

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ  
ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ - ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΩΝ

# Μαθηματικά

Στ' Τάξη

Μέρος 4



<b>Συγγραφική ομάδα:</b>	Αθανασίου Χρύσω Δεληγιάννη Ελένη Παναούρα-Μάκη Γεωργία Παντζιάρá Μαριλένα Χειμωνή Μαρία
<b>Επιστημονικοί συνεργάτες:</b>	Παναούρα Ρίτα, Πανεπιστήμιο Frederick Πίπτα-Πανταζή Δήμητρα, Πανεπιστήμιο Κύπρου Πιπάλης Μάριος, Πανεπιστήμιο Κύπρου Χρίστου Κωνσταντίνος, Πανεπιστήμιο Κύπρου
<b>Σύνδεσμος Επιθεωρητής:</b>	Σιμηπρά-Κωνσταντίνου Ανδρούλα
<b>Ηλεκτρονικός σχεδιασμός:</b>	Χατζηθεοδοσίου Άντρη, Λειτουργός Υπηρεσίας Ανάπτυξης Προγραμμάτων
<b>Ηλ. σελίδωση:</b>	Χατζηθεοδοσίου Άντρη, Λειτουργός Υπηρεσίας Ανάπτυξης Προγραμμάτων
<b>Συντονισμός έκδοσης:</b>	Παρπούνας Χρίστος, Συντονιστής Υπηρεσίας Ανάπτυξης Προγραμμάτων

**A Έκδοση:** 2017  
**B Έκδοση:** 2022  
**Ανατύπωση:** 2022

**Εκτύπωση:** ΣΥΚΑΡΗΣ GRAPH IKE

© ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ, ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΝΕΟΛΑΙΑΣ  
ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ  
ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΩΝ

**ISBN:** 978-9963-0-1745-4



Στο εξώφυλλο χρησιμοποιήθηκε ανακυκλωμένο χαρτί σε ποσοστό τουλάχιστον 50%, προερχόμενο από διαχείριση απορριμμάτων χαρτιού. Το υπόλοιπο ποσοστό προέρχεται από υπεύθυνη διαχείριση δασών.

Ο εκσυγχρονισμός στη διδασκαλία και μάθηση των Μαθηματικών, ώστε να συνάδουν με την καθημερινή ζωή και να προετοιμάζουν τα σημερινά παιδιά και αυριανούς πολίτες για την αντιμετώπιση των προκλήσεων της κοινωνίας μας, έχει πρωτεύοντα ρόλο στους σχεδιασμούς του ΥΠΠΑΝ. Στο πλαίσιο αυτό, το Αναθεωρημένο Αναλυτικό Πρόγραμμα Μαθηματικών έχει ως όραμα την ανάπτυξη μαθηματικών γνώσεων και δεξιοτήτων, όπως η επίλυση σύνθετων προβλημάτων, ο συλλογισμός, η κριτική σκέψη και η δημιουργικότητα. Η φιλοσοφία και το περιεχόμενο του Αναλυτικού Προγράμματος Μαθηματικών στηρίζεται σε διεθνώς δοκιμασμένες πρακτικές και αποτελέσματα, ενώ παράλληλα λαμβάνει υπόψη τις ιδιαιτερότητες του κυπριακού εκπαιδευτικού συστήματος και τη μετάβαση των παιδιών από τη μια βαθμίδα στην άλλη.

Ιδιαίτερη έμφαση δίνεται στην εννοιολογική κατανόηση, τη διαδικαστική επάρκεια και την ανάπτυξη θετικών στάσεων προς τα Μαθηματικά. Ταυτόχρονα, επισημαίνεται ο ρόλος της διαφοροποίησης, ώστε το μάθημα των Μαθηματικών να απευθύνεται σε όλα τα παιδιά. Κεντρικό ρόλο έχει και η αξιοποίηση της τεχνολογίας, ώστε να εμπλουτίζεται το μάθημα με τρόπο που δρα προσθετικά ως προς τα μαθησιακά αποτελέσματα και να ενισχύεται η ανάπτυξη ψηφιακών ικανοτήτων από τα παιδιά.

Με βάση αυτές τις προτεραιότητες, ξεκίνησε η συγγραφή των νέων εγχειριδίων των Μαθηματικών, τα οποία υιοθετούν το μοντέλο της διερευνητικής μάθησης. Τα σχολικά εγχειρίδια για τη ΣΤ' τάξη έχουν διαμορφωθεί με τρόπο που να προετοιμάζουν τα παιδιά για τα Μαθηματικά της Α' Γυμνασίου. Στην αρχή κάθε ενότητας παρατίθενται τα θέματα. Τα μαθήματα αρχίζουν με δραστηριότητες εξερεύνησης και διερεύνησης, οι οποίες υποκινούν την περιέργεια και το ενδιαφέρον των παιδιών. Ειδικότερα, οι δραστηριότητες διερεύνησης προσανατολίζουν τα παιδιά στον στόχο κάθε μαθήματος. Στη συνέχεια, παρουσιάζονται οι νέες έννοιες και παραδείγματα επίλυσης διαφόρων δραστηριοτήτων. Τα μαθήματα ολοκληρώνονται με διαβαθμισμένες δραστηριότητες, μέσα από τις οποίες επιτυγχάνεται η εξάσκηση, η εμπέδωση και η επέκταση. Το περιεχόμενο κάθε ενότητας εμπλουτίζεται περαιτέρω με δραστηριότητες ενότητας και δραστηριότητες εμπλουτισμού, οι οποίες απευθύνονται στις διαφορετικές ανάγκες και προσδοκίες κάθε παιδιού.

Το ΥΠΠΑΝ εκφράζει θερμές ευχαριστίες προς την Ομάδα συγγραφής των νέων εγχειριδίων των Μαθηματικών, καθώς και προς τους/τις εκπαιδευτικούς που παρέχουν ουσιαστική ανατροφοδότηση, με σκοπό την αναθεώρηση και συνεχή βελτίωσή τους.

Δρ Μάριος Στυλιανίδης  
Διευθυντής Δημοτικής Εκπαίδευσης



# Περιεχόμενα

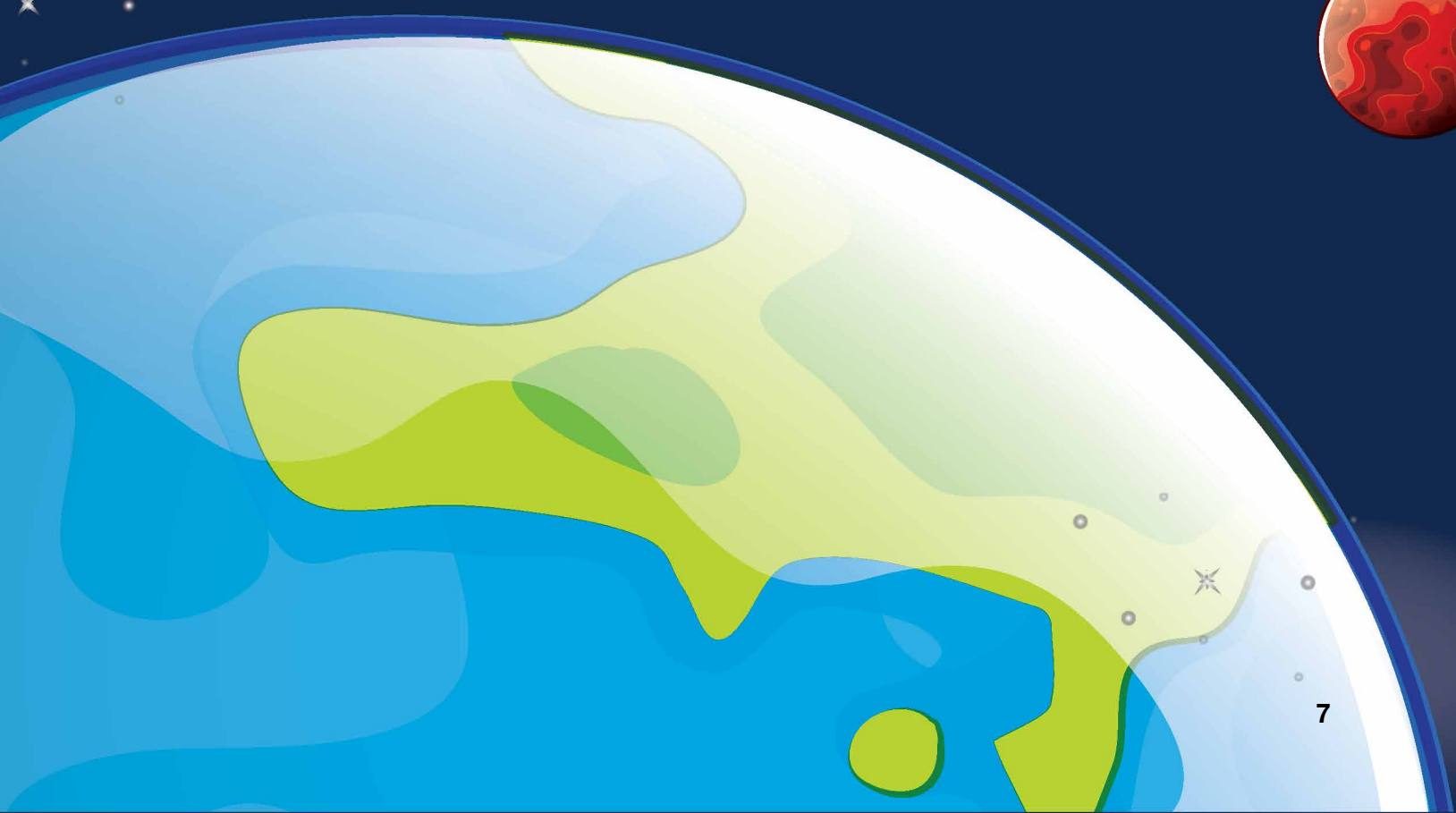
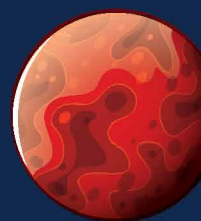
	Σελίδα
<b>ΕΝΟΤΗΤΑ 9</b> .....	7
Λόγοι, Αναλογίες, Ποσοστά	
<b>ΕΝΟΤΗΤΑ 10</b> .....	103
Γεωμετρία - Μέτρηση	





