

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ
ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΝΕΟΛΑΙΑΣ

Μαθηματικά

Στ' Τάξη Μέρος 2

ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ
ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΩΝ





Συγγραφική ομάδα:

Αθανασίου Χρύσω
Δεληγιάννη Ελένη
Παναούρα-Μάκη Γεωργία
Παντζιάρá Μαριλένα
Σιακαλλή Μύρια
Χειμωνή Μαρία

Επιστημονικοί συνεργάτες:

Παναούρα Ρίτα, Πανεπιστήμιο Frederick
Πίπτα-Πανταζή Δήμητρα, Πανεπιστήμιο Κύπρου
Πιπτάλης Μάριος, Πανεπιστήμιο Κύπρου
Χρίστου Κωνσταντίνος, Πανεπιστήμιο Κύπρου

Σύνδεσμος Επιθεωρητής:

Σιμητρά-Κωνσταντίνου Ανδρούλα

Ηλεκτρονικός σχεδιασμός:

Χατζηθεοδοσίου Άντρη, Λειτουργός Υπηρεσίας
Ανάπτυξης Προγραμμάτων

Ηλεκτρονική σελίδωση:

Έλενα Ηλιάδου, Λειτουργός Υπηρεσίας
Ανάπτυξης Προγραμμάτων

Συντονισμός έκδοσης:

Παρπούνας Χρίστος, Συντονιστής Υπηρεσίας
Ανάπτυξης Προγραμμάτων

Ευχαριστίες:

Η ομάδα ανάπτυξης των εγχειριδίων των
Μαθηματικών ευχαριστεί όλους/ες τους/
τις εκπαιδευτικούς για την ουσιαστική και
πολύτιμη ανατροφοδότηση που παρείχαν για την
αναθεώρηση των εγχειριδίων της ΣΤ΄ τάξης.

Α΄ Έκδοση: 2021

Ανατύπωση: 2022

Εκτύπωση: PHILWORKZ

© ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ,
ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΝΕΟΛΑΙΑΣ

ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ

ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΩΝ

ISBN: 978-9963-0-1740-9

Ο εκσυγχρονισμός στη διδασκαλία και μάθηση των Μαθηματικών, ώστε να συνάδουν με την καθημερινή ζωή και να προετοιμάζουν τα σημερινά παιδιά και αυριανούς πολίτες για την αντιμετώπιση των προκλήσεων της κοινωνίας μας, έχει πρωτεύοντα ρόλο στους σχεδιασμούς του ΥΠΠΑΝ. Στο πλαίσιο αυτό, το Αναθεωρημένο Αναλυτικό Πρόγραμμα Μαθηματικών έχει ως όραμα την ανάπτυξη μαθηματικών γνώσεων και δεξιοτήτων, όπως η επίλυση σύνθετων προβλημάτων, ο συλλογισμός, η κριτική σκέψη και η δημιουργικότητα. Η φιλοσοφία και το περιεχόμενο του Αναλυτικού Προγράμματος Μαθηματικών στηρίζεται σε διεθνώς δοκιμασμένες πρακτικές και αποτελέσματα, ενώ παράλληλα λαμβάνει υπόψη τις ιδιαιτερότητες του κυπριακού εκπαιδευτικού συστήματος και τη μετάβαση των παιδιών από τη μια βαθμίδα στην άλλη.

Ιδιαίτερη έμφαση δίνεται στην εννοιολογική κατανόηση, τη διαδικαστική επάρκεια και την ανάπτυξη θετικών στάσεων προς τα Μαθηματικά. Ταυτόχρονα, επισημαίνεται ο ρόλος της διαφοροποίησης, ώστε το μάθημα των Μαθηματικών να απευθύνεται σε όλα τα παιδιά. Κεντρικό ρόλο έχει και η αξιοποίηση της τεχνολογίας, ώστε να εμπλουτίζεται το μάθημα με τρόπο που δρα προσθετικά ως προς τα μαθησιακά αποτελέσματα και να ενισχύεται η ανάπτυξη ψηφιακών ικανοτήτων από τα παιδιά.

Με βάση αυτές τις προτεραιότητες, ξεκίνησε η συγγραφή των νέων εγχειριδίων των Μαθηματικών, τα οποία υιοθετούν το μοντέλο της διερευνητικής μάθησης. Τα σχολικά εγχειρίδια για

τη ΣΤ' τάξη έχουν διαμορφωθεί με τρόπο που να προετοιμάζουν τα παιδιά για τα Μαθηματικά της Α' Γυμνασίου. Στην αρχή κάθε ενότητας παρατίθενται τα θέματα. Τα μαθήματα αρχίζουν με δραστηριότητες εξερεύνησης και διερεύνησης, οι οποίες υποκινούν την περιέργεια και το ενδιαφέρον των παιδιών. Ειδικότερα, οι δραστηριότητες διερεύνησης προσανατολίζουν τα παιδιά στον στόχο κάθε μαθήματος. Στη συνέχεια, παρουσιάζονται οι νέες έννοιες και παραδείγματα επίλυσης διαφόρων δραστηριοτήτων. Τα μαθήματα ολοκληρώνονται με διαβαθμισμένες δραστηριότητες, μέσα από τις οποίες επιτυγχάνεται η εξάσκηση, η εμπέδωση και η επέκταση. Το περιεχόμενο κάθε ενότητας εμπλουτίζεται περαιτέρω με δραστηριότητες ενότητας και δραστηριότητες εμπλουτισμού, οι οποίες απευθύνονται στις διαφορετικές ανάγκες και προσδοκίες κάθε παιδιού.

Το ΥΠΠΑΝ εκφράζει θερμές ευχαριστίες προς την Ομάδα συγγραφής των νέων εγχειριδίων των Μαθηματικών, καθώς και προς τους/τις εκπαιδευτικούς που παρέχουν ουσιαστική ανατροφοδότηση, με σκοπό την αναθεώρηση και συνεχή βελτίωσή τους.

Δρ Μάριος Στυλιανίδης
Διευθυντής Δημοτικής Εκπαίδευσης



Περιεχόμενα

Σελίδα

ΕΝΟΤΗΤΑ 47

Κλάσματα, Μικτοί αριθμοί, Πρόσθεση και αφαίρεση κλασμάτων
και μικτών αριθμών

ΕΝΟΤΗΤΑ 5 185

Πολλαπλασιασμός και διαίρεση κλασμάτων και μικτών αριθμών



An illustration of two astronauts floating in space. The astronaut in the foreground is wearing a blue suit and helmet, with blonde hair visible through the visor. The astronaut in the background is wearing an orange suit and helmet, with brown hair visible. They are positioned above a stylized Earth with green land and blue oceans. In the background, there is a large purple planet with rings, a red planet, and several white stars.

Ενότητα 4

Έχουμε μάθει:

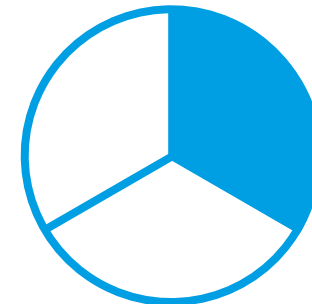
- Το **κλάσμα** είναι ένας αριθμός που εκφράζει το μέρος μιας επιφάνειας ή ενός συνόλου ομοειδών αντικειμένων.

$$\text{Κλάσμα} = \frac{\text{Μέρος}}{\text{Όλο}} = \frac{\text{Αριθμητής}}{\text{Παρονομαστής}}$$

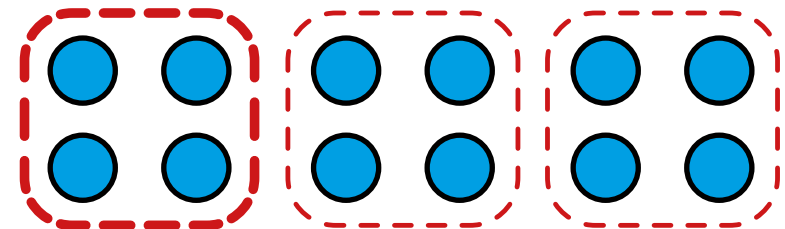
Παράδειγμα:

Αριθμητής → 1
Κλασματική γραμμή → —
Παρονομαστής → 3

Όροι του κλάσματος



ή



Το πιο πάνω κλάσμα διαβάζεται ως «ένα τρίτο».

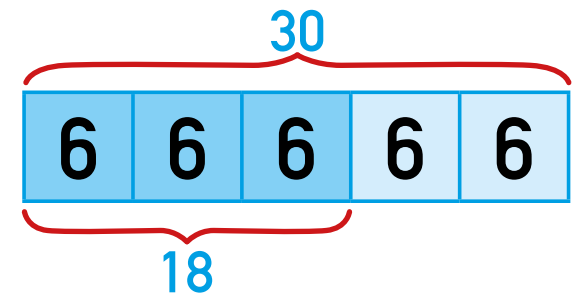
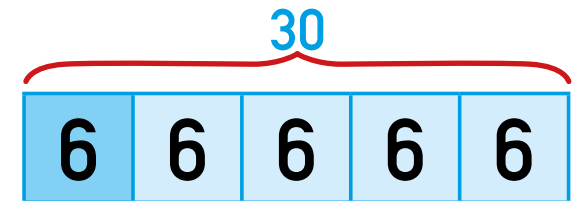
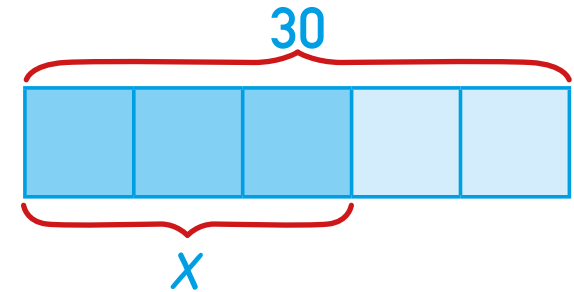
- Υπολογισμός κλασματικού μέρους ενός αριθμού

Παράδειγμα: $\frac{3}{5}$ του 30 = x

Το $\frac{1}{5}$ του 30 είναι ίσο με 6 ($30 \div 5 = 6$).

Τα $\frac{3}{5}$ του 30 είναι ίσα με 18 ($3 \cdot 6 = 18$).

Άρα, $x = 18$.



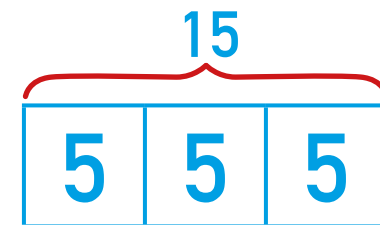
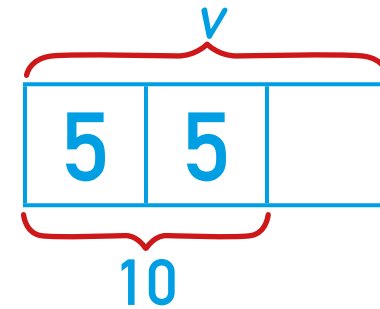
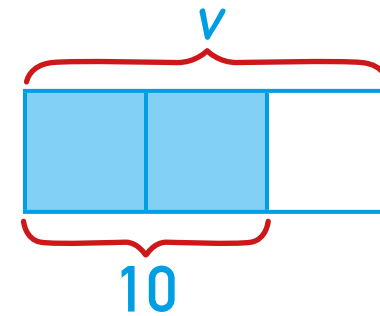
- Υπολογισμός αριθμού, όταν είναι γνωστό ένα κλασματικό μέρος του αριθμού

Παράδειγμα: $\frac{2}{3}$ του $v = 10$

Το $\frac{1}{3}$ του v είναι ίσο με 5 ($10 \div 2 = 5$).

Τα $\frac{3}{3}$ του v είναι ίσα με 15 ($3 \cdot 5 = 15$).

Άρα, $v = 15$.



- **Ομώνυμα** ονομάζονται τα κλάσματα που έχουν τον ίδιο παρονομαστή.

Παράδειγμα:

$$\frac{1}{8}, \frac{3}{8}, \frac{6}{8}$$

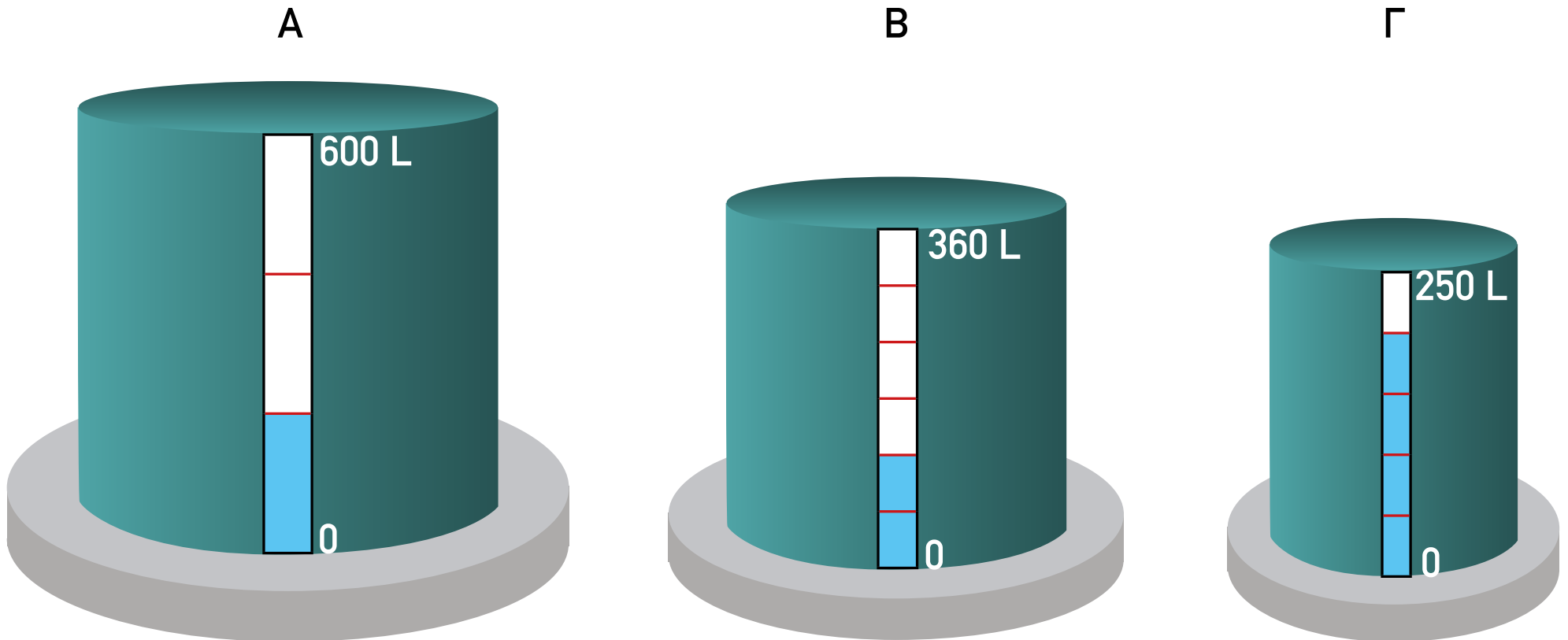
- **Ετερόνυμα** ονομάζονται τα κλάσματα που έχουν διαφορετικούς παρονομαστές.

Παράδειγμα:

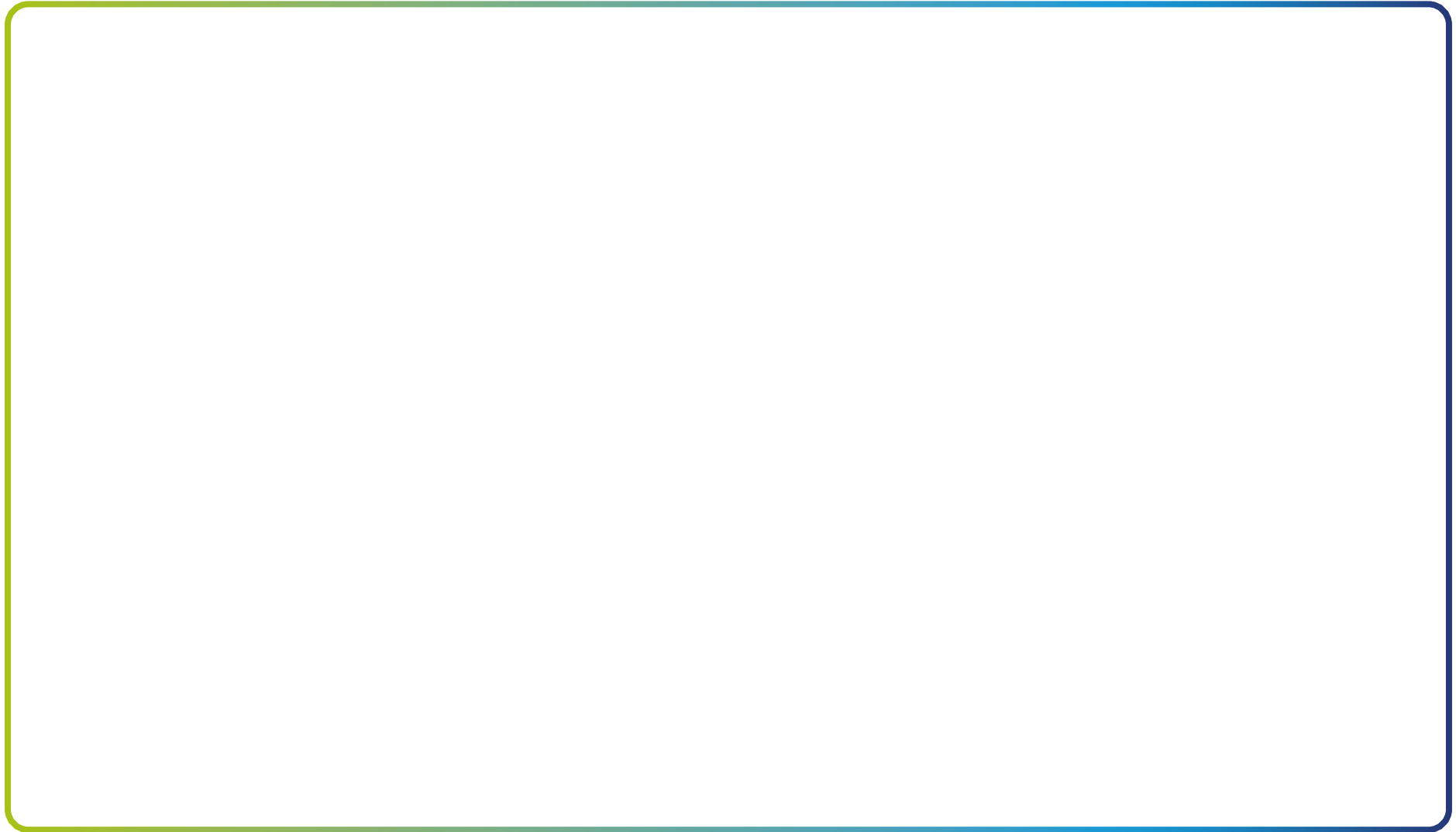
$$\frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{2}{6}$$

Επίλυση προβλήματος

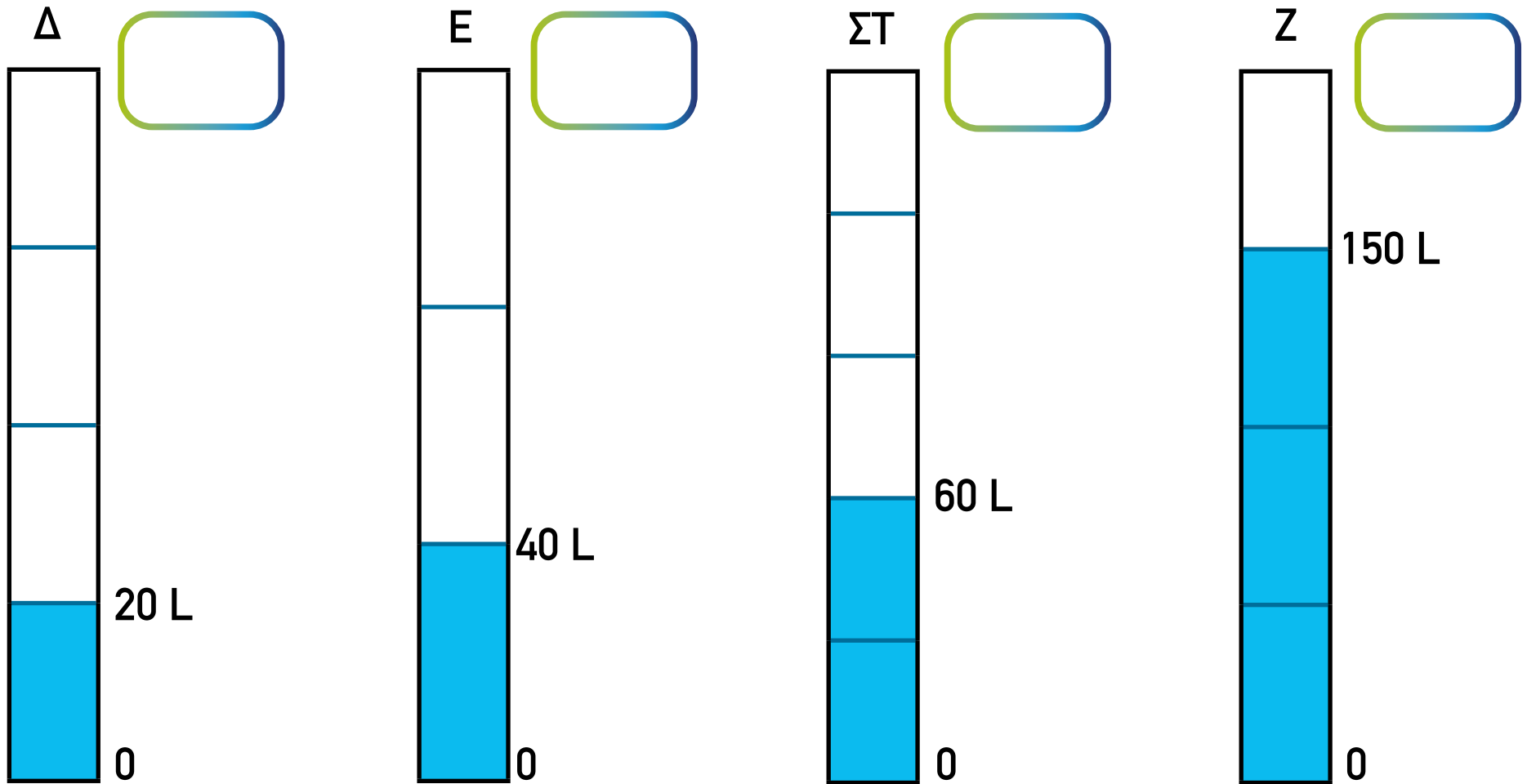
Σε ένα φυτώριο χρησιμοποιούνται δεξαμενές νερού για το πότισμα των φυτών. Πιο κάτω παρουσιάζεται η μέγιστη χωρητικότητα και το επίπεδο του νερού σε τρεις δεξαμενές.



(α) Σε ποια δεξαμενή υπάρχει η μεγαλύτερη ποσότητα νερού; Να επεξηγήσετε.



(β) Πιο κάτω, παρουσιάζεται το επίπεδο νερού σε άλλες δεξαμενές του φυτωρίου. Να συμπληρώσετε τη χωρητικότητα κάθε δεξαμενής, όταν είναι γεμάτη.



Να επεξηγήσετε τον τρόπο με τον οποίο εργαστήκατε.

$$\frac{1}{4} \text{ ΤΟΥ } x = 20 \quad x = 80 \text{ L}$$

$$\frac{1}{3} \text{ ΤΟΥ } \psi = 20 \quad \psi = 120 \text{ L}$$

$$\frac{2}{5} \text{ ΤΟΥ } z = 60 \quad z = 150 \text{ L}$$

$$\frac{3}{4} \text{ ΤΟΥ } \omega = 150 \quad \omega = 200 \text{ L}$$

Δραστηριότητες

1. Να υπολογίσετε το κλασματικό μέρος του αριθμού σε κάθε περίπτωση. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

$$\frac{1}{3} \text{ του } 12$$

$$\frac{1}{4} \text{ του } 24$$

$$\frac{1}{6} \text{ του } 18$$

$$\frac{1}{7} \text{ του } 42$$

$$\frac{2}{3} \text{ του } 30$$

$$\frac{2}{7} \text{ του } 35$$

$$\frac{2}{5} \text{ του } 45$$

$$\frac{2}{9} \text{ του } 36$$

$$\frac{3}{8} \text{ του } 24$$

$$\frac{4}{7} \text{ του } 49$$

$$\frac{7}{10} \text{ του } 30$$

$$\frac{3}{5} \text{ του } 20$$

$$\frac{11}{12} \text{ του } 60$$

$$\frac{5}{13} \text{ του } 39$$

$$\frac{7}{8} \text{ του } 40$$

$$\frac{10}{12} \text{ του } 36$$

2. Να υπολογίσετε τον αριθμό σε κάθε περίπτωση. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

$$\frac{1}{4} \text{ του } \alpha = 5$$

$$\frac{1}{3} \text{ του } \beta = 8$$

$$\frac{1}{7} \text{ του } \gamma = 5$$

$$\frac{1}{5} \text{ του } \delta = 10$$

$$\frac{2}{9} \text{ του } \kappa = 18$$

$$\frac{2}{5} \text{ του } \lambda = 24$$

$$\frac{2}{3} \text{ του } \mu = 44$$

$$\frac{3}{5} \text{ του } \nu = 6$$

$$\frac{6}{10} \text{ του } \pi = 30$$

$$\frac{6}{10} \text{ του } \tau = 42$$

$$\frac{5}{6} \text{ του } \chi = 30$$

$$\frac{7}{8} \text{ του } \psi = 56$$

$$\frac{4}{7} \text{ του } \varepsilon = 32$$

$$\frac{9}{20} \text{ του } \zeta = 36$$

$$\frac{8}{20} \text{ του } \eta = 80$$

$$\frac{13}{15} \text{ του } \theta = 42$$

3. (α) Πόσα εκατοστόμετρα είναι τα $\frac{2}{5}$ του μέτρου;

(β) Πόσα λεπτά είναι τα $\frac{5}{12}$ της ώρας;

(γ) Πόσα χιλιοστόλιτρα είναι τα $\frac{3}{4}$ του λίτρου;

(δ) Τι μέρος του κιλού είναι τα 250 γραμμάρια;

(ε) Τι μέρος της ημέρας είναι οι 8 ώρες;

4. Να επιλύσετε τα προβλήματα. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

A

(α) Το πλάτος ενός οικοπέδου είναι ίσο με το $\frac{1}{3}$ του μήκους του. Πόσο είναι το πλάτος του οικοπέδου, αν το μήκος του είναι 21 m;

(β) Η δεξαμενή μιας πολυκατοικίας έχει μέγιστη χωρητικότητα 2000 L. Πόσα λίτρα πετρέλαιο υπάρχουν στη δεξαμενή, αν η δεξαμενή είναι γεμάτη κατά τα $\frac{3}{4}$;

(γ) Ο Κυριάκος έχει αποταμιεύσει €450. Θα χρησιμοποιήσει τα $\frac{7}{4}$ του ποσού αυτού, για να αγοράσει ένα ποδήλατο. Πόσα κοστίζει το ποδήλατο;

(δ) Η Ειρήνη αγόρασε ένα παντελόνι και ένα πουκάμισο. Το παντελόνι κόστιζε €50. Η τιμή του πουκαμίσου ήταν ίση με τα $\frac{3}{5}$ της τιμής του παντελονιού. Πόσα πλήρωσε συνολικά η Ειρήνη;

(ε) Σε μια σχολή καλών τεχνών τα $\frac{3}{4}$ των σπουδαστών παρακολουθούν μαθήματα ζωγραφικής. Οι σπουδαστές που παρακολουθούν μαθήματα γλυπτικής είναι 12 λιγότεροι. Πόσοι σπουδαστές της σχολής παρακολουθούν μαθήματα γλυπτικής, αν όλοι οι σπουδαστές είναι 120;



B

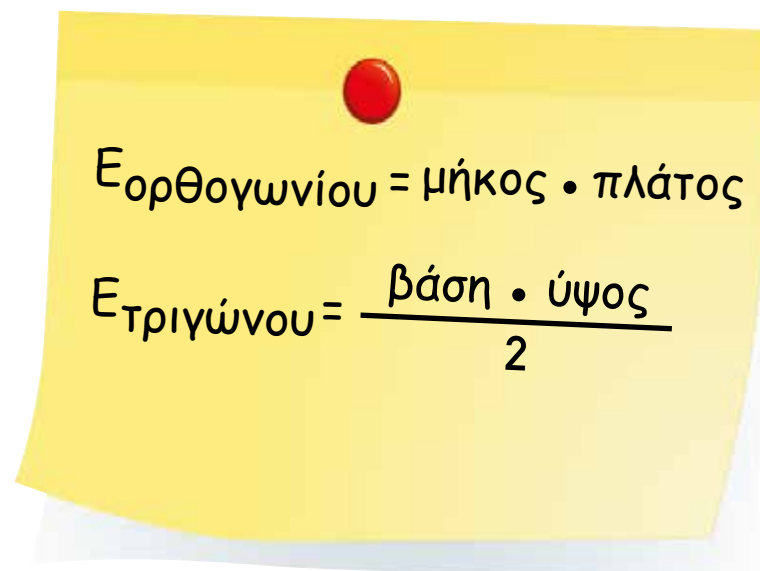
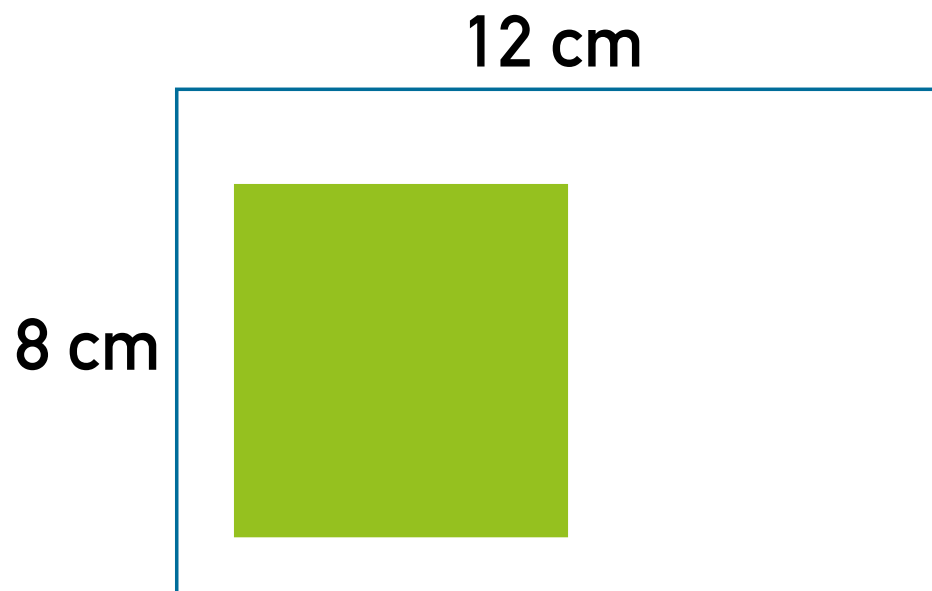
- (α) Το $\frac{1}{8}$ των παιδιών μιας τάξης συμμετέχουν στη χορωδία του σχολείου. Ποιος είναι ο συνολικός αριθμός των παιδιών της τάξης, αν τα παιδιά που συμμετέχουν στη χορωδία είναι 3;
- (β) Ο Δημήτρης απάντησε σε όλες τις ερωτήσεις που υπήρχαν σε ένα διαγώνισμα Γεωγραφίας. Απάντησε ορθά στα $\frac{5}{6}$ των ερωτήσεων. Πόσες ήταν όλες οι ερωτήσεις του διαγωνίσματος, αν ο Δημήτρης απάντησε ορθά σε 15 ερωτήσεις;
- (γ) Ο κύριος Βασίλης φύτεψε αρωματικά φυτά στα $\frac{2}{3}$ του κήπου του. Ποιο είναι το συνολικό εμβαδόν του κήπου, αν το εμβαδόν του χώρου με τα αρωματικά φυτά είναι 36 m^2 ;

(δ) Η γάτα της Ευτυχίας καταναλώνει καθημερινά τα $\frac{3}{8}$ της ποσότητας τροφής που περιέχεται σε μια συσκευασία. Πόση είναι η συνολική ποσότητα τροφής που περιέχεται στη συσκευασία, αν η γάτα της Ευτυχίας καταναλώνει καθημερινά 150 g τροφής;

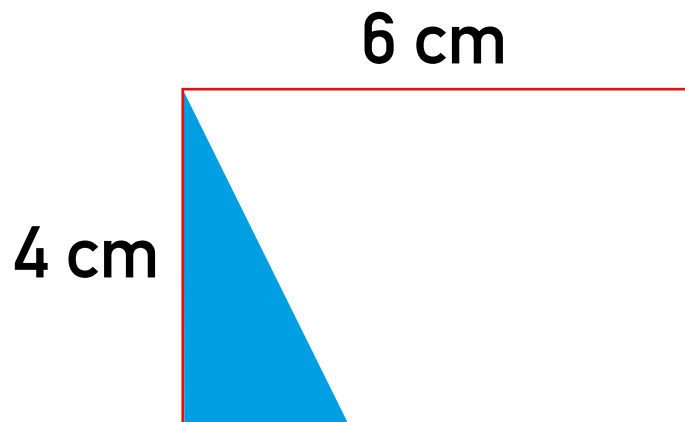
(ε) Ο κύριος Ηλίας ταξιδεύει από τη Λευκωσία προς την Πάφο. Αφού κάλυψε το $\frac{1}{3}$ της διαδρομής, έκανε στάση για ξεκουράση. Πόσα χιλιόμετρα έχει να διανύσει μέχρι να φτάσει στον προορισμό του, αν μέχρι τη στάση είχε διανύσει 50 km;



5. (α) Το εμβαδόν του πράσινου τετραγώνου είναι ίσο με τα $\frac{3}{8}$ του εμβαδού του ορθογωνίου. Να υπολογίσετε την περίμετρο του πράσινου τετραγώνου.



(β) Το εμβαδόν του γαλάζιου τριγώνου είναι ίσο με το $\frac{1}{6}$ του εμβαδού του ορθογωνίου.
Να υπολογίσετε το μήκος της βάσης του γαλάζιου τριγώνου.



6. Να επιλύσετε τα προβλήματα, όπως στο παράδειγμα. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

Παράδειγμα:

Ο Φάνης αγόρασε $\frac{1}{5}$ kg τυρί και πλήρωσε €4. Πόσα θα πληρώσει, αν αγοράσει $\frac{3}{4}$ kg από το ίδιο είδος τυριού;

Γνωρίζουμε ότι:

Το $\frac{1}{5}$ kg τυρί
κοστίζει €4.

Λύση:

- Υπολογίζουμε πόσο κοστίζει 1 kg τυρί, δηλαδή τα $\frac{5}{5}$:
 - Το $\frac{1}{5}$ kg τυρί κοστίζει €4.
 - Τα $\frac{5}{5}$ kg τυρί κοστίζουν €20
($5 \cdot 4 = 20$).



Γνωρίζουμε ότι:

Το $\frac{1}{5}$ kg τυρί
κοστίζει €4.

• Υπολογίζουμε πόσο
κοστίζουν τα $\frac{3}{4}$ kg τυρί:

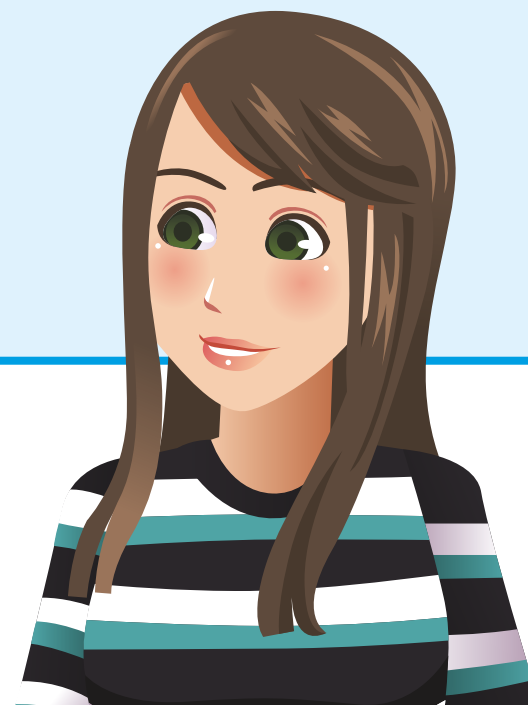
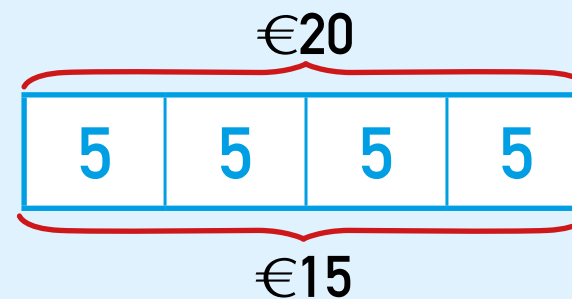
- Το $\frac{1}{4}$ του κιλού τυρί
κοστίζει €5

$$(20 \div 4 = 5).$$

- Τα $\frac{3}{4}$ του κιλού τυρί
κοστίζουν €15

$$(3 \cdot 5 = 15).$$

Άρα, ο Φάνης θα πληρώσει €15.



- (α) Η Αγγελική αγόρασε $\frac{1}{8}$ L λάδι και πλήρωσε €3. Πόσα θα πληρώσει, αν αγοράσει $\frac{2}{3}$ L λάδι;
- (β) Ο Στέφανος αγόρασε $\frac{4}{5}$ του μέτρου ύφασμα και πλήρωσε €40. Η Ευγενία αγόρασε $\frac{7}{10}$ του μέτρου από το ίδιο ύφασμα. Πόσα πλήρωσε η Ευγενία;
- (γ) Μια συσκευασία δημητριακών ζυγίζει 150 g, όταν είναι γεμάτη κατά τα $\frac{3}{5}$. Πόσο ζυγίζει η ίδια συσκευασία, όταν είναι γεμάτη κατά τα $\frac{11}{25}$;
- (δ) Μία ηλεκτρική σκούπα - ρομπότ καθαρίζει 20 m², όταν λειτουργεί για $\frac{1}{6}$ της ώρας. Πόσα τετραγωνικά μέτρα καθαρίζει, όταν λειτουργεί για $\frac{3}{5}$ της ώρας;

7. (α) Να υπολογίσετε την τιμή του α και την τιμή του β , αν ισχύουν τα πιο κάτω:

$$\frac{1}{8} \text{ του } \alpha = 12$$

$$\frac{5}{8} \text{ του } \alpha = \frac{3}{4} \text{ του } \beta$$

(β) Να υπολογίσετε την τιμή του χ και την τιμή του ψ , αν ισχύουν τα πιο κάτω:

$$\frac{1}{3} \text{ του } \alpha = 15$$

$$\frac{2}{5} \text{ του } \chi = \frac{1}{7} \text{ του } \psi$$

Επανάληψη

1. Να κάνετε τις πράξεις. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

(α) $476 + 1345$

(β) $2682 + 23\ 457$

(γ) $7896 - 989$

(δ) $9000 - 1345$

(ε) $4356 \cdot 6$

(στ) $1789 \cdot 15$

(ζ) $456 \div 9$

(η) $364 \div 13$

2. Να χρησιμοποιήσετε τις ιδιότητες των πράξεων, για να υπολογίσετε την τιμή των πιο κάτω αριθμητικών παραστάσεων. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

(α) $17 + 76 + 23$

(β) $128 + 129 + 111 + 102$

(γ) $125 + 89 + 275$

(δ) $25 \cdot 12 \cdot 4$

(ε) $5 \cdot 2 \cdot 20 \cdot 16$

(στ) $209 \cdot 4$

(ζ) $5 \cdot 182$

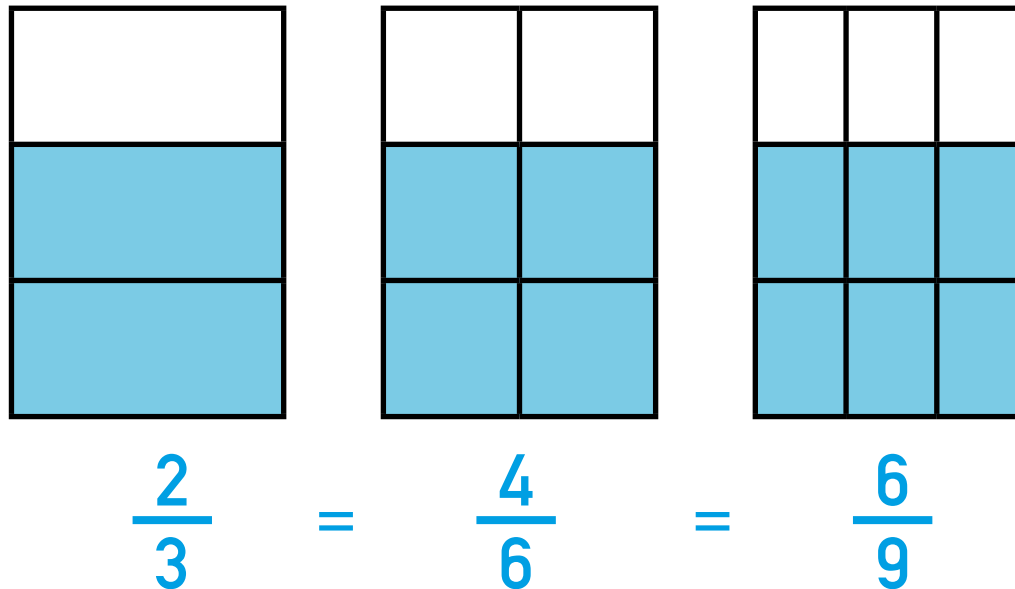
(η) $936 \div 9$

(θ) $375 \div 25$

Έχουμε μάθει:

- **Ισοδύναμα** ονομάζονται τα κλάσματα που εκφράζουν το ίδιο μέρος μιας επιφάνειας ή ενός συνόλου ομοειδών αντικειμένων.

Παράδειγμα:



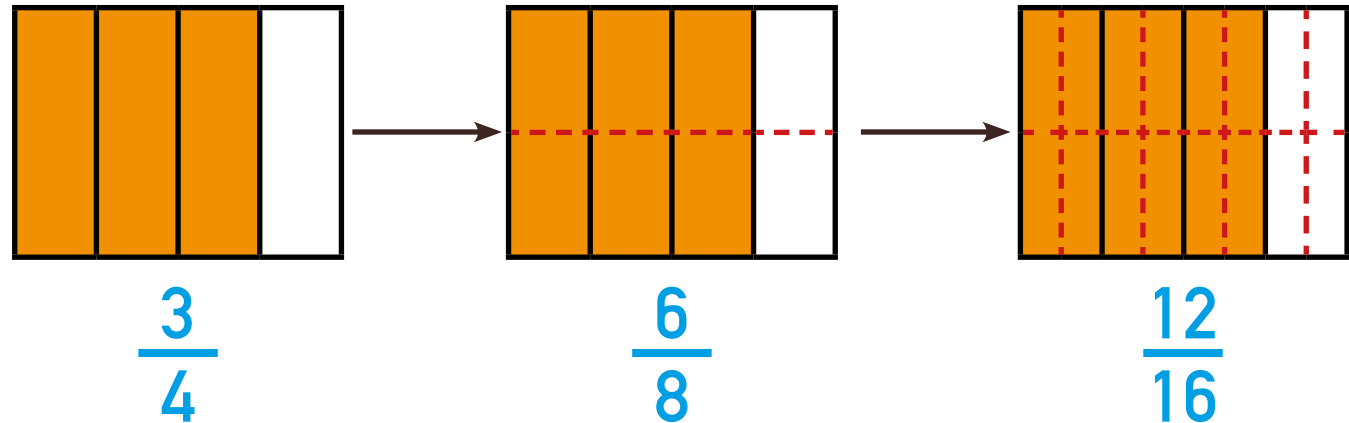
- Για να σχηματίσουμε ισοδύναμα κλάσματα, πολλαπλασιάζουμε ή διαιρούμε τους όρους ενός κλάσματος με τον ίδιο αριθμό.

Παραδείγματα:

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 2}{4 \cdot 2} = \frac{6}{8}$$

$$\frac{6}{8} = \frac{6 \cdot 2}{8 \cdot 2} = \frac{12}{16}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 4}{4 \cdot 4} = \frac{12}{16}$$

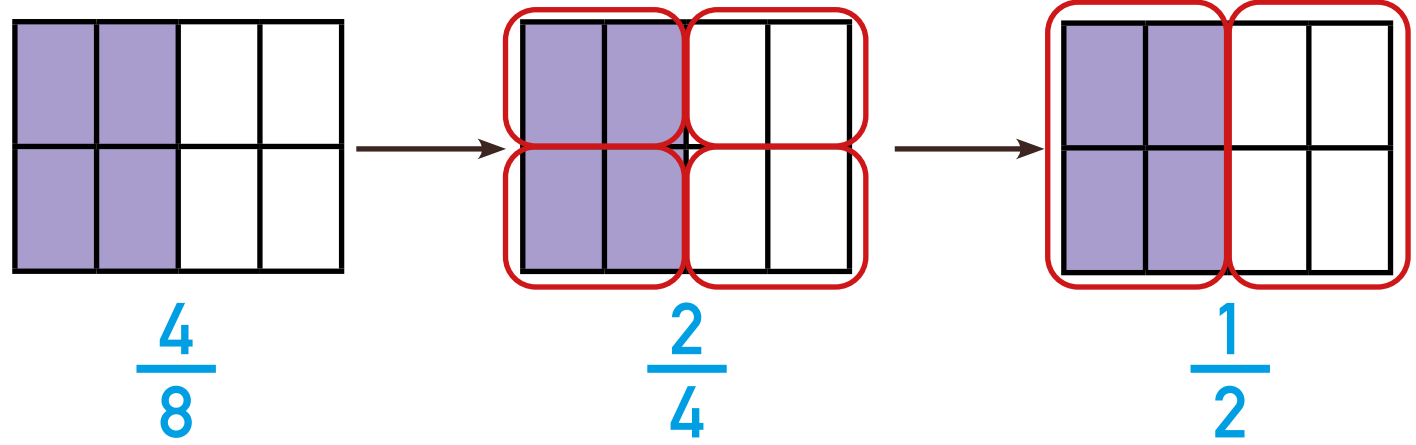


Τα κλάσματα $\frac{3}{4}$, $\frac{6}{8}$ και $\frac{12}{16}$ είναι ισοδύναμα: $\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{12}{16}$.

$$\frac{4}{8} = \frac{4 \div 2}{8 \div 2} = \frac{2}{4}$$

$$\frac{2}{4} = \frac{2 \div 2}{4 \div 2} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{4}{8} = \frac{4 \div 4}{8 \div 4} = \frac{1}{2}$$



Τα κλάσματα $\frac{4}{8}$, $\frac{2}{4}$ και $\frac{1}{2}$ είναι ισοδύναμα: $\frac{4}{8} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$.

- **Ανάγωγο** ονομάζεται το κλάσμα που δεν μπορεί να απλοποιηθεί (ο ΜΚΔ του αριθμητή και του παρονομαστή είναι το 1). Για να προκύψει ανάγωγο κλάσμα:

(α) διαιρούμε τους όρους του κλάσματος με τον Μέγιστο Κοινό Διαιρέτη (ΜΚΔ) τους

ή

(β) διαιρούμε τους όρους του κλάσματος κάθε φορά με έναν κοινό διαιρέτη, μέχρι να προκύψει ανάγωγο κλάσμα.

Παραδείγματα:

Τα $\frac{7}{10}$ είναι ανάγωγο κλάσμα, αφού $\text{ΜΚΔ}(7, 10) = 1$

Τα $\frac{18}{30}$ δεν είναι ανάγωγο κλάσμα, γιατί μπορεί να απλοποιηθεί.

Για να προκύψει ανάγωγο κλάσμα, διαιρούμε τους όρους του κλάσματος με τον ΜΚΔ τους.

$$\text{ΜΚΔ}(18, 30) = 6 \quad \frac{18}{30} = \frac{18 \div 6}{30 \div 6} = \frac{3}{5}$$

ή

Διαιρούμε τους όρους του κλάσματος με έναν κοινό διαιρέτη μέχρι να προκύψει ανάγωγο κλάσμα.

$$\frac{18}{30} = \frac{18 \div 2}{30 \div 2} = \frac{9}{15} \quad \frac{9}{15} = \frac{9 \div 3}{15 \div 3} = \frac{3}{5}$$

Επίλυση προβλήματος

Η Αγγελική έκανε μια έρευνα στην οποία συμμετείχαν συνολικά 60 παιδιά.
Τα αποτελέσματα της έρευνας παρουσιάζονται πιο κάτω.

Ποιο είναι το αγαπημένο σου είδος τηλεοπτικής εκπομπής;

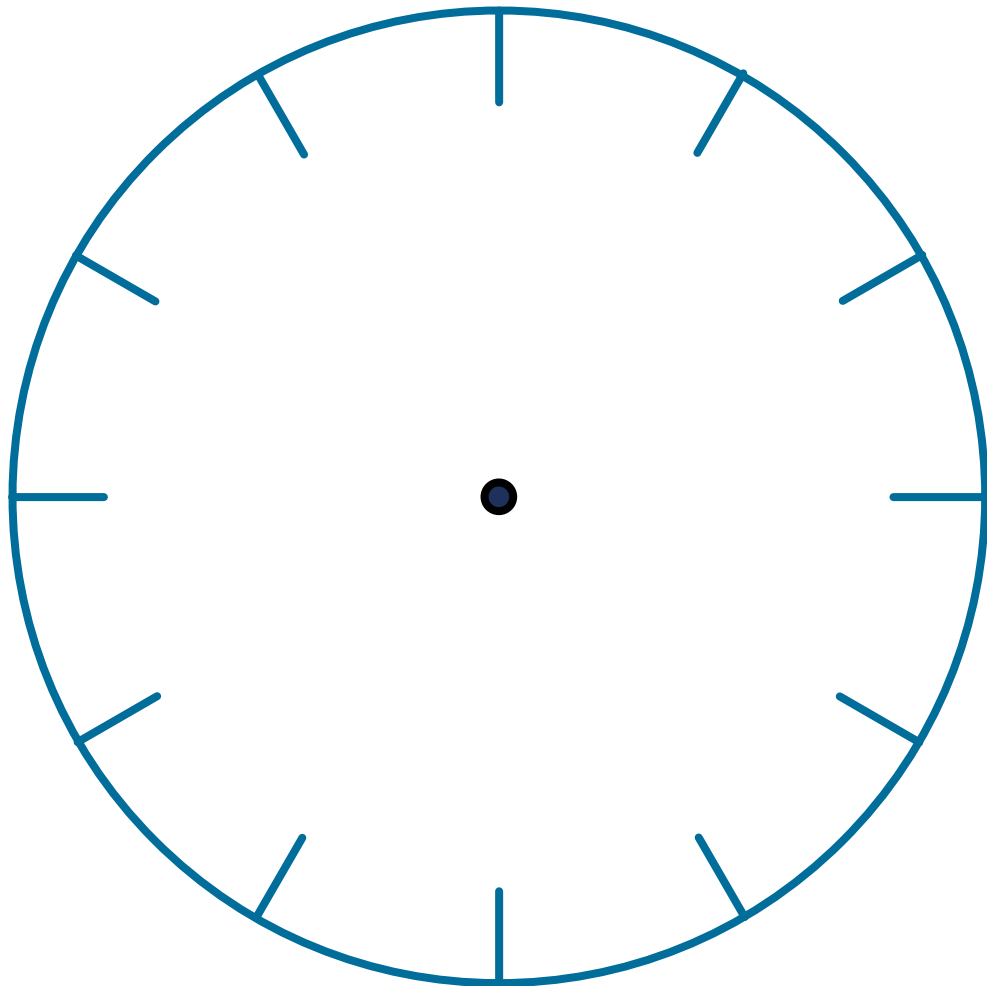
Παιδικά Προγράμματα	20 παιδιά
Αθλητικά	10 παιδιά
Ταινίες/Σειρές	15 παιδιά
Ντοκιμαντέρ	10 παιδιά
Ειδήσεις	5 παιδιά

Κάθε παιδί επέλεξε μόνο ένα είδος τηλεοπτικής εκπομπής.

Να παρουσιάσετε τα αποτελέσματα της έρευνας στο πιο κάτω κυκλικό διάγραμμα. Να επεξηγήσετε τον τρόπο σκέψης σας.



Τίτλος: _____

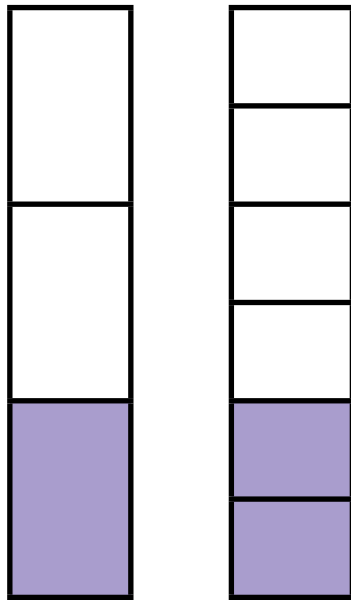


Υπόμνημα:

Δραστηριότητες

1. Να συμπληρώσετε τους όρους που λείπουν στα πιο κάτω κλάσματα.

(α)



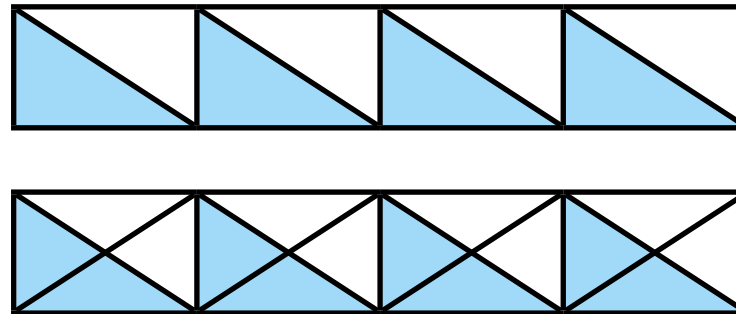
$$\frac{1}{3} = \frac{\square}{6}$$

(β)



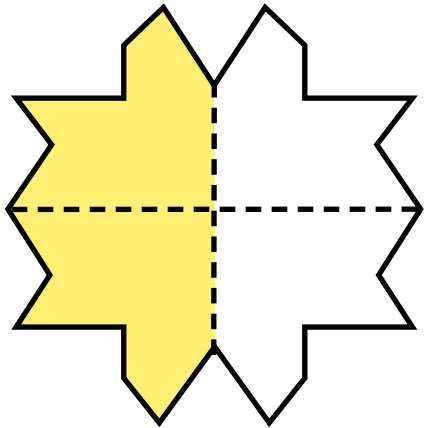
$$\frac{2}{\square} = \frac{1}{4}$$

(γ)



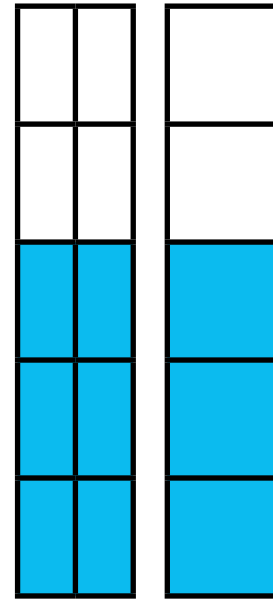
$$\frac{4}{8} = \frac{8}{\square}$$

(δ)



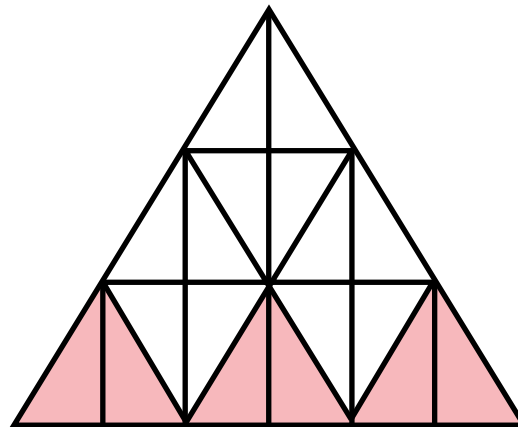
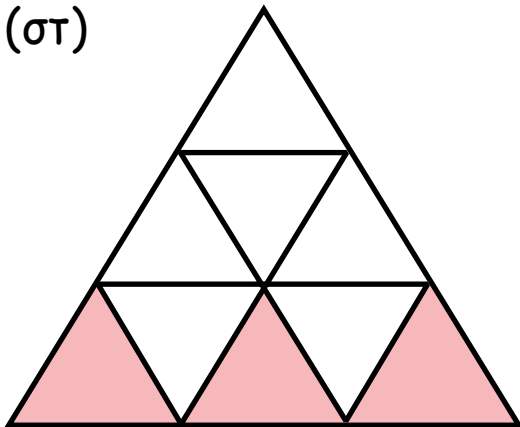
$$\frac{1}{2} = \frac{\square}{4}$$

(ε)



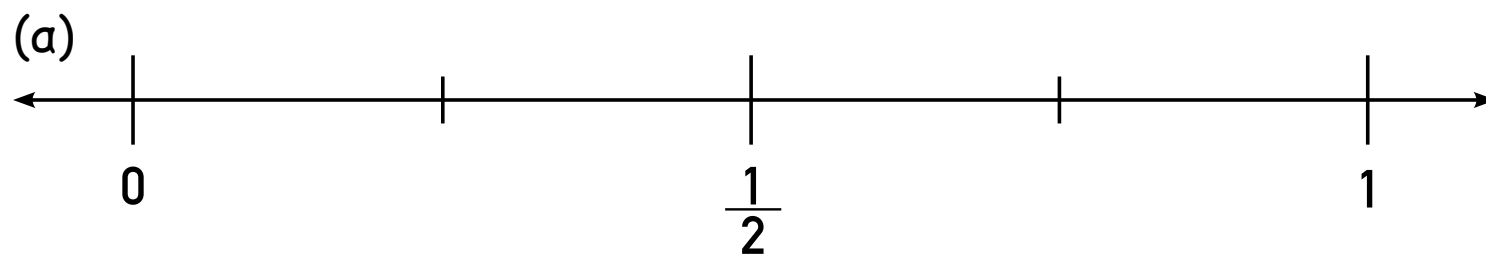
$$\frac{6}{10} = \frac{3}{\square}$$

(στ)

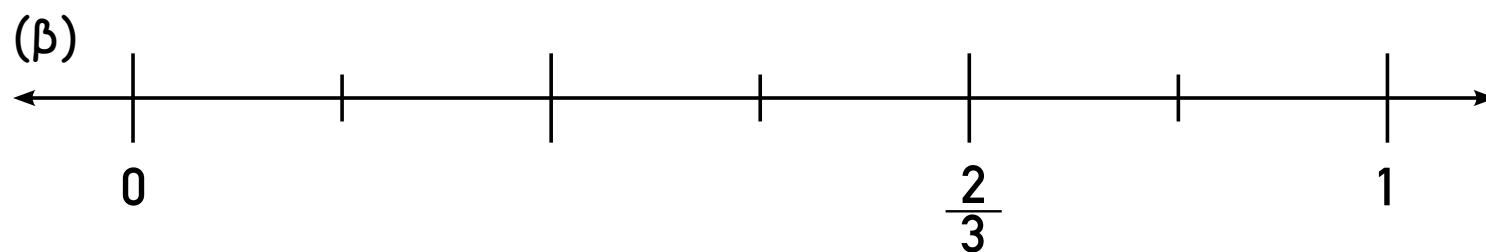


$$\frac{3}{9} = \frac{6}{\square}$$

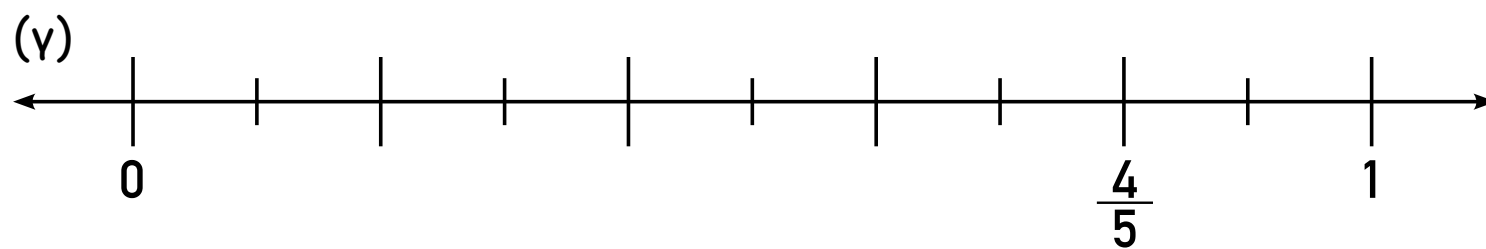
2. Να γράψετε ένα ισοδύναμο κλάσμα σε κάθε περίπτωση.



$$\frac{1}{2} = \frac{\square}{\square}$$



$$\frac{2}{3} = \frac{\square}{\square}$$



$$\frac{4}{5} = \frac{\square}{\square}$$

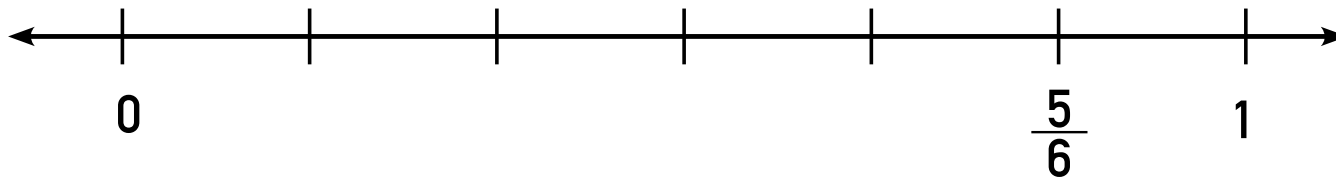
3. Να χωρίσετε κατάλληλα την αριθμητική γραμμή, ώστε να σχηματίσετε ένα ισοδύναμο κλάσμα σε κάθε περίπτωση, όπως στο παράδειγμα.

