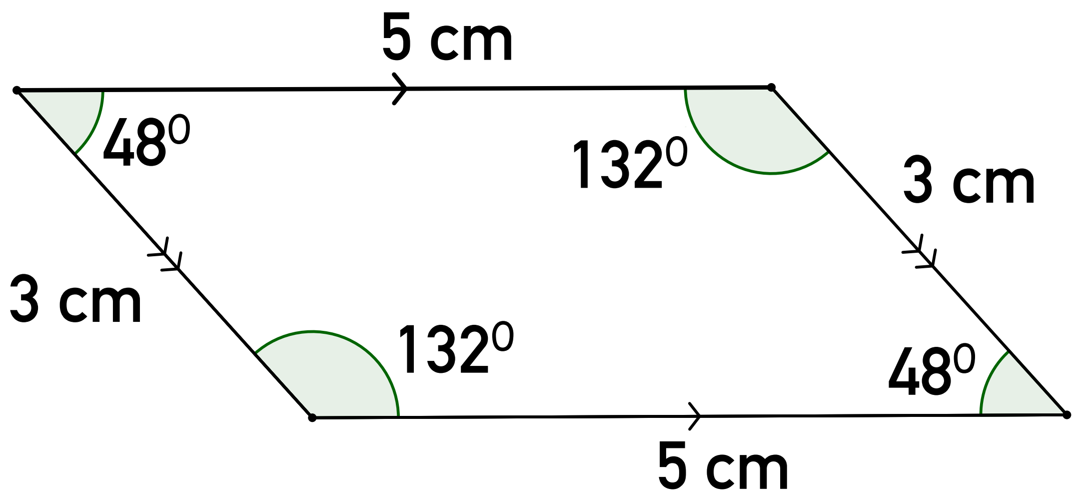
Παραλληλόγραμμο

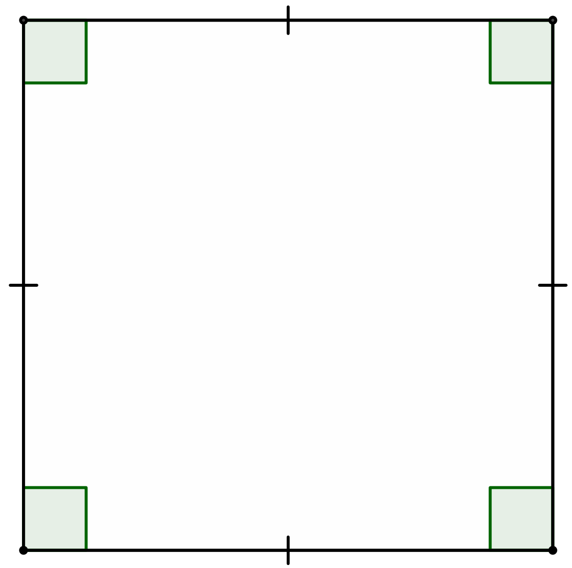
Ορθογώνιο

____

____

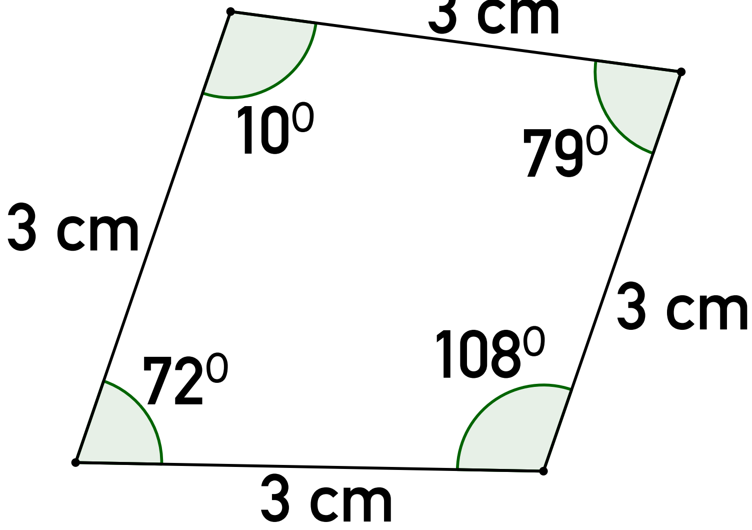




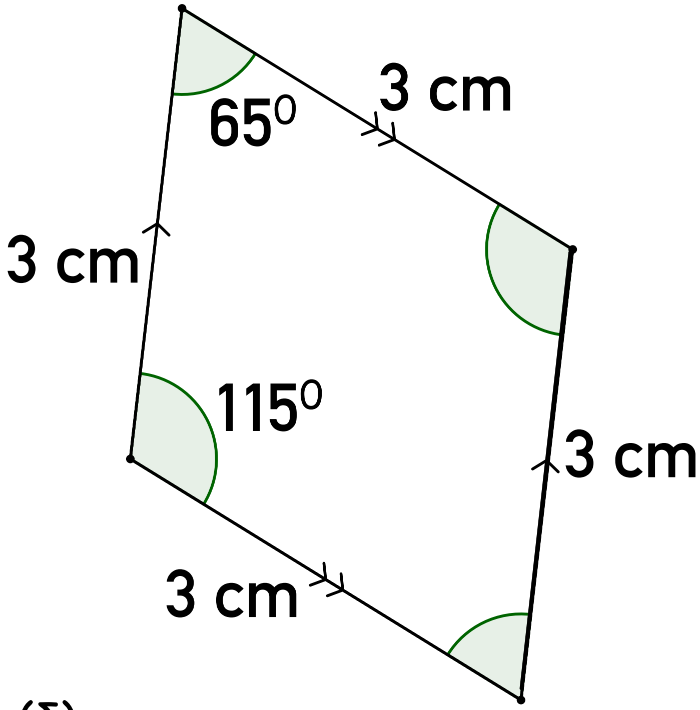


(α)

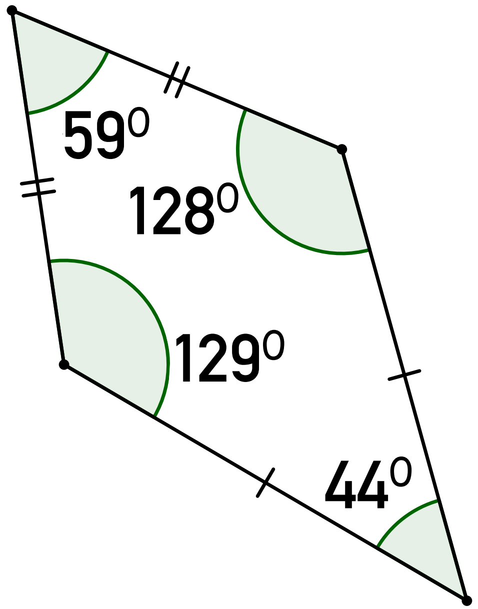
(β)



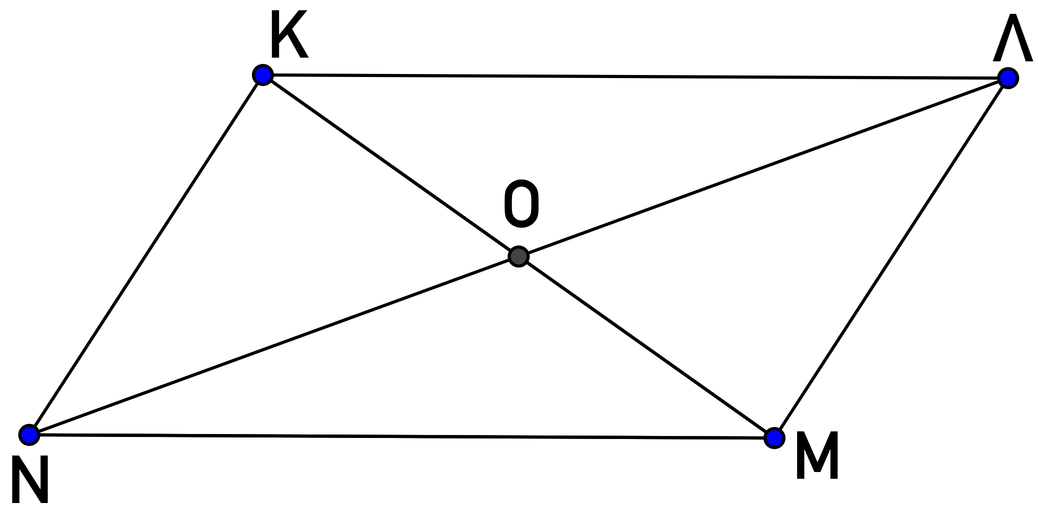
(γ)



(δ)



(ε)

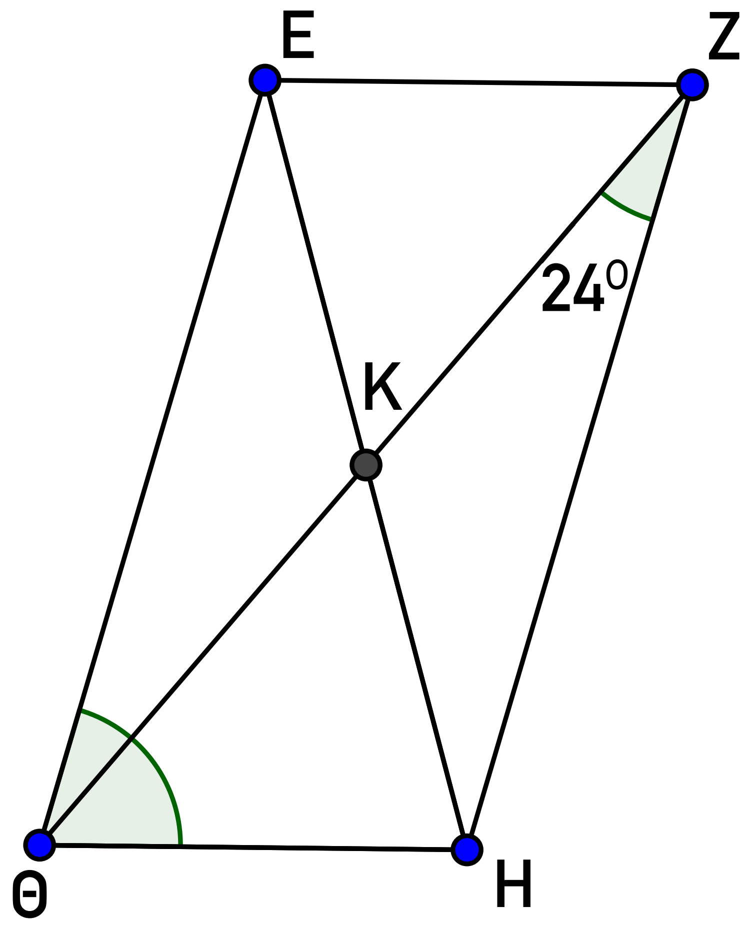


4. Το σχήμα **ΚΛΜΝ** είναι παραλληλόγραμμο. Να υπολογίσετε το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος **ΟΚ** και της πλευράς **ΚΝ**, αν **ΟΜ = 14 cm** και **ΛΜ = 16 cm**.

5. Το σχήμα **ΕΖΗΘ** είναι παραλληλόγραμμο.

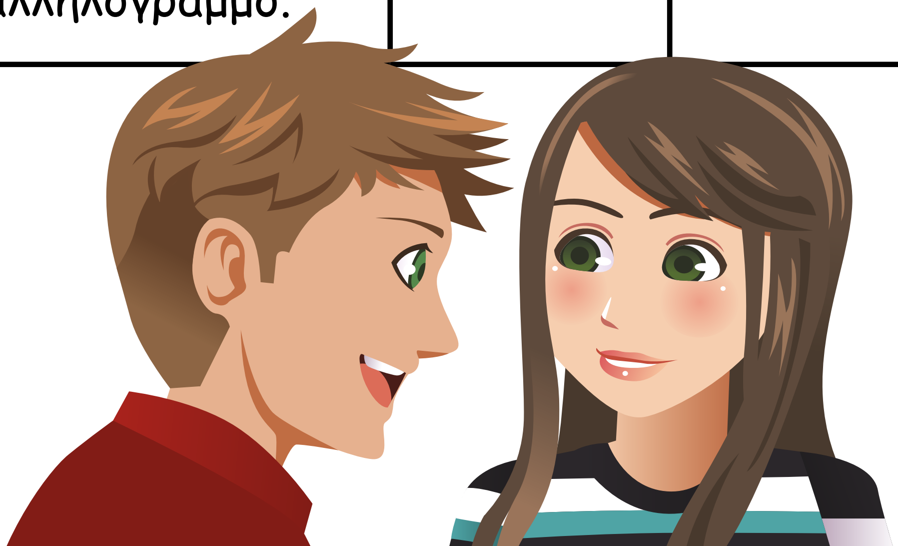
(α) Να υπολογίσετε το μήκος των διαγωνίων **ΖΘ** και **ΕΗ**, αν **ΚΕ = 8 cm** και **ΚΖ = 9 cm**.

(β) Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνίας $\widehat{EZ\Theta}$, αν $\widehat{E\Theta H} = 74^0$.



6. Να εξετάσετε την ορθότητα των πιο κάτω δηλώσεων.

	ΠΑΝΤΑ	ΚΑΠΟΤΕ	ΠΟΤΕ
(α) Το τετράγωνο είναι και ρόμβος.			
(β) Ο ρόμβος είναι και τετράγωνο.			
(γ) Το ορθογώνιο είναι και τετράγωνο.			
(δ) Το τετράγωνο είναι και ορθογώνιο.			
(ε) Ο ρόμβος είναι και παραλληλόγραμμο.			



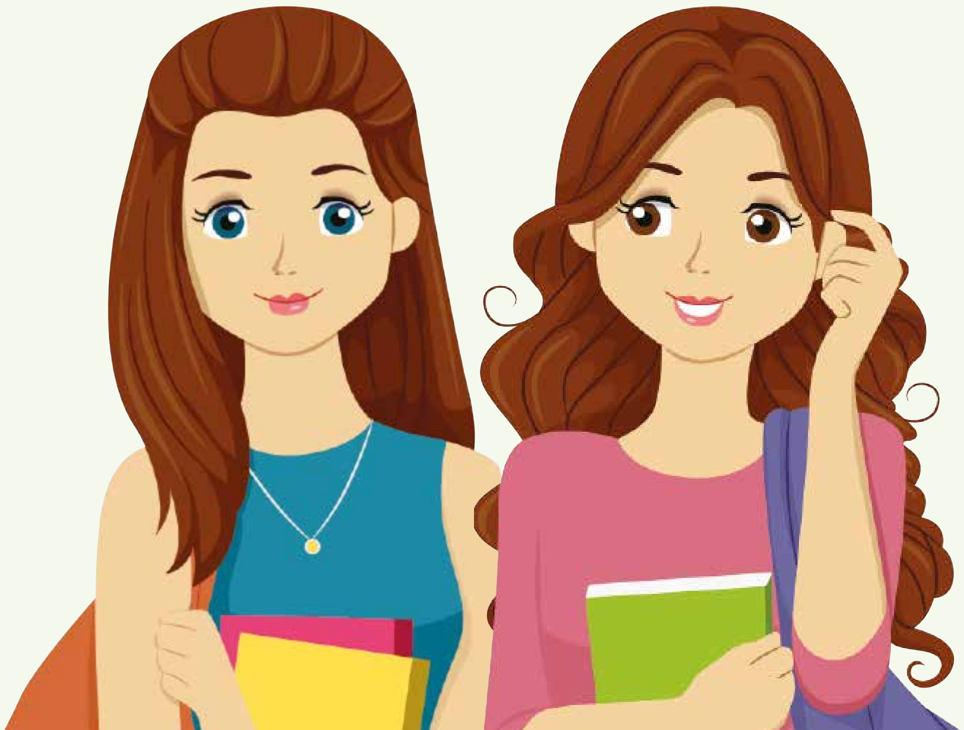
Επανάληψη

1. Να υπολογίσετε τον ΜΚΔ των πιο κάτω αριθμών. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

   (α) 18, 36 (β) 54, 72 (γ) 32, 96, 112

2. Να υπολογίσετε το ΕΚΠ των πιο κάτω αριθμών. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

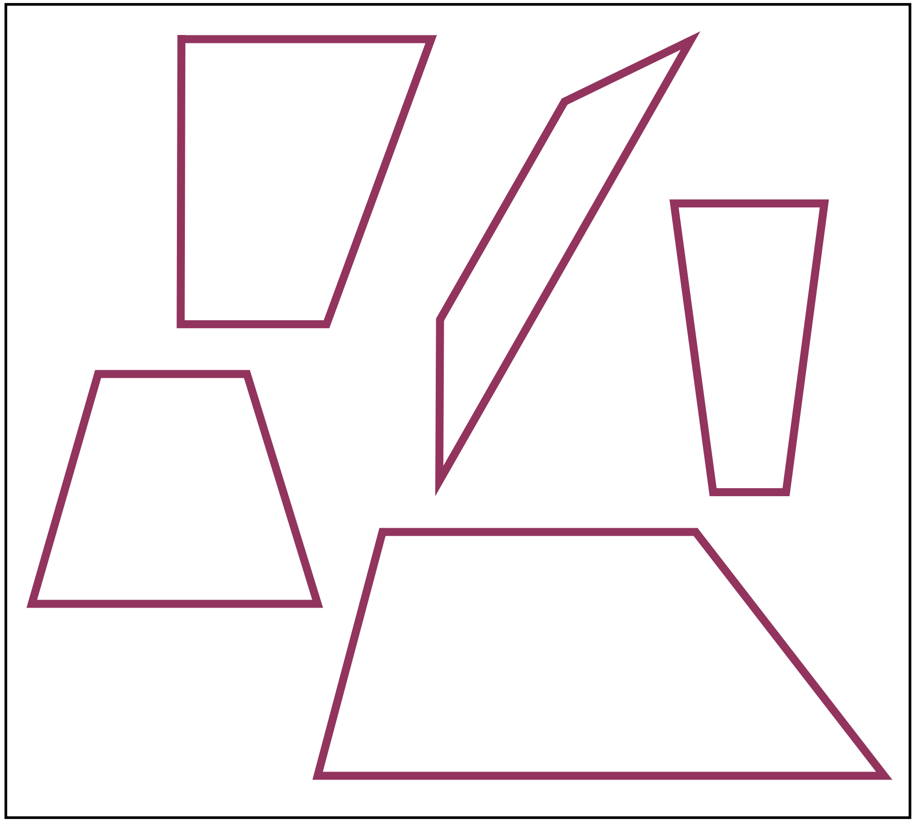
   (α) 25, 18 (β) 42, 24 (γ) 15, 18, 22



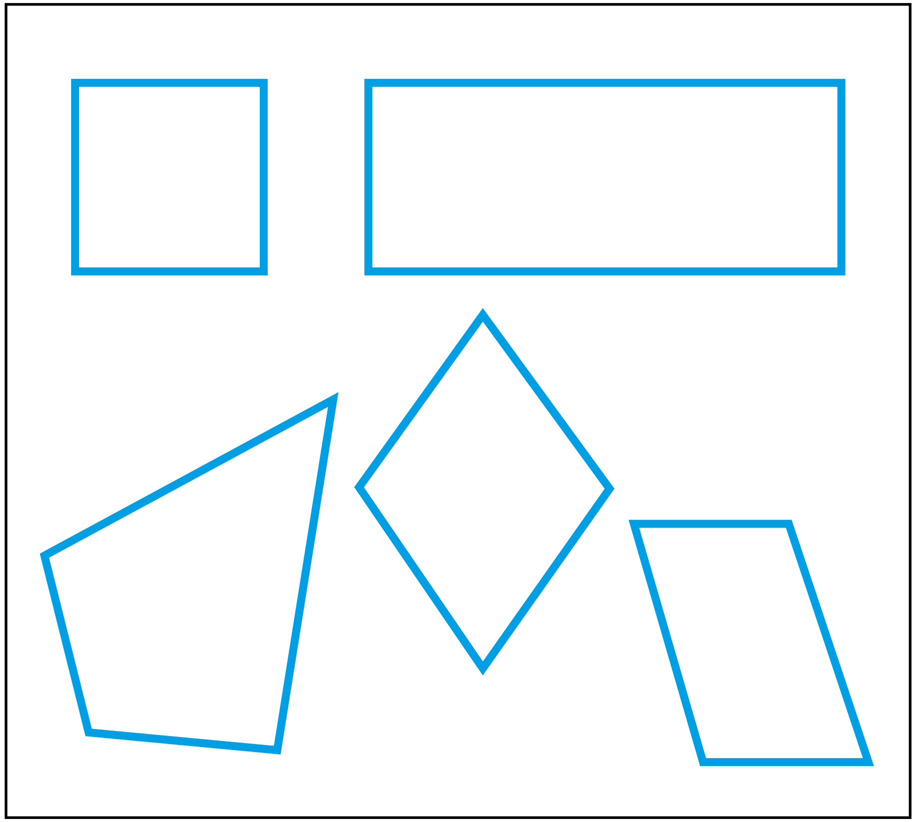
Μαθήματα 10 & 11

Διερεύνηση 1

Τα σχήματα της Ομάδας Α είναι τραπέζια. Τα σχήματα της Ομάδας Β δεν είναι τραπέζια.

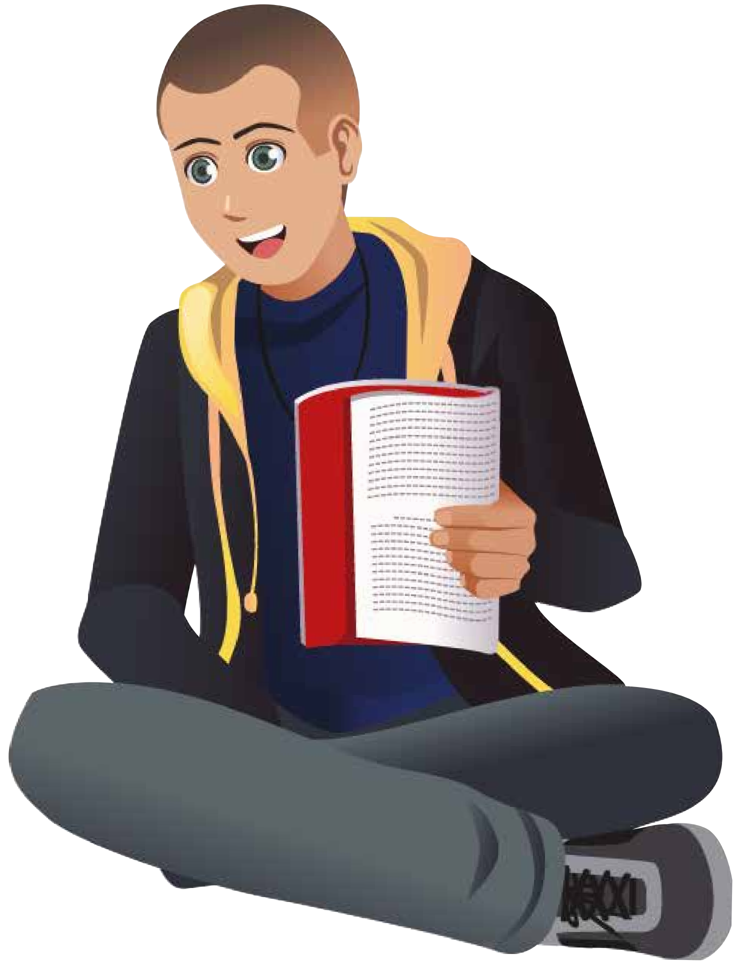


Ομάδα Α

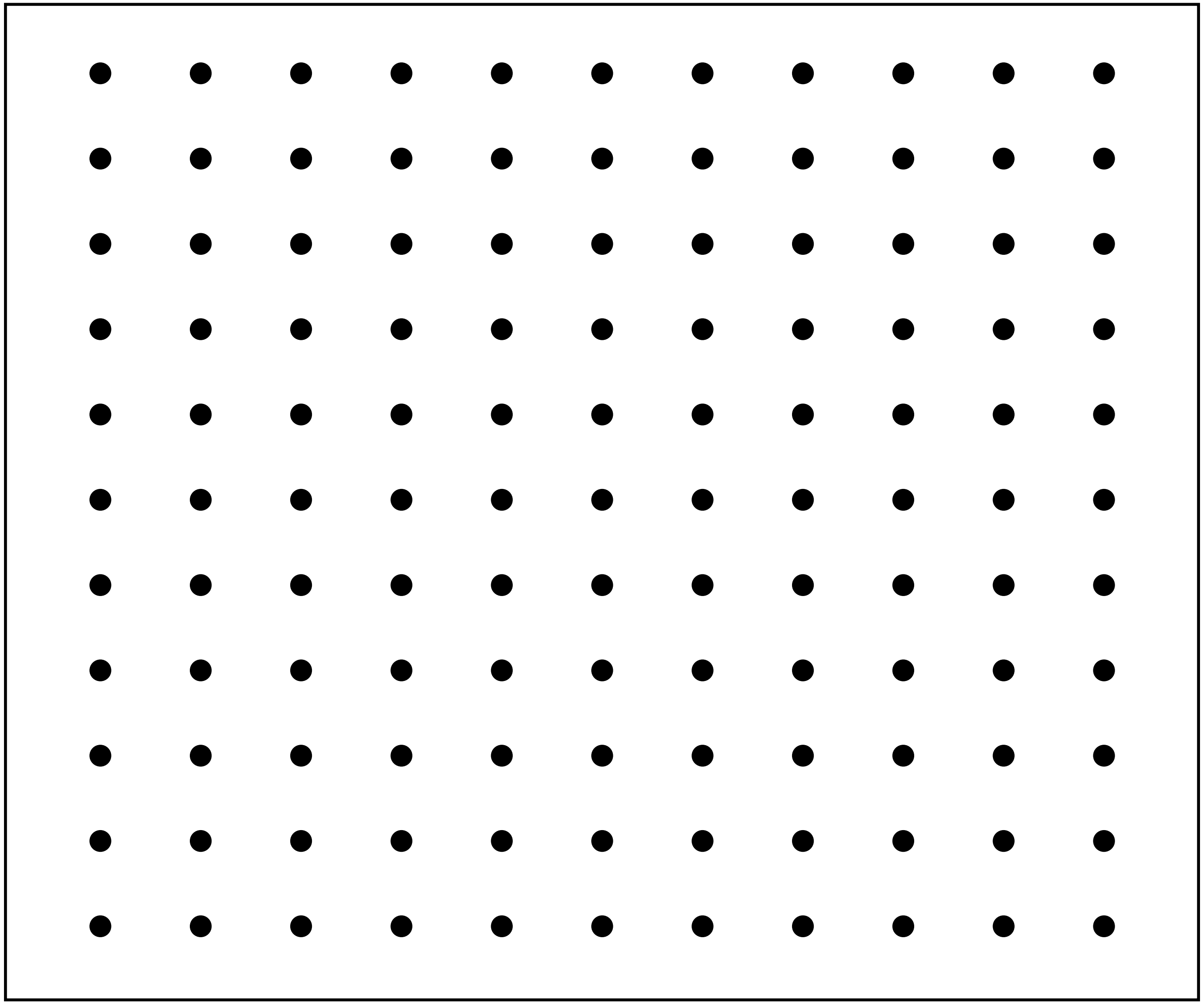


Ομάδα Β

(α) Να περιγράψετε τα χαρακτηριστικά του τραπεζίου.



(β) Να κατασκευάσετε δύο διαφορετικά τραπέζια.

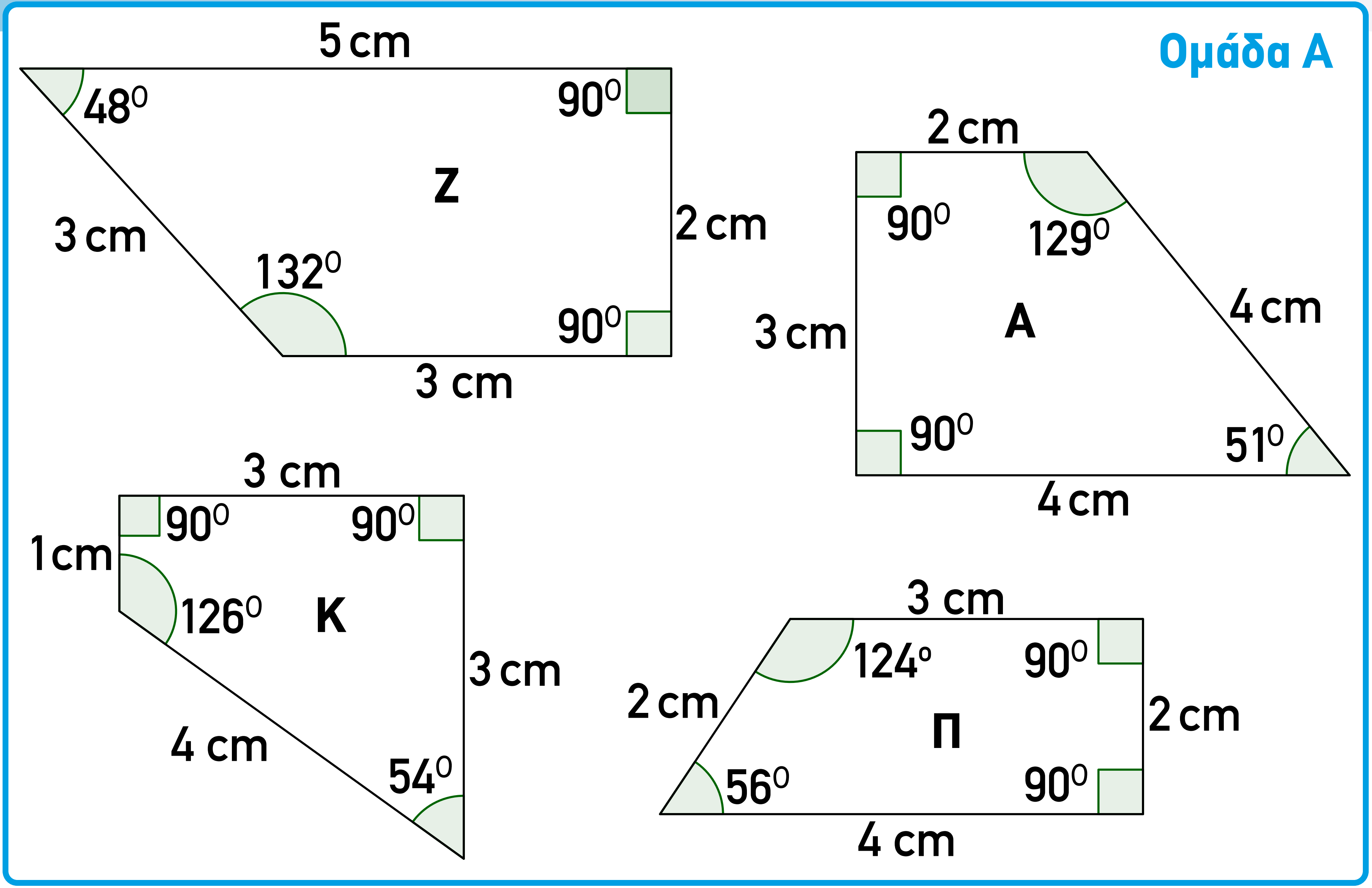


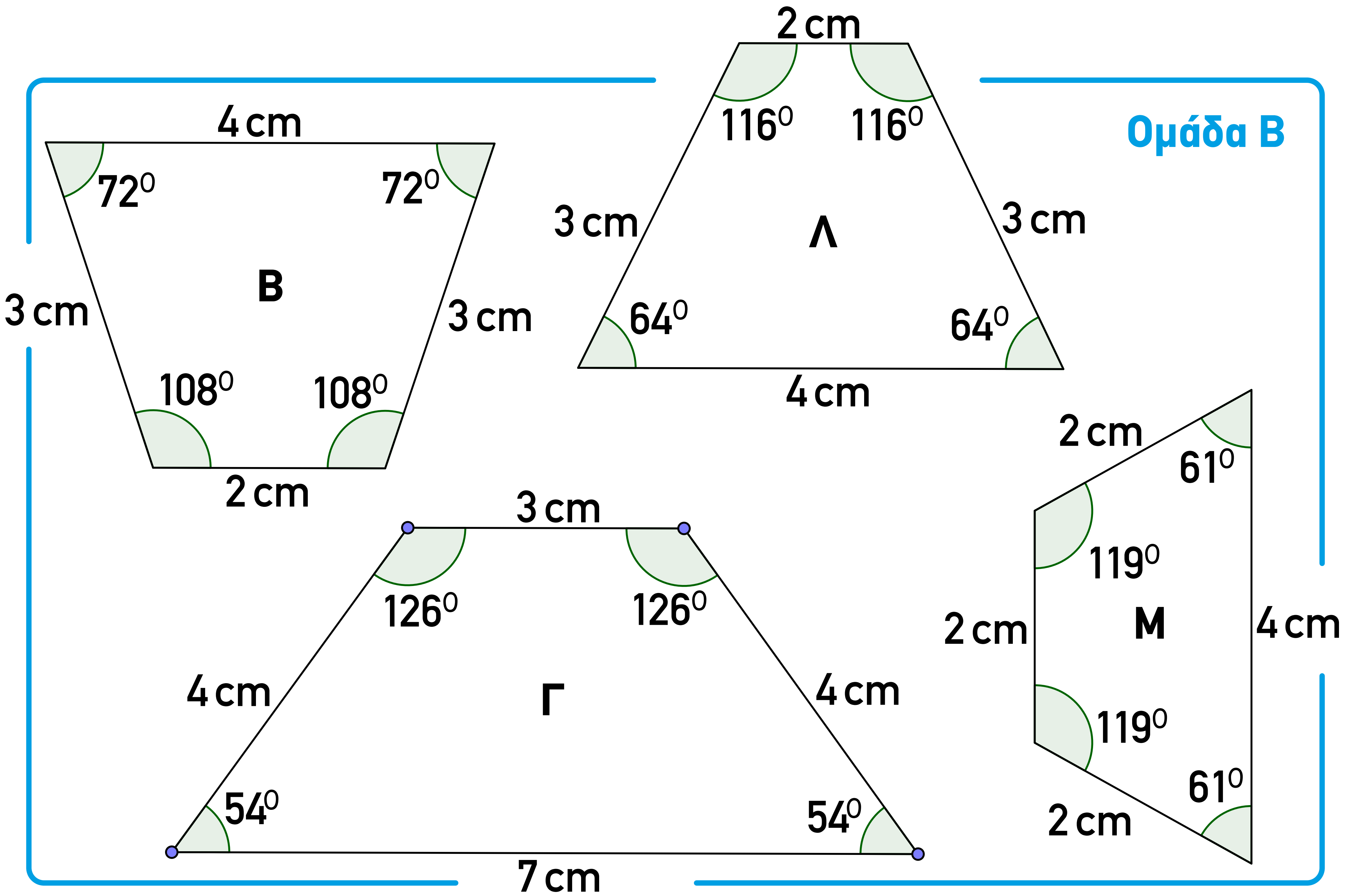
Ο Φάνης ταξινόμησε τα τραπέζια σε τρεις ομάδες. Να επεξηγήσετε το σκεπτικό της ταξινόμησής του.

Ομάδα Α

Ομάδα Β

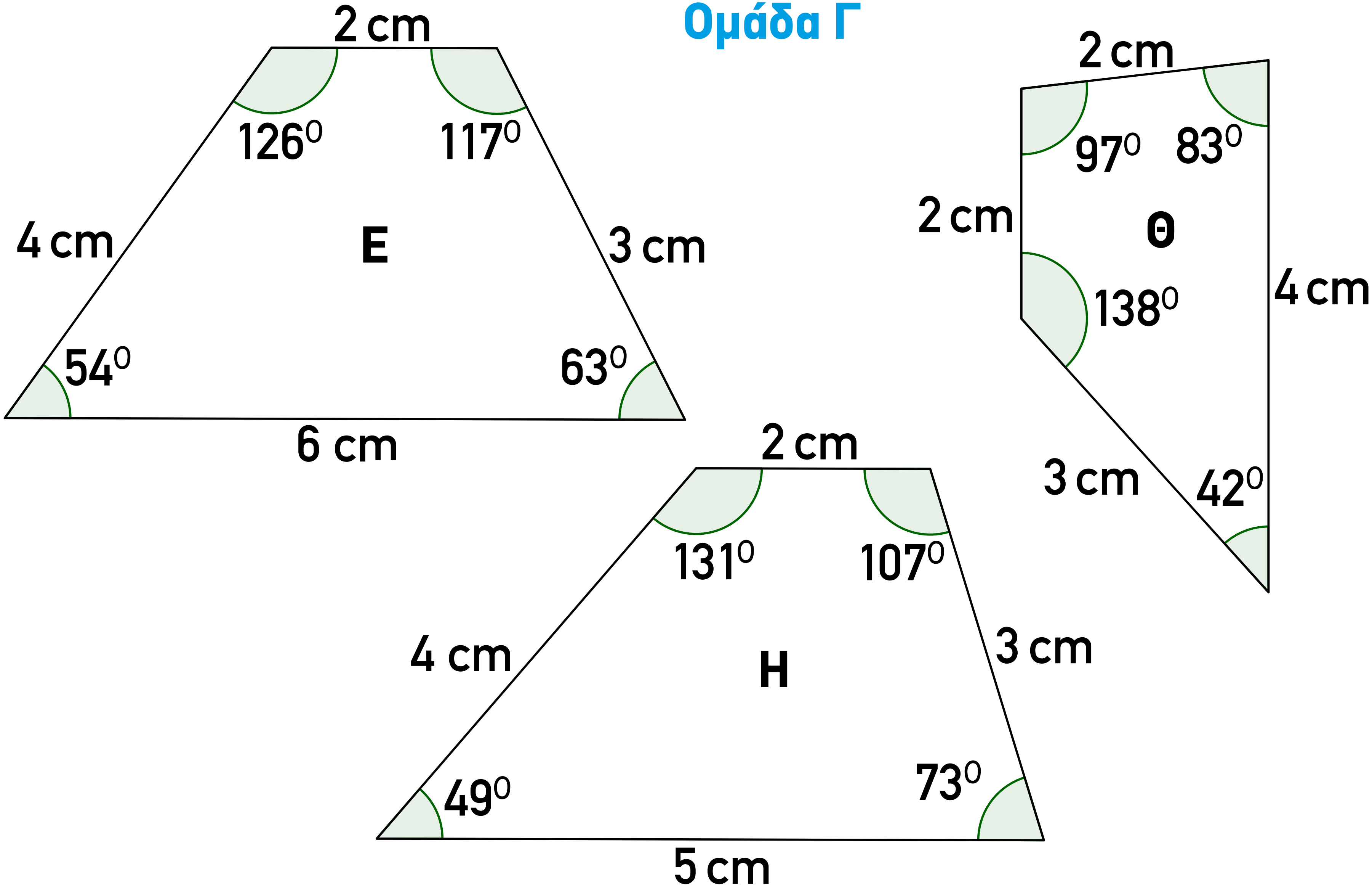
Ομάδα Γ


Ομάδα Α
Ζ
5 cm
3 cm
2 cm
3 cm
48⁰
90⁰
132⁰
90⁰
Α
2 cm
3 cm
4 cm
4 cm
90⁰
129⁰
90⁰
51⁰
Κ
3 cm
1 cm
3 cm
4 cm
90⁰
90⁰
126⁰
54⁰
Π
3 cm
2 cm
2 cm
4 cm
124⁰
90⁰
56⁰
90⁰

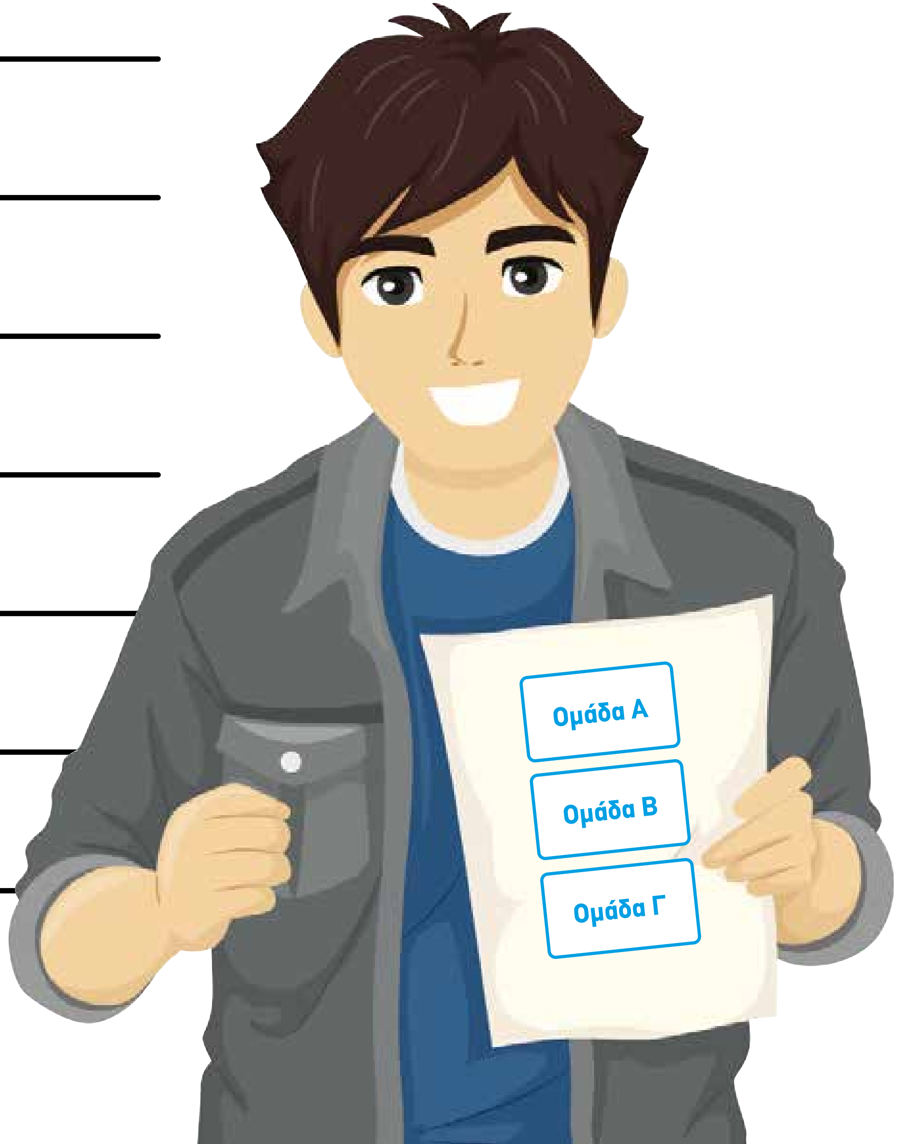


Ομάδα Β
4 cm
72⁰
72⁰
3 cm
B
3 cm
108⁰
108⁰
2 cm
2 cm
116⁰
116⁰
3 cm
Λ
3 cm
64⁰
64⁰
4 cm
3 cm
126⁰
126⁰
4 cm
Γ
4 cm
54⁰
54⁰
7 cm
2 cm
61⁰
119⁰
2 cm
M
4 cm
119⁰
61⁰
2 cm