**ENOHTTA**

**9**



# Μάθημα 1

## Έχουμε μάθει:

**Λόγος** ονομάζεται το πηλίκο των μέτρων δύο ομοειδών μεγεθών  $a$  και  $b$ , τα οποία εκφράζονται με την ίδια μονάδα μέτρησης.

$$a \text{ προς } b \quad \text{ή} \quad a : b \quad \text{ή} \quad \frac{a}{b}$$

Ο **λόγος** εκφράζει το αποτέλεσμα της πολλαπλασιαστικής σύγκρισης δύο ή περισσότερων μεγεθών. Η σύγκριση είναι δυνατόν να αναφέρεται:

- στο μέγεθος ενός μέρους προς το μέγεθος ενός άλλου μέρους του συνόλου (μέρος - μέρος),
- στο μέγεθος ενός μέρους προς το μέγεθος του συνόλου (μέρος - όλο)
- στο μέγεθος του συνόλου προς το μέγεθος ενός μέρους του συνόλου (όλο - μέρος)

## Παράδειγμα:

Για την παρασκευή μιας δόσης χυμού μήλου, χρησιμοποιούνται 2 πράσινα και 3 κόκκινα μήλα.

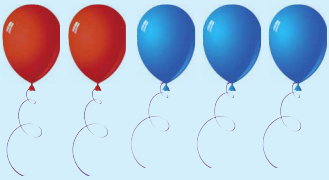
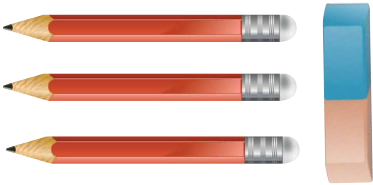





Μέρος-Μέρος	Μέρος-Όλο	Όλο-Μέρος
Πράσινα προς κόκκινα μήλα 2 προς 3 ή 2:3 ή $\frac{2}{3}$	Πράσινα μήλα προς συνολικό αριθμό μήλων 2 προς 5 ή 2:5 ή $\frac{2}{5}$	Συνολικός αριθμός μήλων προς πράσινα μήλα 5 προς 2 ή 5:2 ή $\frac{5}{2}$
Κόκκινα προς πράσινα μήλα 3 προς 2 ή 3:2 ή $\frac{3}{2}$	Κόκκινα μήλα προς συνολικό αριθμό μήλων 3 προς 5 ή 3:5 ή $\frac{3}{5}$	Συνολικός αριθμός μήλων προς κόκκινα μήλα 5 προς 3 ή 5:3 ή $\frac{5}{3}$



# Δραστηριότητες

1. Να συμπληρώσετε τον πίνακα, όπως στο παράδειγμα.

Εικόνα	Λεκτική έκφραση	Σύμβολα
<p>Παράδειγμα:</p> 	2 κόκκινα προς 3 γαλάζια μπαλόνια	2 προς 3 2:3 $\frac{2}{3}$
	3 μολύβια προς 1 σφηστήρι	
		1 προς 4
		1 : 5
		$\frac{5}{3}$

2. Να γράψετε "Ορθό" ή "Λάθος", με βάση την εικόνα.



(α) Για κάθε 4 πράσινες χάντρες, υπάρχουν 3 μπλε.

\_\_\_\_\_

(β) Για κάθε 3 πράσινες χάντρες, υπάρχουν 4 μπλε.

\_\_\_\_\_

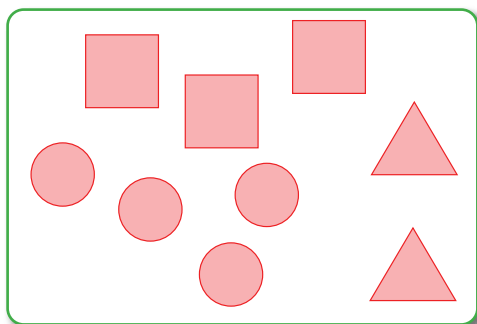
(γ) Τα  $\frac{3}{7}$  του συνολικού αριθμού των χαντρών είναι πράσινες.

\_\_\_\_\_

(δ) Σε σύνολο 7 χαντρών, οι 3 είναι μπλε.

\_\_\_\_\_

3. Να γράψετε σε ποια σχέση αναφέρεται κάθε λόγος, με βάση την εικόνα.



**Παράδειγμα:**

3 προς 2

3 τετράγωνα προς 2 τρίγωνα

(α) 4 : 9

\_\_\_\_\_

(β)  $\frac{3}{9}$

\_\_\_\_\_

(γ) 9 προς 2

\_\_\_\_\_

(δ) 4 : 2

\_\_\_\_\_

Στα γήπεδα Α και Β διεξήχθησαν δύο μεγάλοι ποδοσφαιρικοί αγώνες. Το Τμήμα Τροχαίας ανέφερε ότι στην περιοχή γύρω από το γήπεδο Α κινούνταν 4000 αυτοκίνητα σε μια έκταση  $3 \text{ km}^2$ , ενώ στην περιοχή γύρω από το γήπεδο Β κινούνταν 3000 αυτοκίνητα σε μια έκταση  $2 \text{ km}^2$ .



(α) Γιατί το Τμήμα Τροχαίας παρουσίασε τις πληροφορίες με τον πιο πάνω τρόπο;

(β) Σε ποια από τις δύο περιοχές παρουσιάστηκε μεγαλύτερη κυκλοφοριακή συμφόρηση;

# Διερεύνηση 1



Δύο σχεδιαστές μόδας θα επιλέξουν την απόχρωση που θα έχουν τα τζιν παντελόνια στην καινούρια τους συλλογή.



(α) Πιο κάτω παρουσιάζονται οι ποσότητες μπλε και άσπρης μπογιάς που θα αναμιχθούν σε δύο διαφορετικά μίγματα.



Σε ποιο από τα δύο μίγματα θα προκύψει πιο σκούρο μπλε χρώμα; Να επεξηγήσετε.

---

---

---

---

(β) Να εισηγηθείτε τις ποσότητες της άσπρης και της μπλε μπογιάς σε ένα άλλο μίγμα, ώστε να προκύψει πιο ανοιχτό μπλε χρώμα σε σχέση με τα μίγματα Α και Β. Να εξηγήσετε.

---

---

---

---

(γ) Οι δύο σχεδιαστές αποφάσισαν ότι θα χρησιμοποιήσουν το πιο κάτω μίγμα.