Παράδειγμα:



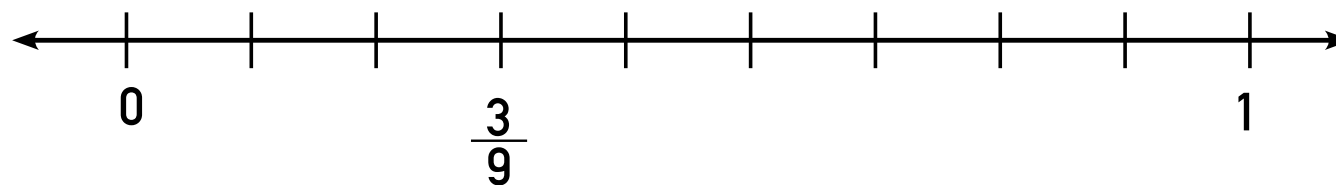
$$\frac{1}{4} = \frac{\boxed{2}}{\boxed{8}}$$

(α)

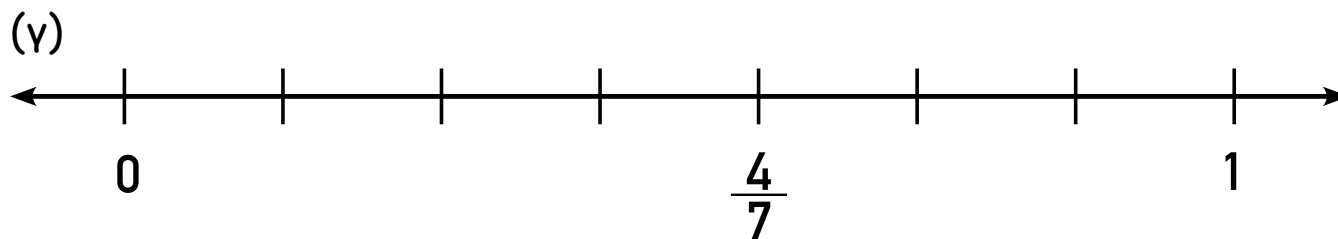


$$\frac{5}{6} = \frac{\boxed{}}{\boxed{}}$$

(β)



$$\frac{3}{9} = \frac{\boxed{}}{\boxed{}}$$



$$\frac{4}{7} = \frac{\square}{\square}$$

4. Να σχηματίσετε ισοδύναμα κλάσματα.

$$\frac{2}{4} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

$$\frac{3}{7} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

$$\frac{18}{24} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

$$\frac{7}{35} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

$$\frac{10}{14} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

$$\frac{2}{13} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

$$\frac{8}{20} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

$$\frac{2}{5} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

5. Να βάλετε σε κύκλο τα κλάσματα που είναι ανάγωγα.

$$\frac{12}{18}$$

$$\frac{7}{8}$$

$$\frac{15}{21}$$

$$\frac{14}{19}$$

$$\frac{6}{11}$$

$$\frac{7}{28}$$

$$\frac{9}{13}$$

$$\frac{23}{46}$$

$$\frac{40}{60}$$

$$\frac{80}{100}$$

$$\frac{99}{100}$$

$$\frac{27}{54}$$

6. Να απλοποιήσετε τα κλάσματα, ώστε να προκύψουν ανάγωγα κλάσματα.

Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

$$(α) \frac{16}{18}$$

$$(β) \frac{10}{15}$$

$$(γ) \frac{21}{28}$$

$$δ) \frac{27}{36}$$

$$(ε) \frac{45}{90}$$

$$(στ) \frac{25}{100}$$

$$(ζ) \frac{28}{49}$$

$$(η) \frac{35}{40}$$

$$(θ) \frac{6}{48}$$

$$(ι) \frac{15}{21}$$

$$(ια) \frac{18}{72}$$

$$(ιβ) \frac{15}{50}$$

$$(ιγ) \frac{12}{40}$$

$$(ιδ) \frac{21}{63}$$

$$(ιε) \frac{75}{100}$$

$$(ιστ) \frac{40}{80}$$

$$(ιζ) \frac{32}{60}$$

$$(ιη) \frac{21}{42}$$

$$(ιθ) \frac{36}{40}$$

$$(κ) \frac{45}{72}$$

7. Να εξετάσετε κατά πόσο τα πιο κάτω ζεύγη κλασμάτων είναι ισοδύναμα. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

$$(α) \frac{9}{12}, \frac{6}{8}$$

$$(β) \frac{3}{5}, \frac{20}{30}$$

$$(γ) \frac{12}{20}, \frac{4}{6}$$

$$δ) \frac{4}{12}, \frac{2}{6}$$

$$(ε) \frac{5}{15}, \frac{3}{9}$$

8. Η Σοφία έκανε μια έρευνα σχετικά με το αγαπημένο είδος μουσικής στην τάξη της.*
Πιο κάτω παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της έρευνας. Στην έρευνα συμμετείχαν όλα τα παιδιά της τάξης.

* Κάθε παιδί δήλωσε ότι προτιμά ένα είδος μουσικής.

Να γράψετε τι μέρος των παιδιών προτιμά το κάθε είδος μουσικής στην πιο απλή μορφή.

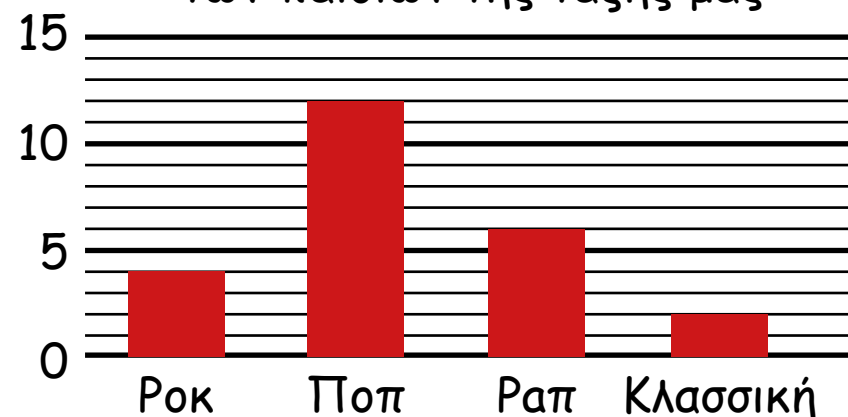
Ροκ:

Ποπ:

Ραπ:

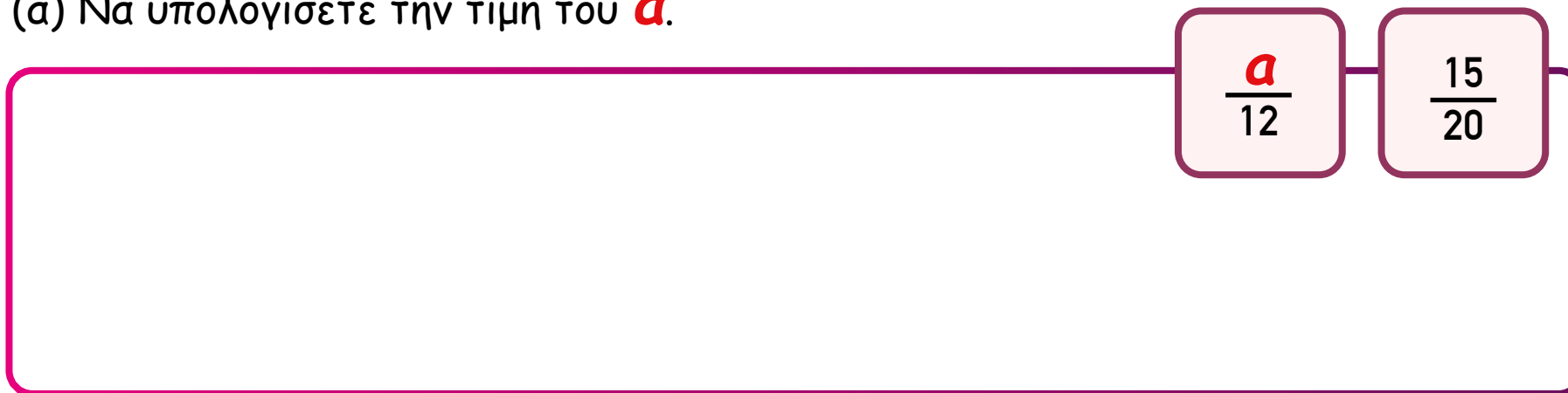
Κλασική:

Το αγαπημένο είδος μουσικής των παιδιών της τάξης μας

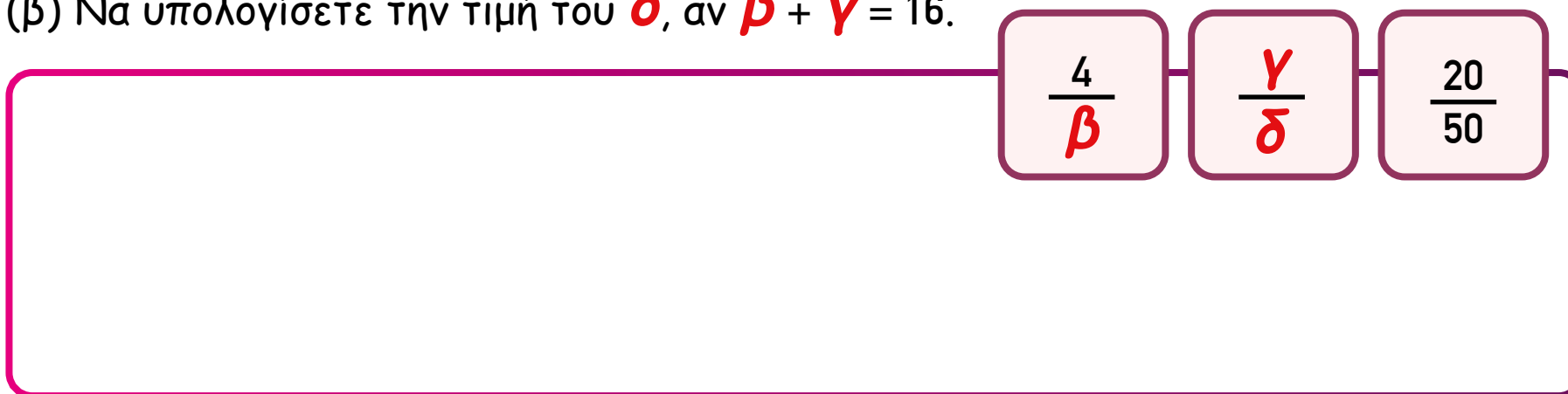


9. Τα κλάσματα που παρουσιάζονται στις πιο κάτω κάρτες σε κάθε περίπτωση είναι ισοδύναμα.

(α) Να υπολογίσετε την τιμή του a .



(β) Να υπολογίσετε την τιμή του δ , αν $\beta + \gamma = 16$.



(γ) Να υπολογίσετε την τιμή του ϵ , αν $\zeta + \eta = 20$.

$$\frac{\zeta}{12}$$

$$\frac{\eta}{\epsilon}$$

$$\frac{32}{48}$$

10. Οι όροι ενός κλάσματος είναι άρτιοι αριθμοί. Είναι το κλάσμα ανάγωγο;
Να επεξηγήσετε.

11. Να υπολογίσετε το άθροισμα $X + \Psi$, αν ισχύει η πιο κάτω σχέση.

$$\frac{X}{5} = \frac{32}{40} = \frac{256}{\Psi}$$

Επανάληψη

1. Να συγκρίνετε τους αριθμούς, χρησιμοποιώντας τα σύμβολα $<$, $>$ και $=$.
Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

(α) $+7$ και -9

(β) -4 και 0

(γ) $+3$ και -3

(δ) -12 και -17

2. Να υπολογίσετε τα αθροίσματα. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

(α) $(+7) + (+5)$

(β) $(+13) + (-8)$

(γ) $(-11) + (+31)$

(δ) $(-9) + (-4)$

(ε) $(-125) + (+125)$

(στ) $(+50) + (-65)$

3. Να επιλύσετε τα προβλήματα. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

(α) Σε μια πόλη η θερμοκρασία το πρωί ήταν $-2^{\circ}C$. Το μεσημέρι η θερμοκρασία αυξήθηκε κατά $9^{\circ}C$ σε σχέση με το πρωί. Πόση ήταν η θερμοκρασία το μεσημέρι στην πόλη;

(β) Ο Κυριάκος σταθμεύει το αυτοκίνητο του στον όροφο -3 μιας πολυκατοικίας. Ανεβαίνει καθημερινά 8 ορόφους για να πάει στο γραφείο του. Σε ποιον όροφο βρίσκεται το γραφείο του Κυριάκου;

Έχουμε μάθει:

- **Μικτός** ονομάζεται ο αριθμός που έχει ακέραιο μέρος και κλασματικό μέρος και αναπαριστά το άθροισμα των δύο. Ένας μικτός αριθμός είναι πάντα μεγαλύτερος από την ακέραια μονάδα.

Παράδειγμα: $3\frac{1}{2} = 3 + \frac{1}{2}$ $3\frac{1}{2} > 1$

- **Καταχρηστικό** ονομάζεται το κλάσμα του οποίου ο αριθμητής είναι μεγαλύτερος από τον παρονομαστή. Ένα καταχρηστικό κλάσμα είναι πάντα μεγαλύτερο από την ακέραια μονάδα.

Παράδειγμα: $\frac{7}{4} = \frac{4}{4} + \frac{3}{4} = 1 + \frac{3}{4}$ $\frac{7}{4} > 1$

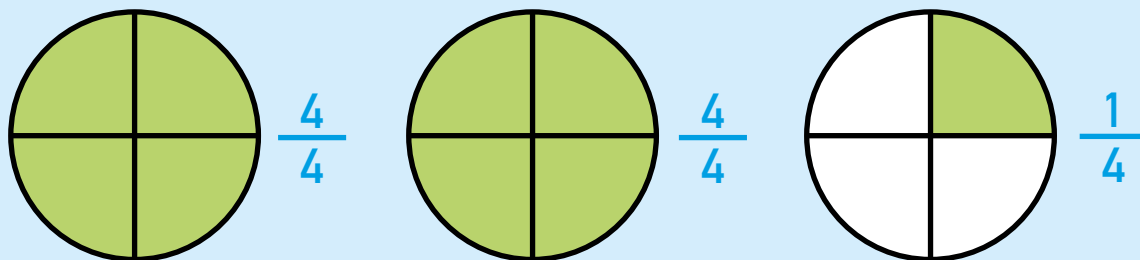
- Μετατροπή μικτού αριθμού σε καταχρηστικό κλάσμα

Παράδειγμα:

Για να μετατρέψουμε τον μικτό αριθμό $2\frac{1}{4}$ σε καταχρηστικό κλάσμα, γράφουμε τον ακέραιο αριθμό ως καταχρηστικό κλάσμα και προσθέτουμε τα κλάσματα.

$$2\frac{1}{4} = \frac{8}{4} + \frac{1}{4} = \frac{9}{4}$$

Κάθε ακέραια μονάδα είναι ίση με $\frac{4}{4}$. $\overset{1}{\underbrace{\frac{4}{4}}} + \overset{1}{\underbrace{\frac{4}{4}}} = 2 \cdot \frac{4}{4} = \frac{8}{4}$
 Άρα, 2 ακέραιες μονάδες είναι ίσες με $\frac{8}{4}$



- Μετατροπή καταχρηστικού κλάσματος σε μικτό αριθμό

Παράδειγμα:

Για να μετατρέψουμε το καταχρηστικό κλάσμα σε μικτό αριθμό $\frac{13}{5}$, υπολογίζουμε πόσες ακέραιες μονάδες υπάρχουν στο καταχρηστικό κλάσμα.

$$\frac{13}{5} = \overbrace{\frac{5}{5}}^1 + \overbrace{\frac{5}{5}}^1 + \frac{3}{5} = 2 + \frac{3}{5} = 2 \frac{3}{5}$$

ή

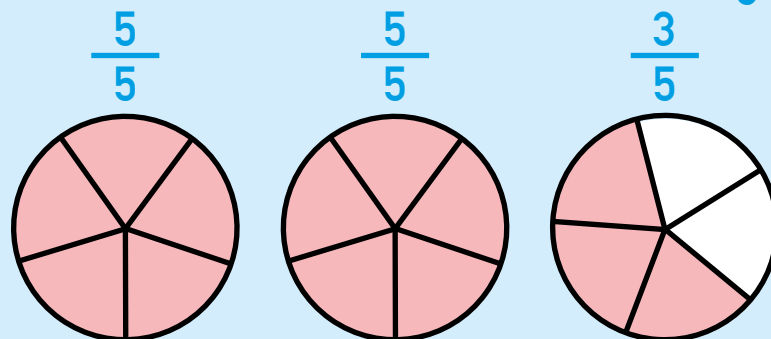
Κάνουμε τη διαίρεση $13 \div 5$.

$13 \div 5 = 2$ και υπόλοιπο 3

Άρα, $\frac{13}{5} = 2 \frac{3}{5}$

$$\begin{array}{r|l} 13 & 5 \\ -10 & 2 \\ \hline & 3 \end{array}$$

Κάθε ακέραια μονάδα είναι ίση με $\frac{5}{5}$.



Επίλυση προβλήματος

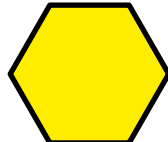
Να χρησιμοποιήσετε τα σχήματα μοτίβου και να συμπληρώσετε.

Ⓐ



(α) Αν το  = 1,

τότε   = _____

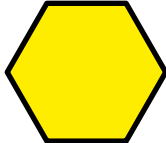

(β) Αν το  = 1,

τότε    = _____

(γ) Αν το  = 1,

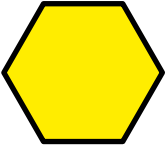
τότε   = _____

(δ) Αν το  = 1,


τότε   = _____

ⓑ

(α) Αν το  = $\frac{3}{2}$,

τότε  = _____

(β) Αν το  = 2,

τότε  = _____

(γ) Αν το  = 2,

τότε  = _____



Δραστηριότητες

1. (α) Να μετατρέψετε τους μικτούς αριθμούς σε καταχρηστικά κλάσματα.

$$(i) 4 \frac{1}{3} = \square$$

$$(ii) 2 \frac{2}{3} = \square$$

$$(iii) 4 \frac{1}{4} = \square$$

$$(iv) 3 \frac{3}{4} = \square$$

$$(v) 5 \frac{2}{6} = \square$$

$$(vi) 7 \frac{1}{2} = \square$$

$$(vii) 2 \frac{7}{8} = \square$$

$$(viii) 10 \frac{3}{7} = \square$$

$$(ix) 6 \frac{2}{5} = \square$$

(β) Να μετατρέψετε τα καταχρηστικά κλάσματα σε μικτούς αριθμούς.

$$(i) \frac{8}{5} = \square$$

$$(ii) \frac{14}{5} = \square$$

$$(iii) \frac{11}{3} = \square$$

$$(iv) \frac{14}{3} = \square$$

$$(v) \frac{26}{4} = \square$$

$$(vi) \frac{49}{10} = \square$$

$$(vii) \frac{41}{9} = \square$$

$$(viii) \frac{37}{8} = \square$$

$$(ix) \frac{55}{6} = \square$$

2. Να συμπληρώσετε με τα σύμβολα $<$, $>$ ή $=$.

$$(\alpha) \frac{7}{4} \bigcirc 1\frac{1}{4}$$

$$(\beta) 3\frac{2}{3} \bigcirc \frac{11}{3}$$

$$(\gamma) 5\frac{2}{5} \bigcirc \frac{28}{5}$$

$$(\delta) \frac{5}{2} \bigcirc 2\frac{4}{8}$$

$$(\epsilon) 3\frac{15}{5} \bigcirc \frac{7}{4}$$

$$(\sigma\tau) \frac{19}{6} \bigcirc 3\frac{2}{6}$$

$$(\zeta) 4\frac{1}{3} \bigcirc \frac{13}{3}$$

$$(\eta) \frac{65}{10} \bigcirc 6\frac{1}{2}$$

$$(\theta) \frac{32}{8} \bigcirc \frac{16}{4}$$

$$(\iota) 4\frac{2}{7} \bigcirc \frac{21}{7}$$

$$(\iota\alpha) \frac{71}{3} \bigcirc 7\frac{1}{5}$$

$$(\iota\beta) 8 \bigcirc \frac{24}{5}$$

$$(\iota\gamma) \frac{8}{5} \bigcirc \frac{9}{5}$$

$$(\iota\delta) 4\frac{3}{8} \bigcirc \frac{35}{8}$$

$$(\iota\epsilon) 1\frac{1}{5} \bigcirc 3$$

$$(\iota\sigma\tau) \frac{39}{4} \bigcirc 10$$

3. Να γράψετε ανάμεσα σε ποιους δύο διαδοχικούς ακέραιους αριθμούς θα τοποθετηθεί κάθε κλάσμα. Να τοποθετήσετε το κλάσμα κατά προσέγγιση στην αριθμητική γραμμή.

(α) $\frac{7}{2}$



(β) $\frac{25}{4}$



(γ) $\frac{75}{8}$



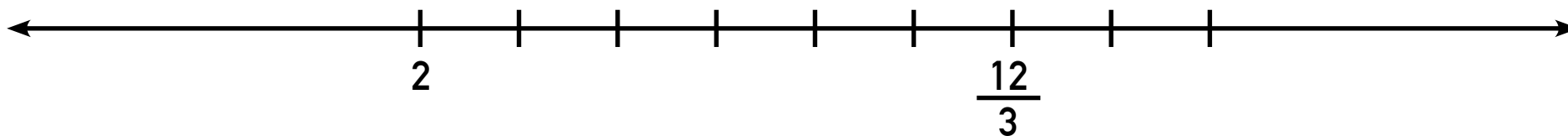
(δ) $\frac{49}{6}$



4. Να σημειώσετε τον κάθε αριθμό στην αριθμητική γραμμή.

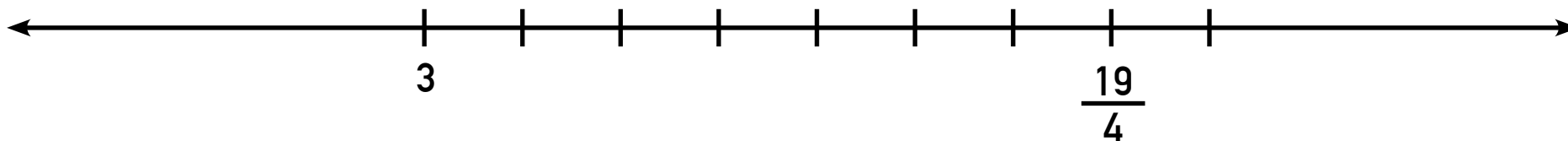
(α)

$$\frac{7}{3}$$



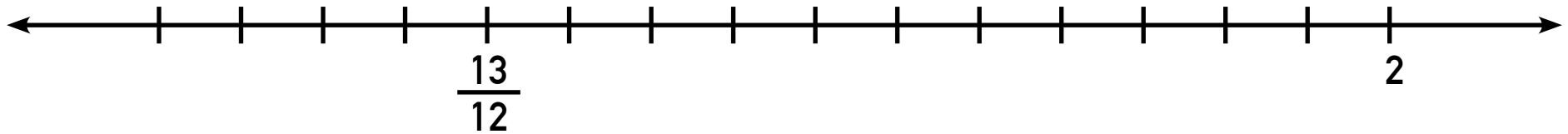
(β)

$$4$$



(γ)

$$1 \frac{7}{12}$$



5. Να βάλετε σε κύκλο τα καταχρηστικά κλάσματα που βρίσκονται μεταξύ του 3 και 4.

$$\frac{11}{5}$$

$$\frac{27}{8}$$

$$\frac{9}{2}$$

$$\frac{20}{6}$$

$$\frac{15}{7}$$

$$\frac{32}{10}$$



Επανάληψη

1. Να υπολογίσετε την τιμή των πιο κάτω αριθμητικών παραστάσεων. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

(α) $4 + 14 - 2 \cdot 3$

(β) $29 - 12 \div 4 + 5$

(γ) $(25 + 27) \div 2 + 4$

(δ) $9 - 3 + 4 \cdot 12$

(ε) $(45 + 33) - 14 \div 2$

(στ) $9 \div 3 \cdot 5 - 8 \div 4$

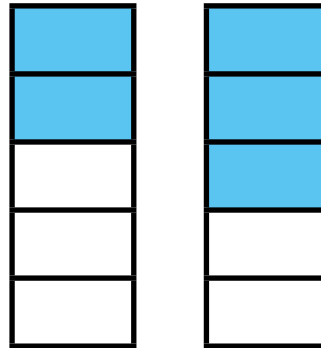
2. Να επιλύσετε το πρόβλημα. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

Η Μαριάννα, η Φαίη και ο Πάνος έχουν μαζί €30. Ο Πάνος έχει τα τριπλάσια χρήματα από αυτά που έχει η Φαίη. Η Μαριάννα έχει τα διπλάσια χρήματα από όσα έχει η Φαίη. Πόσα χρήματα έχει το κάθε παιδί;

- Στρατηγικές σύγκρισης κλασμάτων:
 - Για να συγκρίνουμε δύο ομώνυμα κλάσματα, συγκρίνουμε τους αριθμητές τους. Μεγαλύτερο είναι το κλάσμα με τον μεγαλύτερο αριθμητή.

Παράδειγμα:

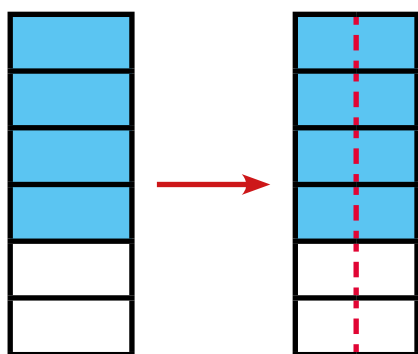
$$\frac{2}{5} \text{ και } \frac{3}{5}$$



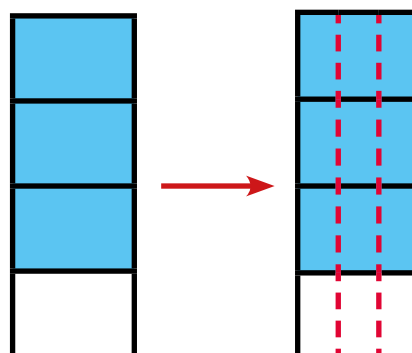
$$\frac{2}{5} < \frac{3}{5}$$

- Για να συγκρίνουμε δύο ετερόνυμα κλάσματα, μπορούμε να τα μετατρέψουμε σε ομώνυμα, υπολογίζοντας το Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο (ΕΚΠ) των παρονομαστών τους. Αυτή η στρατηγική μπορεί να εφαρμοστεί σε όλες τις περιπτώσεις σύγκρισης ετερόνυμων κλασμάτων.

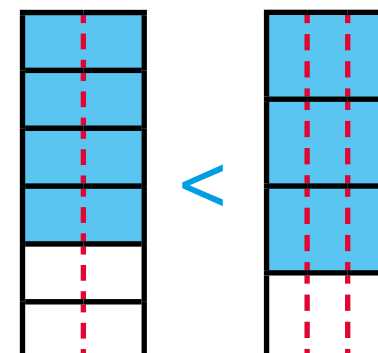
Παράδειγμα: $\frac{4}{6}$ και $\frac{3}{4}$ ΕΚΠ (6,4) = 12



$$\frac{4}{6} = \frac{4 \cdot 2}{6 \cdot 2} = \frac{8}{12}$$



$$\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{9}{12}$$



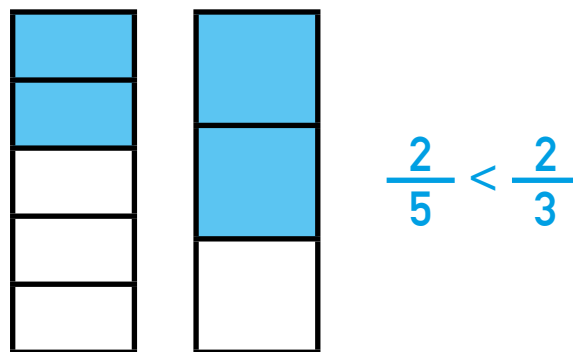
$$\frac{8}{12} < \frac{9}{12}$$

Άρα, $\frac{4}{6} < \frac{3}{4}$

- Σε ορισμένες περιπτώσεις, για να συγκρίνουμε ετερόνυμα κλάσματα, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τις πιο κάτω στρατηγικές:

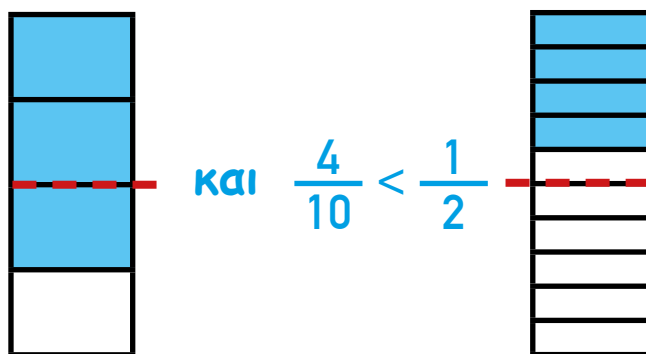
- Για να συγκρίνουμε δύο ετερόνυμα κλάσματα που έχουν τον ίδιο αριθμητή, συγκρίνουμε τους παρονομαστές τους. Μεγαλύτερο είναι το κλάσμα με τον μικρότερο παρονομαστή.

Παράδειγμα: $\frac{2}{5}$ και $\frac{2}{3}$



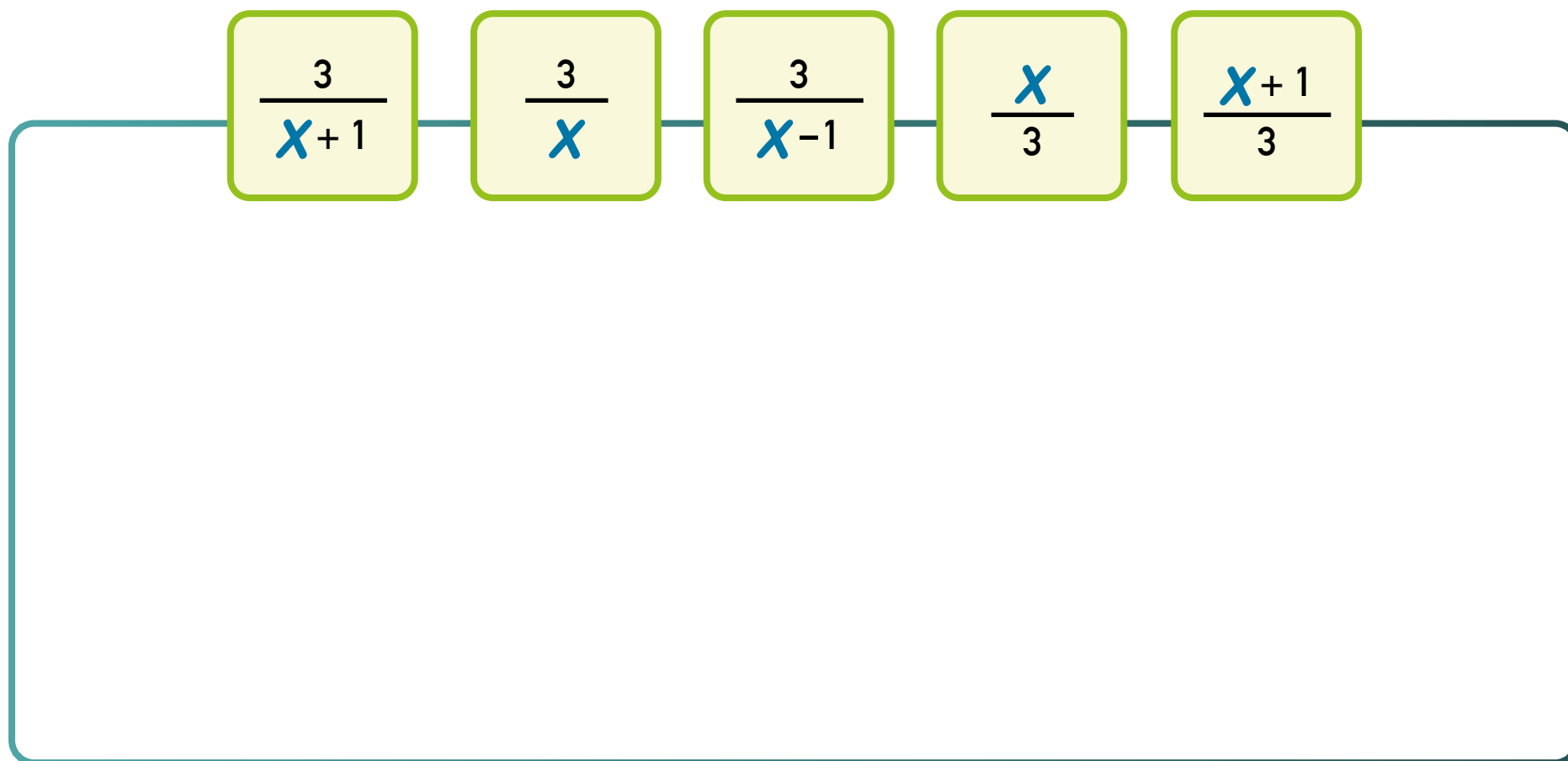
- Για να συγκρίνουμε δύο ετερόνυμα κλάσματα, μπορούμε να τα συγκρίνουμε με βάση το μισό.

Παράδειγμα: $\frac{3}{4} > \frac{1}{2}$ και $\frac{4}{10} < \frac{1}{2}$ Άρα, $\frac{3}{4} > \frac{4}{10}$



Επίλυση προβλήματος

Το x αναπαριστά έναν ακέραιο αριθμό μεγαλύτερο από το 3. Ποιο από τα πιο κάτω κλάσματα είναι το πιο μικρό; Να επεξηγήσετε.



Δραστηριότητες

1. Να συμπληρώσετε με τα σύμβολα $<$, $>$ ή $=$.

$$\frac{8}{9} \bigcirc \frac{8}{10}$$

$$\frac{9}{12} \bigcirc \frac{3}{8}$$

$$\frac{6}{15} \bigcirc \frac{7}{9}$$

$$\frac{7}{8} \bigcirc \frac{21}{24}$$

$$\frac{10}{12} \bigcirc \frac{8}{12}$$

$$\frac{13}{14} \bigcirc \frac{27}{28}$$

$$1 \frac{5}{8} \bigcirc \frac{7}{8}$$

$$\frac{6}{7} \bigcirc \frac{18}{21}$$

$$\frac{6}{10} \bigcirc \frac{4}{5}$$

$$\frac{9}{21} \bigcirc \frac{2}{7}$$

$$\frac{4}{9} \bigcirc 2 \frac{8}{9}$$

$$2 \frac{1}{7} \bigcirc 1 \frac{6}{7}$$

2. Να γράψετε τα κλάσματα σε αύξουσα σειρά.

(α) $2 \frac{1}{3}$, $2 \frac{1}{4}$, 3 , $\frac{7}{8}$, $\frac{3}{4}$

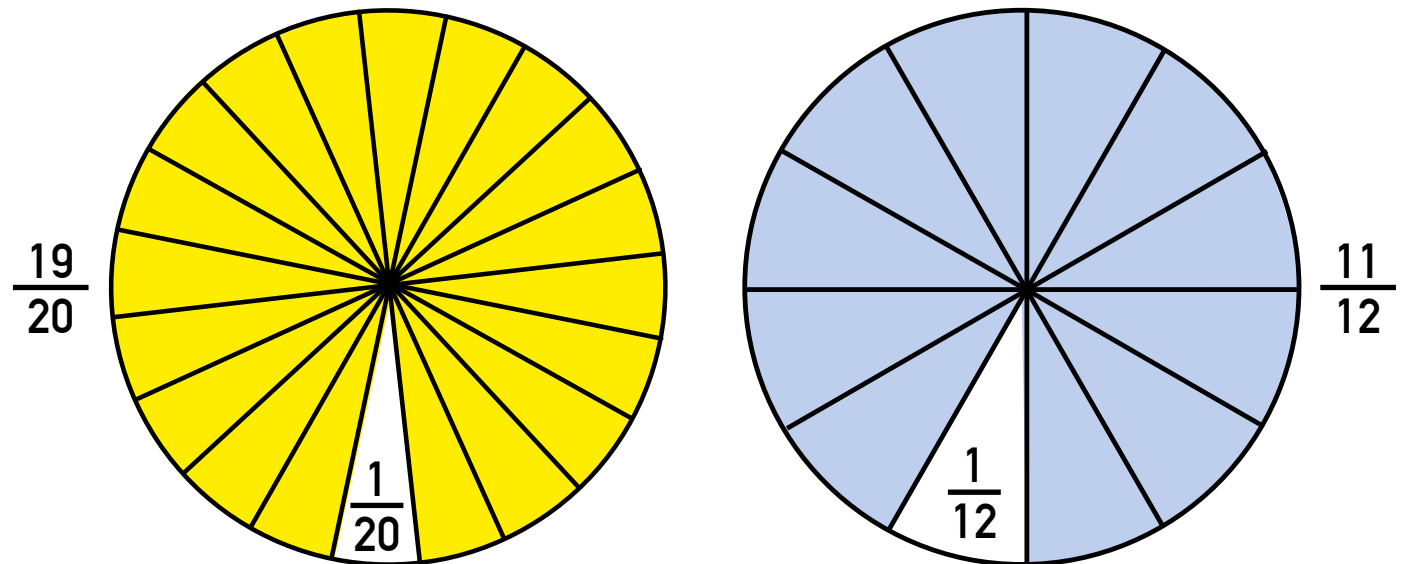
$$(\beta) \frac{3}{5}, \frac{1}{2}, \frac{3}{7}, 1\frac{4}{9}, \frac{4}{10}$$

$$(\gamma) \frac{5}{5}, 1\frac{6}{7}, \frac{1}{3}, \frac{9}{7}, \frac{7}{14}$$

$$(\delta) \frac{4}{5}, \frac{7}{15}, \frac{5}{10}, \frac{20}{15}, \frac{6}{5}$$

(ε) $-\frac{1}{4}, \frac{6}{8}, \frac{1}{4}, -\frac{2}{4}, \frac{6}{12}$

3. Ο Αντώνης και η Γεωργία χρησιμοποίησαν διαφορετικές στρατηγικές, για να συγκρίνουν τα κλάσματα $\frac{19}{20}$ και $\frac{11}{12}$.



$$\frac{19}{20} = \frac{57}{60}$$

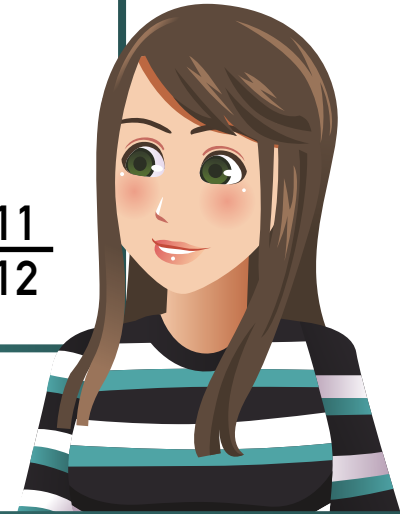
$$\frac{11}{12} = \frac{55}{60}$$

$$\frac{57}{60} > \frac{55}{60}$$

$$\text{Άρα, } \frac{19}{20} > \frac{11}{12}$$

$$\frac{1}{20} < \frac{1}{12}$$

$$\text{Άρα, } \frac{19}{20} > \frac{11}{12}$$



(α) Να περιγράψετε τη στρατηγική που ακολούθησε το κάθε παιδί, για να συγκρίνει τα κλάσματα.

(β) Να συγκρίνετε τα κλάσματα:

(i) $\frac{19}{20}$ και $\frac{24}{25}$

(ii) $\frac{15}{21}$ και $\frac{4}{10}$

(iii) $\frac{31}{32}$ και $\frac{29}{30}$

(iv) $\frac{11}{12}$ και $\frac{19}{18}$



4. Ο κύριος Γιάννης έκοψε ένα μέρος από δύο διαφορετικά κομμάτια ξύλου, ώστε τα δύο κομμάτια να έχουν το ίδιο μήκος. Πιο κάτω φαίνεται το μέρος κάθε κομματιού που απέμεινε.

$$\frac{7}{8}$$

A.



$$\frac{9}{10}$$

B.



Ποιο από τα δύο κομμάτια ξύλου είχε αρχικά το μεγαλύτερο μήκος;
Να επεξηγήσετε.

5. Το ν αναπαριστά έναν θετικό ακέραιο αριθμό. Να βρείτε όλες τις τιμές που μπορεί να πάρει το ν , ώστε να ισχύει η πιο κάτω σχέση.

$$\frac{1}{6} < \frac{\nu}{24} < \frac{3}{8}$$

6. Να συμπληρώσετε με ένα δικό σας κλάσμα.

$$\frac{2}{6} < \square < \frac{8}{9}$$

$$\frac{3}{6} < \square < \frac{7}{10}$$

$$\frac{2}{8} < \square < \frac{2}{3}$$

$$\frac{3}{4} < \square < \frac{7}{8}$$

$$\frac{4}{10} < \square < \frac{5}{10}$$

$$\frac{6}{8} < \square < \frac{7}{8}$$

7. (α) Να γράψετε τρεις κλασματικούς αριθμούς που βρίσκονται μεταξύ του $\frac{1}{2}$ και του 1.

(β) Να γράψετε τρεις κλασματικούς αριθμούς που βρίσκονται μεταξύ του 0 και του $\frac{3}{5}$.

Επανάληψη

1. (α) Να βάλετε σε κύκλο τους αριθμούς που διαιρούνται με το 2, το 5, το 10 και το 4.

25 14 20 16 30 40 32 120

(β) Να βάλετε σε κύκλο τους αριθμούς που διαιρούνται με το 3 και το 9.

99 21 27 123 531 903 1350 2070

2. Να βάλετε σε κύκλο τους πρώτους αριθμούς.

2 5 15 21 31 33 48

51 72 100 101 303 624 93

3. Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τους αριθμούς 48, 75, 72. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

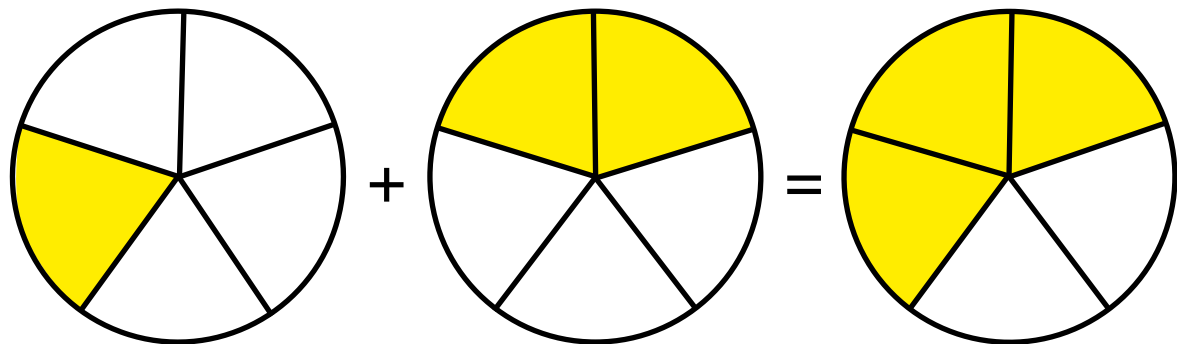
Έχουμε μάθει:

- Πρόσθεση και αφαίρεση κλασμάτων
Για να προσθέσουμε ή να αφαιρέσουμε κλάσματα, θα πρέπει αυτά να είναι ομώνυμα:
- Προσθέτουμε δύο ή περισσότερα ομώνυμα κλάσματα, προσθέτοντας τους αριθμητές τους.

Παράδειγμα:

$$\frac{1}{5} + \frac{2}{5} = \checkmark$$

$$\frac{1}{5} + \frac{2}{5} = \frac{1+2}{5} = \frac{3}{5}$$

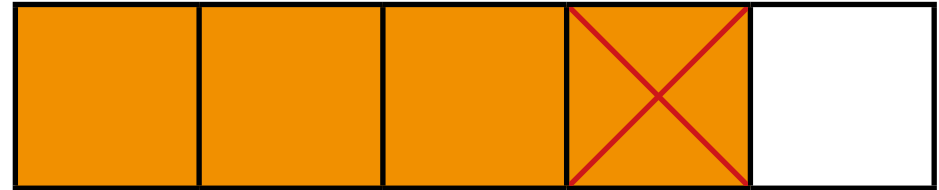


- Αφαιρούμε δύο ομώνυμα κλάσματα, αφαιρώντας τους αριθμητές τους.

Παράδειγμα:

$$\frac{4}{5} - \frac{1}{5} = \nu$$

$$\frac{4}{5} - \frac{1}{5} = \frac{4-1}{5} = \frac{3}{5}$$

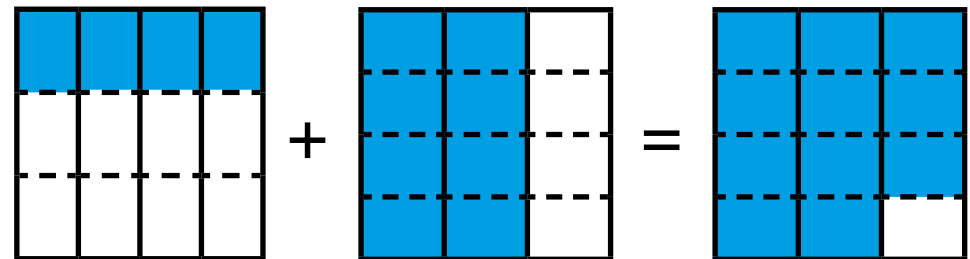


- Για να προσθέσουμε ή να αφαιρέσουμε ετερόνυμα κλάσματα, πρώτα τα μετατρέπουμε σε ομώνυμα.

Παράδειγμα:

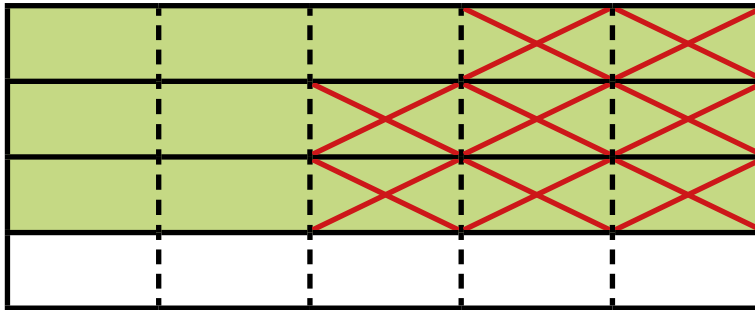
$$\frac{1}{4} + \frac{2}{3} = \nu$$

$$\frac{1}{4} + \frac{2}{3} = \frac{3}{12} + \frac{8}{12} = \frac{11}{12}$$



$$\frac{3}{4} - \frac{2}{5} = \nu$$

$$\frac{3}{4} - \frac{2}{5} = \frac{15}{20} - \frac{8}{20} = \frac{7}{20}$$



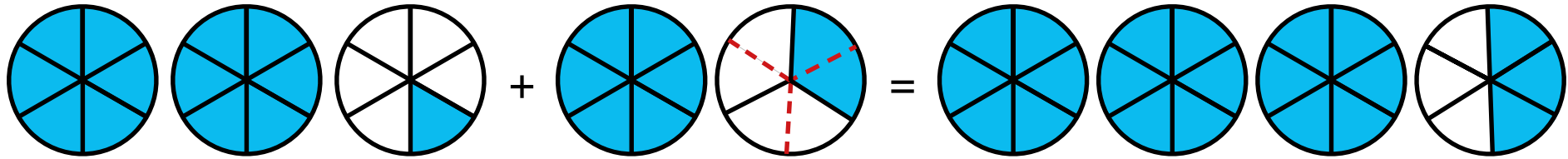
- Πρόσθεση μικτών αριθμών

Παράδειγμα:

$$2\frac{1}{6} + 1\frac{1}{3} = \nu$$

Α' τρόπος: Για να προσθέσουμε τους μικτούς αριθμούς $2\frac{1}{6}$ και $1\frac{1}{3}$, προσθέτουμε τους ακέραιους αριθμούς 2 και 1 και τα κλάσματα $\frac{1}{6}$ και $\frac{1}{3}$, αφού τα κάνουμε ομώνυμα.

$$2\frac{1}{6} + 1\frac{1}{3} = 2\frac{1}{6} + 1\frac{2}{6} = 3\frac{3}{6} = 3\frac{1}{2}$$



Β' τρόπος: Μετατρέπουμε τους μικτούς αριθμούς σε καταχρηστικά κλάσματα και τα προσθέτουμε, αφού τα κάνουμε ομώνυμα.

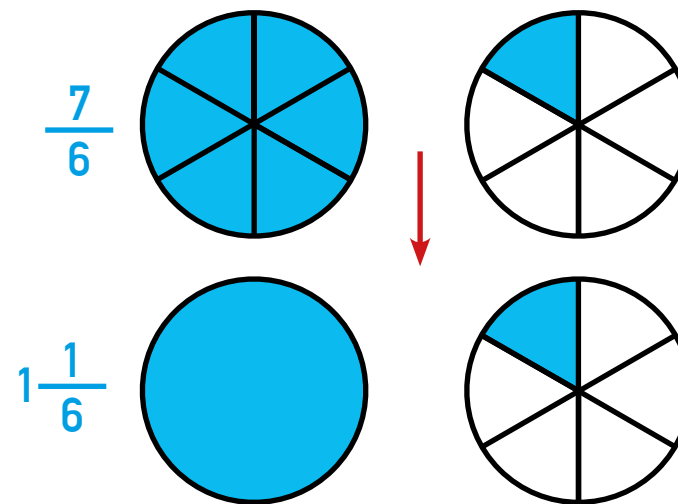
$$2\frac{1}{6} + 1\frac{1}{3} = \frac{13}{6} + \frac{4}{3} = \frac{13}{6} + \frac{8}{6} = \frac{21}{6} = 3\frac{3}{6} = 3\frac{1}{2}$$

- Κατά την πρόσθεση μικτών αριθμών, είναι δυνατόν το άθροισμα των κλασματικών μερών των δύο προσθετέων να είναι μεγαλύτερο από το 1.

Παράδειγμα:

$$2\frac{1}{2} + 1\frac{4}{6} = \nu$$

$$\begin{aligned}
 & \overbrace{2 \frac{1}{2} + 1 \frac{4}{6}}^3 = 2 \frac{3}{6} + 1 \frac{4}{6} \\
 & = 3 \frac{7}{6} = 3 + \frac{6}{6} + \frac{1}{6} \\
 & = 3 + 1 + \frac{1}{6} = 4 \frac{1}{6}
 \end{aligned}$$



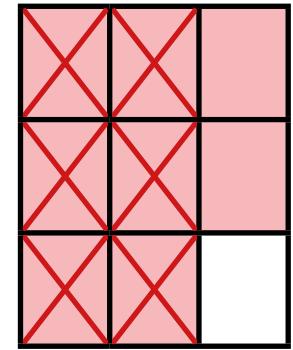
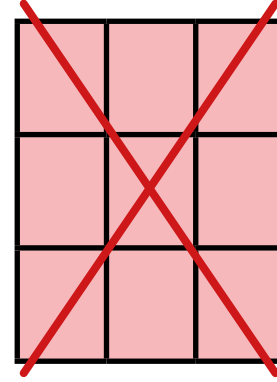
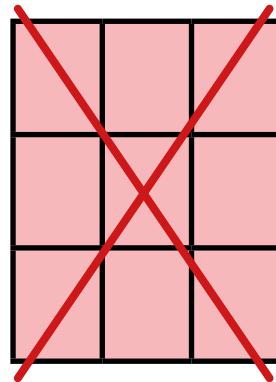
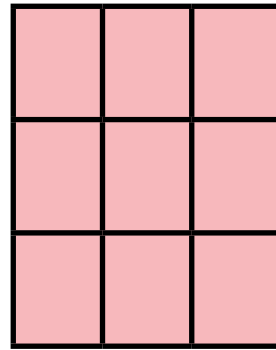
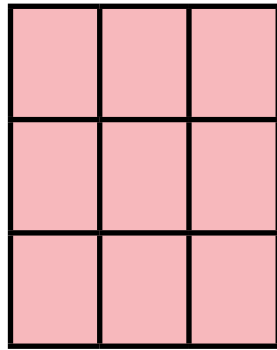
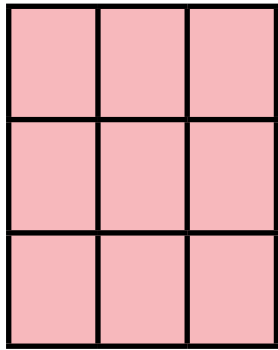
- Αφαίρεση μικτών αριθμών

Παράδειγμα:

$$5 \frac{8}{9} - 2 \frac{2}{3} = \nu$$

Α' τρόπος: Για να αφαιρέσουμε από τον μικτό αριθμό $5 \frac{8}{9}$ τον μικτό αριθμό $2 \frac{2}{3}$, αφαιρούμε από το 5 το 2, και από τα $\frac{8}{9}$ τα $\frac{2}{3}$, αφού τα κάνουμε ομώνυμα.

$$5 \frac{8}{9} - 2 \frac{2}{3} = 5 \frac{8}{9} - 2 \frac{6}{9} = 3 \frac{3}{6} = 3 \frac{2}{9}$$



Β' τρόπος: Μετατρέπουμε τους μικτούς αριθμούς σε καταχρηστικά κλάσματα και τα αφαιρούμε, αφού τα κάνουμε ομώνυμα.

$$5 \frac{8}{9} - 2 \frac{2}{3} = \frac{53}{9} - \frac{8}{3} = \frac{53}{9} - \frac{24}{9} = \frac{29}{9} = 3 \frac{2}{9}$$

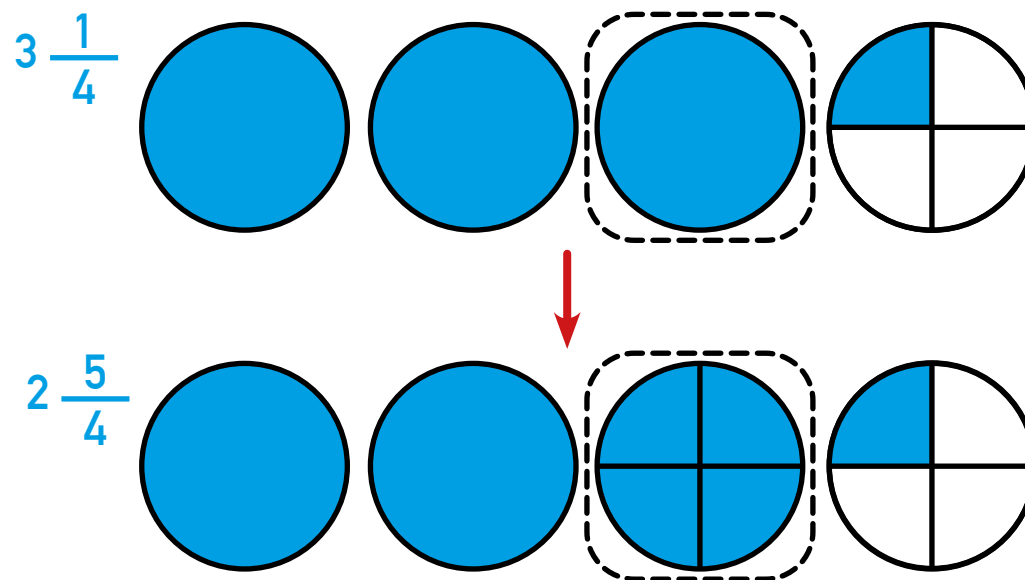
- Κατά την αφαίρεση μικτών αριθμών, είναι δυνατόν το κλασματικό μέρος του μειωτέου να είναι μικρότερο από το κλασματικό μέρος του αφαιρετέου.