Ομάδα Γ

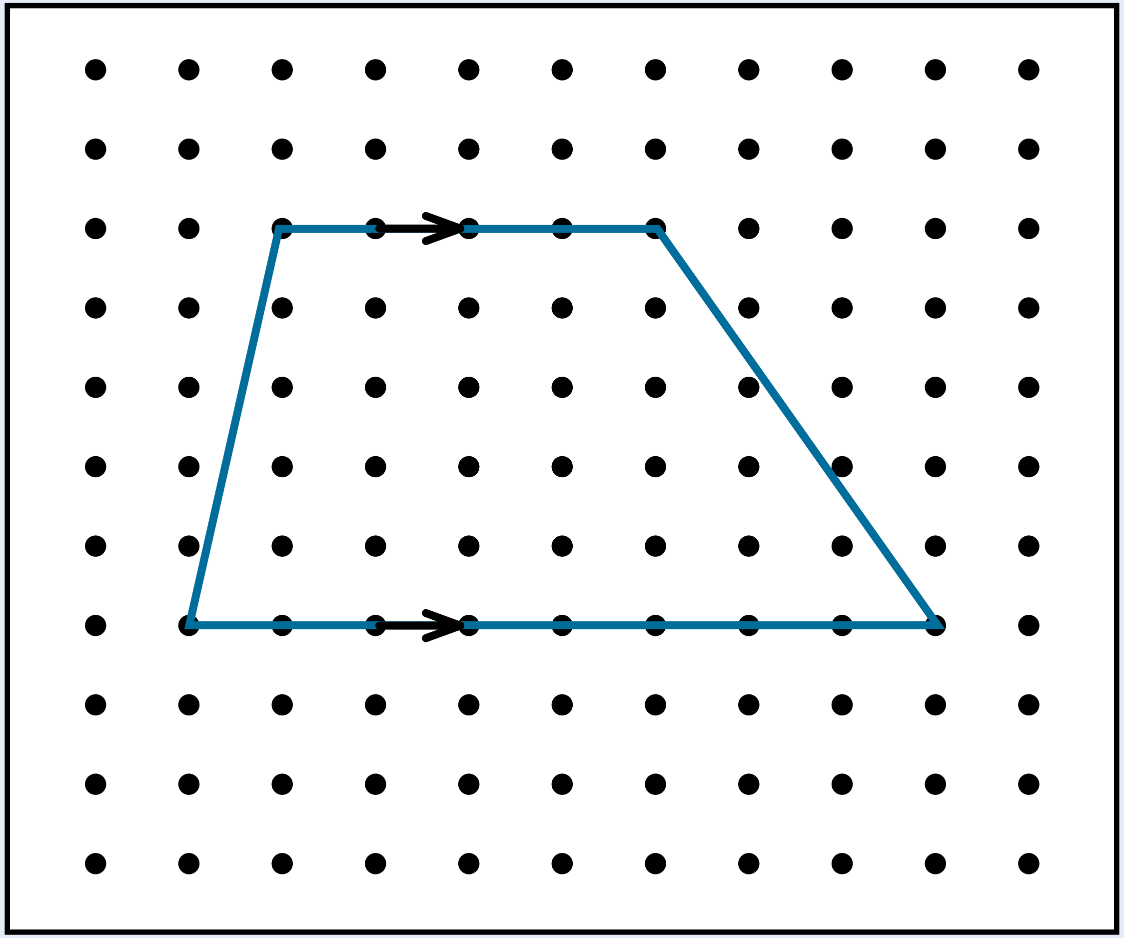


2 cm
126⁰
117⁰
4 cm
E
3 cm
54⁰
63⁰
6 cm
2 cm
97⁰
83⁰
2 cm
Θ
4 cm
138⁰
3 cm
42⁰
2 cm
131⁰
107⁰
4 cm
H
3 cm
49⁰
73⁰
5 cm

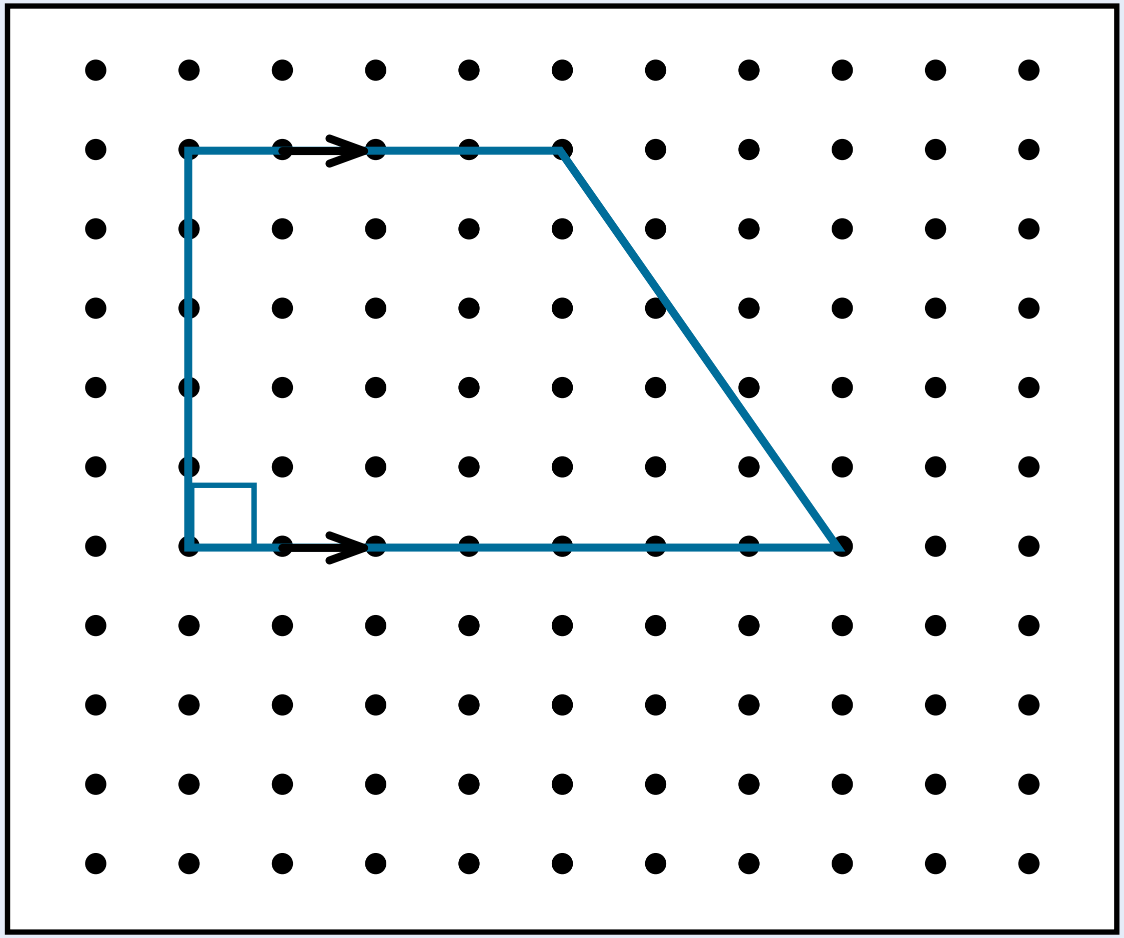

Ομάδα Α
Ομάδα Β
Ομάδα Γ

Νέες Έννοιες

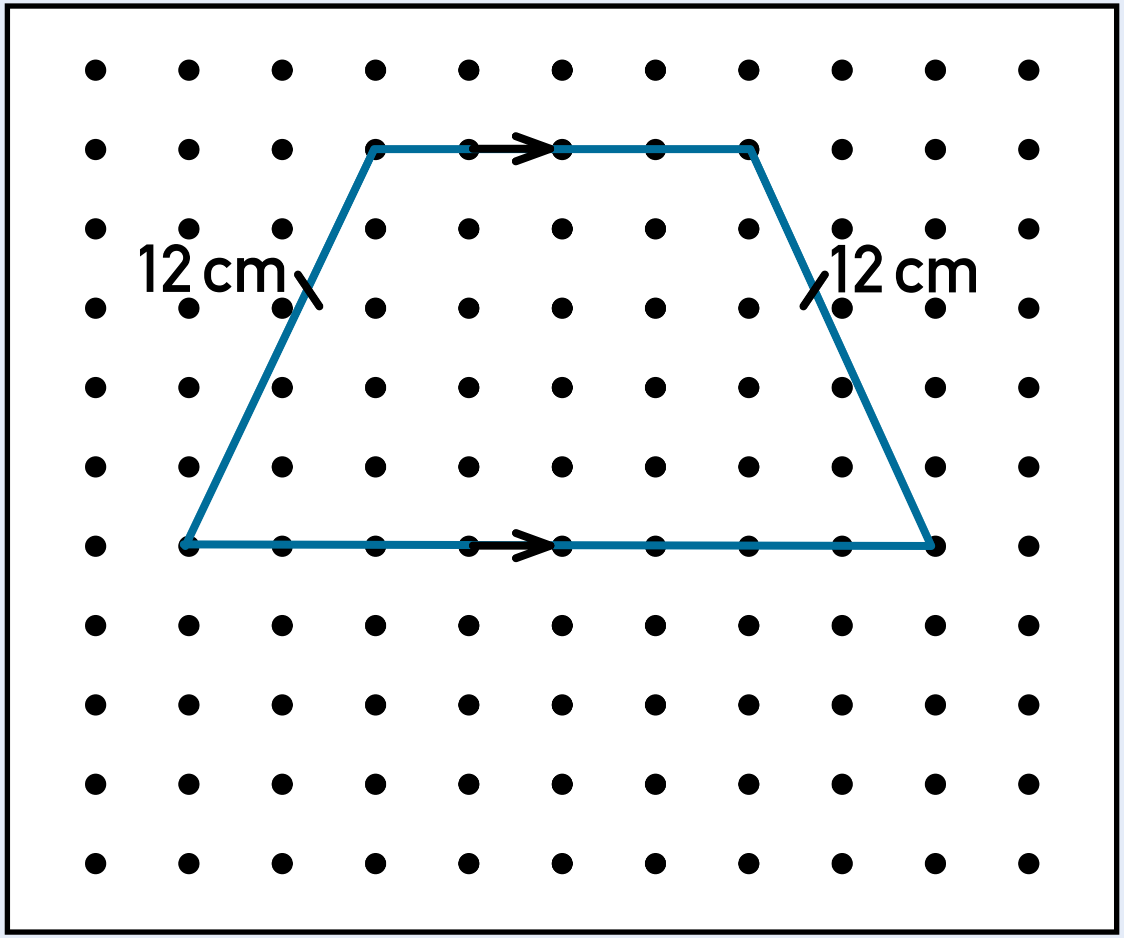
- **Τραπέζιο** ονομάζεται το τετράπλευρο που έχει μόνο τις δύο πλευρές του παράλληλες. Οι παράλληλες πλευρές του τραπεζίου ονομάζονται **βάσεις** του τραπεζίου.



- Το τραπέζιο που έχει **μια ορθή γωνία** ονομάζεται **ορθογώνιο τραπέζιο.**

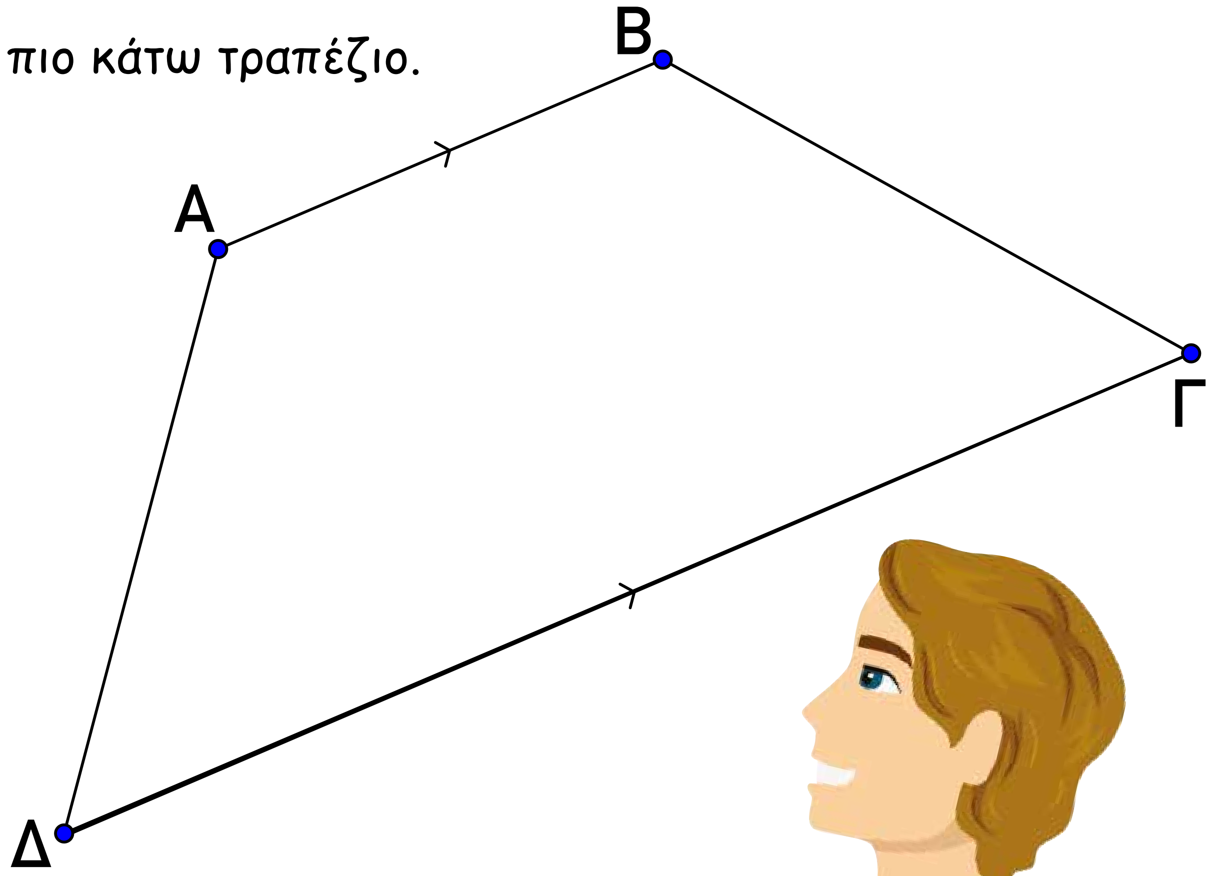


- Το τραπέζιο που έχει τις **μη παράλληλες πλευρές του.**



Παραδείγματα

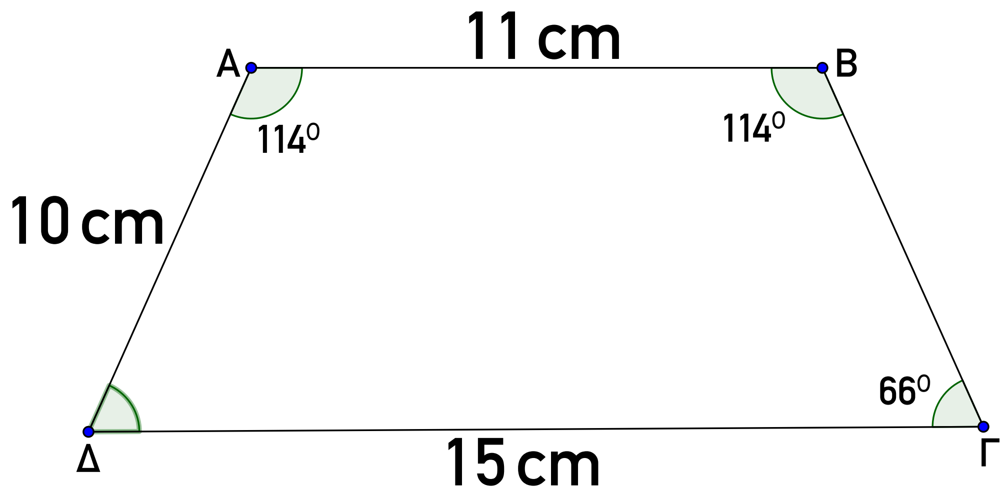
1. Να ονομάσετε τις βάσεις στο πιο κάτω τραπέζιο.



Λύση:

Στο τραπέζιο ΑΒΓΔ, οι πλευρές ΑΒ και ΔΓ είναι παράλληλες. Άρα, αποτελούν τις βάσεις του τραπεζίου.

2. Το ΑΒΓΔ είναι ισοσκελές τραπέζιο. Να βρείτε το μήκος της πλευράς ΒΓ και το μέτρο της γωνίας $\hat{\Delta}$ ($A\hat{\Delta}\Gamma$).



Λύση:

Η πλευρά ΒΓ είναι ίση με την πλευρά ΑΔ, γιατί το ΑΒΓΔ είναι ισοσκελές τραπέζιο.
Άρα, ΒΓ = ΑΔ = 10 cm

Το άθροισμα των γωνιών του τραπεζίου ΑΒΓΔ ισούται με

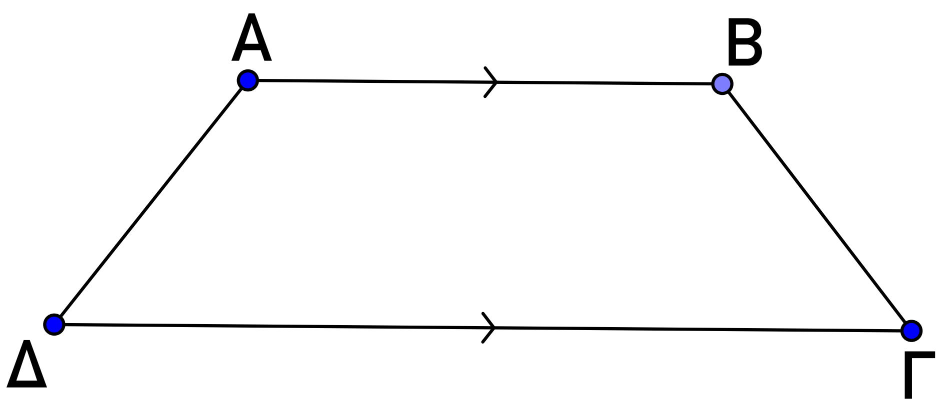
$(4 - 2) \cdot 180^0 = 2 \cdot 180^0 = 360^0$.

$114^0 + 114^0 + 66^0 + A\hat{\Delta}\Gamma = 360^0$ Άρα, $A\hat{\Delta}\Gamma = 66^0$

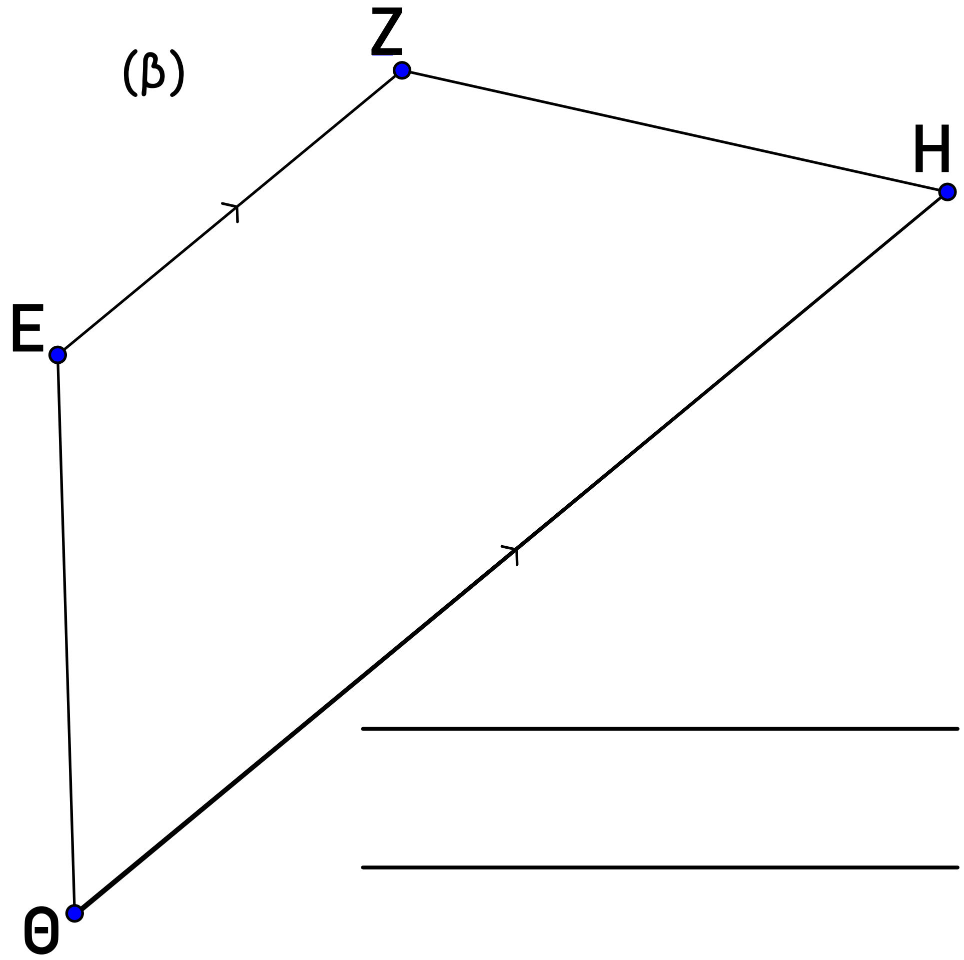
Δραστηριότητες

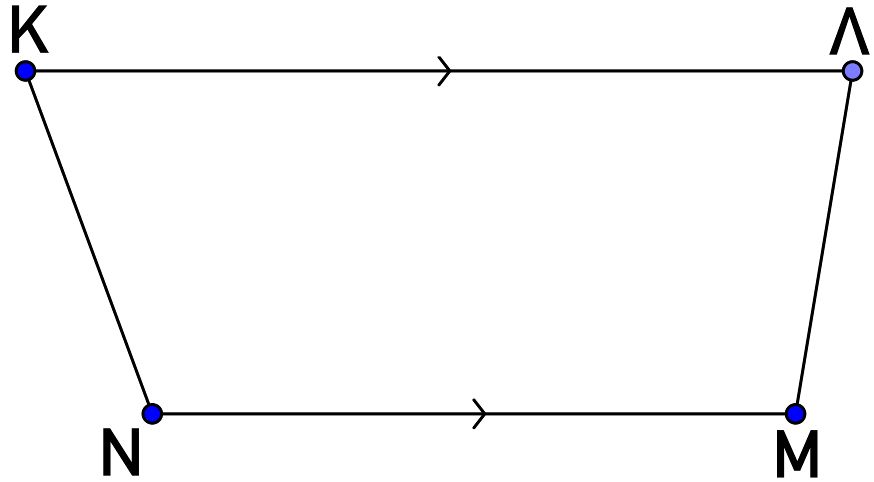
1. Να ονομάσετε τα ευθύγραμμα τμήματα που αποτελούν τις βάσεις κάθε τραπεζίου.

(α)



(β)



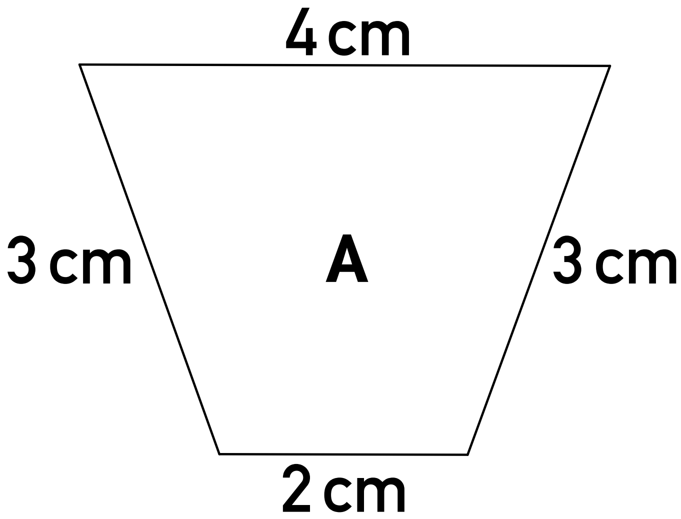
(γ) 

____

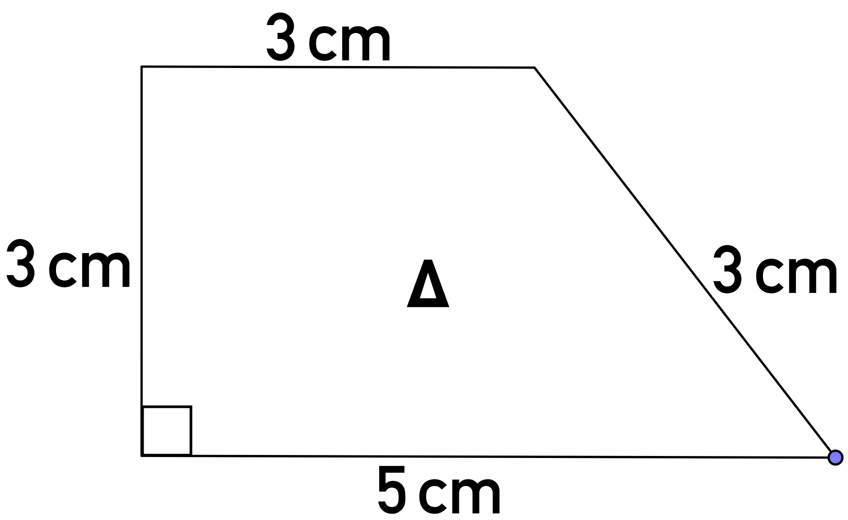
____

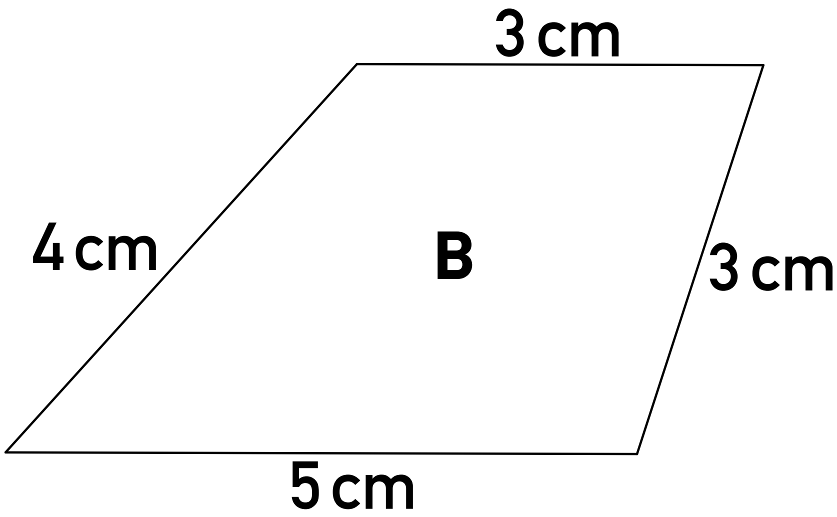
____

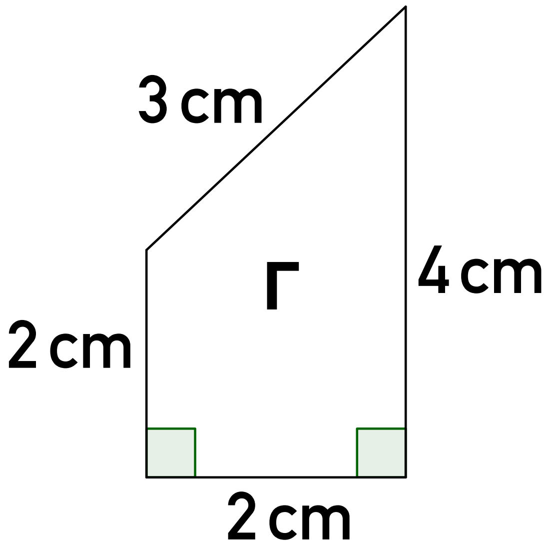
2. Τα πιο κάτω σχήματα είναι τραπέζια.
Να αντιστοιχίσετε.



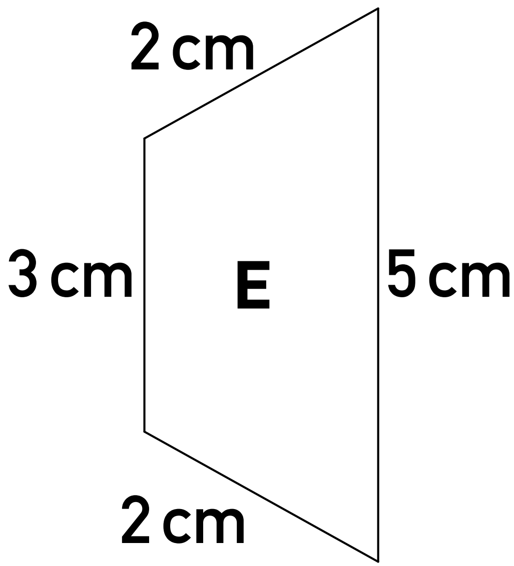
Ορθογώνιο τραπέζιο

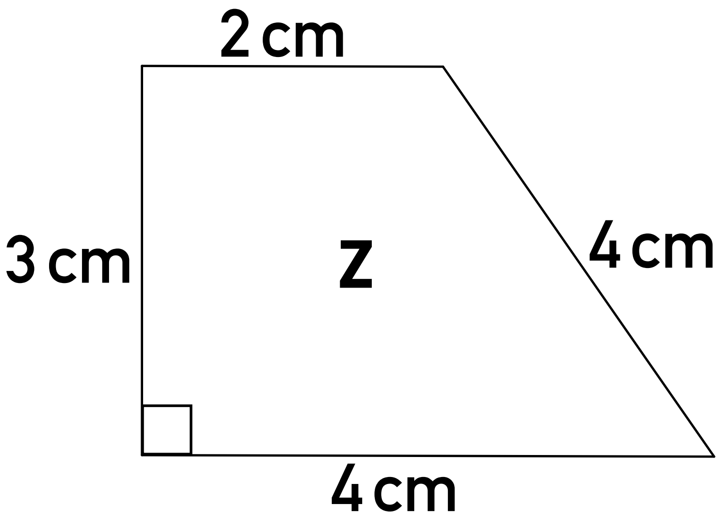






Ισοσκελές τραπέζιο





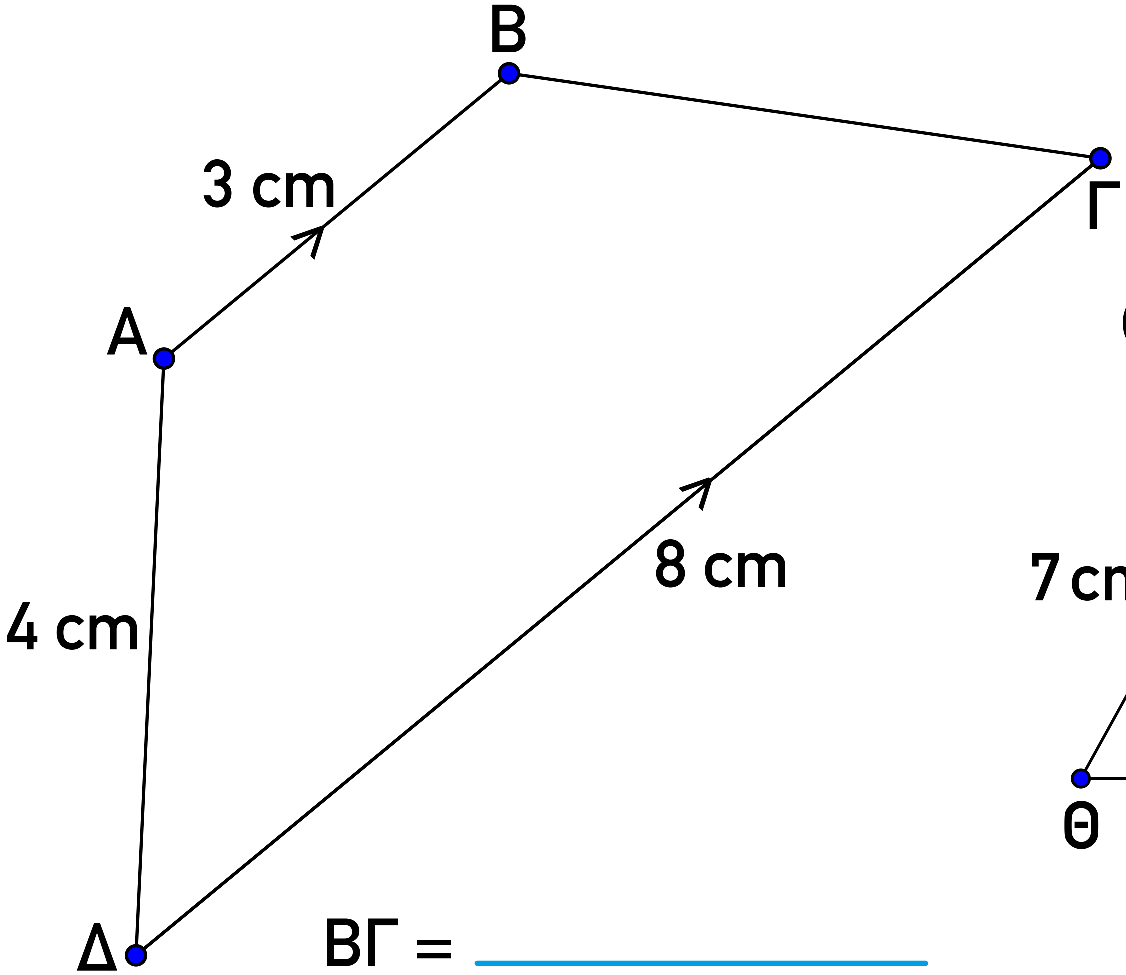
3. Να κατασκευάσετε:

(α) ένα ορθογώνιο τραπέζιο

(β) ένα ισοσκελές τραπέζιο

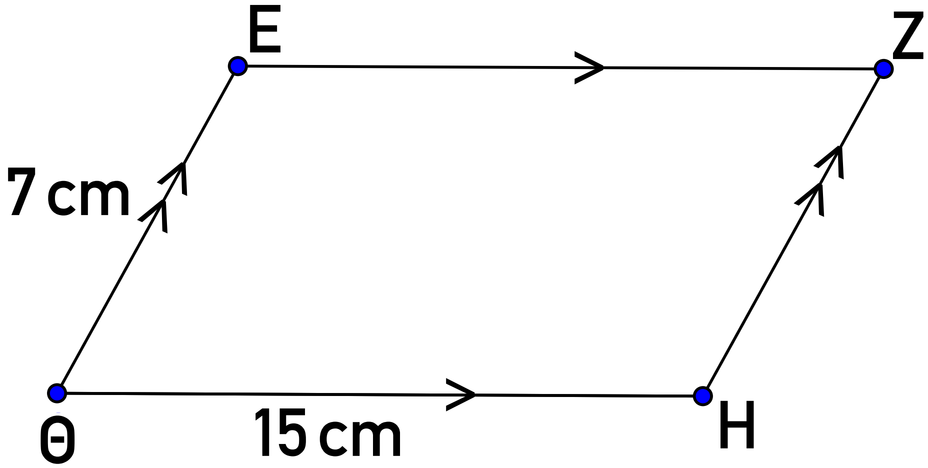
4. (α) Να υπολογίσετε το μήκος της πλευράς σε κάθε περίπτωση.

(i) Το **ΑΒΓΔ** είναι ισοσκελές τραπέζιο.



ΒΓ = ____________________

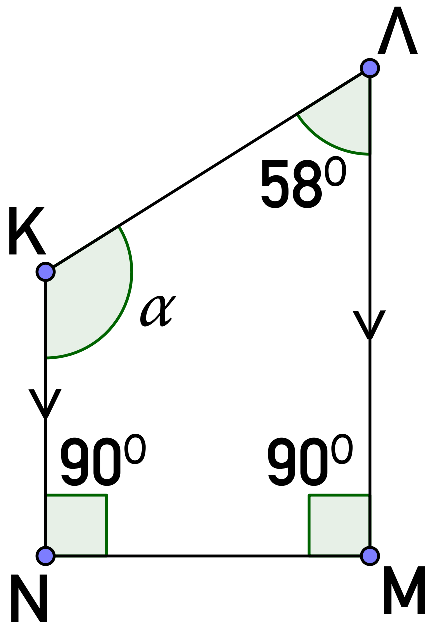
(ii) Το **ΕΖΗΘ** είναι παραλληλόγραμμο.



ΖΗ = ____________________

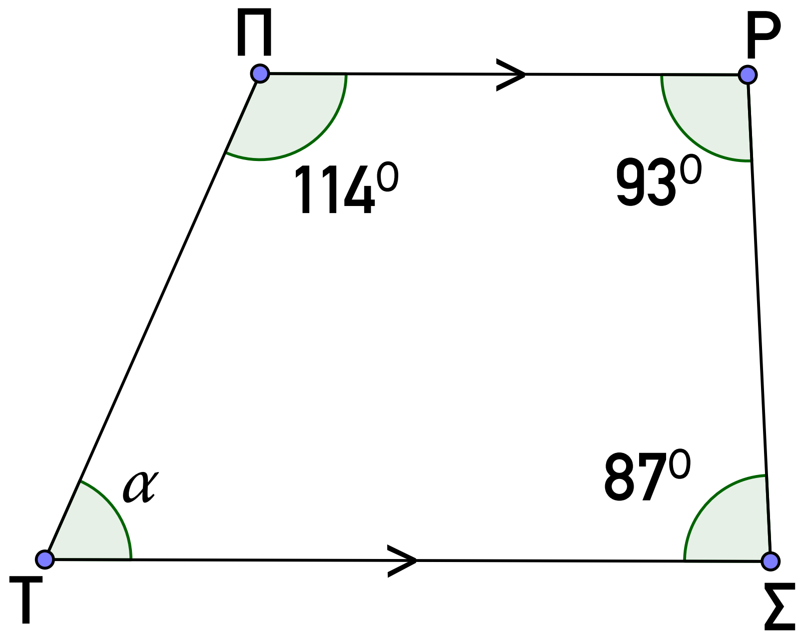
(β) Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνίας α σε κάθε περίπτωση.

(i) Το ΚΛΜΝ είναι ορθογώνιο τραπέζιο.



$\hat{ΛΚΝ} =$ ____________

(ii) Το ΠΡΣΤ είναι τραπέζιο.

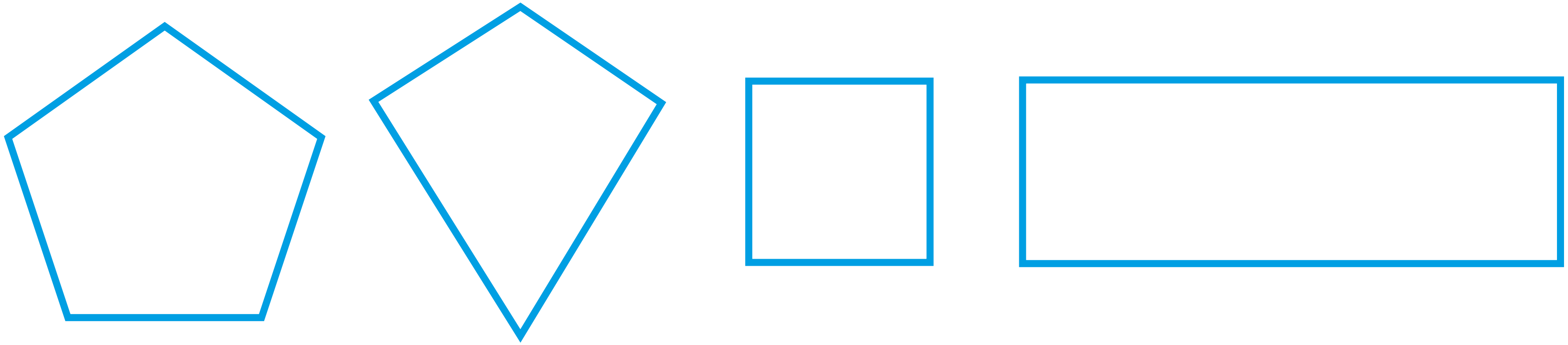


$\hat{ΠΤΣ} =$ ____________

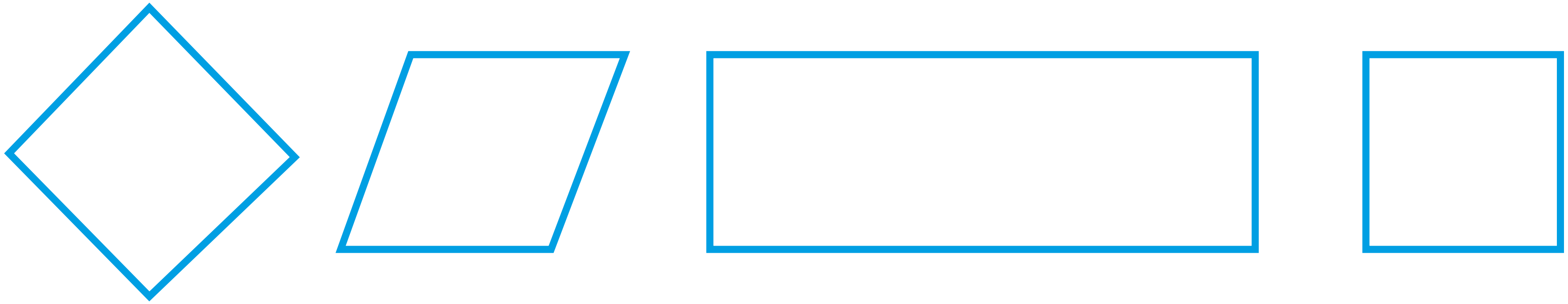
5. Να βάλετε σε κύκλο το σχήμα που δεν ταιριάζει με τα υπόλοιπα σε κάθε περίπτωση και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

(α)

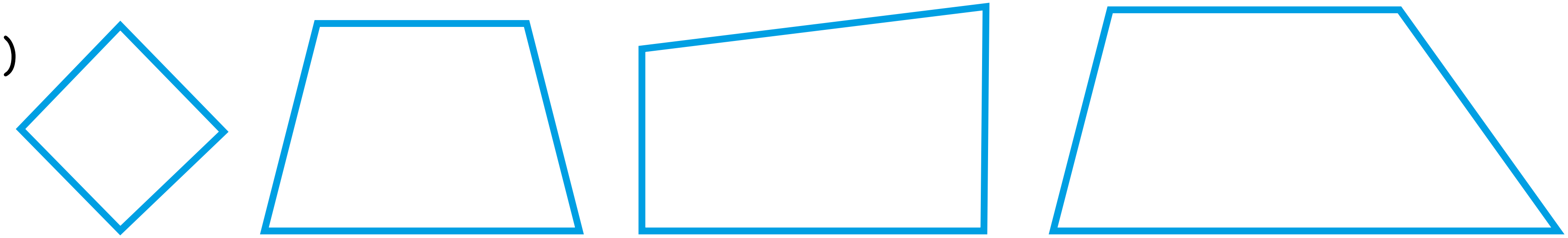
(β)



(γ)



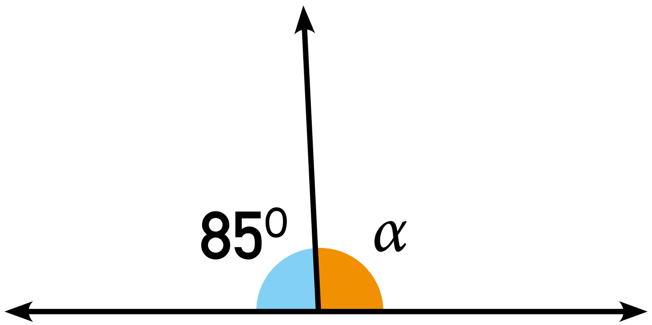
(δ)



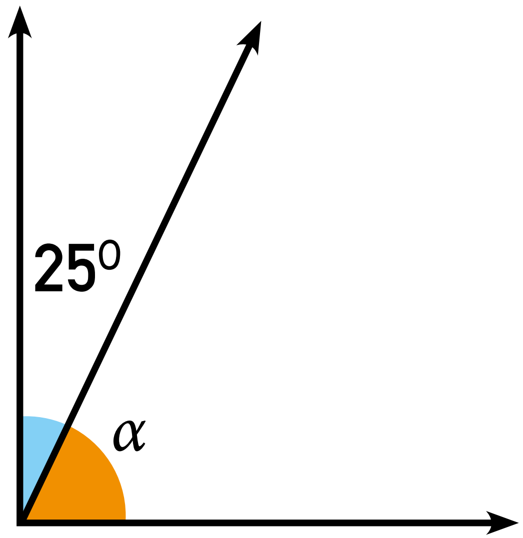
Δραστηριότητες ενότητας

1. Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνίας $\hat{\alpha}$ σε κάθε περίπτωση.