(i) Να συμπληρώσετε τον πίνακα, για να υπολογίσετε πόσες συσκευασίες άσπρης και μπλε μπογιάς θα χρειαστούν σε κάθε περίπτωση, ώστε να προκύπτει η ίδια απόχρωση.

Συσκευασίες άσπρης μπογιάς	Συσκευασίες μπλε μπογιάς	Λόγος συσκευασιών άσπρης μπογιάς προς συσκευασίες μπλε μπογιάς
3	4	$\frac{3}{4}$
6		
	12	
30		

Ποια σχέση συνδέει τους λόγους που γράψατε στην τελευταία στήλη του πίνακα;

(ii) Σε ποια από τα πιο κάτω μίγματα ο λόγος των συσκευασιών άσπρης προς τις συσκευασίες της μπλε μπογιάς είναι ίσος με τον λόγο 3 προς 4;

**Μίγμα Α**

5 συσκευασίες άσπρης μπογιάς  
6 συσκευασίες μπλε μπογιάς

**Μίγμα Β**

1 συσκευασία άσπρης μπογιάς  
 $1\frac{1}{2}$  συσκευασίες μπλε μπογιάς

**Μίγμα Γ**

15 συσκευασίες άσπρης μπογιάς  
20 συσκευασίες μπλε μπογιάς

**Μίγμα Δ**

4 συσκευασίες άσπρης μπογιάς  
3 συσκευασίες μπλε μπογιάς

**Μίγμα Ε**

1,5 συσκευασίες άσπρης μπογιάς  
2 συσκευασίες μπλε μπογιάς

## Διερεύνηση 2

Να υπολογίσετε τα πιο κάτω γινόμενα, όπως στο παράδειγμα.

	Αναλογία $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta}$	$\alpha \cdot \delta$	$\beta \cdot \gamma$
Παράδειγμα	$\frac{1}{5} = \frac{6}{30}$	$1 \cdot 30 = 30$	$5 \cdot 6 = 30$
A	$\frac{1}{7} = \frac{4}{28}$		
B	$\frac{3}{10} = \frac{9}{30}$		
Γ	$\frac{4}{5} = \frac{20}{25}$		
Δ	$\frac{10}{15} = \frac{6}{9}$		
Ε	$\frac{24}{32} = \frac{9}{12}$		

Τι παρατηρείτε;

---



---



---



---



# Νέες Έννοιες

- **Αναλογία** ονομάζεται η ισότητα δύο λόγων.

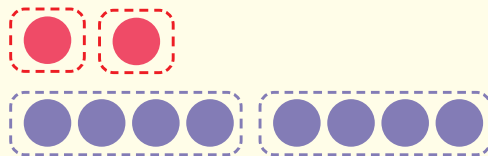
$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta}$$

- Οι  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  και  $\delta$  ονομάζονται **όροι της αναλογίας**.
- Οι  $\alpha$  και  $\delta$  ονομάζονται **άκροι όροι** της αναλογίας.
- Οι  $\beta$  και  $\gamma$  ονομάζονται **μέσοι όροι** της αναλογίας.

## Παράδειγμα:

Ο λόγος 1 προς 4 είναι ίσος με τον λόγο 2 προς 8.

$$\frac{1}{4} = \frac{2}{8}$$



Το 1, 4, 2 και 8 ονομάζονται **όροι της αναλογίας**.

Το 1 και το 8 ονομάζονται **άκροι όροι** της αναλογίας.

Το 4 και το 2 ονομάζονται **μέσοι όροι** της αναλογίας.

- Για να σχηματίσουμε αναλογία από έναν λόγο, πολλαπλασιάζουμε ή διαιρούμε τους όρους του με τον ίδιο αριθμό.

## Παράδειγμα:

$$\frac{1}{4} = \frac{1 \cdot 2}{4 \cdot 2} = \frac{2}{8}$$

- Το γινόμενο των άκρων όρων μιας αναλογίας είναι ίσο με το γινόμενο των μέσων όρων της.

$$\text{Αν } \frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta} \text{ τότε } \alpha \cdot \delta = \beta \cdot \gamma$$

## Παράδειγμα:

$$\frac{1}{4} = \frac{2}{8}$$

$$1 \cdot 8 = 8$$

$$4 \cdot 2 = 8$$

$$1 \cdot 8 = 4 \cdot 2$$

# Νέες Έννοιες

- Επίλυση προβλημάτων αναλογίας

## Παράδειγμα:

Για την παρασκευή λεμονάδας, χρησιμοποιούμε 2 ποτήρια με χυμό λεμόνι προς 5 ποτήρια με νερό. Πόσα είναι τα ποτήρια με χυμό λεμόνι, αν ο συνολικός αριθμός των ποτηριών είναι 28;



Ποτήρια με χυμό λεμόνι	2	$x$
Ποτήρια με νερό	5	
Σύνολο	7	28

### Α' τρόπος:

Σχηματίζουμε έναν ίσο λόγο με το  $\frac{2}{7}$ , ώστε ο συνολικός αριθμός των ποτηριών να είναι 28.

$$\frac{2}{7} = \frac{2 \cdot 4}{7 \cdot 4} = \frac{8}{28}$$

Άρα,  $x = 8$ .

### Β' τρόπος:

Σχηματίζουμε μια εξίσωση με βάση την ιδιότητα ότι το γινόμενο των άκρων όρων μιας αναλογίας είναι ίσο με το γινόμενο των μέσων όρων της. Επιλύουμε την εξίσωση ως προς  $x$ .

$$\frac{2}{7} = \frac{x}{28}$$

$$2 \cdot 28 = 7x$$

$$\frac{2 \cdot \overset{4}{\cancel{28}}}{\cancel{7}} = \frac{\cancel{7}x}{\cancel{7}}$$

$$x = 8$$



## Παραδείγματα

1. Να ελέγξετε κατά πόσο οι λόγοι  $\frac{4}{5}$  και  $\frac{32}{40}$  σχηματίζουν αναλογία.

**Λύση:**

$$4 \cdot 40 = 160$$

$$5 \cdot 32 = 160$$

Για να ελέγξουμε κατά πόσο οι λόγοι σχηματίζουν αναλογία, υπολογίζουμε το γινόμενο των άκρων και το γινόμενο των μέσων όρων.

Παρατηρούμε ότι  $4 \cdot 40 = 5 \cdot 32$ .

Άρα, οι δύο λόγοι σχηματίζουν αναλογία,  $\frac{4}{5} = \frac{32}{40}$ .

2. Δίνεται η αναλογία  $\frac{15}{20} = \frac{9}{x}$ . Να βρείτε την τιμή του  $x$ .

**Λύση:**

$$\frac{15}{20} = \frac{9}{x}$$

$$15x = 20 \cdot 9$$

$$15x = 180$$

$$\frac{15x}{15} = \frac{180}{15}$$

$$x = 12$$

Το γινόμενο των άκρων όρων μιας αναλογίας είναι ίσο με το γινόμενο των μέσων όρων της.

3. Σε μια πισίνα, ο λόγος των ναυαγοσωστών προς τους λουόμενους είναι 3 προς 20.

(α) Πόσοι είναι οι ναυαγοσώστες στην πισίνα, αν οι λουόμενοι είναι 60;

(β) Πόσοι είναι οι λουόμενοι στην πισίνα, αν οι ναυαγοσώστες είναι 12;

(γ) Πόσοι είναι οι λουόμενοι στην πισίνα, αν ο συνολικός αριθμός των ατόμων στην πισίνα είναι 46;

**Λύση:**

Αριθμός ναυαγοσωστών	3	$x$	12	
Αριθμός λουομένων	20	60	$\psi$	$\zeta$
Σύνολο	23			46

Χρησιμοποιούμε έναν πίνακα, για να αναπαραστήσουμε τις πληροφορίες του προβλήματος.

(α)

**Α' τρόπος:**

$$\frac{3}{20} = \frac{3 \cdot 3}{20 \cdot 3} = \frac{9}{60}$$

Ο αριθμός των λουομένων έχει τριπλασιαστεί. Άρα, τριπλασιάζεται και ο αριθμός των ναυαγοσωστών.

**Β' τρόπος:**

$$\frac{3}{20} = \frac{x}{60}$$

$$3 \cdot 60 = 20x$$

$$180 = 20x$$

$$\frac{180}{20} = \frac{20x}{20}$$

$$x = 9$$

Επιλύουμε την εξίσωση που σχηματίζεται με βάση την ιδιότητα ότι το γινόμενο των άκρων όρων μιας αναλογίας είναι ίσο με το γινόμενο των μέσων όρων της.