Παράδειγμα:

$$3\frac{1}{4} - 1\frac{3}{4} = \nu$$

μειωτέος αφαιρετέος

$$\begin{aligned} 3\frac{1}{4} - 1\frac{3}{4} &= 2 + 1 + \frac{1}{4} - 1\frac{3}{4} \\ &= 2 + \frac{4}{4} + \frac{1}{4} - 1\frac{3}{4} \\ &= 2\frac{5}{4} - 1\frac{3}{4} \\ &= 1\frac{2}{4} = 1\frac{1}{2} \end{aligned}$$



Επίλυση προβλήματος

Η Δώρα προπονείται στο γήπεδο του σχολείου της. Η προπόνησή της συνδυάζει αερόβια άθληση (τρέξιμο γύρω από το γήπεδο) και ασκήσεις μυϊκής ενδυνάμωσης.

Το πρόγραμμα που ακολουθεί είναι το πιο κάτω:

(α) Να εκτιμήσετε κατά πόσο ο συνολικός αριθμός των γύρων του γηπέδου που κάνει η Δώρα κατά τη διάρκεια της προπόνησής της είναι μεταξύ:

5 και 6

ή

6 και 7

$1 \frac{1}{2}$ γύρους του γηπέδου και 20 άρσεις ποδιών	
$2 \frac{1}{4}$ γύρους του γηπέδου και 15 καθίσματα	
$1 \frac{1}{8}$ γύρους του γηπέδου και 5 κάμψεις	
2 γύρους του γηπέδου και 20 κοιλιακούς	

(β) Να υπολογίσετε πόσους συνολικά γύρους του γηπέδου κάνει η Δώρα κατά τη διάρκεια της προπόνησής της.



Δραστηριότητες

1. Να εκτιμήσετε κατά πόσο τα αποτελέσματα των πιο κάτω μαθηματικών προτάσεων είναι μεταξύ του **0 και 1** ή του **1 και 2**. Να επεξηγήσετε.

$$(α) \frac{1}{2} + \frac{5}{8} = v$$

$$(β) \frac{2}{3} + \frac{1}{5} = v$$

$$(\gamma) \frac{1}{3} + \frac{4}{5} = v$$

$$(\delta) \frac{2}{4} + \frac{4}{3} = v$$



2. Να υπολογίσετε το αποτέλεσμα στο τετράδιό σας. Να γράψετε την απάντηση στην πιο απλή μορφή.

(A)

$$(α) \frac{5}{7} + \frac{1}{7} =$$

$$(β) \frac{5}{9} + \frac{3}{9} =$$

$$(γ) \frac{2}{8} + \frac{3}{8} =$$

$$(δ) \frac{5}{6} - \frac{1}{6} =$$

$$(ε) \frac{15}{11} - \frac{4}{11} =$$

$$(στ) 6\frac{4}{5} + \frac{2}{5} =$$

$$(ζ) 2\frac{1}{8} + 1\frac{3}{8} =$$

$$(η) 1\frac{3}{5} + 4\frac{1}{5} =$$

$$(θ) 3\frac{2}{10} - 1\frac{1}{10} =$$

$$(ι) 7\frac{7}{9} - 2\frac{5}{9} =$$

$$(ια) \frac{3}{10} + \frac{2}{5} =$$

$$(ιβ) \frac{1}{2} + \frac{3}{4} =$$

$$(ιγ) \frac{5}{10} - \frac{2}{5} =$$

$$(ιδ) \frac{2}{3} - \frac{1}{6} =$$

$$(ιε) \frac{8}{9} - \frac{2}{3} =$$

$$(ιστ) 2\frac{4}{6} + 3\frac{2}{9} =$$

$$(ιζ) 3\frac{1}{4} + 5\frac{1}{3} =$$

$$(ιη) 4\frac{2}{7} + 5\frac{1}{2} =$$

$$(ιθ) 7\frac{3}{4} - 5\frac{1}{3} =$$

$$(κ) 8\frac{1}{6} - 5\frac{1}{8} =$$

(B)

$$(a) \frac{7}{8} + \frac{1}{8} =$$

$$(\beta) 1\frac{5}{12} + \frac{7}{12} =$$

$$(\gamma) 8\frac{1}{10} + \frac{9}{10} =$$

$$(\delta) 2\frac{3}{8} + 4\frac{7}{8} =$$

$$(\epsilon) 1\frac{2}{9} + 2\frac{7}{9} =$$

$$(\sigma\tau) 3\frac{2}{3} + 2\frac{7}{9} =$$

$$(\zeta) 8\frac{4}{5} + 3\frac{7}{10} =$$

$$(\eta) 1\frac{5}{12} + 4\frac{5}{6} =$$

$$(\theta) 8 - \frac{2}{3} =$$

$$(i) 4 - \frac{3}{5} =$$

$$(i\alpha) 7 - 2\frac{1}{4} =$$

$$(i\beta) 2 - \frac{9}{13} =$$

$$(i\gamma) 8\frac{1}{4} - 4\frac{3}{4} =$$

$$(i\delta) 4\frac{1}{15} - \frac{7}{15} =$$

$$(i\epsilon) 9\frac{1}{8} - \frac{3}{8} =$$

$$(i\sigma\tau) 2\frac{7}{22} - 1\frac{9}{11} =$$

$$(i\zeta) 7\frac{1}{12} - 6\frac{3}{4} =$$

$$(i\eta) 6\frac{1}{10} - \frac{3}{4} =$$

$$(i\theta) 8\frac{1}{2} - 5\frac{2}{3} =$$

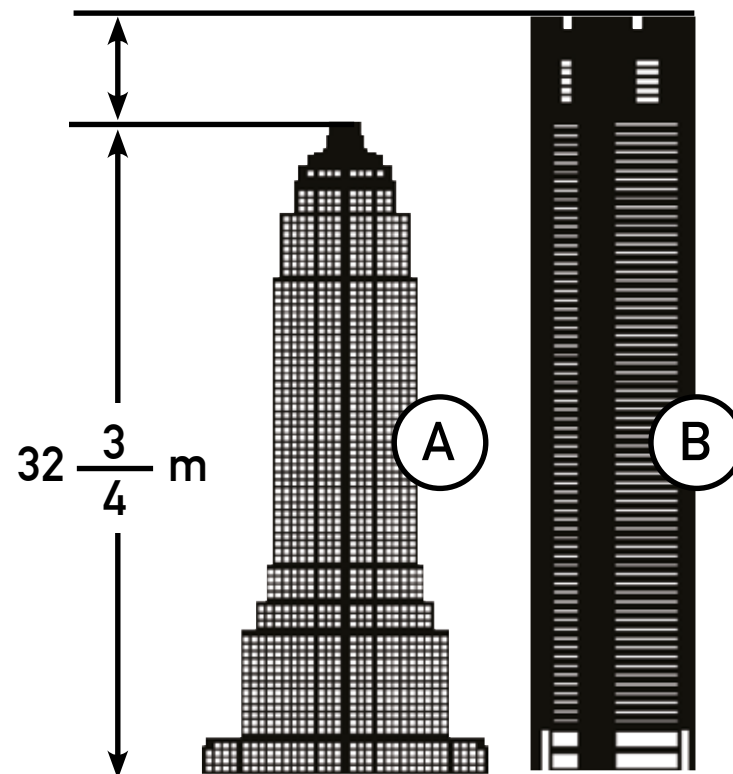
$$(i\kappa) 9\frac{1}{7} - 3\frac{2}{5} =$$

3. Να επιλύσετε τα προβλήματα. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

(α) Ο Σωτήρης παρακολούθησε τις ειδήσεις στην τηλεόραση για $\frac{3}{10}$ της ώρας και μια μουσική εκπομπή για $\frac{3}{5}$ της ώρας. Πόσες ώρες παρακολούθησε συνολικά τηλεόραση;

(β) Ο Δημήτρης μεταφέρει τον φορητό του υπολογιστή που ζυγίζει $2\frac{1}{5}$ kg, μία επιπλέον μπαταρία που ζυγίζει $\frac{1}{4}$ kg και την τσάντα του που ζυγίζει $\frac{1}{2}$ kg. Πόσα κιλά μεταφέρει ο Δημήτρης;

(γ) Να υπολογίσετε το ύψος του κτηρίου Β, με βάση το διάγραμμα.



(δ) Ο Χρύσανθος και η Κατερίνα θα ταξιδέψουν στην Αθήνα. Η αποσκευή του Χρύσανθου ζυγίζει $19\frac{1}{5}$ kg. Η αποσκευή της Κατερίνας ζυγίζει $4\frac{1}{2}$ kg περισσότερο από την αποσκευή του Χρύσανθου. Σύμφωνα με τους κανονισμούς της αεροπορικής εταιρείας με την οποία θα ταξιδέψουν, κάθε αποσκευή δεν μπορεί να υπερβαίνει τα 23 kg. Πόσο περισσότερο από τα 23 kg ζυγίζει η αποσκευή της Κατερίνας;

(ε) Ο διπλανός πίνακας παρουσιάζει πόσο ζύγιζε ένα νεογέννητο βρέφος κατά τον πρώτο χρόνο της ζωής του. Να βρείτε μεταξύ ποιων μηνών παρουσιάστηκε η μεγαλύτερη αύξηση στη μάζα του βρέφους.

- (i) 0-3 μηνών (ii) 3-6 μηνών
 (iii) 6-9 μηνών (iv) 9-12 μηνών

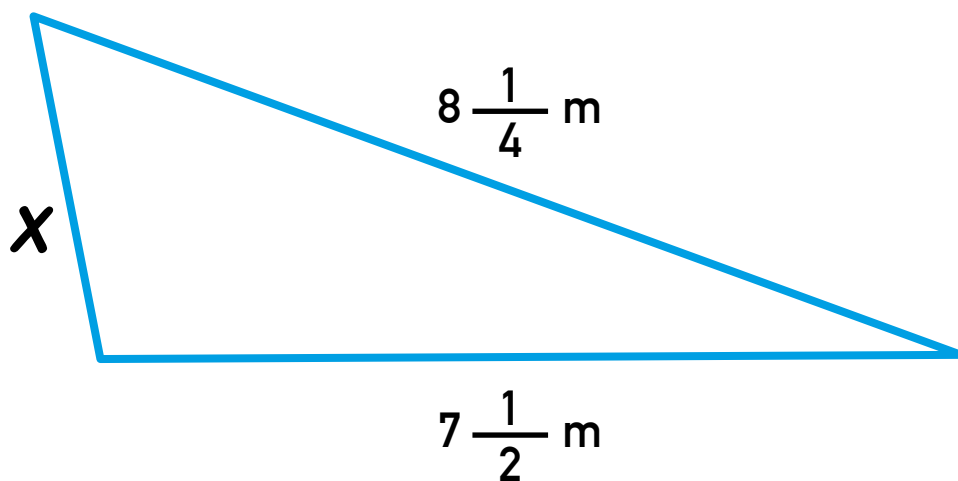
Μήνας	Μάζα
0	$3\frac{1}{8}$ kg
3	$6\frac{1}{5}$ kg
6	$7\frac{2}{5}$ kg
9	$9\frac{3}{20}$ kg
12	$11\frac{5}{8}$ kg

(στ) Τα $\frac{39}{50}$ της ατμόσφαιρας της Γης αποτελούνται από άζωτο και τα $\frac{21}{100}$ από οξυγόνο.

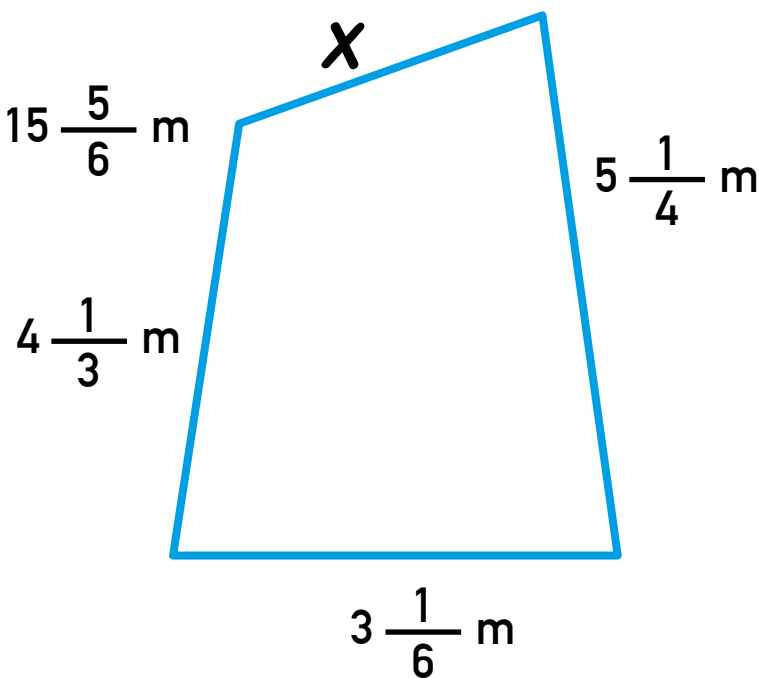
Τι μέρος της ατμόσφαιρας της Γης δεν αποτελείται από άζωτο και οξυγόνο;

4. Να υπολογίσετε το μήκος της πλευράς X στα πιο κάτω σχήματα. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

(α) Περίμετρος = $18\frac{3}{4}$ m



(β) Περίμετρος = $15\frac{5}{6}$ m



5. Να υπολογίσετε την τιμή του \mathbf{V} σε κάθε περίπτωση. Να γράψετε την απάντηση στην πιο απλή μορφή. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

$$(α) \mathbf{V} + \frac{1}{6} = 1$$

$$(β) \frac{2}{8} + \mathbf{V} = \frac{3}{4}$$

$$(γ) \mathbf{V} + \frac{1}{3} = \frac{5}{7}$$

$$(δ) \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \mathbf{V} = \frac{5}{6}$$

$$(ε) 4 \frac{3}{5} - \mathbf{V} = 2 \frac{1}{3}$$

$$(στ) \mathbf{V} - \frac{2}{5} = \frac{5}{10}$$

6. Να τοποθετήσεις έξι από τα πιο κάτω ψηφία στη μαθηματική πρόταση πρόσθεσης, ώστε το άθροισμα να είναι ακέραιος αριθμός.

1	2	3	4	5
6	7	8	9	

$$\frac{\square}{\square} + \frac{\square}{\square} + \frac{\square}{\square} = \square$$

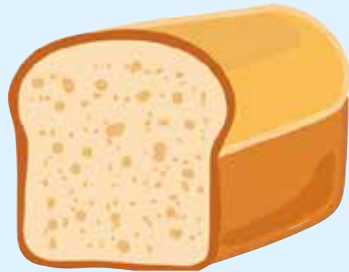
Μαθήματα 18 & 19

Επίλυση προβλήματος με κλάσματα (1)

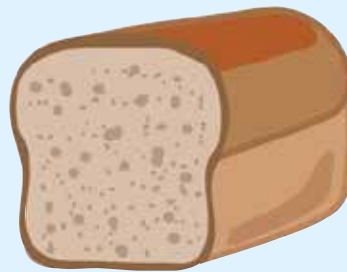
1. Να επιλύσετε τα προβλήματα, όπως στο παράδειγμα.

Παράδειγμα:

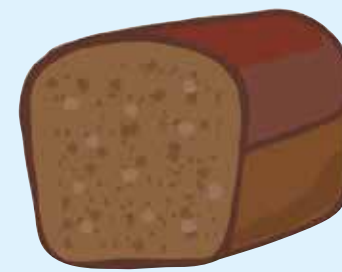
Στο σχολείο του Αντώνη έγινε μια έρευνα σχετικά με το είδος ψωμιού που προτιμούν τα παιδιά. Κάθε παιδί επέλεξε μόνο μία από τις πιο κάτω επιλογές:



άσπρο



ολικής άλεσης



πολύσπορο

Δραστηριότητες

Το $\frac{1}{7}$ των παιδιών επέλεξε το άσπρο ψωμί. Τα $\frac{2}{3}$ των παιδιών επέλεξαν το ψωμί ολικής άλεσης. Τα υπόλοιπα παιδιά επέλεξαν το πολύσπορο ψωμί. Πόσα παιδιά επέλεξαν το πολύσπορο ψωμί, αν ο συνολικός αριθμός των παιδιών που συμμετείχαν στην έρευνα ήταν 84;

Α΄ τρόπος:

Γνωρίζουμε ότι:

- $\frac{1}{7}$ των παιδιών επέλεξε το άσπρο ψωμί.
- $\frac{2}{3}$ των παιδιών επέλεξαν το ψωμί ολικής άλεσης.

Λύση:

Υπολογίζουμε το $\frac{1}{7}$ του 84, για να βρούμε πόσα παιδιά επέλεξαν το άσπρο ψωμί:

$$\frac{1}{7} \text{ του } 84 = 12 \quad (84 \div 7 = 12)$$

Υπολογίζουμε τα $\frac{2}{3}$ του 84, για να βρούμε πόσα παιδιά επέλεξαν το ψωμί ολικής άλεσης:

- Τα υπόλοιπα παιδιά επέλεξαν το πολύσπορο ψωμί.
- Ο συνολικός αριθμός των παιδιών ήταν 84.

$$\frac{2}{3} \text{ του } 84 = 56 \quad (84 \div 3 \cdot 2 = 56)$$

Αφαιρούμε από τον συνολικό αριθμό των παιδιών τον αριθμό των παιδιών που επέλεξαν το άσπρο ψωμί και το ψωμί ολικής άλεσης, για να υπολογίσουμε πόσα παιδιά επέλεξαν το πολύσπορο ψωμί.

$$84 - (12 + 56) = 84 - 68 = 16$$

Άρα, 16 παιδιά επέλεξαν το πολύσπορο ψωμί.

Β' τρόπος:

Γνωρίζουμε ότι:

- $\frac{1}{7}$ των παιδιών επέλεξε το άσπρο ψωμί.
- $\frac{2}{3}$ των παιδιών επέλεξαν το ψωμί ολικής άλεσης.
- Τα υπόλοιπα παιδιά επέλεξαν το πολύσπορο ψωμί.
- Ο συνολικός αριθμός των παιδιών ήταν 84.

Λύση:

- Προσθέτουμε τα κλάσματα $\frac{1}{7}$ και $\frac{2}{3}$, για να υπολογίσουμε το μέρος του συνολικού αριθμού των παιδιών που επέλεξαν το άσπρο ψωμί και το ψωμί ολικής άλεσης:

$$\frac{1}{7} + \frac{2}{3} = \frac{3}{21} + \frac{14}{21} = \frac{17}{21}$$

- Αφαιρούμε από το σύνολο των $\frac{21}{21}$ τα $\frac{17}{21}$, για να υπολογίσουμε το μέρος του συνολικού αριθμού των παιδιών που επέλεξε το πολύσπορο ψωμί:

$$\frac{21}{21} - \frac{17}{21} = \frac{4}{21}$$

- Υπολογίζουμε τα $\frac{4}{21}$ του 84:

$$\frac{4}{21} \text{ του } 84 = 16 \quad (84 \div 21 \cdot 4 = 16)$$

Άρα, 16 παιδιά επέλεξαν
το πολύσπορο ψωμί.



(α) Ο Μάρκος είχε €150. Ξόδεψε τα $\frac{2}{5}$ των χρημάτων του, για να αγοράσει ένα παντελόνι και το $\frac{1}{3}$ των χρημάτων του, για να αγοράσει ένα πουκάμισο. Πόσα χρήματα του έμειναν;

(β) Σε ένα παιδικό εργαστήριο τέχνης παραδίδονται μαθήματα ζωγραφικής και πηλού. Κάθε παιδί παρακολουθεί μόνο ένα είδος μαθήματος. Τα $\frac{4}{7}$ του συνολικού αριθμού των παιδιών παρακολουθούν μαθήματα ζωγραφικής. Πόσα παιδιά παρακολουθούν μαθήματα πηλού, αν ο συνολικός αριθμός των παιδιών του εργαστηρίου είναι 63;

(γ) Ένας κινηματογράφος διαθέτει τρεις αίθουσες προβολών. Ο συνολικός αριθμός των θέσεων και στις τρεις αίθουσες είναι 450. Το $\frac{1}{3}$ του συνολικού αριθμού των θέσεων βρίσκονται στην Αίθουσα Α και τα $\frac{2}{5}$ στην Αίθουσα Β. Πόσες θέσεις διαθέτει η Αίθουσα Γ;

(δ) Μια φιλαρμονική ορχήστρα αποτελείται από έγχορδα όργανα, ξύλινα πνευστά, χάλκινα πνευστά και κρουστά όργανα. Τα $\frac{2}{3}$ των οργάνων είναι χάλκινα πνευστά, το $\frac{1}{6}$ είναι ξύλινα πνευστά και το $\frac{1}{12}$ είναι έγχορδα. Πόσα είναι τα κρουστά όργανα, αν ο συνολικός αριθμός των οργάνων είναι 108;

(ε) Σε ένα πανεπιστήμιο φοιτούν 2400 φοιτητές/τριες. Το $\frac{1}{3}$ των φοιτητών/τριών του προέρχεται από την Κύπρο, το $\frac{1}{6}$ από την Ελλάδα, τα $\frac{3}{8}$ από τη Γερμανία και οι υπόλοιποι/ες φοιτητές/τριες προέρχονται από ασιατικές χώρες. Πόσοι/ες φοιτητές/τριες από ασιατικές χώρες φοιτούν στο πανεπιστήμιο;

(στ) Σε ένα κέντρο γλωσσών διδάσκονται ιταλικά, γαλλικά, αγγλικά και ισπανικά. Ο συνολικός αριθμός των μαθητών/τριών του κέντρου είναι 120. Κάθε μαθητής/τρια παρακολουθεί μαθήματα μόνο μιας ξένης γλώσσας. Το $\frac{1}{6}$ του συνολικού αριθμού των μαθητών/τριών μαθαίνουν ιταλικά, το $\frac{1}{4}$ γαλλικά και το $\frac{1}{3}$ αγγλικά. Πόσοι/ες μαθητές/τριες μαθαίνουν ισπανικά;

Μαθήματα 20, 21 & 22

Επίλυση προβλήματος με κλάσματα (1)

1. Να επιλύσετε τα προβλήματα, όπως στο παράδειγμα. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

Παράδειγμα:

Τα παιδιά στην τάξη της Νίκης συμμετέχουν σε ομίλους. Κάθε παιδί συμμετέχει μόνο σε έναν όμιλο. Το $\frac{1}{2}$ του συνολικού αριθμού των παιδιών συμμετέχει στον όμιλο γυμναστικής, το $\frac{1}{4}$ στον όμιλο μουσικής και το $\frac{1}{8}$ στον όμιλο τέχνης. Τρία παιδιά συμμετέχουν στον όμιλο περιβάλλοντος. Ποιος είναι ο συνολικός αριθμός των παιδιών στην τάξη της Νίκης;

Γνωρίζουμε ότι:

- $\frac{1}{2}$ των παιδιών συμμετέχει στον όμιλο γυμναστικής
- $\frac{1}{4}$ των παιδιών συμμετέχει στον όμιλο μουσικής
- $\frac{1}{8}$ των παιδιών συμμετέχει στον όμιλο τέχνης
- 3 παιδιά συμμετέχουν στον όμιλο περιβάλλοντος

Λύση:

- Προσθέτουμε τα κλάσματα $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ και $\frac{1}{8}$, για να υπολογίσουμε το μέρος του συνολικού αριθμού των παιδιών που συμμετέχει στους ομίλους γυμναστικής, μουσικής και τέχνης:

$$\overset{4}{\frac{1}{2}} + \overset{3}{\frac{1}{4}} + \frac{1}{8} = \frac{4}{8} + \frac{2}{8} + \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$

- Αφαιρούμε από τα $\frac{8}{8}$ τα $\frac{7}{8}$, για να υπολογίσουμε το μέρος του συνολικού αριθμού των παιδιών που συμμετέχει στον όμιλο περιβάλλοντος:

$$\frac{8}{8} - \frac{7}{8} = \frac{1}{8}$$

- Υπολογίζουμε ποιου αριθμού το $\frac{1}{8}$ είναι ίσο με 3:
 $\frac{1}{8}$ του $x = 3$

$$x = 24 \quad (8 \cdot 3 = 24)$$

Άρα, τα παιδιά στην τάξη της Νίκης είναι συνολικά 24.

(α) Ο Δημήτρης ξόδεψε τα $\frac{2}{5}$ των χρημάτων του, για να αγοράσει μερικά βιβλία κόμικς. Του έμειναν €21. Πόσα χρήματα είχε αρχικά ο Δημήτρης;

(β) Ο Θανάσης διάβασε τα $\frac{3}{7}$ των σελίδων στο λογοτεχνικό του βιβλίο. Του έμειναν να διαβάσει ακόμα 84 σελίδες. Πόσες είναι όλες οι σελίδες στο λογοτεχνικό βιβλίο του Θανάση;

(γ) Η κυρία Χριστίνα χρησιμοποίησε στο μάθημα της τέχνης το $\frac{1}{3}$ των χαρτονιών που είχε. Της έμειναν 24 χαρτόνια. Πόσα χαρτόνια είχε στην αρχή;

(δ) Ο Γιώργος έφαγε τα $\frac{5}{8}$ μιας μπάρας δημητριακών. Έμειναν 48 g μπάρας. Πόσα ζύγιζε αρχικά η μπάρα δημητριακών;

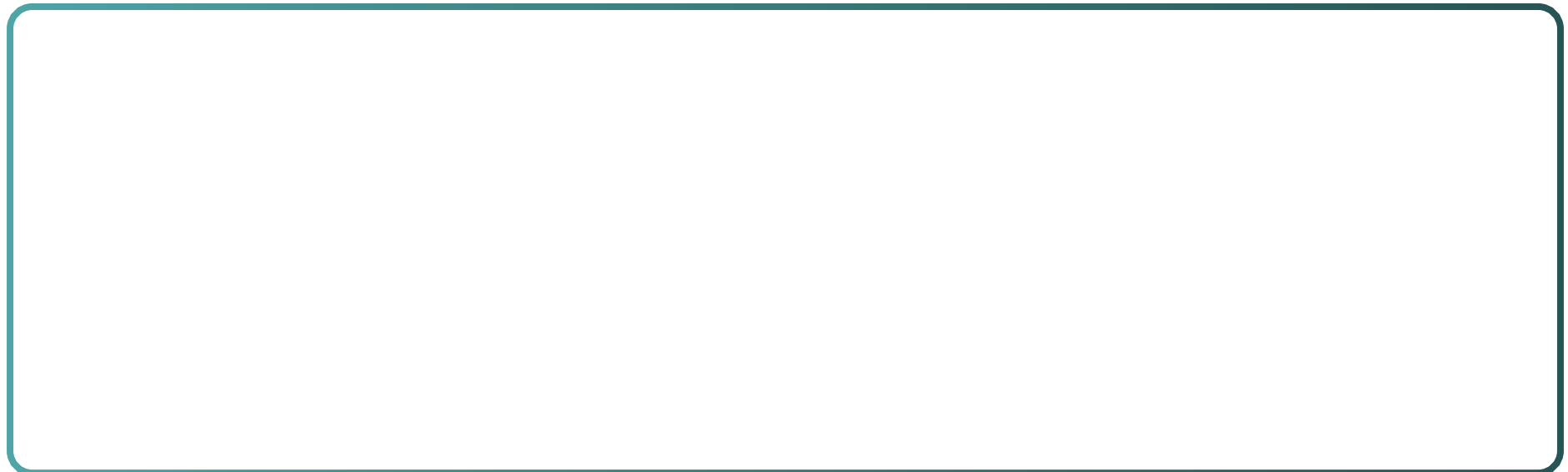
(ε) Σε ένα περίπτερο ετοιμάζονται κάθε πρωί φρέσκες λεμονάδες και πωλούνται προς €2 η καθεμιά. Μια μέρα πωλήθηκαν τα $\frac{3}{4}$ των λεμονάδων. Έμειναν απούλητες 5 λεμονάδες. Πόσα χρήματα εισπράχθηκαν από την πώληση των λεμονάδων;

(στ) Σε ένα ηλεκτρονικό κατάστημα, ένα είδος παντελονιών πωλείται σε 3 χρώματα.

Από τα παντελόνια που πωλήθηκαν μέσα σε μια μέρα:

- το $\frac{1}{6}$ είχε ανοικτό καφέ χρώμα,
- τα $\frac{3}{8}$ είχαν μαύρο χρώμα,
- 33 παντελόνια είχαν γκριζο χρώμα.

Ποιος είναι ο συνολικός αριθμός των παντελονιών που πωλήθηκε;



(ζ) Σε ένα κατάστημα για κατοικίδια ζώα υπάρχουν ενυδρεία με τρία είδη ψαριών. Το $\frac{1}{4}$ των ψαριών είναι ξιφοφόροι, τα $\frac{3}{5}$ είναι χρυσόψαρα και τα υπόλοιπα είναι τροπικά ψάρια. Πόσοι είναι οι ξιφοφόροι και πόσα τα χρυσόψαρα, αν τα τροπικά ψάρια στο ενυδρείο είναι 9;

(η) Μια παιδική πισίνα είναι γεμάτη με νερό κατά το $\frac{1}{2}$. Όταν προστεθούν ακόμα 48 L νερού, η πισίνα είναι γεμάτη κατά τα $\frac{7}{8}$. Πόση είναι η μέγιστη χωρητικότητα της πισίνας σε λίτρα;

(θ) Τα $\frac{2}{9}$ των ατόμων που βρίσκονται σε έναν παιδότοπο είναι ενήλικες και τα υπόλοιπα είναι παιδιά. Τα παιδιά που βρίσκονται στον παιδότοπο είναι 45 περισσότερα από τους ενήλικες. Πόσοι είναι όλοι οι ενήλικες και πόσα τα παιδιά που βρίσκονται στον παιδότοπο;



Μαθήματα 23 & 24

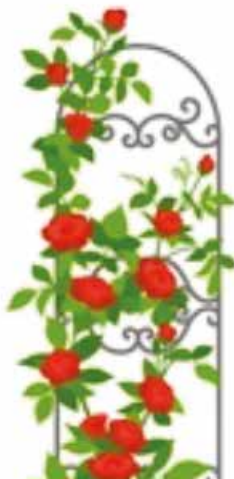
Επίλυση προβλήματος

Οι τριανταφυλλιές στο φυτώριο του κύριου Βασίλη είναι ανθισμένες.

- Τα ροζ τριαντάφυλλα είναι ίσα με τα $\frac{5}{9}$ των άσπρων τριαντάφυλλων.
- Τα κόκκινα τριαντάφυλλα είναι ίσα με το $\frac{1}{3}$ των άσπρων τριαντάφυλλων.
- Το άθροισμα των κόκκινων και των κίτρινων τριαντάφυλλων είναι 36.
- Τα κίτρινα τριαντάφυλλα είναι 15.

Πόσα είναι όλα τα ανθισμένα τριαντάφυλλα στο φυτώριο του κύριου Βασίλη;





Νέες Έννοιες

- Μια στρατηγική που μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε, για να επιλύουμε προβλήματα είναι η στρατηγική ανάδρομη πορεία.

Παράδειγμα:

Η Αγγελική είχε ένα ποσό χρημάτων στο πορτοφόλι της. Ξόδεψε το $\frac{1}{2}$ του ποσού αυτού για την αγορά ενός εισιτηρίου για το θέατρο. Στη συνέχεια, ξόδεψε €6 για μεσημεριανό γεύμα και €3 για καφέ. Πόσα χρήματα είχε αρχικά, αν της έμειναν €4;

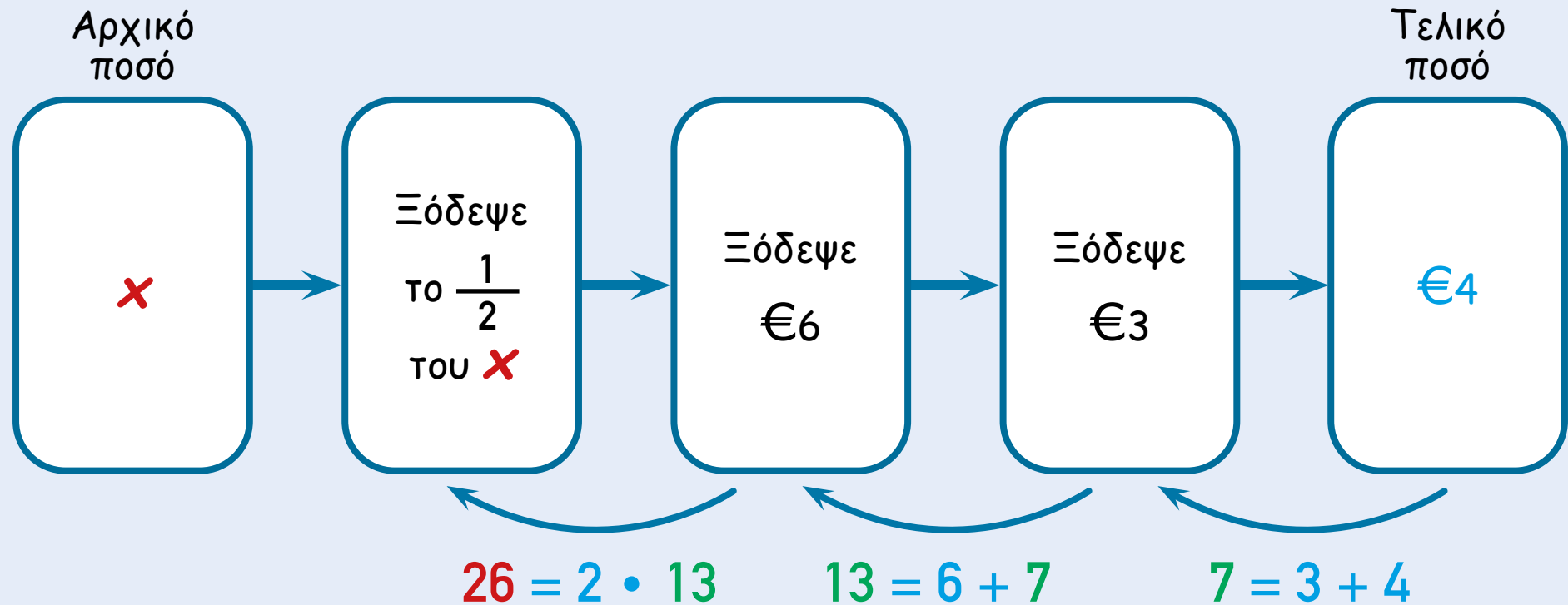
Γνωρίζουμε ότι:

- Είχε ένα ποσό x .
- Ξόδεψε: το $\frac{1}{2}$ του x για το εισιτήριο,
€6 για γεύμα,
€3 για καφέ.
- Της έμειναν €4.

Λύση:

- Για να επιλύσουμε το πρόβλημα, αξιοποιούμε την τελευταία πληροφορία που μας δίνεται και προχωρούμε προς την πρώτη.

Λύση:

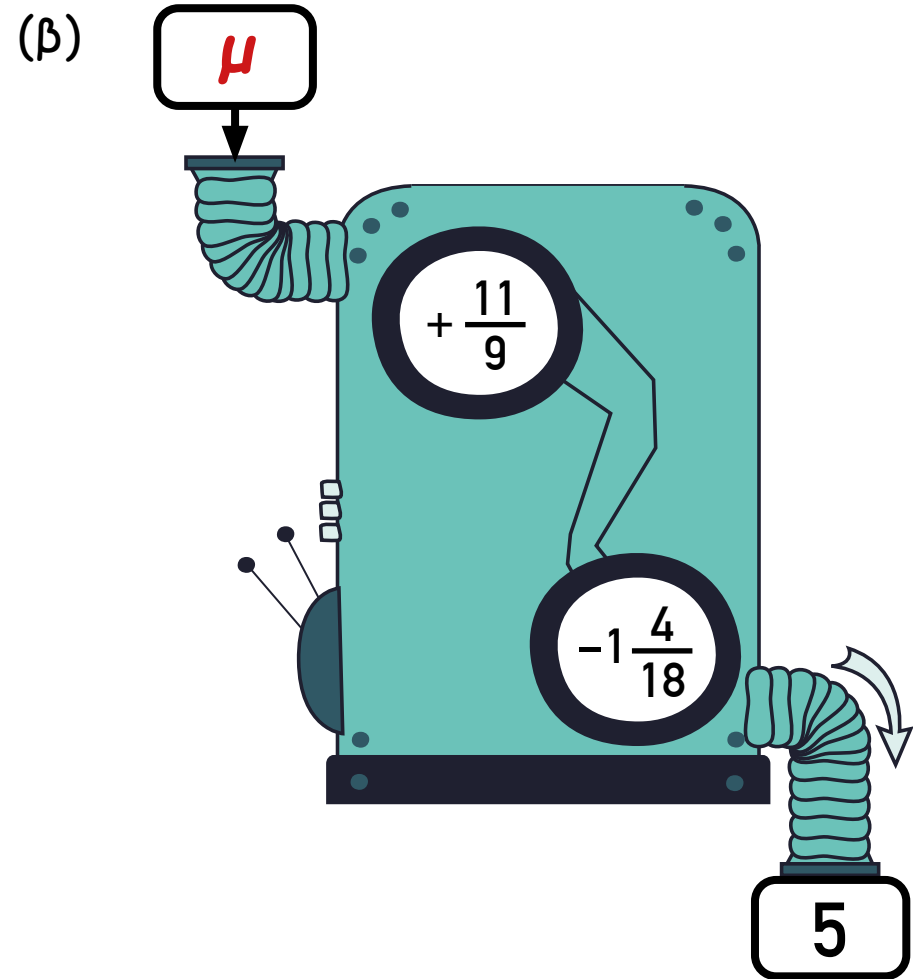
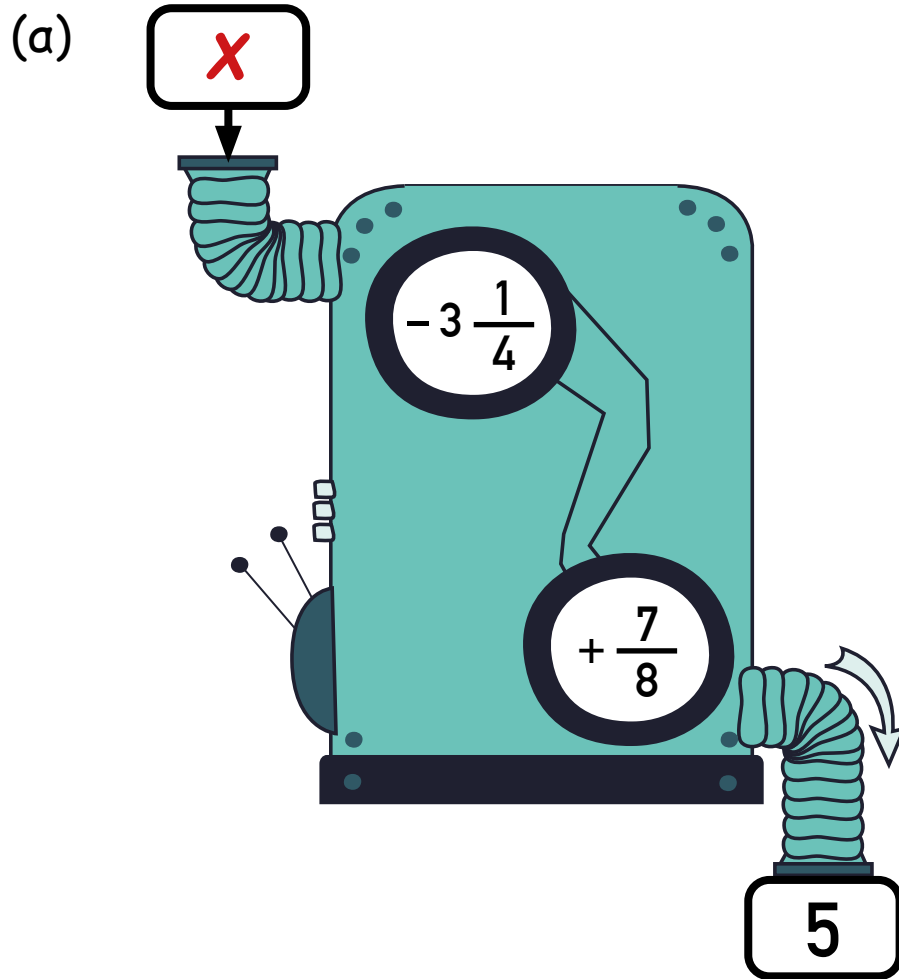


$$x = 26$$

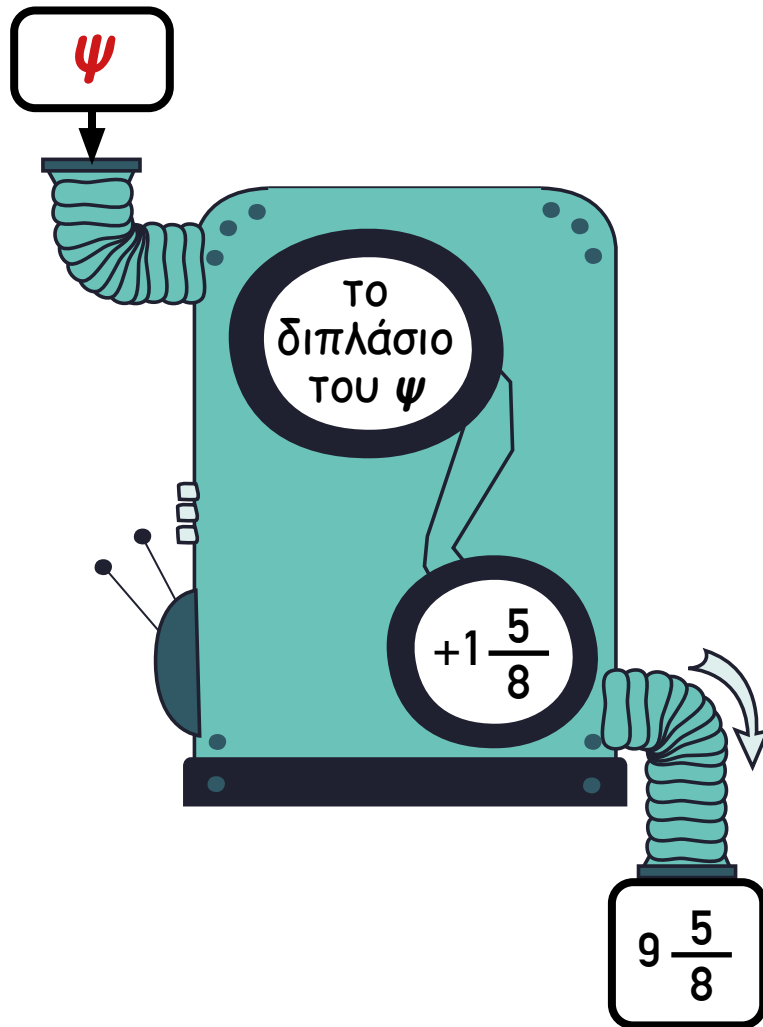
Άρα, η Αγγελική είχε αρχικά €26.

Δραστηριότητες

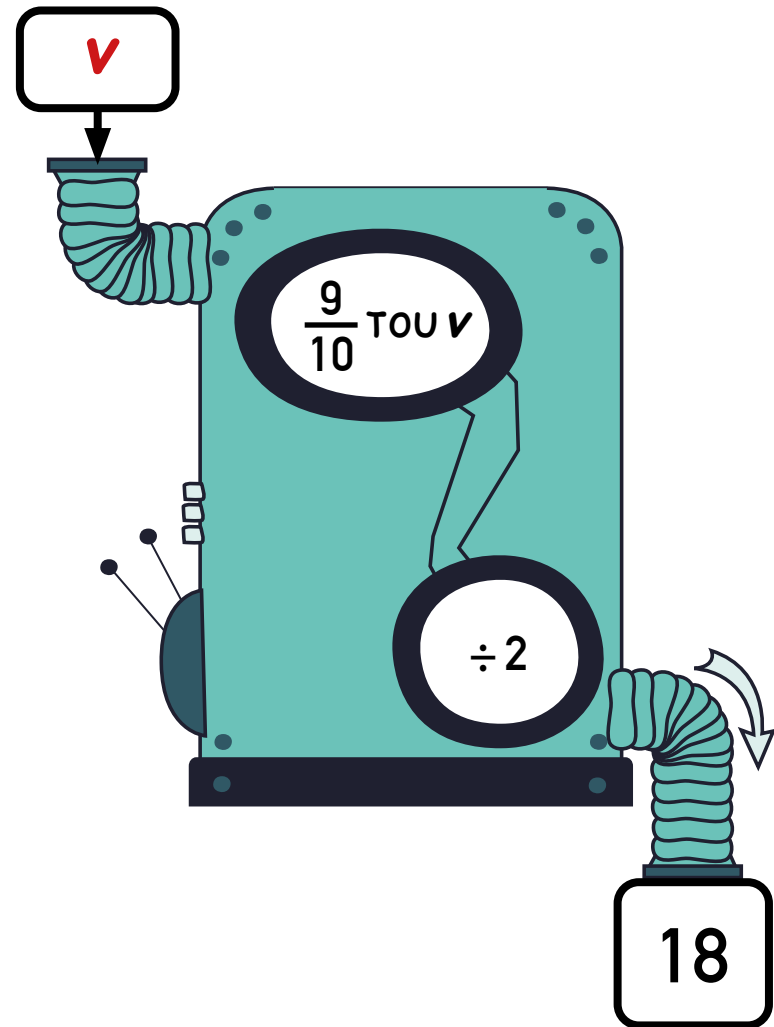
1. Να βρεις τον αριθμό στην είσοδο κάθε μηχανής.



(γ)



(δ)



2. Να επιλύσετε τα προβλήματα. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

(α) Ο Γιάννης είναι 3 χρόνια μικρότερος από τη Νίκη. Η ηλικία της Χριστίνας είναι ίση με το $\frac{1}{5}$ της ηλικίας της Νίκης. Η Χριστίνα είναι 4 χρονών. Πόσο χρονών είναι ο Γιάννης;

(β) Η αποσκευή του Θανάση ζυγίζει 3 kg περισσότερο από την αποσκευή του Μιχάλη. Η αποσκευή του Γιάννη είναι ίση με τα $\frac{4}{7}$ της αποσκευής του Μιχάλη. Η αποσκευή του Γιάννη ζυγίζει 8 kg. Πόσα κιλά ζυγίζει η αποσκευή του Θανάση;

(γ) Τα νούφαρα σε μια λίμνη διπλασιάζονται κάθε 24 ώρες. Χρειάζονται 30 μέρες, για να καλυφθεί ολόκληρη η επιφάνεια της λίμνης με νούφαρα. Ποια μέρα η επιφάνεια της λίμνης θα καλυφθεί με νούφαρα κατά το $\frac{1}{2}$;

(δ) Ο κύριος Γιώργος μάζεψε από το κοτέτσι του μερικά αυγά. Έδωσε τα μισά αυγά στην κόρη του. Στη συνέχεια, έδωσε τα μισά από τα αυγά που είχαν μείνει στον αδερφό του. Τέλος, έδωσε τα μισά από τα αυγά που είχαν μείνει στον γείτονά του. Του έμειναν 2 αυγά. Πόσα αυγά είχε μαζέψει αρχικά;



Επανάληψη

1. Να βρείτε τον ΜΚΔ των πιο κάτω αριθμών. Να εργαστείτε στο τετράδιό σου.

(α) 12, 32 (β) 30, 45 (γ) 7, 42 (δ) 15, 60, 75 (ε) 30, 42, 66

2. Να βρείτε το ΕΚΠ των πιο κάτω αριθμών. Να εργαστείτε στο τετράδιό σου.

(α) 18, 20 (β) 16, 40 (γ) 9, 30 (δ) 10, 16, 25 (ε) 9, 12, 14

3. Να επιλύσετε τα προβλήματα. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

(α) Τα παιδιά της Στ' τάξης θα ετοιμάσουν ίδια καλάθια με φρούτα. Έχουν στη διάθεσή τους 54 μήλα, 36 πορτοκάλια και 72 αχλάδια. Ποιος είναι ο μέγιστος αριθμός ίδιων καλάθιων που μπορούν να ετοιμάσουν; Πόσα φρούτα από το κάθε είδος θα έχει σε κάθε καλάθι;

(β) Τρία λεωφορεία αναχώρησαν την ίδια ώρα από μία στάση. Ο χρόνος διάρκειας της διαδρομής κάθε λεωφορείου είναι:

Λεωφορείο Α: 18 λεπτά

Λεωφορείο Β: 24 λεπτά

Λεωφορείο Γ: 32 λεπτά.

Μετά από πόση ώρα θα συναντηθούν για πρώτη φορά ξανά στην ίδια στάση;

Πόσες διαδρομές θα έχει κάνει το κάθε λεωφορείο μέχρι εκείνη τη στιγμή;



Δραστηριότητες ενότητας

1. Να υπολογίσετε το κλασματικό μέρος του αριθμού σε κάθε περίπτωση. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

$$\frac{1}{5} \text{ του } 35 = \square$$

$$\frac{1}{8} \text{ του } 32 = \square$$

$$\frac{1}{6} \text{ του } 48 = \square$$

$$\frac{2}{3} \text{ του } 24 = \square$$

$$\frac{4}{9} \text{ του } 18 = \square$$

$$\frac{3}{5} \text{ του } 25 = \square$$

$$\frac{7}{8} \text{ του } 40 = \square$$

$$\frac{9}{10} \text{ του } 90 = \square$$

$$\frac{5}{7} \text{ του } 35 = \square$$

2. Να υπολογίσετε τον αριθμό σε κάθε περίπτωση. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

$$\frac{1}{3} \text{ του } \alpha = 6$$

$$\frac{1}{7} \text{ του } \psi = 3$$

$$\frac{1}{9} \text{ του } \delta = 4$$

$$\frac{3}{5} \text{ του } \kappa = 6$$

$$\frac{5}{8} \text{ του } \beta = 15$$

$$\frac{4}{24} \text{ του } \lambda = 8$$

$$\frac{7}{10} \text{ του } \chi = 70$$

$$\frac{3}{13} \text{ του } \rho = 6$$

$$\frac{8}{9} \text{ του } \nu = 24$$

3. (α) Πόσα λεπτά είναι το $\frac{1}{6}$ της ώρας;

(β) Πόσα σεντ είναι τα $\frac{2}{5}$ του ευρώ;

(γ) Πόσοι μήνες είναι το $\frac{1}{4}$ του έτους;

(δ) Τι μέρος της ώρας είναι τα 15 λεπτά;

(ε) Τι μέρος του ευρώ είναι τα 8 σεντ;

(στ) Τι μέρος τους έτους είναι οι 4 μήνες;

4. Να επιλύσετε τα προβλήματα. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

Ⓐ

(α) Η απόσταση της πόλης Α από την πόλη Β είναι ίση με 60 km. Ένα φορτηγό κινείται από την πόλη Α προς την πόλη Β. Έχει διανύσει τα $\frac{3}{4}$ της απόστασης. Πόσα χιλιόμετρα έχει διανύσει το φορτηγό;

(β) Σε ένα αρτοποιείο πωλήθηκαν την προηγούμενη βδομάδα 250 ψωμιά. Τα $\frac{2}{5}$ των ψωμιών ήταν ολικής άλεσης. Ποια ψωμιά ολικής άλεσης πωλήθηκαν την προηγούμενη βδομάδα;

(γ) Για την ανάδειξη του προέδρου ενός μαθητικού συμβουλίου, ψήφισαν 45 παιδιά. Ο Στέφανος συγκέντρωσε τα $\frac{2}{3}$ των ψήφων των παιδιών. Πόσα παιδιά ψήφισαν τον Στέφανο;

B

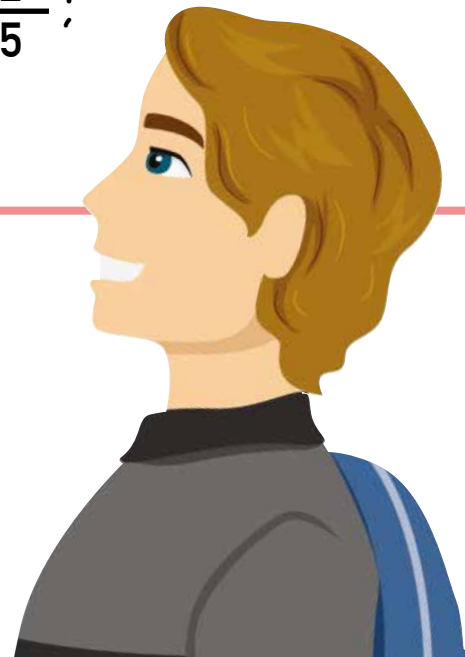
- (α) Τα $\frac{5}{6}$ των αποφοίτων ενός λυκείου θα ακολουθήσουν πανεπιστημιακές σπουδές. Ποιος είναι ο συνολικός αριθμός των αποφοίτων του λυκείου, αν οι απόφοιτοι που θα ακολουθήσουν πανεπιστημιακές σπουδές είναι 120;
- (β) Σε μια συσκευασία παγωτών τα $\frac{2}{7}$ του συνολικού αριθμού των παγωτών ήταν παγωτά φράουλας. Πόσα παγωτά υπήρχαν συνολικά στη συσκευασία, αν τα παγωτά φράουλας ήταν 8;
- (γ) Στο ράφι μιας υπεραγοράς υπάρχουν 12 συσκευασίες καστανής ζάχαρης. Οι συσκευασίες καστανής ζάχαρης αποτελούν τα $\frac{3}{8}$ του συνολικού αριθμού των συσκευασιών ζάχαρης που υπάρχουν στο ράφι. Ποιος είναι ο συνολικός αριθμός των συσκευασιών ζάχαρης που υπάρχουν στο ράφι;

Γ

(α) Η Ρένα αγόρασε $\frac{3}{4}$ L χυμό ρόδι και πλήρωσε €6. Πόσα θα πληρώσει αν αγοράσει $\frac{1}{2}$ L χυμό ρόδι;

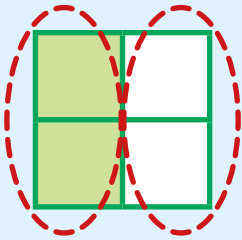
(β) Μια συσκευασία ρυζιού ζυγίζει 450 g, όταν είναι γεμάτη κατά τα $\frac{3}{10}$. Πόσο θα ζυγίζει η ίδια συσκευασία, όταν είναι κατά τα $\frac{5}{6}$ γεμάτη;

(γ) Μια δεξαμενή περιέχει 1600 L νερό, όταν είναι γεμάτη κατά τα $\frac{2}{3}$. Πόσο νερό περιέχει η δεξαμενή, όταν είναι γεμάτη κατά τα $\frac{2}{5}$;



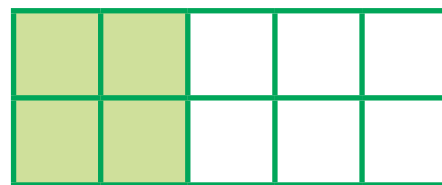
5. Να γράψετε δύο ισοδύναμα κλάσματα για κάθε εικόνα, όπως στο παράδειγμα:

Παράδειγμα:



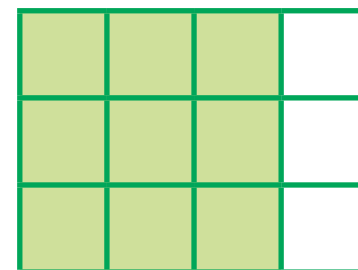
$$\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

(α)



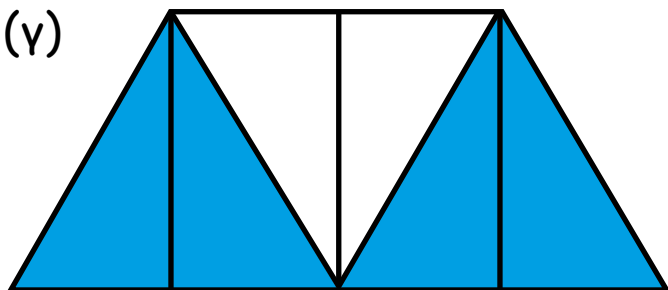
$$\square = \square$$

(β)



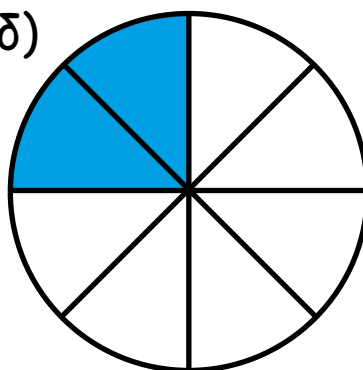
$$\square = \square$$

(γ)



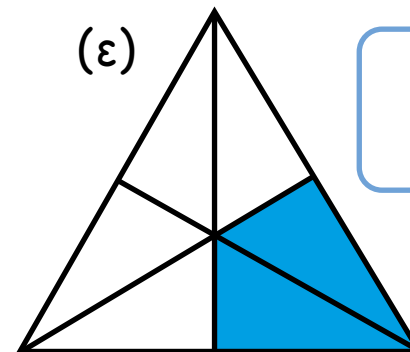
$$\square = \square$$

(δ)



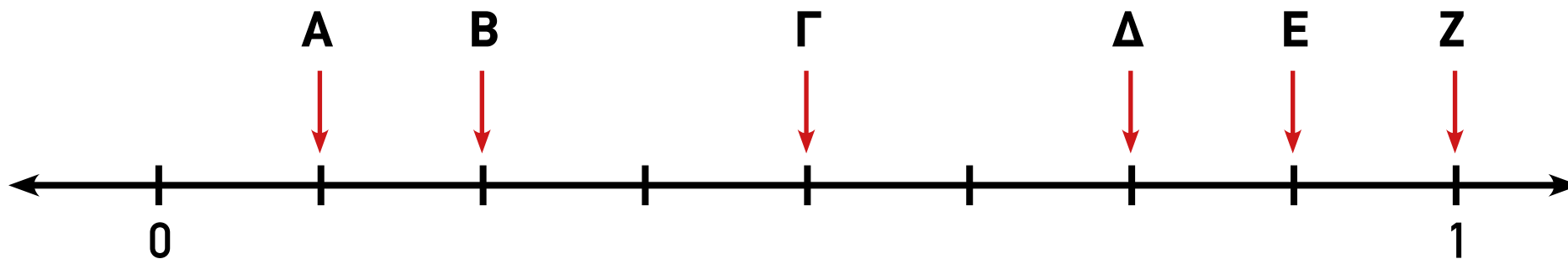
$$\square = \square$$

(ε)



$$\square = \square$$

6. Να γράψετε το γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε κλάσμα.



$$\frac{1}{2} = \underline{\hspace{2cm}}$$

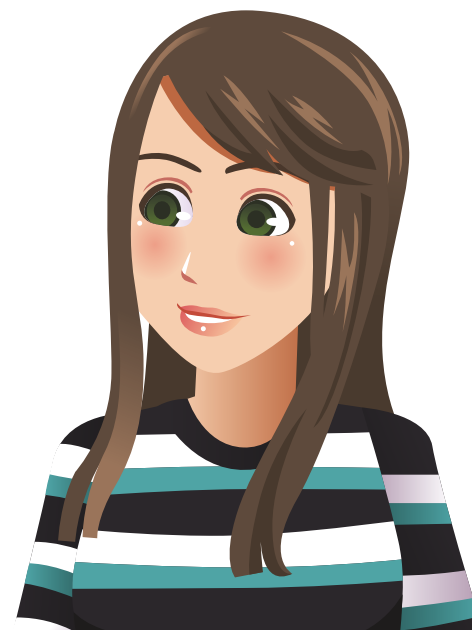
$$\frac{3}{4} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\frac{16}{16} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\frac{1}{8} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\frac{1}{4} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\frac{21}{24} = \underline{\hspace{2cm}}$$



7. Να βάλετε σε κύκλο τα κλάσματα που είναι ισοδύναμα με το πρώτο κλάσμα σε κάθε περίπτωση.