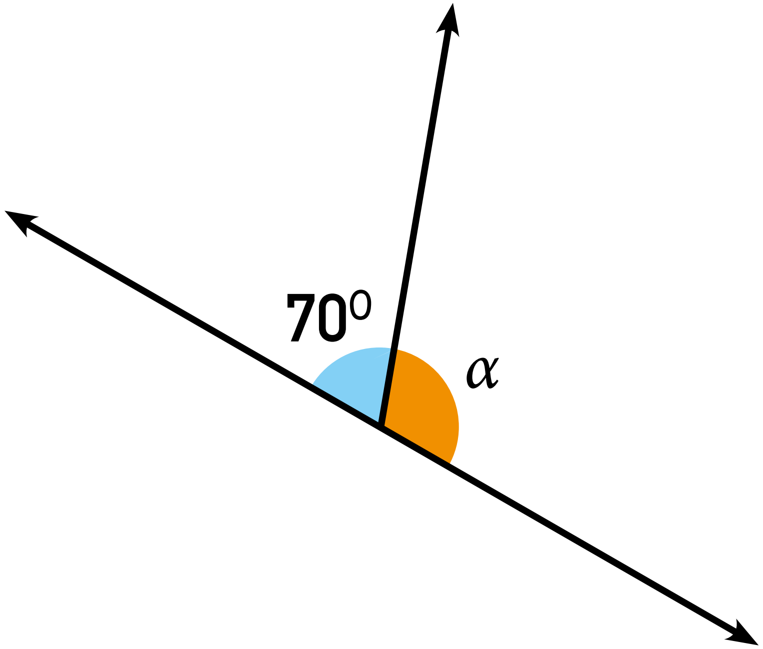
(α)



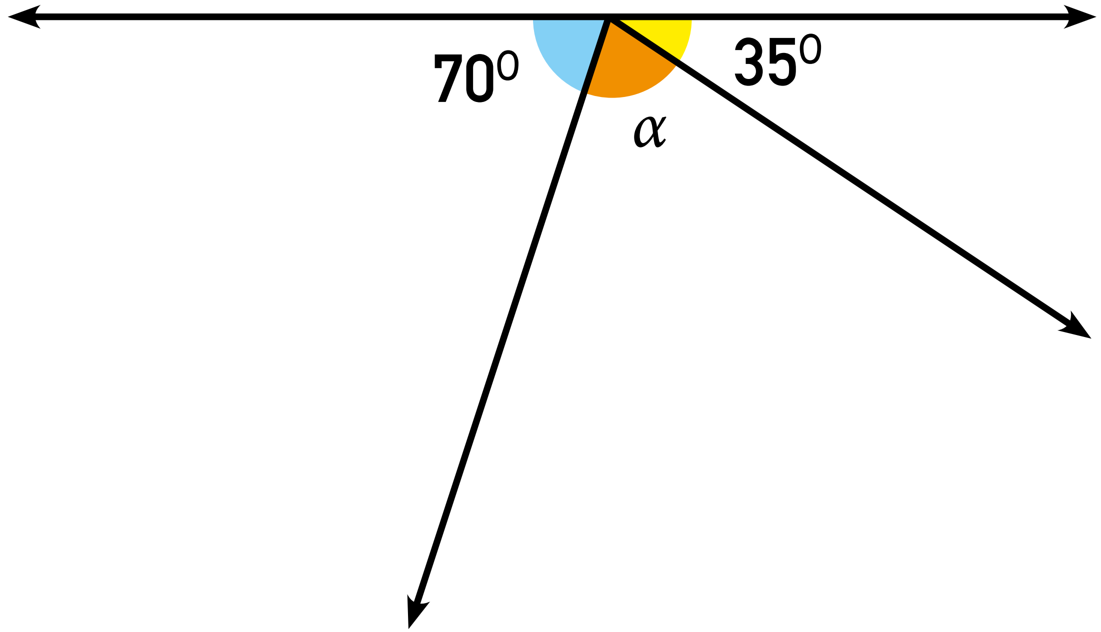
(β)



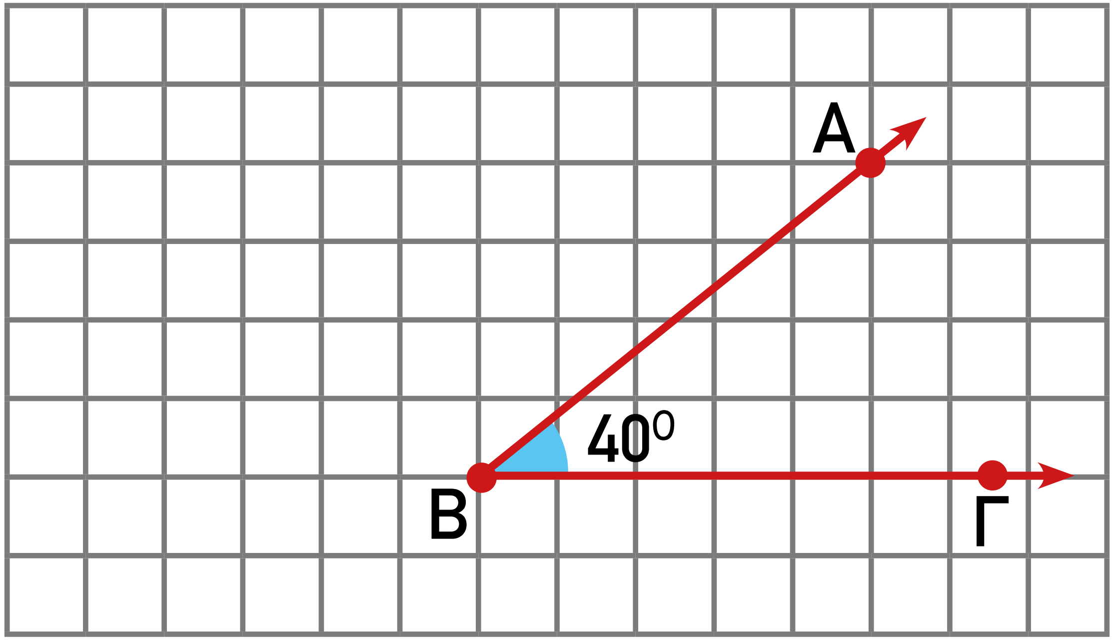
(γ)



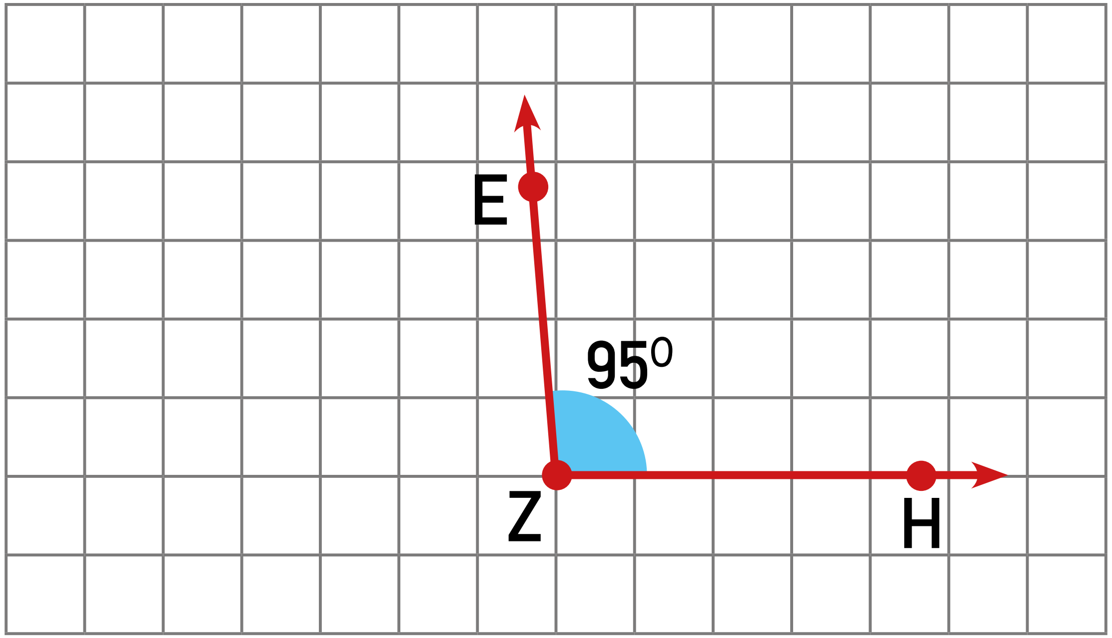
(δ)



2. (α) Να κατασκευάσετε τη συμπληρωματική της γωνίας $\widehat{ΑΒΓ}$ και να υπολογίσετε το μέτρο της.

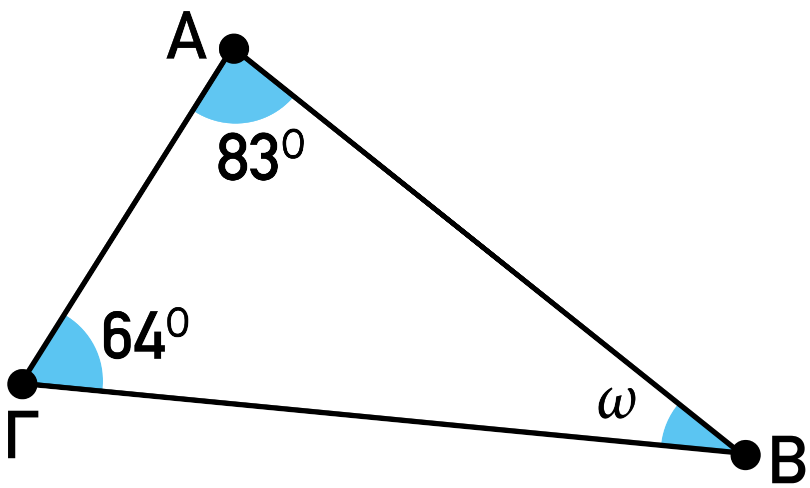


(β) Να κατασκευάσετε την παραπληρωματική της γωνίας $E\hat{Z}H$ και να υπολογίσετε το μέτρο της.

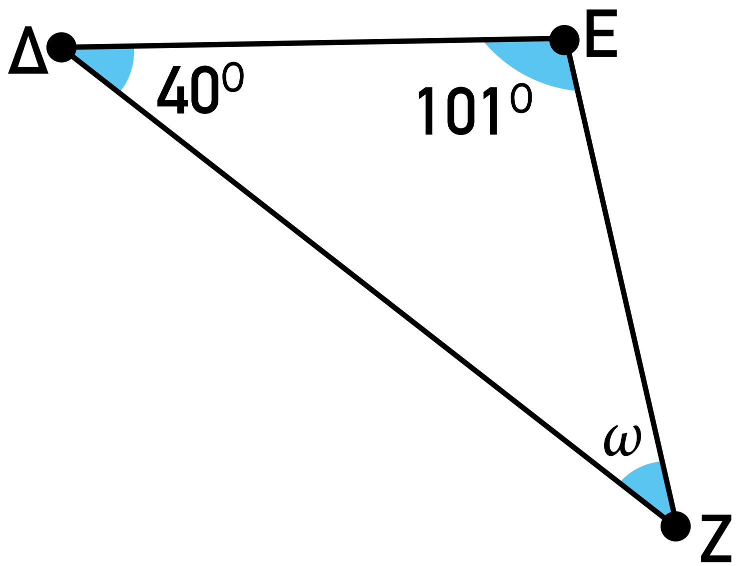


3. Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνίας $\hat{\omega}$ σε κάθε περίπτωση και να ονομάσετε το τρίγωνο (αμβλυγώνιο, οξυγώνιο, ορθογώνιο).

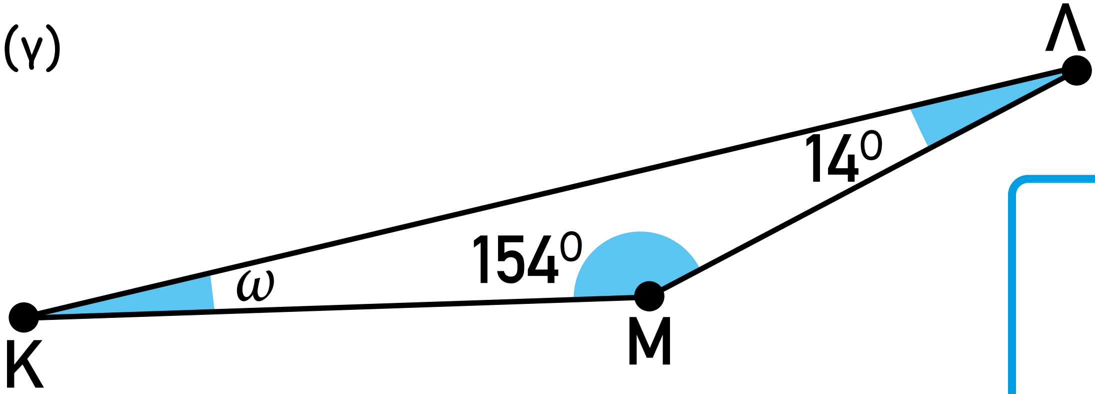
(α)



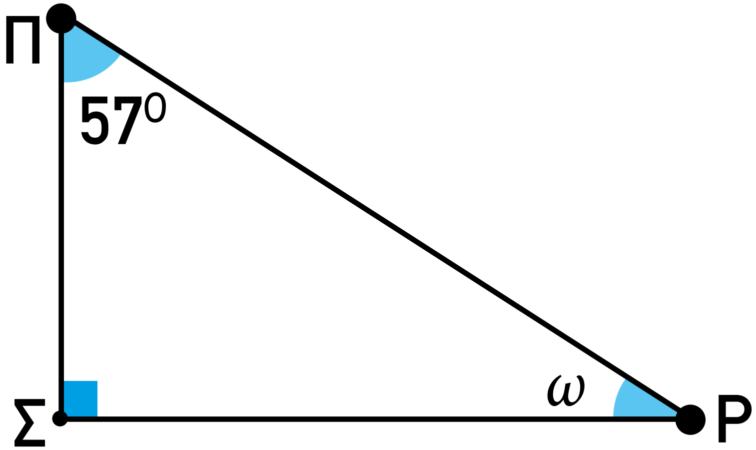
(β)



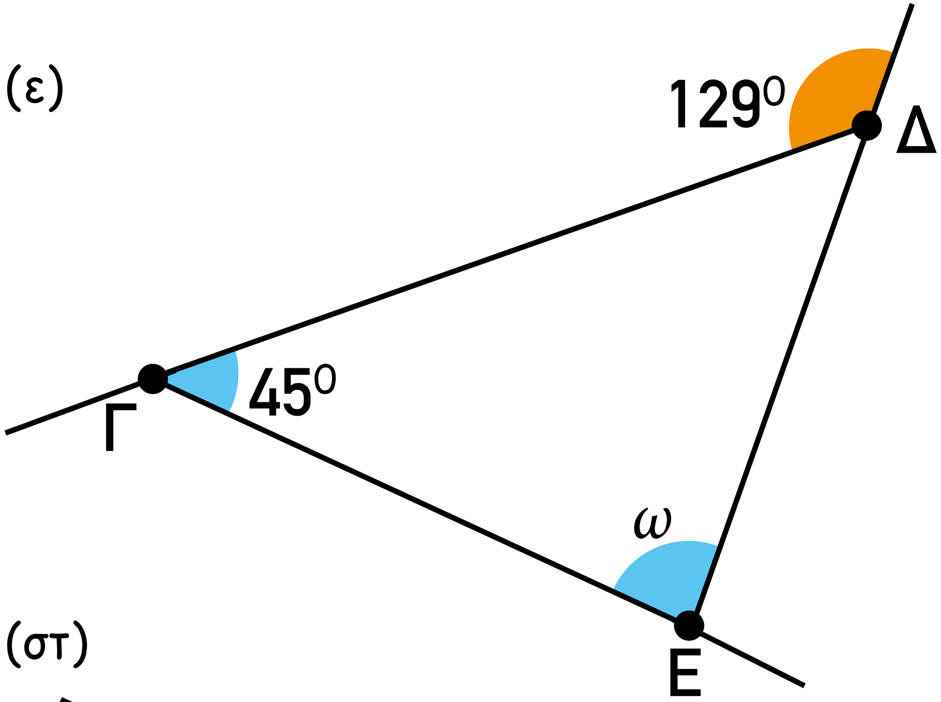
(γ)



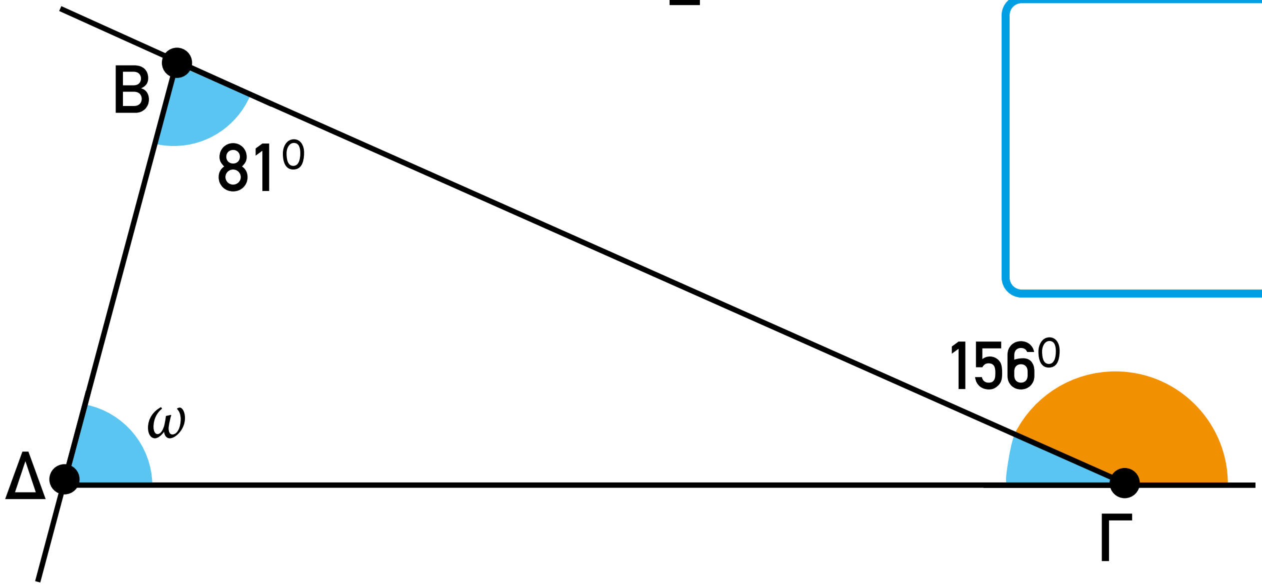
(δ)



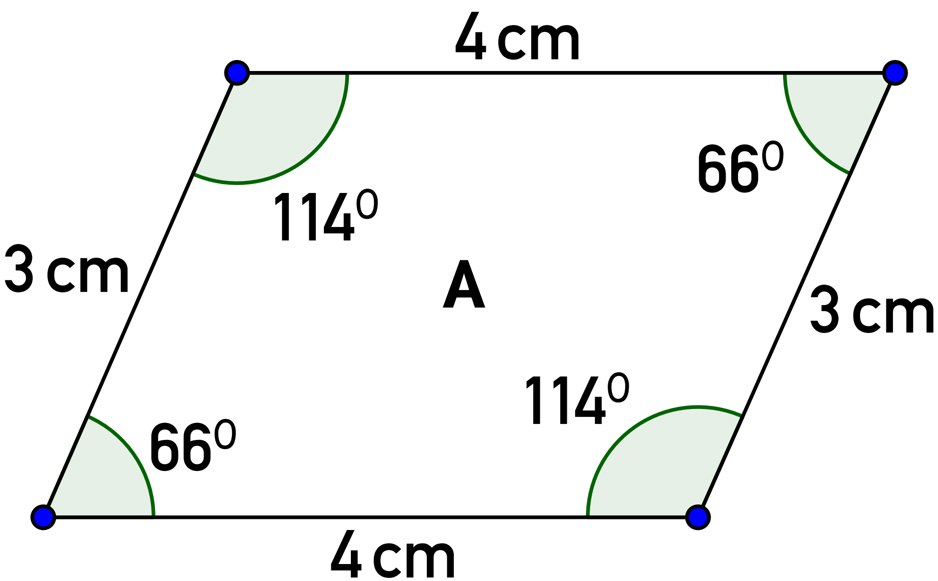
(ε)

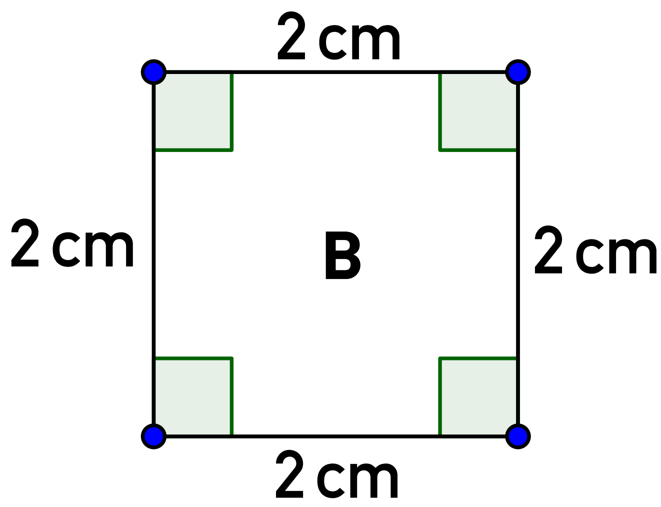


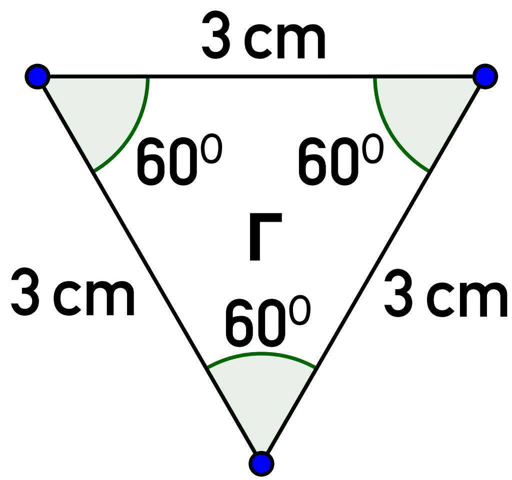
(στ)

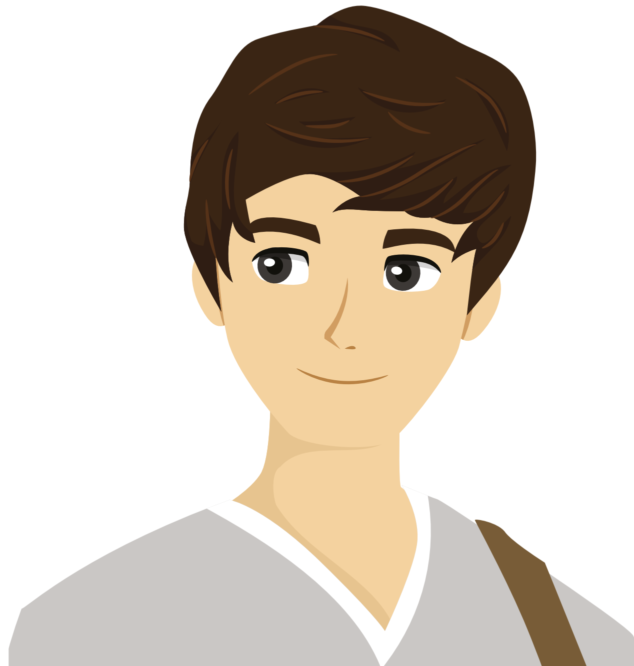


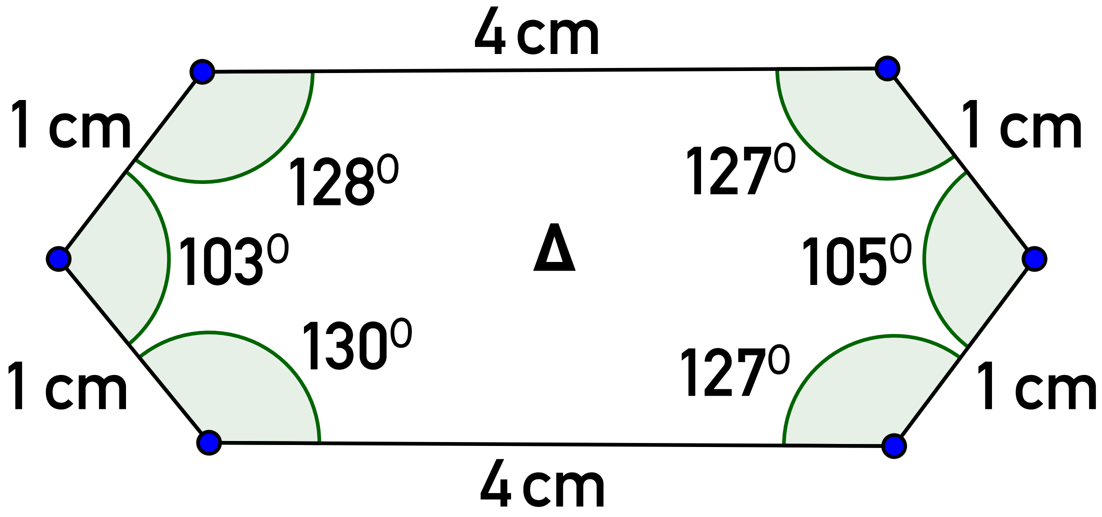
4. Να βάλετε σε κύκλο τα σχήματα που είναι κανονικά πολύγωνα.

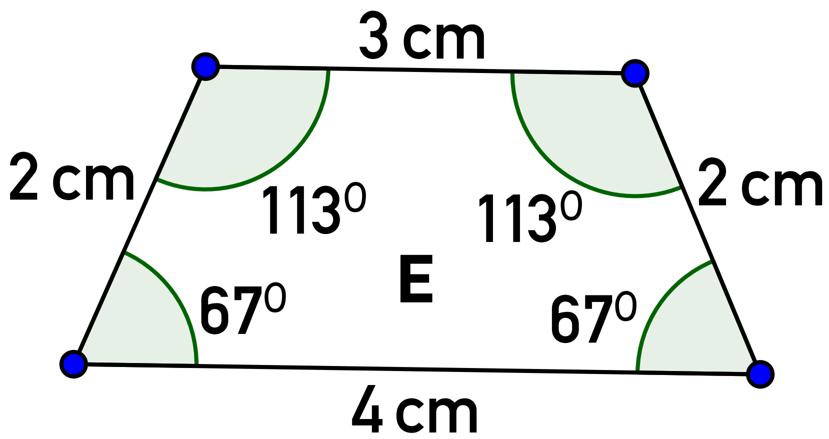


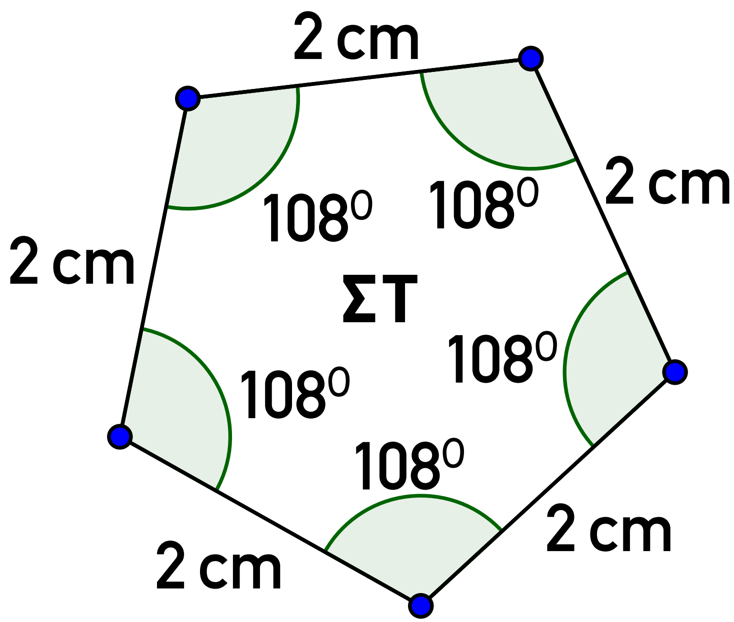






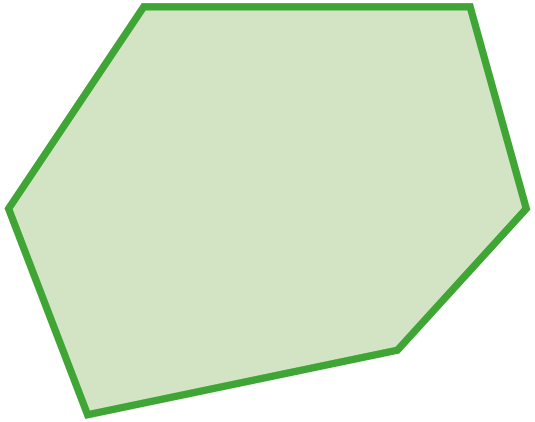

4 cm
1 cm
1 cm
128⁰
127⁰
Δ
103⁰
105⁰
130⁰
127⁰
1 cm
1 cm
4 cm


3 cm
2 cm
2 cm
113⁰
113⁰
E
67⁰
67⁰
4 cm

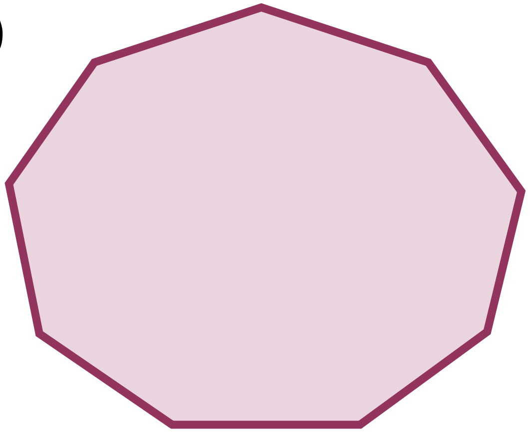

2 cm
2 cm
2 cm
108⁰
108⁰
ΣΤ
108⁰
108⁰
108⁰
2 cm
2 cm

5. Να υπολογίσετε το άθροισμα των γωνιών κάθε πολυγώνου.

(α)



(β)

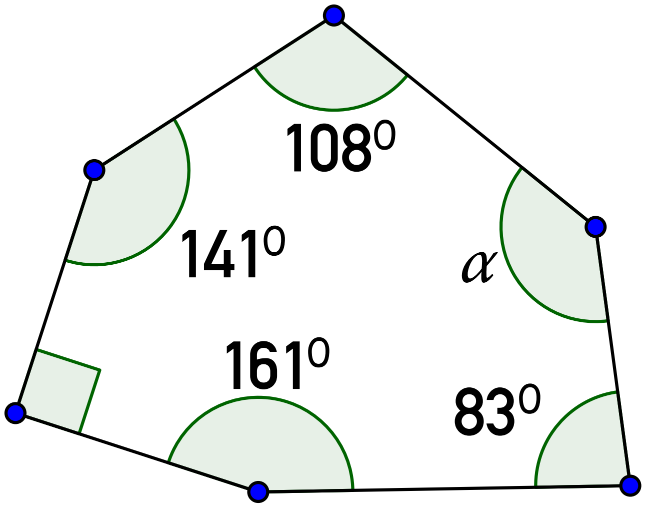


(γ) ενός κανονικού δωδεκάγωνου

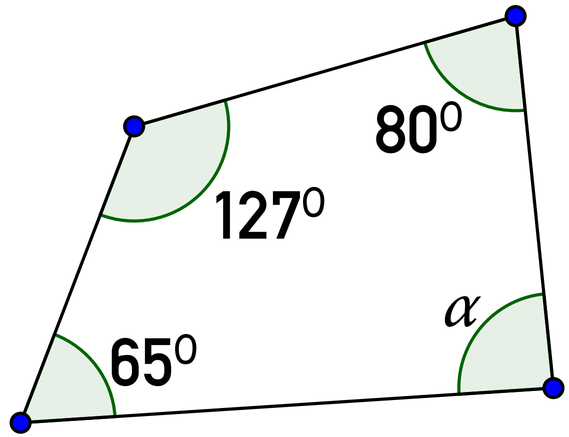
(δ) ενός πολυγώνου με 17 πλευρές

6. Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνίας $\hat{\alpha}$ στα πιο κάτω πολύγωνα.

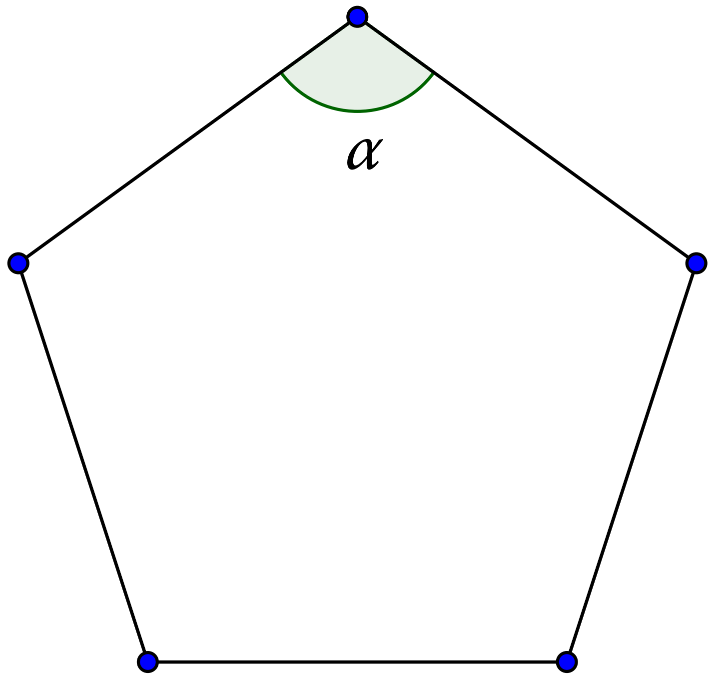
(α)



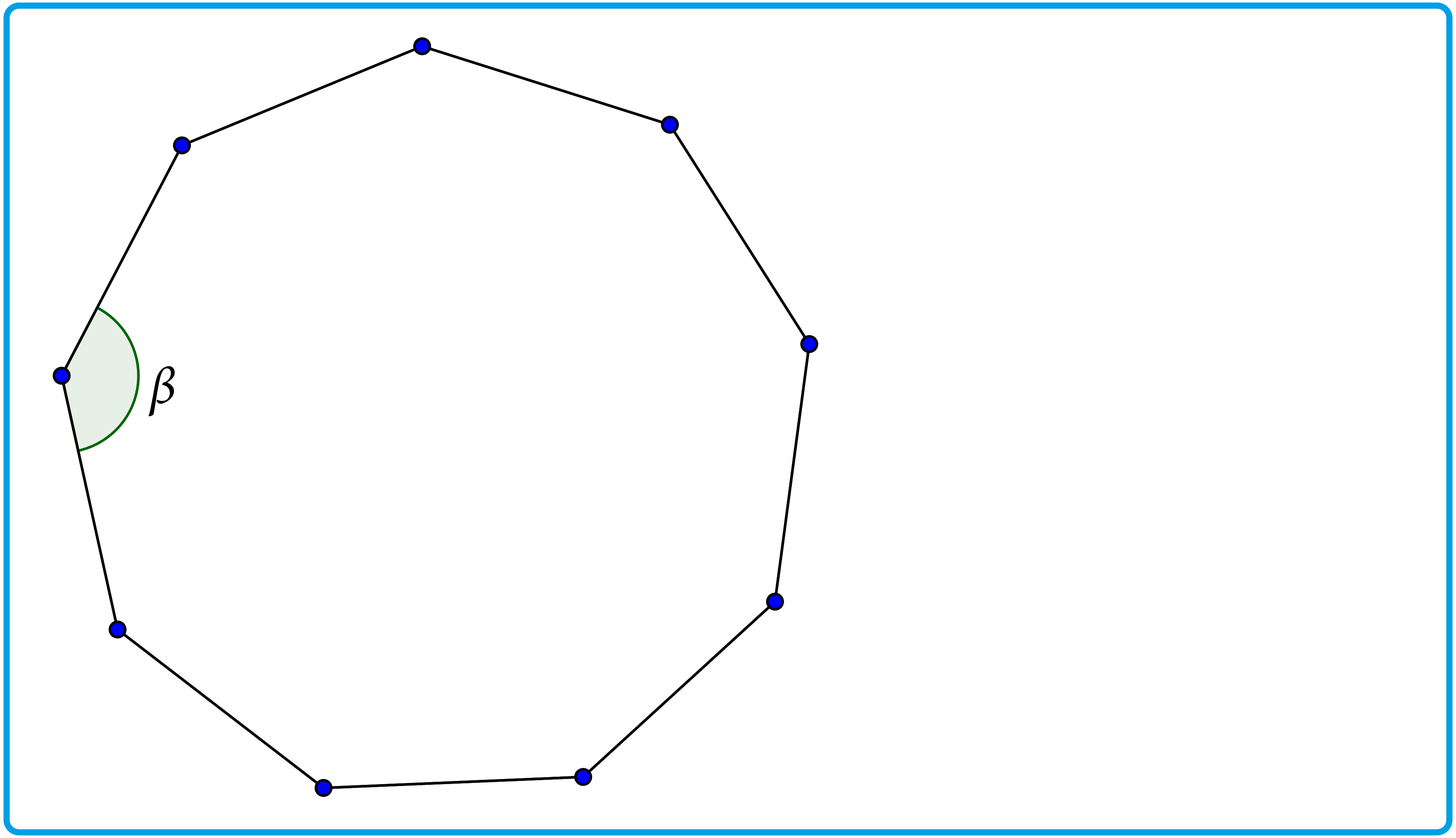
(β)



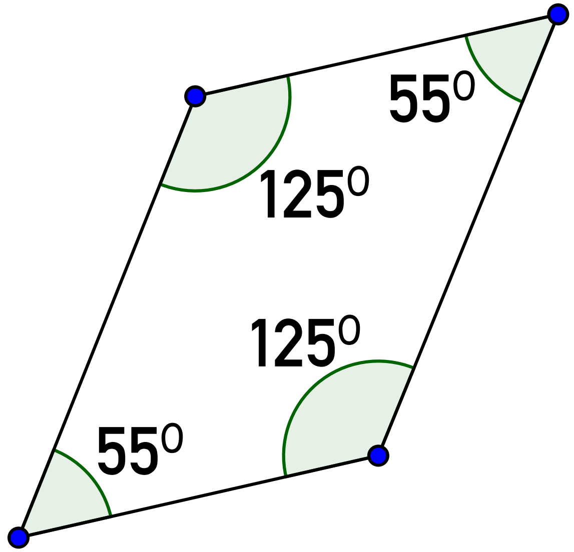
7. (α) Το πιο κάτω σχήμα είναι κανονικό πεντάγωνο. Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνίας $\hat{\alpha}$.

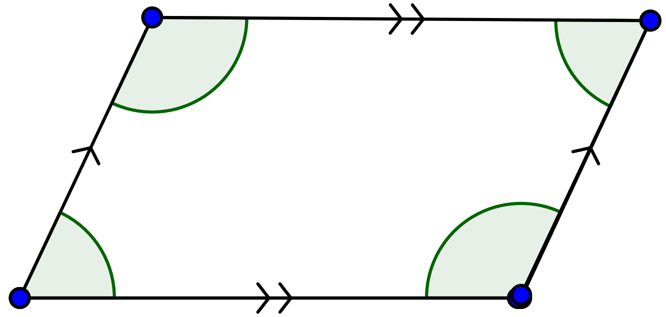


(β) Το πιο κάτω σχήμα είναι κανονικό εννιάγωνο. Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνίας $\hat{\beta}$.



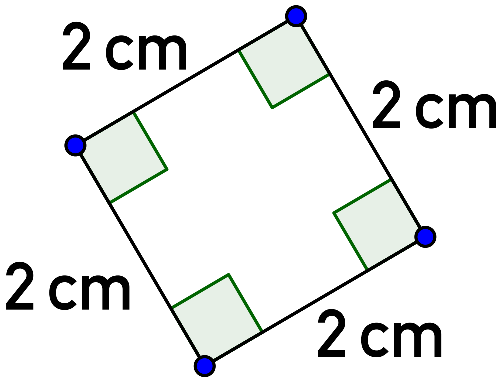
8. Να επεξηγήσετε κατά πόσο το καθένα από τα πιο κάτω σχήματα είναι παραλληλόγραμμο ή όχι.