Αν ο αριθμός των λουομένων είναι 60, τότε ο αριθμός των ναυαγοσωστών στην πισίνα είναι 9.

(β)

**Α' τρόπος**

$$\frac{3}{20} = \frac{3 \cdot 4}{20 \cdot 4} = \frac{12}{80}$$

Ο αριθμός των ναυαγοσωστών έχει τετραπλασιαστεί. Άρα, τετραπλασιάζεται και ο αριθμός των λουομένων.

**Β' τρόπος:**

$$\frac{3}{20} = \frac{12}{\psi}$$

$$3\psi = 20 \cdot 12$$

$$3\psi = 240$$

$$\frac{3\psi}{3} = \frac{240}{3} \quad \begin{matrix} 80 \\ \end{matrix}$$

$$\psi = 80$$

Επιλύουμε την εξίσωση που σχηματίζεται με βάση την ιδιότητα ότι το γινόμενο των άκρων όρων μιας αναλογίας είναι ίσο με το γινόμενο των μέσων όρων της.

Αν ο αριθμός των ναυαγοσωστών είναι 12, τότε ο αριθμός των λουομένων στην πισίνα είναι 80.

(γ)

**Α' τρόπος:**

$$\frac{20}{23} = \frac{20 \cdot 2}{23 \cdot 2} = \frac{40}{46}$$

Ο συνολικός αριθμός των ατόμων έχει διπλασιαστεί. Άρα, διπλασιάζεται και ο αριθμός των λουομένων.

**Β' τρόπος:**

$$\frac{20}{23} = \frac{\zeta}{46}$$

$$20 \cdot 46 = 23\zeta$$

$$920 = 23\zeta$$

$$\frac{920}{23} = \frac{23\zeta}{23} \quad \begin{matrix} 40 \\ \end{matrix}$$

$$\zeta = 40$$

Επιλύουμε την εξίσωση που σχηματίζεται με βάση την ιδιότητα ότι το γινόμενο των άκρων όρων μιας αναλογίας είναι ίσο με το γινόμενο των μέσων όρων της.

4. Ο Δημήτρης θα ετοιμάσει δύο μίγματα άσπρης και μαύρης μπογιάς, ώστε να προκύψουν δύο διαφορετικές αποχρώσεις γκριζας μπογιάς. Σε ποιο από τα πιο κάτω μίγματα θα προκύψει πιο σκούρο γκριζο χρώμα; Να επεξηγήσετε.

**Μίγμα Α**  
3 L άσπρη μπογιά  
5 L μαύρη μπογιά

**Μίγμα Β**  
3 L άσπρη μπογιά  
7 L μαύρη μπογιά

**Λύση:**

Στο μίγμα Β θα προκύψει πιο σκούρο χρώμα, γιατί η ποσότητα της άσπρης μπογιάς είναι η ίδια και στα δύο μίγματα ενώ η ποσότητα της μαύρης μπογιάς είναι μεγαλύτερη στο Μίγμα Β.

## Δραστηριότητες

1. Να ελέγξετε κατά πόσο οι δύο λόγοι σχηματίζουν αναλογία.

(α)  $\frac{3}{4}$  και  $\frac{15}{20}$

(β)  $\frac{4}{7}$  και  $\frac{6}{14}$

(γ)  $\frac{9}{20}$  και  $\frac{5}{9}$

(δ)  $\frac{5}{8}$  και  $\frac{20}{32}$

(ε)  $\frac{7}{5}$  και  $\frac{28}{20}$

2. Να υπολογίσετε την τιμή του  $v$  στις πιο κάτω αναλογίες.

(α)  $\frac{3}{12} = \frac{5}{v}$

(β)  $\frac{4}{6} = \frac{12}{v}$

(γ)  $\frac{8}{20} = \frac{v}{25}$

(δ)  $\frac{v}{15} = \frac{4}{12}$

3. Να επιλύσετε τα προβλήματα.

(α) Σε έναν βοτανικό κήπο, φυτεύονται 3 λεβάντες για κάθε 4 δεντρολίβανα. Πόσα είναι τα δεντρολίβανα, αν οι λεβάντες είναι 15;

Αριθμός λεβάντων	3	15
Αριθμός δεντρολίβανων	4	x
Σύνολο	7	

Απάντηση: \_\_\_\_\_

(β) Σε μια παιδική κατασκήνωση, ο λόγος του αριθμού των κοριτσιών προς τον αριθμό των αγοριών είναι 3 προς 7. Πόσα είναι όλα τα αγόρια, αν ο συνολικός αριθμός των παιδιών στην κατασκήνωση είναι 70;

Αριθμός κοριτσιών	3	
Αριθμός αγοριών	7	
Σύνολο	10	

Απάντηση: \_\_\_\_\_

(γ) Ο Μάνος και η Φανή είναι ποδηλάτες. Για κάθε 2 km που διανύει ο Μάνος, η Φανή διανύει 3 km. Η συνολική απόσταση που κάλυψαν και οι δύο ποδηλάτες ήταν 35 km. Πόση απόσταση κάλυψε ο Μάνος και πόση η Φανή;

Χιλιόμετρα που κάλυψε ο Μάνος	2	
Χιλιόμετρα που κάλυψε η Φανή	3	
Σύνολο	5	

Απάντηση: \_\_\_\_\_

(δ) Το πρόγραμμα προπόνησης του Παναγιώτη περιλαμβάνει καθημερινά 4 km κολύμπι, 12 km ποδηλασία και 8 km τρέξιμο. Ύστερα από έναν αριθμό προπονήσεων, ο Παναγιώτης υπολόγισε ότι ο συνολικός αριθμός χιλιομέτρων που κάλυψε και στα τρία αθλήματα ήταν 96. Πόσα χιλιόμετρα κάλυψε στο κολύμπι, πόσα στην ποδηλασία και πόσα στο τρέξιμο;

Κολύμπι	4	
Ποδηλασία	12	
Τρέξιμο	8	
Σύνολο	24	

Απάντηση: \_\_\_\_\_

4.

Ο κύριος Αντρέας τοποθετεί γκριζα και λευκά πλακάκια σε ένα δωμάτιο. Ο λόγος των γκριζων προς τα λευκά πλακάκια είναι 2 προς 5.

Να επιλύσετε τα πιο κάτω προβλήματα.

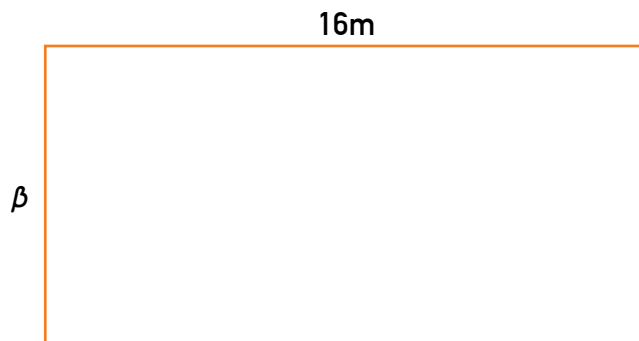
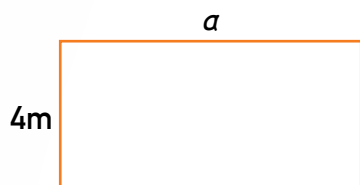
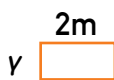
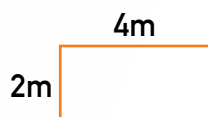
(α) Πόσα γκριζα πλακάκια χρειάζονται, αν τα λευκά πλακάκια είναι 30;

(β) Πόσα λευκά πλακάκια χρειάζονται, αν τα γκριζα πλακάκια είναι 16;

(γ) Πόσα λευκά πλακάκια χρειάζονται, αν τα γκριζα πλακάκια είναι 24;

(δ) Όλα τα πλακάκια που θα χρησιμοποιήσει ο κύριος Αντρέας είναι 35. Πόσα είναι τα λευκά και πόσα είναι τα γκριζα πλακάκια;

5. Να υπολογίσετε το μήκος των πλευρών  $\alpha$ ,  $\beta$  και  $\gamma$ , αν ο λόγος του μήκους προς το πλάτος σε όλα τα ορθογώνια είναι ο ίδιος.