(α) $\frac{2}{3}$ $\frac{6}{9}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{8}{12}$

(β) $\frac{9}{15}$ $\frac{3}{5}$ $\frac{18}{30}$ $\frac{16}{25}$

(γ) $\frac{6}{8}$ $\frac{10}{12}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{24}{32}$

(δ) $\frac{3}{7}$ $\frac{6}{14}$ $\frac{14}{28}$ $\frac{21}{49}$

8. Να βάλετε σε κύκλο τα κλάσματα που είναι ανάγωγα.

$\frac{3}{8}$ $\frac{15}{18}$ $\frac{32}{33}$ $\frac{9}{11}$ $\frac{45}{54}$ $\frac{32}{72}$ $\frac{18}{27}$ $\frac{16}{25}$ $\frac{27}{32}$

9. Να απλοποιήσετε τα πιο κάτω κλάσματα, ώστε να προκύψουν ανάγωγα κλάσματα. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

(α) $\frac{9}{12}$

(β) $\frac{25}{35}$

(γ) $\frac{14}{20}$

(δ) $\frac{24}{32}$

(ε) $\frac{12}{20}$

(ε) $\frac{10}{25}$

(ζ) $\frac{15}{35}$

(η) $\frac{24}{28}$

(θ) $\frac{40}{64}$

(ι) $\frac{16}{36}$

(κ) $\frac{20}{60}$

(λ) $\frac{45}{75}$

10.

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

(α) Να επιλέξετε τέσσερις από τους πιο πάνω αριθμούς, για να σχηματίσετε δύο ισοδύναμα κλάσματα. Να βρείτε δύο διαφορετικές περιπτώσεις.

(β) Να επιλέξετε έξι από τους πιο πάνω αριθμούς, για να σχηματίσετε τρία ισοδύναμα κλάσματα.

11. Να απαντήσετε στις ερωτήσεις. Να εκφράσετε την απάντησή σας στην πιο απλή μορφή.

(α) Στην τάξη της κυρίας Χριστίνας, οι 18 από τους 24 μαθητές συμμετέχουν στη χορωδία του σχολείου. Τι μέρος των μαθητών της τάξης συμμετέχει στη χορωδία;

(β) Σε μια τυπική συμφωνική ορχήστρα, οι 16 από τους 100 μουσικούς παίζουν βιολί. Τι μέρος των μουσικών της ορχήστρας παίζει βιολί;

12. Ο πίνακας παρουσιάζει τον αριθμό των νέων φοιτητών και φοιτητριών στη σχολή Επιστημών Υγείας ενός πανεπιστημίου.

Νέοι φοιτητές

Οδοντιατρική	72
--------------	----

Ιατρική	160
---------	-----

Φαρμακευτική	128
--------------	-----



(α) Τι μέρος των νέων φοιτητών έκανε εγγραφή στο Τμήμα Οδοντιατρικής;

(β) Τι μέρος των νέων φοιτητών έκανε εγγραφή στο Τμήμα Ιατρικής;

(γ) Τι μέρος των νέων φοιτητών έκανε εγγραφή στο Τμήμα Φαρμακευτικής;

13. (α) Να μετατρέψετε τους μικτούς αριθμούς σε καταχρηστικά κλάσματα.

$1\frac{5}{8} = \square$

$6\frac{1}{3} = \square$

$7\frac{1}{4} = \square$

$3\frac{5}{6} = \square$

$7\frac{4}{5} = \square$

$6\frac{1}{2} = \square$

$5\frac{2}{3} = \square$

$3\frac{5}{8} = \square$

$7\frac{3}{11} = \square$

$2\frac{3}{4} = \square$

(β) Να μετατρέψετε τα καταχρηστικά κλάσματα σε μικτούς αριθμούς.

$\frac{9}{8} = \square$

$\frac{12}{5} = \square$

$\frac{29}{4} = \square$

$\frac{17}{7} = \square$

$\frac{31}{6} = \square$

$\frac{43}{10} = \square$

$\frac{22}{3} = \square$

$\frac{41}{12} = \square$

$\frac{61}{6} = \square$

$\frac{39}{11} = \square$

14. Να συμπληρώσετε με τα σύμβολα $<$, $>$ ή $=$.

(α) $\frac{10}{3}$ $3\frac{1}{3}$ (β) $4\frac{2}{5}$ $\frac{20}{5}$ (γ) $2\frac{3}{8}$ $\frac{20}{8}$ (δ) $\frac{5}{2}$ $2\frac{4}{9}$

15. Να συμπληρώσετε με τα σύμβολα $>$, $<$, $=$.

$\frac{5}{7}$ $\frac{5}{9}$ $\frac{15}{16}$ $\frac{13}{16}$ $\frac{3}{7}$ $\frac{6}{11}$ $\frac{24}{32}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{14}{10}$ $\frac{5}{8}$

$\frac{3}{8}$ $\frac{11}{3}$ $\frac{11}{18}$ $\frac{7}{16}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{6}{7}$ $\frac{10}{12}$ $\frac{15}{18}$ $\frac{6}{9}$ $1\frac{1}{3}$

$3\frac{1}{2}$ $3\frac{2}{4}$ $1\frac{5}{6}$ $1\frac{8}{12}$ $\frac{25}{10}$ $2\frac{1}{2}$ $3\frac{1}{4}$ $\frac{9}{4}$ $\frac{13}{3}$ $\frac{16}{5}$

16. Να συμπληρώσετε με ένα δικό σας κλάσμα.

$$\frac{2}{9} < \square < \frac{3}{4}$$

$$\frac{4}{8} < \square < \frac{11}{12}$$

$$\frac{5}{11} < \square < \frac{5}{7}$$

$$\frac{2}{3} < \square < \frac{5}{6}$$

$$\frac{6}{8} < \square < \frac{7}{8}$$

$$\frac{3}{5} < \square < \frac{4}{5}$$

17. Να εκτιμήσετε κατά πόσο το αποτέλεσμα των πιο κάτω μαθηματικών προτάσεων είναι μικρότερο ή μεγαλύτερο από το 1. Να συμπληρώσετε με τα σύμβολα < ή >.

$$(α) \frac{1}{4} + \frac{9}{10} \square 1$$

$$(β) \frac{8}{4} + \frac{1}{5} \square 1$$

$$(γ) \frac{2}{5} + \frac{4}{9} \square 1$$



18. Να υπολογίσετε το αποτέλεσμα στο τετράδιό σας. Να γράψετε την απάντηση στην πιο απλή μορφή.

$$(α) \frac{2}{6} + \frac{3}{6} =$$

$$(β) \frac{7}{8} - \frac{5}{8} =$$

$$(γ) \frac{2}{3} + \frac{2}{9} =$$

$$(δ) \frac{5}{12} + \frac{2}{6} =$$

$$(ε) \frac{3}{4} - \frac{1}{8} =$$

$$(στ) \frac{3}{4} - \frac{3}{5} =$$

$$(ζ) \frac{5}{6} + \frac{5}{8} =$$

$$(η) 2\frac{1}{5} + 3\frac{2}{5} =$$

$$(θ) 7\frac{4}{6} - 3\frac{2}{6} =$$

$$(ι) 4\frac{1}{3} + 5\frac{2}{4} =$$

$$(ια) 3\frac{3}{4} - 2\frac{2}{3} =$$

$$(ιβ) 8\frac{1}{2} - 4\frac{2}{4} =$$

$$(ιγ) 10\frac{7}{8} + 2\frac{3}{4} =$$

$$(ιδ) 8\frac{1}{2} + 9\frac{3}{5} =$$

$$(ιε) 7\frac{4}{5} + 4\frac{5}{6} =$$

$$(ιστ) 8 - 5\frac{1}{3} =$$

$$(ιζ) 9 - 7\frac{4}{6} =$$

$$(ιη) 3\frac{1}{4} - 1\frac{2}{3} =$$

$$(ιθ) \frac{1}{6} + \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{4} \right) =$$

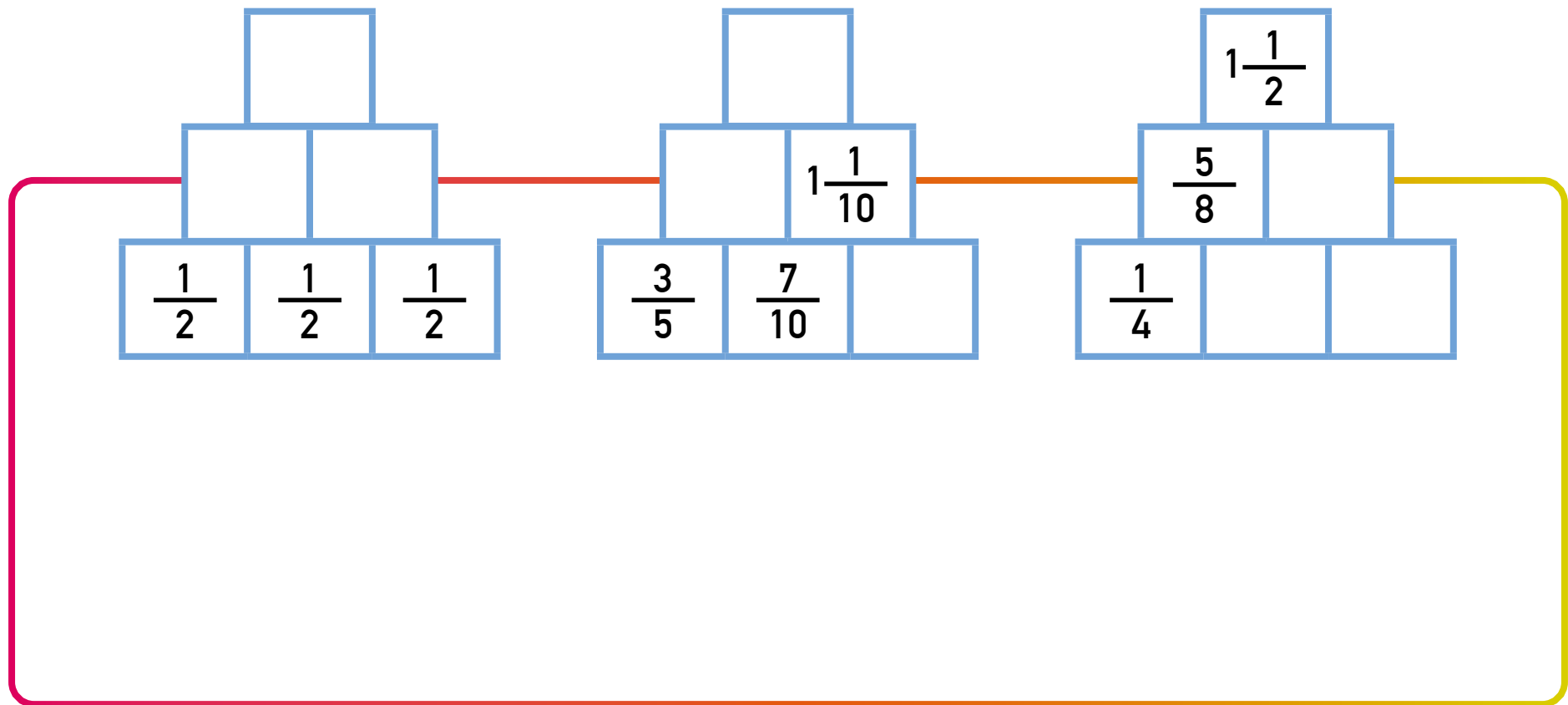
$$(κ) 8\frac{3}{4} - \left(4\frac{1}{3} + \frac{1}{4} \right) =$$

$$(κα) \frac{1}{3} + 12 + 1\frac{2}{6} =$$

$$(κβ) 25 - \left(\frac{7}{8} + 1\frac{1}{2} \right) =$$

$$(κγ) \left(4\frac{3}{4} + 5\frac{1}{8} \right) - \frac{6}{7} = \quad (κδ) 9\frac{2}{8} - 1\frac{1}{3} + \frac{2}{5} =$$

19. Να συμπληρώσετε τις πυραμίδες πρόσθεσης.



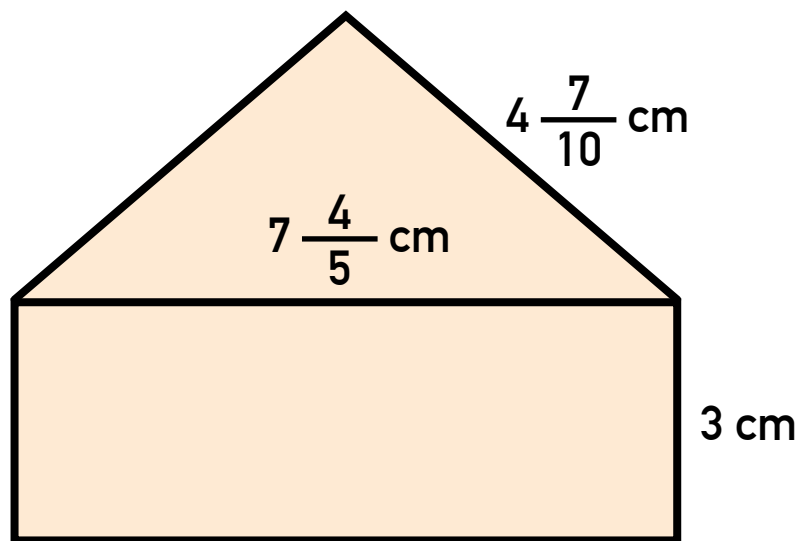
20. Να επιλύσετε τα προβλήματα. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

(α) Η Κυριακή αγόρασε ένα κομμάτι κορδέλας. Χρησιμοποίησε το $\frac{1}{4}$ της κορδέλας για τη διακόσμηση μιας συσκευασίας δώρου και το $\frac{1}{8}$ της κορδέλας για την κατασκευή ενός φιόγκου. Τι μέρος της κορδέλας περίσσεψε;

(β) Η συνολική μάζα δύο αντικειμένων που τοποθετήθηκαν σε ένα πακέτο είναι $4\frac{3}{5}$ kg. Αν το ένα από τα δύο αντικείμενα ζυγίζει $1\frac{3}{4}$ kg, πόσο ζυγίζει το άλλο αντικείμενο;

(γ) Το μήκος ενός ορθογώνιου οικοπέδου είναι κατά $14\frac{3}{5}$ m μεγαλύτερο από το πλάτος του. Πόσο είναι το μήκος του οικοπέδου, αν το πλάτος του είναι $17\frac{2}{5}$ m;

21. Το πιο κάτω σχήμα αποτελείται από ένα ισοσκελές τρίγωνο και ένα ορθογώνιο. Να υπολογίσετε την περίμετρό του.



22. Να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή κάθε παράστασης, αν $\mathbf{v} = \frac{3}{8}$. Να γράψετε την απάντηση στην πιο απλή μορφή.

$$\text{(α)} \mathbf{v} + 4 \frac{2}{8}$$

$$\text{(β)} \frac{15}{16} - \mathbf{v}$$

$$\text{(γ)} \frac{1}{2} + \mathbf{v} - \frac{2}{3}$$

23. Να υπολογίσετε την τιμή του \mathbf{V} σε κάθε περίπτωση. Να γράψετε την απάντηση στην πιο απλή μορφή.

$$(α) \mathbf{V} + \frac{1}{3} = \frac{5}{7}$$

$$(β) \frac{3}{8} + \mathbf{V} = \frac{3}{4}$$

$$(γ) 4 \frac{3}{5} - \mathbf{V} = 2 \frac{1}{3}$$

24. Να επιλύσετε τα προβλήματα. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

Ⓐ

(α) Ο κύριος Μάριος προσφέρει μαθήματα επιτραπέζιας αντισφαίρισης. Έχει συνολικά 90 μαθητές/μαθήτριες. Τα $\frac{5}{9}$ των μαθητών/μαθητριών είναι ηλικίας 8-12 ετών, ενώ οι υπόλοιποι μαθητές/μαθήτριες είναι άνω των 12 ετών. Πόσοι/πόσες μαθητές/μαθήτριες του κύριου Μάριου είναι άνω των 12 ετών.

(β) Ο Χρίστος είχε 32 κάρτες με τους αγαπημένους του ποδοσφαιριστές. Χάρισε τα $\frac{3}{8}$ των καρτών του στον φίλο του τον Άρη. Πόσες κάρτες του έμειναν;

(γ) Η Μυρτώ χρησιμοποίησε κεφαλοτύρι, φέτα και κασέρι, για να παρασκευάσει μία τυρόπιτα. Η συνολική ποσότητα των τυριών ήταν ίση με 1 κιλό. Η γραβιέρα ζύγιζε $\frac{2}{5}$ kg και το κεφαλοτύρι ζύγιζε $\frac{1}{4}$ kg. Πόσα γραμμάρια ζύγιζε το κασέρι;

(δ) Ο κύριος Φίλιππος έχει ένα εργαστήριο παρασκευής φρέσκων χυμών. Χρησιμοποίησε συνολικά 640 L χυμού από μήλα, πορτοκάλια και ροδάκινα, για να παρασκευάσει ανάμικτο χυμό. Το $\frac{1}{4}$ της συνολικής ποσότητας ήταν χυμός μήλου, τα $\frac{3}{8}$ ήταν χυμός ροδάκινο και το υπόλοιπο μέρος ήταν χυμός πορτοκάλι. Πόσα λίτρα από κάθε είδος χυμού χρησιμοποίησε;

B

(α) Η Ελίζα αγόρασε ένα καινούριο ενυδρείο. Έβαλε μέσα 24 L νερού. Το ενυδρείο γέμισε κατά τα $\frac{4}{5}$. Πόση είναι η συνολική ποσότητα νερού που χωράει στο ενυδρείο;

(β) Ο Κώστας ξόδεψε τα $\frac{3}{5}$ των αποταμιεύσεων του για την αγορά ενός ηλεκτρονικού υπολογιστή. Του έμειναν €240. Πόσο ήταν το ποσό που είχε αποταμιεύσει αρχικά ο Κώστας;

(γ) Τα $\frac{3}{5}$ των παιδιών ενός σχολείου είναι αγόρια. Πόσα είναι όλα τα παιδιά του σχολείου, αν τα κορίτσια είναι 72;

(δ) Στις κοινοτικές εκλογές υπήρχαν τρεις υποψήφιοι. Ο πρώτος υποψήφιος συγκέντρωσε 4000 ψήφους και ο δεύτερος 6000 ψήφους. Ο τρίτος υποψήφιος συγκέντρωσε το $\frac{1}{3}$ του συνολικού αριθμού των ψήφων. Ποιος ήταν ο συνολικός αριθμός των ψήφων;

25. Να επιλύσετε τα προβλήματα.

(α) Ο Δημήτρης είναι 2 χρόνια μεγαλύτερος από την Άντρεα, η οποία είναι 21 χρόνια μεγαλύτερη από τον Τάσο. Η ηλικία του Τάσου είναι ίση με τα $\frac{2}{3}$ της ηλικίας της Νάγιας. Η Νάγια είναι 18 χρονών. Πόσο χρονών είναι ο Δημήτρης;

(β) Ο Μάνος πολλαπλασίασε τον αριθμό x επί 2 και πρόσθεσε 15. Τέλος, υπολόγισε το $\frac{1}{5}$ του αποτελέσματος που βρήκε. Κατέληξε στον αριθμό 13. Ποιος είναι ο αριθμός x ;

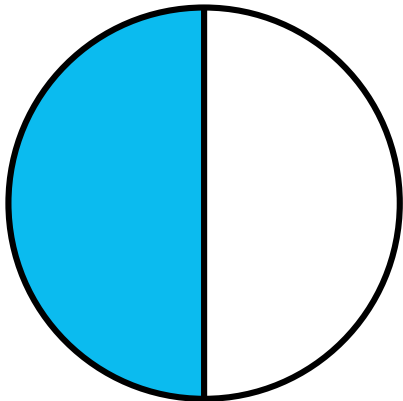
(γ) Ο Κυριάκος είναι χημικός. Παρατηρεί την αύξηση ενός συγκεκριμένου είδους βακτηρίων μέσα σε ένα δοχείο. Καθεμιά ώρα ο αριθμός των βακτηρίων διπλασιάζεται. Χρειάστηκαν 20 ώρες, για να γεμίσει το δοχείο εντελώς. Πόσες ώρες χρειάστηκαν, για να γεμίσει το δοχείο κατά το $\frac{1}{2}$;



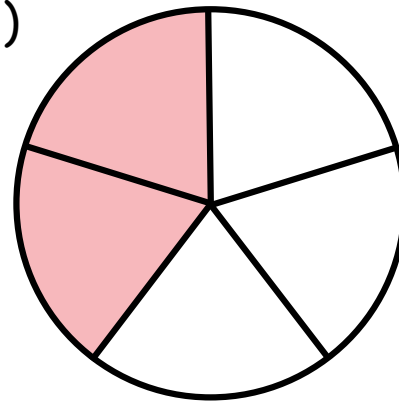
Δραστηριότητες εμπλουτισμού

1. Να εκφράσετε με κλάσμα το μέρος της επιφάνειας που είναι σκιασμένο.

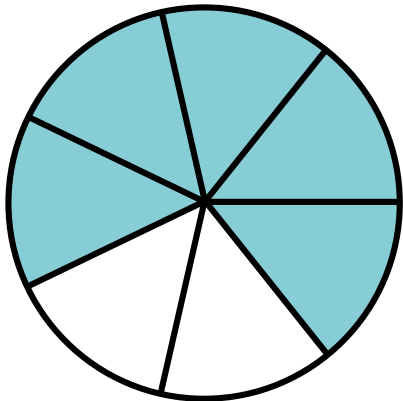
(α)



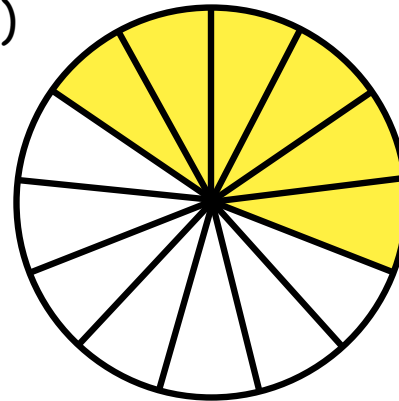
(β)



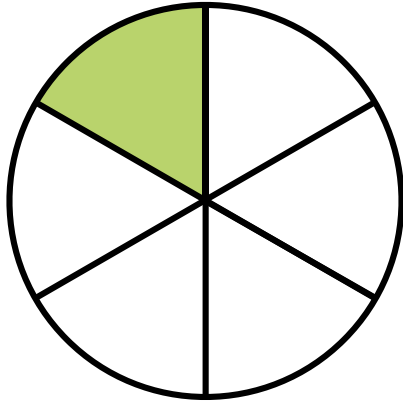
(γ)



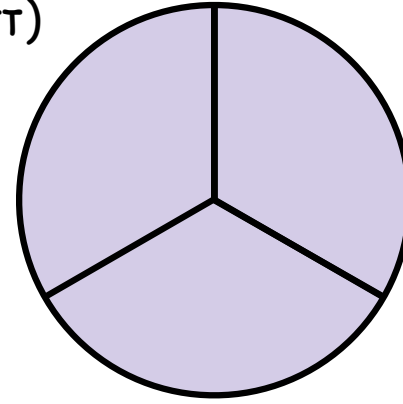
(δ)



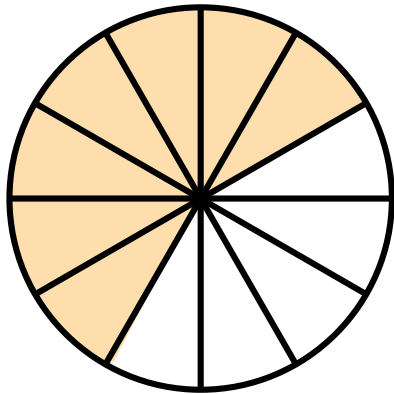
(ε)



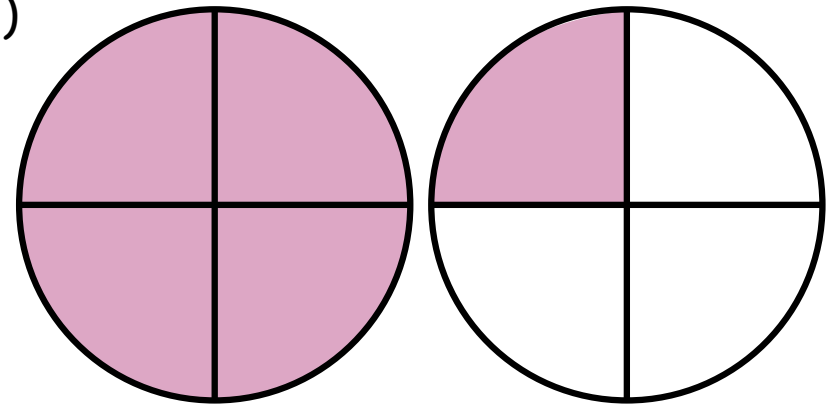
(στ)



(ζ)

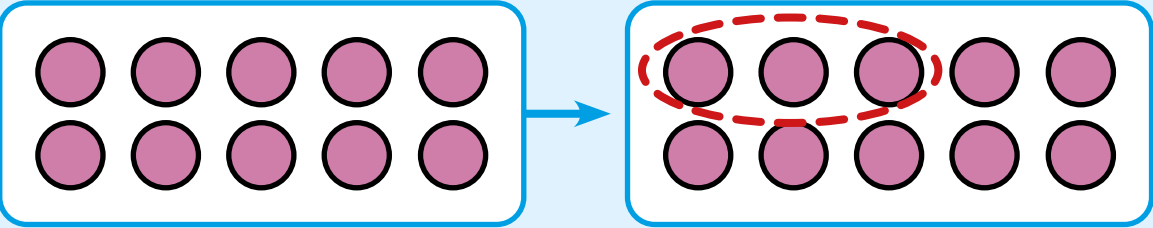


(η)



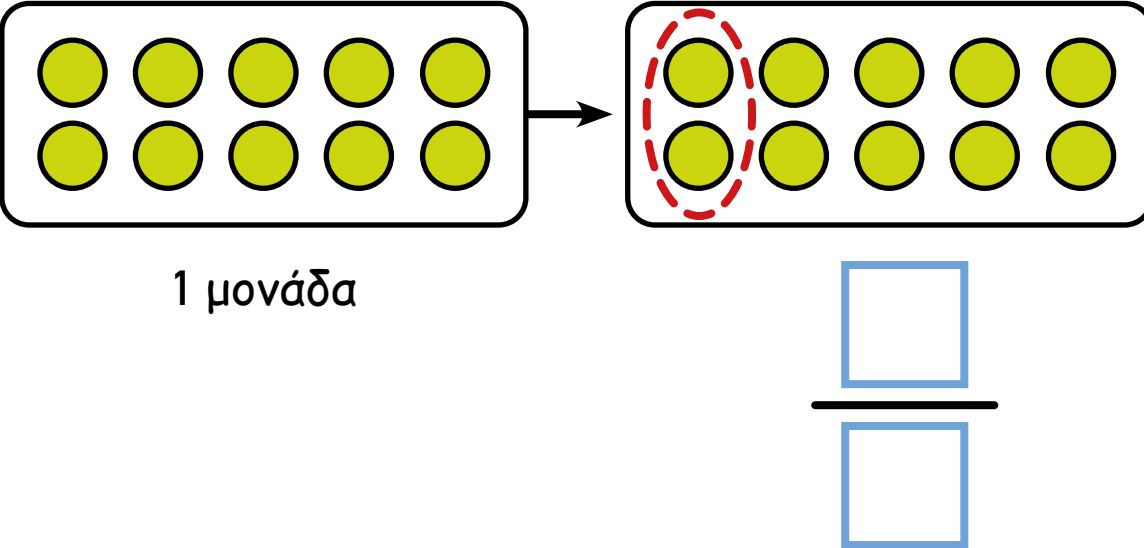
2. Να γράψετε το κλάσμα που παρουσιάζει κάθε εικόνα, όπως στο παράδειγμα.

Παράδειγμα:



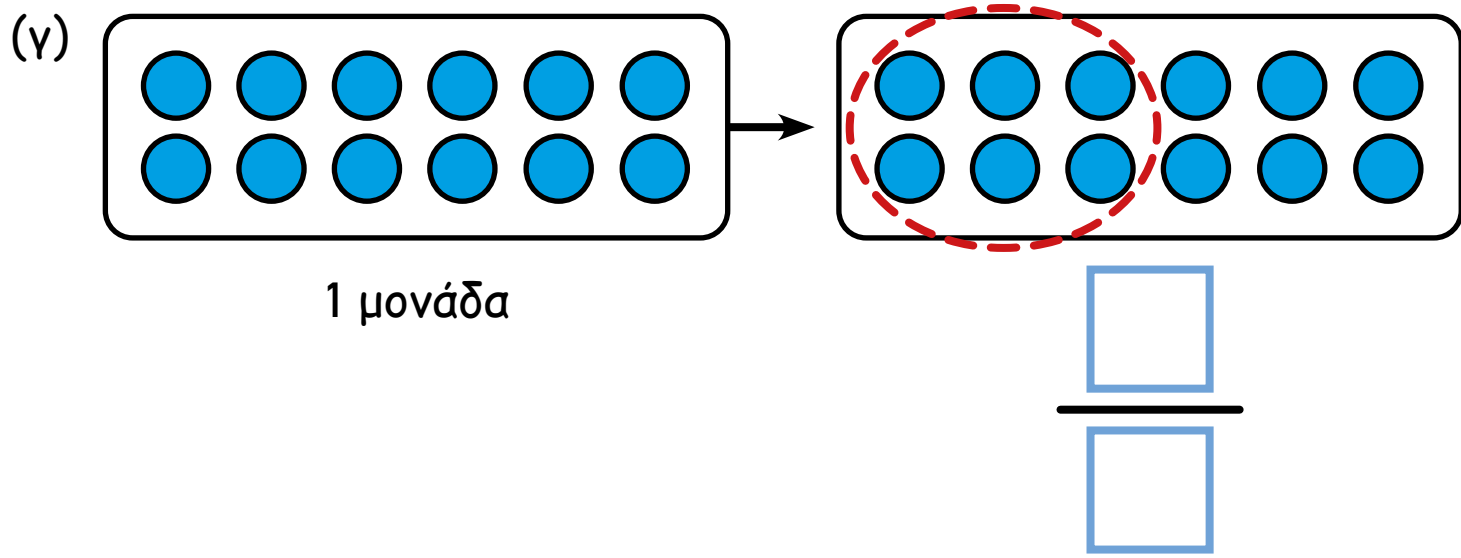
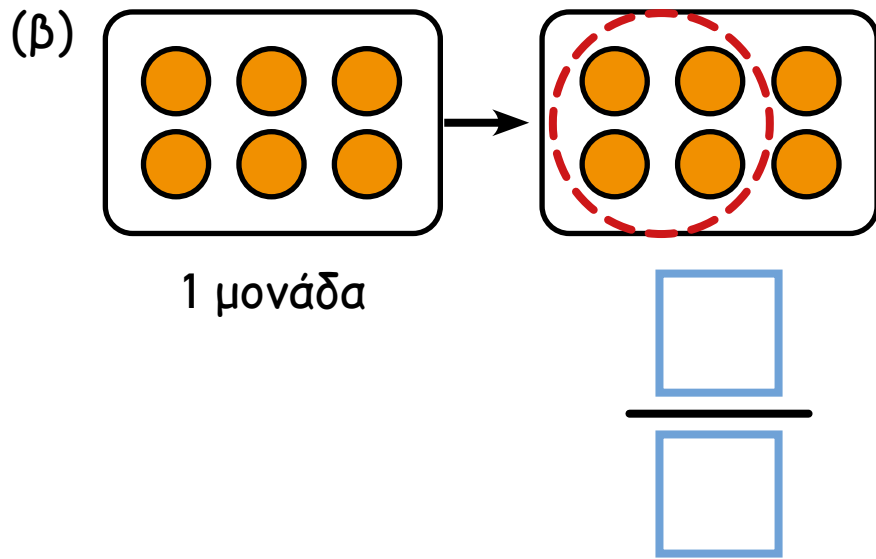
1 μονάδα $\frac{3}{10}$

(a)



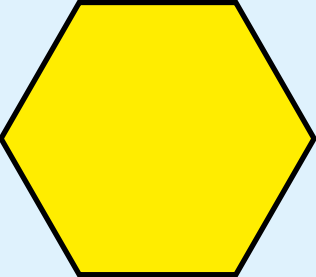
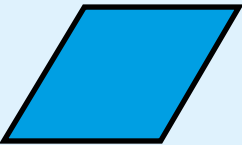
1 μονάδα

$$\frac{\square}{\square}$$

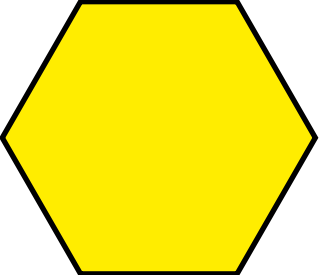
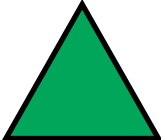


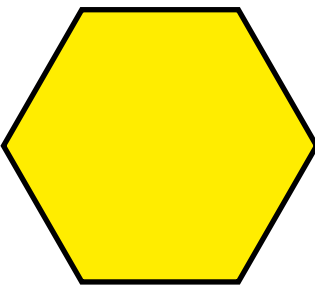
3. Να παρατηρήσετε τις σχέσεις στα σχήματα μοτίβου και να γράψετε τι μέρος του πρώτου σχήματος είναι το δεύτερο σχήμα, όπως στο παράδειγμα.

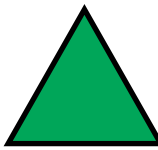
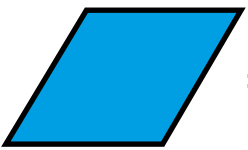
Παράδειγμα:


$$A_{\nu} \text{  = 1 \quad \text{τότε} \quad \text{} = \frac{1}{3}$$

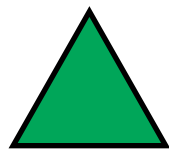
$$(a) A_{\nu} \text{ } = 1 \quad \text{τότε} \quad \text{} = \underline{\hspace{2cm}}$$


$$(b) A_{\nu} \text{ } = 1 \quad \text{τότε} \quad \text{} = \underline{\hspace{2cm}}$$

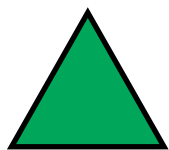
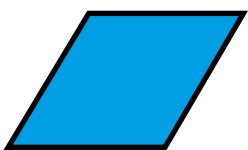
(γ) A_v  = 1

τότε   = _____

(δ) A_v  = 1

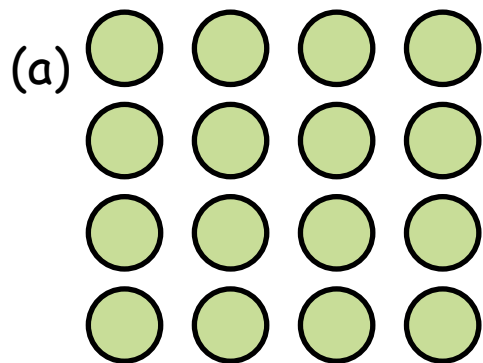
τότε  = _____

(ε) A_v  = 1

τότε   = _____



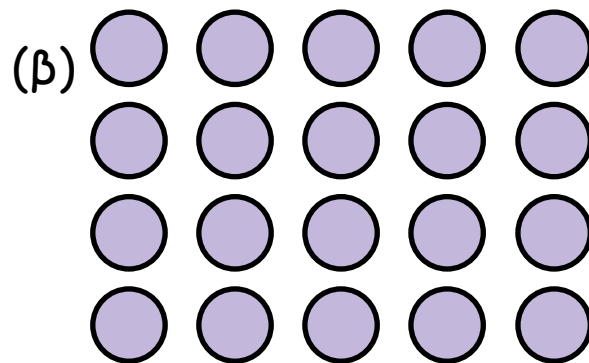
4. Να υπολογίσετε:



το $\frac{1}{4}$ του 16 = _____

τα $\frac{2}{4}$ του 16 = _____

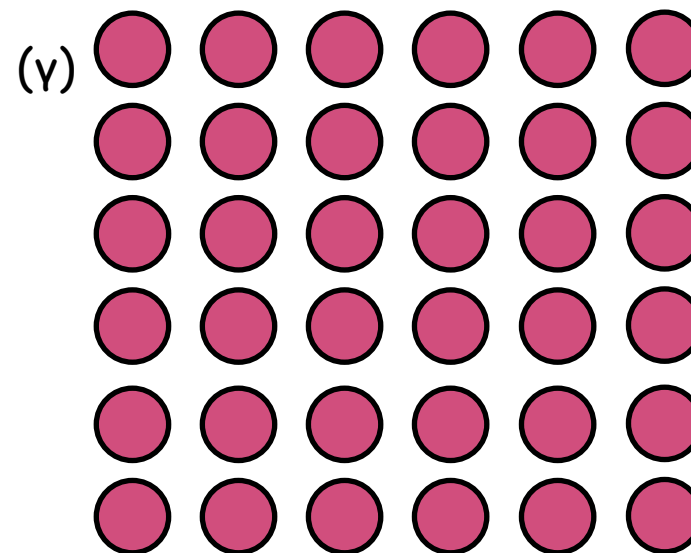
τα $\frac{3}{4}$ του 16 = _____



το $\frac{1}{5}$ του 20 = _____

τα $\frac{2}{5}$ του 20 = _____

τα $\frac{4}{5}$ του 20 = _____



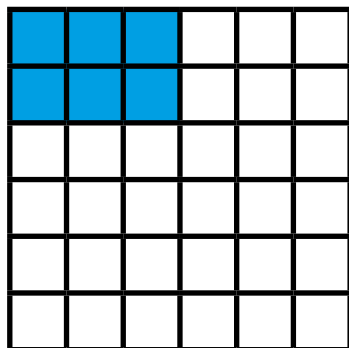
το $\frac{1}{6}$ του 36 = _____

τα $\frac{4}{6}$ του 36 = _____

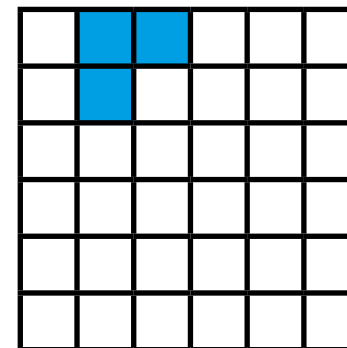
τα $\frac{5}{6}$ του 36 = _____

5. Να σχεδιάσετε ολόκληρο το σχήμα σε κάθε περίπτωση, αν η γαλάζια επιφάνεια αποτελεί:

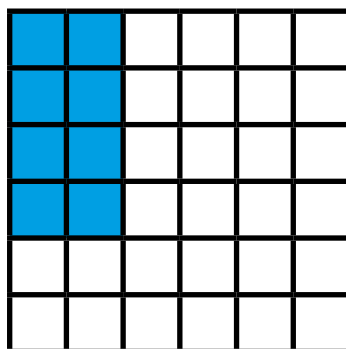
(α) το $\frac{1}{5}$ ολόκληρου του σχήματος



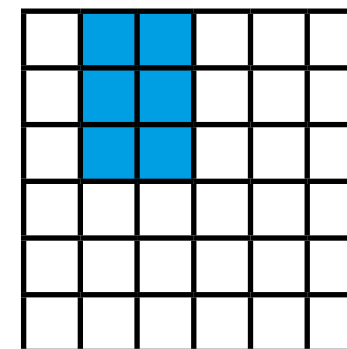
(β) το $\frac{1}{4}$ ολόκληρου του σχήματος



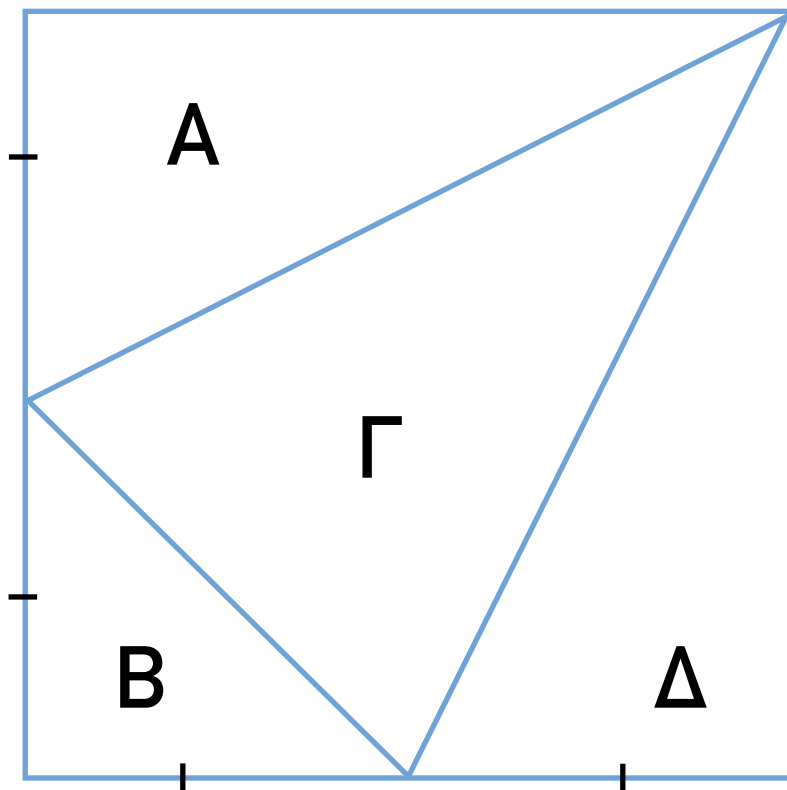
(γ) τα $\frac{2}{3}$ ολόκληρου του σχήματος



(δ) τα $\frac{3}{5}$ ολόκληρου του σχήματος



6. Να βρείτε τι μέρος του πιο κάτω τετραγώνου αναπαριστά καθένα από τα τρίγωνα Α, Β, Γ και Δ.



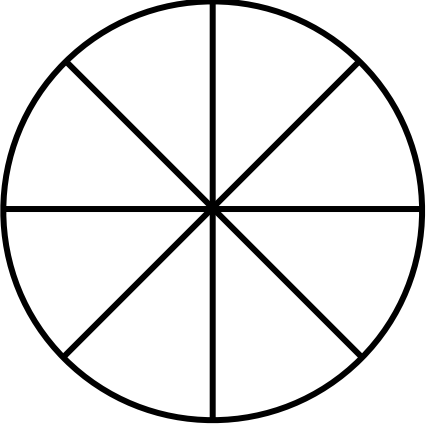
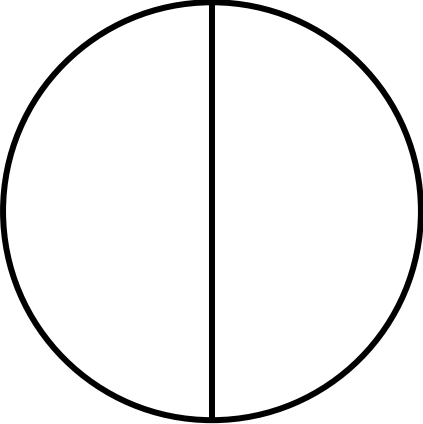
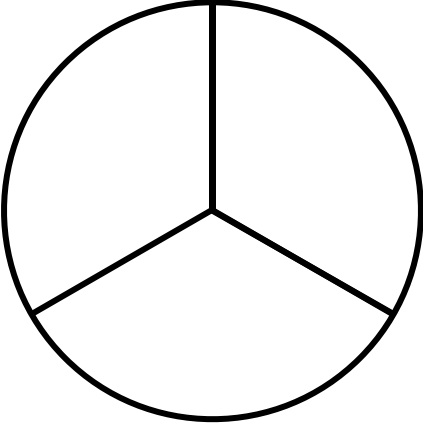
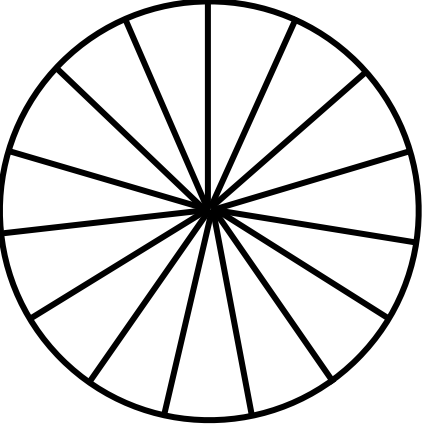
$$Α = \square$$

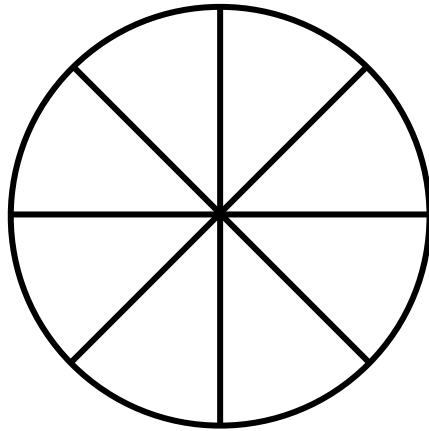
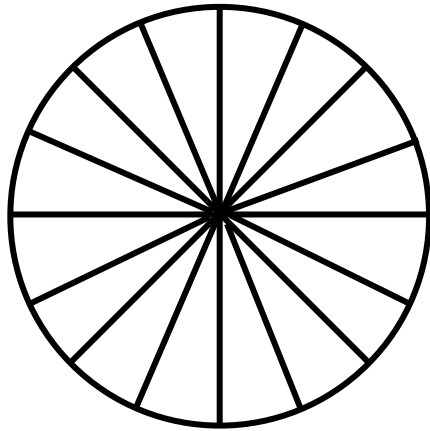
$$Β = \square$$

$$Γ = \square$$

$$Δ = \square$$

7. Να σκιάσετε και να συμπληρώσετε τις ισότητες.

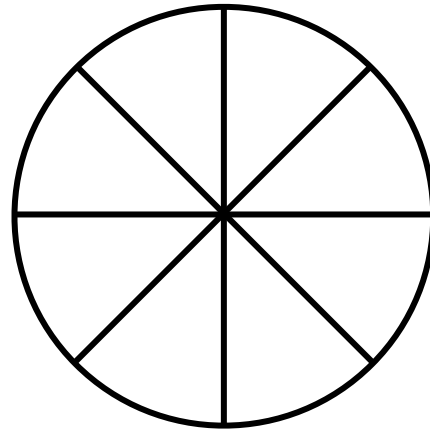
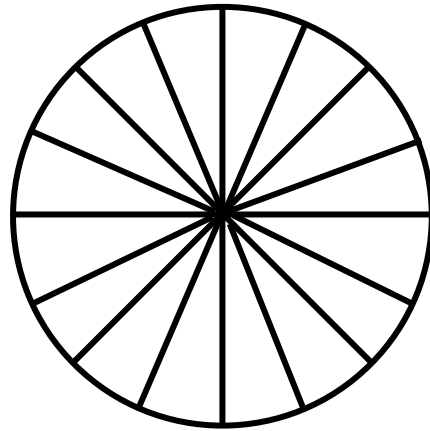
			
$\frac{4}{8} = \frac{\square}{\square}$		$\frac{2}{3} = \frac{\square}{\square}$	



$$\frac{10}{16}$$

=

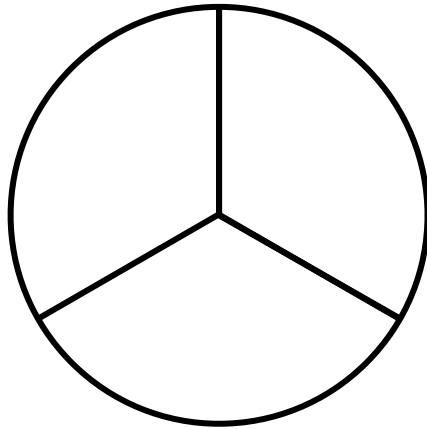
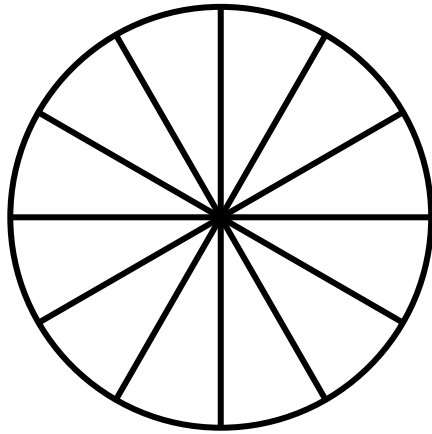
$$\frac{\square}{\square}$$



$$\frac{6}{16}$$

=

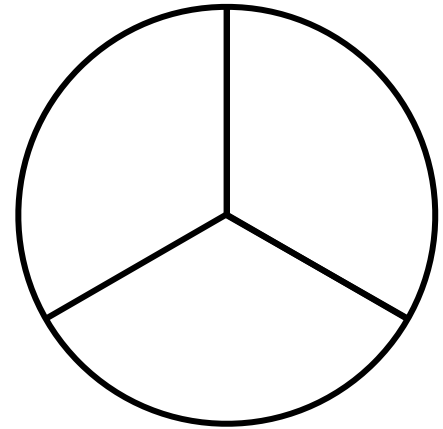
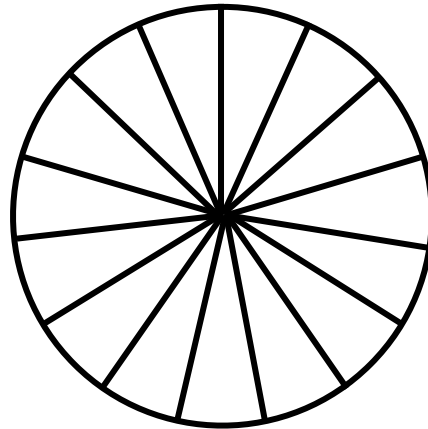
$$\frac{\square}{\square}$$



$$\frac{4}{12}$$

=

$$\frac{\square}{\square}$$



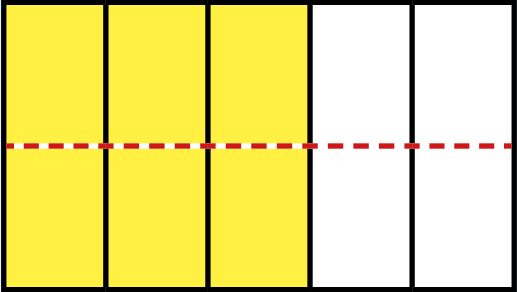
$$\frac{10}{15}$$

=

$$\frac{\square}{\square}$$

8. Να διαχωρίσετε το ορθογώνιο με κατάλληλο τρόπο, ώστε να αναπαραστήσετε τα ισοδύναμα κλάσματα, όπως στο παράδειγμα.

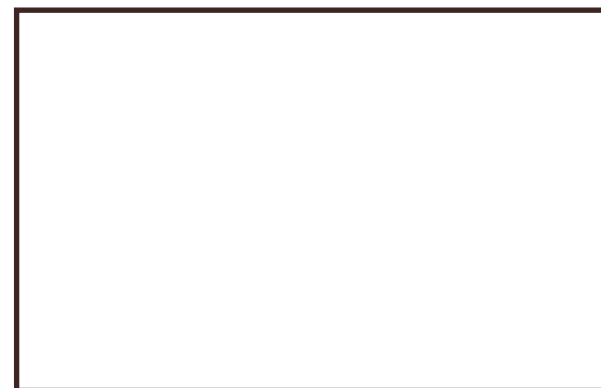
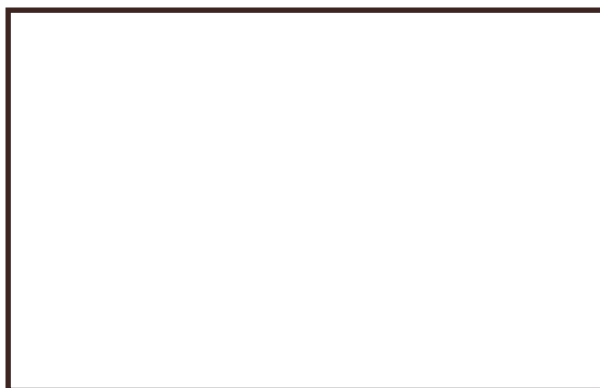
Παράδειγμα:


$$\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$$

(α) $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$

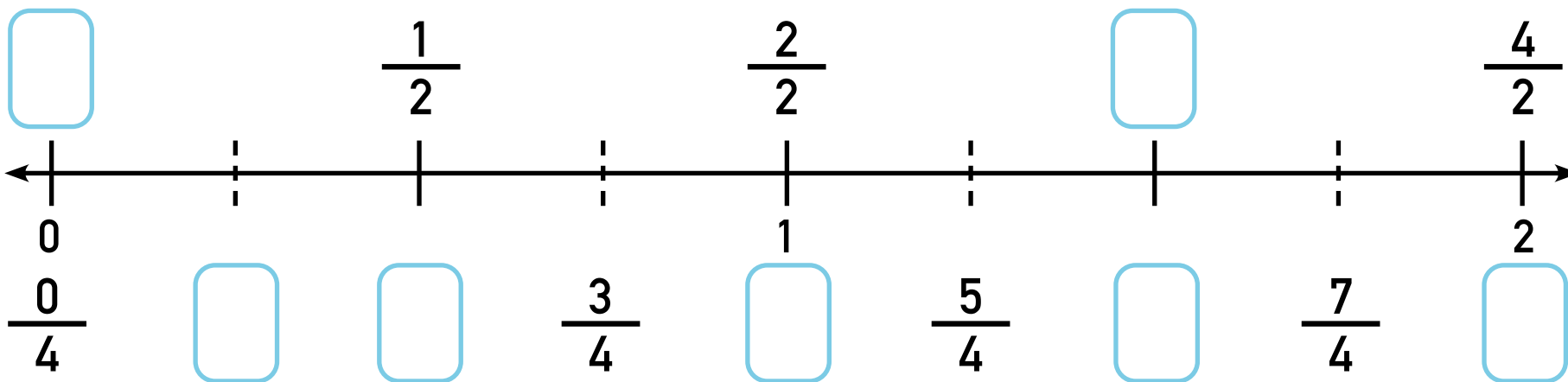
(β) $\frac{1}{4} = \frac{2}{8}$

(γ) $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$

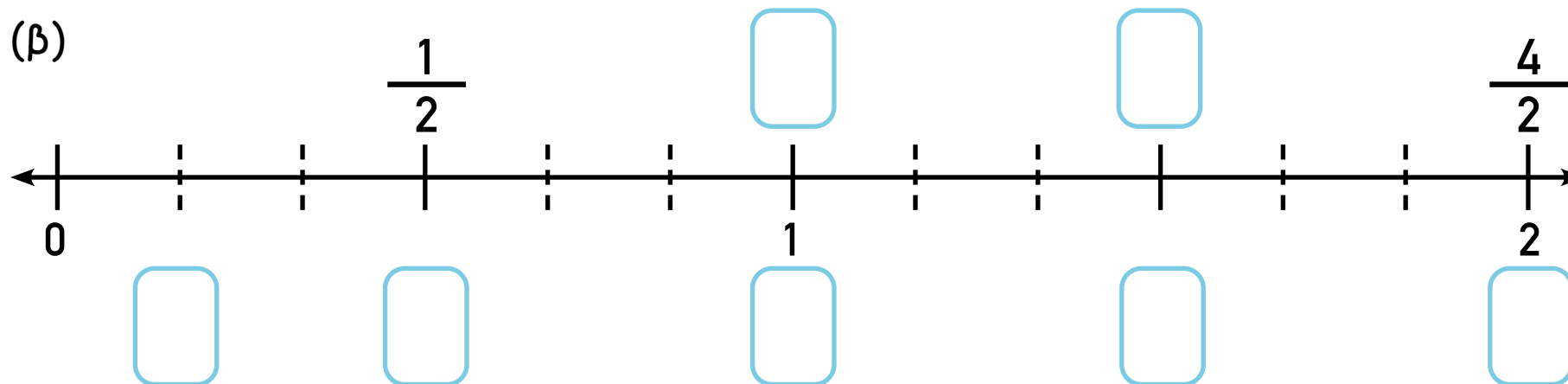


9. Να συμπληρώσετε τις αριθμητικές γραμμές.

(α)

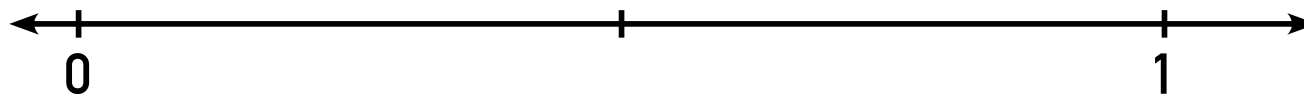


(β)

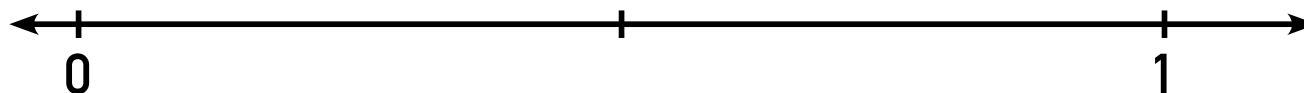


10. Να τοποθετήσετε κατά προσέγγιση τα κλάσματα στην αριθμητική γραμμή.