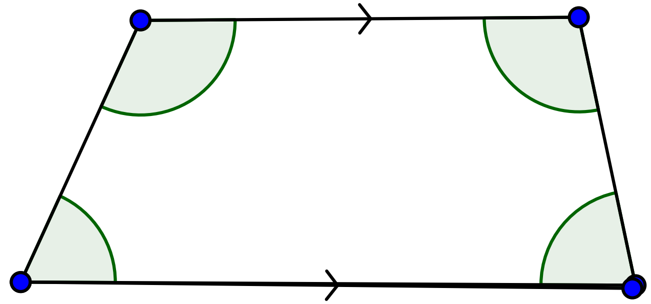




(α) ____

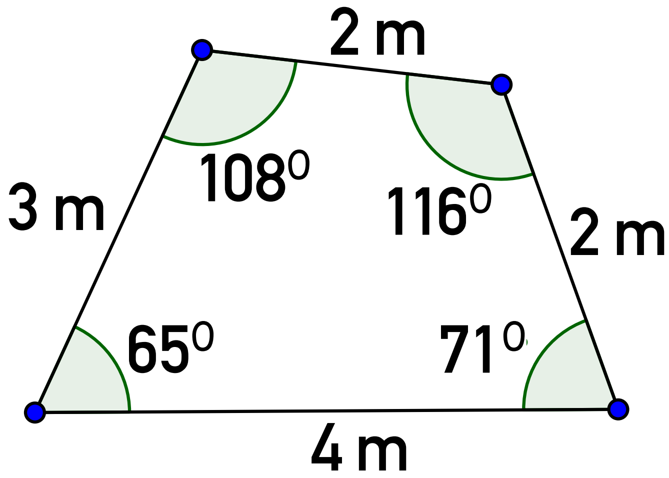
(β) ____

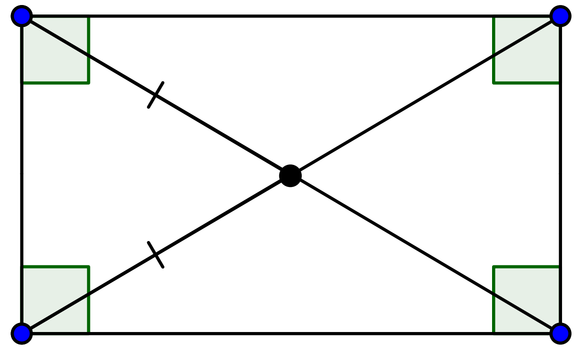




(γ)

(δ)

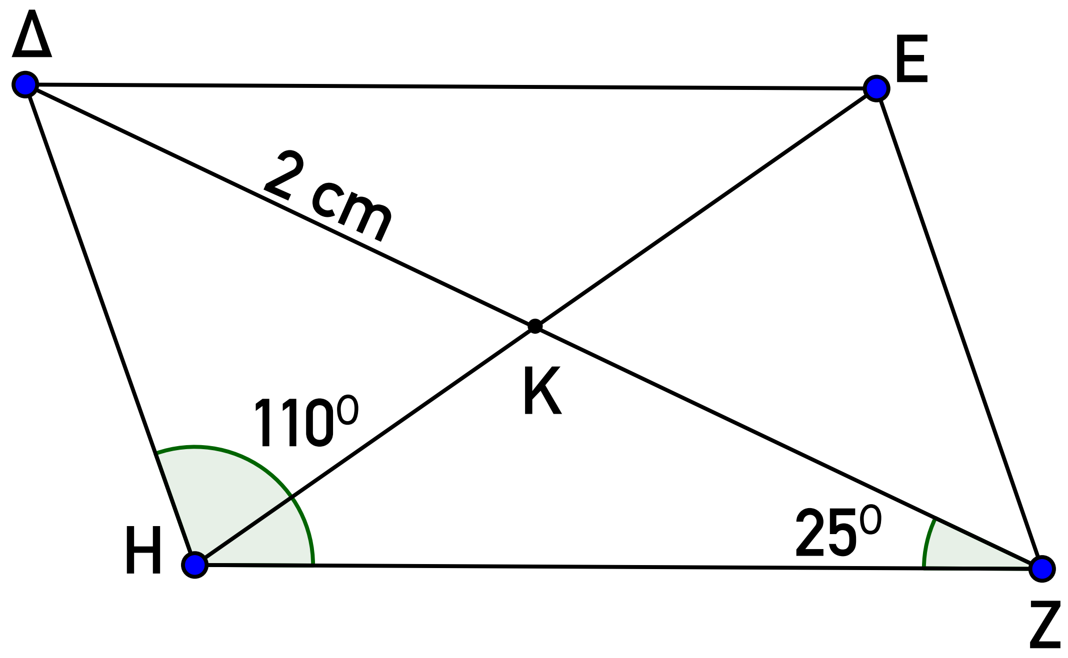




(ε)

(στ)

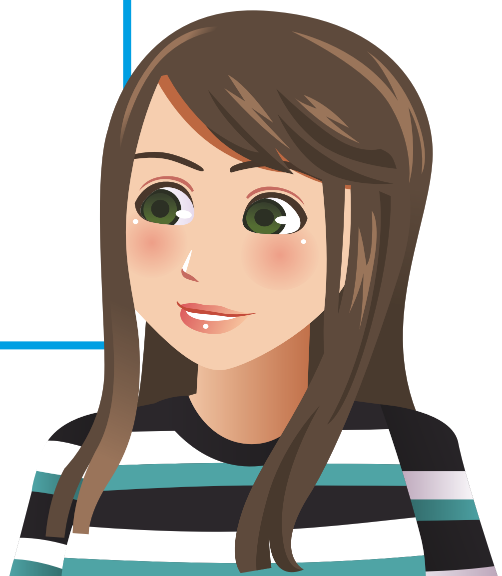
9. Το σχήμα **ΔΕΖΗ** είναι παραλληλόγραμμο. Να βρείτε:



(α) το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος **ΚΖ**

(β) το μήκος της διαγωνίου **ΔΖ**

(γ) το μέτρο της γωνίας $\Delta\hat{E}Z$



10. Να γράψετε σε ποιες από τις πιο κάτω κατηγορίες σχημάτων ανήκει κάθε σχήμα.

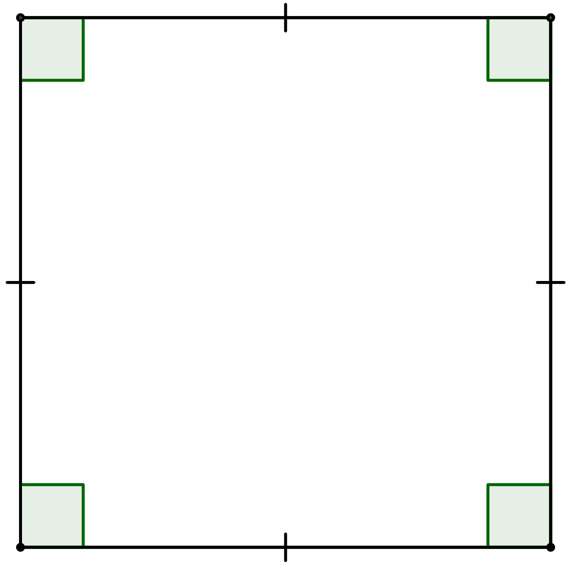
παραλληλόγραμμο

ορθογώνιο

τετράγωνο

ρόμβος

τετράπλευρο

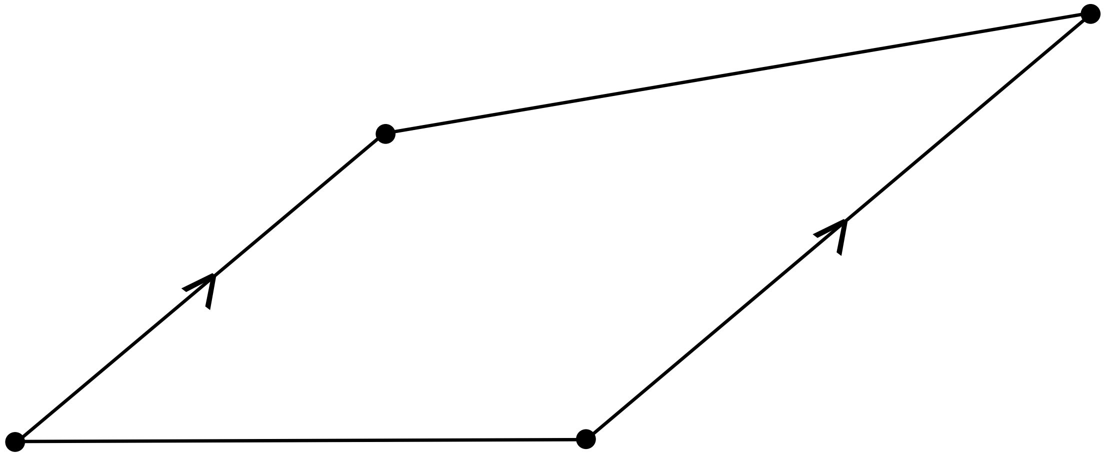


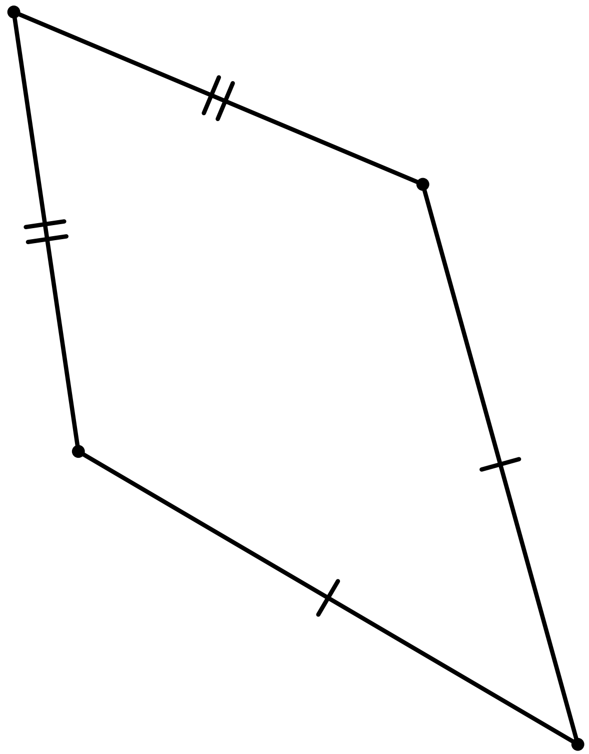
(α) ______________________________

____

____

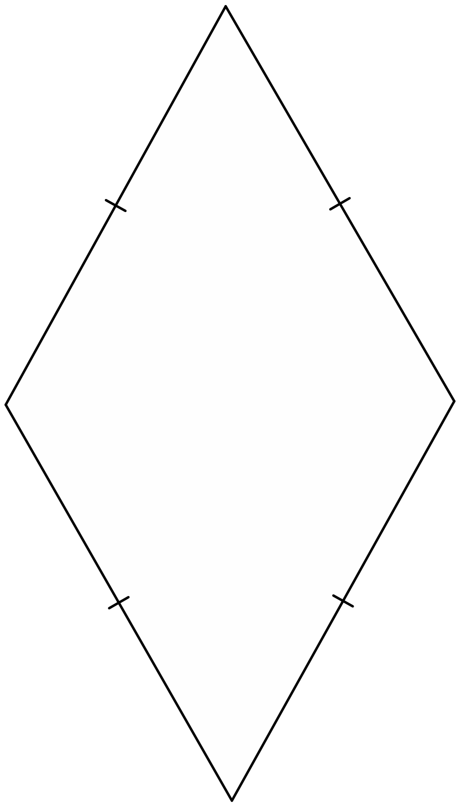
____



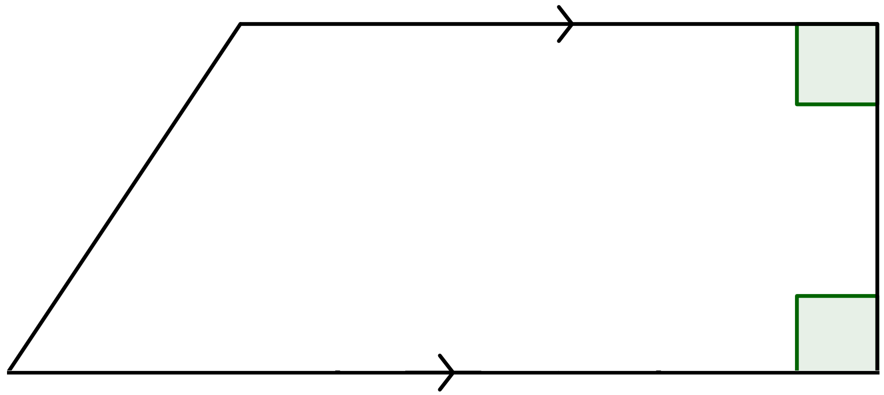


(β)

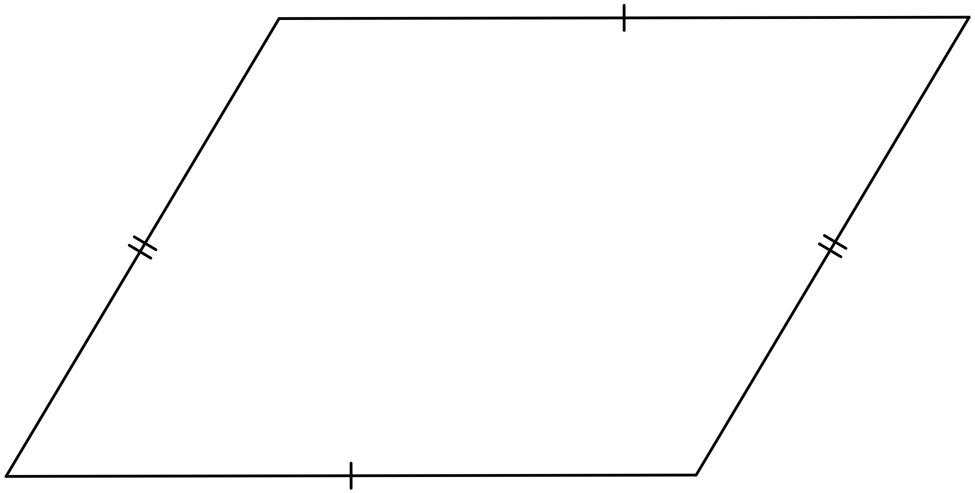
(γ)



(δ)



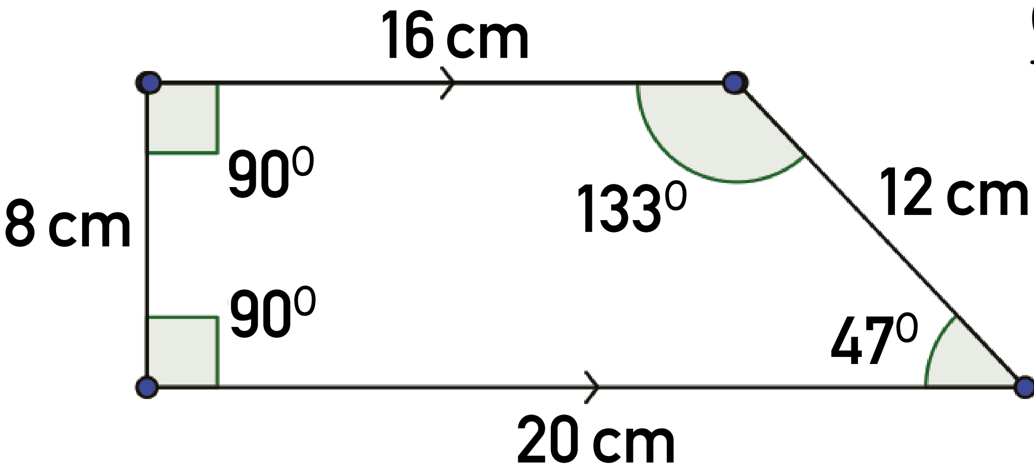
(ε)



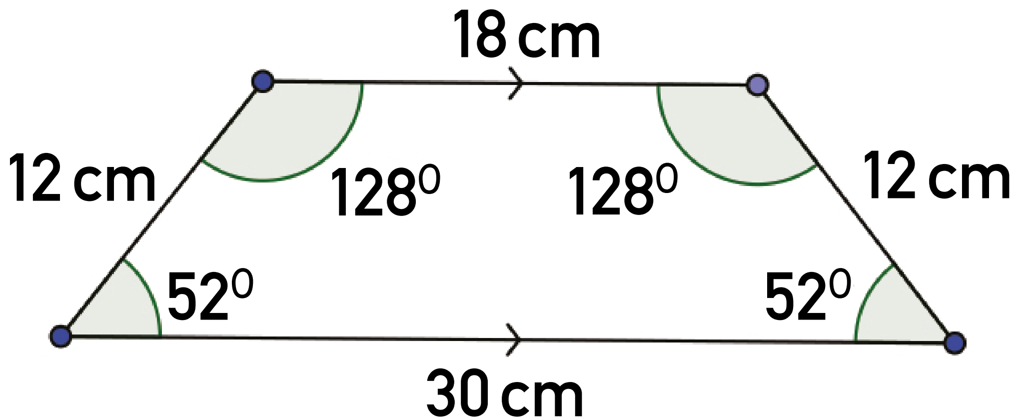
(δ)

11. Να ονομάσετε το κάθε σχήμα, επιλέγοντας μία από τις ονομασίες στο πιο κάτω πλαίσιο.

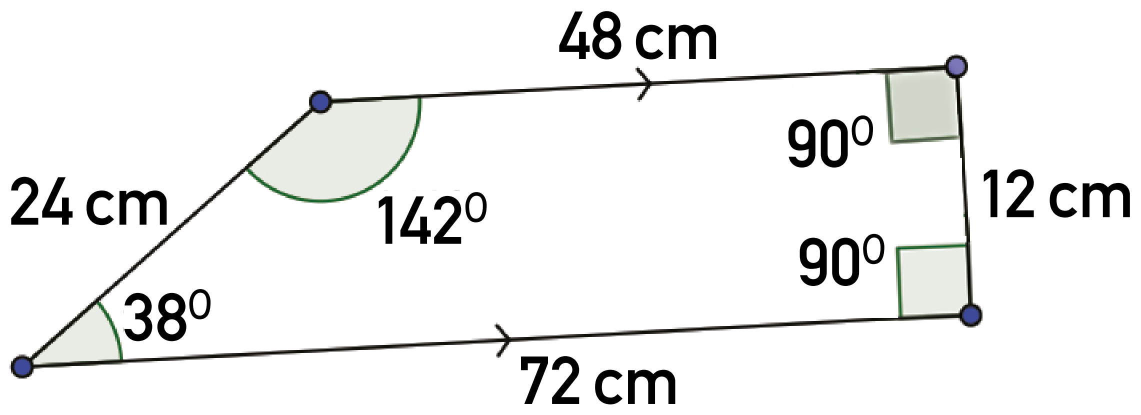
τραπέζιο	**ισοσκελές τραπέζιο**	**ορθογώνιο τραπέζιο**


16 cm
90⁰
133⁰
12 cm
8 cm
90⁰
47⁰
20 cm

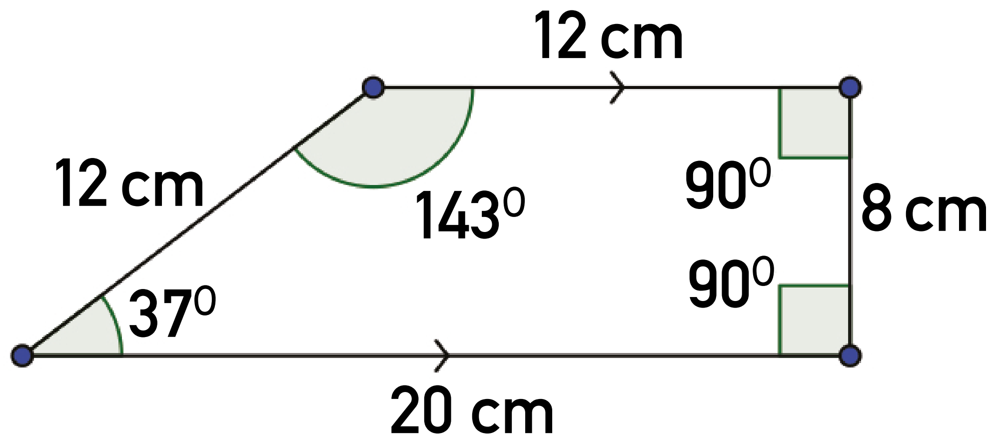
(α) ______________________________


18 cm
12 cm
128⁰
128⁰
12 cm
52⁰
52⁰
30 cm

(β) ______________________________

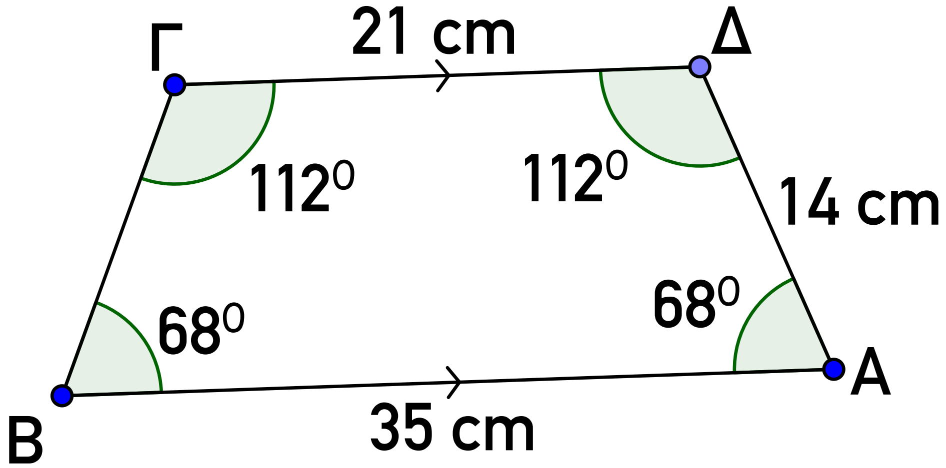

48 cm
24 cm
142⁰
90⁰
12 cm
90⁰
38⁰
72 cm

(γ) ______________________

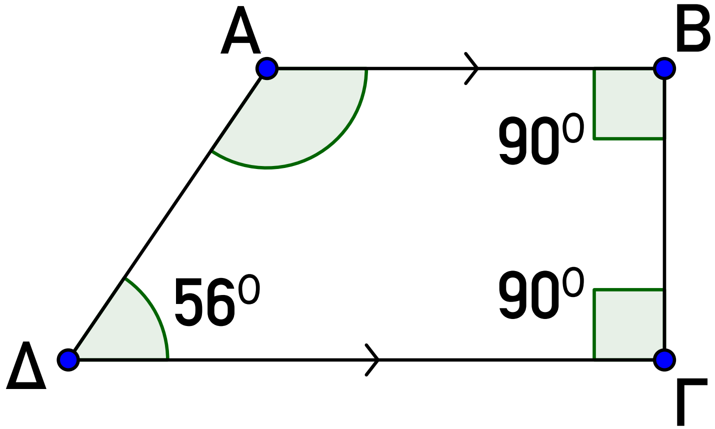

12 cm
12 cm
143⁰
90⁰
8 cm
90⁰
37⁰
20 cm

(δ) ______________________

12. (α) Το σχήμα **ΑΒΓΔ** είναι ισοσκελές τραπέζιο. Να υπολογίσετε το μήκος της πλευράς **ΒΓ**.



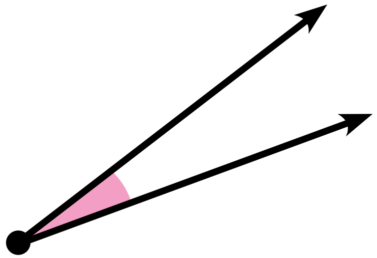
(β) Το σχήμα **ΑΒΓΔ** είναι ορθογώνιο τραπέζιο. Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνίας $\Delta\hat{A}B$.



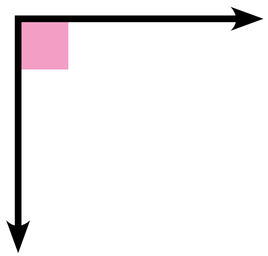
Δραστηριότητες εμπλουτισμού

1. Να ονομάσετε τις γωνίες (αμβλεία, οξεία, ορθή, ευθεία).

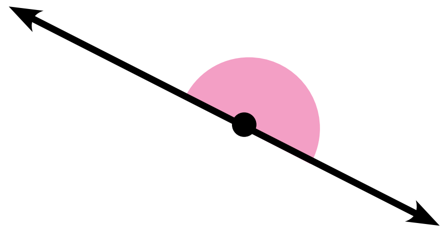
Α



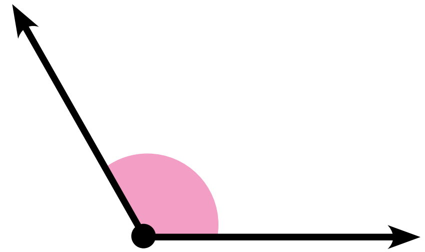
Β



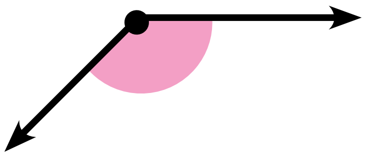
Γ



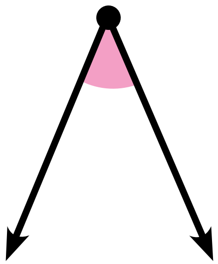
Δ



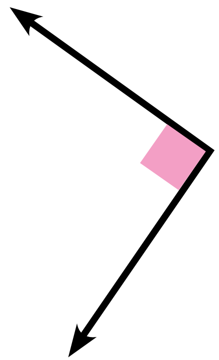
Ε



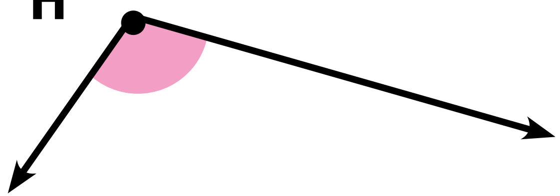
ΣΤ



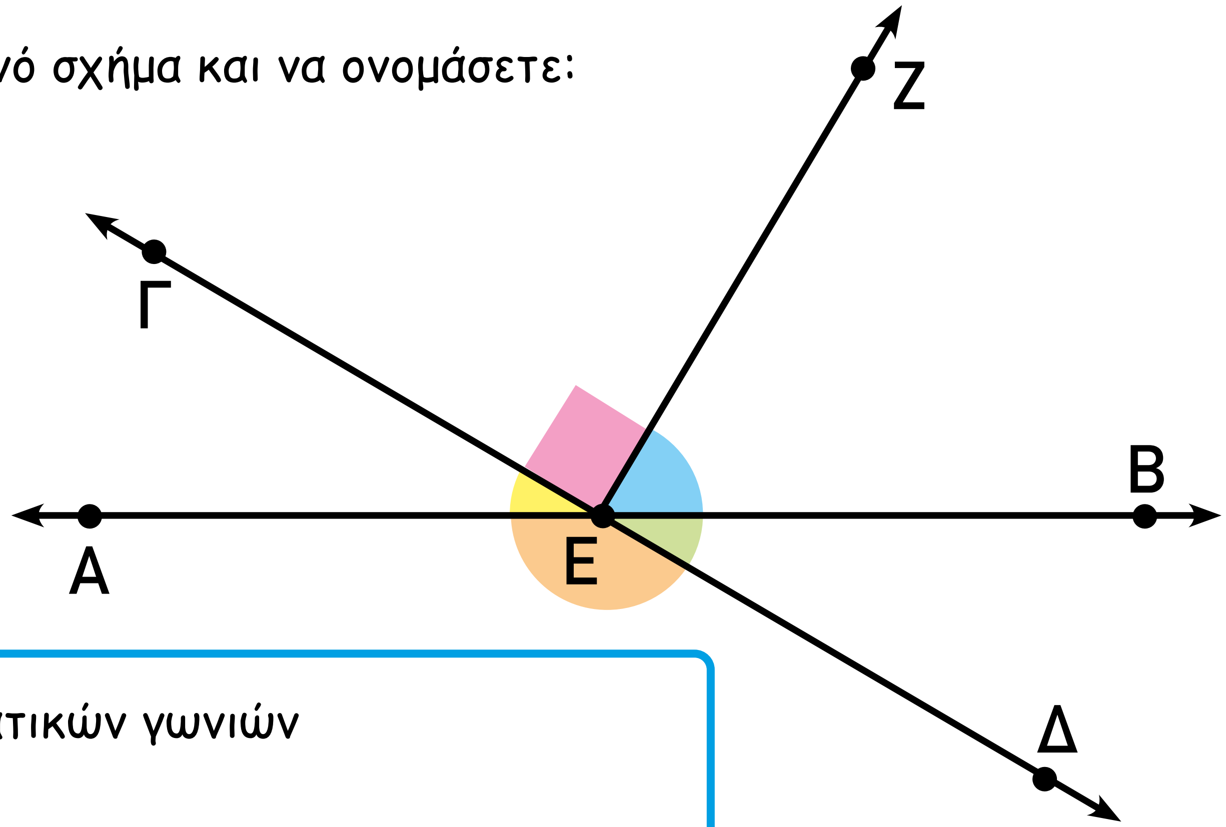
Ζ



Η



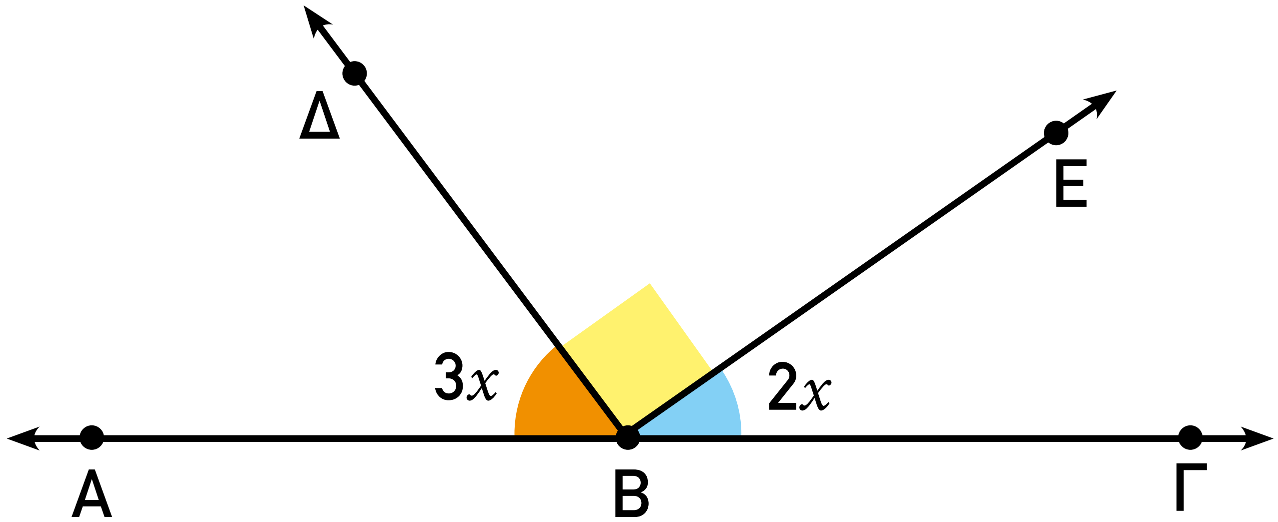
2. Να παρατηρήσετε το διπλανό σχήμα και να ονομάσετε:



(α) ένα ζευγάρι συμπληρωματικών γωνιών

(β) ένα ζευγάρι παραπληρωματικών γωνιών

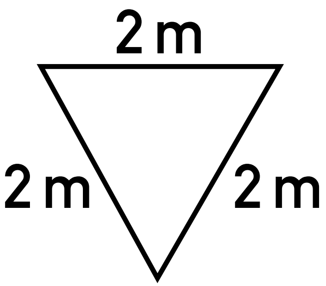
3. Να υπολογίσετε το μέτρο της $\widehat{ΑΒΔ}$ και της $\widehat{ΕΒΓ}$.



4. Να υπολογίσετε το μέτρο των γωνιών $\hat{x}$ και $\hat{\psi}$, αν γνωρίζετε ότι είναι παραπληρωματικές και ότι το μέτρο της γωνίας $\hat{x}$ είναι διπλάσιο του μέτρου της γωνίας $\hat{\psi}$.

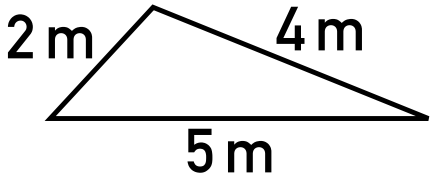
5. Να βάλετε σε κύκλο την ονομασία του κάθε τριγώνου.

Α



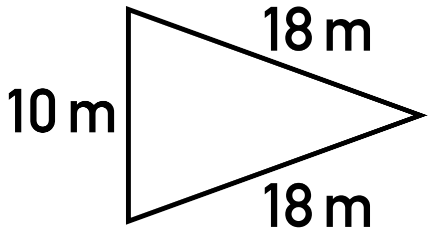
Ισόπλευρο
Ισοσκελές
Σκαληνό

Β



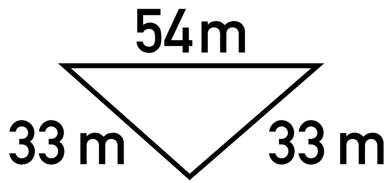
Ισόπλευρο
Ισοσκελές
Σκαληνό

Γ

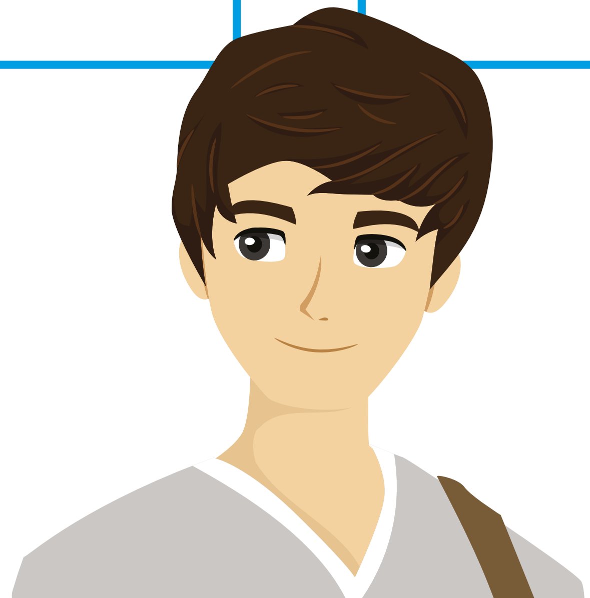


Ισόπλευρο
Ισοσκελές
Σκαληνό

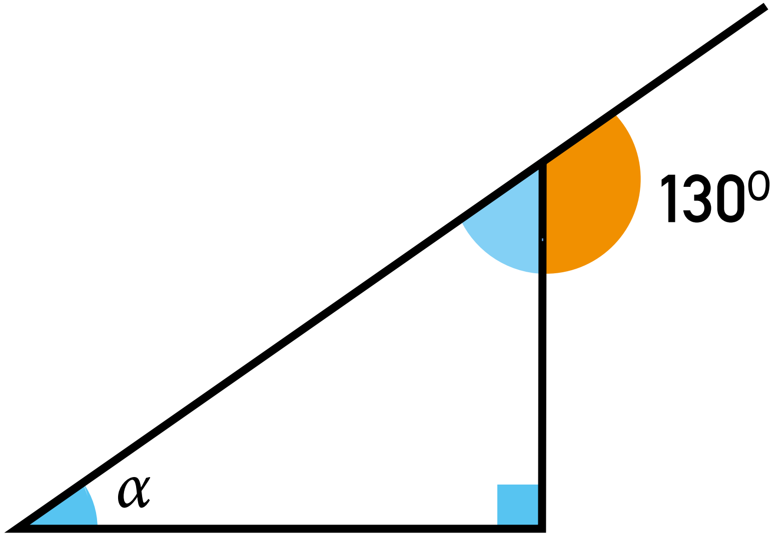
Δ

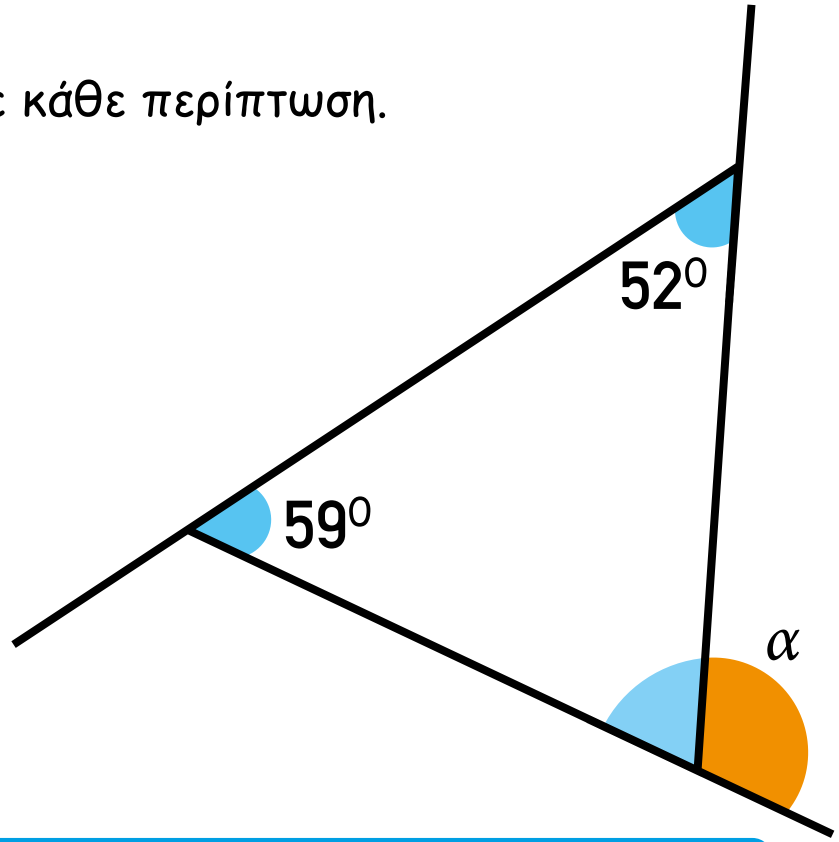


Ισόπλευρο
Ισοσκελές
Σκαληνό

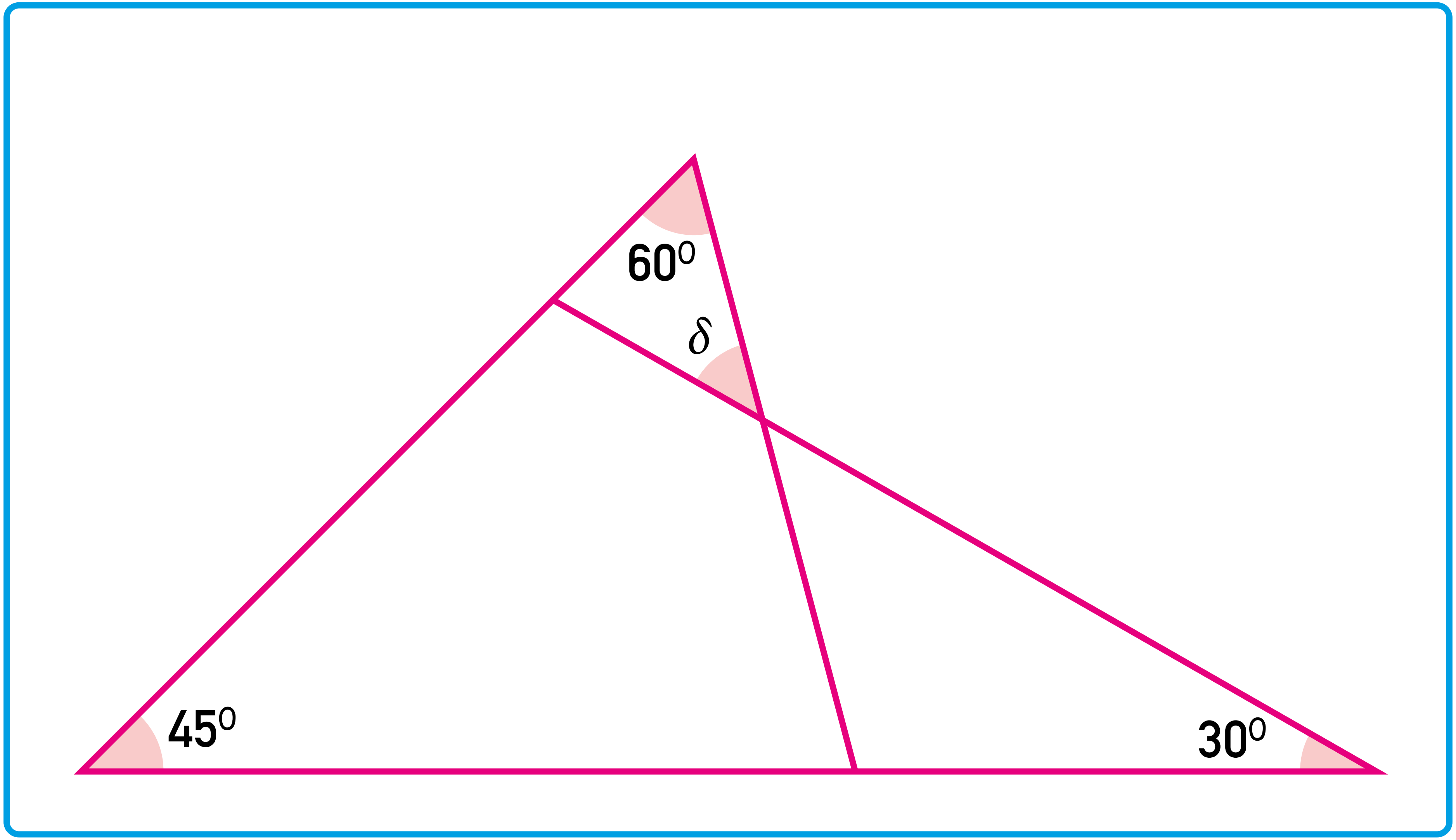


6. Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνίας $\hat{\alpha}$ σε κάθε περίπτωση.

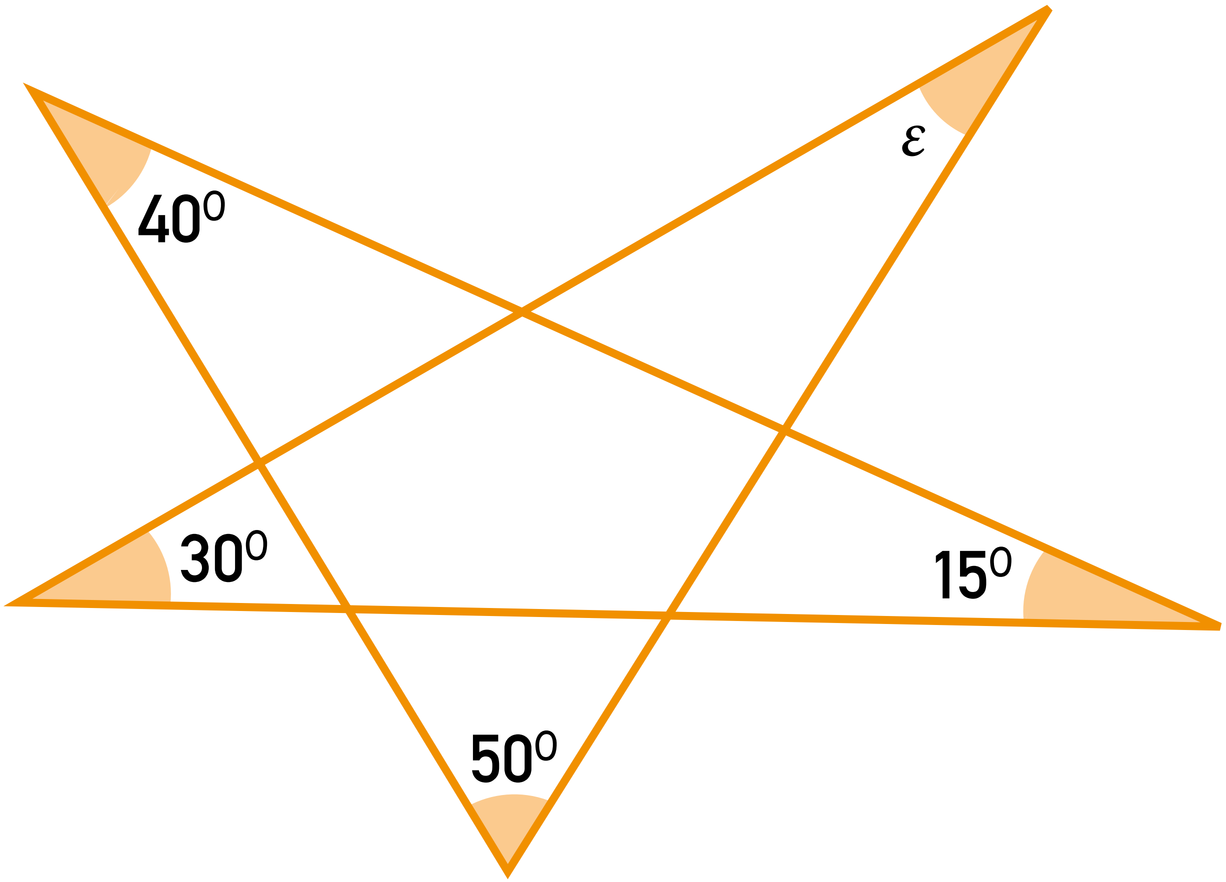




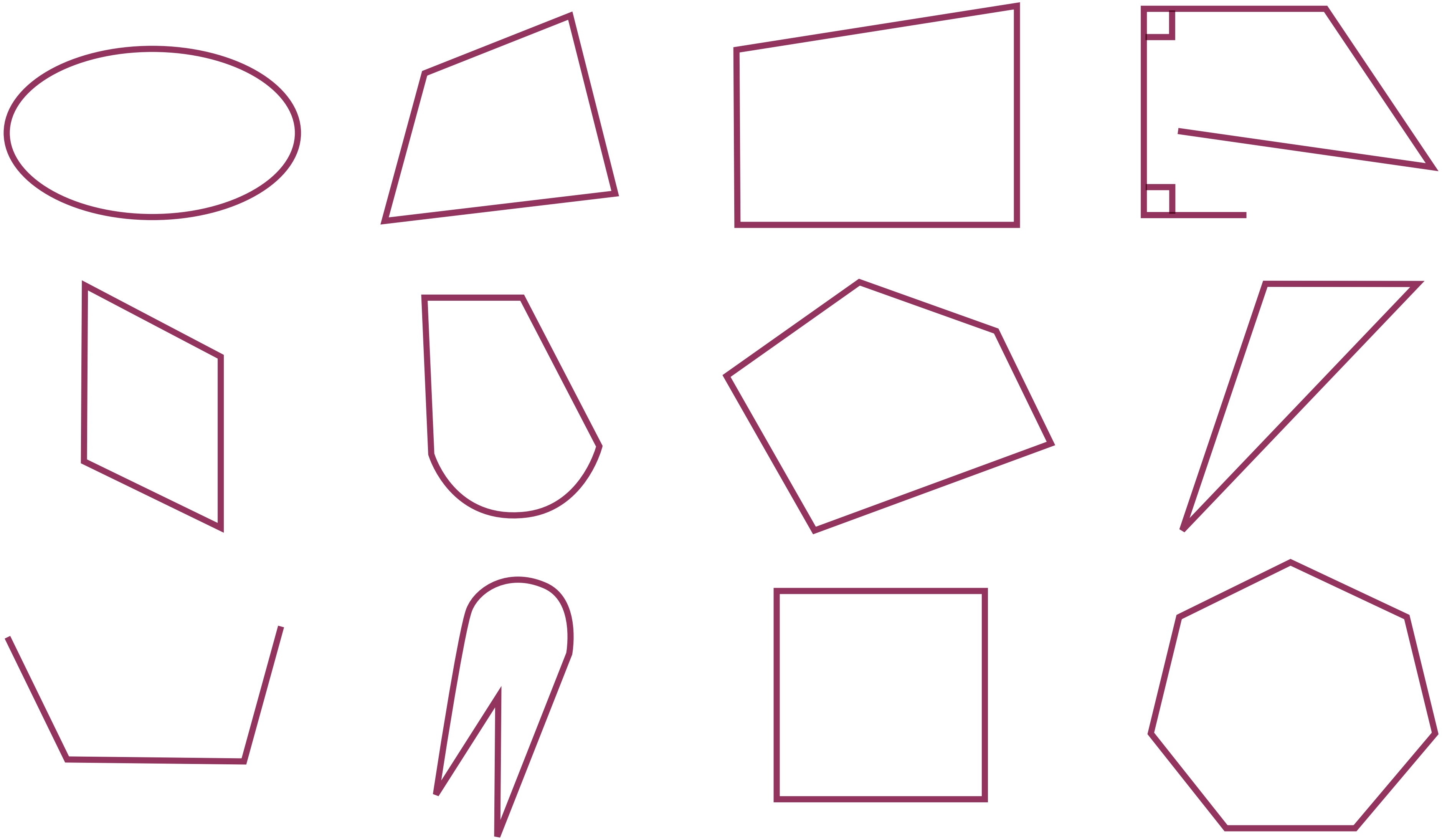
7. (α) Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνίας $\hat{\delta}$.