6. Να επιλύσετε τα προβλήματα. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

(α) Ο Φοίβος έχει δύο συσκευασίες με καραμέλες. Κάθε συσκευασία περιέχει καραμέλες φράουλας και λεμονιού. Στη συσκευασία Α για κάθε 1 καραμέλα φράουλας υπάρχουν 2 καραμέλες λεμονιού. Στη συσκευασία Β για κάθε 2 καραμέλες φράουλας υπάρχουν 3 καραμέλες λεμονιού. Σε κάθε συσκευασία υπάρχουν συνολικά 15 καραμέλες. Ποια από τις δύο συσκευασίες περιέχει περισσότερες καραμέλες φράουλας και πόσες περισσότερες;

(β) Η Ευγενία κατασκευάζει περιδέραια, χρησιμοποιώντας κόκκινες και μπλε χάντρες σε νήμα. Ο λόγος των κόκκινων χαντρών προς τις μπλε είναι 1 προς 3. Κάθε περιδέραιο αποτελείται συνολικά από 32 χάντρες.

Να υπολογίσετε πόσο κοστίζει κάθε περιδέραιο, αν:

- Το νήμα κοστίζει €2,80.
- Κάθε κόκκινη χάντρα κοστίζει €0,72.
- Κάθε μπλε χάντρα κοστίζει €0,65.



7. (α) Να κατασκευάσετε ένα πρόβλημα, με βάση τις πληροφορίες που παρουσιάζονται στον πιο κάτω πίνακα.

Κόκκινες χάντρες	4	X
Μπλε χάντρες	9	
Σύνολο	13	26

---

---

---

---

(β) Να κατασκευάσετε ένα πρόβλημα στο οποίο η ερώτηση είναι «Πόσα ποτήρια αλεύρι χρειάζονται για 16 ποτήρια γάλα;» και να συμπληρώσετε τον πίνακα.

Ποτήρια γάλα		16
Ποτήρια αλεύρι		X
Σύνολο		

---

---

---

---

(γ) Να κατασκευάσετε ένα πρόβλημα στο οποίο η απάντηση είναι «Ο συνολικός αριθμός λουλουδιών στην ανθοδέσμη είναι 24.» και να συμπληρώσετε τον πίνακα.

Αριθμός μαργαρίτων		
Αριθμός χρυσάνθεμων		
Σύνολο		X

---

---

---

---

8. Να επιλέξετε τις αναλογίες που ταιριάζουν για την επίλυση κάθε προβλήματος.

(α) Σε μια συνταγή για τάρτα χρησιμοποιούνται 2 φλιτζάνια ζάχαρη για κάθε 3 φλιτζάνια γάλα. Πόσα φλιτζάνια ζάχαρη χρειάζονται, αν στη συνταγή χρησιμοποιηθούν 9 φλιτζάνια γάλα;

A.  $\frac{2}{3} = \frac{9}{\kappa}$

B.  $\frac{2}{3} = \frac{\kappa}{9}$

Γ.  $\frac{2}{\kappa} = \frac{3}{9}$

Δ.  $\frac{9}{3} = \frac{2}{\kappa}$

(β) Ο λόγος των παιδιών προς τους ενήλικες που παρακολουθούν έναν αγώνα ποδοσφαίρου είναι 2 προς 5. Ποιος είναι ο αριθμός των ενήλικων θεατών, αν ο αριθμός των παιδιών που παρακολουθούν τον αγώνα είναι 140;

A.  $\frac{2}{140} = \frac{5}{\nu}$

B.  $\frac{2}{5} = \frac{\nu}{140}$

Γ.  $\frac{2}{\nu} = \frac{5}{140}$

Δ.  $\frac{2}{5} = \frac{140}{\nu}$

(γ) Σε ένα περιοδικό ο λόγος των σελίδων με διαφημίσεις προς τις σελίδες με ειδήσεις είναι 6:5. Πόσες σελίδες του περιοδικού έχουν διαφημίσεις, αν το περιοδικό έχει συνολικά 143 σελίδες;

A.  $\frac{6}{5} = \frac{\chi}{143}$

B.  $\frac{6}{11} = \frac{\chi}{143}$

Γ.  $\frac{5}{143} = \frac{\chi}{6}$

Δ.  $\frac{143}{11} = \frac{\chi}{6}$

9. (α) Στο σχολείο του Ευγένιου ο λόγος των παιδιών που ασχολούνται με τον αθλητισμό προς τον συνολικό αριθμό των παιδιών είναι 7:9. Στο σχολείο της Έλενας ο λόγος είναι 7:11. Σε ποιο από τα δύο σχολεία ασχολείται το μεγαλύτερο μέρος των παιδιών με τον αθλητισμό;

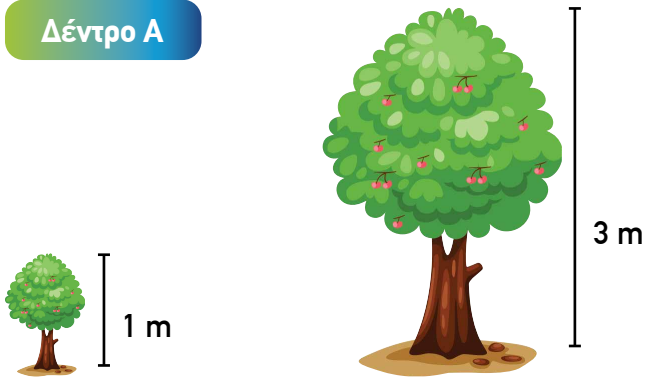
(β) Ένας ελαιοχρωματιστής ετοίμασε τα πιο κάτω μίγματα. Σε ποιο από τα μίγματα θα προκύψει πιο σκούρα μπλε απόχρωση;

**Μίγμα Α**  
2 L άσπρη μπογιά  
3 L μπλε μπογιά

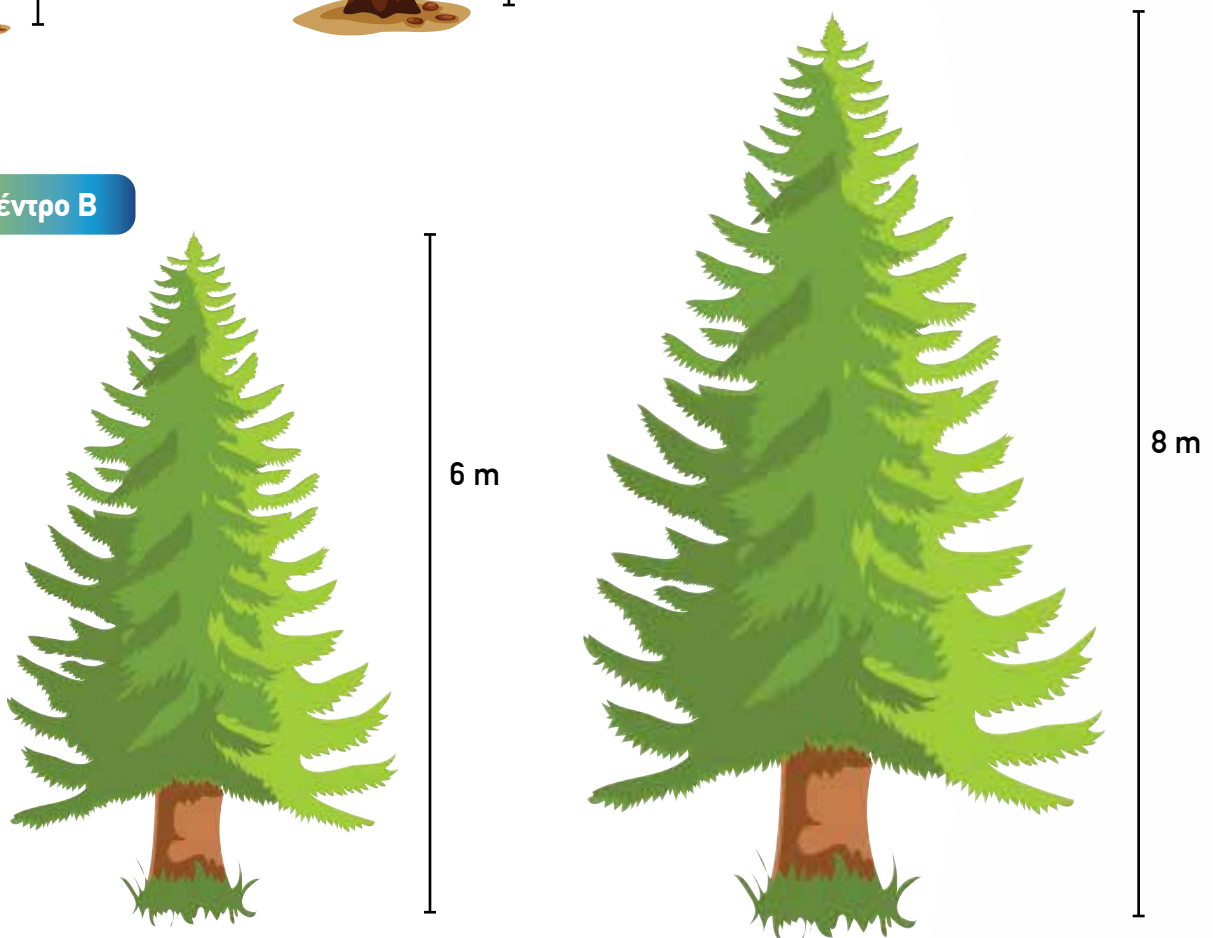
**Μίγμα Β**  
2 L άσπρη μπογιά  
7 L άσπρης και μπλε μπογιάς