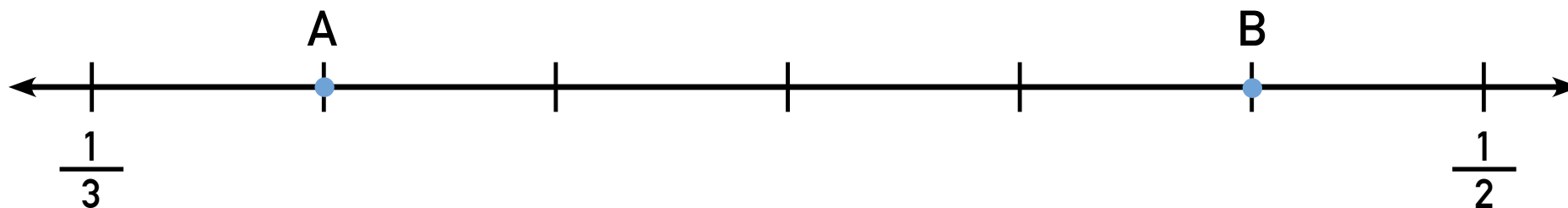
(α) $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{8}$



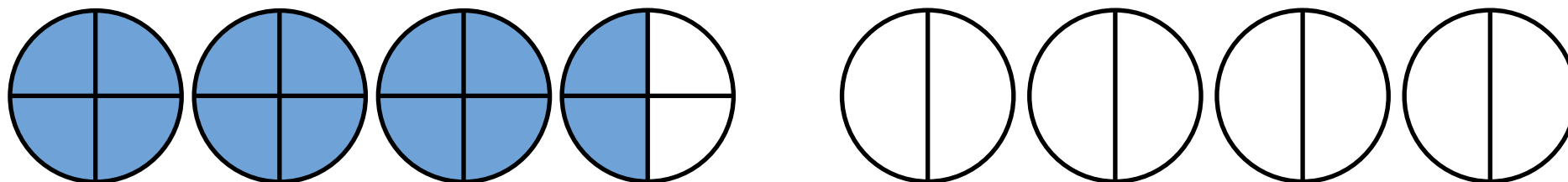
(β) $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{2}{3}$



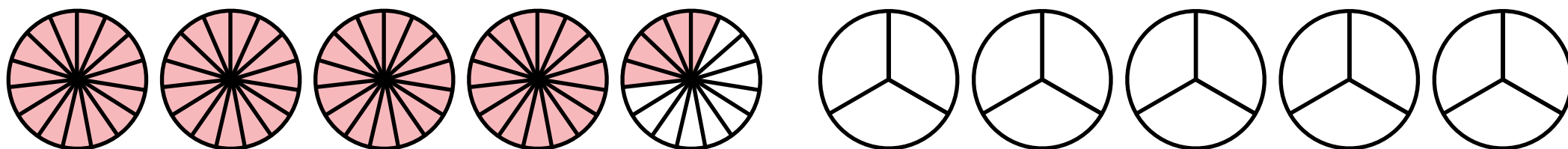
11. Να σημειώσετε στην πιο κάτω αριθμητική γραμμή τον αριθμό που αναπαριστά το γράμμα Α και τον αριθμό που αναπαριστά το γράμμα Β.



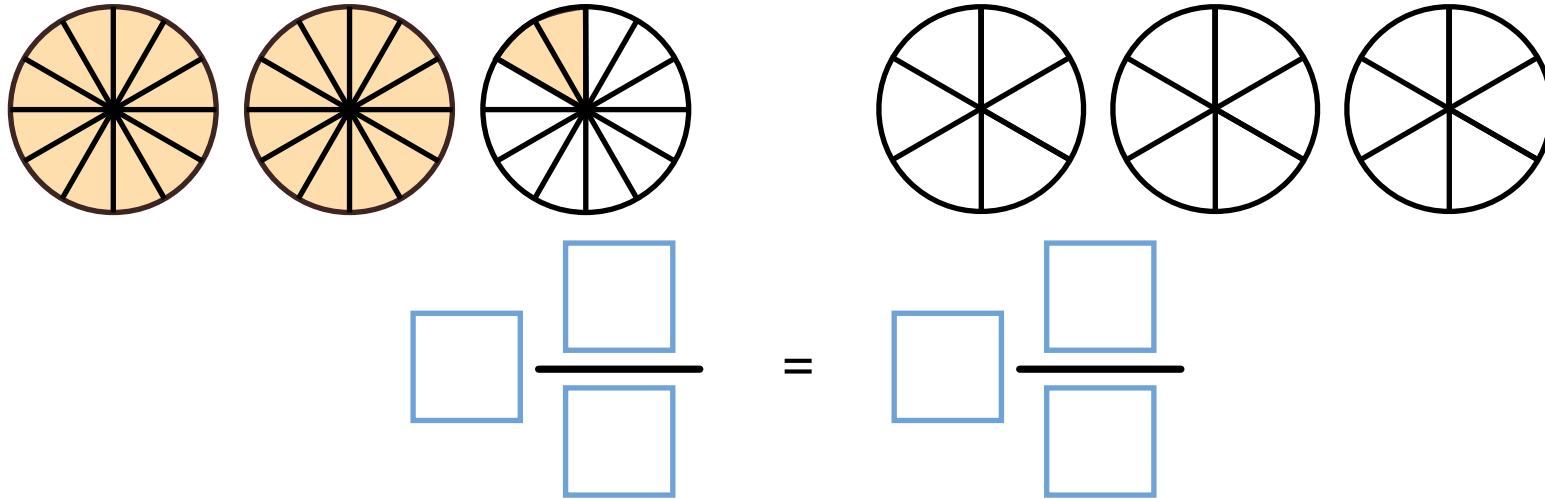
12. Να σκιάσετε και να συμπληρώσετε τις ισότητες.



$$\square \frac{\square}{\square} = \square \frac{\square}{\square}$$

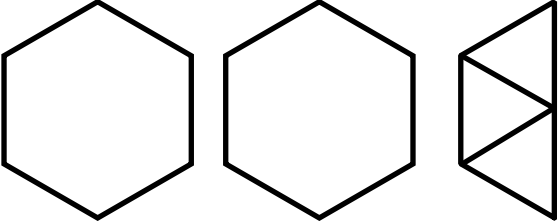
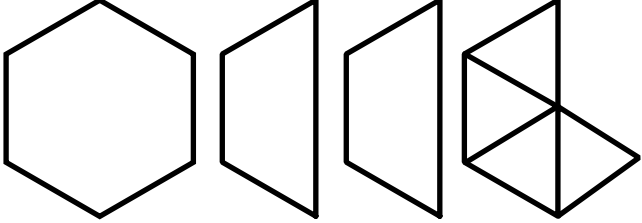
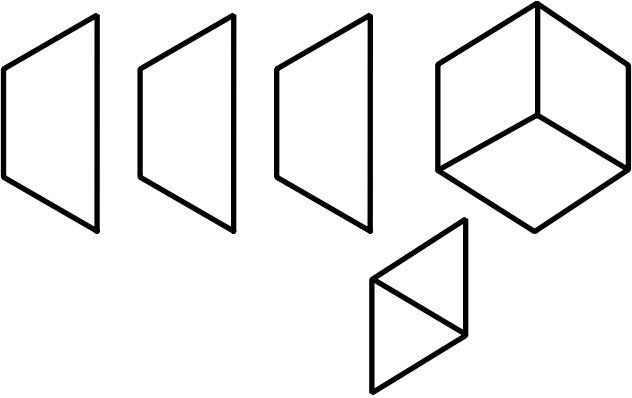


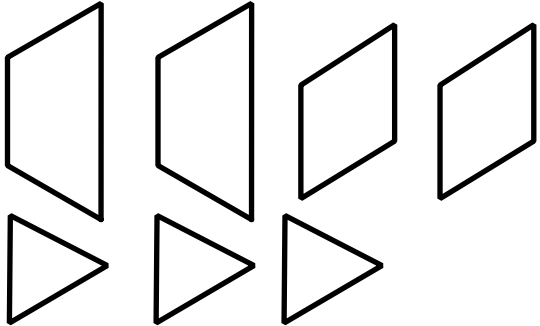
$$\square \frac{\square}{\square} = \square \frac{\square}{\square}$$



13. Να γράψετε τον μικτό αριθμό και το καταχρηστικό κλάσμα που αναπαριστούν τα πιο κάτω σχήματα, αν το εξάγωνο είναι ίσο με 1 μονάδα.

	Μικτός αριθμός	Καταχρηστικό κλάσμα

	Μικτός αριθμός	Καταχρηστικό κλάσμα
		
		
		

	Μικτός αριθμός	Καταχρηστικό κλάσμα
		

14. Δίνονται οι πιο κάτω αριθμοί.

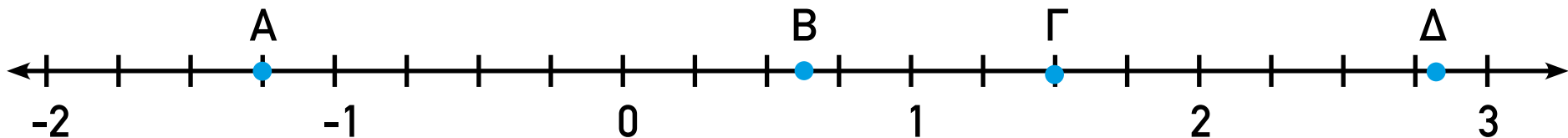
$$2\frac{4}{5}$$

$$-1\frac{1}{4}$$

$$\frac{3}{2}$$

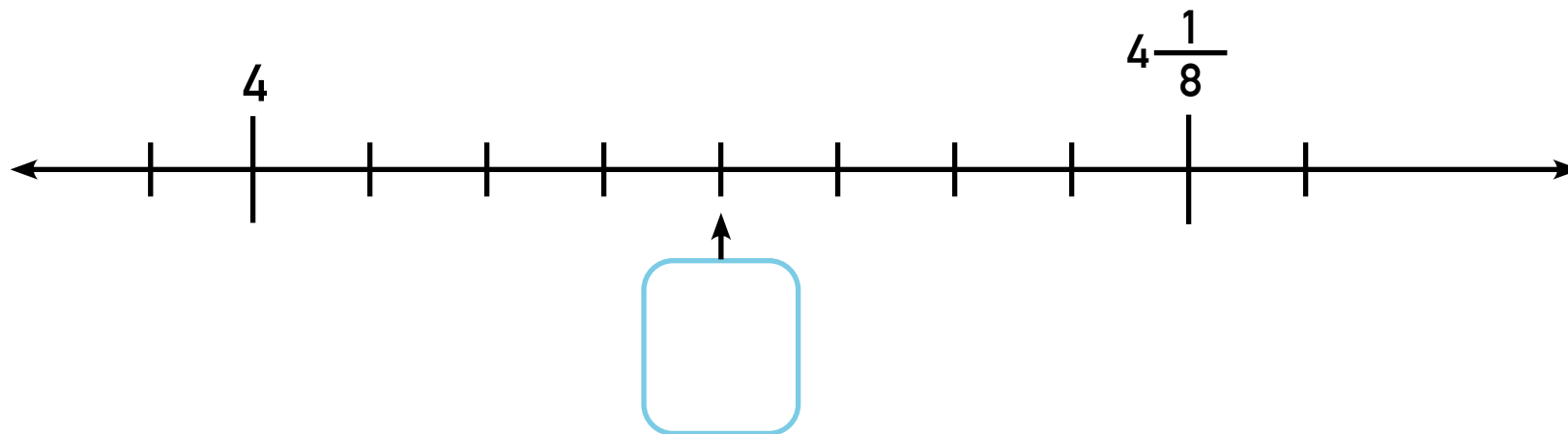
$$\frac{65}{100}$$

Σε ποιο από τα πιο κάτω γράμματα αντιστοιχεί ο κάθε αριθμός; Να τον σημειώσετε στην αριθμητική γραμμή.

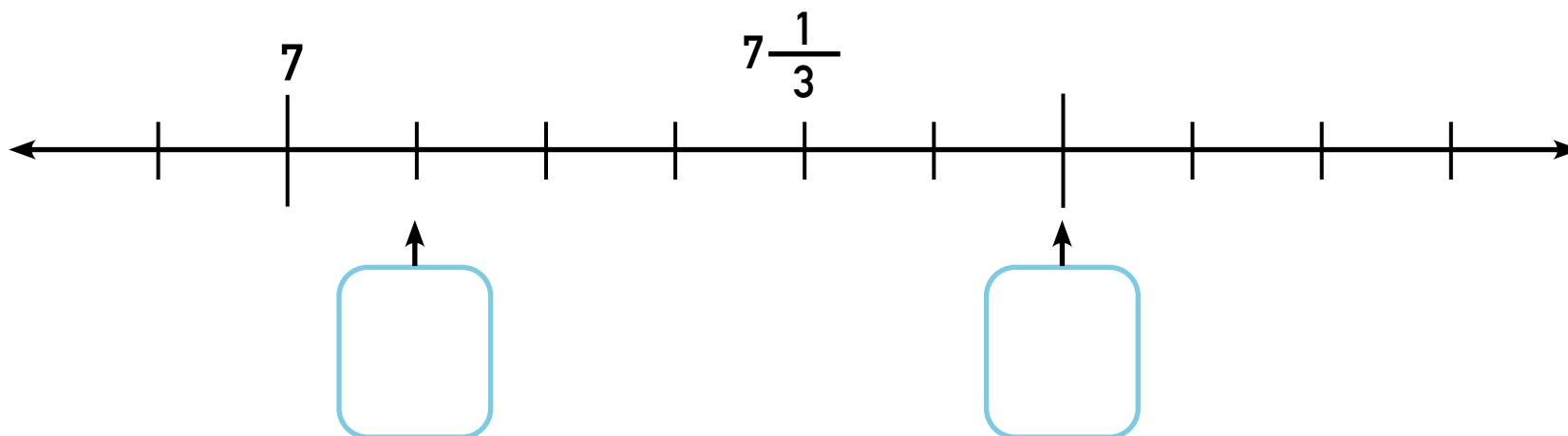


15. Να γράψετε στο κουτί τον αριθμό που δείχνει το βέλος σε κάθε αριθμητική γραμμή.

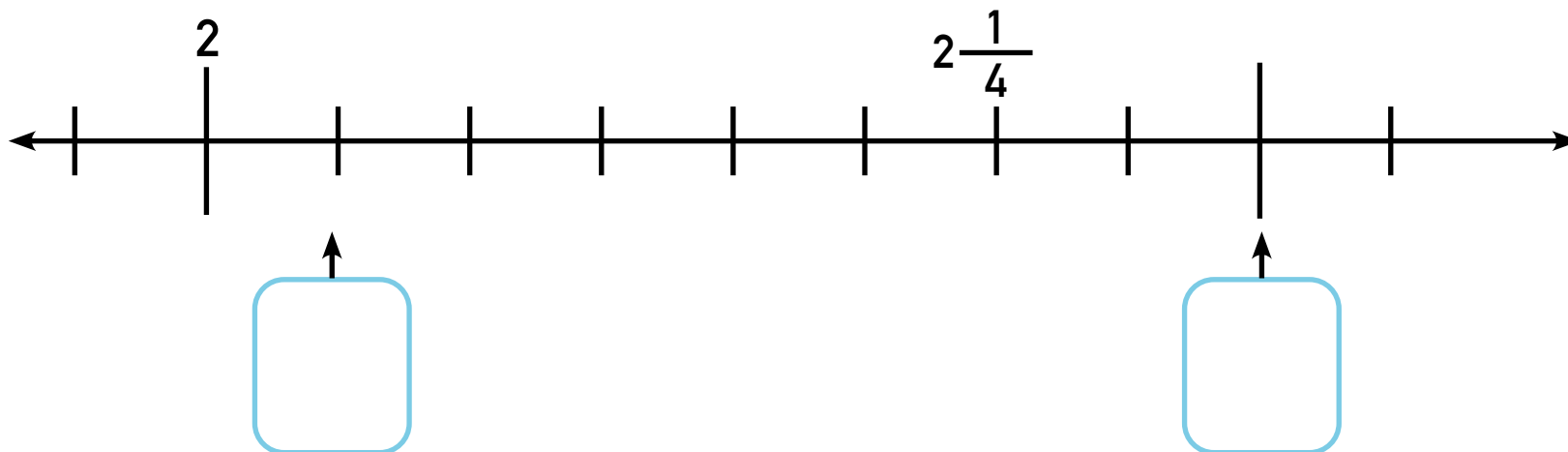
(α)



(β)



(γ)



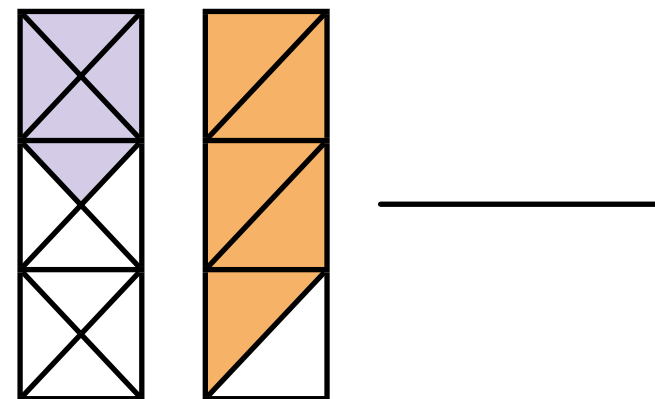
16. Να συμπληρώσετε, όπως στο παράδειγμα.

Παράδειγμα:

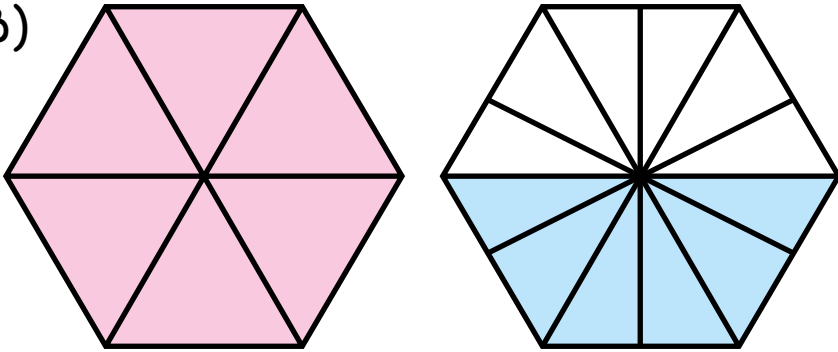
$\frac{1}{6} > \frac{1}{8}$

The example shows two circles. The first circle is divided into 6 equal sectors, with 1 sector shaded blue. The second circle is divided into 8 equal sectors, with 1 sector shaded yellow. Below the circles is the inequality $\frac{1}{6} > \frac{1}{8}$.

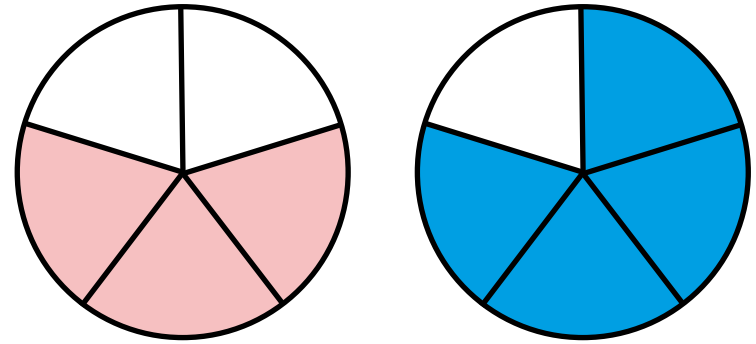
(α)



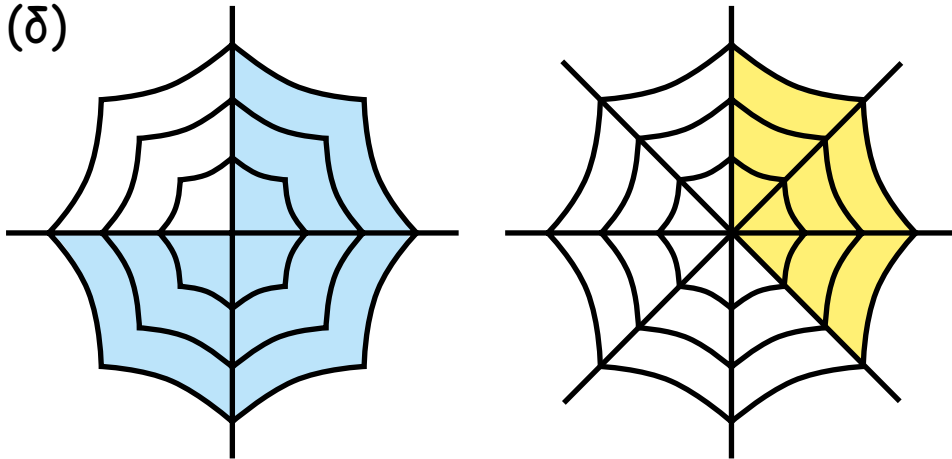
(β)



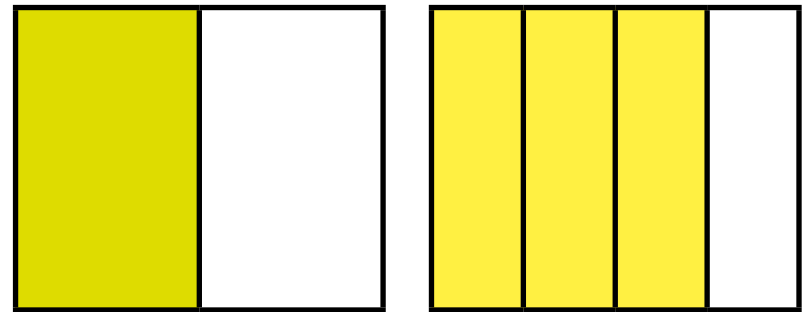
(γ)



(δ)



(ε)



17. Να γράψετε τα κλάσματα στην κατάλληλη στήλη.

$$\frac{49}{50}$$

$$\frac{2}{36}$$

$$\frac{14}{30}$$

$$\frac{9}{10}$$

$$\frac{12}{25}$$

$$\frac{4}{9}$$

$$\frac{13}{15}$$

$$\frac{1}{19}$$

$$\frac{3}{20}$$

$$\frac{95}{100}$$

Πλησιέστερα στο 0	Πλησιέστερα στο $\frac{1}{2}$	Πλησιέστερα στο 1

18. Να βάλετε σε κύκλο την ανισότητα που ισχύει, αν $\alpha = \frac{3}{10}$, $\beta = \frac{1}{4}$ και $\gamma = \frac{4}{15}$.

$$\alpha < \gamma < \beta$$

$$\beta < \gamma < \alpha$$

$$\beta < \alpha < \gamma$$

$$\gamma < \beta < \alpha$$

19. Να βάλετε σε κύκλο την ορθή απάντηση, ώστε να ισχύει:

A. $\alpha = 2,$
 $\beta = 14$

B. $\alpha = 3,$
 $\beta = 11$

Γ. $\alpha = 2,$
 $\beta = 13$

Δ. $\alpha = 2,$
 $\beta = 15$

$$\frac{\alpha}{5} < \frac{1}{2} < \frac{7}{\beta}$$

20. Σε μια αριθμητική γραμμή το διάστημα από το $\frac{1}{5}$ μέχρι το $\frac{1}{4}$ θα χωριστεί σε 3 ίσα τμήματα. Ποιος αριθμός θα βρίσκεται μετά το $\frac{1}{5}$;

A. $\frac{4}{20}$

B. $\frac{5}{20}$

Γ. $\frac{13}{60}$

Δ. $\frac{9}{40}$

E. $\frac{17}{80}$

21. Οι αριθμοί κ και μ είναι θετικοί αριθμοί. Να συγκρίνετε τους αριθμούς κ και μ , όπως στο παράδειγμα.

Παράδειγμα: $\kappa + \frac{1}{4} = \mu + \frac{1}{3}$

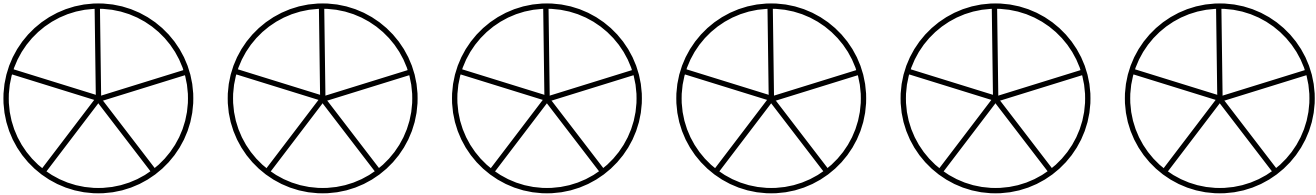
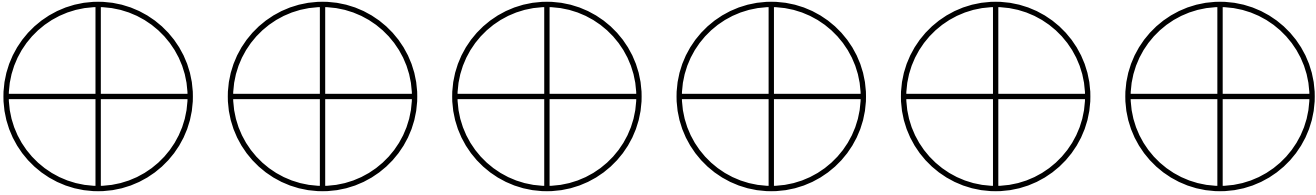
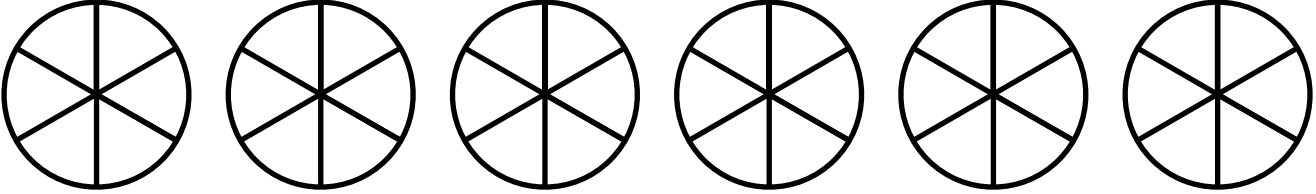
Το κ είναι μεγαλύτερο από το μ ,
γιατί $\frac{1}{4} < \frac{1}{3}$

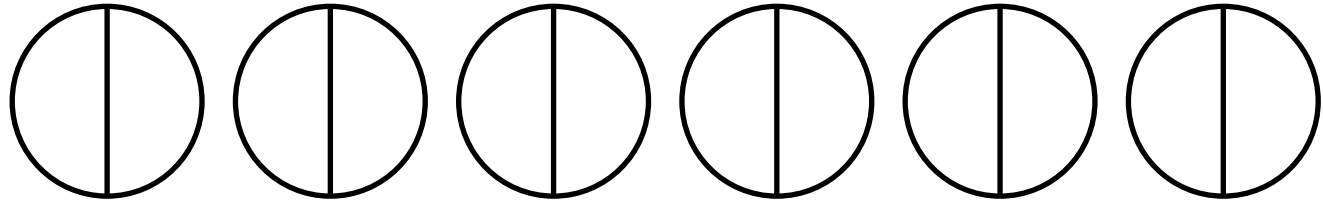
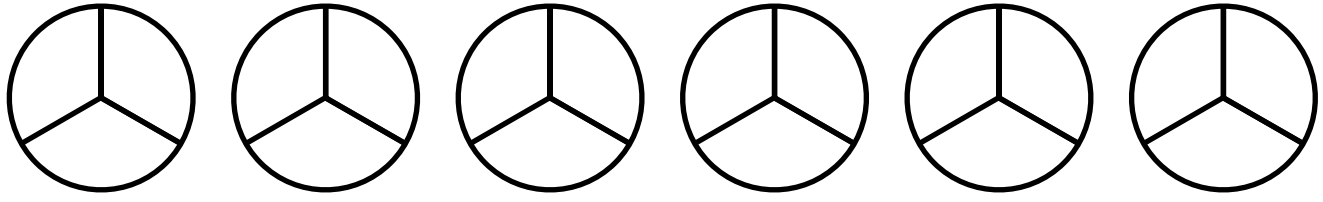
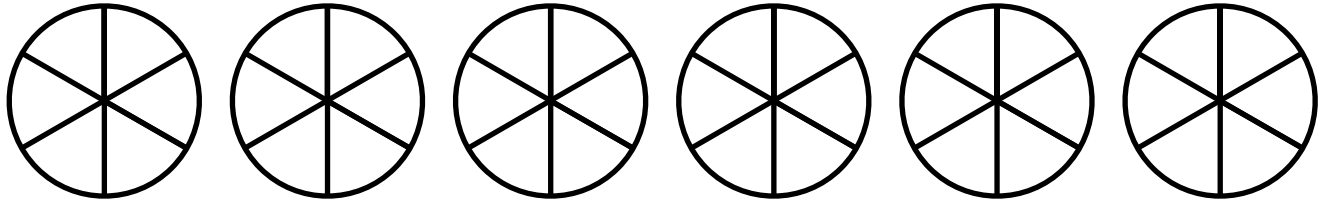
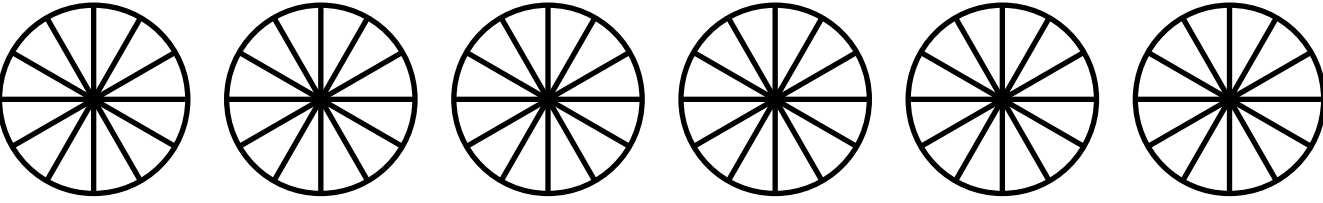
$$(a) \kappa + \frac{1}{5} = \mu + \frac{1}{6}$$

$$(b) \kappa - \frac{1}{7} = \mu - \frac{1}{8}$$

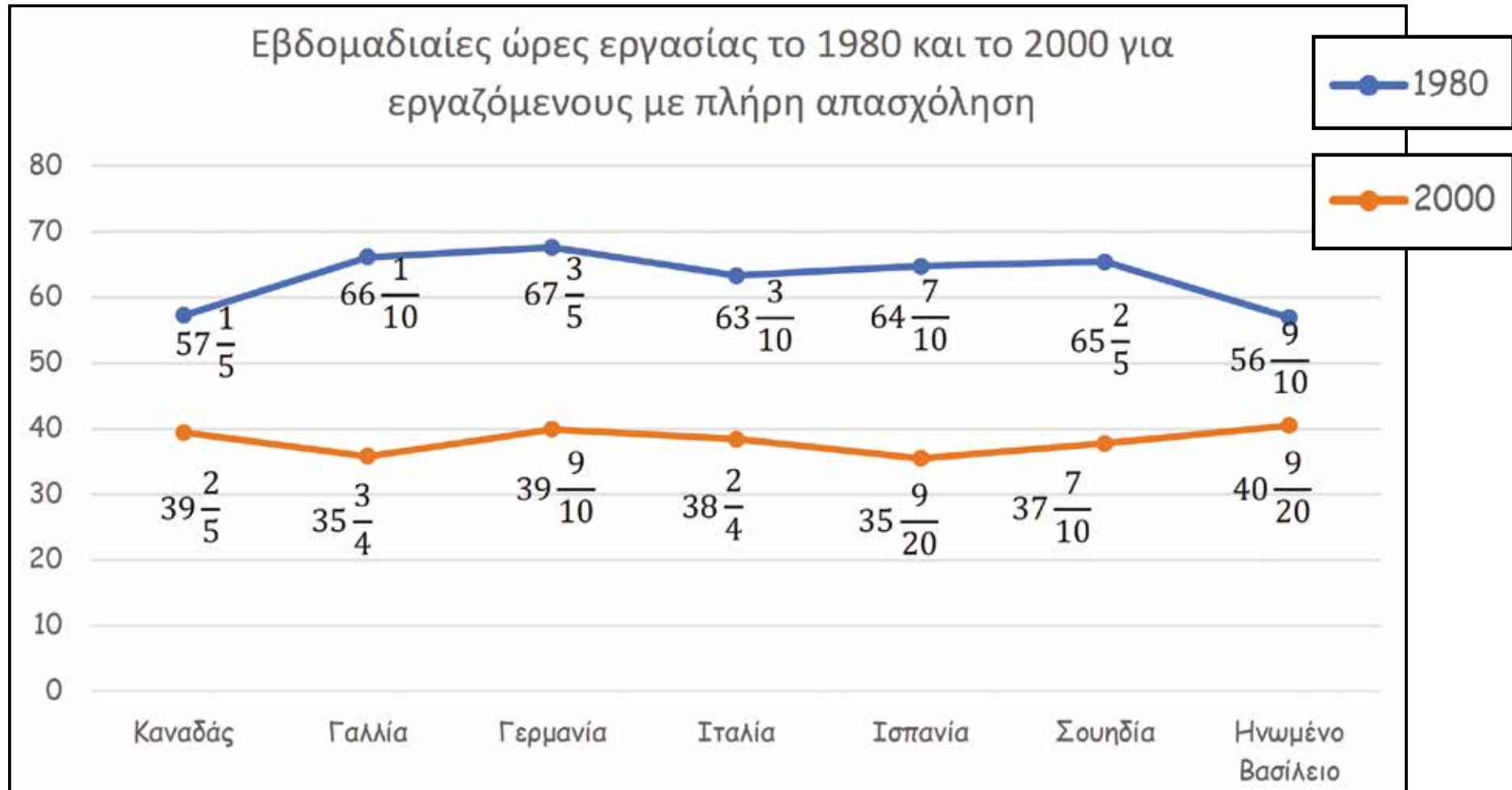
$$(c) \kappa + \frac{29}{30} = \mu + \frac{19}{20}$$

22. Να χρησιμοποιήσετε τα μοντέλα, για να αναπαραστήσετε τις μαθηματικές προτάσεις και να υπολογίσετε το αποτέλεσμα.

$(\alpha) 1\frac{2}{5} + 2\frac{3}{5} =$	
$(\beta) 2\frac{3}{4} + 1\frac{3}{4} =$	
$(\gamma) 3\frac{2}{3} + 1\frac{5}{6} =$	

$(\delta) 5 - 1\frac{1}{2} =$	
$(\epsilon) 3\frac{1}{3} - \frac{2}{3} =$	
$(\sigma) 4\frac{1}{3} - 2\frac{5}{6} =$	
$(\zeta) 5\frac{2}{3} - 2\frac{3}{4} =$	

23. Ο πιο κάτω πίνακας παρουσιάζει τα δεδομένα που δημοσιοποίησε μια έρευνα σχετικά με τις εκτιμώμενες εβδομαδιαίες ώρες εργασίας σε ορισμένες χώρες.



Πηγή: <https://ourworldindata.org/working-hours>

Να απαντήσετε τις πιο κάτω ερωτήσεις με βάση τη γραφική παράσταση.

(α) Πόσες περισσότερες ώρες εργάζονταν οι εργαζόμενοι στον Καναδά το 1980 σε σχέση με το 2000;

A large, empty rounded rectangular box with a blue border and a light green-to-blue gradient shadow, intended for the student's answer to question (a).

(β) Πόσες λιγότερες ώρες εργάζονταν οι εργαζόμενοι στη Σουηδία το 2000 σε σχέση με το 1980;

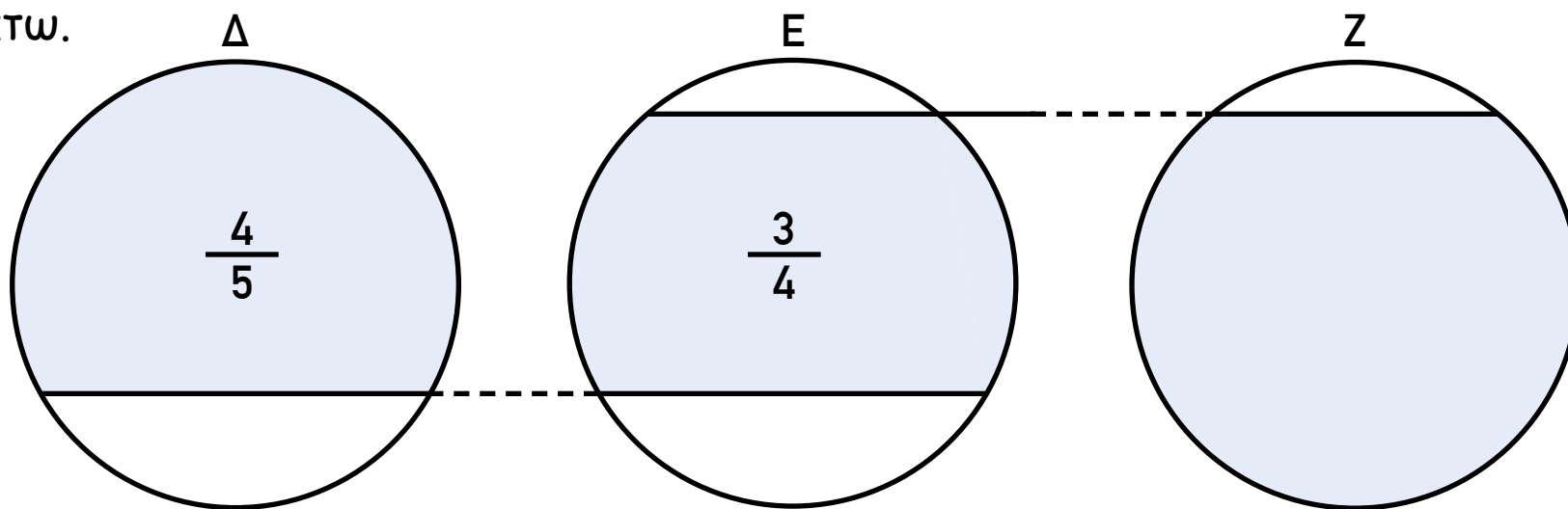
A large, empty rounded rectangular box with a blue border and a light green-to-blue gradient shadow, intended for the student's answer to question (b).

(γ) Σε ποια χώρα οι εργαζόμενοι εργάζονταν τις λιγότερες ώρες και σε ποια τις περισσότερες το 1980; Να υπολογίσεις τη διαφορά τους.

(δ) Σε ποια χώρα οι εργαζόμενοι εργάζονταν τις λιγότερες ώρες και σε ποια τις περισσότερες το 2000; Να υπολογίσεις τη διαφορά τους.

24. Τα σχήματα Δ, Ε και Ζ είναι ίσα.

Τα $\frac{4}{5}$ του σχήματος Δ και τα $\frac{3}{4}$ του σχήματος Ε είναι σκιασμένα, όπως φαίνεται πιο κάτω.



Να υπολογίσετε το μέρος του σχήματος Ζ που είναι σκιασμένο. Να επεξηγήσετε.

25. Να συμπληρώσετε τα μοτίβα.

(α) $\frac{1}{4}, \frac{7}{12}, \frac{11}{12}, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}$

(β) $-3, -2\frac{1}{2}, -2, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}$

(γ) $-\frac{1}{2}, \underline{\hspace{1cm}}, 1, 1\frac{3}{4}, 2\frac{1}{2}, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}$

26. Να υπολογίσετε το άθροισμα $\frac{12}{11} + \frac{23}{22} + \frac{45}{44} + \frac{89}{88} = \nu$, αν γνωρίζετε ότι:

$$\frac{1}{11} + \frac{1}{22} + \frac{1}{44} + \frac{1}{88} = \frac{15}{88}.$$

27. Να βρείτε δύο κλάσματα που το άθροισμά τους να είναι μεταξύ των αριθμών:

(α) 0 και $\frac{1}{2}$

(β) $\frac{1}{2}$ και 1

(γ) 1 και $1\frac{1}{2}$

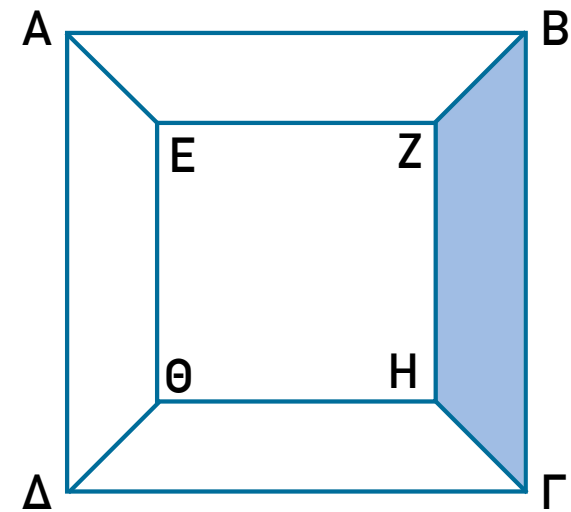
28. Ποια μπορεί να είναι η τιμή των χ και ψ , αν το χ και το ψ είναι θετικοί ακέραιοι αριθμοί;

(α) $\chi < 3\frac{1}{4} + \frac{1}{8} < \psi$

(β) $\chi < 1\frac{3}{5} + \frac{4}{5} < \psi$

29. Το ποσό που αντιστοιχεί στα $\frac{2}{5}$ των χρημάτων της Ιωάννας είναι το ίδιο με το ποσό που αντιστοιχεί στα $\frac{3}{4}$ των χρημάτων του Κώστα. Πόσα χρήματα έχει η Ιωάννα, αν ο Κώστας έχει €120;

30. Στο πιο κάτω σχήμα, το μεγάλο τετράγωνο έχει εμβαδόν 64 cm^2 . Το εμβαδόν του μικρού τετραγώνου είναι ίσο με το $\frac{1}{4}$ του μεγάλου τετράγωνου. Ποιο είναι το εμβαδόν του σκιασμένου μέρους;



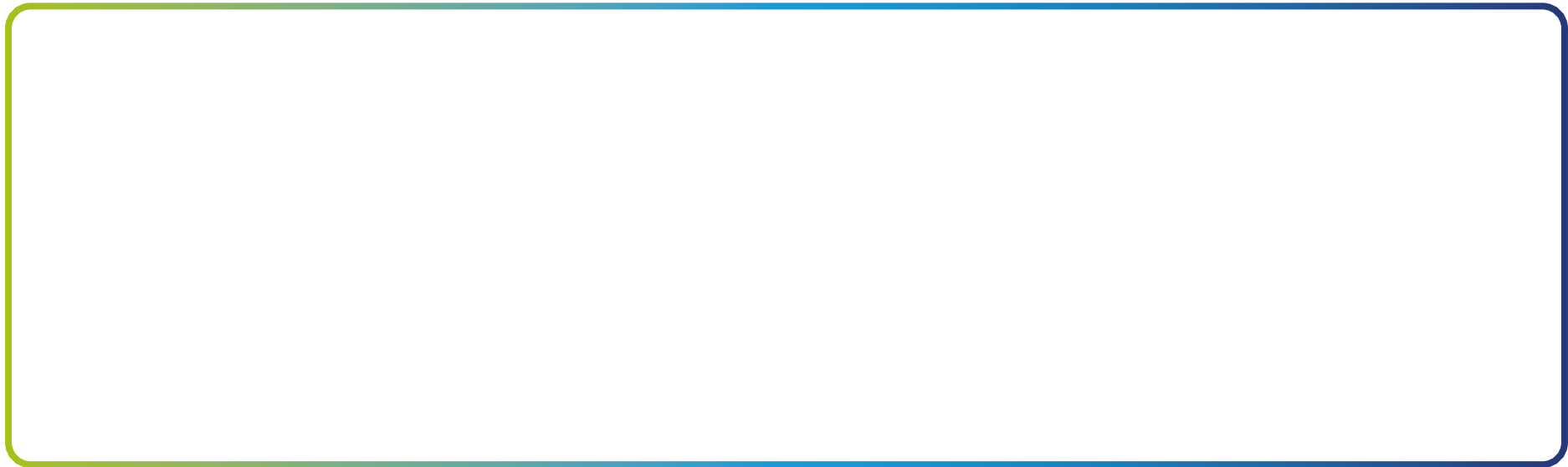
31. Ένας κηπουρός κλαδεύει έναν κήπο. Την πρώτη μέρα κλάδεψε τα $\frac{7}{15}$ του κήπου. Τη δεύτερη μέρα ολοκλήρωσε το κλάδεμα του κήπου. Αν τη δεύτερη μέρα πληρώθηκε €30 περισσότερο, να υπολογίσετε πόσα πληρώθηκε για ολόκληρη την εργασία του.



32. Ο Σταύρος είχε στη διάθεση του ένα χρηματικό ποσό, για την αγορά και τον εξοπλισμό καινούριου σπιτιού.

- Ξόδεψε τα $\frac{4}{5}$ του ποσού αυτού, για να αγοράσει το σπίτι.
- Από αυτά που του περίσσεψαν ξόδεψε τα $\frac{3}{4}$, για να αγοράσει έπιπλα και φωτιστικά.
- Από το υπόλοιπο ποσό ξόδεψε τα $\frac{2}{3}$, για να αγοράσει οικιακές συσκευές.
- Στο τέλος του έμειναν €5000.

Ποιο ήταν το ποσό που είχε αρχικά στη διάθεσή του ο Σταύρος;







Ενότητα 5

Ενότητα 5

Πολλαπλασιασμός και διαίρεση κλασμάτων και μικτών αριθμών

Στην ενότητα αυτή θα μάθουμε:

- Να πολλαπλασιάζουμε και να διαιρούμε κλασματικούς αριθμούς και να επεξηγούμε πώς προκύπτει το γινόμενο και το πηλίκο.
- Να διατυπώνουμε και να επιλύουμε προβλήματα με κλασματικούς αριθμούς που περιλαμβάνουν μία ή περισσότερες πράξεις (πρόσθεση, αφαίρεση, πολλαπλασιασμός, διαίρεση) και να ελέγχουμε τη λογικότητα της απάντησής μας.

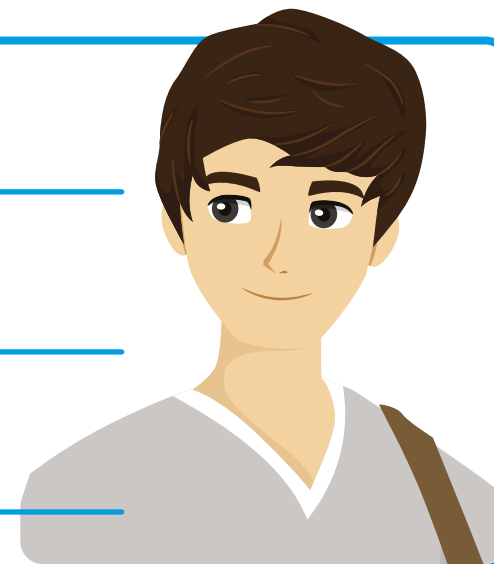
Ο Γιάννης και η Άννα ετοιμάζουν μπάρες δημητριακών, χρησιμοποιώντας διαφορετικές συνταγές. Οι συνταγές και των δύο παιδιών περιλαμβάνουν στα υλικά τους τα αμύγδαλα.

(α) Ο Γιάννης χρειάζεται $\frac{3}{4}$ kg αμύγδαλα για την παρασκευή μιας δόσης. Να γράψετε μαθηματικές προτάσεις και να εξηγήσετε με ποιο τρόπο θα υπολογίσετε την ποσότητα αμυγδάλων που θα χρειαστεί ο Γιάννης, αν θα παρασκευάσει:

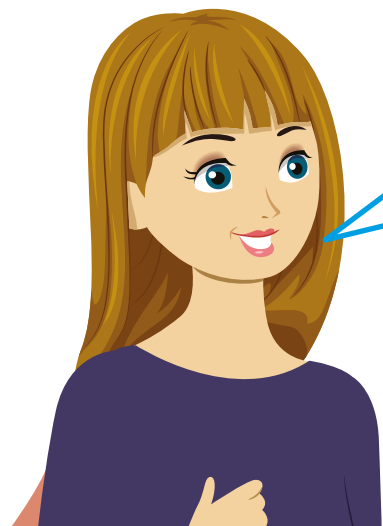
διπλάσια δόση

τριπλάσια δόση

τετραπλάσια δόση



(β) Η Άννα έχει 5 kg αμύγδαλα. Με βάση τη συνταγή της, χρειάζεται τα $\frac{3}{4}$ της ποσότητας αυτής.



Για να υπολογίσω πόσα κιλά αμύγδαλα χρειάζομαι, πρέπει να υπολογίσω το γινόμενο $\frac{3}{4} \cdot 5$.

$$\frac{3}{4} \cdot 5 = 5 \cdot \frac{3}{4} = \frac{15}{4} = 3 \frac{3}{4}$$

Άρα, χρειάζομαι $3 \frac{3}{4}$ kg αμύγδαλα.

Να εξηγήσετε γιατί είναι ορθός ο τρόπος σκέψης της Άννας.

1. Να συμπληρώσετε τον πίνακα. Να γράψετε την απάντηση στην πιο απλή μορφή.

Λεκτική περιγραφή	Μαθηματική πρόταση
(α) Το διπλάσιο των $\frac{2}{3}$	$2 \cdot \frac{2}{3} =$
(β) Τα $\frac{3}{4}$ του 9	$\frac{3}{4} \cdot 9 =$
(γ) Το τριπλάσιο των $\frac{3}{4}$	
(δ) Το $\frac{1}{2}$ του 3	
(ε) Το τετραπλάσιο των $\frac{4}{5}$	
(ζ) Τα $\frac{2}{3}$ του 7	

Δραστηριότητες

2. Να υπολογίσετε τα γινόμενα στο τετράδιό σας, όπως στο παραδείγματα. Να γράψετε την απάντηση στην πιο απλή μορφή.

$$(α) 5 \cdot \frac{1}{8}$$

$$(β) 3 \cdot \frac{4}{5}$$

$$(γ) 4 \cdot \frac{6}{9}$$

$$(δ) 6 \cdot \frac{2}{7}$$

$$(ε) \frac{1}{8} \cdot 13$$

$$(στ) \frac{2}{3} \cdot 7$$

$$(ζ) \frac{3}{4} \cdot 11$$

$$(η) \frac{6}{11} \cdot 3$$

$$(θ) \frac{6}{10} \cdot 7$$

$$(ι) 5 \cdot \frac{7}{8}$$

$$(ια) \frac{5}{8} \cdot 15$$

$$(ιβ) 9 \cdot \frac{9}{10}$$

$$(ιγ) \frac{2}{3} \cdot 10$$

$$(ιδ) 3 \cdot \frac{5}{7}$$

$$(ιε) \frac{5}{9} \cdot 20$$

$$(ιστ) 7 \cdot \frac{7}{8}$$

3. Να επιλέξετε τη μαθηματική πρόταση που ταιριάζει σε κάθε πρόβλημα.

(α) Η Αυγή έχει 12 kg αλεύρι. Θα χρησιμοποιήσει τα $\frac{3}{4}$ της ποσότητας αυτής, για να ετοιμάσει ψωμιά. Πόσα κιλά αλεύρι θα χρησιμοποιήσει;

(i) $\frac{3}{4} \cdot 12$

(ii) $12 + \frac{3}{4}$

(iii) $12 - \frac{3}{4}$

(β) Ο Νίκος προπονείται στην κολύμβηση 5 μέρες την εβδομάδα. Σε κάθε προπόνηση καλύπτει απόσταση ίση με $\frac{7}{8}$ km. Πόσα συνολικά χιλιόμετρα καλύπτει κάθε βδομάδα;

(i) $\frac{7}{8} + 5$

(ii) $5 - \frac{7}{8}$

(iii) $5 \cdot \frac{7}{8}$

(γ) Το περασμένο Σάββατο, η Βασιλική ασχολήθηκε για 2 ώρες με τη ζωγραφική και για $\frac{2}{3}$ της ώρας με την ανάγνωση λογοτεχνικού βιβλίου. Για πόσες συνολικά ώρες ασχολήθηκε η Βασιλική με τη ζωγραφική και την ανάγνωση λογοτεχνικού βιβλίου;

(i) $2 \cdot \frac{2}{3}$

(ii) $2 - \frac{2}{3}$

(iii) $2 + \frac{2}{3}$

(δ) Η Ναταλία είχε ένα δοχείο στο οποίο υπήρχαν 5 L ελαιόλαδο. Χρησιμοποίησε $\frac{7}{8}$ L ελαιόλαδο. Πόση ποσότητα ελαιόλαδου έμεινε στο δοχείο;

(i) $\frac{7}{8} \cdot 5$

(ii) $5 - \frac{7}{8}$

(iii) $5 \cdot \frac{7}{8}$

4. Να επιλύσετε τα προβλήματα.

(α) Ο Παύλος χρειάζεται $\frac{3}{4}$ L γάλα, για να ετοιμάσει μία δόση μπισκότων βρώμης.
Πόσα λίτρα γάλα χρειάζεται, αν θα ετοιμάσει 9 δόσεις;

(β) Η Αγγελική κατασκεύασε μια τετράγωνη κορνίζα. Κάθε πλευρά της έχει μήκος ίσο με $\frac{2}{5}$ m. Πόση είναι η περίμετρος της κορνίζας;

(γ) Μια δεξαμενή νερού έχει μέγιστη χωρητικότητα τα 450 L. Πόσα λίτρα νερού υπάρχουν στη δεξαμενή, αν είναι γεμάτη κατά τα $\frac{1}{8}$;

(δ) Ο Θανάσης έχει στο ψυγείο του 3 kg καρότα. Χρειάζεται $\frac{1}{4}$ kg καρότα, για να ετοιμάσει μια σαλάτα. Πόσα κιλά καρότα θα περισσέψουν;

(ε) Η Φανή αγόρασε μια συσκευασία αλεύρι των 2 kg. Χρησιμοποίησε τα $\frac{2}{5}$ της ποσότητας αυτής, για να παρασκευάσει μια τάρτα. Στη συνέχεια, χρησιμοποίησε τα $\frac{3}{4}$ kg αλεύρι, για να παρασκευάσει μπισκότα. Πόσο αλεύρι περίσσεψε;



5. Να γράψετε ένα πρόβλημα για καθεμιά από τις πιο κάτω μαθηματικές προτάσεις.

$$5 \cdot \frac{3}{8}$$

$$\frac{3}{8} \cdot 5$$

$$5 - \frac{3}{8}$$

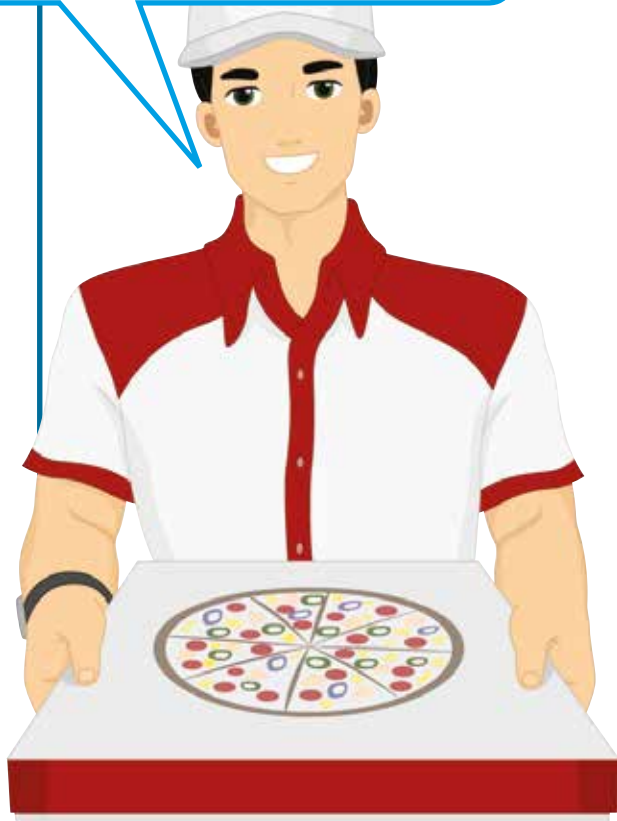
6. Να συμπληρώσετε με το κατάλληλο σύμβολο $<$, $>$ ή $=$, χωρίς να κάνετε τις πράξεις.

(α) $5 \cdot \frac{6}{7}$ $3 \cdot \frac{6}{7}$ (β) $4 \cdot \frac{2}{3}$ $\frac{2}{3} \cdot 4$ (γ) $\frac{4}{5} \cdot 3$ $\frac{4}{5} \cdot 4$

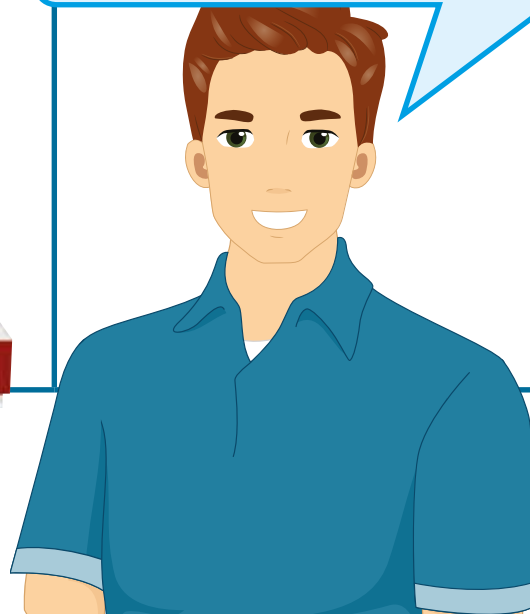
(δ) $3 \cdot \frac{9}{10}$ $\frac{9}{10} + \frac{9}{10} + \frac{9}{10}$ (ε) $\frac{1}{2} \cdot 7$ $\frac{1}{2} \cdot 8$

(στ) $6 \cdot \frac{2}{7}$ $\frac{2}{7} \cdot 6$ (ζ) $3 \cdot \frac{2}{5}$ $2 \cdot \frac{3}{5}$ (η) $4 \cdot \frac{2}{3}$ $8 \cdot \frac{1}{3}$

Πιτσαρία «Νοστιμιά».
Πώς μπορώ να σας
βοηθήσω;



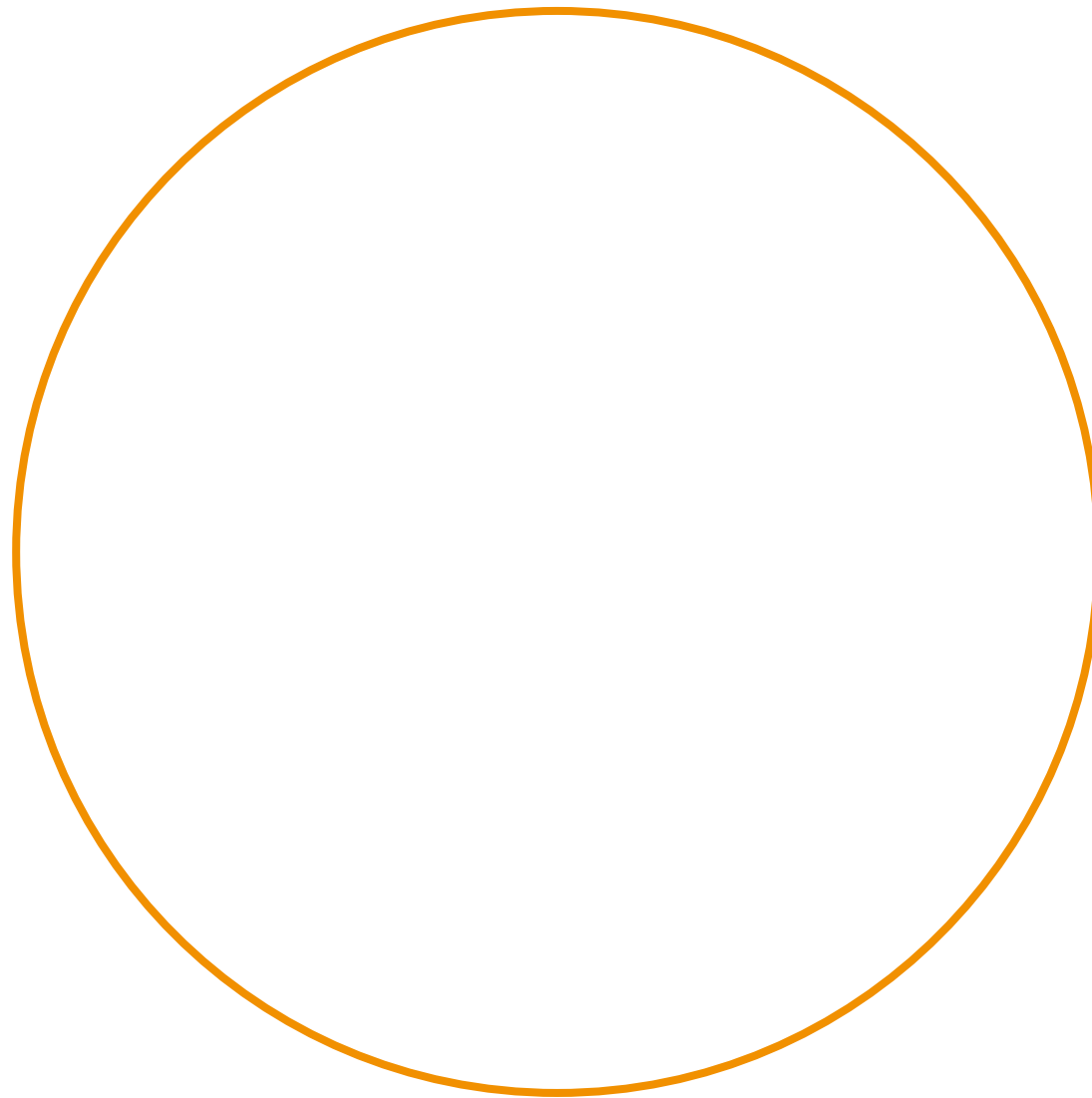
Θα ήθελα μια πίτσα. Η
μισή να έχει κοτόπουλο
και η άλλη μισή ανανά.
Το $\frac{1}{2}$ της πίτσας με
κοτόπουλο θα ήθελα
να έχει ελιές και το $\frac{1}{4}$
της πίτσας με ανανά
να έχει καλαμπόκι.