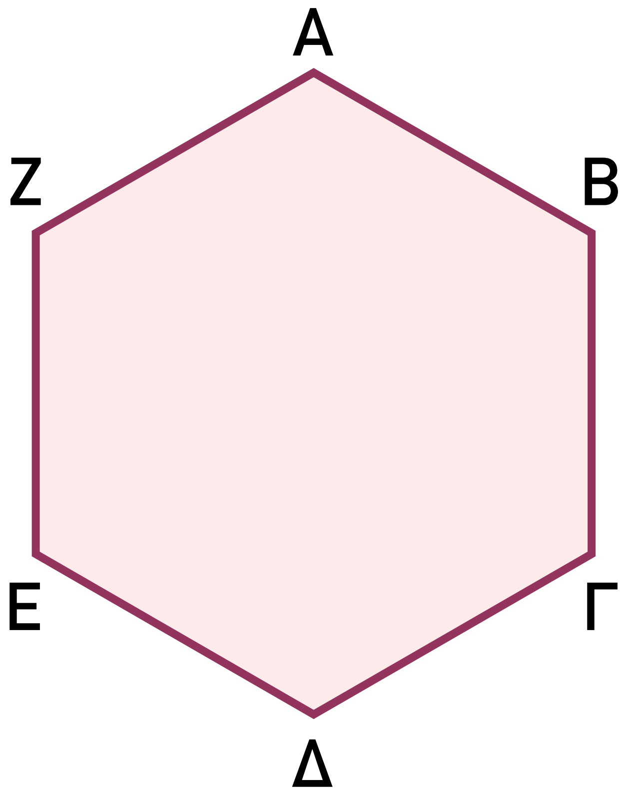
(β) Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνίας $\hat{\varepsilon}$.



8. Να βάλετε σε κύκλο τα σχήματα που είναι πολύγωνα.

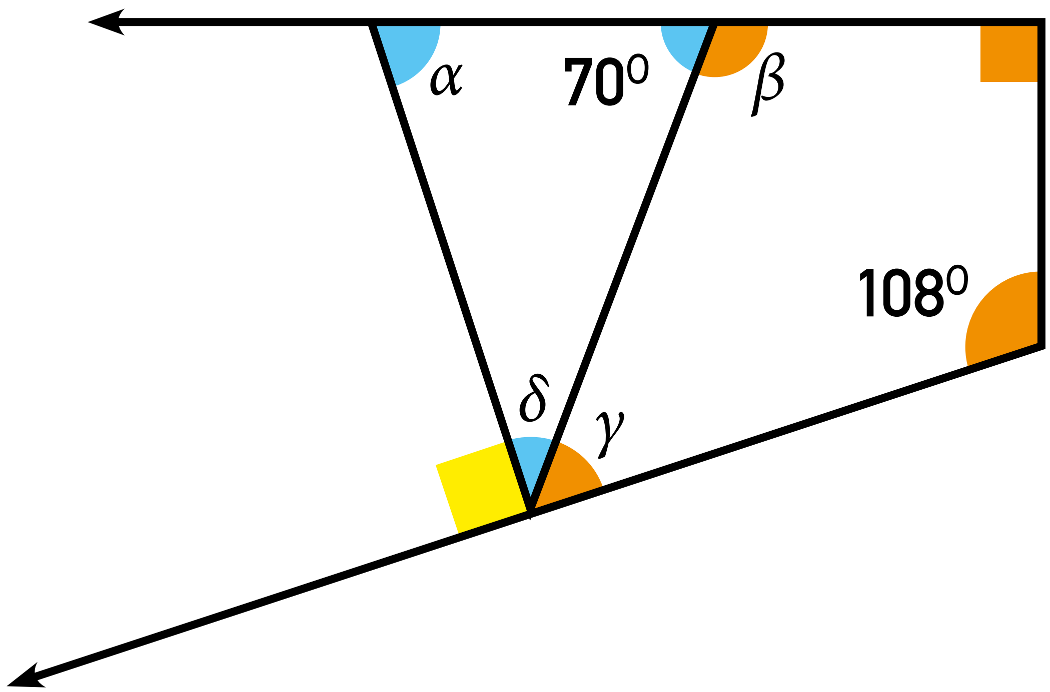


9. (α) Το πιο κάτω σχήμα είναι ένα κανονικό εξάγωνο. Να υπολογίσετε το μήκος της κάθε πλευράς του, αν ΑΒ = $(3x + 6)$ cm και ΒΓ = $(4x - 2)$ cm.



(β) Να υπολογίσετε την περίμετρο του πιο πάνω σχήματος.

10. Να υπολογίσετε το μέτρο των γωνιών $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$, $\hat{\gamma}$ και $\hat{\delta}$ στο πιο κάτω σχήμα. Να επεξηγήσετε.



11. Τα πιο κάτω σχήματα είναι όλα κανονικά πολύγωνα. Να βρείτε το μέτρο των γωνιών:

$\hat{\alpha} =$ ______

$\hat{\beta} =$ ______

$\hat{\gamma} =$ ______

$\hat{\delta} =$ ______

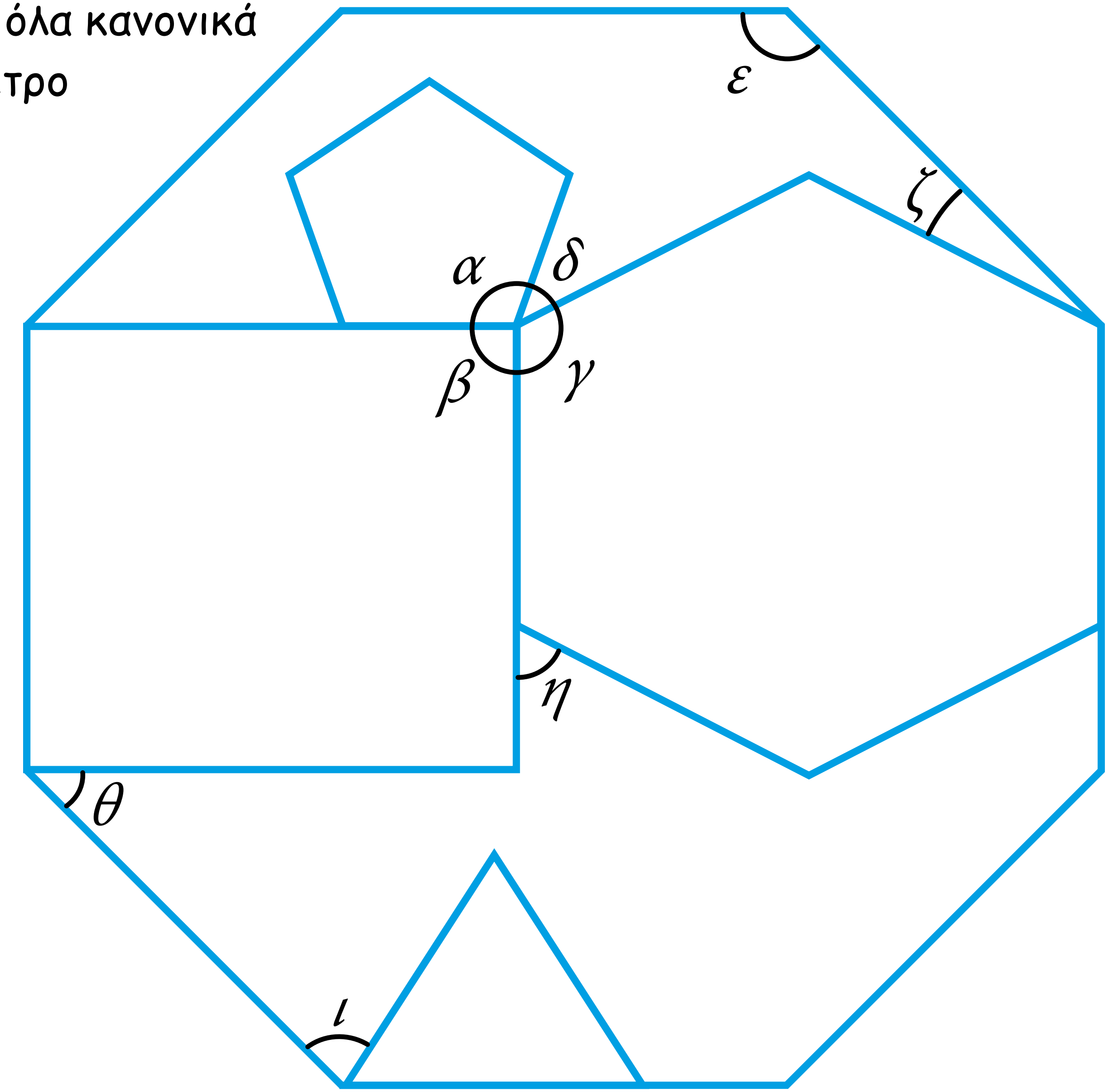
$\hat{\varepsilon} =$ ______

$\hat{\zeta} =$ ______

$\hat{\eta} =$ ______

$\hat{\theta} =$ ______

$\hat{\iota} =$ ______

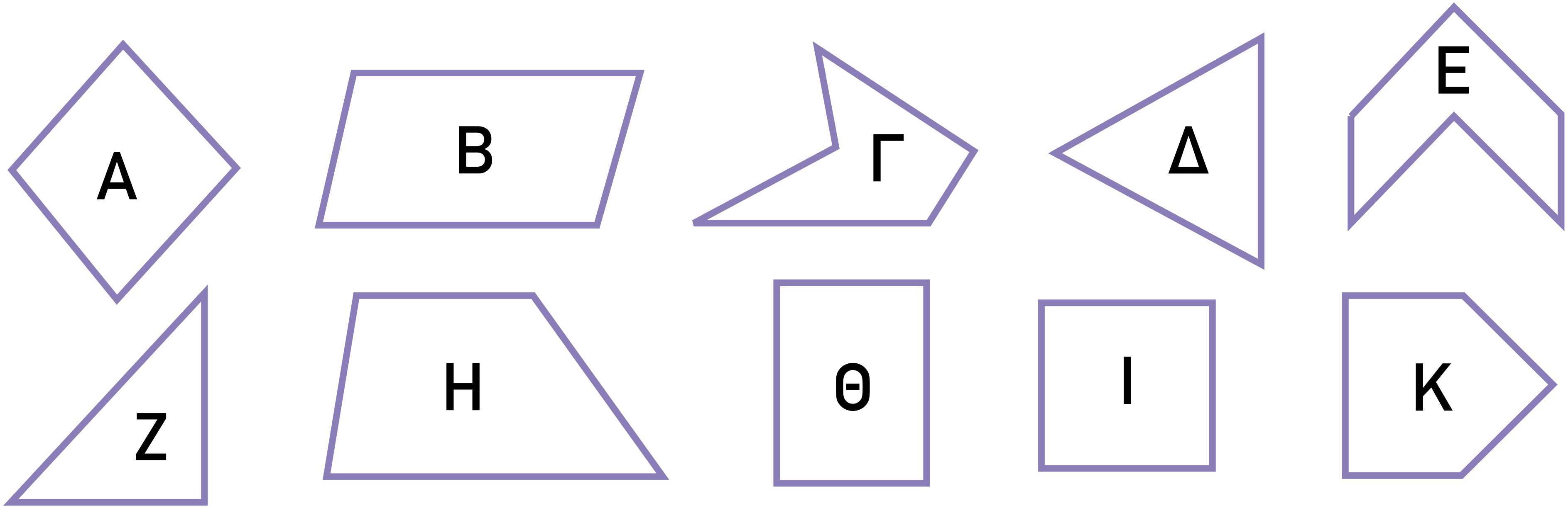


12. Να βρείτε πόσες πλευρές έχει ένα κανονικό πολύγωνο, αν:

(α) Το άθροισμα των γωνιών του είναι ίσο με 1080^0

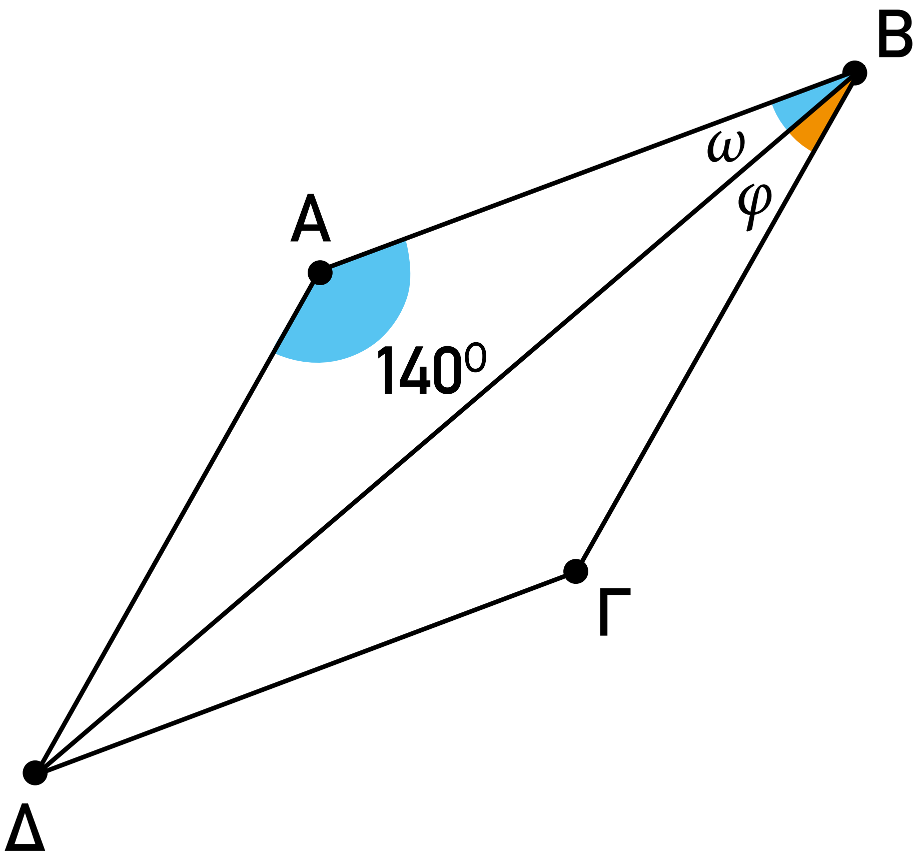
(β) Το άθροισμα των γωνιών του είναι ίσο με 1980^0

13. Να σημειώσετε το κάθε πολύγωνο στην κατάλληλη στήλη. Ένα πολύγωνο είναι δυνατόν να τοποθετηθεί σε περισσότερες από μία στήλες.



Κανονικά πολύγωνα	Τετράπλευρα	Παραλληλόγραμμα	Μη κανονικά πολύγωνα

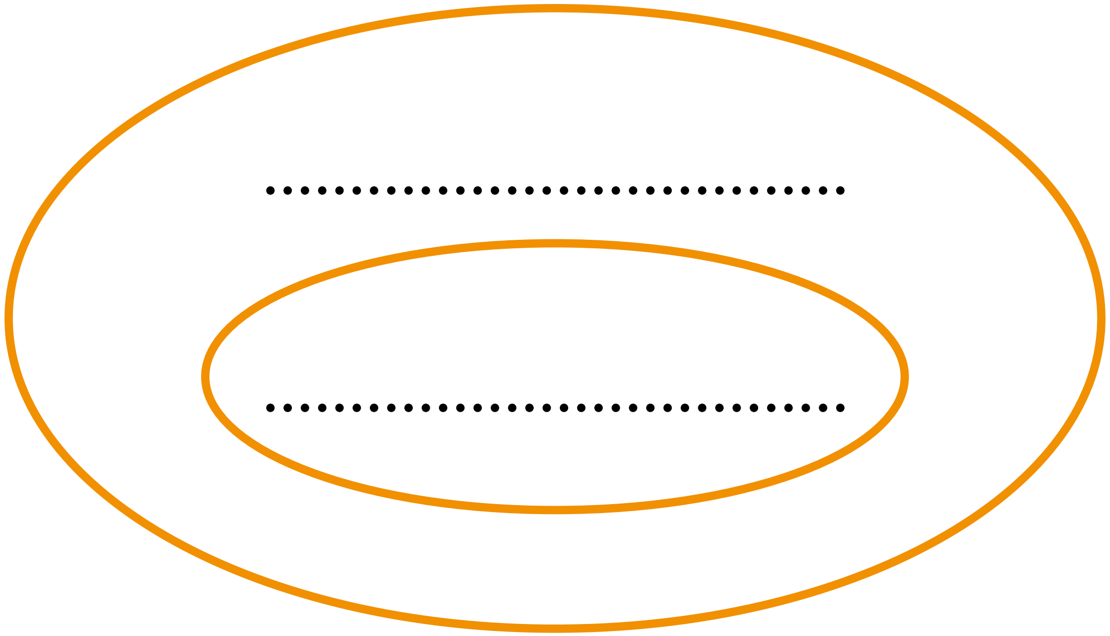
14. Το πιο κάτω σχήμα είναι ρόμβος. Η γωνία $\widehat{ΒΑΔ}$ ισούται με 140^0. Η γωνία $\hat{\varphi}$ είναι ίση με τη γωνία $\hat{\omega}$. Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνίας $\hat{\varphi}$.



15. Να τοποθετήσετε τις ονομασίες των σχημάτων στην κατάλληλη θέση σε κάθε βέννειο διάγραμμα και να επεξηγήσετε τις σχέσεις των σχημάτων που παρουσιάζονται σε κάθε περίπτωση.

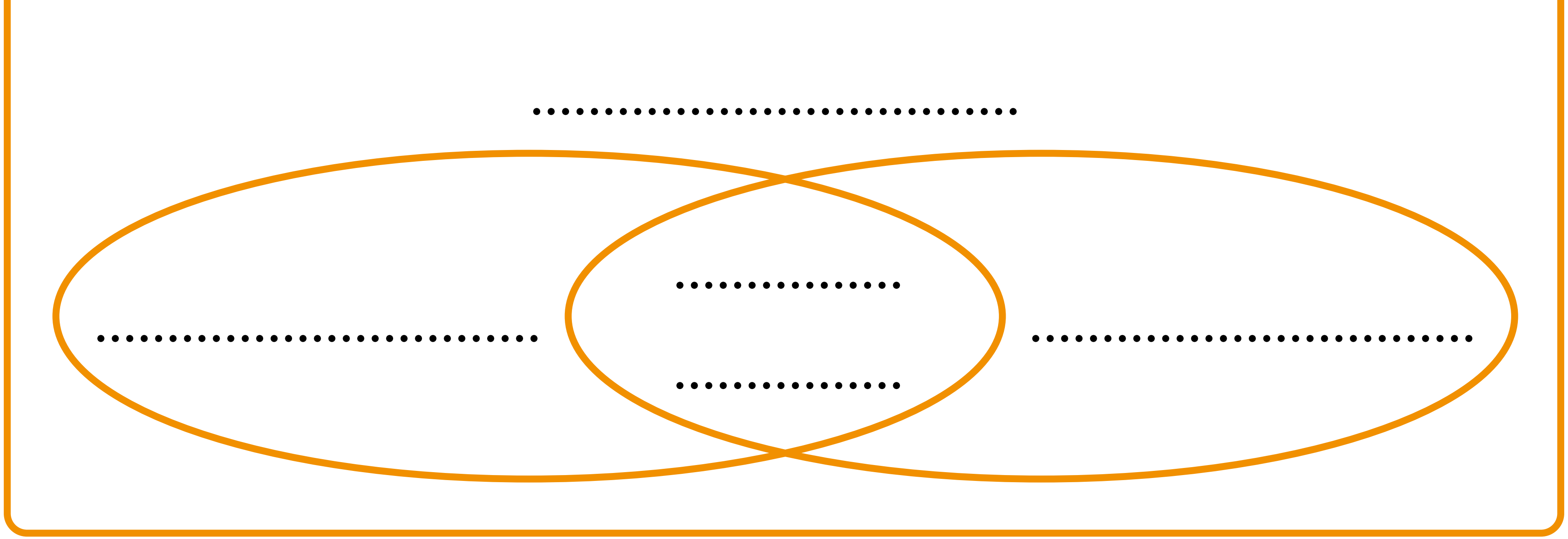
(α)

ορθογώνια   τετράγωνα



(β)

ορθογώνια   τετράγωνα   ρόμβοι   παραλληλόγραμμα



Ενότητα 7

Ενότητα 7

Στην ενότητα αυτή θα μάθουμε:

- Να πολλαπλασιάζουμε και να διαιρούμε δεκαδικούς αριθμούς.
- Να επιλύουμε προβλήματα λογικής σκέψης.

Έχουμε μάθει:

- Να αναγνωρίζουμε, να διαβάζουμε και να γράφουμε δεκαδικούς αριθμούς (δέκατα, εκατοστά, χιλιοστά).
- Να συγκρίνουμε και να σειροθετούμε δεκαδικούς αριθμούς.
- Να στρογγυλοποιούμε δεκαδικούς αριθμούς.

- Να εκτιμούμε και να υπολογίζουμε το άθροισμα και τη διαφορά δεκαδικών αριθμών.
- Να ορίζουμε τη δύναμη ενός αριθμού και να γράφουμε με τη μορφή δυνάμεων αριθμούς.
- Να κάνουμε μετατροπές μεταξύ των μονάδων μέτρησης του ίδιου μετρικού συστήματος (μήκος, μάζα, χωρητικότητα).

Μαθήματα 1 & 2 Επανάληψη

Έχουμε μάθει...

- Σε κάθε δεκαδικό αριθμό διακρίνουμε το ακέραιο μέρος και το δεκαδικό μέρος, τα οποία διαχωρίζονται από την υποδιαστολή (,).

Παράδειγμα:
13,765

Αξία θέσης ψηφίου:

Το ψηφίο **1** έχει αξία 1 δεκάδα (10).

Το ψηφίο **3** έχει αξία 3 μονάδες (3).

Το ψηφίο **7** έχει αξία 7 δέκατα $\left(0{,}7 \text{ ή } \frac{7}{10}\right)$.

Το ψηφίο **6** έχει αξία 6 εκατοστά $\left(0{,}06 \text{ ή } \frac{6}{100}\right)$.

Το ψηφίο **5** έχει αξία 5 χιλιοστά $\left(0{,}005 \text{ ή } \frac{5}{1000}\right)$.

Αναλυτική μορφή αριθμού:

$\mathbf{13{,}765} = 10 + 3 + 0{,}7 + 0{,}06 + 0{,}005$ ή $13{,}765 = 10 + 3 + \frac{7}{10} + \frac{6}{100} + \frac{5}{1000}$

Λεκτική μορφή αριθμού:

Δεκατρία και επτακόσια εξήντα πέντε χιλιοστά

- Σύγκριση δεκαδικών αριθμών

Παράδειγμα:

3,457 **3,9** **3,057** **7,32**

Για να συγκρίνουμε τους πιο πάνω δεκαδικούς αριθμούς, ελέγχουμε τα ψηφία σε κάθε θέση.

Μονάδες	**,**	**Δέκατα**	**Εκατοστά**	**Χιλιοστά**
3	,	4	5	7
3	,	9	0	0
3	,	0	5	7
7	,	3	2	0

3,9 = 3,900

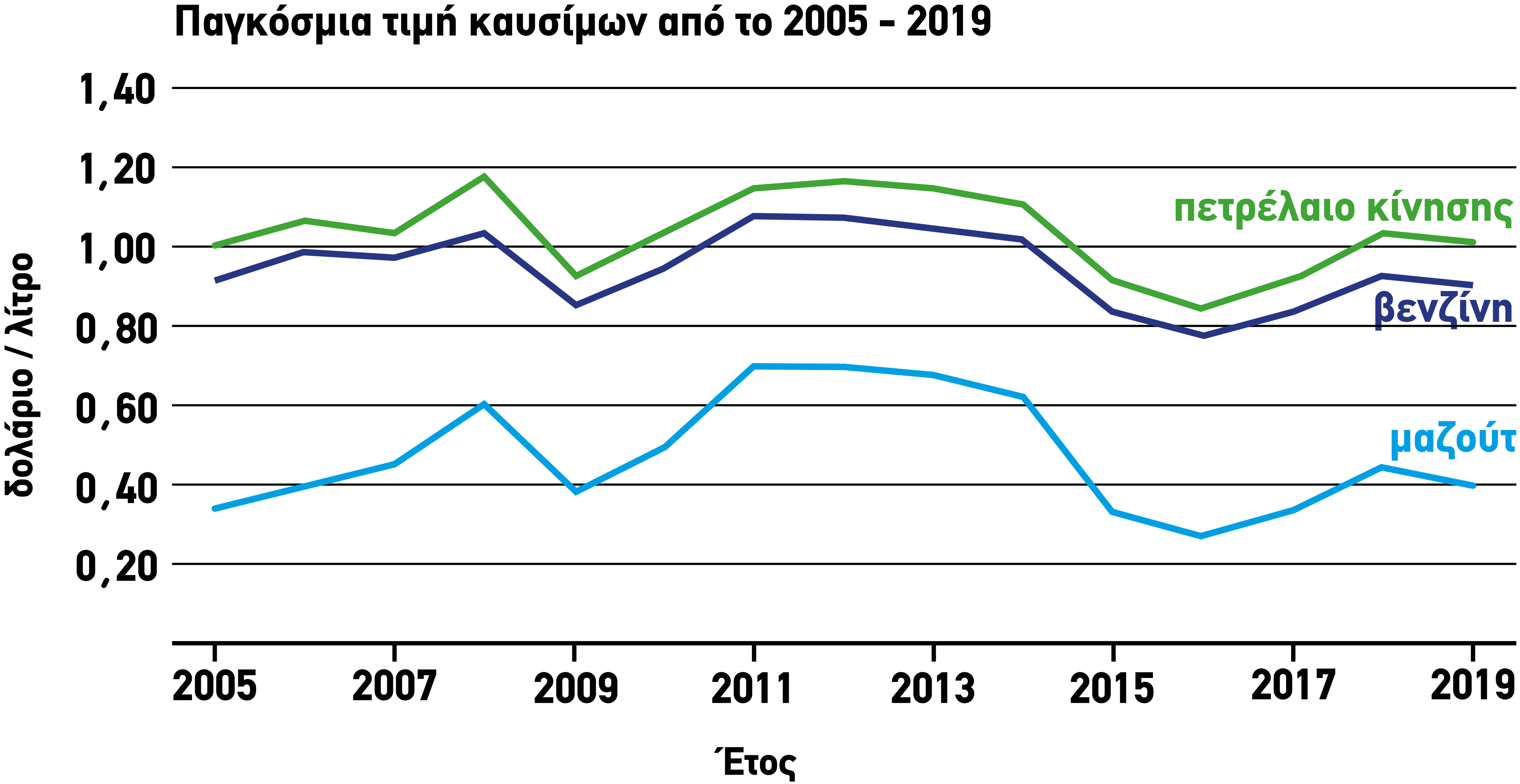
7,32 = 7,320

Με βάση την αξία θέσης των ψηφίων σε κάθε δεκαδικό αριθμό, προκύπτει ότι:

7,32 > 3,9 > 3,457 > 3,057

Επίλυση Προβλήματος

Η πιο κάτω γραφική παράσταση παρουσιάζει τις μεταβολές στην παγκόσμια τιμή των καυσίμων (μαζούτ, βενζίνη και πετρέλαιο κίνησης) από το 2005 μέχρι το 2019.



Πηγή: *IEA, Global fuel price changes, 2005-2019, Paris https://www.iea.org/data-andstatistics/charts/global-fuel-price-changes-2005-2019*

(α) Ποια ήταν περίπου η τιμή για κάθε είδος καυσίμου το 2019;

(β) Μεταξύ ποιων δύο ετών παρουσιάζεται απότομη αύξηση των τιμών;

(γ) Μεταξύ ποιων δύο ετών παρουσιάζεται απότομη μείωση των τιμών;

(δ) Ποια χρονιά παρουσιάζονται οι πιο κάτω τιμές;

Μαζούτ: 0,50 δολάρια ανά λίτρο

Βενζίνη: 0,80 δολάριο ανά λίτρο

Πετρέλαιο κίνησης: 1,18 δολάριο ανά λίτρο

Δραστηριότητες

1. Να συμπληρώσετε τον πίνακα, όπως στο παράδειγμα.

					$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$
	100	**10**	**1**		**0,1**	**0,01**	**0,001**
Αριθμός	**Εκατο-ντάδες**	**Δεκάδες**	**Μονάδες**		**Εκατοστά**	**Δέκατα**	**Χιλιοστά**
Παράδειγμα: 4,302			4	,	3	0	2
12,03							
305,208							
30,129							
5,873							

					$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$
	100	**10**	**1**		**0,1**	**0,01**	**0,001**
Αριθμός	**Εκατο-ντάδες**	**Δεκάδες**	**Μονάδες**		**Εκατοστά**	**Δέκατα**	**Χιλιοστά**
Παράδειγμα: 4,302			4	,	3	0	2
530,029							
16,005							
128,045							
3,3							
172,9							

2. Να γράψετε τον αριθμό σε αναλυτική μορφή, όπως στο παράδειγμα:

Παράδειγμα:

4,785 $4{,}785 = 4 + 0{,}7 + 0{,}08 + 0{,}005$ ή $4{,}785 = 4 + \frac{7}{10} + \frac{8}{100} + \frac{5}{1000}$

(α) **15,678** 15,678 = ______________________

ή

15,678 = ______________________

(β) **203,6** 203,6 = ______________________

ή

203,6 = ______________________

(γ) **28,75** 28,75 = ______________________

ή

28,75 = ______________________

3. Να γράψετε την αξία του ψηφίου 3 σε κάθε αριθμό, όπως στο παράδειγμα.

Αριθμός	Αξία ψηφίου 3
Παράδειγμα: 0,35	0,3 ή $\frac{3}{10}$
0,73	
345,44	
1023,456	
12,093	
3124,89	
45,37	

4. Να γράψετε σε λεκτική μορφή τους πιο κάτω δεκαδικούς αριθμούς, όπως στο παράδειγμα.

Αριθμός	**Λεκτική μορφή**
Παράδειγμα: 12,307	**Δώδεκα και τριακόσια επτά εκατοστά**
5,675	
9,34	
13,045	
125,09	
4343,5	
3,033	

675,8	
29,009	

5. Να αντιστοιχίσετε κάθε αριθμό με την περιγραφή που ταιριάζει.

Ο αριθμός έχει **7** εκατοστά.	**3,452**
Ο αριθμός έχει το ίδιο ψηφίο στις μονάδες, στα δέκατα και στα εκατοστά.	**4,445**
Το ψηφίο των μονάδων είναι μικρότερο από το ψηφίο των δεκάτων και το ψηφίο των εκατοστών.	**4,375**
Ο αριθμός έχει **2** δεκαδικά ψηφία.	**6,54**

6. Να συμπληρώσετε, χρησιμοποιώντας τα σύμβολα >, <, =.

(α) 1,5 ☐ 1,500 (β) 4,15 ☐ 4,25 (γ) 9,63 ☐ 8,93

(δ) 0,9 ☐ 0,839 (ε) 12,4 ☐ 2,40 (στ) 0,09 ☐ 0,9

(ζ) 0,25 ☐ 0,205 (η) 13,97 ☐ 13,79 (θ) 0,008 ☐ 0,3

Επανάληψη

1. Να κάνετε τις πράξεις.

(α)

$$\begin{array}{r} 1325 \\ \times \quad 8 \\ \hline \end{array}$$

(β)

$$\begin{array}{r} 439 \\ \times \quad 14 \\ \hline \end{array}$$

(γ)

$$\begin{array}{r|l} 5578 & 9 \\ \cline{2-2} & \end{array}$$

(δ)

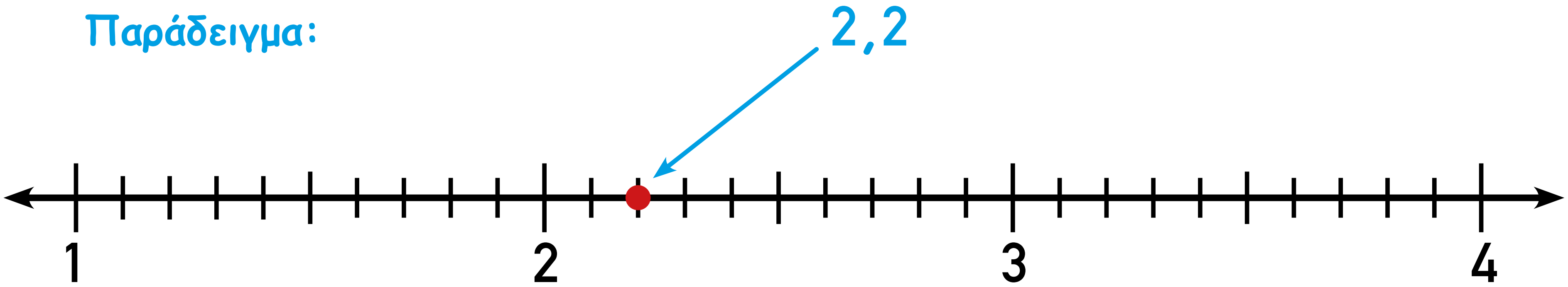
$$\begin{array}{r|l} 3567 & 25 \\ \cline{2-2} & \end{array}$$

Μαθήματα **3 & 4**

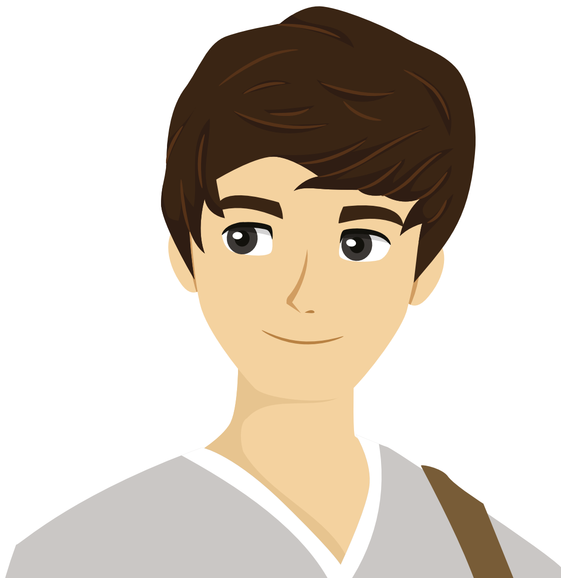
Έχουμε μάθει:

- Οι δεκαδικοί αριθμοί μπορούν να στρογγυλοποιηθούν στον πλησιέστερο ακέραιο.

Παράδειγμα:



Το 2,2 βρίσκεται πιο κοντά στο 2 παρά στο 3.
Άρα, στρογγυλοποιείται προς τα κάτω, στο 2.



- Πρόσθεση και αφαίρεση δεκαδικών αριθμών:

1. Γράφουμε κατακόρυφα τους αριθμούς, ώστε τα ψηφία που έχουν ίδια αξία θέσης να βρίσκονται το ένα κάτω από το άλλο και η υποδιαστολή του ενός αριθμού να βρίσκεται κάτω από την υποδιαστολή του άλλου αριθμού.
2. Αν χρειάζεται, προσθέτουμε μηδενικά στο δεκαδικό μέρος των αριθμών, ώστε όλοι οι αριθμοί να έχουν το ίδιο πλήθος δεκαδικών ψηφίων.
3. Προσθέτουμε ή αφαιρούμε τα ψηφία, όπως στους φυσικούς αριθμούς. Τοποθετούμε την υποδιαστολή στο αποτέλεσμα.

Πρόσθεση	**Αφαίρεση**
$\begin{array}{r} 4{,}57 \\ +\ 3{,}9 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 4{,}57 \\ -\ 3{,}9 \\ \hline \end{array}$
$\begin{array}{r} 4{,}57 \\ +\ 3{,}90 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 4{,}57 \\ -\ 3{,}90 \\ \hline \end{array}$
$\begin{array}{r} 4{,}57 \\ +\ 3{,}90 \\ \hline 8{,}47 \end{array}$	$\begin{array}{r} 4{,}57 \\ -\ 3{,}90 \\ \hline 0{,}67 \end{array}$

Διερεύνηση

Τα παιδιά χρησιμοποίησαν διαφορετικές στρατηγικές, για να εκτιμήσουν το πιο κάτω άθροισμα.

$6{,}33 + 5{,}98 + 3{,}75$

$6 + 5 + 3 = 14$

$14 + 2 = 16$

$6 + 6 + 4 = 16$

$7 + 6 + 4 = 17$

$17 - 1 = 16$

Μάρκος

Φάνης

Αλεξία

Να περιγράψετε τις στρατηγικές που χρησιμοποίησε κάθε παιδί.

Νέες Έννοιες

- Στρατηγικές εκτίμησης του αποτελέσματος στην πρόσθεση και αφαίρεση δεκαδικών αριθμών:

■ Στρογγυλοποίηση των δεκαδικών αριθμών στον πλησιέστερο ακέραιο αριθμό.

Παραδείγματα:

$$\begin{array}{r} 22{,}4 \\ +\ 5{,}8 \\ \hline \end{array} \rightarrow \begin{array}{r} 22 \\ +\ 6 \\ \hline 28 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 18{,}9 \\ -\ 5{,}5 \\ \hline \end{array} \rightarrow \begin{array}{r} 19 \\ -\ 6 \\ \hline 13 \end{array}$$

$22{,}4 + 5{,}8 \approx 28$ $\qquad$ $18{,}9 - 5{,}5 \approx 13$

■ Στρατηγική των πρώτων και τελευταίων ψηφίων

Παραδείγματα:

Άθροισμα πρώτων ψηφίων:	**Προσαρμογή τελευταίων ψηφίων:**		**Άθροισμα:**
1,26	1,26		€8
4,79	4,79	€1	€3
0,99	0,99	€1	€11
1,37	1,37		
+ 2,58	+ 2,58	€1	
8	8	€3	

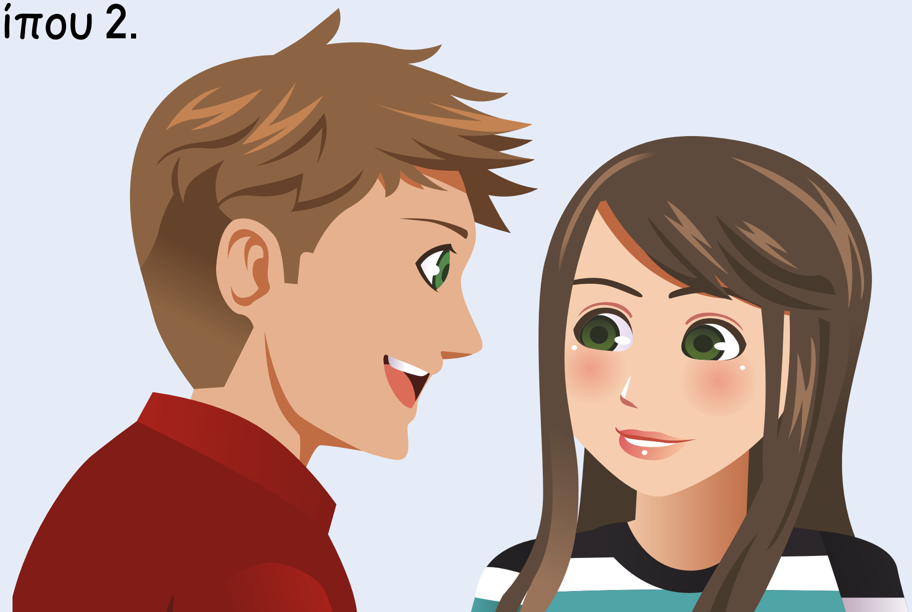
■ Στρογγυλοποίηση των δεκαδικών αριθμών προς τα πάνω

Παράδειγμα:

20,26	⟶	21
8,32	⟶	9
4,87	⟶	5
+ 5,69	⟶	+ 6
		41

*Α*φαιρούμε 2 από το 41, γιατί στρογγυλοποιώντας όλους τους αριθμούς προς τα πάνω, το άθροισμα αυξήθηκε περίπου 2.

41 − 2 = 39



Παραδείγματα

1. Να εκτιμήσετε και να υπολογίσετε το αποτέλεσμα:

(α) $5{,}8 + 6{,}74 = v$ (β) $12{,}3 - 9{,}785 = v$

Λύση:

(α) Εκτίμηση: $5{,}8 + 6{,}74 \approx 6 + 7 = 13$

Υπολογισμός:

$$\begin{array}{r} 5{,}80 \\ +\ \ 6{,}74 \\ \hline 12{,}54 \end{array}$$

Για την εκτίμηση του αθροίσματος, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τη στρατηγική της στρογγυλοποίησης των δεκαδικών στον πλησιέστερο ακέραιο αριθμό.

(β) Εκτίμηση: $12{,}3 - 9{,}785 \approx 12 - 10 = 2$

Υπολογισμός:

$$\begin{array}{r} 12{,}300 \\ -\ \ 9{,}785 \\ \hline 2{,}515 \end{array}$$

Για την εκτίμηση της διαφοράς, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τη στρατηγική της στρογγυλοποίησης των δεκαδικών στον πλησιέστερο ακέραιο αριθμό.