10. Οι πιο κάτω εικόνες παρουσιάζουν την ανάπτυξη δύο δέντρων κατά τη διάρκεια ενός έτους. Ποιο δέντρο είχε μεγαλύτερο ρυθμό ανάπτυξης;

Δέντρο Α



Δέντρο Β



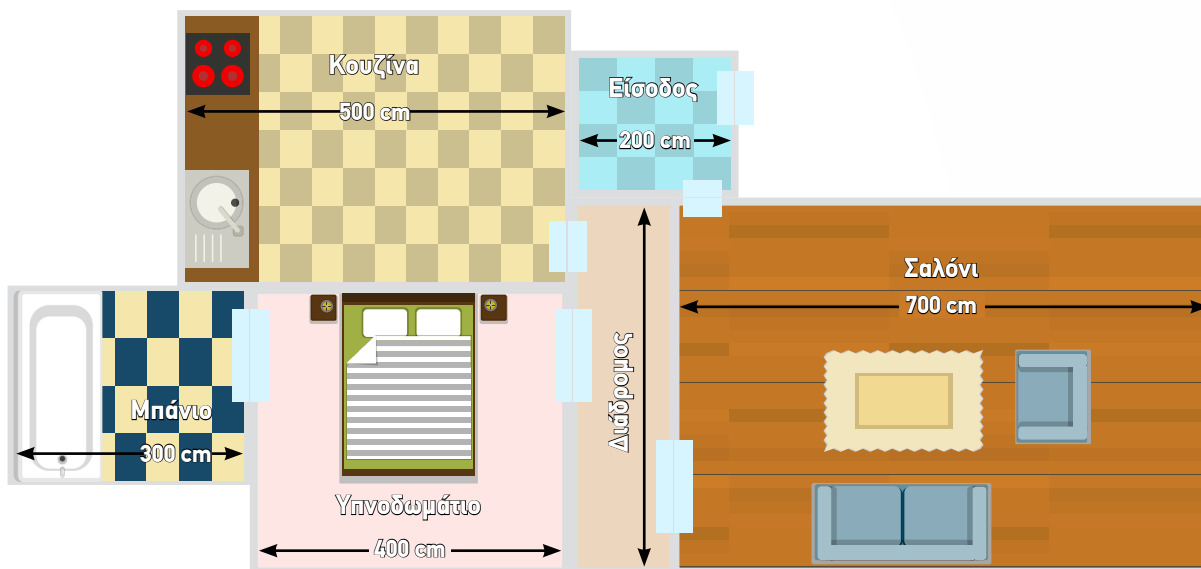


Πιο κάτω παρουσιάζεται ο χάρτης της Κύπρου.



Ποια είναι η απόσταση μεταξύ των πόλεων Λάρνακας και Λευκωσίας σε ευθεία γραμμή;

Η Μαρίνα μελετά την κάτοψη ενός διαμερίσματος.



(α) Να συμπληρώσετε τον πίνακα, όπως στο παράδειγμα.

Δωμάτιο	Μήκος στο σχέδιο (cm)	Πραγματικό μήκος (cm)	Μήκος στο σχέδιο προς πραγματικό μήκος
Υπνοδωμάτιο	4	400	$\frac{4}{400}$
Σαλόνι			
Κουζίνα			
Μπάνιο			
Είσοδος			

(β) Με ποια κλίμακα κατασκευάστηκε η κάτοψη του διαμερίσματος; Να επεξηγήσετε.

(γ) Να υπολογίσετε το πραγματικό μήκος του διαδρόμου του πιο πάνω διαμερίσματος.

# Νέες Έννοιες

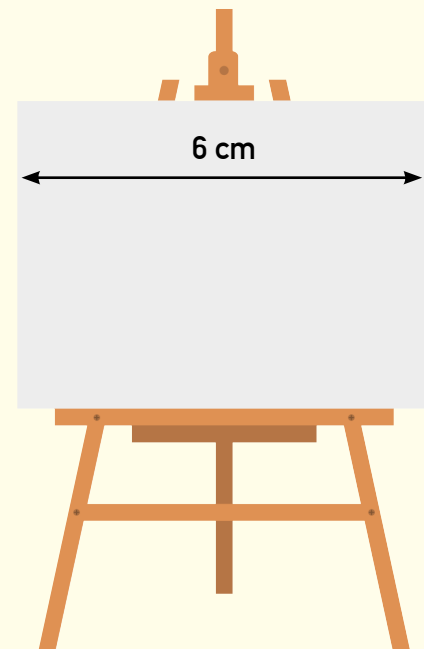
- Ο λόγος της απόστασης μεταξύ δύο σημείων σε ένα σχέδιο προς την πραγματική απόσταση των δύο αντίστοιχων σημείων ονομάζεται **κλίμακα**.

## Παράδειγμα:

Ο πίνακας στο διπλανό σχέδιο έχει σχεδιαστεί με βάση την κλίμακα 1:10. Άρα, ο λόγος του μήκους του πίνακα στο σχέδιο προς το πραγματικό του μήκος σε εκατοστόμετρα είναι  $\frac{1}{10}$ .

Κάθε 1 cm στον χάρτη, αντιστοιχεί σε 10 cm στην πραγματικότητα.

Αν το μήκος του πίνακα στο σχέδιο είναι 6 cm, τότε το πραγματικό του μήκος είναι 60 cm.



Μήκος στο σχέδιο	1 cm	6 cm
Πραγματικό μήκος	10 cm	60 cm

## Παραδείγματα

1. Το ύψος ενός αγάλματος σε ένα σχέδιο είναι 8 cm. Το σχέδιο του αγάλματος κατασκευάστηκε με κλίμακα 1:50. Πόσο είναι το πραγματικό ύψος του αγάλματος;

Λύση:

Ύψος στο σχέδιο	1 cm	8 cm
Πραγματικό ύψος	50 cm	$x$ cm


$$\frac{1}{50} = \frac{8}{x}$$

$$1x = 50 \cdot 8$$

$$1x = 400$$

$$x = 400$$

Το πραγματικό ύψος του αγάλματος είναι 400 cm ή 4 m.


$$1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$$

$$1 \text{ km} = 1000 \text{ m}$$

2. Η πραγματική απόσταση μεταξύ δύο πόλεων σε ευθεία γραμμή είναι 50 km. Ποια είναι η απόσταση των δύο πόλεων πάνω στον χάρτη, αν η κλίμακα του χάρτη είναι 1:1 000 000;

**Λύση:**

Απόσταση στον χάρτη	1 cm	$x$
Πραγματική απόσταση	10 km	50 km

Με βάση την κλίμακα, 1 cm στον χάρτη αντιστοιχεί στην πραγματικότητα σε 1 000 000 cm ή 10 km:

$$1\ 000\ 000\ \text{cm} = 10\ 000\ \text{m} = 10\ \text{km}$$

Ο λόγος 1 cm προς 1 000 000 cm είναι ο ίδιος με τον λόγο 1 cm προς 10 km. Άρα, σχηματίζουμε την αναλογία:

$$\frac{1}{10} = \frac{x}{50}$$

$$1 \cdot 50 = 10x$$

$$50 = 10x$$

$$\frac{50}{10} = \frac{10x}{10}$$

$$x = 5$$

Η απόσταση των δύο πόλεων πάνω στον χάρτη είναι 5 cm.