Ο πελάτης αυτός
είναι πολύ απαιτητικός!



Να κάνετε ένα σχέδιο,
για να δείξετε την πίτσα
που παράγγειλε
ο πελάτης.



Διερεύνηση 2

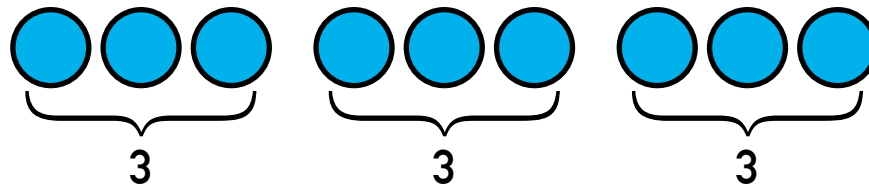
Ο Θάνος κατασκεύασε διαγράμματα, για να αναπαραστήσει λεκτικές εκφράσεις. Στη συνέχεια, έγραψε κατάλληλες μαθηματικές προτάσεις και υπολόγισε το αποτέλεσμα τους.

Λεκτική έκφραση

Αναπαράσταση

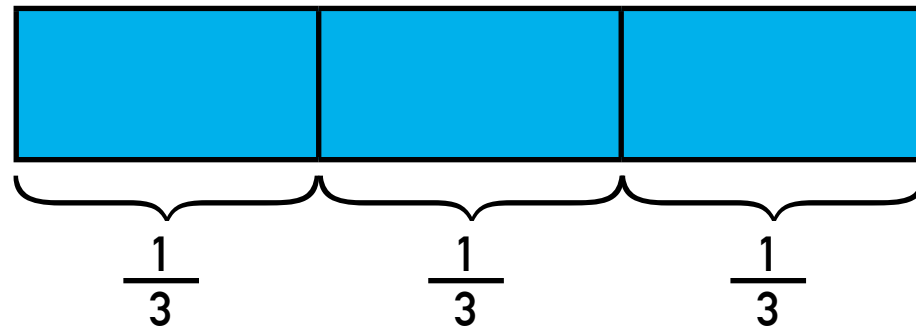
Μαθηματική πρόταση

Το τριπλάσιο
του 3



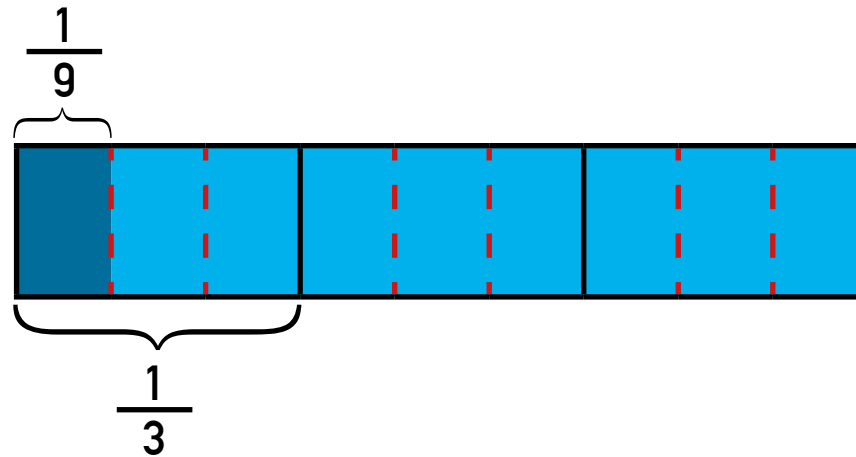
$$3 \cdot 3 = 9$$

Το τριπλάσιο
του $\frac{1}{3}$



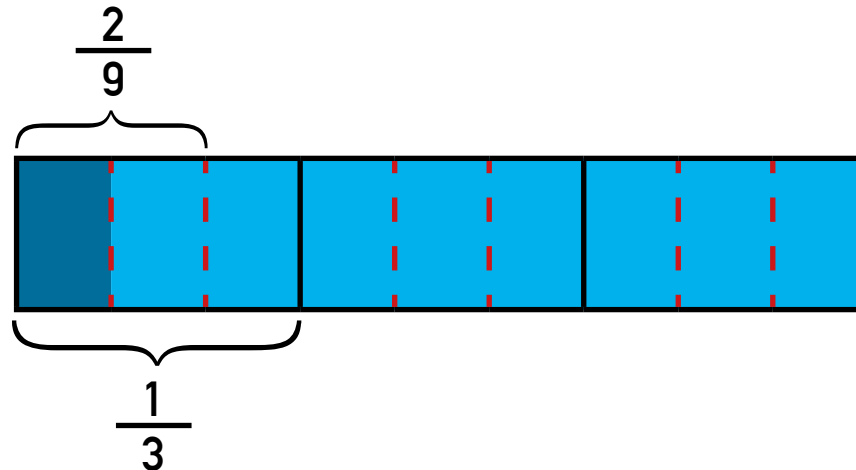
$$3 \cdot \frac{1}{3} = \frac{3}{3} = 1$$

Το $\frac{1}{3}$ του $\frac{1}{3}$



$$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$$

Τα $\frac{2}{3}$ του $\frac{1}{3}$



$$\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{9}$$

(α) Να επεξηγήσετε τον τρόπο εργασίας του Θάνου και τον τρόπο με τον οποίο προκύπτει το γινόμενο σε κάθε περίπτωση.

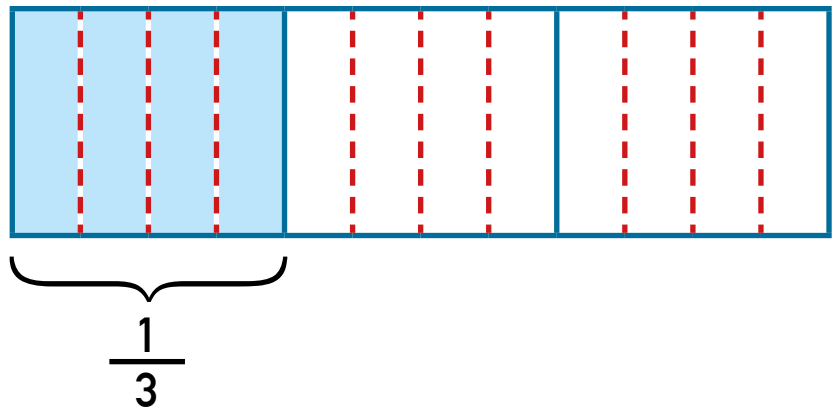
(β) Να αναπαραστήσετε τις πιο κάτω λεκτικές εκφράσεις, να γράψετε κατάλληλες μαθηματικές προτάσεις και να υπολογίσετε το αποτέλεσμα τους.

Λεκτική έκφραση

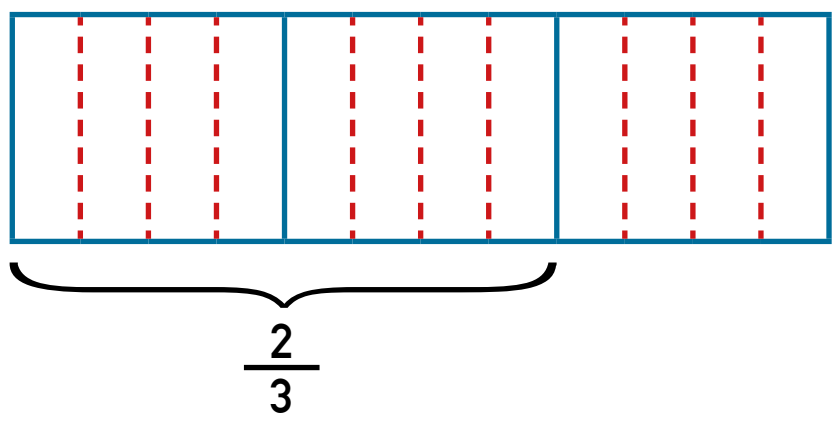
Αναπαράσταση

Μαθηματική πρόταση

$\frac{3}{4}$ του $\frac{1}{3}$



$\frac{3}{4}$ του $\frac{2}{3}$

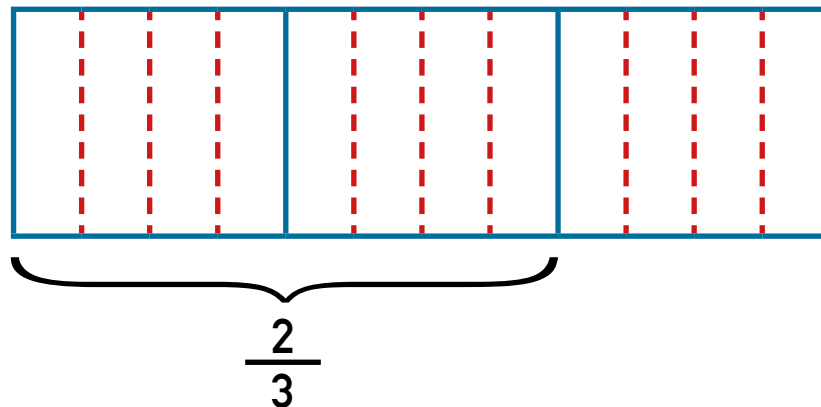


Λεκτική έκφραση

Αναπαράσταση

Μαθηματική πρόταση

$$\frac{2}{5} \text{ του } \frac{2}{3}$$



(γ) Να παρατηρήσετε τα αποτελέσματα των πιο πάνω μαθηματικών προτάσεων πολλαπλασιασμού. Να περιγράψετε έναν τρόπο υπολογισμού του γινομένου δύο κλασματικών αριθμών.

Νέες Έννοιες

- Πολλαπλασιασμός κλασμάτων

Για να πολλαπλασιάσουμε δύο κλάσματα, πολλαπλασιάζουμε αριθμητή επί αριθμητή και παρονομαστή επί παρονομαστή.

$$\frac{a}{\beta} \cdot \frac{\gamma}{\delta} = \frac{a \cdot \gamma}{\beta \cdot \delta}$$

Παράδειγμα: $\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{7} = \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 7} = \frac{15}{28}$

Τα $\frac{3}{4}$ των $\frac{5}{7}$ είναι ίσα με $\frac{15}{28}$.

- Κάθε ακέραιος αριθμός μπορεί να γραφεί ως κλάσμα με παρονομαστή το 1. Άρα, στον πολλαπλασιασμό ενός ακέραιου επί ένα κλάσμα, μπορούμε να γράψουμε τον ακέραιο ως κλάσμα με παρονομαστή το 1.

Παράδειγμα:

$$3 \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{1} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 3}{1 \cdot 4} = \frac{9}{4} = 2 \frac{1}{4}$$

Το τριπλάσιο των $\frac{3}{4}$ είναι ίσο με $2 \frac{1}{4}$.

$$\frac{3}{4} \cdot 5 = \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{1} = \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 1} = \frac{15}{4} = 3 \frac{3}{4}$$

Τα $\frac{3}{4}$ του 5 είναι ίσα με $3 \frac{3}{4}$.



- Πολλαπλασιασμός μικτών αριθμών

Για να πολλαπλασιάσουμε μικτούς αριθμούς, τους μετατρέπουμε σε καταχρηστικά κλάσματα και πολλαπλασιάζουμε.

Παράδειγμα: $2\frac{1}{2} \cdot 1\frac{1}{2} = \frac{5}{2} \cdot \frac{3}{2} = \frac{5 \cdot 3}{2 \cdot 2} = \frac{15}{4} = 3\frac{3}{4}$

- Για κάθε αριθμό $\frac{a}{b}$ (a και b ακέραιοι αριθμοί και $b \neq 0$), υπάρχει μοναδικός αριθμός $\frac{b}{a}$ που ονομάζεται **αντίστροφός** του, ώστε το γινόμενό τους να είναι ίσο με 1.

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = 1$$

Παράδειγμα: $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} = \frac{2 \cdot 3}{3 \cdot 2} = 1$

Παραδείγματα

1. Να υπολογίσετε τα γινόμενα. Να γράψετε την απάντηση σε πιο απλή μορφή.

$$(α) 3 \cdot \frac{5}{7}$$

$$(β) \frac{2}{5} \cdot 3$$

$$(γ) 3 \cdot \frac{8}{21}$$

$$(δ) \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}$$

$$(ε) \frac{3}{8} \cdot \frac{4}{5}$$

$$(στ) 1\frac{1}{2} \cdot 3\frac{2}{5}$$

Λύση:

$$(α) 3 \cdot \frac{5}{7} = \frac{3 \cdot 5}{7} = \frac{15}{7} = 2\frac{1}{7}$$

$$(β) \frac{2}{5} \cdot 3 = \frac{2 \cdot 3}{5} = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$$

$$(γ) 7 \cdot \frac{8}{21} = \frac{\overset{1}{\cancel{7}} \cdot 8}{\cancel{21}_3} = \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$$

$$\text{ή} \quad \frac{\overset{1}{\cancel{7}} \cdot 8}{\cancel{21}_3} = \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$$

Μια αριθμητική παράσταση μπορεί να απλοποιηθεί, όταν ο αριθμητής και ο παρονομαστής έχουν κοινό διαιρέτη.

$$(\delta) \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} = \frac{3}{8}$$

$$(\epsilon) \frac{3}{8} \cdot \frac{4}{5} = \frac{\cancel{3} \cdot \cancel{4}^1}{\cancel{8}_2 \cdot 5} = \frac{3}{10} \quad \text{ή} \quad \frac{\cancel{3}}{\cancel{8}_2} \cdot \frac{\cancel{4}^1}{5} = \frac{3 \cdot 1}{2 \cdot 5} = \frac{3}{10}$$

$$(\sigma\tau) 1 \frac{1}{2} \cdot 3 \frac{2}{5} = \frac{3}{2} \cdot \frac{17}{5} = \frac{3 \cdot 17}{2 \cdot 5} = \frac{51}{10} = 5 \frac{1}{10}$$

2. Να επιλύσετε τα προβλήματα.

(α) Η κυρία Βαλέρια χρειάζεται $\frac{2}{5}$ m ξύλο για μια κατασκευή στο μάθημα του Σχεδιασμού και Τεχνολογίας. Πόσα μέτρα ξύλο χρειάζεται συνολικά, αν θα ετοιμαστούν από μια ομάδα παιδιών 10 τέτοιες κατασκευές;

- (β) Η δεξαμενή πετρελαίου μιας οικίας περιείχε 210 L πετρέλαιο. Σε ένα μήνα καταναλώθηκαν τα $\frac{2}{3}$ της ποσότητας αυτής. Πόσα λίτρα πετρέλαιο καταναλώθηκαν;
- (γ) Ένα μπουκάλι περιείχε $\frac{1}{4}$ L γάλα. Ο Γιάννης χρησιμοποίησε το $\frac{1}{2}$ της ποσότητας αυτής. Πόσα λίτρα γάλα χρησιμοποίησε ο Γιάννης;
- (δ) Για την παρασκευή ενός γλυκού, χρειάζονται $1\frac{1}{4}$ kg μέλι. Πόσα κιλά μέλι θα χρησιμοποιήσει η Αλεξία, αν θα ετοιμάσει 3 τέτοια γλυκά;

Λύση:

(α) Μαθηματική πρόταση: $10 \cdot \frac{2}{5} = v$

$$\overset{2}{\cancel{10}} \cdot \frac{\overset{2}{\cancel{5}}}{1} = \frac{2 \cdot 2}{1} = 4$$

Απάντηση:

Η κυρία Βαλέρια χρειάζεται 4 m ξύλο.

Για να βρούμε πόσα μέτρα ξύλο χρειάζεται η Αλεξία, υπολογίζουμε το δεκαπλάσιο των $\frac{2}{5}$, δηλαδή το γινόμενο $10 \cdot \frac{2}{5} = v$.

(β) Μαθηματική πρόταση: $\frac{2}{3} \cdot 210 = v$

$$1 \frac{\cancel{2}}{\cancel{3}} \cdot \overset{70}{\cancel{210}} = \frac{2 \cdot 70}{1} = 140$$

Απάντηση:

Καταναλώθηκαν 140 L πετρέλαιο.

Για να βρούμε πόσα λίτρα πετρελαίου καταναλώθηκε, υπολογίζουμε τα $\frac{2}{3}$

του 210, δηλαδή το γινόμενο

$$\frac{2}{3} \cdot 210 = v$$

(γ) Μαθηματική πρόταση: $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = v$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1 \cdot 1}{2 \cdot 4} = \frac{1}{8}$$

Απάντηση:

Ο Γιάννης χρησιμοποίησε $\frac{1}{8}$ L γάλα.

Για να βρούμε πόσα λίτρα γάλα

χρησιμοποίησε ο Γιάννης,

υπολογίζουμε το $\frac{1}{2}$ του $\frac{1}{4}$, δηλαδή

$$\text{το γινόμενο } \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = v$$

(δ) Μαθηματική πρόταση: $3 \cdot 1 \frac{1}{4} = v$

$$3 \cdot 1 \frac{1}{4} = 3 \cdot \frac{5}{4} = \frac{3 \cdot 5}{4} = \frac{15}{4} = 3 \frac{3}{4}$$

Απάντηση:

Η Αλεξία χρειάζεται $3 \frac{3}{4}$ kg μέλι.

Για να βρούμε πόσα κιλά μέλι χρειάζεται η Αλεξία, υπολογίζουμε το τριπλάσιο του $1 \frac{1}{4}$, δηλαδή το γινόμενο $3 \cdot 1 \frac{1}{4} = v$.

3. Να γράψετε τον αντίστροφο κάθε αριθμού.

(α) $\frac{3}{4}$ (β) 5

Λύση:

(α) Ο αντίστροφος αριθμός των $\frac{3}{4}$ είναι τα $\frac{4}{3}$, γιατί $\frac{\cancel{3}^1}{\cancel{4}_1} \cdot \frac{\cancel{4}^1}{\cancel{3}_1} = 1$

(β) $5 = \frac{5}{1}$. Ο αντίστροφος αριθμός του 5 είναι το $\frac{1}{5}$, γιατί $\frac{\cancel{5}^1}{\cancel{1}_1} \cdot \frac{\cancel{1}_1}{\cancel{5}_1} = 1$

4. Να βρείτε την τιμή του χ και του ψ .

$$(a) \frac{3}{\chi} \cdot \frac{4}{3} = 1$$

$$(b) \frac{6}{8} \cdot \frac{\psi}{6} = 1$$

Λύση: (a) $\chi = 4$, γιατί $\frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{\cancel{4}_1} \cdot \frac{\overset{1}{\cancel{4}}}{\cancel{3}_1} = 1$

(b) $\psi = 8$, γιατί $\frac{\overset{1}{\cancel{6}}}{\cancel{8}_1} \cdot \frac{\overset{1}{\cancel{8}}}{\cancel{6}_1} = 1$

Το κάθε γινόμενο είναι ίσο με 1.
Άρα οι δύο παράγοντες σε κάθε περίπτωση είναι αντίστροφοι αριθμοί.

5. Να εκτιμήσετε κατά πόσο το αποτέλεσμα της μαθηματικής πρότασης $2 \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5}$ είναι μεγαλύτερο, μικρότερο ή ίσο του $\frac{4}{5}$.

Λύση: Το αποτέλεσμα της μαθηματικής πρότασης $2 \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5}$ είναι μεγαλύτερο από το $\frac{4}{5}$, γιατί το $2 \frac{2}{3}$ είναι μεγαλύτερο από το 1:

$$2 \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} = \left(2 + \frac{2}{3}\right) \cdot \frac{4}{5} = \left(2 \cdot \frac{4}{5}\right) + \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5}\right)$$

Δραστηριότητες

1. Να υπολογίσετε τα γινόμενα στο τετράδιό σας. Να γράψετε την απάντηση στην πιο απλή μορφή.

(A)

$$(α) 5 \cdot \frac{3}{20}$$

$$(β) \frac{2}{3} \cdot 14$$

$$(γ) 9 \cdot \frac{4}{27}$$

$$(δ) 15 \cdot \frac{11}{45}$$

$$(ε) \frac{5}{24} \cdot 8$$

$$(στ) \frac{5}{9} \cdot 63$$

$$(ζ) \frac{5}{6} \cdot 27$$

$$(η) 18 \cdot \frac{7}{48}$$

(B)

$$(α) \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5}$$

$$(β) \frac{2}{3} \cdot \frac{7}{8}$$

$$(γ) 7 \cdot \frac{1}{7}$$

$$(δ) \frac{4}{15} \cdot \frac{3}{7}$$

$$(ε) \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4}$$

$$(στ) \frac{7}{10} \cdot 5$$

$$(ζ) \frac{6}{15} \cdot \frac{1}{12}$$

$$(η) \frac{4}{6} \cdot \frac{5}{6}$$

$$(θ) \frac{9}{5} \cdot \frac{5}{9}$$

$$(ι) \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{8} \cdot \frac{7}{4}$$

$$(ια) 5 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{5} \cdot 12$$

$$(ιβ) \frac{3}{7} \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{6}{9} \cdot \frac{7}{3}$$

$$(I\Upsilon) 15 \cdot \frac{8}{15} \cdot \frac{3}{4}$$

$$(I\delta) \frac{1}{7} \cdot \frac{6}{8} \cdot \frac{42}{50}$$

$$(I\varepsilon) 4 \cdot 5 \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{7}{20}$$

$$(I\sigma\tau) \frac{4}{15} \cdot 10 \cdot \frac{5}{18} \cdot \frac{6}{25}$$

Ⓒ

$$(a) 2 \cdot 4 \frac{5}{6}$$

$$(\beta) 6 \cdot 3 \frac{1}{4}$$

$$(\gamma) 2 \cdot 4 \frac{1}{3}$$

$$(\delta) 1 \frac{7}{8} \cdot 4$$

$$(\varepsilon) \frac{2}{5} \cdot 2 \frac{3}{7}$$

$$(\sigma\tau) 5 \frac{3}{8} \cdot \frac{1}{3}$$

$$(\zeta) \frac{4}{6} \cdot 2 \frac{3}{4}$$

$$(\eta) 8 \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{5}$$

$$(\theta) 2 \frac{3}{4} \cdot 1 \frac{2}{7}$$

$$(i) 7 \frac{5}{10} \cdot 2 \frac{2}{5}$$

$$(I\alpha) 8 \frac{2}{11} \cdot 1 \frac{2}{5}$$

$$(I\beta) 1 \frac{2}{5} \cdot 2 \frac{5}{14}$$

$$(I\Upsilon) 5 \cdot 1 \frac{3}{5} \cdot 1 \frac{5}{8}$$

$$(I\delta) 1 \frac{1}{6} \cdot 3 \frac{2}{7} \cdot 2$$

$$(I\varepsilon) 4 \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{15} \cdot 6$$

$$(I\sigma\tau) 5 \frac{3}{4} \cdot 8 \cdot 1 \frac{1}{2}$$

2. Να επιλέξετε το πρόβλημα που ταιριάζει σε κάθε μαθηματική πρόταση.

$$(α) \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} = \nu$$

(i) Το $\frac{1}{4}$ των φυτών στον κήπο του σχολείου είναι λεβάντες και τα $\frac{2}{3}$ των φυτών είναι δεντρολίβανα. Τι μέρος των φυτών αποτελούν οι λεβάντες και τα δεντρολίβανα;

(ii) Η Ευαγγελία είχε ένα κομμάτι ύφασμα με μήκος $\frac{2}{3}$ m. Έκοψε ένα κομμάτι με μήκος $\frac{1}{4}$ m, για να ντύσει μια κούκλα. Πόσα μέτρα υφάσματος περίσσεψαν;

(iii) Το $\frac{1}{4}$ των παιδιών ενός σχολείου θα πάνε στον κινηματογράφο. Τα $\frac{2}{3}$ των παιδιών αυτών θέλουν να παρακολουθήσουν ταινία δράσης και τα υπόλοιπα μια ταινία επιστημονικής φαντασίας. Τι μέρος των παιδιών του σχολείου θέλουν να παρακολουθήσουν ταινία δράσης;

$$(\beta) \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \nu$$

(i) Ο Χρύσης χρησιμοποίησε $\frac{1}{4}$ kg άσπρη ζάχαρη και $\frac{1}{8}$ kg καστανή ζάχαρη, για την παρασκευή ενός γλυκού. Πόση ζάχαρη χρησιμοποίησε συνολικά;

(ii) Το $\frac{1}{4}$ της σελίδας ενός περιοδικού χρησιμοποιήθηκε για την παρουσίαση των ειδήσεων, το $\frac{1}{8}$ για αγγελίες και το υπόλοιπο μέρος για διαφημίσεις. Τι μέρος της σελίδας χρησιμοποιήθηκε για διαφημίσεις;

(iii) Το $\frac{1}{4}$ των παιδιών στο σχολείο της Δανάης παρακολουθούν μαθήματα μουσικής. Το $\frac{1}{8}$ των παιδιών αυτών παρακολουθούν και μαθήματα κιθάρας. Τι μέρος των μαθητών του σχολείου παρακολουθούν μαθήματα κιθάρας;

$$(γ) \frac{3}{8} \cdot \frac{1}{3} = \nu$$

(i) Ένας δήμος θα κατασκευάσει ένα καινούριο πάρκο. Το γήπεδο καλαθόσφαιρας θα καλύπτει το $\frac{1}{3}$ του πάρκου και το γήπεδο ποδοσφαίρου τα $\frac{3}{8}$ του πάρκου. Τι μέρος του πάρκου θα καλύπτουν τα δύο γήπεδα;

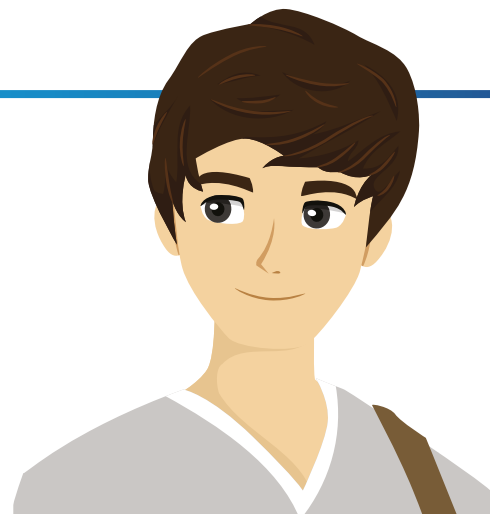
(ii) Μια εργοληπτική εταιρεία αγόρασε το $\frac{1}{3}$ ενός τεμαχίου γης. Τα $\frac{3}{8}$ του χώρου αυτού θα χρησιμοποιηθούν για την ανέγερση εμπορικού κέντρου. Τι μέρος ολόκληρου του τεμαχίου γης θα καταλαμβάνει το εμπορικό κέντρο;

(iii) Σε ένα εμπορικό κέντρο το $\frac{1}{3}$ των καταστημάτων είναι καταστήματα υπόδησης και τα $\frac{3}{8}$ είναι καταστήματα ένδυσης. Τα υπόλοιπα είναι καταστήματα παιδικής μόδας. Τι μέρος των καταστημάτων αποτελούν τα καταστήματα παιδικής μόδας;

3. Να επιλύσετε τα προβλήματα. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

(α) Ο κύριος Βασίλης χρησιμοποιεί ένα μηχάνημα για τη σήμανση του οδοστρώματος με γραμμές. Θα βάψει μια λευκή γραμμή μήκους $\frac{2}{5}$ km. Με την μπογιά που υπήρχε στο μηχάνημα έβαψε τα $\frac{3}{4}$ της γραμμής. Πόσο μήκος έχει η γραμμή που έβαψε μέχρι τώρα ο κύριος Βασίλης;

(β) Η Ζωή είχε στον λογαριασμό της €468. Την Τρίτη κατέθεσε μια επιταγή αξίας €150. Την Τετάρτη αποκόπηκε από τον λογαριασμό της το $\frac{1}{3}$ των χρημάτων για την πληρωμή του ηλεκτρικού ρεύματος. Πόσα χρήματα έμειναν στον λογαριασμό της Ζωής, μετά τις δύο αυτές συναλλαγές;

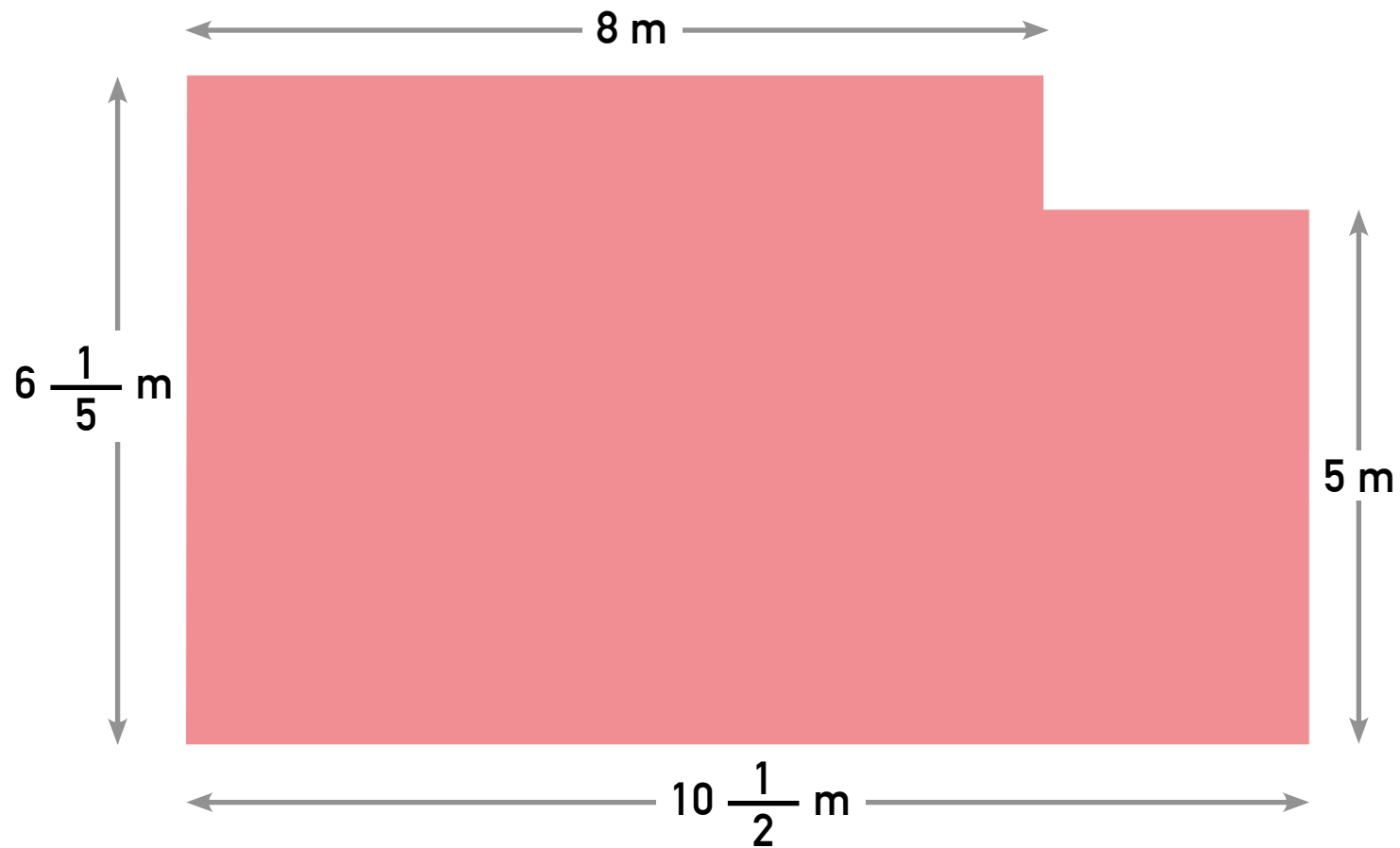


(γ) Σε έναν φούρνο είναι διαθέσιμα προς πώληση τα $\frac{3}{4}$ ενός ταψιού με σπανακόπιτα. Σε μια ώρα πωλήθηκαν τα $\frac{2}{3}$ της ποσότητας αυτής. Τι μέρος του ταψιού καλύπτει η σπανακόπιτα που έμεινε;

Σαλάτα με ζυμαρικά (1 δόση)	
Υλικά	Ποσότητα (ποτήρια)
Μπρόκολο	$1 \frac{1}{4}$
Ζυμαρικά	$3 \frac{1}{4}$
Τυρί	$\frac{2}{3}$

(δ) Ο Νικόλας θα ετοιμάσει σαλάτα με ζυμαρικά, με βάση τη διπλανή συνταγή. Να υπολογίσετε την ποσότητα που χρειάζεται από κάθε υλικό, αν ετοιμάσει $2 \frac{1}{2}$ δόσεις.

(ε) Να υπολογίσετε την περίμετρο και το εμβαδόν του πιο κάτω σχήματος.



4. Να γράψετε στο τετράδιό σας ένα πρόβλημα για καθεμιά από τις πιο κάτω μαθηματικές προτάσεις.

$$2\frac{1}{2} - \frac{3}{4}$$

$$2\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}$$

$$2\frac{1}{2} + \frac{3}{4}$$

$$\frac{3}{4} \cdot 2\frac{1}{2}$$

5. Να γράψετε τον αντίστροφο κάθε αριθμού.

$$\frac{1}{4}$$

9

$$\frac{1}{8}$$

$$\frac{3}{8}$$

$$\frac{15}{11}$$

75

κ

$$\frac{1}{\lambda}$$

6. Να συμπληρώσετε.

$$(α) \frac{2}{7} \cdot \square = 1$$

$$(β) 6 \cdot \square = 1$$

$$(γ) \frac{1}{8} \cdot \square = 1$$

$$(δ) \frac{9}{5} \cdot \square = 1$$

$$(ε) \frac{1}{α} \cdot \square = 1$$

$$(στ) β \cdot \square = 1$$

$$(ζ) \frac{μ}{ν} \cdot \square = 1$$

$$(η) \square \cdot \frac{χ}{ψ} = 1$$

7. Να συμπληρώσετε με το σύμβολο $<$, $>$ ή $=$, χωρίς να κάνετε τις πράξεις.

$$(α) \frac{5}{6} \cdot \frac{6}{5} \bigcirc 1$$

$$(β) 2 \cdot \frac{3}{4} \bigcirc 1$$

$$(γ) 4 \cdot \frac{1}{8} \bigcirc 1$$

$$(δ) \frac{4}{5} \cdot \frac{4}{5} \bigcirc 1$$

$$(ε) \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} \bigcirc \frac{1}{2}$$

$$(στ) 2 \cdot \frac{5}{6} \bigcirc 1$$

8. (α) Να επεξηγήσετε με ποιο τρόπο σκέφτηκε κάθε παιδί, για να εκτιμήσει κατά πόσο το γινόμενο κάθε μαθηματικής πρότασης είναι μικρότερο ή μεγαλύτερο από $2\frac{2}{3}$.

Το γινόμενο της
μαθηματικής πρότασης
 $\frac{7}{8} \cdot 2\frac{2}{3}$ είναι
μικρότερο από το $2\frac{2}{3}$.

Άρης

Το γινόμενο της
μαθηματικής πρότασης
 $\frac{7}{8} \cdot 2\frac{2}{3}$ είναι
μεγαλύτερο από το $2\frac{2}{3}$.

Φαίδρα

(β) Να εκτιμήσετε κατά πόσο το αποτέλεσμα των πιο κάτω μαθηματικών προτάσεων είναι μεγαλύτερο ή μικρότερο του $\frac{2}{5}$. Να συμπληρώσετε με το σύμβολο $<$ ή $>$.

(i) $2 \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{5}$ $\frac{2}{5}$ (ii) $\frac{8}{3} \cdot \frac{2}{5}$ $\frac{2}{5}$ (iii) $\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{5}$ $\frac{2}{5}$

9. Να γράψετε με τη σειρά τις μαθηματικές προτάσεις, αρχίζοντας από αυτή που έχει το μικρότερο αποτέλεσμα, αν το v αναπαριστά έναν θετικό ακέραιο αριθμό.

$$\frac{9}{10} \cdot v$$

$$\frac{20}{20} \cdot v$$

$$\frac{18}{15} \cdot v$$

$$\frac{1}{4} \cdot v$$

10. Να σημειώσετε ✓ στην ορθή στήλη του πίνακα και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας, όπως στο παράδειγμα.

	Πάντα	Ποτέ	Κάποτε	Αιτιολόγηση
<p>Παράδειγμα: Το άθροισμα δύο θετικών κλασματικών αριθμών είναι μεγαλύτερο από το 1.</p>			✓	$\frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{7}{12} < 1$ $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} = \frac{7}{6} < 1$
<p>Το γινόμενο δύο θετικών κλασματικών αριθμών είναι ένας αριθμός μεγαλύτερος από τους αριθμούς αυτούς.</p>				

	Πάντα	Ποτέ	Κάποτε	Αιτιολόγηση
Η διαφορά δύο θετικών κλασματικών αριθμών είναι ένας αριθμός μεγαλύτερος από τον μειωτέο.				
Το άθροισμα δύο θετικών καταχρηστικών κλασμάτων είναι μεγαλύτερο από το 1.				



Επανάληψη

1. Να βάλετε σε κύκλο τους πρώτους αριθμούς.

17 21 23 2 85 64 47 93 91

2. Να βάλετε σε κύκλο τους αριθμούς που διαιρούνται με το 4.

24 128 2015 4532 88 10

3. Να βάλετε σε κύκλο τους αριθμούς που διαιρούνται με το 9.

670 603 13 167 3029 188

4. Να συμπληρώσετε το ψηφίο που λείπει, ώστε ο πιο κάτω τετραψήφιος αριθμός να διαιρείται με το 3, αλλά να μην διαιρείται με το 9.

17 6

Μαθήματα 7, 8 & 9

Έχουμε μάθει:

- **Κλάσμα ως πηλίκο**

Το κλάσμα εκφράζει το πηλίκο του αριθμητή με τον παρονομαστή.

Παραδείγματα:

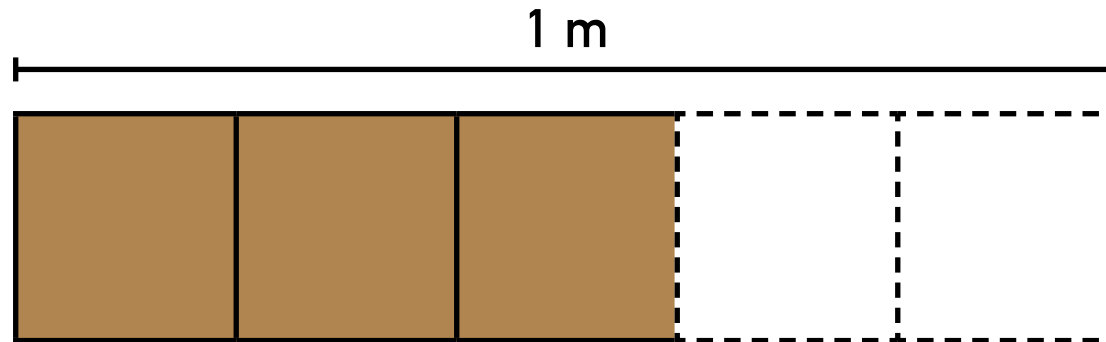
Το κλάσμα $\frac{8}{2}$ εκφράζει το πηλίκο του 8 διά 2, δηλαδή $\frac{8}{2} = 8 \div 2$.

Το κλάσμα $\frac{2}{3}$ εκφράζει το πηλίκο του 2 διά 3, δηλαδή $\frac{2}{3} = 2 \div 3$.

Η διαίρεση 9 διά 3 μπορεί να γραφτεί ως κλάσμα με αριθμητή το 9 και παρονομαστή το 3, δηλαδή $9 \div 3 = \frac{9}{3}$.

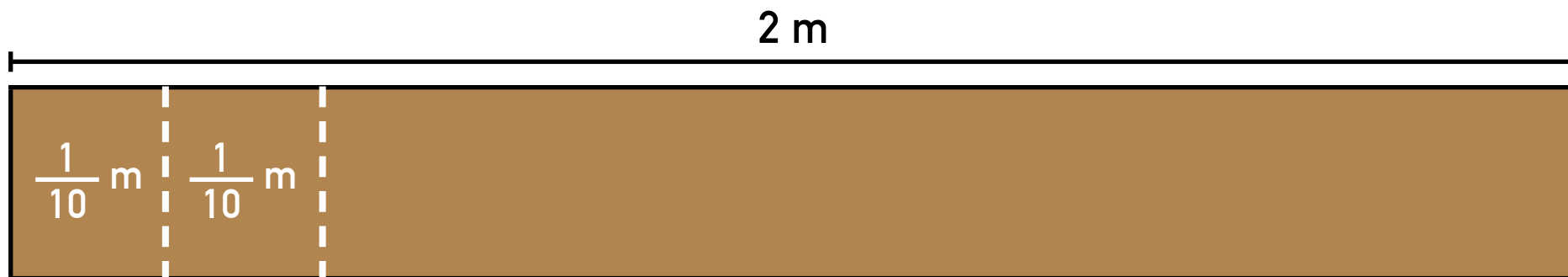
Η διαίρεση 1 διά 2 μπορεί να γραφτεί ως κλάσμα με αριθμητή το 1 και παρονομαστή το 2, δηλαδή $1 \div 2 = \frac{1}{2}$.

(α) Ο κύριος Στάθης έχει μια ξύλινη σανίδα με μήκος $\frac{3}{5}$ m, όπως φαίνεται στο πιο κάτω διάγραμμα. Θα την κόψει σε δύο ίσα κομμάτια.



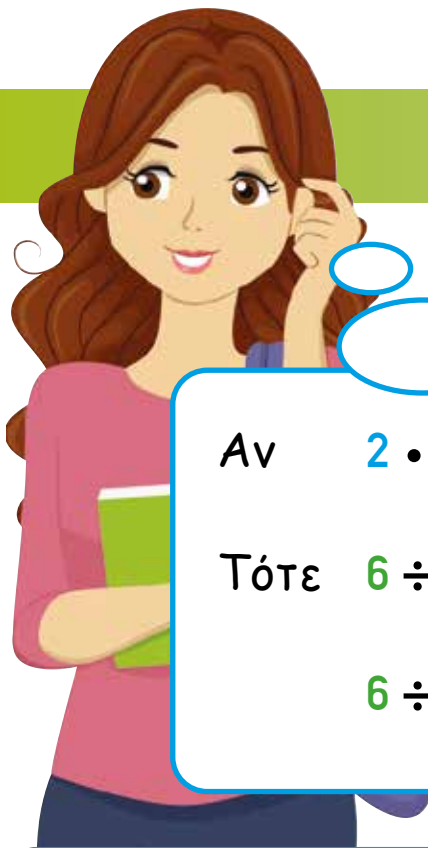
Να εισηγηθείτε έναν τρόπο, για να υπολογίσετε το μήκος του κάθε κομματιού.

(β) Ο κύριος Στάθης έχει ακόμα μία ξύλινη σανίδα, η οποία έχει μήκος 2 m. Θα την κόψει σε μικρότερα κομμάτια που το καθένα θα έχει μήκος $\frac{1}{10}$ m, όπως φαίνεται στο πιο κάτω διάγραμμα.



Να εισηγηθείτε έναν τρόπο, για να υπολογίσετε σε πόσα κομμάτια θα κοπεί η σανίδα.

Διερεύνηση 1



Η Ελίνα έκανε την πιο κάτω σκέψη.

$$\text{Αν } 2 \cdot 3 = 6$$

$$\text{Τότε } 6 \div 3 = 2$$

$$6 \div 2 = 3$$

$$\text{Αν } \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{5} = \frac{3}{20}$$

$$\text{Τότε } \frac{3}{20} \div \frac{1}{5} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{3}{20} \div \frac{3}{4} = \frac{1}{5}$$

(α) Είναι ορθή η σκέψη της Ελίνας; Γιατί;

(β) Να εργαστείτε όπως η Ελίνα, για να συμπληρώσετε τα πιο κάτω πηλίκα

$$\text{Αν } \frac{1}{8} \cdot \frac{5}{7} = \frac{5}{56}$$

$$\text{Τότε } \frac{5}{56} \div \frac{5}{7} = \square$$

$$\frac{5}{56} \div \frac{1}{8} = \square$$

$$\text{Αν } \frac{4}{9} \cdot \frac{2}{3} = \frac{8}{27}$$

$$\text{Τότε } \frac{8}{27} \div \frac{4}{9} = \square$$

$$\frac{8}{27} \div \frac{2}{3} = \square$$

$$\text{Αν } \frac{9}{10} \cdot \frac{7}{8} = \frac{63}{80}$$

$$\text{Τότε } \frac{63}{80} \div \frac{7}{8} = \square$$

$$\frac{63}{80} \div \frac{9}{10} = \square$$

(γ) Να παρατηρήσετε τις πιο πάνω μαθηματικές προτάσεις διαίρεσης. Με ποιο τρόπο προκύπτει ο αριθμητής και ο παρονομαστής στο πηλίκο σε κάθε περίπτωση;

(δ) Με βάση τις παρατηρήσεις σας στο ερώτημα (γ), να υπολογίσετε το πηλίκο στις πιο κάτω μαθηματικές προτάσεις διαίρεσης.

$$\frac{8}{9} \div \frac{2}{3} =$$

$$\frac{9}{40} \div \frac{3}{8} =$$

$$\frac{24}{35} \div \frac{6}{7} =$$

$$\frac{9}{10} \div \frac{3}{10} =$$

(ε) Να περιγράψετε έναν κανόνα για τον υπολογισμό του πηλίκου δύο κλασματικών αριθμών.

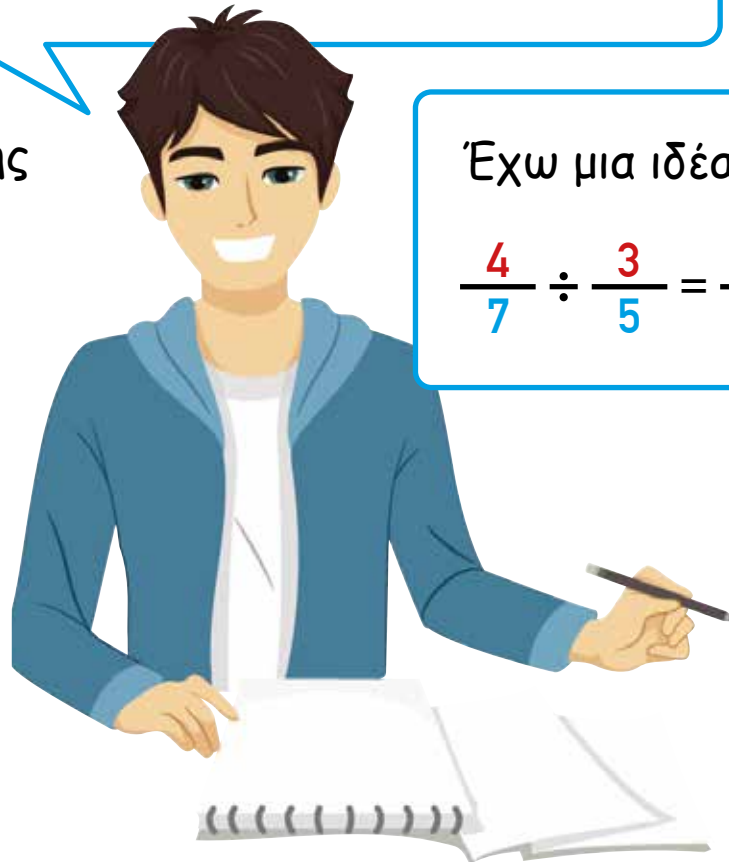
Διερεύνηση 2

Ο Αντώνης και η Ειρήνη προσπαθούν να υπολογίσουν το πηλίκο $\frac{4}{7} \div \frac{3}{5}$.

Το πηλίκο 4 διά 3 δεν είναι ακέραιος αριθμός. Ούτε το 7 διά 5... Πώς θα γίνει η διαίρεση; $\frac{4}{7} \div \frac{3}{5} = \dots$



Αντώνης



Έχω μια ιδέα! Να κάνω τα δύο κλάσματα ομώνυμα.

$$\frac{4}{7} \div \frac{3}{5} = \frac{20}{35} \div \frac{21}{35} = \frac{20 \div 21}{35 \div 35} = \frac{20 \div 21}{1} = 20 \div 21 = \frac{20}{21}$$

(α) Πώς η ιδέα της Ειρήνης τη βοήθησε να υπολογίσει το πηλίκο $\frac{4}{7} \div \frac{3}{5}$;

(β) Να υπολογίσετε τα πιο κάτω πηλίκα, αξιοποιώντας την ιδέα της Ειρήνης;

$$(i) \frac{8}{9} \div \frac{5}{6} =$$

$$(ii) \frac{3}{4} \div \frac{2}{7} =$$

$$(iii) \frac{7}{10} \div \frac{2}{3} =$$

$$(iv) \frac{3}{8} \div \frac{2}{9} =$$

$$(v) 4 \div 5 =$$

$$(vi) 4 \div \frac{1}{3} =$$

$$(vii) \frac{1}{8} \div 2 =$$

$$(viii) \frac{5}{9} \div 7 =$$



(γ) Να εξηγήσετε με ποιο τρόπο η ιδέα της Ειρήνης μας βοηθά στον υπολογισμό του πηλίκου οποιωνδήποτε δύο κλασματικών αριθμών.

Δραστηριότητες

1. Να υπολογίσετε τα πηλίκα. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας. Να γράψετε την απάντηση στην πιο απλή μορφή.

Ⓐ

(α) $\frac{3}{5} \div \frac{2}{5} =$	(β) $\frac{8}{9} \div \frac{7}{9} =$	(γ) $\frac{10}{11} \div \frac{7}{11} =$	(δ) $\frac{13}{25} \div \frac{12}{25} =$
(ε) $\frac{9}{10} \div \frac{3}{5} =$	(στ) $\frac{20}{21} \div \frac{4}{7} =$	(ζ) $\frac{12}{25} \div \frac{2}{5} =$	(η) $\frac{14}{27} \div \frac{7}{9} =$
(θ) $\frac{7}{10} \div \frac{3}{5} =$	(ι) $\frac{9}{14} \div \frac{1}{2} =$	(ια) $\frac{4}{9} \div \frac{5}{18} =$	(ιβ) $\frac{9}{16} \div \frac{3}{4} =$
(α) $\frac{3}{4} \div \frac{3}{5} =$	(ιδ) $\frac{7}{8} \div \frac{1}{3} =$	(ιε) $\frac{5}{6} \div \frac{7}{8} =$	(ιστ) $\frac{13}{21} \div \frac{5}{6} =$

Ⓑ

(α) $5 \div \frac{1}{3} =$	(β) $8 \div \frac{1}{5} =$	(γ) $6 \div \frac{1}{8} =$	(δ) $9 \div \frac{1}{6} =$
(ε) $9 \div \frac{3}{4} =$	(στ) $10 \div \frac{5}{8} =$	(ζ) $7 \div \frac{2}{3} =$	(η) $5 \div \frac{4}{5} =$

Δραστηριότητες

Ⓒ (α) $\frac{4}{5} \div 2 =$ (β) $\frac{8}{15} \div 4 =$ (γ) $\frac{3}{5} \div 3 =$ (δ) $\frac{15}{21} \div 5 =$
(ε) $\frac{1}{4} \div 4 =$ (στ) $\frac{1}{10} \div 2 =$ (ζ) $\frac{3}{8} \div 5 =$ (η) $\frac{2}{3} \div 3 =$
(θ) $2 \div 7 =$ (ι) $5 \div 3 =$ (ια) $6 \div 9 =$ (ιβ) $8 \div 12 =$

Ⓓ (α) $3 \div 1 \frac{2}{3} =$ (β) $11 \div 3 \frac{2}{3} =$ (γ) $7 \div 5 \frac{1}{4} =$ (δ) $4 \div 2 \frac{5}{8} =$
(ε) $1 \frac{1}{2} \div \frac{3}{8} =$ (στ) $1 \frac{2}{5} \div \frac{5}{6} =$ (ζ) $2 \frac{3}{8} \div \frac{3}{4} =$ (η) $5 \frac{2}{3} \div \frac{3}{5} =$
(θ) $3 \frac{1}{3} \div 1 \frac{3}{5} =$ (ι) $2 \frac{6}{15} \div 1 \frac{2}{5} =$ (ια) $1 \frac{9}{10} \div 2 \frac{1}{2} =$ (ιβ) $4 \frac{5}{8} \div 3 \frac{1}{4} =$

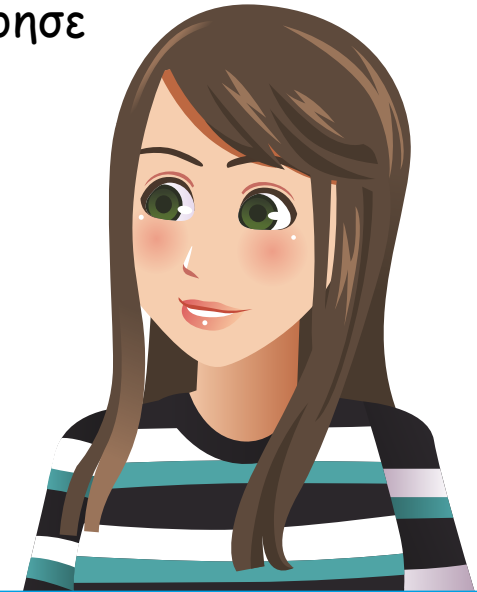
Διερεύνηση 3

Η Νίκη υπολόγισε το πηλίκο $\frac{2}{3} \div \frac{3}{4}$. Στη συνέχεια, παρατήρησε προσεκτικά τον διαιρετέο, τον διαιρέτη και το πηλίκο.

$$\frac{2}{3} \div \frac{3}{4} = \frac{8}{12} \div \frac{9}{12} = \frac{8}{9}$$

Άρα, $\frac{2}{3} \div \frac{3}{4} = \frac{8}{9}$

$$\frac{2}{3} \div \frac{3}{4} = \frac{8}{9}$$



(α) Τι παρατήρησε η Νίκη;

(β) Για να ελέγξει κατά πόσο η παρατήρησή της ισχύει και για άλλες μαθηματικές προτάσεις διαίρεσης, υπολόγισε τα πηλίκα $\frac{3}{4} \div \frac{4}{5}$ και $\frac{4}{7} \div \frac{3}{5}$.

$$\frac{3}{4} \div \frac{4}{5} = \frac{15}{20} \div \frac{16}{20} = \frac{15}{16}$$

Άρα, $\frac{3}{4} \div \frac{4}{5} = \frac{15}{16}$

$$\frac{3}{4} \div \frac{4}{5} = \frac{15}{16}$$

$$\frac{4}{7} \div \frac{3}{5} = \frac{20}{35} \div \frac{21}{35} = \frac{20}{21}$$

Άρα, $\frac{4}{7} \div \frac{3}{5} = \frac{20}{21}$

$$\frac{4}{7} \div \frac{3}{5} = \frac{20}{21}$$

(γ) Να εισηγηθείτε έναν τρόπο υπολογισμού του πηλίκου δύο κλασματικών αριθμών, με βάση την παρατήρηση της Νίκης.

Νέες Έννοιες

- Διαίρεση κλασματικών αριθμών

■ Για να διαιρέσουμε δύο κλάσματα, διαιρούμε αριθμητή με αριθμητή και παρονομαστή με παρονομαστή.