2. Να τοποθετήσετε την υποδιαστολή στην κατάλληλη θέση, ώστε να ισχύει η πιο κάτω ισότητα.

$$24{,}6 + 5{,}7 + 1{,}35 = 3165$$

$$\begin{array}{r} 24{,}6 \\ 5{,}7 \\ +\ \ 1{,}35 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{c} \longrightarrow \\ \longrightarrow \\ \longrightarrow \end{array} \quad \begin{array}{r} 25 \\ 6 \\ +\ \ 1 \\ \hline 32 \end{array}$$

Στρογγυλοποιούμε τους δεκαδικούς αριθμούς στον πλησιέστερο ακέραιο αριθμό.

Το άθροισμα είναι περίπου 32. Άρα, η υποδιαστολή θα τοποθετηθεί μετά τα δύο πρώτα ψηφία.

$$24{,}6 + 5{,}7 + 1{,}35 = 31{,}65$$

Δραστηριότητες

1. Να εκτιμήσετε και να υπολογίσετε το αποτέλεσμα. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

(α) 2,6 + 8,9	(β) 9,7 + 5,4	(γ) 8,3 + 3,8
(δ) 9,3 – 6,9	(ε) 7,2 – 4,6	(στ) 15,5 – 14,7
(ζ) 12,43 + 5,8	(η) 10,64 + 7,49	(θ) 2,25 + 0,93
(ι) 12,81 – 1,92	(ια) 10,72 – 2,85	(ιβ) 15,99 + 3,4
(ιγ) 12,385 + 12,84	(ιδ) 20,28 – 10,301	(ιε) 9,1 – 8,988
(ιστ) 4,79 + 5,16 + 8,08	(ιζ) 6,23 + 4,75 + 3,91	(ιη) 4,5 + 8,92 + 9,21

2. Να τοποθετήσετε την υποδιαστολή στην κατάλληλη θέση, ώστε να ισχύουν οι ισότητες.

(α) 22,8 + 132,24 = 15504

(β) 140,7 – 35,88 = 10482

(γ) 34 + 78 = 11,2

(δ) 84 – 56 = 2,8

(ε) 1,259 + 3,248 + 0,37 = 4877

(στ) 437 + 89 – 264 = 26,2

3. Να συμπληρώσετε τους επόμενους τρεις όρους του κάθε μοτίβου.

(α) 0,4 0,54 0,68 0,82 ______ ______ ______

(β) 1,02 1,12 1,22 1,32 ______ ______ ______

(γ) 10 9,5 9 8,5 ______ ______ ______

(δ) 6,9 6,8 6,6 6,3 ______ ______ ______

4. Να επιλύσετε τα προβλήματα.

(α) Να υπολογίσετε την περίμετρο ενός τριγώνου με μήκος πλευρών **4,5 cm**, **6,27 cm** και **9,4 cm**.

(β) Ο Άγγελος έλαβε μέρος σε έναν αγώνα τριάθλου. Στον αγώνα κάλυψε συνολικά **8 km**. Να υπολογίσετε την απόσταση που κάλυψε στο τρέξιμο, αν κολύμπησε **0,750 km** και ποδηλάτισε **6,2 km**.

5. Να υπολογίσετε την τιμή του α σε κάθε περίπτωση.

(α) $\alpha + 1{,}23 = 4{,}5$

(β) $5{,}2 - \alpha = 3{,}87$

(γ) $\alpha - 5{,}75 = 8{,}1$

Εξερεύνηση

Ο Σάββας διαβάζει το πιο κάτω άρθρο στο περιοδικό «Επιστήμη».

Πόσο θα είναι το βάρος ενός αντικειμένου σε έναν άλλο πλανήτη;

Η βαρύτητα είναι η δύναμη με την οποία η Γη έλκει ένα σώμα στην επιφάνειά της ώστε να μην αιωρείται. Κάθε πλανήτης του ηλιακού μας συστήματος έχει διαφορετική βαρύτητα, με αποτέλεσμα ένα σώμα να έχει διαφορετικό βάρος από πλανήτη σε πλανήτη.

Ο πιο κάτω πίνακας παρουσιάζει με ποιον τρόπο μπορούμε να υπολογίσουμε το βάρος ενός αντικειμένου, το οποίο στη Γη ζυγίζει 3 kg, σε διάφορους πλανήτες.

Ερμής	0,38 • 3
Αφροδίτη	0,88 • 3
Γη	1 • 3
Άρης	0,38 • 3
Δίας	2,53 • 3
Κρόνος	1,19 • 3
Ουρανός	0,91 • 3
Ποσειδώνας	1,13 • 3
Πλούτωνας	0,06 • 3

Να μελετήσετε τον πίνακα και να εκτιμήσετε σε ποιους πλανήτες το βάρος του αντικειμένου θα είναι μεγαλύτερο και σε ποιους μικρότερο σε σχέση με τη Γη. Να επεξηγήσετε.

Διερεύνηση 1

(α) Να υπολογίσετε τα γινόμενα.

12 • 3 = ______	1,2 • 3 = ______	0,12 • 3 = ______
12 • 0,3 = ______	1,2 • 0,3 = ______	0,12 • 0,3 = ______
12 • 0,03 = ______	1,2 • 0,03 = ______	0,12 • 0,03 = ______
12 • 0,003 = ______	1,2 • 0,003 = ______	0,12 • 0,003 = ______

Ποια μοτίβα παρατηρείτε;

(β) Ποια σχέση παρατηρείτε μεταξύ του αριθμού των δεκαδικών ψηφίων στο γινόμενο και του αριθμού των δεκαδικών ψηφίων στους παράγοντες;

____

(γ) Να υπολογίσετε το αποτέλεσμα των πιο κάτω μαθηματικών προτάσεων με βάση τις παρατηρήσεις σας στα πιο πάνω ερωτήματα, αν γνωρίζετε ότι:

$$21 \bullet 11 = 231$$

(i) $2{,}1 \cdot 11 =$ __________ (ii) $2{,}1 \cdot 1{,}1 =$ __________

(iii) $0{,}21 \cdot 1{,}1 =$ __________ (iv) $0{,}021 \cdot 1{,}1 =$ __________

Να ελέγξετε τις απαντήσεις σας, χρησιμοποιώντας υπολογιστική μηχανή.

Ο Θάνος και η Έλλη χρησιμοποίησαν διαφορετικούς τρόπους, για να υπολογίσουν το γινόμενο 2,8 • 0,9.

(α) Να μελετήσετε και να περιγράψετε τον τρόπο που χρησιμοποίησε κάθε παιδί.

$$2{,}8 \cdot 0{,}9 = 2\frac{8}{10} \cdot \frac{9}{10}$$
$$= \frac{28}{10} \cdot \frac{9}{10}$$
$$= \frac{28 \cdot 9}{10 \cdot 10}$$
$$= \frac{252}{100} = 2\frac{52}{100}$$
$$= 2{,}52$$

Θάνος

$$2{,}8 \cdot 0{,}9 \approx 3 \cdot 1 = 3$$

$$\begin{array}{r} 2{,}8 \\ \times\ 0{,}9 \\ \hline 2{,}52 \end{array}$$

Το γινόμενο έχει δύο δεκαδικές θέσεις, γιατί:

$$\frac{28}{10} \cdot \frac{9}{10} = \frac{252}{100} = 2\frac{52}{100} = 2{,}52$$

Έλλη

(β) Να υπολογίσετε τα πιο κάτω γινόμενα.

(i) $0{,}5 \cdot 0{,}5 = \nu$

(ii) $1{,}2 \cdot 0{,}8 = \nu$

(iii) $0{,}22 \cdot 0{,}7 = \nu$

Νέες Έννοιες

- Πολλαπλασιασμός δεκαδικών αριθμών

  - Στρογγυλοποιούμε τους δεκαδικούς αριθμούς, για να εκτιμήσουμε το γινόμενο και στη συνέχεια υπολογίζουμε κατακόρυφα το αποτέλεσμα, όπως στον πολλαπλασιασμό των φυσικών αριθμών.

Παράδειγμα:

$2,1 \bullet 1,1 \approx 2 \bullet 1 = 2$

$$\begin{array}{r} 21 \\ \times\ 11 \\ \hline 21 \\ +\ 21 \\ \hline 231 \end{array}$$

Το γινόμενο είναι περίπου 2.

Άρα, $2,1 \bullet 1,1 = 2,31$.

ή

$$\begin{array}{r} 2{,}1 \\ \times\ \ 1{,}1 \\ \hline 21 \\ +\ 21\ \ \\ \hline 2{,}31 \end{array}$$

1 δεκαδική θέση, γιατί $2{,}1 = \frac{21}{10}$

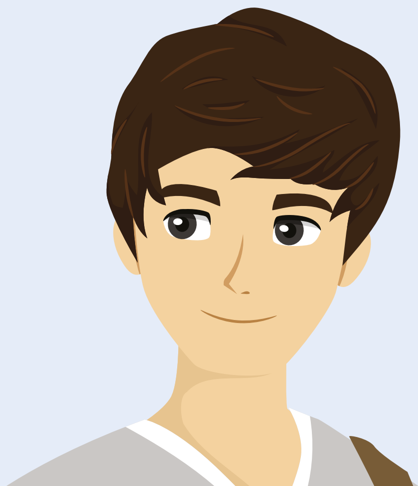
1 δεκαδική θέση, γιατί $1{,}1 = \frac{11}{10}$

2 δεκαδικές θέσεις, γιατί $\frac{21}{10} \bullet \frac{11}{10} = \frac{231}{100}$

- Μετατρέπουμε τους δεκαδικούς αριθμούς σε κλάσματα και πολλαπλασιάζουμε.

Παράδειγμα:

$$2{,}1 \bullet 1{,}1 \approx 2 \bullet 1 = 2\,\frac{1}{10} \bullet 1\,\frac{1}{10} = \frac{21}{10} \bullet \frac{11}{10} = \frac{21 \bullet 11}{10 \bullet 10} = \frac{231}{100} = 2\,\frac{31}{100} = 2{,}31$$



Παραδείγματα

1. Ποιο από τα πιο κάτω είναι το γινόμενο της μαθηματικής πρότασης 1,9 • 23, αν γνωρίζετε ότι 19 • 23 = 437;

(α) 4,37	(β) 43,7	(γ) 0,437

Λύση:

1,9 • 23 ≈ 2 • 23 = 46

Με βάση την εκτίμηση, η ορθή απάντηση είναι το (β).

1,9 • 23 = 43,7

2. Να εκτιμήσετε και να υπολογίσετε το γινόμενο 1,2 • 1,5 = *ν*

Λύση:

Εκτίμηση: 1,2 • 1,5 ≈ 1 • 2 = 2

Υπολογισμός:

$$\begin{array}{r} 1{,}2 \\ \times\ \ 1{,}5 \\ \hline 60 \\ +\ \ 12\ \ \\ \hline 1{,}80 \end{array}$$

$1{,}2 \longleftarrow$ 1 δεκαδική θέση, γιατί $1{,}2 = \frac{12}{10}$

$1{,}5 \longleftarrow$ 1 δεκαδική θέση, γιατί $1{,}5 = \frac{15}{10}$

$1{,}80 \longleftarrow$ 2 δεκαδικές θέσεις, γιατί $\frac{12}{10} \bullet \frac{15}{10} = \frac{180}{100}$

Με βάση την εκτίμηση, το γινόμενο είναι περίπου 2. Άρα, $1{,}2 \bullet 1{,}5 = 1{,}8$

ή

$$1{,}2 \bullet 1{,}5 = 1\frac{2}{10} \bullet 1\frac{5}{10} = \frac{12}{10} \bullet \frac{15}{10} = \frac{12 \bullet 15}{10 \bullet 10} = \frac{180}{100} = 1\frac{80}{100} = 1{,}80 = 1{,}8$$

Δραστηριότητες

1. Να βάλετε σε κύκλο την ορθή απάντηση σε κάθε περίπτωση.

(α) Αν 18 • 24 = 432, τότε 1,8 • 24 =;

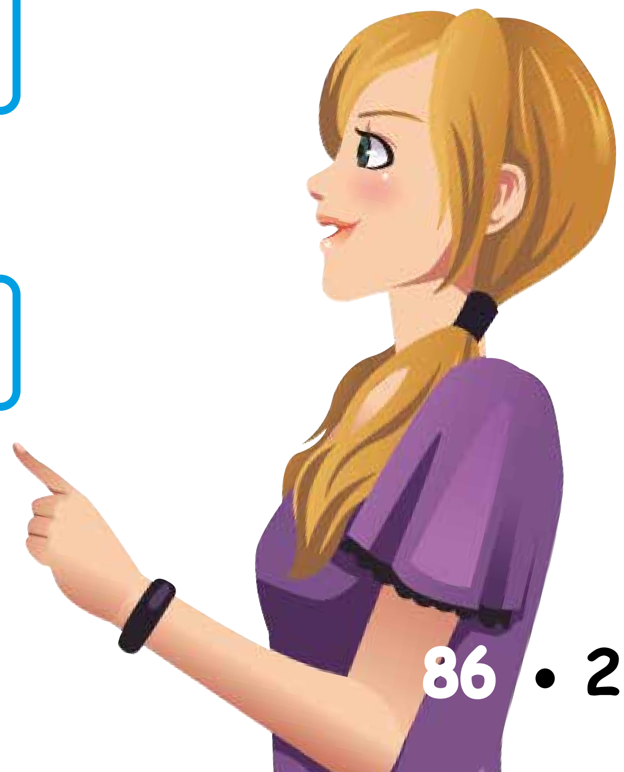
4,32	43,2	4320

(β) Αν 324 • 15 = 4860, τότε 32,4 • 15 =;

48,60	4,860	486

(γ) Αν 263 • 35 = 9205, τότε 2,63 • 0,35 =;

9,205	92,05	0,9205



2. Να συμπληρώσετε τον πίνακα, με βάση το πρώτο γινόμενο σε κάθε στήλη.

18 • 12 = 216	25 • 27 = 675	135 • 8 = 1080
1,8 • 12 =	2,5 • 27 =	13,5 • 8 =
1,8 • 1,2 =	2,5 • 2,7 =	13,5 • 0,8 =
18 • 0,12 =	25 • 0,27 =	1350 • 0,08 =
0,18 • 0,12 =	0,25 • 2,7 =	0,135 • 8 =

3. Να εκτιμήσετε και να υπολογίσετε τα γινόμενα. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

(α) 1,8 • 5 (β) 9 • 1,6 (γ) 3,2 • 6 (δ) 6,12 • 8

(ε) 4,225 • 7 (στ) 71 • 4,89 (ζ) 4,28 • 0,9 (η) 5,28 • 2,7

(θ) 24,3 • 5,2 (ι) 18,23 • 4,7 (ια) 390,6 • 5,8 (ιβ) 12,5 • 3,1

4. Να επιλέξετε τη μαθηματική πρόταση που ταιριάζει σε κάθε πρόβλημα.

(α) Η Βαλέρια έχει στο κινητό της δύο εφαρμογές που έχουν συνολική χωρητικότητα 17,73 KB. Η μία από τις δύο εφαρμογές έχει χωρητικότητα 6,8 KB. Πόση είναι η χωρητικότητα της δεύτερης εφαρμογής;

(i) $17{,}73 + 6{,}8 = x$

(ii) $17{,}73 - 6{,}8 = x$

(iii) $17{,}73 \cdot 6{,}8 = x$

(iv) $17{,}73 \div 6{,}8 = x$

(β) Η Κατερίνα πληρώνει για την ασφάλιση του διαμερίσματός της €235,72 τον χρόνο. Το ποσό αυτό πληρώνεται σε 4 ισόποσες δόσεις. Πόσα πληρώνει σε κάθε δόση;

(i) $235{,}72 + 4 = \kappa$

(ii) $235{,}72 - 4 = \kappa$

(iii) $235{,}72 \cdot 4 = \kappa$

(iv) $235{,}72 \div 4 = \kappa$

(γ) Ένας οινοποιός τοποθέτησε το κρασί που παρήγαγε σε βαρέλια των 200 L το καθένα. Πόσα λίτρα κρασί παρήγαγε ο οινοποιός, αν γέμισε 38 βαρέλια και του περίσσεψαν 74,5 L κρασί;

(i) $(200 + 38) + 74{,}5 = \rho$

(ii) $(200 \cdot 38) - 74{,}5 = \rho$

(iii) $(200 \cdot 38) + 74{,}5 = \rho$

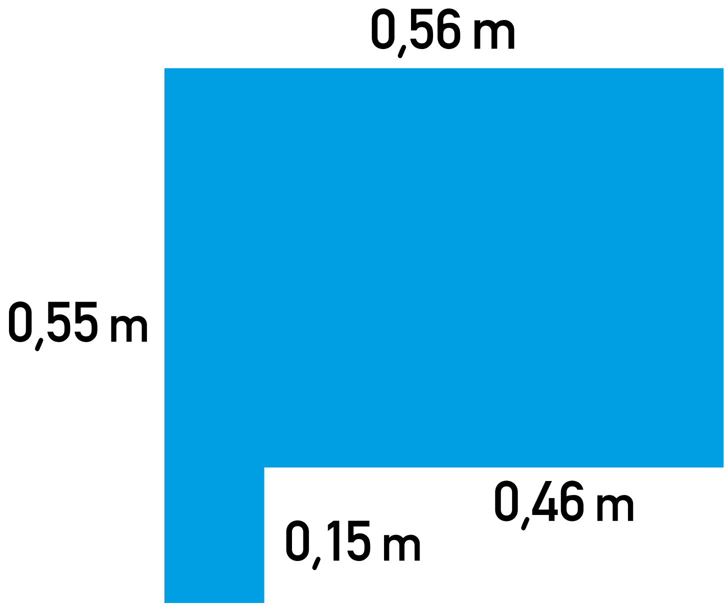
(iv) $(200 \cdot 74{,}5) + 38 = \rho$

5. Να επιλύσετε τα προβλήματα. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

(α) Το γιαούρτι της διπλανής εικόνας έχει 3,8 g υδατάνθρακες. Πόσα γραμμάρια υδατανθράκων έχουν 4 τέτοια γιαούρτια;

(β) Σύμφωνα με το δελτίο καιρού, το ύψος του χιονιού στην πόλη Α έφτασε τα 0,85 m, ενώ στην πόλη Β έφτασε τα 1,21 m. Να υπολογίσετε τη διαφορά στο ύψος του χιονιού στις δύο πόλεις.

(γ) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του διπλανού σχήματος.



6. Να συμπληρώσετε την κάθε ισότητα, χρησιμοποιώντας έναν από τους αριθμούς στο πλαίσιο.

(α) $\boxed{} \cdot 4 = 0{,}08$

(β) $0{,}1 \cdot \boxed{} = 0{,}02$

(γ) $\boxed{} \cdot 16{,}2 = 32{,}4$

(δ) $\boxed{}^{2} = 4{,}84$

2	2,2	0,02	0,2

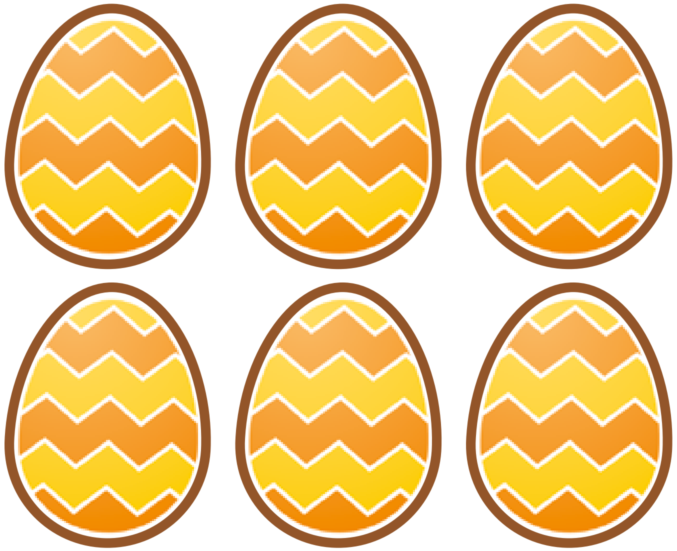
7. Η Χριστίνα θα αγοράσει σοκολατένια αυγά.
Στην υπεραγορά υπάρχουν οι πιο κάτω προσφορές:

Προσφορά Α

1 αυγό: €0,56

Προσφορά Β

6 αυγά: €3,12



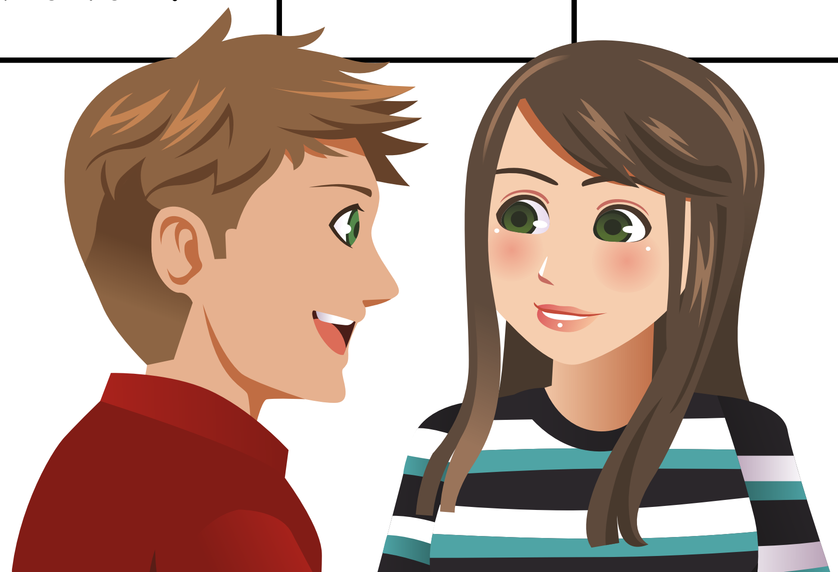
Προσφορά Γ

8 αυγά: €4

Ποια είναι η πιο συμφέρουσα προσφορά, αν η Χριστίνα θέλει να αγοράσει 18 αυγά;

8. Να συμπληρώσετε με ✔ στην κατάλληλη στήλη του πίνακα, αν το $κ$ είναι ένας δεκαδικός αριθμός μικρότερος από το 1 και μεγαλύτερος από το 0.

ΠΡΟΤΑΣΗ	ΟΡΘΟ	ΛΑΘΟΣ
Το γινόμενο $0,95 \cdot κ$ θα είναι μεγαλύτερο από το $κ$.		
Το γινόμενο $1 \cdot κ$ θα είναι μικρότερο από το 1.		
Το γινόμενο $1 \cdot κ$ θα είναι μεγαλύτερο από το $κ$.		
Το γινόμενο $1,5 \cdot κ$ θα είναι μεγαλύτερο από το $κ$.		



Επανάληψη

1. (α) Να μετατρέψετε τους μικτούς αριθμούς σε καταχρηστικά κλάσματα.

   (i) $3\frac{6}{7}$ (ii) $2\frac{7}{10}$ (iii) $3\frac{2}{3}$ (iv) $8\frac{4}{9}$

   (β) Να μετατρέψετε τα καταχρηστικά κλάσματα σε μικτούς αριθμούς.

   (i) $\frac{17}{5}$ (ii) $\frac{48}{9}$ (iii) $\frac{25}{12}$ (iv) $\frac{86}{8}$

2. Να βάλετε σε κύκλο τα κλάσματα που βρίσκονται μεταξύ του 4 και του 5.

   $\frac{17}{5}$ $\frac{23}{5}$ $\frac{48}{8}$ $\frac{37}{9}$ $\frac{75}{8}$ $\frac{48}{10}$

3. Να συμπληρώσετε χρησιμοποιώντας τα σύμβολα >, <, =.

   (i) $\frac{3}{10}$ $\square$ $\frac{8}{10}$ (ii) $\frac{7}{9}$ $\square$ $\frac{7}{12}$ (iii) $\frac{6}{11}$ $\square$ $\frac{5}{12}$ (iv) $\frac{27}{28}$ $\square$ $\frac{74}{75}$

Διερεύνηση 1

Να περιγράψετε τον τρόπο που χρησιμοποίησε ο Ευγένιος, για να υπολογίσει τα πιο κάτω πηλίκα.

Α.

$40{,}8 \div 4 = v$

$$\begin{array}{r|l} 40{,}8 & 4 \\ \cline{2-2} -\ 40 & 10{,}2 \\ \cline{1-1} 08 & \\ -\ \ 8 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

Άρα, $40{,}8 \div 4 = 10{,}2$

Β.

$5{,}31 \div 3 = v$

$$\begin{array}{r|l} 5{,}31 & 3 \\ \cline{2-2} -\ 3\ \ \ & 1{,}77 \\ \cline{1-1} 23\ & \\ -\ 21\ & \\ \cline{1-1} 21 & \\ -\ 21 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

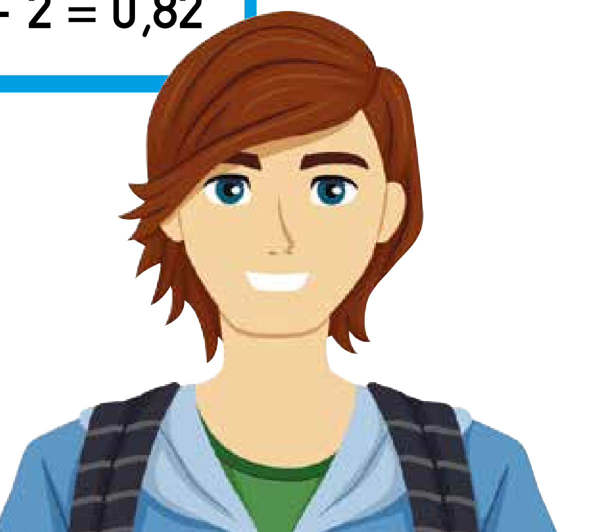
Άρα, $5{,}31 \div 3 = 1{,}77$

Γ.

$1{,}64 \div 2 = v$

$$\begin{array}{r|l} 1{,}64 & 2 \\ \cline{2-2} -\ 16\ & 0{,}82 \\ \cline{1-1} 04 & \\ -\ \ 4 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

Άρα, $1{,}64 \div 2 = 0{,}82$



Διερεύνηση 2

Η Θάλεια και ο Στέφανος υπολόγισαν το πηλίκο $15 \div 4$.

(α) Να επεξηγήσετε τον τρόπο, με τον οποίο εργάστηκε κάθε παιδί.

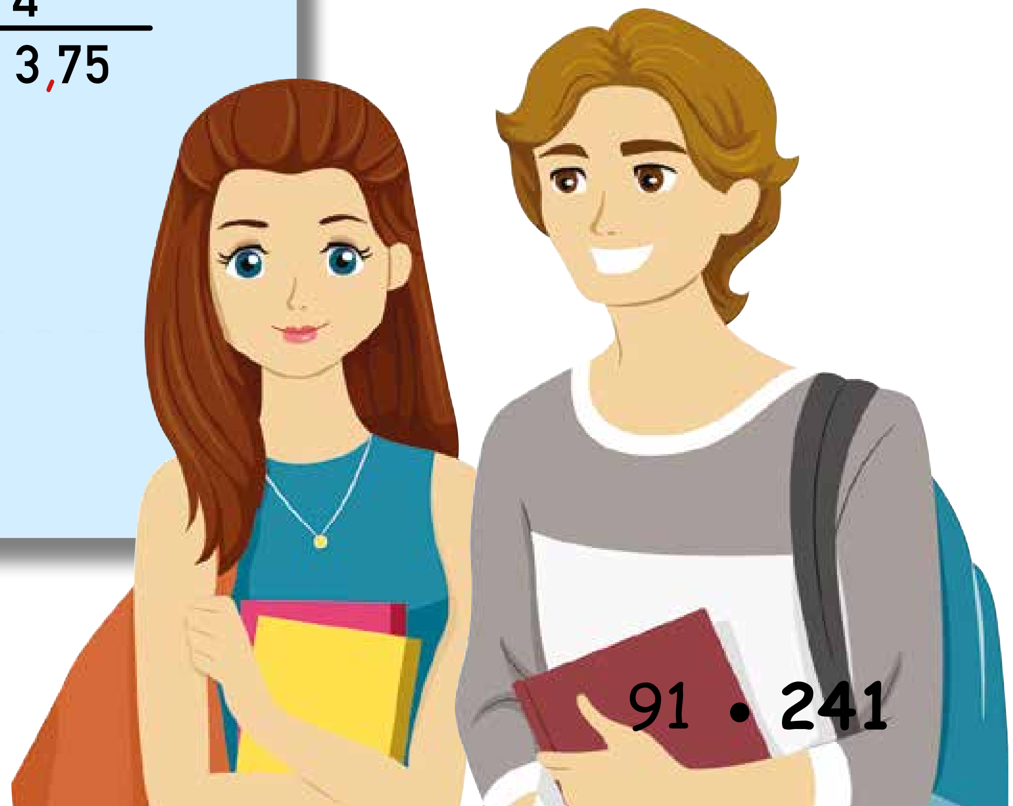
Θάλεια

$$
\begin{array}{r|l}
15 & 4 \\ \cline{2-2}
-\ 12 & 3 \\ \cline{1-1}
3 &
\end{array}
$$

$$15 \div 4 = 3\frac{3}{4}$$

Στέφανος

$$
\begin{array}{r|l}
15{,}00 & 4 \\ \cline{2-2}
-\ 12 & 3{,}75 \\ \cline{1-1}
30 & \\
-\ 28 & \\ \cline{1-1}
20 & \\
-\ 20 & \\ \cline{1-1}
0 &
\end{array}
$$



(β) Να υπολογίσετε τα πιο κάτω πηλίκα.

(i) $17 \div 3 = \nu$ (ii) $24 \div 5 = \nu$ (iii) $19 \div 4 = \nu$

Νέες Έννοιες

- Διαίρεση δεκαδικού αριθμού διά ακέραιο αριθμό

  - Υπολογίζουμε κατακόρυφα το αποτέλεσμα και όταν τελειώσει το ακέραιο μέρος του διαιρετέου, βάζουμε υποδιαστολή στο πηλίκο και συνεχίζουμε τη διαίρεση.

Παράδειγμα:

$12{,}36 \div 4 = v$

$$
\begin{array}{r|l}
12{,}36 & 4 \\ \cline{2-2}
-\;12 & 3{,}09 \\ \cline{1-1}
036 & \\
-\;36 & \\ \cline{1-1}
0 &
\end{array}
$$

Άρα, $12{,}36 \div 4 = 3{,}09$

  - Αν στη διαίρεση μένει υπόλοιπο, προσθέτουμε όσα μηδενικά χρειάζονται στο τέλος του διαιρετέου και συνεχίζουμε τη διαίρεση.

Παράδειγμα:

$27{,}3 \div 6 = v$

$$
\begin{array}{r|l}
27{,}3\color{red}{0} & 6 \\ \hline
-\ 24 & 4\color{red}{,}55 \\ \cline{1-1}
33 & \\
-\ 30 & \\ \cline{1-1}
3\color{red}{0} & \\
-\ 30 & \\ \cline{1-1}
0 &
\end{array}
$$

Άρα, $27{,}3 \div 6 = 4{,}55$

Παραδείγματα

1. Να εκτιμήσετε το πηλίκο $24,12 \div 4$ και να βάλετε σε κύκλο την ορθή εκτίμηση.

Λύση:

$24,12 \div 4$ περίπου **5**   περίπου **6**   περίπου **7**

Για να εκτιμήσουμε το πηλίκο, στρογγυλοποιούμε τον δεκαδικό αριθμό.

$24,12 \div 4 \approx 24 \div 4 = 6$.

Με βάση την εκτίμηση, το πηλίκο είναι περίπου 6.

2. Να υπολογίσετε τα πηλίκα.

(α) $125,5 \div 5 = v$ (β) $11,25 \div 15 = v$

Λύση: (α)

$$
\begin{array}{r|l}
125{,}5 & 5 \\ \cline{2-2}
-\ 10 & 25{,}1 \\ \cline{1-1}
25 & \\
-\ 25 & \\ \cline{1-1}
05 & \\
-\ \ 5 & \\ \cline{1-1}
0 &
\end{array}
$$

$125{,}5 \div 5 = 25{,}1$

(β)

$$
\begin{array}{r|l}
11{,}25 & 15 \\ \cline{2-2}
-\ 10\ 5 & 0{,}75 \\ \cline{1-1}
75 & \\
-\ 75 & \\ \cline{1-1}
0 &
\end{array}
$$

$11{,}25 \div 15 = 0{,}75$

3. Η Θεοδώρα αγόρασε 8 ίδιες συσκευασίες με γλυκά από ένα ζαχαροπλαστείο, για να κεράσει τους συναδέλφους της στη γιορτή της. Πόσα στοίχιζε κάθε συσκευασία, αν πλήρωσε συνολικά €42;

Λύση:

Για να υπολογίσουμε πόσα στοίχιζε κάθε συσκευασία, υπολογίζουμε το πηλίκο $42 \div 8$.

$$
\begin{array}{r|l}
42{,}00 & 5 \\ \cline{2-2}
-\ 40 & 5{,}25 \\ \cline{1-1}
20 & \\
-\ 16 & \\ \cline{1-1}
40 & \\
-\ 40 & \\ \cline{1-1}
0 &
\end{array}
$$

Η κάθε συσκευασία στοίχιζε €5,25.

Δραστηριότητες

1. Να εκτιμήσετε το πηλίκο και να βάλετε σε κύκλο την ορθή εκτίμηση σε κάθε περίπτωση.

(α) 9,2 ÷ 3	περίπου **2**	περίπου **3**	περίπου **4**
(β) 56,78 ÷ 8	περίπου **7**	περίπου **8**	περίπου **9**
(γ) 153,4 ÷ 25	περίπου **5**	περίπου **6**	περίπου **7**
(δ) 2000,23 ÷ 99	περίπου **19**	περίπου **20**	περίπου **21**

2. Να υπολογίσετε τα πηλίκα. Να εργαστείτε το τετράδιό σας.

Α. (α) 9,3 ÷ 3 (β) 7,2 ÷ 3 (γ) 20,15 ÷ 5

(δ) 8,12 ÷ 4 (ε) 42,91 ÷ 7 (στ) 532,5 ÷ 25

(ζ) 331,8 ÷ 21 (η) 59,8 ÷ 13 (θ) 1724,8 ÷ 49

Β. (α) 2,45 ÷ 5 (β) 3,164 ÷ 4 (γ) 3,075 ÷ 15

(δ) 1,215 ÷ 3 (ε) 6,08 ÷ 8 (στ) 1,35 ÷ 9

(ζ) 4,452 ÷ 6 (η) 0,984 ÷ 8 (θ) 1,715 ÷ 7

Γ. (α) 12 ÷ 5 (β) 22 ÷ 4 (γ) 39 ÷ 6

(δ) 3,42 ÷ 4 (ε) 5,12 ÷ 5 (στ) 1,575 ÷ 15

(ζ) 0,576 ÷ 9 (η) 0,368 ÷ 8 (θ) 0,756 ÷ 7

3. Να κάνετε τις πράξεις με βάση τους κανόνες προτεραιότητας των πράξεων. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

(α) 4,6 + 5,1 – 3,2 (β) 85,6 ÷ 4 • 7

(γ) 46,4 - 10,8 • 3 (δ) (46,78 – 23,58) • 2,5

(ε) 9,8 - 3,2 ÷ 4 + 2,6 (στ) 9,035 • 5,2 - 4,32 • 6,7

4. Να επιλύσετε τα προβλήματα.

(α) Ο Ρένος εργάστηκε 23 ώρες την περασμένη εβδομάδα σε μια εταιρεία. Το ποσό πληρωμής του ήταν €212,75. Πόσα πληρώθηκε για κάθε ώρα που εργάστηκε;

Απάντηση: ______________________________

(β) Ένα παρτέρι με λουλούδια έχει σχήμα κανονικού πενταγώνου. Πόσο είναι το μήκος της πλευράς του παρτεριού, αν η περίμετρός του είναι ίση με 11,8 m;

Απάντηση: ______________________________

(γ) Ο Νίκος επένδυσε έναν τοίχο του σπιτιού του με μήκος 5 m και πλάτος 2,6 m με ταπετσαρία. Πόσο ήταν το κόστος της ταπετσαρίας ανά τετραγωνικό μέτρο, αν πλήρωσε συνολικά €383,50;

Απάντηση: ____________________

5. Να υπολογίσετε την τιμή του a σε κάθε περίπτωση.
Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

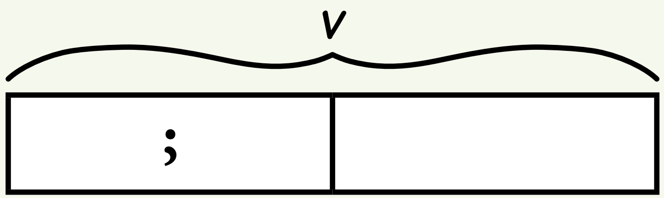
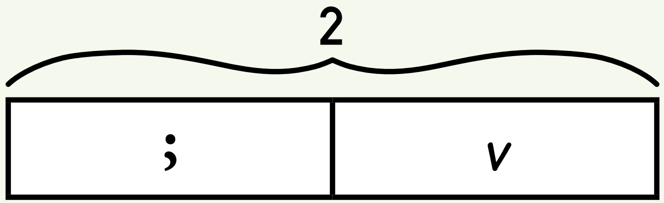
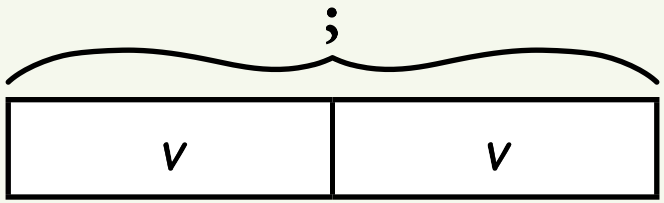
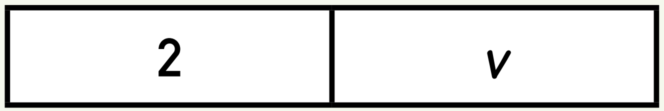
(α) $a \bullet 5 = 31{,}5$ (β) $13 \bullet a = 111{,}8$

(γ) $a \bullet 25 = 307$ (δ) $19 \div a = 4$

(ε) $2{,}1 \div a = 4$ (στ) $5{,}28 = a \bullet 6$

Επανάληψη

1. Να αντιστοιχίσετε.

2ν	Το άθροισμα του 2 και του ν	
$\nu + 2$	Το διπλάσιο του ν	
$2 - \nu$	Η διαφορά του ν από το 2	
$\frac{\nu}{2}$	Το μισό του ν	

Μαθήματα **11, 12 & 13**

Διερεύνηση

Να υπολογίσετε το πηλίκο των πιο κάτω διαιρέσεων.

$2,25 \div 0,05 =$

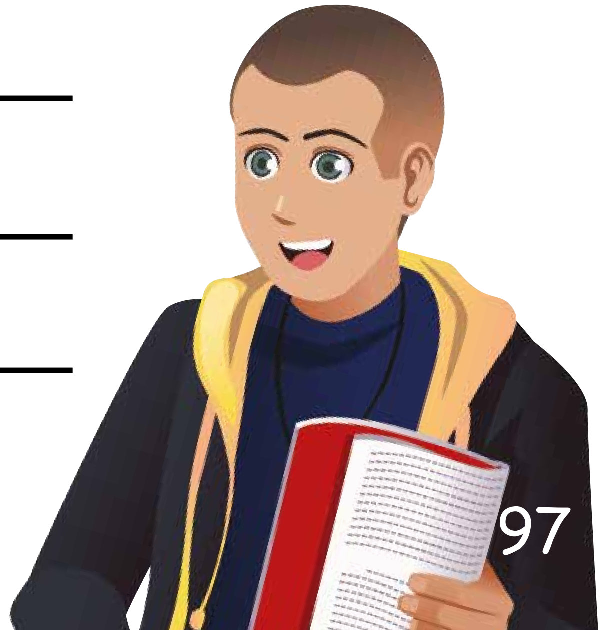
$22,5 \div 0,5 =$

$225 \div 5 =$

$2250 \div 50 =$

$22\,500 \div 500 =$

(β) Τι παρατηρείτε; Γιατί συμβαίνει αυτό;

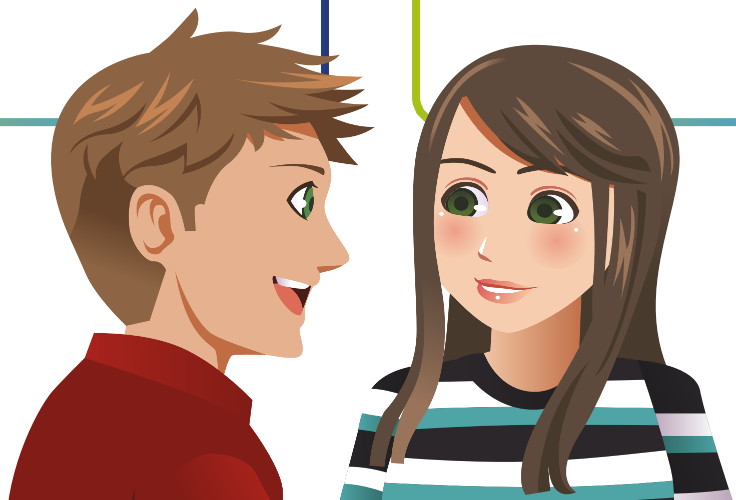


(γ) Να εισηγηθείτε έναν τρόπο υπολογισμού του πηλίκου των πιο κάτω διαιρέσεων, με βάση τις παρατηρήσεις σας στο ερώτημα (β).

$32{,}8 \div 0{,}4$

$3{,}185 \div 0{,}7$

$0{,}125 \div 0{,}02$



Νέες Έννοιες

- Διαίρεση δεκαδικών αριθμών

Πολλαπλασιάζουμε τον διαιρετέο και τον διαιρέτη με την κατάλληλη δύναμη του 10, ώστε ο διαιρέτης να είναι ακέραιος αριθμός. Στη συνέχεια εκτελούμε τη διαίρεση.

Παράδειγμα:

$112{,}5 \div 4{,}5 = \nu$

$$\begin{array}{ccc} 112{,}5 & \div & 4{,}5 \\ \downarrow \cdot 10 & & \downarrow \cdot 10 \\ 1125 & \div & 45 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 1125 & 45 \\ \hline -\ \ 90 & 25 \\ \hline 225 & \\ -\ 225 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Άρα, $112{,}5 \div 4{,}5 = 1125 \div 45 = 25$

Παραδείγματα

1. Να βρείτε ποιες από τις πιο κάτω διαιρέσεις δίνουν το ίδιο πηλίκο.

(α) $48 \div 6$ (β) $4{,}8 \div 0{,}06$ (γ) $4{,}8 \div 0{,}6$

Λύση:

(α) $48 \div 6 = 8$

(β) $4{,}8 \div 0{,}06$

$\downarrow \cdot 100 \quad \downarrow \cdot 100$

$480 \div 6 = 80$

(γ) $4{,}8 \div 0{,}6$

$\downarrow \cdot 10 \quad \downarrow \cdot 10$

$48 \div 6 = 8$

Άρα, οι διαιρέσεις (α) και (γ) δίνουν το ίδιο πηλίκο.

2. Να υπολογίσετε το πηλίκο $14{,}1 \div 0{,}4 = v$, χρησιμοποιώντας τον κατακόρυφο αλγόριθμο.