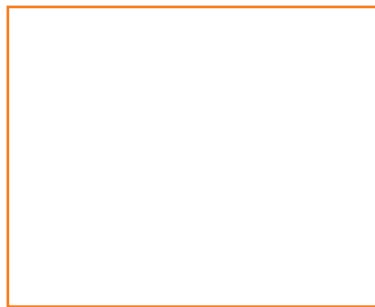
## Δραστηριότητες

1. Ο Ιάκωβος σχεδίασε την κάτοψη του ορθογώνιου δωματίου του με κλίμακα κλίμακα 1:150. Να απαντήσετε τις ερωτήσεις στο τετράδιό σας.

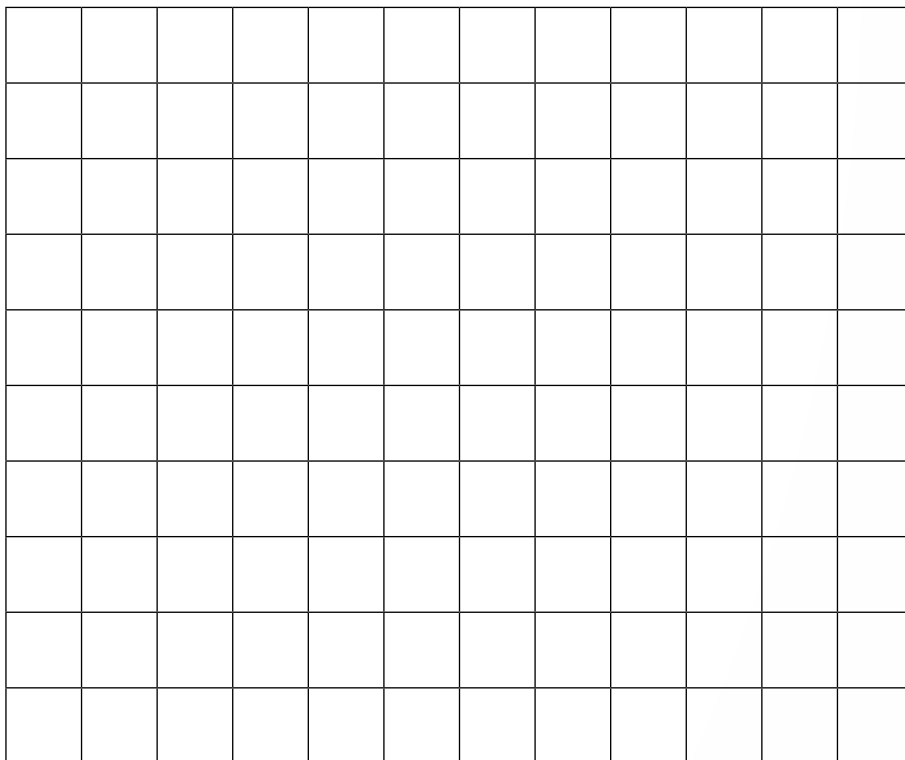
(α) Το πλάτος του δωματίου στο σχέδιο ήταν 3 cm. Ποιο είναι το πραγματικό πλάτος του δωματίου του Ιάκωβου;

(β) Το πραγματικό μήκος του δωματίου του Ιάκωβου είναι 6 m. Πόσο είναι το μήκος του δωματίου στο σχέδιο;

2. Η Κατερίνα σχεδίασε την κάτοψη ενός δωματίου με κλίμακα 1:80.



Να σχεδιάσετε στο πλέγμα την κάτοψη του δωματίου με κλίμακα 1:40.



3. Η κλίμακα ενός χάρτη είναι 1:100 000. Ο Θάνος μέτρησε την απόσταση δύο πόλεων στον χάρτη και τη βρήκε 9 cm. Πόση είναι η πραγματική απόσταση των δύο αυτών πόλεων σε ευθεία γραμμή σε χιλιόμετρα; Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

Έχουμε μάθει...

- Δεκαδικά κλάσματα ονομάζονται τα κλάσματα που έχουν ως παρονομαστή μια δύναμη του 10.

Παραδείγματα:

$$\frac{3}{10}, \frac{47}{100}, \frac{158}{1000}$$

- Τα κλάσματα είναι δυνατόν να γραφούν ως δεκαδικοί αριθμοί και το αντίστροφο:

Παραδείγματα:

$$\frac{5}{10} = 0,5 \quad \frac{17}{100} = 0,17$$

$$0,6 = \frac{6}{10} \quad 0,52 = \frac{52}{100}$$

- Για να μετατρέψουμε ένα μη δεκαδικό κλάσμα σε δεκαδικό αριθμό, μετατρέπουμε το κλάσμα σε ένα ισοδύναμο δεκαδικό κλάσμα.

Παραδείγματα:

$$\frac{3}{5} = \frac{3 \cdot 2}{5 \cdot 2} = \frac{6}{10} = 0,6 \quad \frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 25}{4 \cdot 25} = \frac{75}{100} = 0,75$$

## Εξερεύνηση



Ο πιο κάτω πίνακας παρουσιάζει στατιστικά στοιχεία σχετικά με την επίδοση δημοφιλών ποδοσφαιριστών σε ορισμένους αγώνες μιας αγωνιστικής περιόδου.

A/A	Ποδοσφαιριστής	Ομάδα	Αριθμός τερμάτων ποδοσφαιριστή/ συνολικός αριθμός τερμάτων ομάδας	Συνεισφορά
1	Έντισον Καβάνι	Παρ Σεν Ζερμέν	8 / 16	50%
2	Μάουρο Ικάρντι	Ίντερ	6 / 9	67%
3	Γκονσάλο Ιγουαΐν	Γιουβέντους	6 / 13	46%
4	Κάρλος Μπάκα	Μίλαν	6 / 12	50%
5	Μεβλούτ Ερντίνγκ	Μετς	6 / 9	67%
6	Αλεξάντρ Λακαζέτ	Λυών	6 / 15	40%
7	Ντιέγκο Κόστα	Τσέλσι	6 / 12	50%
8	Αντουάν Γκριζμάν	Ατλέτικο	6 / 14	43%
9	Λουίς Σουάρες	Μπαρτσελόνα	5 / 22	23%
10	Χοσέ Μαρία Καγεχόν	Νάπολη	5 / 14	36%

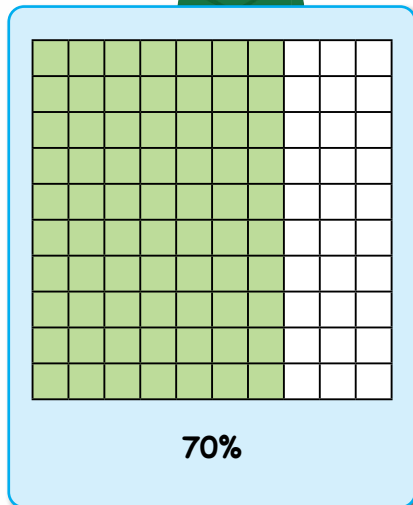
(α) Ποιες πληροφορίες μπορείτε να αντλήσετε από τον πιο πάνω πίνακα;

(β) Για ποιο λόγο χρησιμοποιήθηκαν ποσοστά στον πιο πάνω πίνακα;

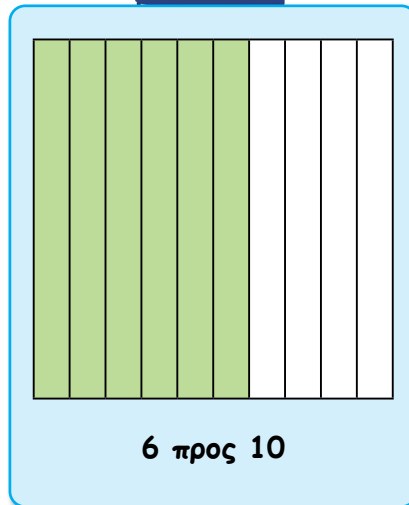


Τα πιο κάτω διαγράμματα παρουσιάζουν τον λόγο των τερμάτων που πέτυχαν τρεις ποδοσφαιριστές προς το σύνολο των τερμάτων που πέτυχε η ομάδα τους σε μια αγωνιστική περίοδο. Οι ποδοσφαιριστές αγωνίζονται σε διαφορετικές ομάδες.