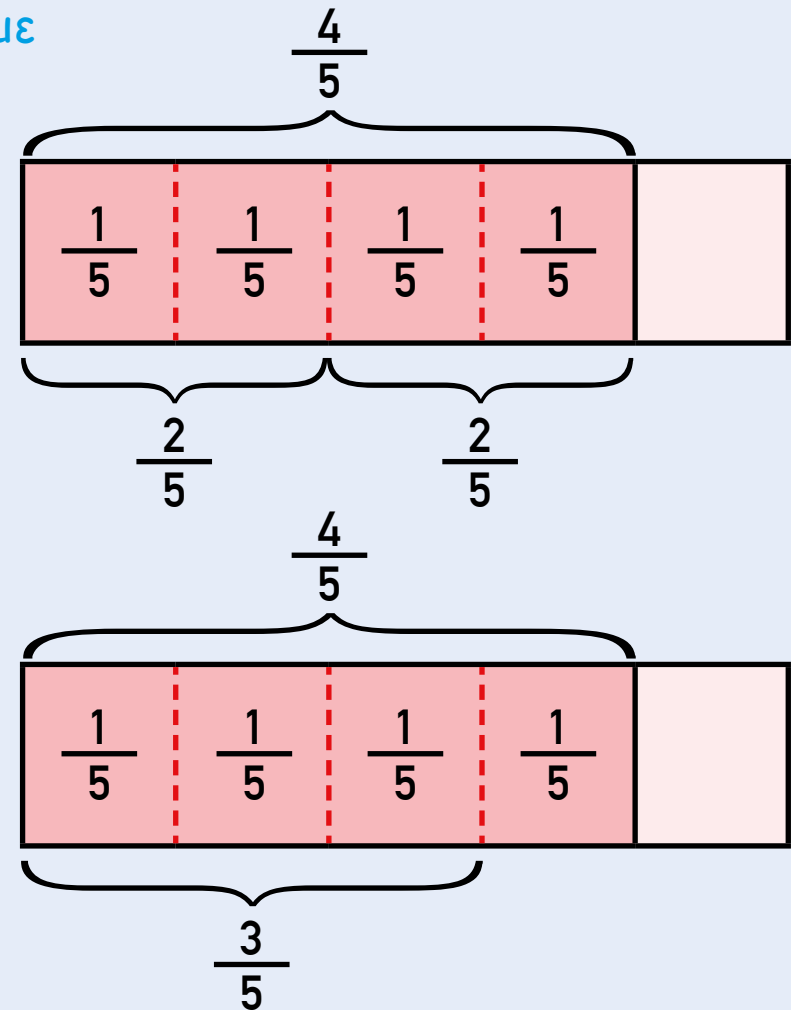
Παράδειγμα:

$$\frac{4}{5} \div \frac{2}{5} = \nu$$

$$\frac{4}{5} \div \frac{2}{5} = \frac{4 \div 2}{5 \div 5} = \frac{2}{1} = 2$$

$$\frac{4}{5} \div \frac{3}{5} = \nu$$

$$\begin{aligned} \frac{4}{5} \div \frac{3}{5} &= \frac{4 \div 3}{5 \div 5} = \frac{4 \div 3}{1} \\ &= 4 \div 3 = \frac{4}{3} = 1 \frac{1}{3} \end{aligned}$$

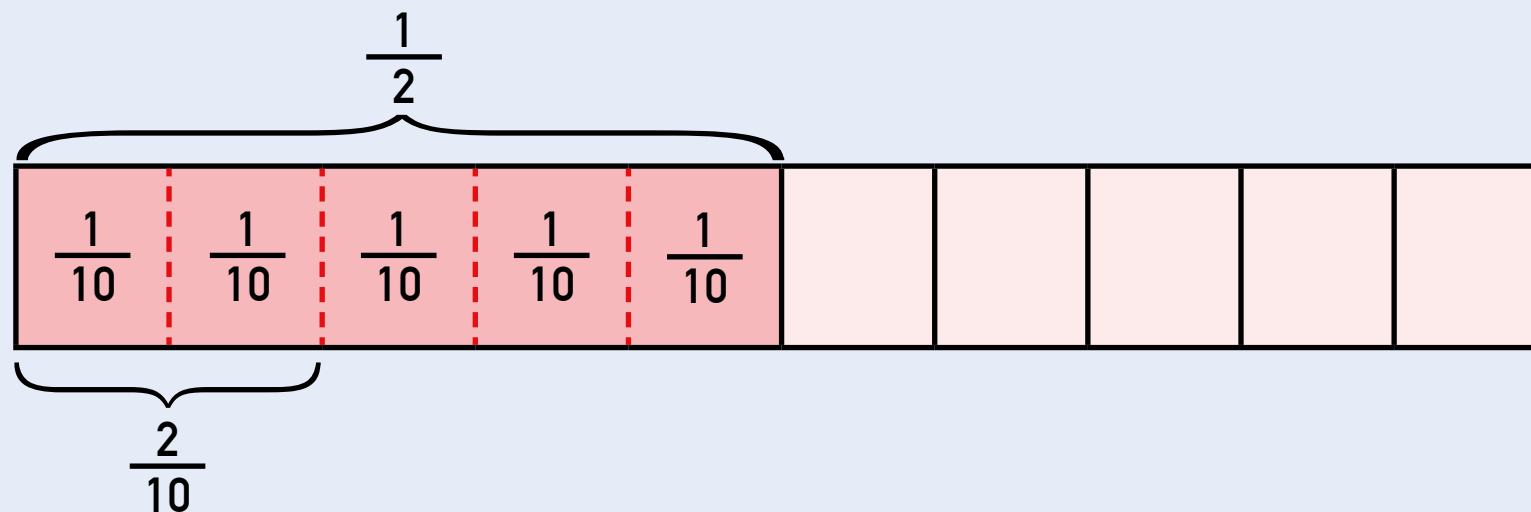


- Στην περίπτωση που τα κλάσματα δεν είναι ομώνυμα, κάνουμε τα κλάσματα ομώνυμα και διαιρούμε αριθμητή με αριθμητή και παρονομαστή με παρονομαστή.

Παραδείγματα:

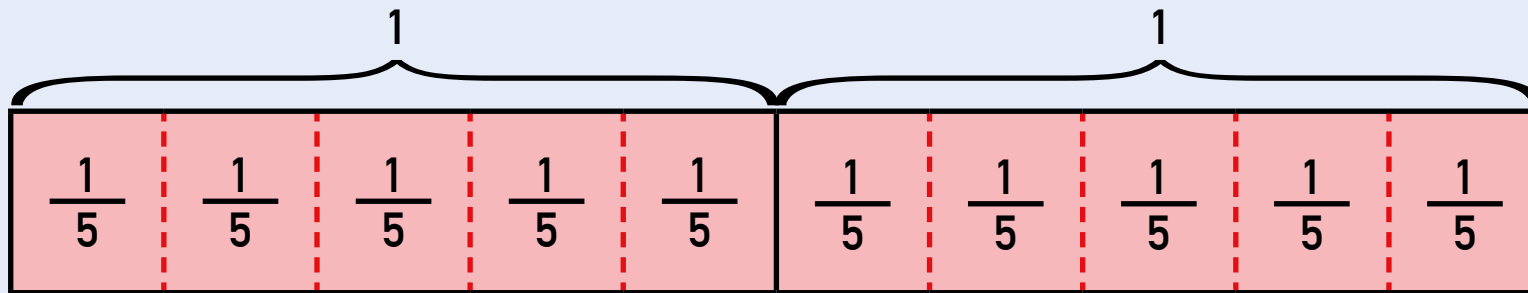
$$\frac{1}{2} \div \frac{1}{5} = \nu$$

$$\frac{1}{2} \div \frac{1}{5} = \frac{5}{10} \div \frac{2}{10} = \frac{5 \div 2}{10 \div 10} = \frac{5 \div 2}{1} = 5 \div 2 = \frac{5}{2} = 2 \frac{1}{2}$$



$$2 \div \frac{1}{5} = v$$

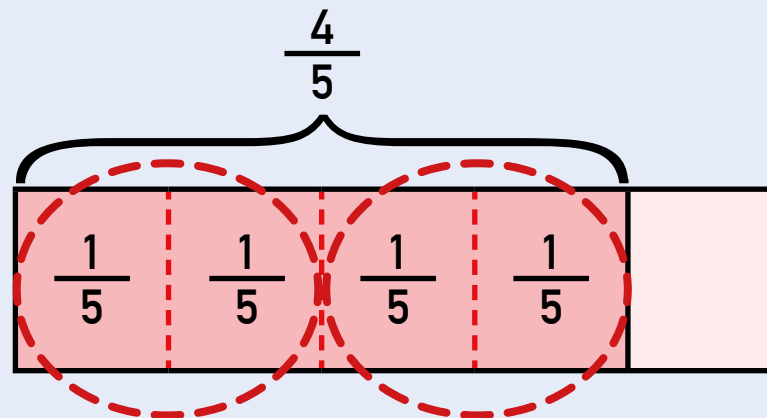
$$2 \div \frac{1}{5} = \frac{10}{5} \div \frac{1}{5} = \frac{10 \div 1}{5 \div 5} = \frac{10}{1} = 10$$



$$\frac{4}{5} \div 2 = v$$

$$\frac{4}{5} \div 2 = \frac{4}{5} \div \frac{10}{5} = \frac{4 \div 10}{5 \div 5}$$

$$= \frac{4 \div 10}{1} = 4 \div 10 = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

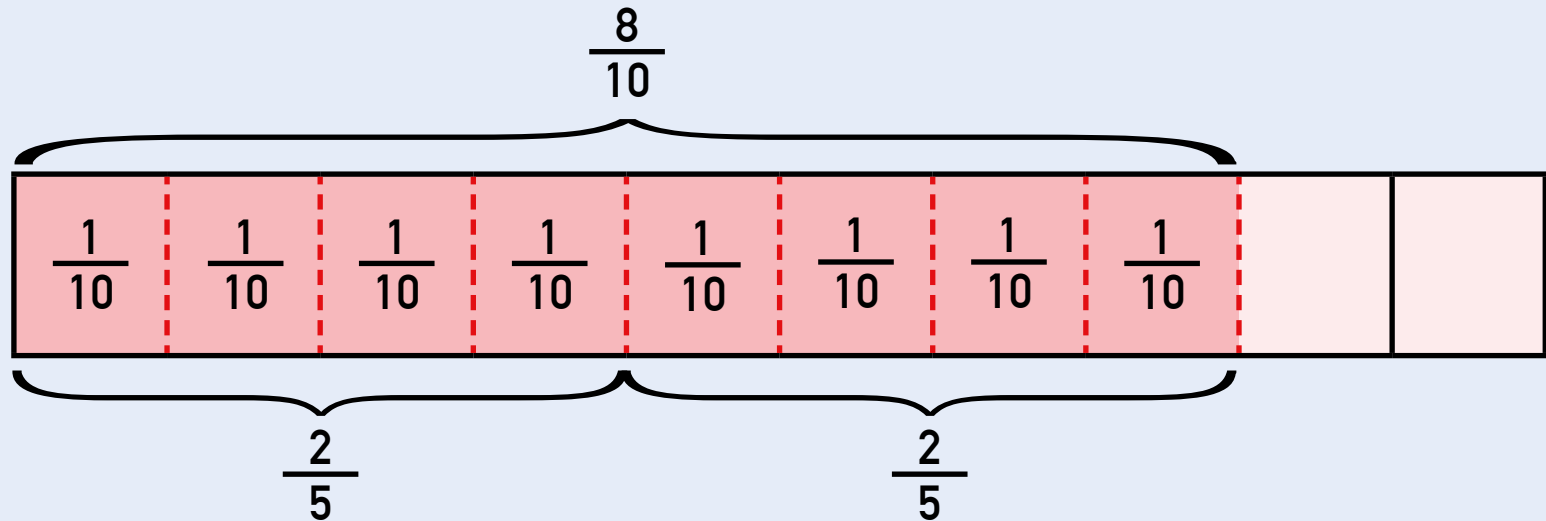


- Στην περίπτωση που το πηλίκο του αριθμητή διά του αριθμητή και του παρονομαστή διά του παρονομαστή είναι ακέραιοι αριθμοί, δεν χρειάζεται να κάνουμε τα κλάσματα ομώνυμα.

Παραδείγματα:

$$\frac{8}{10} \div \frac{2}{5} = \nu$$

$$\frac{8}{10} \div \frac{2}{5} = \frac{8 \div 2}{10 \div 5} = \frac{4}{2} = 2$$



- Ένας άλλος τρόπος για να διαιρέσουμε δύο κλάσματα, είναι να αντιστρέψουμε το δεύτερο κλάσμα και να κάνουμε πολλαπλασιασμό.

Παραδείγματα:

$$\frac{2}{5} \div \frac{3}{7} = \frac{2}{5} \cdot \frac{7}{3} = \frac{2 \cdot 7}{5 \cdot 3} = \frac{14}{15}$$
$$\frac{9}{12} \div \frac{3}{4} = \frac{\cancel{3}^9}{\cancel{12}_4} \cdot \frac{\cancel{4}^1}{\cancel{3}_1} = \frac{3 \cdot 1}{3 \cdot 1} = \frac{3}{3} = 1$$
$$\frac{5}{8} \div \frac{1}{8} = \frac{\cancel{5}^5}{\cancel{8}_1} \cdot \frac{\cancel{8}^1}{\cancel{1}_1} = \frac{5 \cdot 1}{1 \cdot 1} = \frac{5}{1} = 5$$
$$6 \div \frac{1}{2} = \frac{\cancel{6}^6}{\cancel{1}_1} \cdot \frac{\cancel{2}^1}{\cancel{1}_1} = \frac{6 \cdot 2}{1 \cdot 1} = \frac{12}{1} = 12$$
$$\frac{3}{4} \div 5 = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{5} = \frac{3 \cdot 1}{4 \cdot 5} = \frac{3}{20}$$

Παραδείγματα

1. Να υπολογίσετε τα πιο κάτω πηλίκα.

$$(α) \frac{8}{9} \div \frac{2}{9}$$

$$(β) \frac{15}{12} \div \frac{3}{4}$$

$$(γ) \frac{3}{5} \div \frac{1}{4}$$

$$(δ) \frac{3}{5} \div 5$$

$$(ε) 6 \div \frac{3}{5}$$

Λύση:

$$(α) \frac{8}{9} \div \frac{2}{9} = \frac{8 \div 2}{9 \div 9} = \frac{4}{1} = 4$$

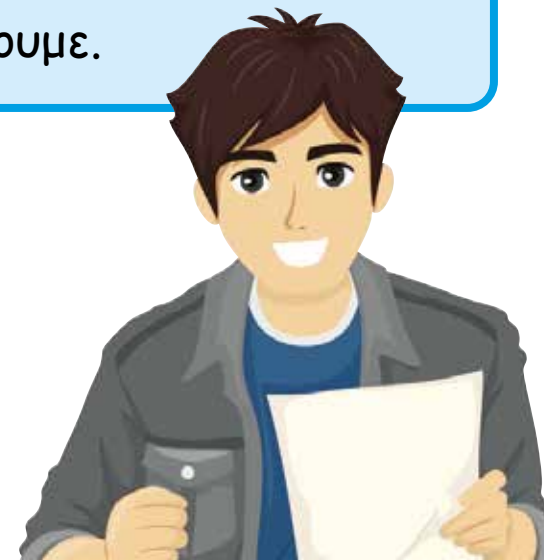
ή

$$\frac{8}{9} \div \frac{2}{9} = \frac{\cancel{4}^4 \cancel{8}^1}{\cancel{9}^1 \cancel{9}^1} \div \frac{\cancel{1}^1 \cancel{2}^1}{\cancel{9}^1 \cancel{9}^1} = \frac{4}{1} = 4$$

Τα κλάσματα είναι ομώνυμα. Διαιρούμε τον αριθμητή με τον αριθμητή και τον παρονομαστή με τον παρονομαστή.

ή

Αντιστρέφουμε το δεύτερο κλάσμα και πολλαπλασιάζουμε.



$$(\beta) \frac{15}{12} \div \frac{3}{4} = \frac{15 \div 3}{12 \div 4} = \frac{5}{3} = 1 \frac{2}{3}$$

ή

$$\frac{15}{12} \div \frac{3}{4} = \frac{\overset{5}{\cancel{15}}}{\underset{3}{\cancel{12}}} \cdot \frac{\overset{1}{\cancel{4}}}{\underset{1}{\cancel{3}}} = \frac{5}{3} = 1 \frac{2}{3}$$



Τα κλάσματα δεν είναι ομώνυμα, αλλά το πηλίκο του αριθμητή διά του αριθμητή και του παρονομαστή διά του παρονομαστή είναι ακέραιοι αριθμοί.

$$15 \div 3 = 5$$

$$12 \div 4 = 3$$

ή

Αντιστρέφουμε το δεύτερο κλάσμα και πολλαπλασιάζουμε.

$$(γ) \frac{3}{5} \div \frac{1}{4} = \frac{12}{20} \div \frac{5}{20} = \frac{12 \div 5}{20 \div 20}$$

$$= \frac{12 \div 5}{1} = 12 \div 5 = \frac{12}{5} = 2 \frac{2}{5}$$

ή

$$\frac{3}{5} \div \frac{1}{4} = \frac{3}{5} \cdot \frac{4}{1} = \frac{3 \cdot 4}{5 \cdot 1}$$

$$= \frac{12}{5} = 2 \frac{2}{5}$$



Τα κλάσματα δεν είναι ομώνυμα. Το πηλίκο του αριθμητή διά του αριθμητή και του παρονομαστή διά του παρονομαστή δεν είναι ακέραιοι αριθμοί. Άρα, κάνουμε τα κλάσματα ομώνυμα και διαιρούμε τον αριθμητή με τον αριθμητή και τον παρονομαστή με τον παρονομαστή.

$$\text{ΕΚΠ } (5,4) = 20$$

$$\frac{3}{5} = \frac{12}{20} \text{ και } \frac{1}{4} = \frac{5}{20}$$

ή

Αντιστρέφουμε το δεύτερο κλάσμα και πολλαπλασιάζουμε.

$$\begin{aligned}(\delta) \quad \frac{3}{5} \div 5 &= \frac{3}{5} \div \frac{25}{5} = \frac{3 \div 25}{1} \\ &= 3 \div 25 = \frac{3}{25}\end{aligned}$$

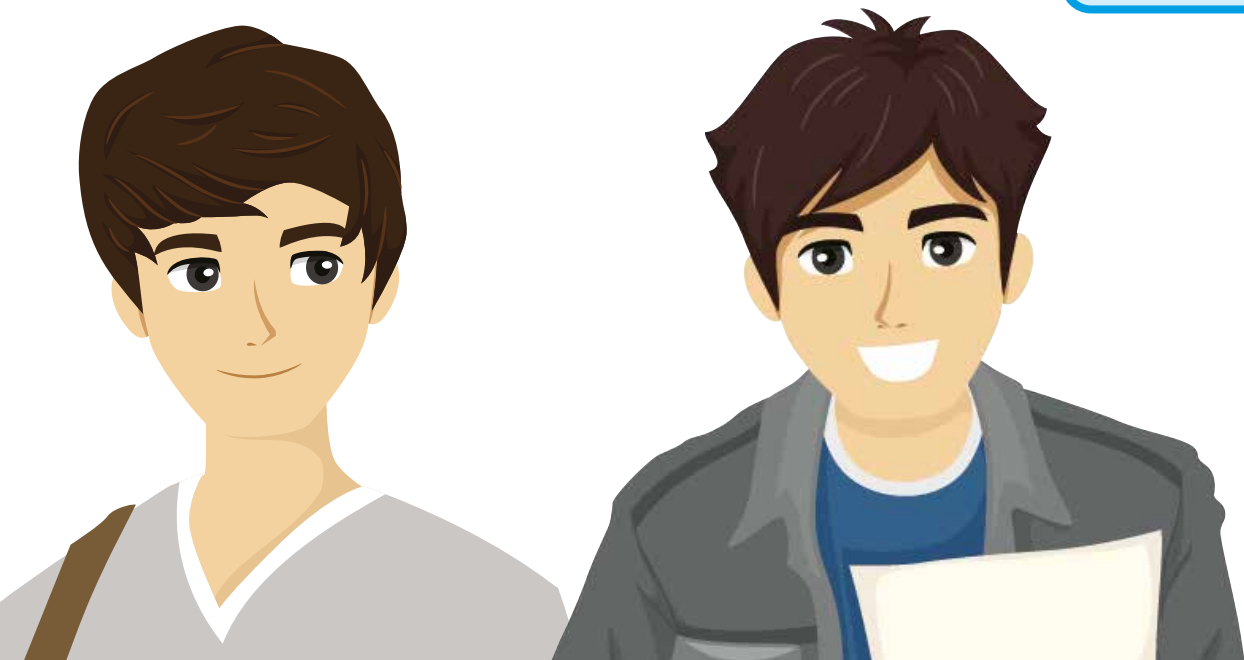
ή

$$\frac{3}{5} \div 5 = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{5} = \frac{3}{25}$$

Γράφουμε το 5 ως κλάσμα με παρονομαστή το $5 = \frac{25}{5}$, ώστε να προκύψουν ομώνυμα κλάσματα. Διαιρούμε τον αριθμητή με τον αριθμητή και τον παρονομαστή με τον παρονομαστή.

ή

Αντιστρέφουμε το δεύτερο κλάσμα και πολλαπλασιάζουμε.



$$(ε) 6 \div \frac{3}{5} = \frac{30}{5} \div \frac{3}{5} = \frac{30 \div 3}{5 \div 5}$$

$$= \frac{10}{1} = 10$$

ή

$$6 \div \frac{3}{5} = \frac{\overset{2}{\cancel{6}}}{1} \cdot \frac{5}{\underset{1}{\cancel{3}}} = \frac{10}{1} = 10$$

Γράφουμε το 6 ως κλάσμα με παρονομαστή το 5, ώστε να προκύψουν ομώνυμα κλάσματα. Διαιρούμε τον αριθμητή με τον αριθμητή και τον παρονομαστή με τον παρονομαστή.

$$6 = \frac{30}{5}$$

ή

Αντιστρέφουμε το δεύτερο κλάσμα και πολλαπλασιάζουμε.



2. Να υπολογίσετε το πηλίκο $2\frac{1}{2} \div 1\frac{2}{3}$.

Λύση:

$$2\frac{1}{2} \div 1\frac{2}{3} = \frac{5}{2} \div \frac{5}{3} = \frac{15}{6} \div \frac{10}{6} = \frac{15 \div 10}{6 \div 6}$$

$$= \frac{15 \div 10}{1} = 15 \div 10 = \frac{15}{10} = 1\frac{5}{10} = 1\frac{1}{2}$$

ή

$$2\frac{1}{2} \div 1\frac{2}{3} = \frac{5}{2} \div \frac{5}{3} = \frac{\cancel{5}^1}{2} \cdot \frac{3}{\cancel{5}_1} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$$

Μετατρέπουμε τους μικτούς αριθμούς σε καταχρηστικά κλάσματα και στη συνέχεια, κάνουμε τη διαίρεση.

$$2\frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$

$$1\frac{2}{3} = \frac{5}{3}$$

3. Να επιλύσετε τα προβλήματα.

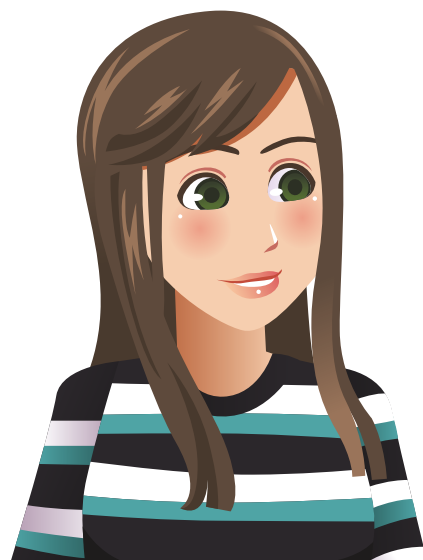
(α) Ο Γιάννης μοίρασε $\frac{3}{4}$ L ελαιόλαδο σε 2 δοχεία. Σε κάθε δοχείο έβαλε την ίδια ποσότητα. Πόσο ελαιόλαδο έβαλε σε κάθε δοχείο;

(β) Ένα ποτήρι χωρεί $\frac{1}{4}$ L λεμονάδα. Η Ζωή έχει 3 L λεμονάδα. Πόσα ποτήρια μπορεί να γεμίσει;

(γ) Ο κύριος Μανώλης έχει $4\frac{3}{8}$ L κρασί και θα το βάλει σε μπουκάλια που το καθένα χωρεί $\frac{7}{8}$ L. Πόσα μπουκάλια θα γεμίσει ο κύριος Μανώλης;

Λύση:

(α) Μαθηματική πρόταση: $\frac{3}{4} \div 2 = \nu$



$$\frac{3}{4} \div 2 = \frac{3}{4} \div \frac{8}{4} = \frac{3 \div 8}{4 \div 4}$$

$$= \frac{3 \div 8}{1} = \frac{3}{8}$$

ή

$$\frac{3}{4} \div 2 = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{8}$$

Απάντηση:

Ο Γιάννης έβαλε σε κάθε δοχείο $\frac{3}{8}$ L ελαιόλαδο.

Ο Γιάννης μοίρασε τα $\frac{3}{4}$ L σε 2 δοχεία.
Άρα, μοιράζουμε τα $\frac{3}{4}$ σε 2 ίσες ομάδες,
δηλαδή υπολογίζουμε το πηλίκο $\frac{3}{4} \div 2$.

Το 2 γράφεται ως $\frac{8}{4}$.

$$\frac{3}{4} \div \frac{8}{4} = \frac{3}{8}$$

$$2 \cdot \frac{3}{8} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$



(β) Μαθηματική πρόταση: $3 \div \frac{1}{4} = \nu$

$$3 \div \frac{1}{4} = \frac{12}{4} \div \frac{1}{4} = \frac{12 \div 1}{4 \div 4} = \frac{12}{1} = 12$$

ή

$$3 \div \frac{1}{4} = \frac{3}{1} \cdot \frac{4}{1} = \frac{12}{1} = 12$$

Απάντηση:

Η Ζωή μπορεί να γεμίσει 12L ποτήρια.

(γ) Μαθηματική πρόταση: $4 \frac{3}{8} \div \frac{7}{8} = \nu$

$$4 \frac{3}{8} \div \frac{7}{8} = \frac{35}{8} \div \frac{7}{8} = \frac{35 \div 7}{8 \div 8} = \frac{5}{1} = 5$$

Η Ζωή έχει 3 L χυμού, δηλαδή $\frac{12}{4}$ L. Κάθε ποτήρι χωρεί $\frac{1}{4}$ L.

Άρα, υπολογίζουμε το πηλίκο

$$\frac{12}{4} \div \frac{1}{4} .$$

$$\frac{12}{4} \div \frac{1}{4} = 12$$

$$12 \cdot \frac{1}{4} = \frac{12}{4}$$

$$\begin{aligned} & \text{ή} \\ 4 \frac{3}{8} \div \frac{7}{8} &= \frac{35}{8} \div \frac{7}{8} = \frac{35}{8} \cdot \frac{8}{7} = \frac{5}{1} = 5 \end{aligned}$$

Απάντηση:

Ο κύριος Μανώλης θα γεμίσει 5 μπουκάλια.



Ο κύριος Μανώλης έχει $4 \frac{3}{8}$ L
ελαιόλαδο, δηλαδή $\frac{35}{8}$ L.

Κάθε μπουκάλι χωρεί $\frac{7}{8}$ L.

Άρα, υπολογίζουμε το πηλίκο

$$\frac{35}{8} \div \frac{7}{8} .$$

$$\frac{35}{8} \div \frac{7}{8} = 5$$

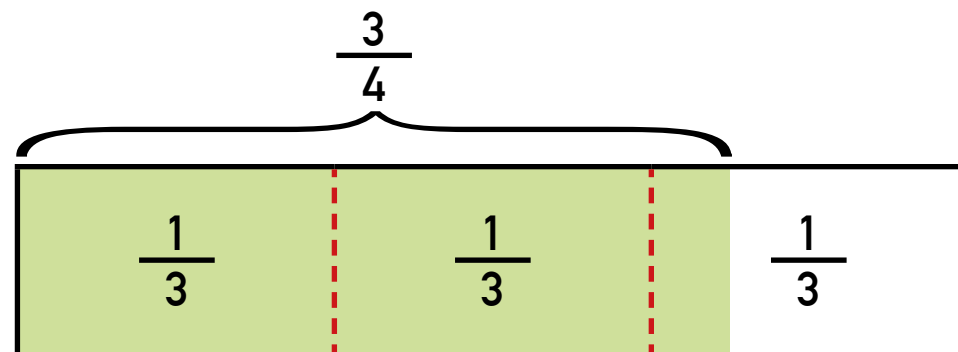
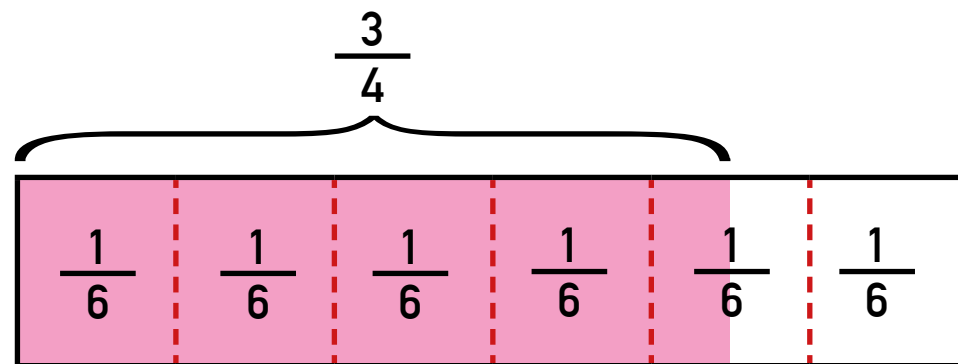
$$5 \cdot \frac{7}{8} = \frac{35}{8}$$

4. Να συμπληρώσετε με τα σύμβολα $<$, $>$ και $=$, χωρίς να κάνετε τις πράξεις.

$$\frac{3}{4} \div \frac{1}{6} \bigcirc \frac{3}{4} \div \frac{1}{3}$$

Λύση:

$$\frac{3}{4} \div \frac{1}{6} \bigcirc > \frac{3}{4} \div \frac{1}{3}$$



Το $\frac{1}{6}$ είναι μικρότερο από το $\frac{1}{3}$. Τα $\frac{3}{4}$ έχουν περισσότερα κομμάτια του $\frac{1}{6}$ σε σχέση με τα κομμάτια του $\frac{1}{3}$. Άρα, το πηλίκο $\frac{3}{4} \div \frac{1}{6}$ είναι μεγαλύτερο από το πηλίκο $\frac{3}{4} \div \frac{1}{3}$.

Δραστηριότητες

1. Να υπολογίσετε τα πηλίκα. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας. Να γράψετε την απάντησή σας στην πιο απλή μορφή.

$$(α) \frac{3}{8} \div \frac{4}{5}$$

$$(β) \frac{6}{11} \div \frac{4}{5}$$

$$(γ) \frac{9}{10} \div \frac{7}{10}$$

$$(δ) \frac{2}{7} \div \frac{1}{7}$$

$$(ε) \frac{8}{9} \div \frac{6}{7}$$

$$(στ) \frac{12}{15} \div \frac{3}{5}$$

$$(ζ) \frac{20}{21} \div \frac{4}{7}$$

$$(η) 9 \div \frac{2}{7}$$

$$(θ) 12 \div \frac{2}{3}$$

$$(ι) \frac{9}{15} \div 4$$

$$(ια) \frac{8}{12} \div 5$$

$$(ιβ) \frac{10}{13} \div 2$$

$$(ιγ) \frac{14}{25} \div 7$$

$$(ιδ) \frac{3}{7} \div \frac{1}{9}$$

$$(ιε) \frac{5}{9} \div \frac{2}{8}$$

$$(ιστ) \frac{45}{49} \div \frac{5}{7}$$

$$(ιζ) \frac{4}{5} \div 2$$

$$(ιη) \frac{8}{15} \div 4$$

$$(ιθ) \frac{3}{5} \div 3$$

$$(κ) \frac{15}{21} \div 5$$

$$(κα) \frac{1}{4} \div 4$$

$$(κβ) \frac{1}{10} \div 2$$

$$(κγ) \frac{3}{8} \div 5$$

$$(κδ) \frac{2}{5} \div 3$$

$(\kappa\epsilon) 9 \div 10$

$(\kappa\sigma\tau) 6 \div 7$

$(\kappa\zeta) 1 \div 9$

$(\kappa\eta) 25 \div 12$

$(\kappa\theta) 8 \div 1 \frac{2}{5}$

$(\lambda) 7 \div 4 \frac{2}{3}$

$(\lambda\alpha) 3 \div 2 \frac{1}{8}$

$(\lambda\beta) 7 \div 5 \frac{3}{8}$

$(\lambda\gamma) 2 \frac{1}{2} \div \frac{3}{5}$

$(\lambda\delta) 3 \frac{2}{7} \div \frac{4}{9}$

$(\lambda\epsilon) 3 \frac{8}{9} \div \frac{3}{4}$

$(\lambda\sigma\tau) 12 \frac{1}{3} \div \frac{1}{5}$

$(\lambda\zeta) 2 \frac{1}{5} \div 1 \frac{1}{2}$

$(\lambda\eta) 4 \frac{3}{5} \div 1 \frac{2}{3}$

$(\lambda\theta) 4 \frac{8}{11} \div 2 \frac{1}{3}$

$(\mu) 5 \frac{9}{10} \div 2 \frac{1}{4}$

2. Να επιλέξετε τη μαθηματική πρόταση που ταιριάζει σε κάθε πρόβλημα.

(α) Η κυρία Σοφία είχε ένα κομμάτι κορδέλα με μήκος $\frac{8}{10}$ m. Το έκοψε σε 4 ίσα κομμάτια. Πόσο είναι το μήκος κάθε κομματιού;

(i) $4 \div \frac{8}{10}$

(ii) $4 \cdot \frac{8}{10}$

(iii) $\frac{8}{10} \div 4$

(iv) $\frac{8}{10} + 4$

(β) Μια συσκευασία χυμών περιέχει 4 ίδια κουτιά. Πόσα λίτρα χυμού περιέχει η συσκευασία, αν κάθε κουτί περιέχει $\frac{3}{4}$ L;

(i) $\frac{3}{4} \div 4$

(ii) $4 \cdot \frac{3}{4}$

(iii) $4 \div \frac{3}{4}$

(iv) $4 - \frac{3}{4}$

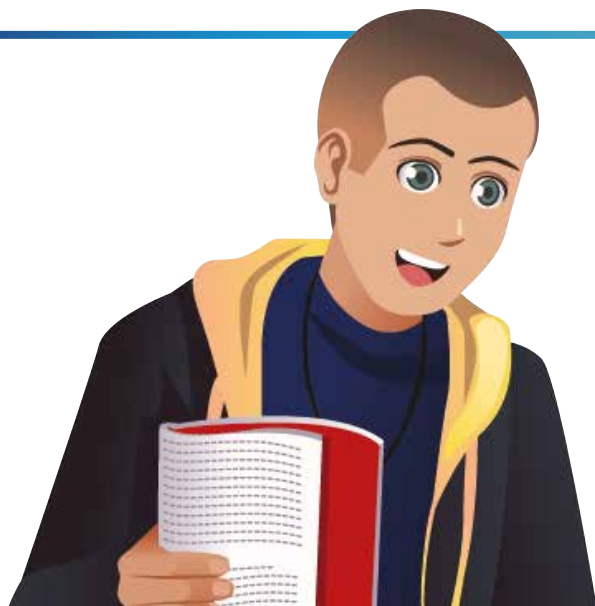
(γ) Ο Τάσος χρησιμοποίησε $4 \frac{4}{5}$ m κορδέλα, για να φτιάξει κορνίζες. Για κάθε κορνίζα χρησιμοποίησε $\frac{3}{5}$ m κορδέλα. Πόσες κορνίζες έφτιαξε;

(i) $4 \frac{4}{5} - \frac{3}{5}$

(ii) $4 \frac{4}{5} \div \frac{3}{5}$

(iii) $\frac{3}{5} - 4 \frac{4}{5}$

(iv) $4 \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{5}$



(δ) Ο Νίκος αγόρασε μια συσκευασία με μήλα που ζύγιζε $3\frac{2}{3}$ kg και μια συσκευασία με πορτοκάλια που ζύγιζε $3\frac{4}{5}$ kg. Πόσα κιλά ζύγισαν τα φρούτα που αγόρασε ο Νίκος;

(i) $3\frac{4}{5} - 3\frac{2}{3}$ (ii) $3\frac{2}{3} \cdot 3\frac{4}{5}$ (iii) $3\frac{2}{3} + 3\frac{4}{5}$ (iv) $3\frac{4}{5} \div 3\frac{2}{3}$

(ε) Η Χαρά γυμνάζεται για $3\frac{3}{4}$ ώρες κάθε εβδομάδα. Αφιερώνει τα $\frac{2}{5}$ του χρόνου αυτού στην αερόβια γυμναστική. Πόσες ώρες την εβδομάδα αφιερώνει η Χαρά στην αερόβια γυμναστική;

(i) $\frac{2}{5} \cdot 3\frac{3}{4}$ (ii) $3\frac{3}{4} + \frac{2}{5}$ (iii) $3\frac{3}{4} - \frac{2}{5}$ (iv) $3\frac{3}{4} \div \frac{2}{5}$

3. Να επιλύσετε τα προβλήματα. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

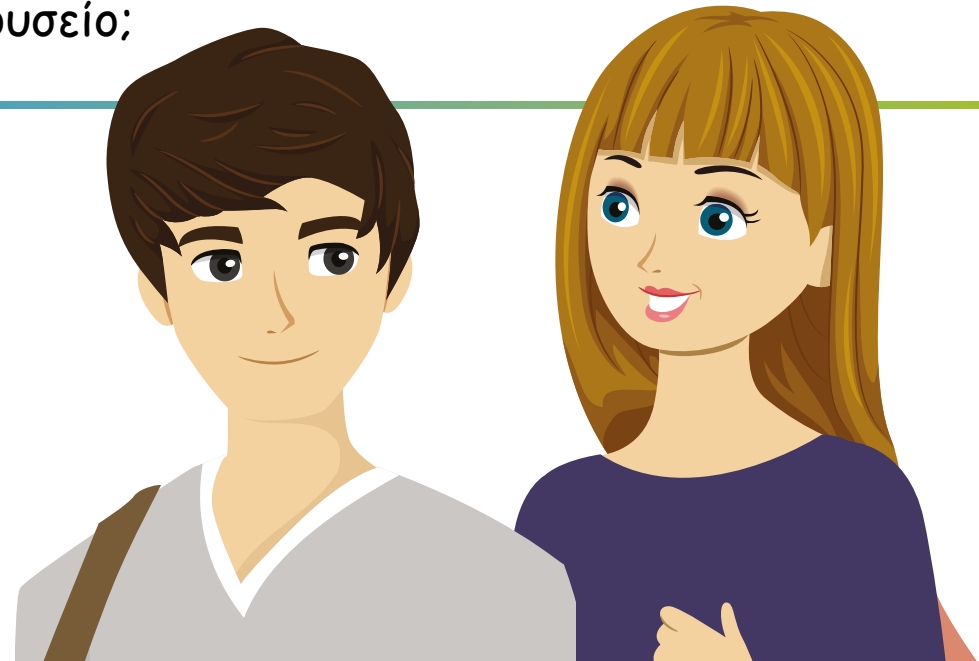
(α) Ο Δήμος θα μοιράσει $\frac{1}{5}$ kg τροφής σε 3 γάτους. Πόση ποσότητα τροφής θα δώσει σε κάθε γάτο, αν θα δώσει σε κάθε γάτο την ίδια ποσότητα τροφής;

(β) Ο Πάνος ετοίμασε 6 L πορτοκαλάδα. Έβαλε την ποσότητα αυτή σε δοχεία που το καθένα χωρούσε $\frac{2}{5}$ L. Πόσα δοχεία γέμισε ο Πάνος;

(γ) Ο κύριος Αντρέας έχει 5 kg ζάχαρη. Χρειάζεται $\frac{3}{4}$ kg ζάχαρη, για να φτιάξει μια δόση μπισκότα. Πόση ζάχαρη θα του περισσέψει, αν φτιάξει την τριπλάσια δόση μπισκότων;

(δ) Η Βάσω θα περπατήσει σε ένα μονοπάτι της φύσης με μήκος $6 \frac{3}{4}$ km. Το μονοπάτι είναι χωρισμένο σε μικρότερα τμήματα με μήκος $\frac{3}{4}$ km το καθένα. Από πόσα μικρότερα τμήματα αποτελείται το μονοπάτι;

(ε) Οι μαθητές της Στ' τάξης επισκέφθηκαν το μουσείο. Το κόστος για τη μεταφορά και την είσοδο στο μουσείο ήταν €256. Το κόστος για την είσοδό τους στο μουσείο αντιστοιχεί στο $\frac{1}{4}$ του συνολικού κόστους. Ποιο ήταν το κόστος της μεταφοράς των μαθητών στο μουσείο;



(στ) Ο Μάξιμος χρειάστηκε $12 \frac{1}{2}$ ώρες για να κατασκευάσει το μοντέλο ενός τρένου. Κάθε βράδυ εργαζόταν για $1 \frac{1}{4}$ ώρες. Πόσα βράδια χρειάστηκαν, για την ολοκλήρωση της κατασκευής;

(ζ) Μια αίθουσα πολλαπλής χρήσης έχει μήκος $13 \frac{1}{5}$ m και πλάτος $9 \frac{3}{4}$ m. Πόση είναι η περίμετρος της αίθουσας;

4. Να γράψετε ένα πρόβλημα, για καθεμιά από τις πιο κάτω μαθηματικές προτάσεις. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

$$4 \div \frac{2}{3}$$

$$\frac{2}{3} \div 4$$

$$\frac{1}{2} \div \frac{1}{4}$$

$$4 \div 2$$

5. Να συμπληρώσετε, όπως στο παράδειγμα.

Παράδειγμα:

$$\text{Αν } 4 \cdot \frac{2}{5} = \frac{8}{5},$$

Τότε,

$$\frac{2}{5} \cdot 4 = \frac{8}{5}$$

$$\frac{8}{5} \div 4 = \frac{8}{5}$$

$$\frac{8}{5} \div \frac{2}{5} = 4$$

$$\text{Αν } 5 \cdot \frac{1}{2} = \frac{5}{2},$$

Τότε,

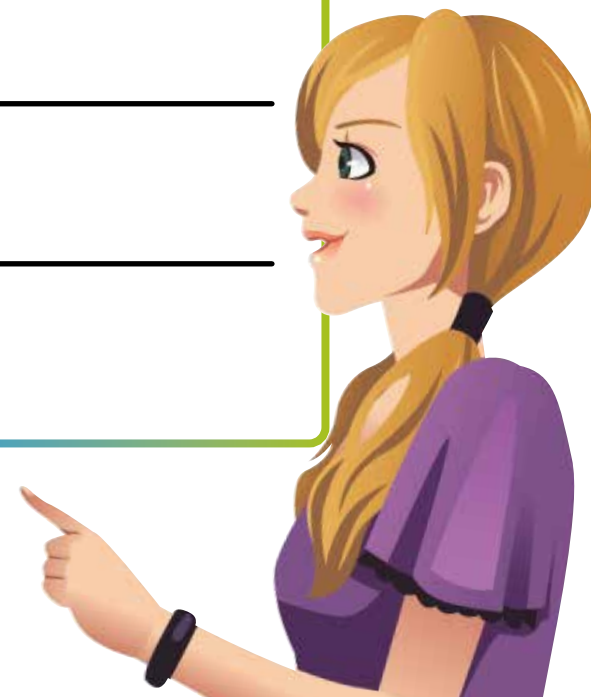
$$\frac{1}{2} \cdot 5 =$$

$$\frac{5}{2} \div 5 =$$

$$\frac{5}{2} \div \frac{1}{2} =$$

$$\text{Αν } \frac{5}{8} \cdot \frac{2}{3} = \frac{10}{24},$$

Τότε,



6. Να συμπληρώσετε με τα σύμβολα $<$, $>$ και $=$, χωρίς να κάνετε τις πράξεις.

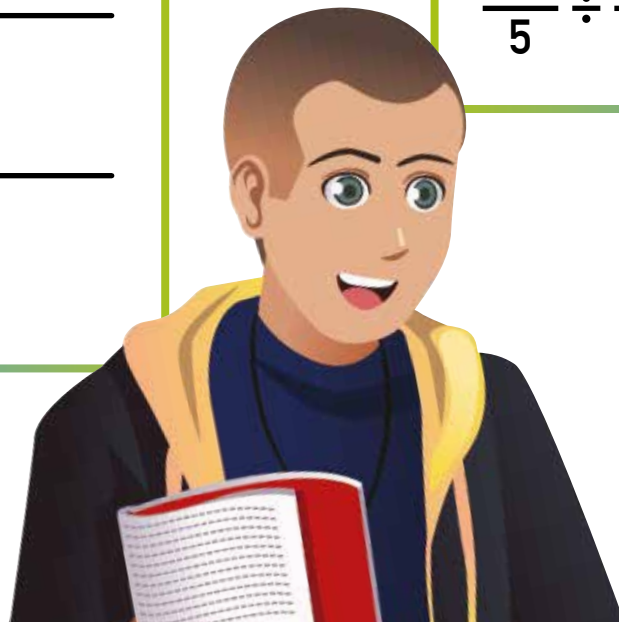
$$\text{Αν } \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5} = \frac{3}{10},$$

Τότε,

$$\frac{3}{5} \div \frac{1}{5} \bigcirc \frac{3}{5} \div \frac{1}{6}$$

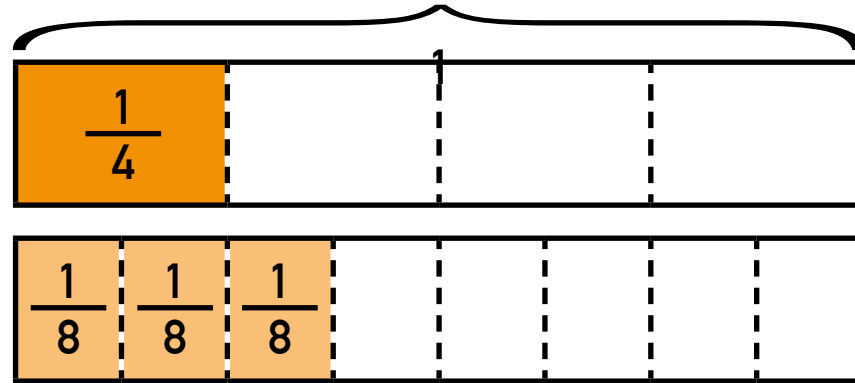
$$\frac{1}{2} \div \frac{1}{5} \bigcirc \frac{1}{4} \div \frac{1}{5}$$

$$\frac{1}{5} \div \frac{1}{3} \bigcirc \frac{3}{5} \div \frac{1}{9}$$



7.

Το πηλίκο της διαίρεσης $\frac{1}{4} \div \frac{3}{8}$ είναι μικρότερο από 1.



Συμφωνείς με τον Θεόδωρο; Να επεξηγήσεις.

8. Χωρίς να κάνετε τις πράξεις, να βάλετε σε κύκλο τις μαθηματικές προτάσεις στις οποίες το πηλίκο είναι:

(α) Μεγαλύτερο από μία ακέραια μονάδα

$$4\frac{2}{3} \div 5\frac{1}{4}$$

$$3\frac{1}{8} \div 2\frac{2}{5}$$

$$1\frac{6}{7} \div 2\frac{1}{3}$$

$$5\frac{3}{4} \div 7\frac{3}{8}$$

(β) Μικρότερο από μία ακέραια μονάδα

$$1\frac{1}{2} \div 1\frac{1}{3}$$

$$4\frac{1}{3} \div 2\frac{2}{5}$$

$$2\frac{1}{8} \div 3\frac{1}{3}$$

$$3\frac{1}{2} \div 1\frac{3}{5}$$



9. Να υπολογίσετε την τιμή του v , ώστε να ισχύουν οι ισότητες. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

$$(α) \frac{2}{3} \div v = \frac{8}{9}$$

$$(β) v \div \frac{3}{9} = \frac{6}{12}$$

$$(γ) \frac{1}{4} \div v = \frac{9}{20}$$

$$(δ) \frac{4}{5} \div v = \frac{28}{45}$$

$$(ε) v \div \frac{2}{7} = 2 \frac{4}{5}$$

$$(στ) 3 \frac{3}{4} \div v = 2 \frac{4}{13}$$

10. Να επιλύσετε τα πιο κάτω προβλήματα. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας

(α) Η Λυδία ξόδεψε τα $\frac{3}{4}$ των αποταμιεύσεων της, για να αγοράσει καινούρια έπιπλα. Έπειτα ξόδεψε το $\frac{1}{2}$ των υπόλοιπων χρημάτων, για να αγοράσει ένα καινούριο ψυγείο. Αν το κόστος του ψυγείου ήταν €450, πόσα ήταν τα χρήματα που είχε αποταμιεύσει;

(β) Στην αποθήκη ενός σχολείου υπήρχαν μερικά τετράδια. Ο κύριος Αντώνης πήρε τα μισά τετράδια. Ο κύριος Αντώνης έδωσε το $\frac{1}{4}$ των τετραδίων που πήρε στον κύριο Θωμά και κράτησε τα υπόλοιπα 12 τετράδια. Πόσα τετράδια υπήρχαν στην αποθήκη;

(γ) Ένα σχολείο έχει 3 τάξεις. Ο αριθμός των παιδιών σε κάθε τάξη είναι ο ίδιος. Μια βροχερή μέρα έλειπαν από το σχολείο πολλά παιδιά. Στην πρώτη τάξη είχαν έρθει τα μισά παιδιά, στη δεύτερη τάξη είχαν έρθει τα $\frac{3}{4}$ των παιδιών και στην τρίτη τάξη έλειπε το $\frac{1}{8}$ των παιδιών. Ο συνολικός αριθμός των παιδιών που έλειπαν και από τις τρεις τάξεις ήταν 70. Πόσα παιδιά πήγαν σχολείο;

Επανάληψη

1. Να συγκρίνετε τα κλάσματα, χρησιμοποιώντας τα σύμβολα $<$, $>$, $=$.

$$(α) \frac{1}{3} \bigcirc \frac{1}{10}$$

$$(β) \frac{2}{9} \bigcirc \frac{2}{5}$$

$$(γ) \frac{9}{10} \bigcirc \frac{9}{20}$$

$$(δ) \frac{1}{2} \bigcirc \frac{7}{20}$$

$$(ε) \frac{7}{10} \bigcirc \frac{1}{2}$$

$$(στ) \frac{3}{4} \bigcirc \frac{6}{13}$$

$$(ζ) \frac{9}{10} \bigcirc \frac{17}{18}$$

$$(η) \frac{99}{100} \bigcirc \frac{6}{7}$$

$$(θ) \frac{5}{6} \bigcirc \frac{10}{12}$$

2. Να εξηγήσετε κατά πόσο τα πιο κάτω κλάσματα είναι ισοδύναμα ή όχι. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

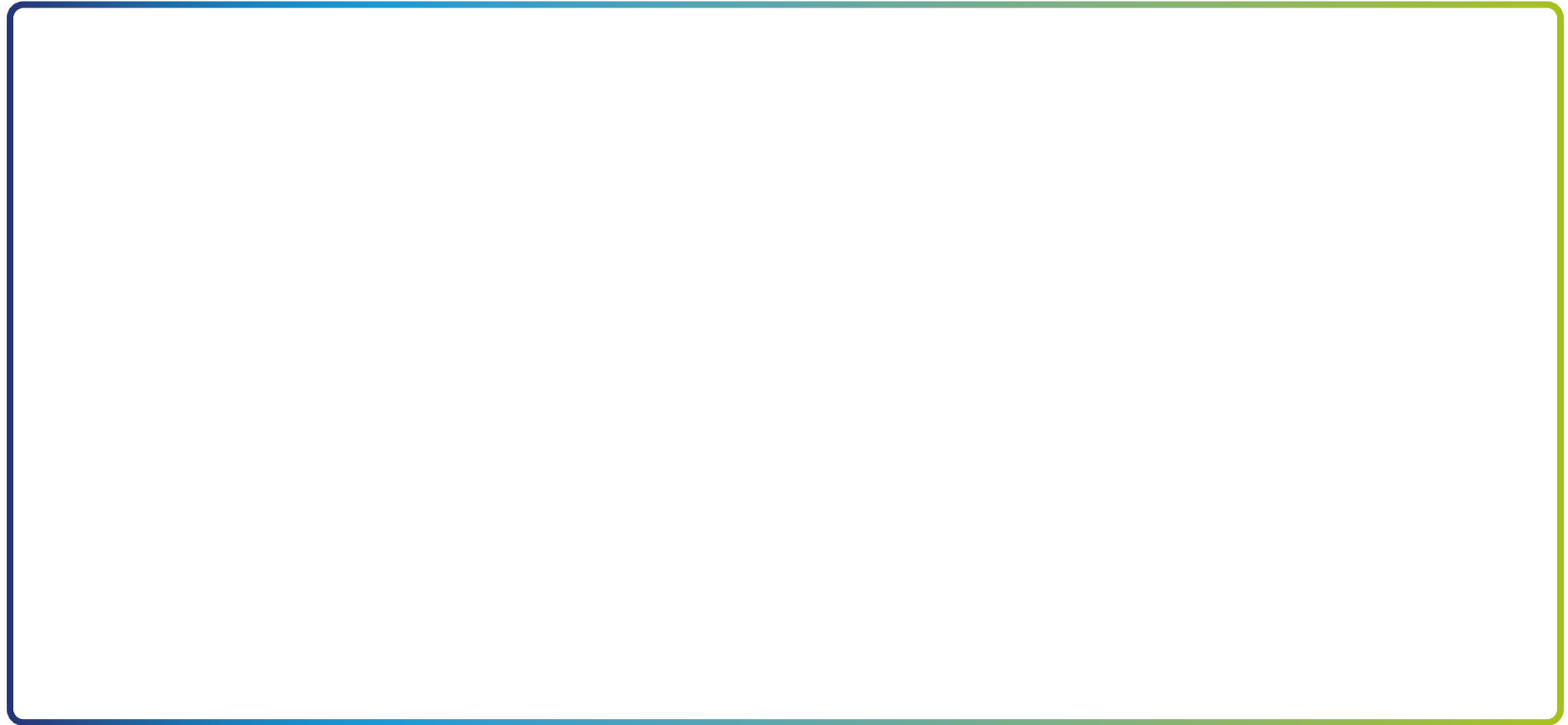
$$(α) \frac{8}{12} \text{ και } \frac{14}{21}$$

$$(β) \frac{9}{15} \text{ και } \frac{12}{32}$$

$$(γ) \frac{25}{35} \text{ και } \frac{30}{42}$$

(α) Ο κύριος Γιάννης θα τοποθετήσει φωτιστικά κατά μήκος του περιτοιχίσματος στο πίσω μέρος της αυλής του. Θα τοποθετήσει συνολικά 9 φωτιστικά, τοποθετώντας το πρώτο στη μία άκρη του περιτοιχίσματος και το τελευταίο στην άλλη άκρη. Η απόσταση μεταξύ δύο οποιωνδήποτε φωτιστικών θα είναι 2 m. Πόση θα είναι η απόσταση μεταξύ του πρώτου και του τελευταίου φωτιστικού;

(β) Η Ολίβια κατασκευάζει έναν ορθογώνιο κήπο με μήκος 4 m και πλάτος 3 m. Θα περιφράξει τον κήπο, τοποθετώντας ξύλινο φράχτη. Για να στηρίξει τον φράχτη, θα χρειαστεί ξύλινες δοκούς που θα τοποθετηθούν σε απόσταση 1 m η μία από την άλλη. Πόσες ξύλινες δοκούς θα χρειαστεί η Ολίβια;



Νέες Έννοιες

- Μια στρατηγική που μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε, για να επιλύουμε προβλήματα είναι η στρατηγική **κάνω σχέδιο**.

Παράδειγμα:

Τα παιδιά κατασκεύασαν ένα τετράγωνο δεντρόσπιτο, χρησιμοποιώντας ξύλινες σανίδες. Για να στηρίξουν τις σανίδες, χρησιμοποίησαν 8 ξύλινες δοκούς σε κάθε πλευρά του δεντρόσπιτου. Πόσες ξύλινες δοκούς χρησιμοποίησαν συνολικά;

Γνωρίζουμε ότι:

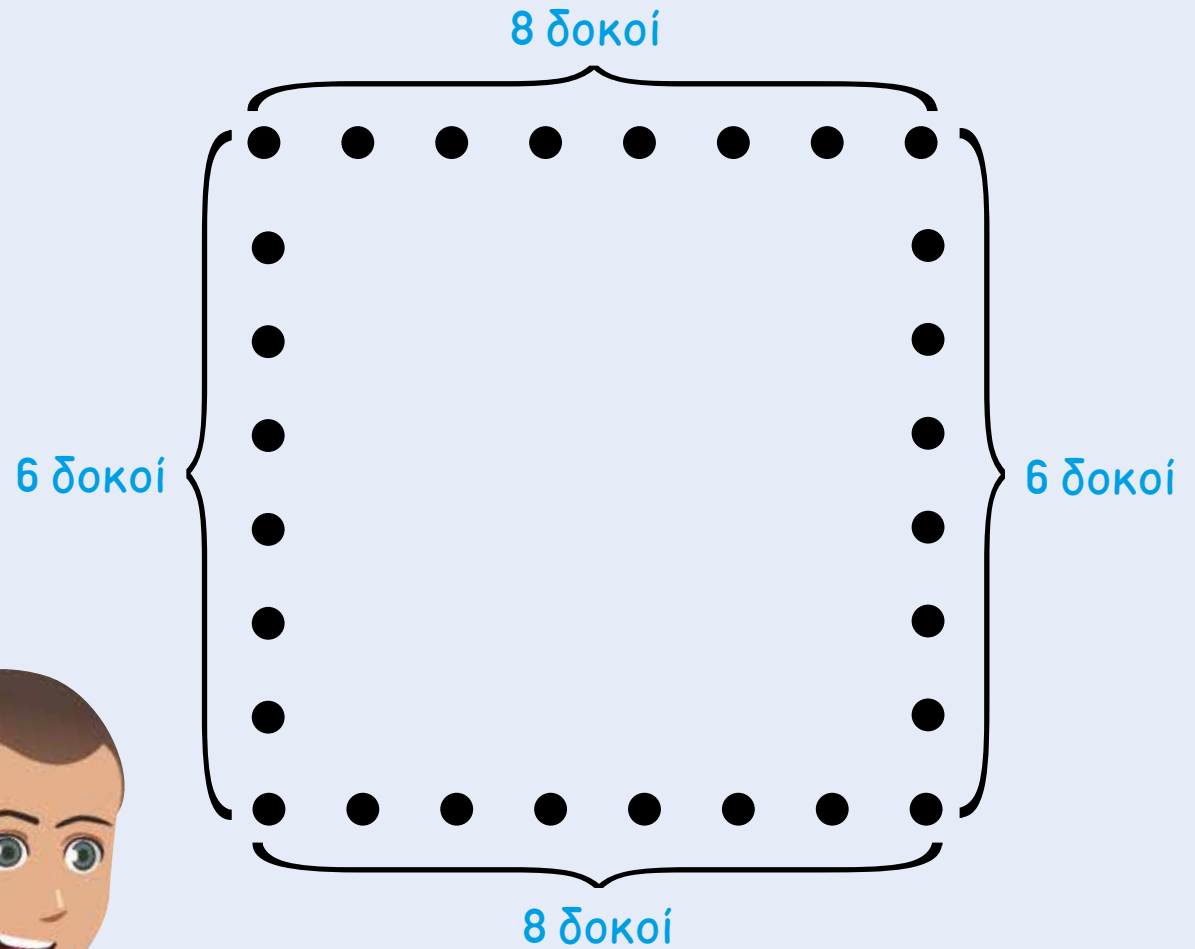
- Το δεντρόσπιτο έχει τετράγωνο σχήμα.
- Χρησιμοποίησαν 8 ξύλινες δοκούς σε κάθε πλευρά του δεντρόσπιτου.

Λύση:

- Κάνουμε ένα σχέδιο, για να αναπαραστήσουμε τις δοκούς γύρω από το δεντρόσπιτο.

$$8 + 8 + 6 + 6 = 28$$

Άρα, τα παιδιά χρησιμοποίησαν συνολικά 28 δοκούς.



Δραστηριότητες

1. Να επιλύσετε τα προβλήματα.