Λύση:

$$14{,}1 \div 0{,}4$$

$$\downarrow \cdot 10 \qquad \downarrow \cdot 10$$

$$141 \div 4$$

Οι διαιρέσεις 14,1 ÷ 0,4 και 141 ÷ 4 δίνουν το ίδιο πηλίκο.

$$
\begin{array}{r|l}
141{,}00 & 5 \\ \hline
-\ 12\phantom{1{,}00} & 35{,}25 \\ \cline{1-1}
21\phantom{{,}00} & \\
-\ 20\phantom{{,}00} & \\ \cline{1-1}
10 & \\
-\ 8 & \\ \cline{1-1}
20 & \\
-\ 20 & \\ \cline{1-1}
0 &
\end{array}
$$

Κάνουμε κατακόρυφα τη διαίρεση 141 ÷ 4.
Το πηλίκο είναι 35,25 και το υπόλοιπο είναι 0.

$$14{,}1 \div 0{,}4 = 141 \div 4 = 35{,}25$$

Δραστηριότητες

1. Να βάλετε σε κύκλο τις διαιρέσεις που δίνουν το ίδιο πηλίκο σε κάθε περίπτωση.

Α. (α) $35 \div 7$ (β) $0{,}035 \div 70$ (γ) $350 \div 70$ (δ) $0{,}35 \div 0{,}7$

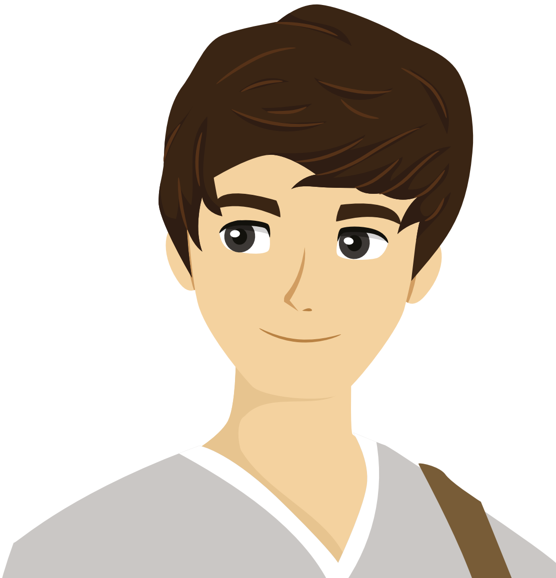
Β. (α) $0{,}49 \div 0{,}07$ (β) $49 \div 0{,}7$ (γ) $490 \div 7$ (δ) $4{,}9 \div 7$

Γ. (α) $3600 \div 40$ (β) $360 \div 0{,}04$ (γ) $36 \div 0{,}4$ (δ) $36\,000 \div 400$

2. Να συμπληρώσετε, ώστε να ισχύουν οι ισότητες.

(α) $325 \div 25 = 3{,}25 \div \boxed{}$ (β) $144 \div 12 = \boxed{} \div 1{,}2$

(γ) $1024 \div 4 = \boxed{} \div 40$ (δ) $540 \div 0{,}9 = 5{,}4 \div \boxed{}$



3. Να υπολογίσετε το πηλίκο, όπως στο παράδειγμα.

Παράδειγμα:

$3{,}6 \div 0{,}9 = 36 \div 9 = 4$

(α) $2{,}7 \div 0{,}3 =$

(β) $0{,}35 \div 0{,}007 =$

(γ) $60 \div 1{,}2 =$

(δ) $0{,}075 \div 0{,}005 =$

(ε) $1{,}6 \div 0{,}4 =$

(στ) $4{,}5 \div 0{,}15 =$

4. Να υπολογίσετε τα πιο κάτω πηλίκα, χρησιμοποιώντας τον κατακόρυφο αλγόριθμο. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

(α) $26{,}73 \div 0{,}9$

(β) $64 \div 0{,}04$

(γ) $0{,}162 \div 0{,}036$

(δ) $105 \div 3{,}5$

(ε) $5{,}26 \div 4$

(στ) $35{,}7 \div 0{,}07$

(ζ) $15{,}12 \div 0{,}3$

(η) $0{,}35 \div 0{,}007$

(θ) $47{,}2 \div 5$

(ι) $32{,}5 \div 0{,}05$

(ια) $54 \div 6{,}75$

(ιβ) $4{,}233 \div 5{,}1$

5. Να επιλύσετε τα προβλήματα.

(α) Η Άννα και ο Παναγιώτης αγόρασαν ίδια πινέλα από ένα κατάστημα. Ο Παναγιώτης πλήρωσε **€10,65** για **3** πινέλα. Πόσα πλήρωσε η Άννα για **4** πινέλα;

(β) Η Ζωή έχει **3,25 kg** αλεύρι. Χρησιμοποίησε **0,5 kg** αλεύρι για να φτιάξει μπισκότα και **1,8 kg** για να φτιάξει ψωμί. Πόσο αλεύρι της περίσσεψε;

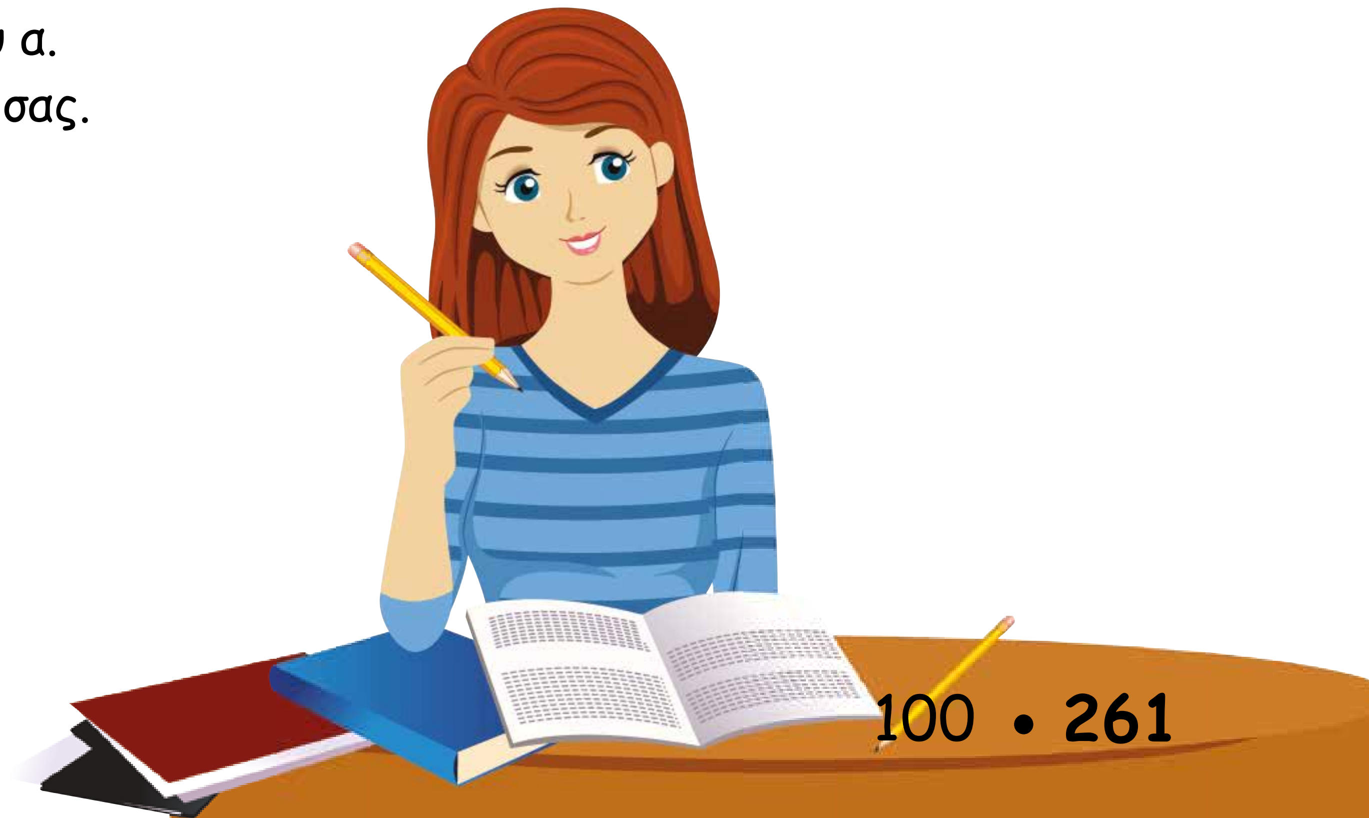
(γ) Ποιο είναι το εμβαδόν ενός τετράγωνου χαλιού με πλευρά **2,4 m**;

6. Να υπολογίσετε την τιμή του α.
   Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

   (α) $6{,}21 \div \alpha = 2{,}7$

   (β) $16{,}75 \div \alpha = 2{,}5$

   (γ) $16{,}2 \div \alpha = 4{,}5$



Επανάληψη

1. Να επιλύσετε τα προβλήματα. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

   (α) Ο Χρίστος ξόδεψε τα $\frac{2}{5}$ των αποταμιεύσεων του για την αγορά ενός κινητού τηλεφώνου. Πόσα κόστιζε το τηλέφωνο, αν οι αποταμιεύσεις του ήταν €**750**;

   (β) Τα $\frac{5}{8}$ των παιδιών ενός δημοτικού σχολείου είναι αγόρια. Πόσα είναι τα κορίτσια, αν τα αγόρια είναι **150**;

Μαθήματα **14 & 15**

Έχουμε μάθει:

- **Δυνάμεις με βάση το 10**

  Οι αριθμοί 10, 100, 1000, 10 000 ... γράφονται ως δυνάμεις με βάση το 10 και εκθέτη το πλήθος των μηδενικών τους.

Παραδείγματα:

$10 = 10^1$

$10^2 = 100$

$10^3 = 1000$

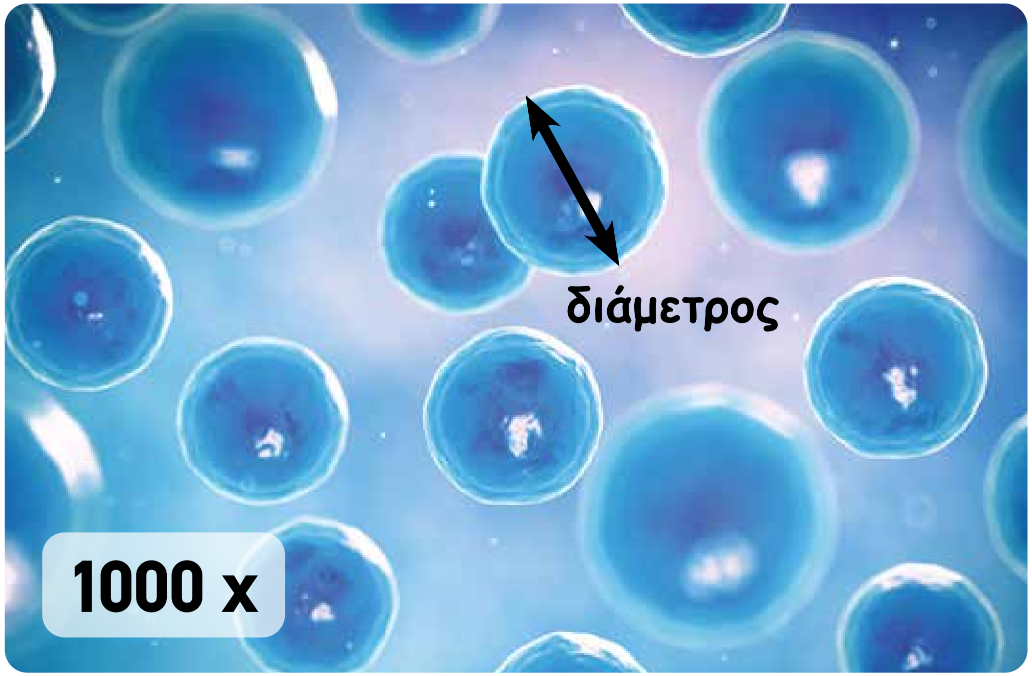
$10^5 = 100\,000$

Εξερεύνηση

Το μικροσκόπιο είναι το όργανο που επιτρέπει την παρατήρηση μικροσκοπικών αντικειμένων, μέσα από τη μεγέθυνσή τους.

Ένας μικροβιολόγος παρατήρησε την πιο κάτω εικόνα στο μικροσκόπιο.

Βακτήρια



Με ποιο τρόπο μπορεί να υπολογίσει ο μικροβιολόγος το πραγματικό μέγεθος της διαμέτρου ενός βακτηρίου;

Διερεύνηση

(α) Να χρησιμοποιήσετε υπολογιστική μηχανή, για να συμπληρώσετε.

Στήλη Α	Στήλη Β
2,485 • 1 =	543,7 ÷ 1 =
2,485 • 10 =	543,7 ÷ 10 =
2,485 • 100 =	543,7 ÷ 100 =
2,485 • 1000 =	543,7 ÷ 1000 =

(β) Ποιο μοτίβο παρατηρείτε σε κάθε στήλη;

(γ) Με βάση τις παρατηρήσεις σας, να συμπληρώσετε.

35,1 • 1 =	35,1 ÷ 1 =
35,1 • 10 =	35,1 ÷ 10 =
35,1 • 100 =	35,1 ÷ 100 =
35,1 • 1000 =	35,1 ÷ 1000 =

(δ) Να περιγράψετε μια μέθοδο υπολογισμού του γινομένου ή του πηλίκου ενός δεκαδικού αριθμού με μια δύναμη του 10.

Νέες Έννοιες

- Πολλαπλασιασμός δεκαδικών αριθμών με δυνάμεις του 10

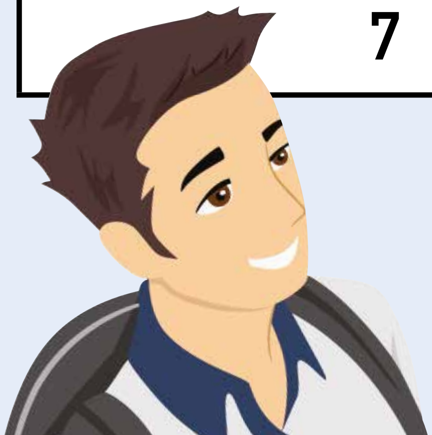
Όταν πολλαπλασιάζω έναν δεκαδικό αριθμό επί 10, 100, 1000 ..., τότε ο αριθμός που προκύπτει είναι αντίστοιχα 10, 100, 1000... φορές μεγαλύτερος.

Παραδείγματα:

$72{,}35 \cdot 10 = 723{,}5$

Χιλιάδες	Εκατοντάδες	Δεκάδες	Μονάδες	,	Δέκατα	Εκατοστά	Χιλιοστά
		7	2	,	3	5	
	7	2	3	,	5		

• 10



$5,286 \cdot 100 = 528,6$

Χιλιάδες	Εκατοντάδες	Δεκάδες	Μονάδες	,	Δέκατα	Εκατοστά	Χιλιοστά
			5	,	2	8	6
	5	2	8	,	6		

$\cdot\ 100$

$2,46 \cdot 103 = 2460,0$

Χιλιάδες	Εκατοντάδες	Δεκάδες	Μονάδες	,	Δέκατα	Εκατοστά	Χιλιοστά
			2	,	4	6	
2	4	6	0	,	0		

$\cdot\ 10^3$

$0,79 \cdot 10^2 = 79,0 = 79$

Χιλιάδες	Εκατοντάδες	Δεκάδες	Μονάδες	,	Δέκατα	Εκατοστά	Χιλιοστά
			0	,	7	9	
		7	9	,	0		

$\cdot 10^2$

- Διαίρεση δεκαδικών αριθμών με δυνάμεις του 10

Όταν διαιρώ έναν δεκαδικό αριθμό διά 10, 100, 1000..., τότε ο αριθμός που προκύπτει είναι αντίστοιχα 10, 100, 1000... φορές μικρότερος.

Παραδείγματα:

$64,25 \div 10 = 6,425$

Χιλιάδες	Εκατοντάδες	Δεκάδες	Μονάδες	,	Δέκατα	Εκατοστά	Χιλιοστά
		6	4	,	2	5	
			6	,	4	2	5

$\div 10$

$95,6 \div 100 = 0,956$

Χιλιάδες	Εκατοντάδες	Δεκάδες	Μονάδες	,	Δέκατα	Εκατοστά	Χιλιοστά
		9	5	,	6	0	
			0	,	9	5	6

$\div 100$

$25,3 \div 10^2 = 0,253$

Χιλιάδες	Εκατοντάδες	Δεκάδες	Μονάδες	,	Δέκατα	Εκατοστά	Χιλιοστά
		2	5	,	3		
			0	,	2	5	3

$\div 10^2$

$1468 \div 103 = 1468,0 \div 10^3 = 1,4680$

Χιλιάδες	Εκατοντάδες	Δεκάδες	Μονάδες	,	Δέκατα	Εκατοστά	Χιλιοστά
1	4	6	8	,	6	0	
			1	,	4	6	8

$\div 10^3$

Παραδείγματα

1. Να υπολογίσετε το αποτέλεσμα.

(α) $0{,}493 \cdot 10$ (β) $3{,}751 \cdot 10^2$ (γ) $413{,}6 \div 100$ (δ) $792{,}5 \div 10^3$

Λύση:

(α) $0{,}493 \cdot 10 = 4{,}93$

Το γινόμενο είναι 10 φορές μεγαλύτερο από τον πρώτο παράγοντα.

(β) $3{,}751 \cdot 10^2 = 375{,}1$

Το γινόμενο είναι 100 φορές μεγαλύτερο από τον πρώτο παράγοντα.

(γ) $413{,}6 \div 100 = 4{,}136$

Το πηλίκο είναι 100 φορές μικρότερο από τον διαιρετέο.

(δ) $792{,}5 \div 10^3 = 0{,}7925$

Το πηλίκο είναι 1000 φορές μικρότερο από τον διαιρετέο.

2. Με ποιον αριθμό πρέπει να πολλαπλασιαστεί ή να διαιρεθεί ο αριθμός 38,125 κάθε φορά, ώστε το αποτέλεσμα που θα προκύψει να είναι:

(α) 38,125 (β) 3,8125

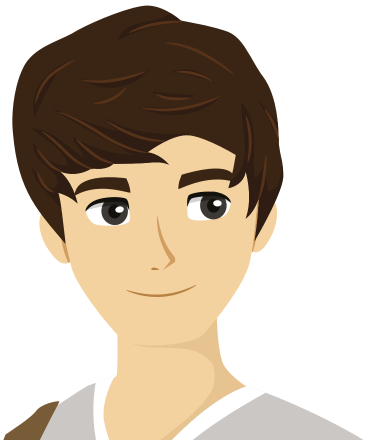
Λύση:

(α) $38{,}125 \cdot 100 = 3812{,}5$

Ο αριθμός 38,125 είναι 100 φορές μεγαλύτερος από τον αριθμό 38,125. Άρα, ο αριθμός 38,125 πρέπει να πολλαπλασιαστεί επί 100.

(β) $3{,}8125 \div 10 = 3{,}8125$

Ο αριθμός 3,8125 είναι 10 φορές μικρότερος από τον αριθμό 3,8125. Άρα, ο αριθμός 3,8125 πρέπει να διαιρεθεί διά 10.



Δραστηριότητες

1. Να γράψετε:

(α) τον αριθμό που είναι 10 φορές μεγαλύτερος από τον αριθμό 2,37

Χιλιάδες	Εκατοντάδες	Δεκάδες	Μονάδες	,	Δέκατα	Εκατοστά	Χιλιοστά
			2	,	3	7	

• 10

(β) τον αριθμό που είναι 100 φορές μεγαλύτερος από τον αριθμό 25,273

Χιλιάδες	Εκατοντάδες	Δεκάδες	Μονάδες	,	Δέκατα	Εκατοστά	Χιλιοστά
		2	5	,	2	7	3

• 100

(γ) τον αριθμό που είναι 1000 φορές μεγαλύτερος από τον αριθμό 0,368

Χιλιάδες	Εκατοντάδες	Δεκάδες	Μονάδες	,	Δέκατα	Εκατοστά	Χιλιοστά
			0	,	3	6	8

• 1000

(δ) τον αριθμό που είναι 10 φορές μικρότερος από τον αριθμό 53,79

Χιλιάδες	Εκατοντάδες	Δεκάδες	Μονάδες	,	Δέκατα	Εκατοστά	Χιλιοστά
		5	3	,	7	9	

÷ 10

(ε) τον αριθμό που είναι 100 φορές μικρότερος από τον αριθμό 86,5

Χιλιάδες	Εκατοντάδες	Δεκάδες	Μονάδες	,	Δέκατα	Εκατοστά	Χιλιοστά
		8	6	,	5		

÷ 100

2. Να συμπληρώσετε τον πίνακα, όπως στο παράδειγμα.

Παράδειγμα: 0,001	0,002	0,003	0,004	0,005	0,006	0,007	0,008	0,009
0,01		0,03		0,05		0,07		0,09
0,1		0,3		0,5			0,8	0,9
1	2	3			6	7		9

10		30		50	60			90
100						700	800	900
1000	2000				6000		8000	9000

3. Να συμπληρώσετε τα μοτίβα και να γράψετε τον κανόνα σε κάθε περίπτωση.

(α) 300 30 3 0,3 ______ ______

Κανόνας: ______________________________

(β) 0,004 0,4 40 ______ ______ ______

Κανόνας: ______________________________

(γ) ________ 518 000 5180 51,8 ________ ________

Κανόνας: ____

(δ) 1,725 17,25 172,5 ________ ________ ________

Κανόνας: ____

(ε) ________ 4,8 480 48000 ________

Κανόνας: ____

4. Να συμπληρώσετε.

(α) $0{,}73 \cdot 10 = \square$ (β) $100 \cdot 0{,}009 = \square$ (γ) $3{,}3 \cdot 1000 = \square$

(δ) $10^3 \cdot 0{,}23 = \square$ (ε) $5{,}923 \cdot 10^2 = \square$ (στ) $0{,}478 \cdot 10^4 = \square$

(ζ) $36{,}9 \div 10 = \square$ (η) $523 \div 1000 = \square$ (θ) $7{,}5 \div 100 = \square$

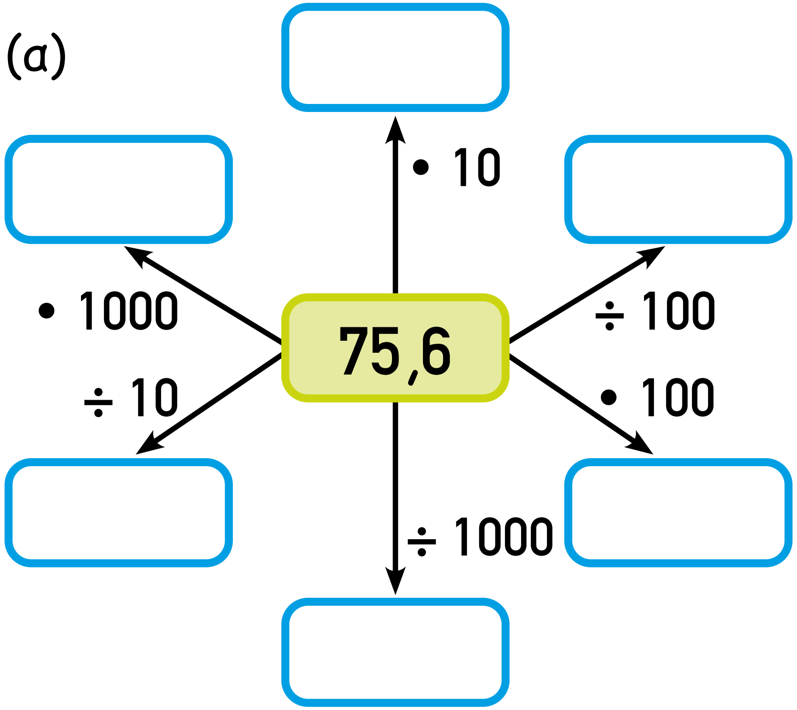
(ι) $196{,}4 \div 10^2 = \square$ (ια) $51{,}3 \div 10^3 = \square$ (ιβ) $85{,}4 \div 10^2 = \square$

(ιγ) $0{,}37 \cdot \square = 37$ (ιδ) $10 \cdot \square = 0{,}95$ (ιε) $10^3 \cdot \square = 206$

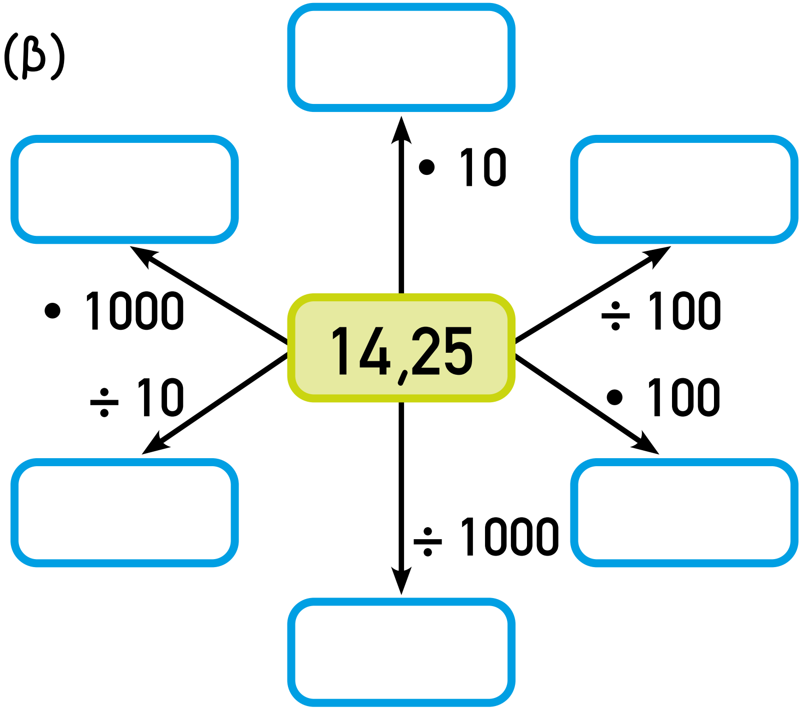
(ιστ) $29{,}1 \div \square = 0{,}291$ (ιζ) $7 \div \square = 0{,}007$ (ιη) $\square \div 10 = 0{,}06$

5. Να συμπληρώσετε τα διαγράμματα.

(α)



(β)

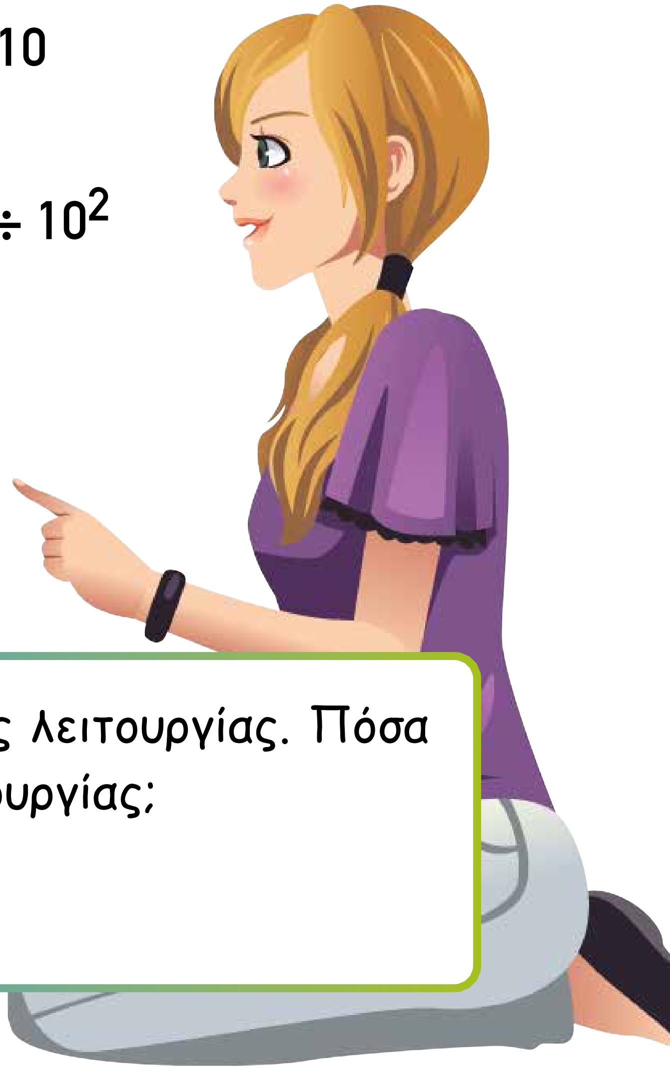


6. Να συμπληρώσετε με το κατάλληλο σύμβολο (<, =, >).

(α) 0,03 • 100 $\boxed{}$ 0,03 • 10 (β) 0,062 • 100 $\boxed{}$ 0,62 • 100 (γ) $0{,}7 \cdot 10^2$ $\square$ $0{,}007 \cdot 10^2$ (δ) $4{,}2 \cdot 10^3$ $\square$ $42 \cdot 10^2$

(ε) $40 \div 100$ $\square$ $400 \div 1000$ (στ) $30 \div 1000$ $\square$ $3 \div 10$

(ζ) $85 \div 10^2$ $\square$ $85 \div 10^3$ (η) $87{,}5 \div 10^3$ $\square$ $875 \div 10^2$



7. Να βάλετε σε κύκλο την ορθή απάντηση σε κάθε περίπτωση.

(α) Μια μηχανή χρειάζεται 2,4 L πετρέλαιο για κάθε 10 ώρες λειτουργίας. Πόσα λίτρα πετρέλαιο θα χρειαστεί η μηχανή για 100 ώρες λειτουργίας;

Α. 0,024 **Β.** 0,24 **Γ.** 24 **Δ.** 240

(β) Ο Άθως πολλαπλασίασε έναν αριθμό επί 100 και βρήκε γινόμενο 450. Η Στέφανη διαίρεσε τον ίδιο αριθμό διά 100. Ποιο είναι το πηλίκο που βρήκε;

Α. 0,0045 **Β.** 0,045 **Γ.** 0,45 **Δ.** 4,5

8. Να βρείτε μια διαδρομή, ώστε από το 6 να προκύψει το αποτέλεσμα 0,06.

6	• 10	• 10	÷ 100
÷ 10	• 100	• 100	÷ 10
• 10	÷ 10	÷ 1000	÷ 100
÷ 1000	• 1000	• 100	0,06

Επανάληψη

1. Να συμπληρώσετε.

(α) $\frac{3}{4} = \frac{\square}{12} = \frac{15}{\square}$

(β) $\frac{1}{8} = \frac{5}{\square} = \frac{\square}{64}$

(γ) $\frac{7}{9} = \frac{\square}{18} = \frac{35}{\square}$

(δ) $\frac{\square}{\square} = \frac{12}{20} = \frac{9}{15}$

2. Να κάνετε τις πράξεις στο τετράδιό σας.

(α) $\frac{3}{4} + \frac{5}{8}$

(β) $5 - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right)$

(γ) $\frac{4}{5} \cdot \frac{7}{8}$

(δ) $\frac{5}{9} \div \frac{1}{3}$

(ε) $4\frac{1}{8} \cdot 7$

(στ) $4 \div 3$

(ζ) $\frac{8}{9} \div 3$

(η) $\frac{12}{20} \div \frac{4}{5}$

Μάθημα 16 Επίλυση Προβλήματος

Ο Κυριάκος, η Χριστίνα, ο Γιάννης και η Κατερίνα συζητούν για τις ηλικίες τους. Οι ηλικίες τους είναι 18, 27, 30 και 35 χρονών. Να χρησιμοποιήσεις τις πληροφορίες και να συμπληρώσεις τον πίνακα, για να βρεις την ηλικία του κάθε ατόμου.

- Η Χριστίνα δεν είναι η νεαρότερη.
- Ο Γιάννης δεν είναι ο μεγαλύτερος σε ηλικία.
- Η ηλικία του Γιάννη είναι ένας αριθμός που διαιρείται ακριβώς με το 5.
- Η Χριστίνα είναι πιο νέα από τον Γιάννη.
- Ο Κυριάκος είναι πιο νέος από τη Χριστίνα.

	18 χρονών	27 χρονών	30 χρονών	35 χρονών
Κυριάκος				
Χριστίνα				
Γιάννης				
Κατερίνα				

Νέες Έννοιες

- Μια στρατηγική που μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε, για να επιλύουμε προβλήματα είναι η στρατηγική «κάνω πίνακα».

Παράδειγμα:

Ο Λεωνίδας, η Ελίνα, ο Χρύσανθος και η Αρετή κάνουν γυμναστική στον ελεύθερο τους χρόνο. Κάθε άτομο ασχολείται και με ένα διαφορετικό είδος γυμναστικής: γιόγκα, καλαθόσφαιρα, τρίαθλο και κυκλική γυμναστική. Να βρεις το είδος της γυμναστικής με το οποίο ασχολείται κάθε άτομο με βάση τις πληροφορίες που δίνονται.

- Ο Λεωνίδας δεν κάνει γιόγκα ή καλαθόσφαιρα.
- Η Ελίνα κάνει είτε καλαθόσφαιρα είτε κυκλική γυμναστική είτε γιόγκα.
- Ο Χρύσανθος δεν κάνει ούτε γιόγκα ούτε κυκλική γυμναστική.
- Το άθλημα της Αρετής είναι ομαδικό.

- Για να επιλύσουμε το πρόβλημα, μπορούμε να κατασκευάσουμε έναν πίνακα διπλής εισόδου, γράφοντας τα ονόματα των ατόμων στην πρώτη στήλη και τα είδη των αθλημάτων στην πρώτη γραμμή ή το αντίστροφο.

- Στη συνέχεια, συμπληρώνουμε τον πίνακα με βάση τις πληροφορίες που δίνονται, αποκλείοντας σταδιακά ορισμένες επιλογές για κάθε άτομο.

	Γιόγκα	**Καλαθόσφαιρα**	**Τρίαθλο**	**Κυκλική γυμναστική**
Λεωνίδας	✗	✗	✗	✔
Ελίνα	✔	✗	✗	✗
Χρύσανθος	✗	✗	✔	✗
Αρετή	✗	✔	✗	✗

Με βάση τον πίνακα, ο Λεωνίδας ασχολείται με την κυκλική γυμναστική, η Ελίνα με το γιόγκα, ο Χρύσανθος με το τρίαθλο και η Αρετή με την καλαθόσφαιρα.

Δραστηριότητες

1. Να επιλύσετε τα προβλήματα.

(α) Η Μαρίνα, ο Γιάννης, η Δανάη και ο Θέμης εργάζονται. Τα επαγγέλματα που εξασκούν είναι γιατρός, δικηγόρος, εκπαιδευτικός και μηχανολόγος. Να χρησιμοποιήσεις τις πληροφορίες, για να βρεις το επάγγελμα που εξασκεί το κάθε άτομο.

- Η Δανάη δεν είναι ούτε εκπαιδευτικός ούτε μηχανολόγος.
- Η Μαρίνα είναι είτε εκπαιδευτικός είτε γιατρός.
- Ο Θέμης δεν είναι ούτε γιατρός ούτε μηχανολόγος.
- Το άτομο που εξασκεί το επάγγελμα του δικηγόρου είναι γυναίκα.

(β) Η Άννα, ο Χρίστος, η Έλλη και ο Άγγελος έχουν από ένα σημειωματάριο διαφορετικού χρώματος: κόκκινο, μπλε, μοβ και πράσινο. Να χρησιμοποιήσεις τις πληροφορίες για να βρεις το χρώμα που έχει το σημειωματάριο του κάθε παιδιού.

- Ο Χρίστος και το κορίτσι με το πράσινο σημειωματάριο είναι συμμαθητές.
- Το μοβ σημειωματάριο ανήκει σε κορίτσι.
- Ο Άγγελος και το παιδί με το κόκκινο σημειωματάριο γευματίζουν μαζί κάθε μεσημέρι.
- Η Άννα και ο Χρίστος δεν είναι συμμαθητές.

Δραστηριότητες ενότητας

1 Να εκτιμήσετε και να υπολογίσετε το αποτέλεσμα. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

(α) 5,8 + 3,4 (β) 8,9 + 6,2 (γ) 2,6 + 8,7

(δ) 8,2 – 5,7 (ε) 9,4 – 4,6 (στ) 14,3 – 8,5

(ζ) 5,12 + 7,8 (η) 14,89 + 5,9 (θ) 3,25 + 0,97

(ι) 15,91 – 1,7 (ια) 25,21 – 14,77 (ιβ) 12,06 – 6,49

(ιγ) 14,739 + 5,8 (ιδ) 3,124 + 5,789 (ιε) 26,345 – 7,896

(ιστ) 5,7 + 3,12 + 5,794 (ιζ) 14,589 + 6,8 – 5,91 (ιη) 48,7 – 15,78 – 12,9

2. Να τοποθετήσετε την υποδιαστολή στην κατάλληλη θέση, ώστε να ισχύουν οι ισότητες.

(α) 2,635 + 49,12 = 51755 (β) 231 + 845 = 31,55 (γ) 32,7 – 14,92 = 1778 (δ) 75 – 31 = 4,4

(ε) 789 + 5325 + 67 = 19,915 (στ) 257 + 78 – 265 = 30,85

3. Η Ρούλα καταγράφει τις πληροφορίες σχετικά με τη βενζίνη που καταναλώνει το αυτοκίνητό της κάθε μήνα.

Κατανάλωση βενζίνης: Απρίλιος		
Ημερομηνία	**Λίτρα βενζίνης**	**Συνολικό κόστος βενζίνης**
7 Απριλίου	15,2	€19,61
14 Απριλίου	12,8	€17,28
21 Απριλίου	18,6	€25,11
28 Απριλίου	18,3	€25,08

Ο προϋπολογισμός της Ρούλας για τη βενζίνη ανέρχεται στα **100** ευρώ τον μήνα. Είναι αρκετό το ποσό αυτό για τον μήνα Απρίλιο; Να επεξηγήσετε.

4. Να συμπληρώσετε τα μοτίβα.

(α) 0,3 0,41 0,52 ______ ______ ______ ______

(β) 6,3 6,4 6,6 6,9 ______ ______ ______ (γ) 25,7 24,1 22,5 ______ ______ ______ 16,1

(δ) 14,33 13,22 12,11 ______ ______ ______ 7,67

5. Να υπολογίσετε την τιμή του ψ σε κάθε περίπτωση.

(α) $\psi + 7{,}38 = 15{,}2$ (β) $6{,}15 - \psi = 2{,}8$ (γ) $1{,}073 + 3{,}9 + \psi = 7{,}73$

6. Να επιλύσετε τα προβλήματα.

(α) Μια εταιρεία μεταφορών θα μεταφέρει δύο πιάνα σε έναν εκθεσιακό χώρο. Το ένα πιάνο έχει μάζα **396 kg** και το άλλο **267,7 kg**. Να υπολογίσετε τη μάζα του φορτίου και των δύο πιάνων.

(β) Ο Γιώργος έχει έναν φορητό υπολογιστή συνολικής μάζας **2,3 kg**. Η μπαταρία του υπολογιστή ζυγίζει **0,35 kg**. Πόσο ζυγίζει ο φορητός υπολογιστής, όταν αφαιρεθεί η μπαταρία;

(γ) Η Θεανώ είχε στον τραπεζικό της λογαριασμό στην αρχή του μήνα **€357**. Κατά τη διάρκεια του μήνα έκανε ανάληψη **€225,90** και κατάθεση **€129,50**. Να υπολογίσετε το υπόλοιπο του λογαριασμού της Θεανώς στο τέλος του μήνα.

(δ) Η Ρένα έπαιξε ένα παιχνίδι τριών γύρων στον ηλεκτρονικό υπολογιστή και συγκέντρωσε συνολικά 259,6 βαθμούς. Να υπολογίσετε τους βαθμούς που συγκέντρωσε στον τρίτο γύρο του παιχνιδιού, αν στον πρώτο γύρο συγκέντρωσε 48,7 βαθμούς και στον δεύτερο 125,89 βαθμούς.

7. Να συμπληρώσετε.

(α) $0{,}84 \cdot 10 = \square$ (β) $100 \cdot 0{,}06 = \square$ (γ) $3{,}3 \cdot 1000 = \square$

(δ) $10^2 \cdot 0{,}15 = \square$ (ε) $6{,}92 \cdot 10^3 = \square$ (στ) $1{,}724 \cdot 10^4 = \square$

(ζ) $42{,}7 \div 10 = \square$ (η) $3075 \div 1000 = \square$ (θ) $8{,}2 \div 100 = \square$

(ι) $96{,}8 \div 10^2 = \boxed{}$ (ια) $132{,}3 \div 10^3 = \boxed{}$ (ιβ) $18{,}44 \div 10^2 = \boxed{}$

(ιγ) $0{,}48 \cdot \boxed{} = 4{,}8$ (ιδ) $10 \cdot \boxed{} = 32{,}5$ (ιε) $10^3 \cdot \boxed{} = 2457$

(ιστ) $25{,}3 \div \boxed{} = 2{,}53$ (ιζ) $12 \div \boxed{} = 0{,}12$ (ιη) $\boxed{} \div 10 = 16{,}45$

---

8. Να συμπληρώσετε τους επόμενους όρους σε κάθε μοτίβο και να διατυπώσετε τον κανόνα που ακολουθεί.

(α) 40 000 400 4 ________ ________ ________

Κανόνας: ____

(β) 0,018 0,18 1,8 ________ ________ ________

Κανόνας: ____

(γ) 1500,7 150,07 15,007 ________ ________ ________

Κανόνας: ____

9. Να συμπληρώσετε με το κατάλληλο σύμβολο (<, =, >).

(α) $0{,}8 \cdot 100 \ \square \ 0{,}8 \cdot 1000$

(β) $0{,}035 \cdot 100 \ \square \ 0{,}35 \cdot 100$

(γ) $1{,}2 \cdot 10^2 \ \square \ 12 \cdot 10$

(δ) $8{,}4 \cdot 10^4 \ \square \ 84 \cdot 10^3$

(ε) $500 \div 100$ ☐ $500 \cdot 10$

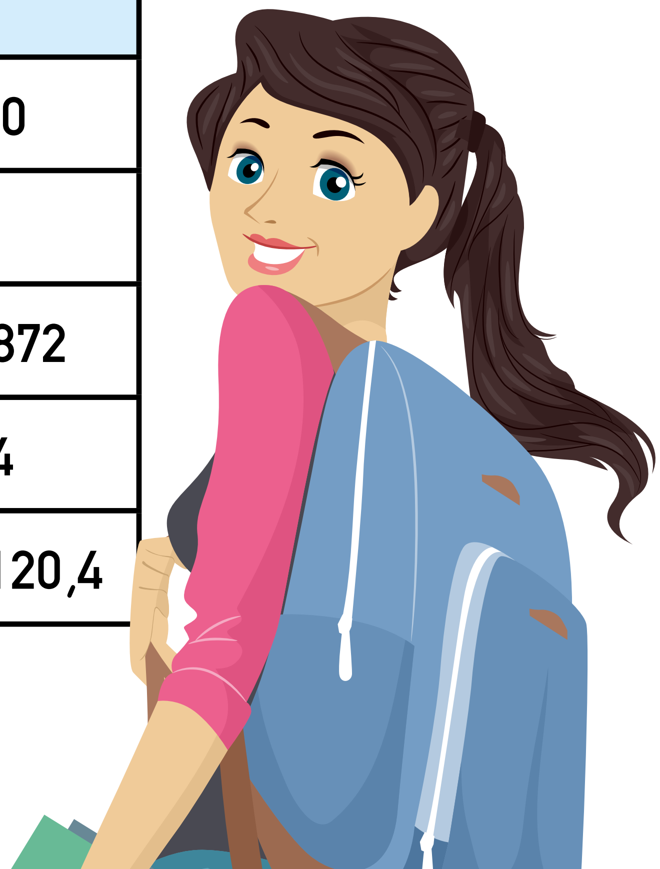
(στ) $3 \div 1000$ ☐ $0{,}03 \div 10$

(ζ) $128 \div 10^3$ ☐ $128 \div 10^4$

(η) $47{,}5 \div 10^2$ ☐ $475 \div 10^3$

10. Να βάλετε σε κύκλο το ορθό αποτέλεσμα σε κάθε περίπτωση, χωρίς να κάνετε τις πράξεις.