(α) Η Δανάη έχει ένα σχοινί με μήκος 8 m. Έκοψε το σχοινί σε ίσα κομμάτια, κάνοντας 3 κοπές. Πόσο είναι το μήκος κάθε κομματιού;

(β) Σε έναν δρόμο θα τοποθετηθούν 9 στύλοι ηλεκτροφωτισμού. Η απόσταση μεταξύ δύο οποιονδήποτε διαδοχικών στύλων θα είναι $4\frac{3}{8}$ m. Πόση θα είναι η απόσταση μεταξύ του πρώτου και του τελευταίου στύλου ηλεκτροφωτισμού;

(γ) Ο Ιάκωβος κατασκευάζει ένα πύργο, χρησιμοποιώντας κομμάτια από ένα παιχνίδι κατασκευών. Χρειάζεται $1\frac{1}{6}$ δευτερόλεπτα, για να ενώσει δύο κομμάτια. Πόσα χρόνο χρειάζεται συνολικά, για να κατασκευάσει έναν πύργο που αποτελείται από 9 κομμάτια;

(δ) Τα ρομπότ Α και Β βρίσκονται το ένα απέναντι από τον άλλο. Η απόσταση μεταξύ τους είναι ίση με $10 \frac{1}{2}$ m. Στη μέση της απόστασης βρίσκεται μια πινακίδα. Τα δύο ρομπότ ξεκίνησαν την ίδια στιγμή να κινούνται το ένα προς το άλλο, με την ίδια ταχύτητα. Το ρομπότ Α, όταν έφτασε στη μέση της απόστασης από το σημείο εκκίνησής του μέχρι την πινακίδα, επέστρεψε πίσω στο σημείο εκκίνησης και ξεκίνησε ξανά να κινείται προς το ρομπότ Β. Πόση ήταν η απόσταση του σημείου όπου συναντήθηκαν τελικά τα δύο ρομπότ από την πινακίδα;

Δραστηριότητες ενότητας

1. Να υπολογίσετε το γινόμενο στο τετράδιό σας. Να γράψετε την απάντηση στην πιο απλή μορφή.

$$(α) 3 \cdot \frac{1}{5}$$

$$(β) 8 \cdot \frac{4}{7}$$

$$(γ) \frac{2}{5} \cdot 15$$

$$(δ) \frac{2}{3} \cdot 16$$

$$(ε) \frac{8}{15} \cdot 30$$

$$(στ) 9 \cdot \frac{6}{10}$$

$$(ζ) \frac{7}{8} \cdot 18$$

$$(η) 9 \cdot \frac{3}{4}$$

$$(θ) 7 \cdot \frac{9}{20}$$

$$(ι) \frac{5}{12} \cdot 8$$

$$(ια) 15 \cdot \frac{4}{9}$$

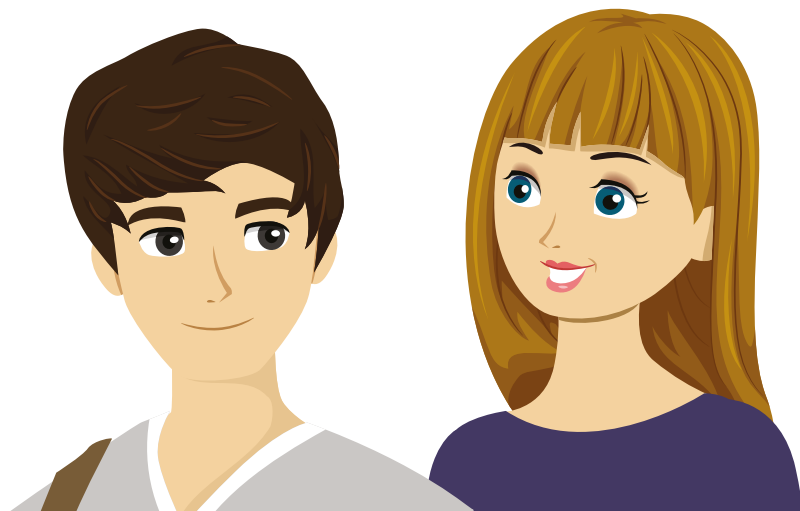
$$(ιβ) \frac{5}{6} \cdot 8$$

$$(ιγ) 15 \cdot 4 \cdot \frac{3}{5}$$

$$(ιδ) 6 \cdot 7 \cdot \frac{3}{8}$$

$$(ιε) \frac{5}{9} \cdot 5 \cdot 15$$

$$(ιστ) 8 \cdot 15 \cdot \frac{5}{12}$$



2. Να βάλετε σε κύκλο την ορθή απάντηση.

(α) Έξι φίλοι βρίσκονται σε μια πιτσαρία. Θέλουν να παραγγείλουν αρκετή ποσότητα πίτσας, ώστε ο καθένας να φάει τουλάχιστον $\frac{2}{5}$ της πίτσας. Ποιος είναι ο ελάχιστος αριθμός πίτσων που πρέπει να παραγγείλουν;

(i) 1 πίτσα

(ii) 2 πίτσες

(iii) 3 πίτσες

(β) Η Εριφύλη και ο Σάββας χρησιμοποιούν βρώμη, για να παρασκευάσουν το πρόγευμά τους. Η Εριφύλη χρησιμοποίησε τα $\frac{2}{3}$ μιας συσκευασίας των 300 g. Ο Σάββας χρησιμοποίησε το $\frac{1}{3}$ μιας συσκευασίας των 600 g. Ποιο παιδί χρησιμοποίησε μεγαλύτερη ποσότητα βρώμης;

(i) Η Εριφύλη

(ii) Ο Σάββας

(iii) Χρησιμοποίησαν την ίδια ποσότητα βρώμης και τα δύο παιδιά

3. Να γράψετε ένα πρόβλημα για καθεμιά από τις πιο κάτω μαθηματικές προτάσεις.

$$(a) 4 \cdot \frac{1}{5} = v$$

$$(\beta) \frac{1}{4} \cdot 5 = v$$

4. Να συμπληρώσετε με τα σύμβολα $<$, $>$ ή $=$, χωρίς να κάνετε τις πράξεις.

$$(α) 3 \cdot \frac{2}{5} \bigcirc \frac{2}{5} \cdot 3$$

$$(β) 4 \cdot \frac{3}{4} \bigcirc 7 \cdot \frac{3}{4}$$

$$(γ) 6 \cdot \frac{2}{5} \bigcirc 8 \cdot \frac{2}{5}$$

$$(δ) \frac{1}{3} \cdot 9 \bigcirc \frac{1}{5} \cdot 9$$

$$(ε) \frac{3}{10} \cdot 12 \bigcirc \frac{7}{10} \cdot 12$$

$$(στ) \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \bigcirc \frac{1}{3} \cdot 4$$

$$(ζ) \frac{2}{5} \cdot 2 \cdot 4 \bigcirc 8 \cdot \frac{4}{5}$$

$$(η) \frac{4}{6} \cdot (9 + 6) \bigcirc 15 \cdot \frac{4}{6}$$

$$(θ) \left(5 \cdot \frac{3}{4}\right) \cdot \frac{2}{5} \bigcirc \left(5 \cdot \frac{3}{4}\right) \cdot \frac{2}{7}$$

$$(ι) 12 \cdot \frac{4}{5} \bigcirc \frac{4}{5} \cdot 4 \cdot 5$$

5. Να υπολογίσετε τα γινόμενα στο τετράδιό σας. Να γράψετε την απάντηση στην πιο απλή μορφή.

(A) (α) $\frac{1}{8} \cdot \frac{1}{5}$ (β) $\frac{2}{7} \cdot \frac{3}{9}$ (γ) $\frac{2}{15} \cdot \frac{1}{2}$ (δ) $\frac{4}{9} \cdot \frac{5}{3}$

(ε) $\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{7}$ (στ) $\frac{9}{14} \cdot \frac{7}{9}$ (ζ) $\frac{4}{5} \cdot \frac{3}{10}$ (η) $\frac{5}{6} \cdot \frac{6}{7}$

(θ) $\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{12}$ (ι) $\frac{8}{15} \cdot \frac{5}{16}$ (ια) $\frac{7}{12} \cdot \frac{24}{25}$ (ιβ) $\frac{13}{36} \cdot \frac{6}{26}$

(ιγ) $\frac{1}{3} \cdot 6 \cdot \frac{2}{7}$ (ιδ) $\frac{7}{10} \cdot \frac{3}{5} \cdot 5$ (ιε) $6 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{5}$

(ιστ) $\frac{11}{12} \cdot \frac{12}{15} \cdot \frac{1}{2}$

(B)

$$(\alpha) 3 \cdot 2 \frac{1}{4}$$

$$(\beta) 8 \cdot 1 \frac{3}{4}$$

$$(\gamma) 5 \cdot 3 \frac{1}{15}$$

$$(\delta) 7 \frac{2}{5} \cdot 3$$

$$(\epsilon) \frac{1}{2} \cdot 2 \frac{6}{8}$$

$$(\sigma\tau) 2 \frac{10}{11} \cdot \frac{1}{4}$$

$$(\zeta) \frac{2}{3} \cdot 4 \frac{7}{8}$$

$$(\eta) 10 \frac{1}{5} \cdot \frac{2}{3}$$

$$(\theta) 3 \frac{6}{7} \cdot 1 \frac{2}{7}$$

$$(\iota) 2 \frac{3}{4} \cdot 1 \frac{4}{5}$$

$$(\iota\alpha) 1 \frac{2}{3} \cdot 2 \frac{3}{4}$$

$$(\iota\beta) 2 \frac{3}{10} \cdot 1 \frac{1}{6}$$

$$(\iota\gamma) 4 \cdot 1 \frac{3}{4} \cdot 2 \frac{3}{8}$$

$$(\iota\delta) 2 \frac{4}{5} \cdot 3 \frac{2}{5} \cdot 10$$

$$(\iota\epsilon) 7 \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 2$$

$$(\iota\sigma\tau) 1 \frac{3}{7} \cdot 21 \cdot 2$$

6. Να γράψετε τον αντίστροφο κάθε αριθμού.

$$\frac{5}{8} \cdot \square$$

$$2 \cdot \square$$

$$\frac{9}{4} \cdot \square$$

$$9 \cdot \square$$

7. Να συμπληρώσετε.

$$(α) 2 \cdot \square = 1$$

$$(β) \frac{2}{7} \cdot \square = 1$$

$$(γ) \frac{3}{4} \cdot \square = 1$$

$$(δ) \square \cdot 9 = 1$$



8. Να επιλέξετε το πρόβλημα που ταιριάζει σε κάθε μαθηματική πρόταση.

(α) $\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{7}$

A. Τα $\frac{2}{7}$ των μελών ενός ποδηλατικού ομίλου επέλεξαν η επόμενη διαδρομή τους να είναι ορεινή και τα $\frac{3}{5}$ να είναι παραθαλάσσια. Πόσο μεγαλύτερο είναι το μέρος των μελών που προτιμούν την παραθαλάσσια διαδρομή σε σχέση με τα μέλη που προτιμούν την ορεινή διαδρομή;

B. Τα $\frac{3}{5}$ των μελών ενός ποδηλατικού ομίλου δήλωσαν ότι θα συμμετάσχουν στη διαδρομή του Σαββάτου και τα $\frac{2}{7}$ στη διαδρομή της Κυριακής. Τι μέρος των μελών του ομίλου θα συμμετάσχουν στις ποδηλατικές διαδρομές του Σαββατοκύριακου, αν κάθε μέλος θα συμμετάσχει σε μια μόνο διαδρομή;

Γ. Τα $\frac{2}{7}$ των μελών ενός ποδηλατικού ομίλου επέλεξαν η επόμενη διαδρομή τους να είναι παραθαλάσσια. Από τα μέλη αυτά, τα $\frac{3}{5}$ προτιμούν η μέρα που θα πραγματοποιηθεί η διαδρομή να είναι Κυριακή. Τι μέρος των μελών του ομίλου προτιμούν η διαδρομή να είναι παραθαλάσσια και να πραγματοποιηθεί ημέρα Κυριακή;

(β) $2\frac{1}{2} \cdot 2\frac{1}{4}$

Α. Κατά τη διάρκεια της χειμερινής περιόδου, μια ομάδα υδατοσφαίρισης προπονείται για $2\frac{1}{4}$ ώρες την εβδομάδα. Κατά τη διάρκεια της θερινής περιόδου, ο χρόνος της εβδομαδιαίας προπόνησης αυξάνεται κατά $2\frac{1}{2}$ ώρες. Πόσες ώρες προπονείται η ομάδα κατά τη διάρκεια της θερινής περιόδου;

Β. Κατά τη διάρκεια της χειμερινής περιόδου, μια ομάδα υδατοσφαίρισης προπονείται για $2\frac{1}{4}$ ώρες την εβδομάδα. Κατά τη διάρκεια της θερινής περιόδου, ο χρόνος της εβδομαδιαίας προπόνησης αυξάνεται κατά $2\frac{1}{2}$ φορές σε σχέση με τον εβδομαδιαίο χρόνο προπόνησης της χειμερινής περιόδου. Πόσες ώρες προπονείται η ομάδα κατά τη διάρκεια της θερινής περιόδου;

Γ. Κατά τη διάρκεια της χειμερινής περιόδου, μια ομάδα υδατοσφαίρισης προπονείται για $2\frac{1}{4}$ ώρες την εβδομάδα. Κατά τη διάρκεια της θερινής περιόδου, προπονείται για $2\frac{1}{2}$ ώρες την εβδομάδα. Πόσες περισσότερες ώρες προπονείται η ομάδα κατά τη διάρκεια της θερινής περιόδου;



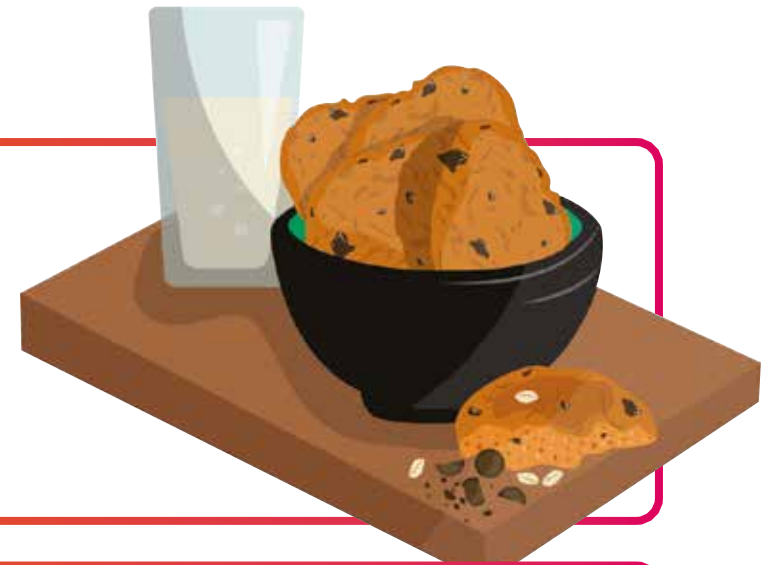
9. Να επιλύσετε τα προβλήματα. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

(α) Η Χριστίνα αφιέρωσε $\frac{3}{4}$ της ώρας για 5 συνεχόμενες μέρες, ώστε να ολοκληρώσει ένα σχέδιο στη ζωγραφική. Πόσες ώρες αφιέρωσε συνολικά η Χριστίνα, για να ολοκληρώσει το σχέδιο;



(β) Σε μια πτήση από τη Λάρνακα προς τη Βιέννη, τα $\frac{4}{5}$ των επιβατών αποβιβάστηκαν στο αεροδρόμιο της Βιέννης και στη συνέχεια, επιβιβάστηκαν σε άλλο αεροπλάνο. Το $\frac{1}{4}$ των επιβατών αυτών είχε ως τελικό προορισμό τη Γερμανία. Τι μέρος των επιβατών της πτήσης Λάρνακα-Βιέννη είχαν ως τελικό προορισμό τη Γερμανία;

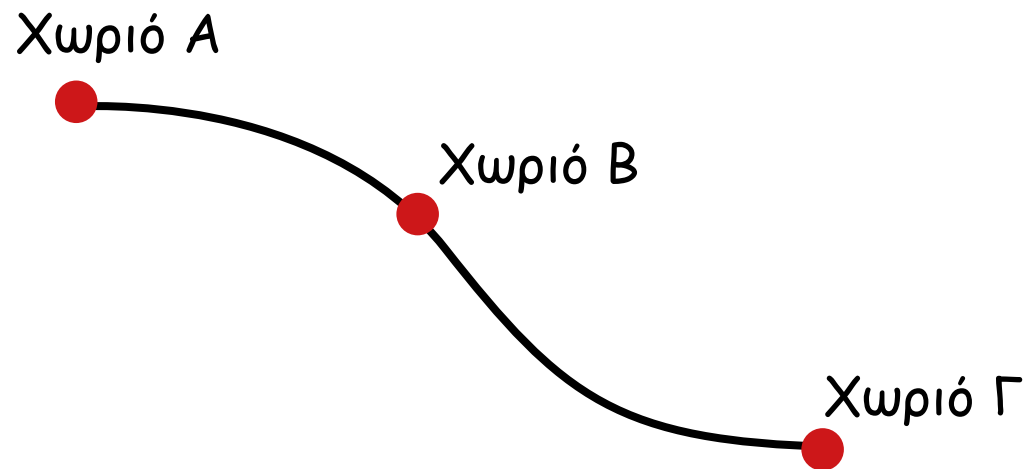
(γ) Ο κύριος Ανδρέας έχει 5 Kg ζάχαρης. Χρειάζεται $\frac{2}{5}$ kg ζάχαρης για την ετοιμασία μιας δόσης μπισκότων βρώμης. Πόση ζάχαρη θα περισσέψει, αν ετοιμάσει 3 δόσεις;



(δ) Τα $\frac{2}{5}$ των οργάνων στην αποθήκη μουσικής ενός σχολείου είναι πνευστά, το $\frac{1}{3}$ είναι κρουστά και τα υπόλοιπα είναι πληκτροφόρα. Τι μέρος των οργάνων της ορχήστρας είναι πληκτροφόρα;



(ε) Η απόσταση του χωριού Α από το χωριό Β είναι ίση με $8\frac{1}{5}$ km. Η απόσταση του χωριού Β από το χωριό Γ είναι κατά $2\frac{3}{4}$ km μεγαλύτερη από την απόσταση του χωριού Α από το χωριό Β. Πόση είναι η απόσταση του χωριού Α από το χωριό Γ;



10. Να εκτιμήσετε κατά πόσο το αποτέλεσμα των πιο κάτω μαθηματικών προτάσεων είναι μεγαλύτερο ή μικρότερο του $\frac{4}{9}$. Στη συνέχεια, να υπολογίσετε το αποτέλεσμα.

$$(a) \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{9}$$

$$(b) 2 \frac{8}{9} \cdot \frac{4}{9}$$

$$(γ) \frac{9}{4} \cdot \frac{4}{9}$$

11. Να γράψετε με τη σειρά τις μαθηματικές προτάσεις, αρχίζοντας από αυτή που έχει το μικρότερο αποτέλεσμα, αν το x αναπαριστά έναν θετικό ακέραιο αριθμό.

$$\frac{1}{3} \cdot x$$

$$\frac{30}{6} \cdot x$$

$$3 \cdot x$$

$$1\frac{1}{3} \cdot x$$

$$\frac{1}{2} \cdot x$$

12. Να υπολογίσετε τα πηλίκα. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

Ⓐ (α) $\frac{6}{8} \div \frac{1}{4}$ (β) $\frac{4}{9} \div \frac{2}{3}$ (γ) $\frac{10}{12} \div \frac{2}{4}$ (δ) $\frac{3}{16} \div \frac{3}{8}$

(ε) $\frac{15}{16} \div \frac{3}{4}$ (στ) $\frac{20}{25} \div \frac{4}{5}$ (ζ) $\frac{5}{11} \div \frac{4}{11}$ (η) $\frac{2}{13} \div \frac{3}{13}$

(θ) $\frac{7}{8} \div \frac{3}{8}$ (ι) $\frac{1}{10} \div \frac{3}{10}$ (ια) $\frac{4}{9} \div \frac{2}{9}$ (ιβ) $\frac{4}{7} \div \frac{6}{7}$

Ⓑ (α) $9 \div \frac{1}{3}$ (β) $4 \div \frac{1}{3}$ (γ) $8 \div \frac{1}{4}$ (δ) $12 \div \frac{1}{5}$

(ε) $4 \div \frac{2}{5}$ (στ) $12 \div \frac{6}{9}$ (ζ) $9 \div \frac{2}{7}$ (η) $6 \div \frac{4}{9}$

$$\textcircled{\Gamma} \quad (\alpha) \frac{1}{4} \div 7 \quad (\beta) \frac{1}{12} \div 2 \quad (\gamma) \frac{5}{8} \div 3 \quad (\delta) \frac{6}{11} \div 4$$

$$(\varepsilon) \frac{3}{4} \div 4 \quad (\sigma\tau) \frac{2}{3} \div 4 \quad (\zeta) 2 \div 5 \quad (\eta) 10 \div 3$$

$$(\theta) 3 \div 7 \quad (\iota) 5 \div 5 \quad (\kappa) 6 \div 7 \quad (\lambda) 5 \div 12$$

$$\textcircled{\Delta} \quad (\alpha) 1 \frac{5}{6} \div \frac{1}{8} \quad (\beta) 2 \frac{7}{8} \div \frac{1}{2} \quad (\gamma) 3 \frac{2}{5} \div \frac{2}{3} \quad (\delta) 4 \frac{2}{3} \div \frac{6}{8}$$

$$(\varepsilon) \frac{4}{7} \div 3 \frac{2}{3} \quad (\sigma\tau) \frac{9}{10} \div 1 \frac{3}{5} \quad (\zeta) 2 \frac{1}{8} \div 1 \frac{3}{16} \quad (\eta) 2 \frac{5}{12} \div 1 \frac{2}{6}$$

$$(\theta) 1 \frac{5}{7} \div 2 \frac{2}{3} \quad (\iota) 4 \frac{3}{8} \div 2 \frac{2}{3} \quad (\iota\alpha) 1 \frac{6}{7} \div 2 \frac{1}{4} \quad (\iota\beta) 3 \frac{1}{2} \div 1 \frac{3}{5}$$

13. Να επιλέξετε τη μαθηματική πρόταση που ταιριάζει σε κάθε πρόβλημα.

(α) Ο κύριος Γιάννης παρήγγειλε $10 \frac{5}{8}$ kg λίπασμα για τους ανθώνες στο φυτώριό του. Για κάθε ανθώνα χρειάζεται $1 \frac{1}{2}$ kg λίπασμα. Για πόσους ανθώνες αρκεί το λίπασμα;

(i) $1 \frac{1}{2} \cdot 10 \frac{5}{8}$ (ii) $10 \frac{5}{8} \cdot 1 \frac{1}{2}$ (iii) $1 \frac{1}{2} \div 10 \frac{5}{8}$ (iv) $10 \frac{5}{8} \div 1 \frac{1}{2}$

(β) Σε ένα μουσικό ωδείο τα $\frac{5}{8}$ των σπουδαστών παρακολουθούν μαθήματα κιθάρας. Από αυτούς, τα $\frac{3}{5}$ παρακολουθούν και μαθήματα πιάνου. Τι μέρος των σπουδαστών του ωδείου παρακολουθούν και μαθήματα κιθάρας και πιάνου;

(i) $\frac{5}{8} - \frac{3}{5}$ (ii) $\frac{3}{5} \cdot \frac{5}{8}$ (iii) $\frac{5}{8} \div \frac{3}{5}$ (iv) $\frac{5}{8} + \frac{3}{5}$

(γ) Ο Νίκος αγόρασε μια συσκευασία με μήλα που ζύγιζε $3\frac{2}{3}$ kg και μια συσκευασία με πορτοκάλια που ζύγιζε $3\frac{4}{5}$ kg. Πόσα κιλά ζύγιζαν τα φρούτα που αγόρασε ο Νίκος;

(i) $3\frac{4}{5} - 3\frac{2}{3}$ (ii) $3\frac{2}{3} \cdot 3\frac{4}{5}$ (iii) $3\frac{2}{3} + 3\frac{4}{5}$ (iv) $3\frac{4}{5} \div 3\frac{2}{3}$

(δ) Η Χαρά γυμνάζεται για $3\frac{3}{4}$ ώρες κάθε εβδομάδα. Αφιερώνει τα $\frac{2}{5}$ του χρόνου αυτού στην αερόβια γυμναστική. Πόσες ώρες την εβδομάδα αφιερώνει η Χαρά στην αερόβια γυμναστική;

(i) $\frac{2}{5} \cdot 3\frac{3}{4}$ (ii) $3\frac{3}{4} + \frac{2}{5}$ (iii) $3\frac{3}{4} - \frac{2}{5}$ (iv) $3\frac{3}{4} \div \frac{2}{5}$

(ε) Η απόσταση του σπιτιού του Γιάννη από το πάρκο είναι $2\frac{3}{5}$ km ενώ του Χάρη είναι $5\frac{3}{4}$ km. Πόσο πιο μακριά είναι το σπίτι του Χάρη από το πάρκο σε σχέση με το σπίτι του Γιάννη;

(i) $2\frac{3}{5} \cdot 5\frac{3}{4}$ (ii) $5\frac{3}{4} - 2\frac{3}{5}$ (iii) $5\frac{3}{4} \div 2\frac{3}{5}$ (iv) $2\frac{3}{5} + 5\frac{3}{4}$



14. Να επιλύσετε τα προβλήματα. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

(α) Ο Μάρκος είχε $\frac{3}{4}$ L μπογιά. Μοίρασε την ποσότητα αυτή σε μπουκαλάκια που το καθένα χωρούσε $\frac{1}{8}$ L μπογιά. Πόσα μπουκαλάκια χρειάστηκε;

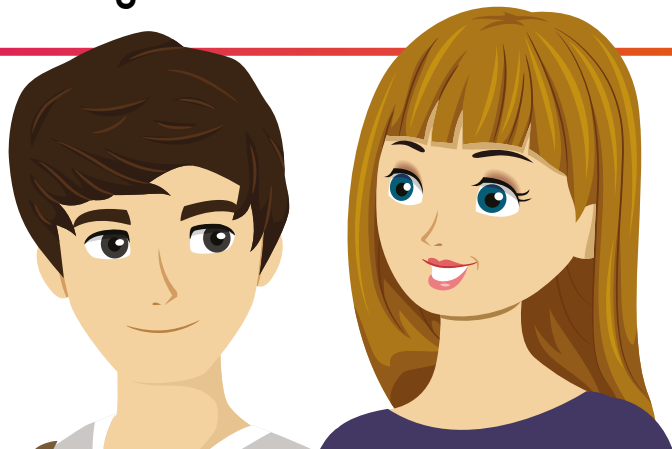
(β) Στην τάξη της Μαρίας τα $\frac{4}{5}$ των βιβλίων είναι λογοτεχνικά. Από αυτά, τα $\frac{3}{4}$ είναι γραμμένα από Έλληνες συγγραφείς. Τι μέρος των βιβλίων στην τάξη της Μαρίας είναι λογοτεχνικά βιβλία Ελλήνων συγγραφέων;

(γ) Ο Πάνος ετοίμασε 6 L πορτοκαλάδα. Μοίρασε την ποσότητα αυτή σε δοχεία που το καθένα χωρεί $\frac{2}{5}$ L. Πόσα δοχεία χρειάστηκε;

(δ) Ο Μανώλης θα τρέξει στον μαραθώνιο δρόμο. Την πρώτη μέρα της προπόνησής του έτρεξε $8\frac{1}{4}$ km. Τη δεύτερη μέρα έτρεξε την τριπλάσια απόσταση. Πόσα χιλιόμετρα έτρεξε ο Μανώλης τη δεύτερη μέρα;

(ε) Ο Δημήτρης είχε μια κορδέλα με μήκος $12\frac{1}{4}$ m. Την μοίρασε σε 4 ίσα κομμάτια. Πόσο είναι το μήκος κάθε κομματιού;

(στ) Η Αντωνία είχε €75. Ξόδεψε το $\frac{1}{3}$ των χρημάτων της στον κινηματογράφο και το $\frac{1}{5}$ των χρημάτων της στην καφετέρια. Πόσα χρήματα της έμειναν;



(ζ) Η Ναταλία ετοιμάζει σακουλάκια με ξηρούς καρπούς για το φιλανθρωπικό παζαράκι του σχολείου της. Έχει στη διάθεσή της $6\frac{3}{4}$ kg ξηρούς καρπούς. Σε κάθε σακουλάκι βάζει $1\frac{1}{8}$ kg ξηρούς καρπούς. Πόσα σακουλάκια θα ετοιμάσει;

(η) Η κυρία Ελισάβετ θα πάρει συνεντεύξεις από υποψηφίους που έκαναν αίτηση για εργασία στην εταιρεία της. Υπολόγισε ότι η συνέντευξη κάθε υποψήφιου θα έχει διάρκεια $\frac{1}{4}$ της ώρας, ενώ ανάμεσα σε κάθε συνέντευξη θα υπάρχει διάλειμμα 5 λεπτών. Ο αριθμός των υποψηφίων είναι 6. Τι ώρα θα ολοκληρωθούν οι συνεντεύξεις, αν η πρώτη συνέντευξη ορίστηκε για τις 9:00 π.μ.;



(θ) Σε ένα πάρκο υπάρχουν 3 άλογα. Κάθε άλογο χρειάζεται $\frac{1}{6}$ της ώρας, για να πάρει βόλτα ένα παιδί. Ο Χάρης περιμένει στην ουρά, για να ανεβεί σε ένα από τα άλογα. Έχει μπροστά του άλλα 6 παιδιά. Πόση ώρα περίπου θα χρειαστεί να περιμένει;

15. Να υπολογίσετε την τιμή του v ώστε να ισχύουν οι ισότητες. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

$$(\alpha) \frac{4}{5} \div v = 3$$

$$(\beta) \frac{7}{9} \div v = 8$$

$$(\gamma) \frac{1}{5} \div v = 1\frac{1}{2}$$

$$(\delta) \frac{3}{7} \div v = \frac{1}{14}$$

$$(\epsilon) 2\frac{1}{4} \div v = 4\frac{1}{8}$$

$$(\sigma\tau) 3\frac{2}{3} \div v = 1\frac{3}{12}$$

$$(\zeta) v \div 2\frac{1}{4} = 4\frac{1}{8}$$

$$(\eta) v \div 3\frac{2}{3} = 1\frac{3}{12}$$

$$(\theta) v \div 3\frac{2}{7} = \frac{4}{6}$$

16. Να υπολογίσετε στο τετράδιό σας την τιμή κάθε αριθμητικής παράστασης, αν $v = \frac{3}{5}$.
Να γράψετε την απάντηση στην πιο απλή μορφή.

$$A = 15 \cdot v$$

$$B = v \cdot \frac{15}{18}$$

$$\Gamma = 3 \frac{3}{4} \cdot v$$

$$\Delta = v \div 12$$

$$E = \frac{9}{15} \div v$$

$$Z = 2 \frac{1}{4} \div v$$

$$H = \frac{10}{12} \cdot v \div \frac{3}{7}$$

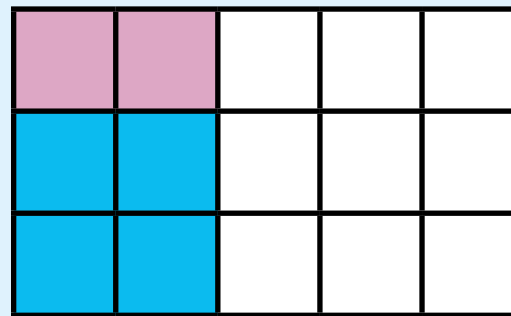
$$\theta = v \div \frac{20}{35} \cdot \frac{2}{3}$$

17. Ο Αλέξης φύτεψε δέντρα κατά μήκος ενός μονοπατιού με μήκος $25 \frac{1}{2}$ m, τοποθετώντας το πρώτο δέντρο στην αρχή του δρόμου και το τελευταίο δέντρο στο τέρμα του δρόμου. Φύτεψε συνολικά 5 δέντρα. Πόση είναι η απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών δέντρων;

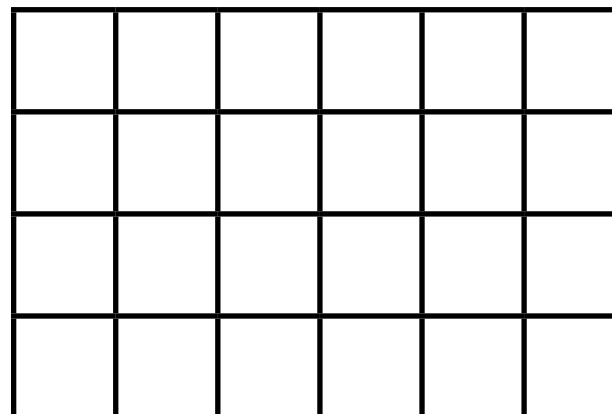
Δραστηριότητες εμπλουτισμού

1. Να αναπαραστήσετε και να υπολογίσετε τα πιο κάτω γινόμενα, όπως στο παράδειγμα.

Παράδειγμα: $\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{5} = \frac{1 \cdot 2}{3 \cdot 5} = \frac{2}{15}$

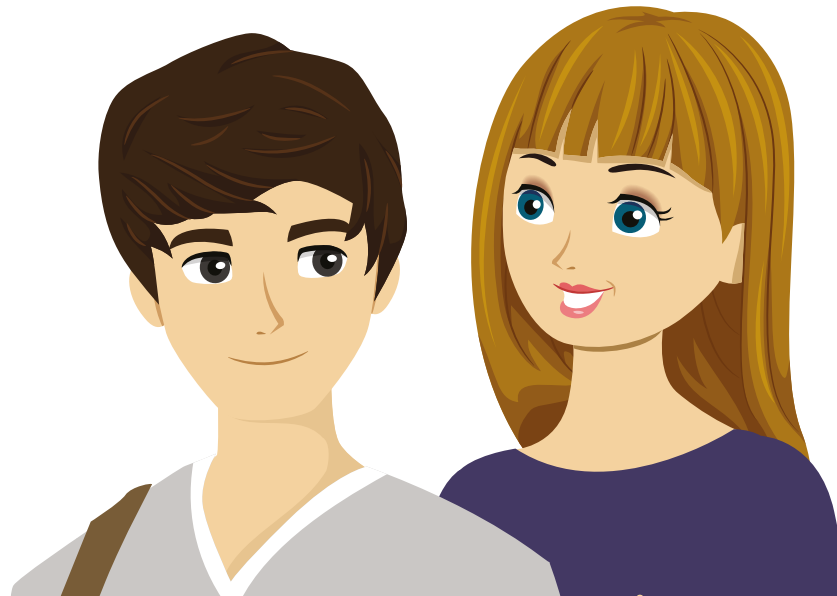
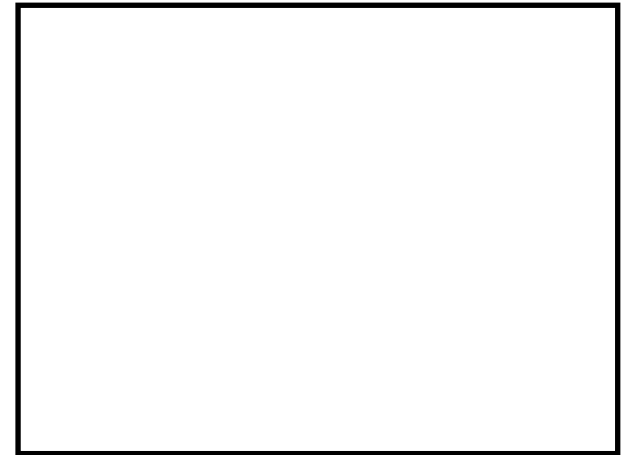


(α) $\frac{1}{6} \cdot \frac{3}{4} =$



$$(\beta) \frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3} = \boxed{}$$

$$(\gamma) \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5} = \boxed{}$$



(δ) $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} =$

2. Να συμπληρώσετε με τα ψηφία 2, 4, 6 και 8, ώστε να προκύψει:

(α) το μεγαλύτερο γινόμενο

$$\frac{\square}{\square} \cdot \frac{\square}{\square}$$

(β) το μικρότερο γινόμενο

$$\frac{\square}{\square} \cdot \frac{\square}{\square}$$

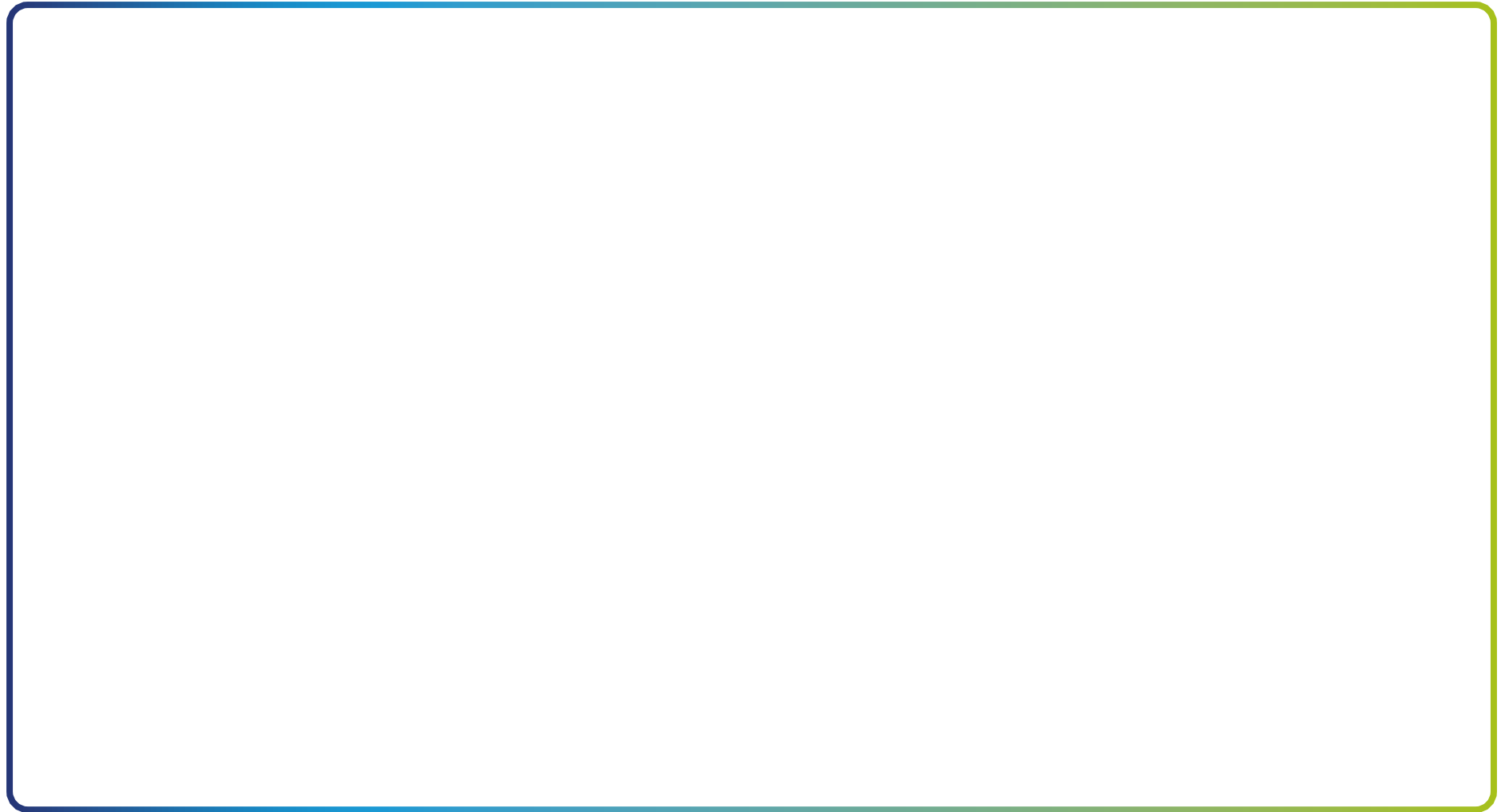


3. Να επιλύσετε τα προβλήματα.

(α) Μια έρευνα έδειξε ότι τα $\frac{2}{3}$ των καταναλωτών αγοράζουν το προϊόν Α και το $\frac{1}{3}$ των καταναλωτών αγοράζουν το προϊόν Β. Ύστερα από μια διαφημιστική εκστρατεία για το προϊόν Β, μια νέα έρευνα έδειξε ότι το $\frac{1}{4}$ των καταναλωτών που αγόραζαν το προϊόν Α, αγοράζουν τώρα το προϊόν Β. Τι μέρος των καταναλωτών αγοράζει το προϊόν Α και τι μέρος το προϊόν Β, σύμφωνα με την νέα έρευνα;

(β) Ένας ιός κατέστρεψε ένα μέρος των αρχείων ενός ηλεκτρονικού υπολογιστή. Την πρώτη μέρα, κατέστρεψε το $\frac{1}{2}$ των αρχείων. Τη δεύτερη μέρα, κατέστρεψε το $\frac{1}{3}$ των υπόλοιπων αρχείων και την τρίτη μέρα κατέστρεψε το $\frac{1}{4}$ των υπόλοιπων αρχείων. Τι μέρος των αρχείων του υπολογιστή δεν καταστράφηκε από τον ιό ύστερα από τις τρεις μέρες;

4. Να υπολογίσετε το γινόμενο $\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} \dots \cdot \frac{99}{100}$. Να επεξηγήσετε.



5. Να τοποθετήσετε τους πιο κάτω αριθμούς στο τετράγωνο, ώστε το γινόμενο σε κάθε σειρά, στήλη και διαγώνιο να είναι ίσο με 1.

The puzzle consists of a 3x3 grid and a set of eight numbers. The numbers are: 6, 2, 3, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{2}$, and $\frac{1}{2}$. The grid has the number 1 in its center cell.


	1	

6. Χωρίς να κάνετε τις πράξεις, να εκτιμήσετε ποια από τις δύο μαθηματικές προτάσεις δίνει το μεγαλύτερο αποτέλεσμα σε κάθε περίπτωση. Να επεξηγήσετε.

(α) $3\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{2}$ ή $3\frac{1}{5} \cdot \frac{2}{3}$

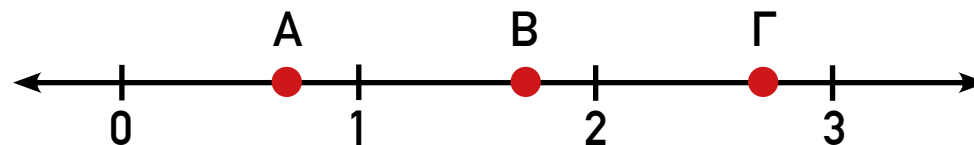
(β) $3\frac{1}{5} \div \frac{2}{3}$ ή $3\frac{1}{5} \div \frac{2}{1}$

(γ) $3\frac{1}{5} + \frac{2}{3}$ ή $3\frac{1}{5} + \frac{3}{2}$

7. Στη μουσική, παρεστιγμένος λέγεται ο φθόγγος που έχει μια τελεία δίπλα του (π.χ. ). Η αξία του παρεστιγμένου φθόγγου είναι $1\frac{1}{2}$ φορές μεγαλύτερη από την κανονική αξία του φθόγγου. Να υπολογίσετε την παρεστιγμένη αξία κάθε φθόγγου και να συμπληρώσετε τον πίνακα, όπως στο παράδειγμα.

Φθόγγος			Παρεστιγμένος φθόγγος		
Όνομα	Σύμβολο	Χρόνοι	Όνομα	Σύμβολο	Χρόνοι
ολόκληρο		4	ολόκληρο παρεστιγμένο		$4 \cdot 1 \frac{1}{2} = \cancel{\frac{2}{4}} \cdot \frac{3}{\cancel{2}_1} = 6$
μισό		2	μισό παρεστιγμένο		
τέταρτο		1	τέταρτο παρεστιγμένο		
όγδοο		$\frac{1}{2}$	όγδοο παρεστιγμένο		
δέκατο έκτο		$\frac{1}{4}$	δέκατο έκτο παρεστιγμένο		

8. Ποιο γράμμα στην αριθμητική γραμμή αναπαριστά το γινόμενο $2\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}$;
Να επεξηγήσετε χωρίς να κάνετε τις πράξεις.



9. Ποια από τις πιο κάτω προτάσεις περιγράφει τον κανόνα για τον υπολογισμό του επόμενου όρου του μοτίβου $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \dots$.

(α) Πολλαπλασιάζω το $\frac{1}{16}$ επί το 2

(β) Διαιρώ το $\frac{1}{16}$ με το 2

(γ) Αφαιρώ το $\frac{1}{4}$ από το $\frac{1}{16}$

(δ) Προσθέτω το $\frac{1}{16}$ στο $\frac{1}{16}$

10. Να υπολογίσετε το αποτέλεσμα. Να επεξηγήσετε.

(α) $\left(\frac{2548}{1236} \cdot \frac{13}{10}\right) \div \frac{2548}{1236} =$

(β) $\left(\frac{2548}{10} \cdot \frac{13}{1236}\right) \div \frac{2548}{1236} =$



11. Να συμπληρώσετε.

(α)

Κανόνας: $\psi = \frac{2}{3} \cdot x$				
x	15	$\frac{9}{10}$	$1\frac{7}{8}$	$4\frac{3}{9}$
ψ				

Κανόνας: $\psi = \frac{3}{4} \div x$				
x	9	$\frac{9}{16}$	$2\frac{1}{6}$	$4\frac{1}{5}$
ψ				

12. Το $\frac{1}{2}$ του $\frac{1}{3}$ του $\frac{1}{5}$ του αριθμού x είναι το 10. Ποιος είναι ο αριθμός x ; Να επεξηγήσετε.

13. Να μελετήσετε το πιο κάτω απόσπασμα και να απαντήσετε στις ερωτήσεις.

ΕΚΑΤΟΝΤΑΔΕΣ ΤΟΝΟΙ ΠΕΤΡΕΛΑΙΟΥ ΧΑΘΗΚΑΝ ΣΤΗ ΘΑΛΑΣΣΑ

Το πετρελαιοφόρο πλοίο «Αργώ», μετά από ατύχημα, έχασε το $\frac{1}{5}$ της ποσότητας πετρελαίου που μετέφερε, καθώς περίμενε για βοήθεια. Παρά τις προσπάθειες του συνεργείου που κατέφθασε, το πλοίο έχασε τα $\frac{3}{8}$ του υπόλοιπου πετρελαίου μέσα στις επόμενες 24 ώρες. Σημειώνεται ότι η αρχική ποσότητα πετρελαίου που μετέφερε το πλοίο ήταν 2000 τόνοι.

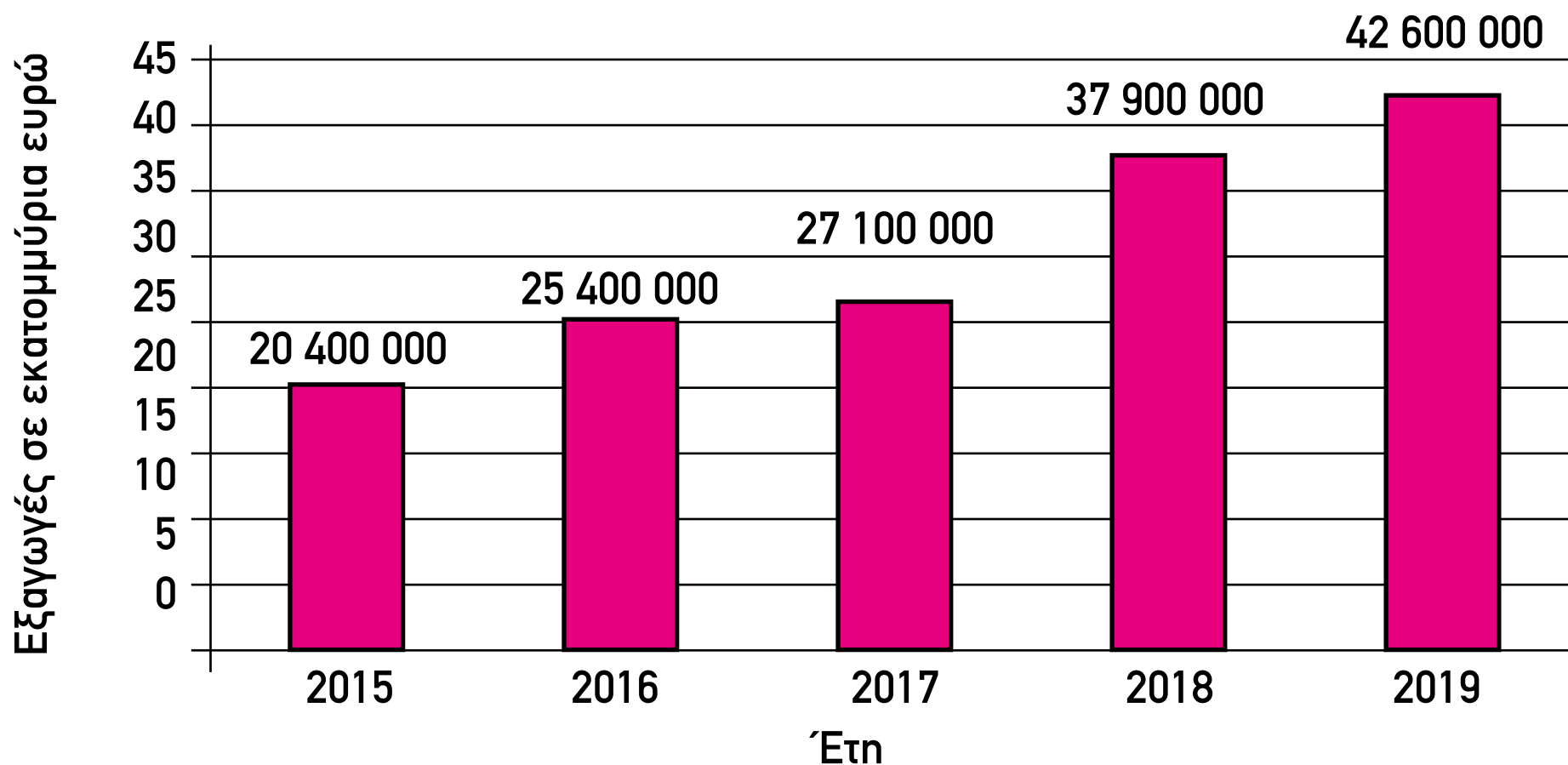


(α) Πόσοι τόνοι πετρελαίου υπήρχαν στη δεξαμενή του πετρελαιοφόρου τη στιγμή που κατέφθασε το συνεργείο;

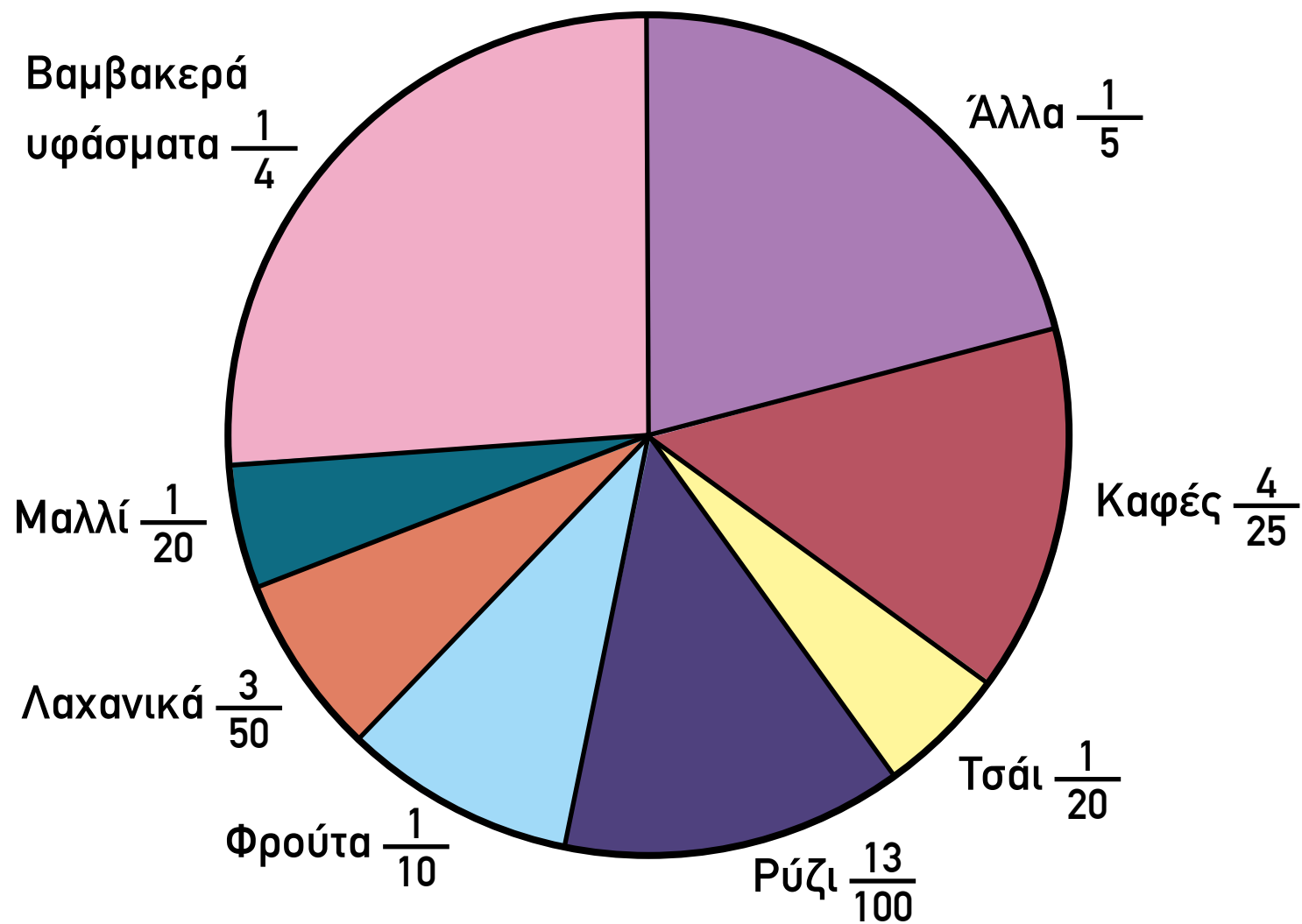
(β) Τι μέρος της αρχικής ποσότητας πετρελαίου χάθηκε μέσα στις 24 ώρες που πέρασαν μετά την άφιξη του συνεργείου;

14. Οι πιο κάτω γραφικές παραστάσεις παρουσιάζουν πληροφορίες σχετικά με τις εξαγωγές μιας χώρας για τα έτη 2015-2019.

Ετήσιες εξαγωγές για τα έτη 2015-2019 σε εκατομμύρια ευρώ



Κατανομή των εξαγωγών για το 2019



Να απαντήσετε στις πιο κάτω ερωτήσεις, με βάση τις πληροφορίες των γραφικών παραστάσεων.

(α) Ποια ήταν η συνολική αξία των εξαγωγών για τα έτη 2015-2019;

A large, empty rounded rectangular box with a blue border on the left and top, and a green border on the right and bottom, intended for the student's answer to question (a).

(β) Ποια ήταν η αξία των εξαγωγών φρούτων και λαχανικών για το έτος 2019;

A large, empty rounded rectangular box with a blue border on the left and top, and a green border on the right and bottom, intended for the student's answer to question (b).

(γ) Ποια ήταν η αξία των εξαγωγών βαμβακερών υφασμάτων και μαλλιού για το έτος 2019;

A large, empty rounded rectangular box with a blue border on the left and top, and a green border on the right and bottom, intended for the answer to question (γ).

(δ) Ποια ήταν η διαφορά στην αξία εξαγωγών καφέ και τσαγιού για το έτος 2019;

A large, empty rounded rectangular box with a blue border on the left and top, and a green border on the right and bottom, intended for the answer to question (δ).

15. Να υπολογίσετε το αποτέλεσμα. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

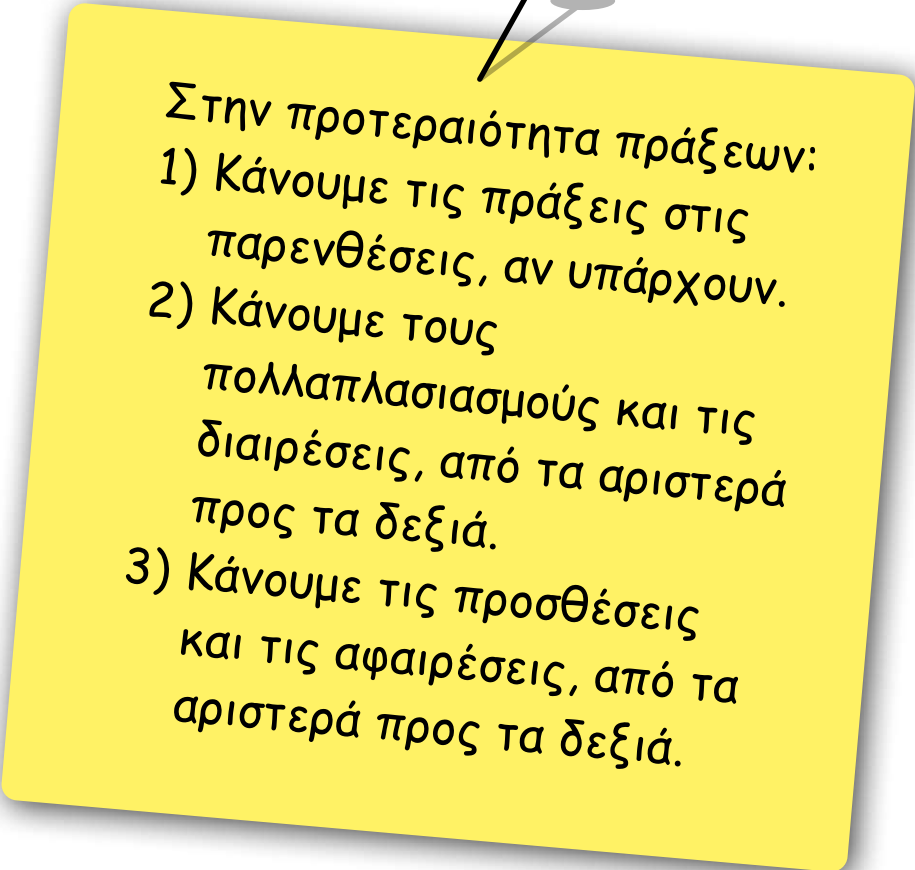
$$(α) 3 \cdot \frac{1}{2} \div \frac{1}{8} \quad (β) \frac{3}{4} + \frac{2}{5} \cdot 3$$

$$(γ) \frac{6}{8} \cdot \frac{2}{3} \div \frac{1}{2} - \frac{2}{5}$$

$$(δ) 4 \cdot \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2} \right) + \frac{13}{6} \cdot \frac{1}{2}$$

$$(ε) \frac{14}{15} \div 4 \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{8} + 2 \frac{3}{4}$$

$$(στ) 3 \frac{2}{3} - 2 \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \div 2 \frac{2}{5}$$



Στην προτεραιότητα πράξεων:

- 1) Κάνουμε τις πράξεις στις παρενθέσεις, αν υπάρχουν.
- 2) Κάνουμε τους πολλαπλασιασμούς και τις διαιρέσεις, από τα αριστερά προς τα δεξιά.
- 3) Κάνουμε τις προσθέσεις και τις αφαιρέσεις, από τα αριστερά προς τα δεξιά.

16. Ο Θέμης χρησιμοποίησε 22 ξύλινες δοκούς, για να περιφράξει τον ορθογώνιο κήπο του. Σε κάθε μεγάλη πλευρά του κήπου τοποθέτησε 5 δοκούς περισσότερες από όσες τοποθέτησε σε κάθε μικρή πλευρά. Πόσες ξύλινες δοκούς τοποθέτησε στη μεγάλη πλευρά του κήπου ο Θέμης;