	Αποτέλεσμα		
(α) 15 • 2,3	3,45	34,5	3450
(β) 26 • 14,5	37,70	3,770	377
(γ) 3,28 • 0,24	7,872	78,72	0,7872
(δ) 4,5 • 3,2	1,44	144	14,4
(ε) 200,28 • 4,3	861 204	861,204	86 120,4



11. Να συμπληρώσετε, με βάση το πρώτο γινόμενο σε κάθε περίπτωση.

(α)

14 • 16 = 224
1,4 • 16 =
1,4 • 1,6 =
14 • 0,16 =
0,14 • 0,16 =

(β)

32 • 28 = 896
3,2 • 28 =
3,2 • 2,8 =
0,32 • 0,28 =
0,32 • 2,8 =

(γ)

215 • 9 = 1935
21,5 • 9 =
21,5 • 0,9 =
2150 • 0,09 =
0,215 • 9 =

12. Να υπολογίσετε τα γινόμενα. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

(α) 2,7 • 5 (β) 6 • 1,9 (γ) 8,7 • 4 (δ) 3,14 • 8

(ε) 3,125 • 7 (στ) 15 • 2,46 (ζ) 3,25 • 0,9 (η) 4,71 • 3,6

(θ) 15,8 • 4,3 (ι) 14,23 • 3,6 (ια) 35,4 • 5,2 (ιβ) 152,1 • 2,13

(ιγ) 1,82 • 9,809 (ιδ) 7,108 • 3,2 (ιε) 5,14 • 3,22 (ιστ) 42,9 • 27,25

13. Να εκτιμήσετε το πηλίκο και να βάλετε σε κύκλο την ορθή απάντηση σε κάθε περίπτωση.

(α) 12,1 ÷ 3 περίπου 4 περίπου 5 περίπου 6

(β) 28,74 ÷ 7 περίπου 3 περίπου 4 περίπου 5

(γ) 125,3 ÷ 5 περίπου 10 περίπου 15 περίπου 25

(δ) 4100,7 ÷ 60 περίπου 60 περίπου 70 περίπου 80

14. Να βάλετε σε κύκλο τις διαιρέσεις που έχουν το ίδιο πηλίκο σε κάθε περίπτωση.

(α) $42 \div 6$
(β) $0{,}042 \div 60$
(γ) $420 \div 60$
(δ) $0{,}42 \div 0{,}6$

(α) $0{,}56 \div 0{,}08$
(β) $56 \div 0{,}8$
(γ) $560 \div 8$
(δ) $5{,}6 \div 8$

(α) $2100 \div 30$
(β) $210 \div 3$
(γ) $21 \div 0{,}03$
(δ) $21\,000 \div 300$

15. Να συμπληρώσετε, ώστε να ισχύουν οι ισότητες.

(α) $352 \div 16 = 3{,}52 \div \boxed{}$

(β) $432 \div 24 = \boxed{} \div 2{,}4$

(γ) $1792 \div 7 = \boxed{} \div 70$

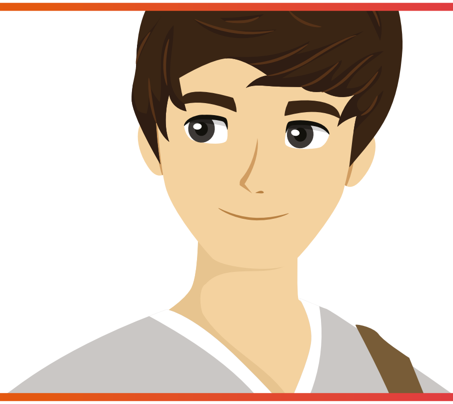
(δ) $116 \div 0{,}8 = 11{,}6 \div \boxed{}$

(ε) $3{,}45 \div 0{,}15 = 34{,}5 \div \boxed{}$

(στ) $330{,}48 \div 13{,}6 = \boxed{} \div 0{,}136$

16. Να υπολογίσετε τα πιο κάτω πηλίκα. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

Α.	(α) 3,6 ÷ 8	(β) 5,64 ÷ 6	(γ) 17,6 ÷ 5	(δ) 1,46 ÷ 4
Β.	(α) 1,2 ÷ 0,3	(β) 0,45 ÷ 0,005	(γ) 48 ÷ 1,2	(δ) 0,042 ÷ 0,07



17. Να επιλέξετε τη μαθηματική πρόταση που ταιριάζει σε κάθε πρόβλημα.

(α) Ο Γιάννης αγόρασε ένα καρπούζι που ζύγιζε 3,8 kg. Η τιμή πώλησης του καρπουζιού ήταν €2,75 kg. Πόσα πλήρωσε ο Γιάννης;

3,8 • 2,75   3,8 ÷ 2,75   2,75 ÷ 3,8 (β) Μια εταιρεία καρτοκινητής τηλεφωνίας χρεώνει €0,15 για κάθε μήνυμα που αποστέλλεται στο εξωτερικό. Πόσα τέτοια μηνύματα μπορούν να αποσταλούν από ένα κινητό που διαθέτει στην κάρτα του €6;

$6 \bullet 0{,}15$	$6 \div 0{,}15$	$0{,}15 \div 6$

(γ) Ένας κατασκευαστής μεταλλικών κατασκευών θα κόψει μια ράβδο αλουμινίου που έχει μήκος 3,75 m σε 5 μικρότερα κομμάτια του ίδιου μήκους. Ποιο θα είναι το μήκος κάθε κομματιού;

$5 \bullet 3{,}75$	$3{,}75 \div 5$	$3{,}75 \div 5$

(δ) Η Λίζα έχει ύψος 1,55 m και η Αντωνία 1,62 m. Πόσο πιο ψηλή είναι η Αντωνία από την Λίζα;

$1{,}55 \bullet 1{,}62$	$1{,}62 \div 1{,}55$	$1{,}62 - 1{,}55$

18. Να επιλύσετε τα προβλήματα στο τετράδιό σας.

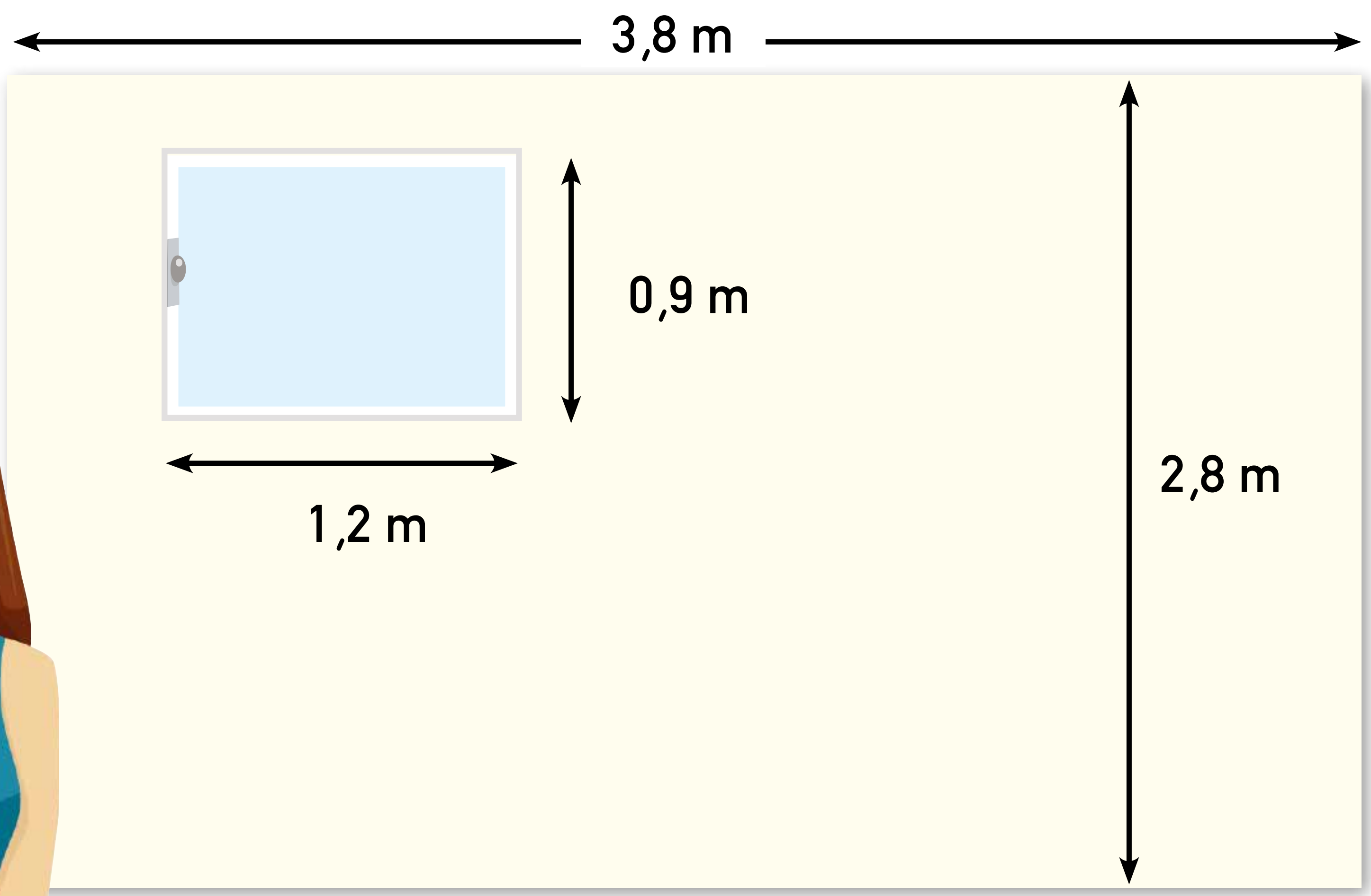
(α) Ο ιδιοκτήτης ενός πλυντηρίου αυτοκινήτων υπολόγισε ότι καταναλώνονται καθημερινά περίπου **4,7 L** σαπουνιού. Πόσα λίτρα σαπουνιού καταναλώνονται συνολικά κατά τις 6 ημέρες λειτουργίας του πλυντηρίου;

(β) Ένας κήπος έχει τετράγωνο σχήμα. Πόσο είναι το μήκος της πλευράς του κήπου, αν η περίμετρος του είναι ίση με **15,8 m**;

(γ) Ένα ορθογώνιο τραπέζι έχει μήκος **1,85 m**. Όταν χρησιμοποιηθεί η ξύλινη επιφάνεια επέκτασης που διαθέτει το τραπέζι, τότε το μήκος του γίνεται **2,25 m**. Να υπολογίσετε το μήκος της ξύλινης επιφάνειας επέκτασης του τραπεζιού.

(δ) Η Χριστίνα αγόρασε **7 L** χυμό πορτοκάλι. Μοίρασε την ποσότητα αυτή σε **5** ίδια δοχεία και περίσσεψαν **0,25 L**. Πόση είναι η χωρητικότητα κάθε δοχείου σε λίτρα;

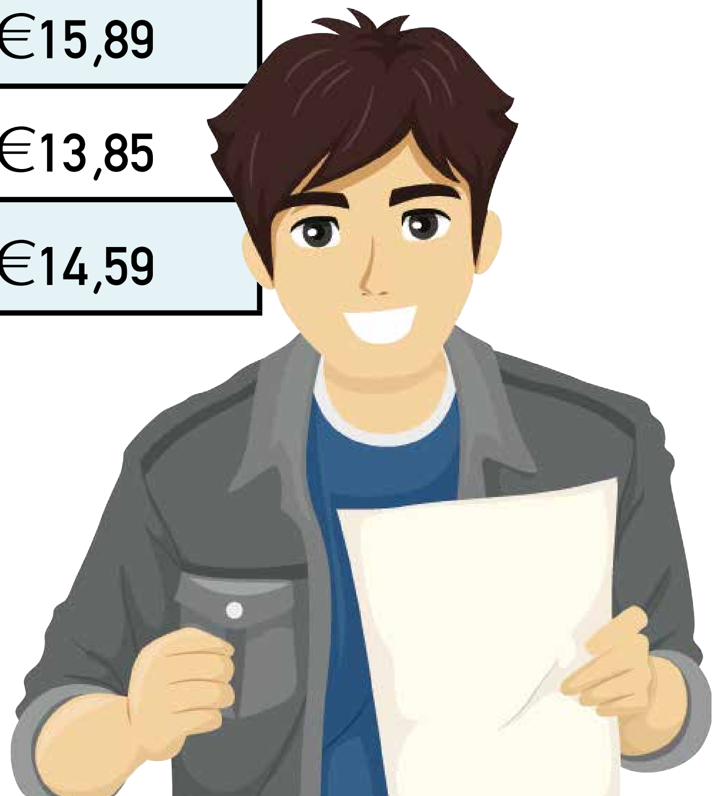
(ε) Η Έλενα θα τοποθετήσει ταπετσαρία στον τοίχο του δωματίου της, όπως φαίνεται στην εικόνα που ακολουθεί. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ταπετσαρίας που χρειάζεται, για να καλυφθεί ο τοίχος.



(στ) Σε μια πόλη, το εισιτήριο λεωφορείου για μια απλή διαδρομή κοστίζει €2,35 και το μηνιαίο εισιτήριο κοστίζει €45,75. Η Χριστίνα χρησιμοποιεί το λεωφορείο περίπου 25 φορές τον μήνα. Ποιο τύπο εισιτηρίου συμφέρει στη Χριστίνα να αγοράσει;

(ζ) Ο Αλέξης θα αγοράσει καινούριο χαλί για το δωμάτιό του. Συγκέντρωσε τις πιο κάτω πληροφορίες για 3 χαλιά που του άρεσαν. Ποιο από τα χαλιά είναι το πιο φθηνό;

Χαλί	Μήκος (m)	Πλάτος (m)	Τιμή (ανά m^2)
Α	5,09	4,32	€15,89
Β	5,86	3,85	€13,85
Γ	5,95	3,75	€14,59



19. Να επιλύσετε το πρόβλημα.

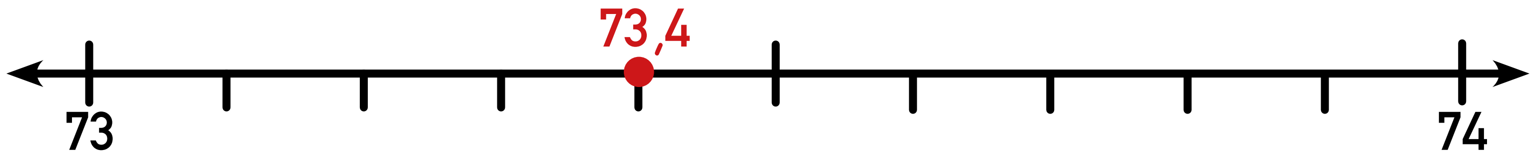
Ο Φάνης, ο Άρης, η Άντρεα, η Γεωργία και ο Φώτης κατασκεύασαν σχήματα. Τα σχήματα που κατασκεύασαν είναι κανονικό πεντάγωνο, ορθογώνιο τρίγωνο, τυχαίο παραλληλόγραμμο, ορθογώνιο και επτάπλευρο. Να χρησιμοποιήσεις τις πληροφορίες για να βρεις το χρώμα που έχει το σημειωματάριο του κάθε παιδιού.

- Το σχήμα που κατασκεύασε ο Φάνης έχει 4 πλευρές.
- Το σχήμα που κατασκεύασε ο Άρης έχει μόνον ένα άξονα συμμετρίας.
- Το σχήμα που κατασκεύασε η Άντρεα έχει περισσότερες από 4 πλευρές.
- Το σχήμα που κατασκεύασε η Γεωργία έχει όλες τις πλευρές του ίσες.
- Το σχήμα που κατασκεύασε ο Φώτης έχει περισσότερες από μία ορθή γωνίες.

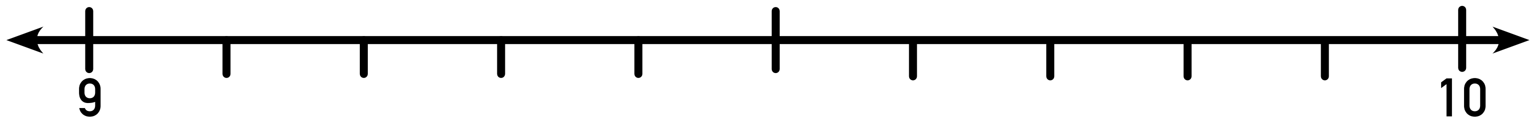
Δραστηριότητες εμπλουτισμού

1. (α) Να τοποθετήσετε τους αριθμούς στην αριθμητική γραμμή και να τους στρογγυλοποιήσετε στον πλησιέστερο ακέραιο αριθμό, όπως στο παράδειγμα.

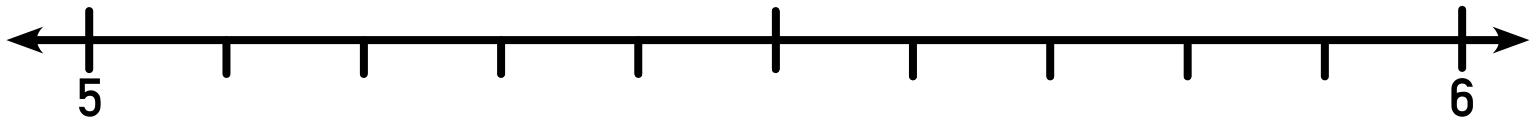
73,4 → 73

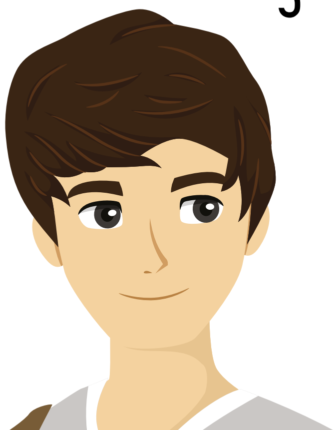


9,8



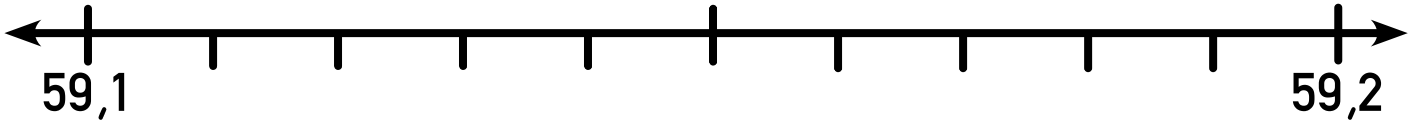
5,2



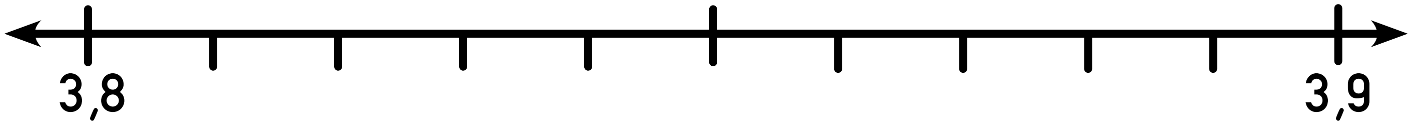


(β) Να τοποθετήσετε τους αριθμούς στην αριθμητική γραμμή και να τους στρογγυλοποιήσετε στο πλησιέστερο δέκατο.

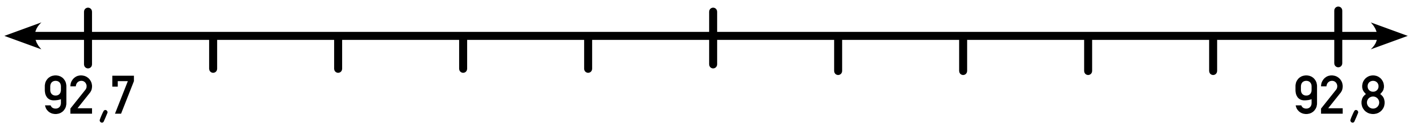
59,17



3,83

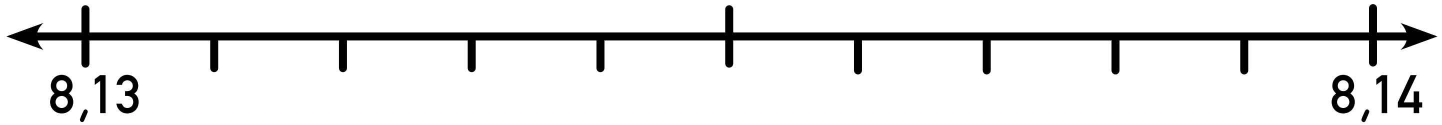


92,74

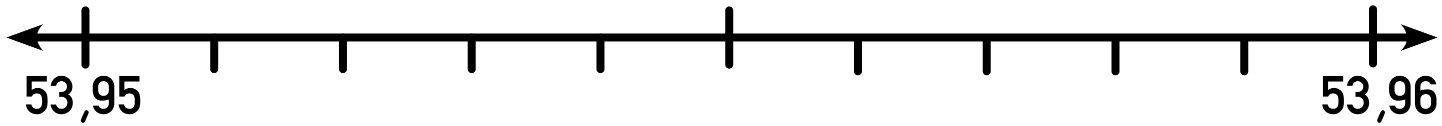


(γ) Να τοποθετήσετε τους αριθμούς στην αριθμητική γραμμή και να τους στρογγυλοποιήσετε στο πλησιέστερο εκατοστό.

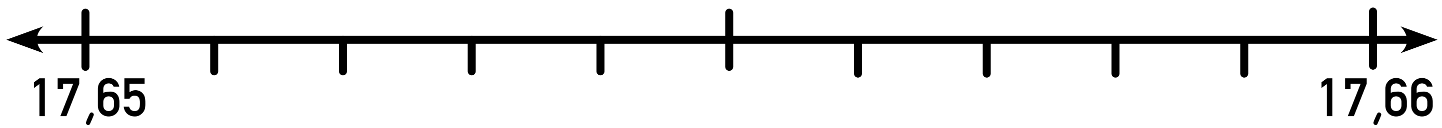
8,137



53,954

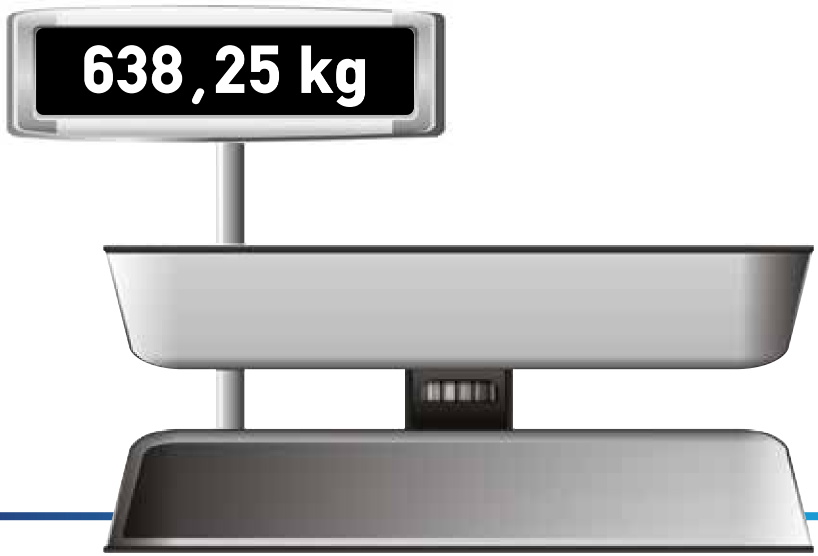


17,651

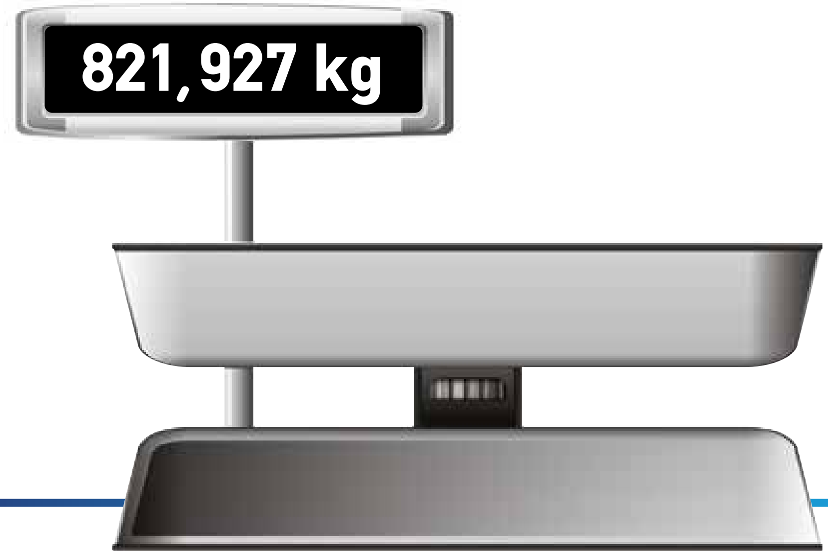


2. Να επιλέξετε 2 ή περισσότερες από τις πιο πάνω συσκευασίες, ώστε η συνολική τους μάζα να είναι ίση με:

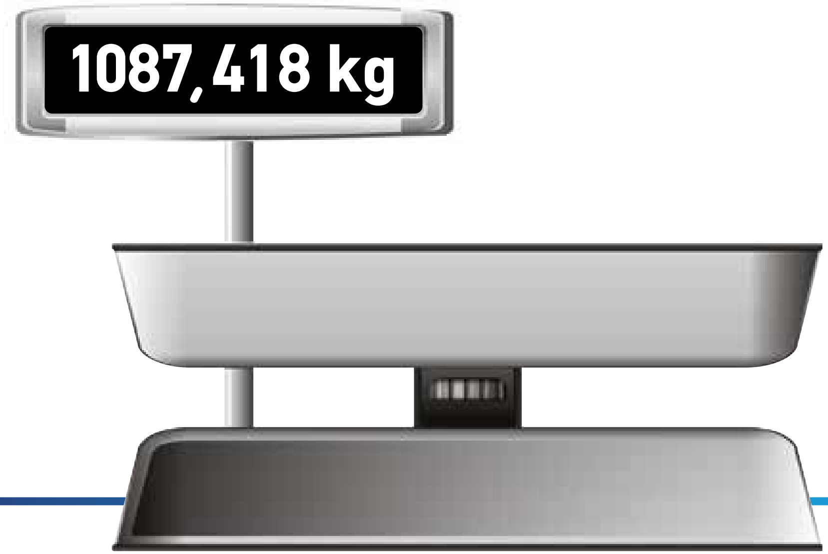
(α)



(β)



(γ)



3. (α) Να συμπληρώσετε χρησιμοποιώντας τα ψηφία **0 - 7**, μια φορά το καθένα σε κάθε περίπτωση, ώστε:

(i) το άθροισμα να είναι περίπου 2   □,□□□ + □,□□□

(ii) η διαφορά να είναι περίπου 1   □,□□□ + □,□□□

(β) Να συμπληρώσετε τα ψηφία **5 - 9**, μια φορά το καθένα σε κάθε περίπτωση, ώστε:

(i) η διαφορά να είναι μεταξύ του 1 και του 2   □,□ – □,□□

(ii) η διαφορά να είναι μεταξύ του 0 και του 1   □,□ – □,□□

4. Να συμπληρώσετε με τα ψηφία 1 μέχρι 8 τα πιο κάτω τετράγωνα, ώστε να είναι ορθή η σχέση. Να βρείτε δύο διαφορετικούς τρόπους.

$$\square,\square\square + \square,\square\square = -1,\square\square$$

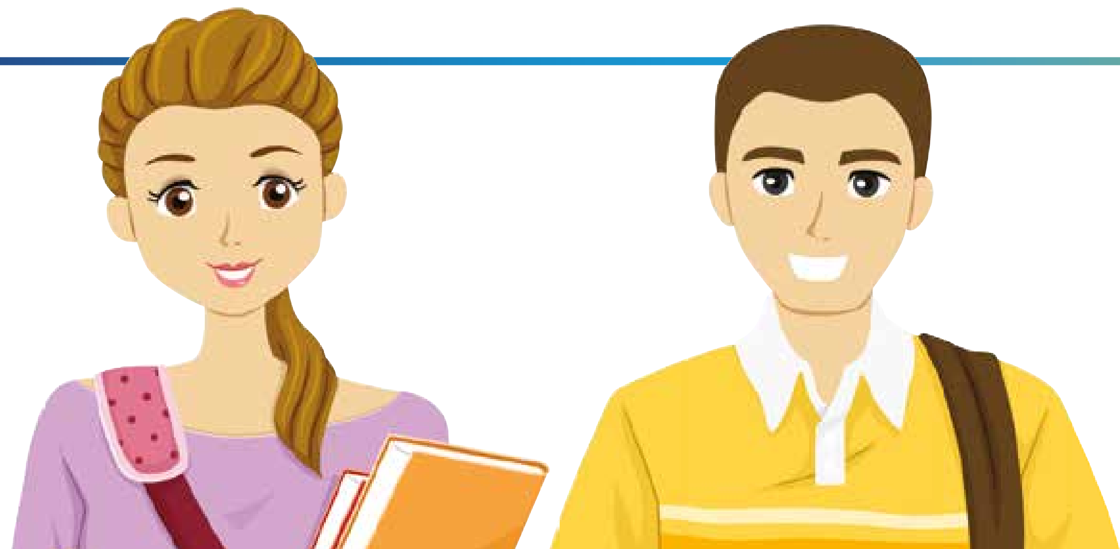
5. Τα γράμματα Α, Β, Γ, Δ και Ε αναπαριστούν διαφορετικά ψηφία. Να βρείτε ποιον αριθμό αναπαριστά κάθε γράμμα, με βάση τις πιο κάτω σχέσεις.

$$\begin{array}{r} Α{,}Β\,Γ \\ +\; Α{,}Β\,Γ \\ Α{,}Β\,Γ \\ \hline Ε{,}Γ\,Δ \end{array}$$

$$Δ = Γ \div 2$$

$$Ε = Β + 1$$

6. Ο Χάρης αγόρασε ανανάδες και μάνγκο από μια υπεραγορά. Κάθε ανανάς κόστιζε **€0,90** και κάθε μάνκο κόστιζε **€0,60**. Το ποσό που πλήρωσε για τους ανανάδες ήταν ακριβώς το ίδιο με το ποσό που πλήρωσε για τα μάνγκο. Ποιος είναι ο μικρότερος αριθμός ανανάδων και μάνγκο που είναι δυνατόν να αγόρασε;



7. Να γράψετε σε σειρά τα πιο κάτω γινόμενα, αρχίζοντας από το μεγαλύτερο.

(α) $0{,}9 \cdot 3{,}28$ (β) $1{,}4 \cdot 5{,}3$ (γ) $6{,}93 \cdot 0{,}33$ (δ) $6{,}3 \cdot 2$

8. Να συμπληρώσετε τα ψηφία που λείπουν.

(α)

$$\begin{array}{r} 43{,}21 \\ +\quad 2{,}3 \\ \hline 129\,\boxed{}\,\boxed{} \\ 8\,\boxed{}\,42 \\ \hline 99{,}\boxed{}\,83 \end{array}$$

(β)

$$\begin{array}{r} 15{,}2\,\boxed{} \\ +\quad \boxed{}{,}9 \\ \hline 1371\,\boxed{} \\ 3\,\boxed{}\,48 \\ \hline 4\,\boxed{}{,}196 \end{array}$$

9. Να συμπληρώσετε.

(α) $36 \div 9 = 4$

$0{,}36 \div 9 = \boxed{}$

$0{,}036 \div 9 = \boxed{}$

$3{,}6 \div 9 = \boxed{}$

(β) $48 \div 8 = 6$

$0{,}048 \div 8 = \boxed{}$

$4{,}8 \div 8 = \boxed{}$

$0{,}48 \div 8 = \boxed{}$

(γ) $28 \div 7 = 4$

$2{,}8 \div 7 = \boxed{}$

$0{,}28 \div 7 = \boxed{}$

$0{,}028 \div 7 = \boxed{}$

(δ) $0{,}24 \div 6 = 0{,}04$

$\boxed{} \div 60 = 0{,}4$

$2{,}4 \div \boxed{} = 4$

$24 \div \boxed{} = 0{,}04$

(ε) $6{,}3 \div 9 = 0{,}7$

$63 \div \boxed{} = 0{,}07$

$\boxed{} \div 0{,}9 = 7$

$\boxed{} \div 90 = 7$

(στ) $45 \div 50 = 0{,}9$

$\boxed{} \div 0{,}5 = 0{,}9$

$\boxed{} \div 5 = 0{,}09$

$0{,}045 \div \boxed{} = 9$

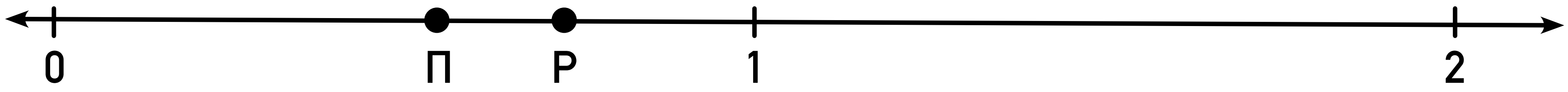
10. (α) Να συμπληρώσετε με τα ψηφία 3, 4, 5 και 6, ώστε να προκύψει το μεγαλύτερο δυνατό γινόμενο.

$$\begin{array}{r} \square,\square\square \\ \times \quad \square \\ \hline \end{array}$$

(β) Να συμπληρώσετε με τα ψηφία 2, 3, 4, 7 και 8, ώστε να προκύψει το μεγαλύτερο δυνατό πηλίκο

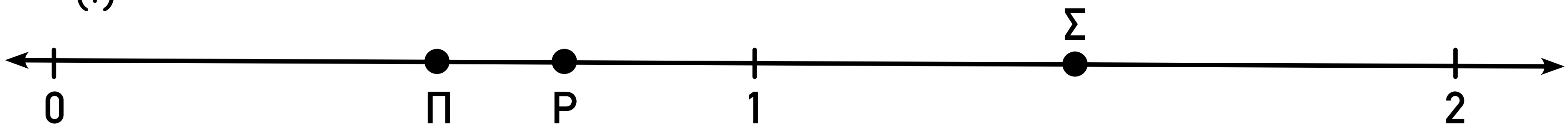
$$\square\square\square,\square \div \square = \square$$

11. (α) *Οι αριθμοί Π και Ρ στην πιο κάτω αριθμητική γραμμή αναπαριστούν δύο δεκαδικούς αριθμούς.*

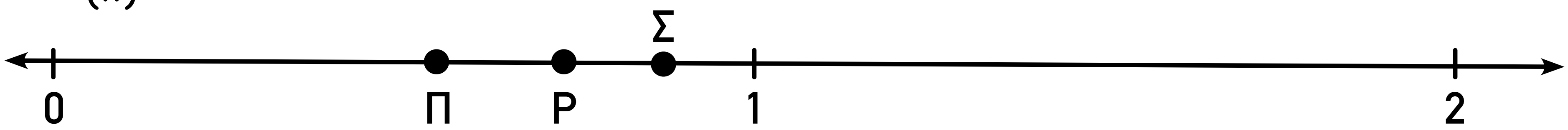


Ποια από τις πιο κάτω αριθμητικές γραμμές αναπαριστά το γινόμενο Π • Ρ = Σ;

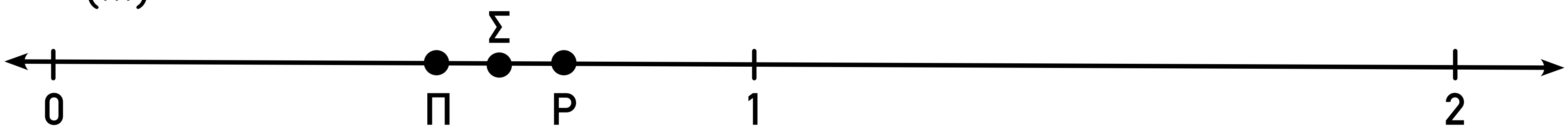
(i)



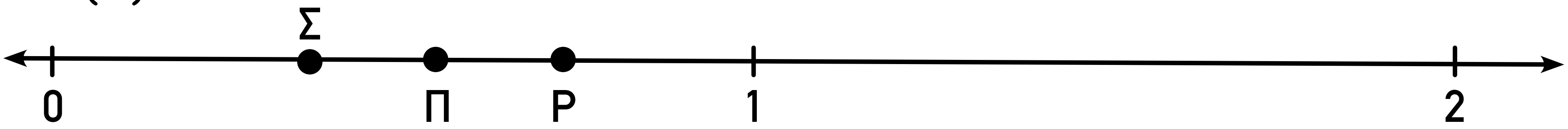
(ii)



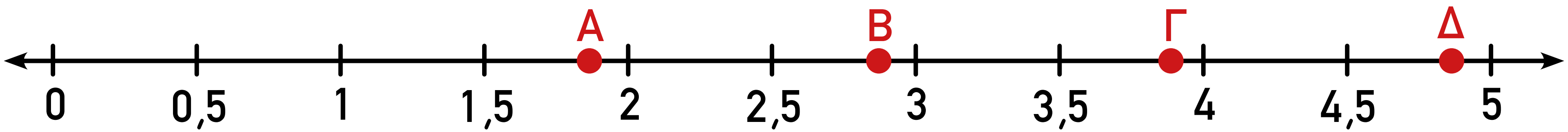
(iii)



(iv)



(β) Ποιο από τα σημεία στην πιο κάτω αριθμητική γραμμή αναπαριστά το πηλίκο 1,92 ÷ 0,5; Να επεξηγήσετε.



12. Να κάνετε κατακόρυφα την πιο κάτω διαίρεση μέχρι το πηλίκο να έχει 9 δεκαδικά ψηφία.

$$\begin{array}{r|l} \mathbf{8} & \mathbf{7} \\ \hline & \end{array}$$

(α) Τι παρατηρείτε;

(β) Να προβλέψετε ποιο ψηφίο θα εμφανιστεί στη 13η θέση του πηλίκου, αν συνεχιστεί η διαίρεση.

13. Το σχοινί Α και το σχοινί Β είχαν αρχικά το ίδιο μήκος. Ο Σταύρος έκοψε ένα κομμάτι μήκους 8,2 m από το σχοινί Α και ένα κομμάτι μήκους 5,7 m από το σχοινί Β. Τότε το μήκος του σχοινιού Β έγινε 1,2 φορές μεγαλύτερο από το μήκος του σχοινιού Α. Να υπολογίσετε το αρχικό μήκος του κάθε σχοινιού.

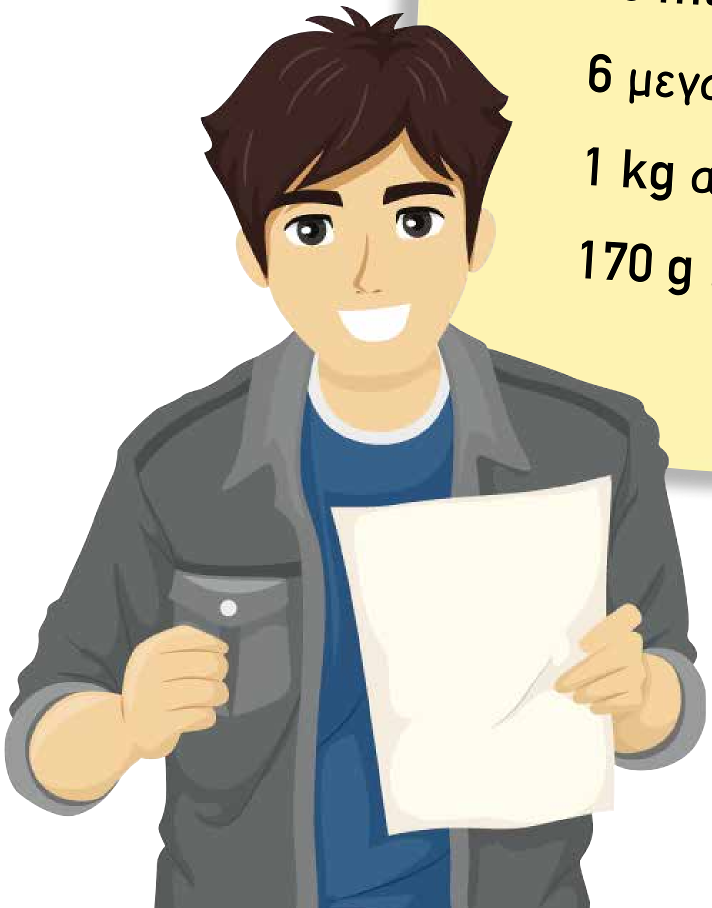
Σχοινί Α Σχοινί Β

14. Ο Χαράλαμπος θα ετοιμάσει 180 ατομικά γλυκά για το φιλανθρωπικό παζαράκι του σχολείου του. Θα αγοράσει υλικά, με βάση τις πιο κάτω πληροφορίες.

500 g βούτυρο	€3,25
1 kg ζάχαρη	€0,95
28 ml υγρή βανίλια	€1,20
6 μεγάλα αυγά	€1,20
1 kg αλεύρι	€1,50
170 g baking powder	€1,25

Ατομικά γλυκά (δόση για 20 γλυκά)

400 g βούτυρο
250 g ζάχαρη
5 ml υγρή βανίλια
4 μεγάλα αυγά
300 g αλεύρι



Να υπολογίσετε:

(α) Την ποσότητα υλικών από το κάθε είδος που θα χρειαστεί.

(β) Το καθαρό κέρδος που θα έχει από την πώληση όλων των γλυκών, αν πωλεί κάθε γλυκό προς €**0,75**.

15. Πιο κάτω παρουσιάζεται ο τρόπος με τον οποίο δύο διαφορετικές εφημερίδες δίνουν προμήθεια στα περίπτερα που μεταπωλούν τις εφημερίδες.

Εφημερίδα Α

€0,20 ανά εφημερίδα για τις πρώτες 240 εφημερίδες που πωλούνται σε μια βδομάδα και €0,40 για κάθε επιπλέον εφημερίδα.

Εφημερίδα Β

€60 την εβδομάδα και επιπλέον €0,05 για κάθε εφημερίδα που πωλείται.

(α) Ένα περίπτερο πώλησε την προηγούμενη βδομάδα 350 αντίτυπα της εφημερίδας **Α**. Πόσο ήταν το κέρδος του;

(β) Το περίπτερο είχε κέρδος €74 την προηγούμενη βδομάδα από την πώληση αντιτύπων της εφημερίδας **Β**. Πόσα αντίτυπα της εφημερίδας **Β** είχε πωλήσει;

(γ) Πόσο ήταν το συνολικό κέρδος του περιπτέρου από την πώληση των δύο εφημερίδων την προηγούμενη βδομάδα;

16. Να επιλύσετε το πρόβλημα.

Ο Ευάγγελος, η Νίκη και ο Αντώνης διαβάζουν βιβλία σχετικά με τους ήρωες της μυθολογίας. Το κάθε παιδί διαβάζει για έναν διαφορετικό ήρωα. Να χρησιμοποιήσεις τις πληροφορίες και να συμπληρώσεις τον πίνακα, για να βρεις για ποιον ήρωα διαβάζει το κάθε παιδί και την ηλικία του κάθε παιδιού.

- Ο Ευάγγελος διαβάζει για τον Ηρακλή.
- Ο Αντώνης δεν διαβάζει για τον Θησέα.
- Το μικρότερο σε ηλικία παιδί διαβάζει για τον Ηρακλή.
- Το παιδί που διαβάζει για τον Θησέα είναι 8 χρονών.

		Μυθολογικός ήρωας			Ηλικία παιδιού		
		Ηρακλής	Θησέας	Οδυσσέας	6 χρονών	8 χρονών	10 χρονών
Όνομα παιδιού	Ευάγγελος						
	Νίκη						
	Αντώνης						
Ηλικία παιδιού	6 χρονών						
	8 χρονών						
	10 χρονών