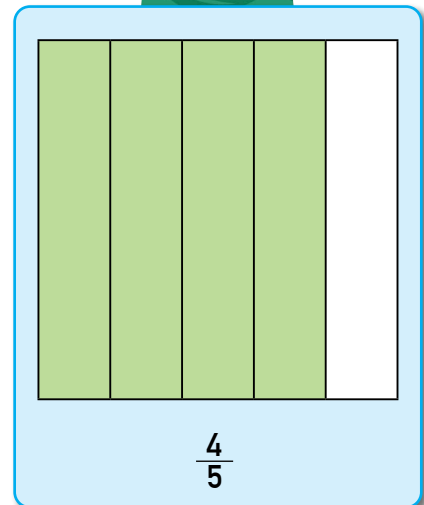
**Μάριος**



**Γιάννης**



**Θεοδόσης**



Ποιος από τους τρεις ποδοσφαιριστές είχε τη μεγαλύτερη συνεισφορά στα τέρματα που πέτυχε η ομάδα του; Να επεξηγήσετε.

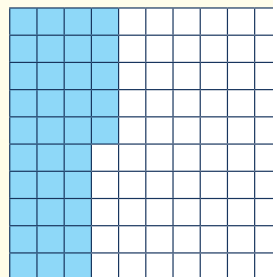
# Νέες Έννοιες

- Το **ποσοστό** είναι ένας αριθμός ή ένας λόγος εκφρασμένος σε ένα κλάσμα με παρονομαστή το 100. Συμβολίζεται με το σύμβολο **%**, το οποίο διαβάζεται «**τοις εκατό**».

## Παραδείγματα:

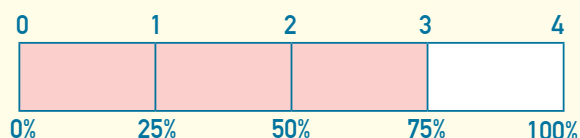
Ο λόγος των γαλάζιων τετραγώνων προς το σύνολο είναι 35 προς 100.

Άρα, το ποσοστό των γαλάζιων τετραγώνων είναι 35%.



Ο λόγος των κόκκινων ορθογωνίων προς το σύνολο είναι 3 προς 4.

Άρα, το ποσοστό των κόκκινων ορθογωνίων είναι 75%, γιατί ο λόγος 3 προς 4 είναι ίσος με τον λόγο 75 προς 100:



$$\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 25}{4 \cdot 25} = \frac{75}{100}$$

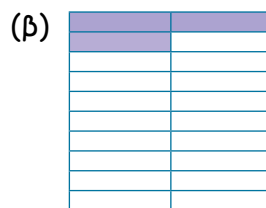
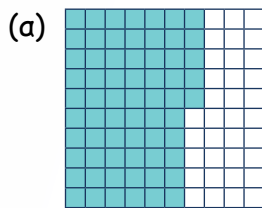
- Τα κλάσματα και οι δεκαδικοί αριθμοί μπορούν να εκφραστούν με τη μορφή ποσοστού.

## Παραδείγματα:

Κλάσμα	$\frac{1}{4} = \frac{25}{100}$	$\frac{1}{2} = \frac{50}{100}$	$\frac{3}{4} = \frac{75}{100}$	$\frac{1}{1} = \frac{100}{100}$
Δεκαδικός αριθμός	0,25	0,5 = 0,50	0,75	1,00
Ποσοστό	25%	50%	75%	100%

## Παραδείγματα

1. Να εκφράσετε το σκιασμένο μέρος κάθε σχήματος με τη μορφή κλάσματος, δεκαδικού αριθμού και ποσοστού.



**Λύση:**

(α) Κλάσμα:  $\frac{65}{100}$

Δεκαδικός: 0,65

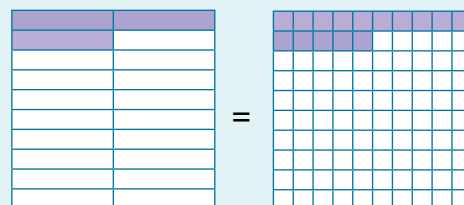
Ποσοστό: 65%

(β) Κλάσμα:  $\frac{3}{20} = \frac{3 \cdot 5}{20 \cdot 5} = \frac{15}{100}$

Δεκαδικός: 0,15

Ποσοστό: 15%

Ο λόγος 3 προς 20 είναι ίσος με τον λόγο 15 προς 100.



$$\frac{3}{20} = \frac{15}{100}$$

2. Στο σχολείο της Έλενας 6 στα 10 παιδιά έχουν κατοικίδιο ζώο. Να υπολογίσετε το ποσοστό των παιδιών στο σχολείο της Έλενας που έχουν κατοικίδιο ζώο.

**Λύση:**

$$\frac{6}{10} = \frac{6 \cdot 10}{10 \cdot 10} = \frac{60}{100} = 60\%$$

Ο λόγος 6 προς 10 είναι ίσος με τον λόγο 60 προς 100.

Το ποσοστό των παιδιών στο σχολείο της Έλενας που έχουν κατοικίδιο ζώο είναι 60%.

3. Ποιος από τους πιο κάτω αριθμούς είναι ο μεγαλύτερος;

0,2

$\frac{1}{4}$

30%

**Λύση:**

$$0,2 = \frac{2}{10} = \frac{2 \cdot 10}{10 \cdot 10} = \frac{20}{100} = 20\%$$

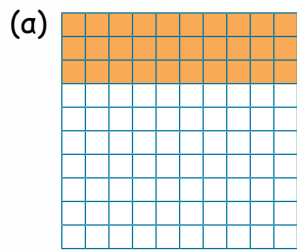
$$\frac{1}{4} = \frac{1 \cdot 25}{4 \cdot 25} = \frac{25}{100} = 25\%$$

Για να συγκρίνουμε τους αριθμούς, τους γράφουμε με την ίδια μορφή. Για παράδειγμα, μετατρέπουμε το κλάσμα και τον δεκαδικό αριθμό σε ποσοστά και συγκρίνουμε τα ποσοστά μεταξύ τους:  
 $20\% < 25\% < 30\%$ .

Ο μεγαλύτερος αριθμός είναι το 30%.

# Δραστηριότητες

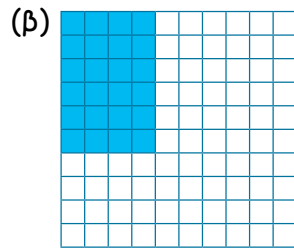
1. Να εκφράσετε το σκιασμένο μέρος κάθε σχήματος με τη μορφή κλάσματος, δεκαδικού αριθμού και ποσοστού.



Κλάσμα:

Δεκαδικός:

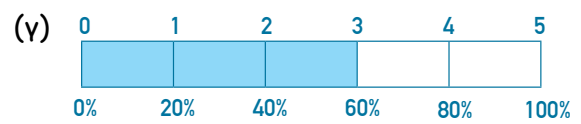
Ποσοστό:



Κλάσμα:

Δεκαδικός:

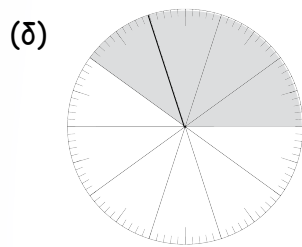
Ποσοστό:



Κλάσμα:

Δεκαδικός:

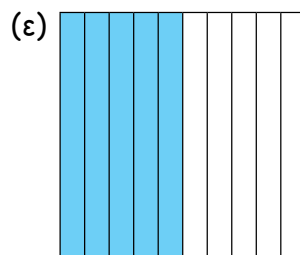
Ποσοστό:



Κλάσμα:

Δεκαδικός:

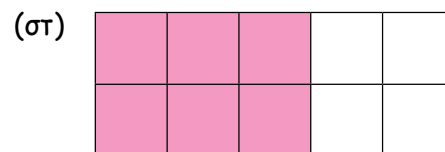
Ποσοστό:



Κλάσμα:

Δεκαδικός:

Ποσοστό:



Κλάσμα:

Δεκαδικός:

Ποσοστό:

2. Να συμπληρώσετε τον πίνακα.

Λόγος	Κλάσμα	Δεκαδικός	Ποσοστό
1:2			
1:5			
	$\frac{1}{4}$		
		0,3	
2:5			
	$\frac{1}{50}$		
			10%
		0,75	
			100%

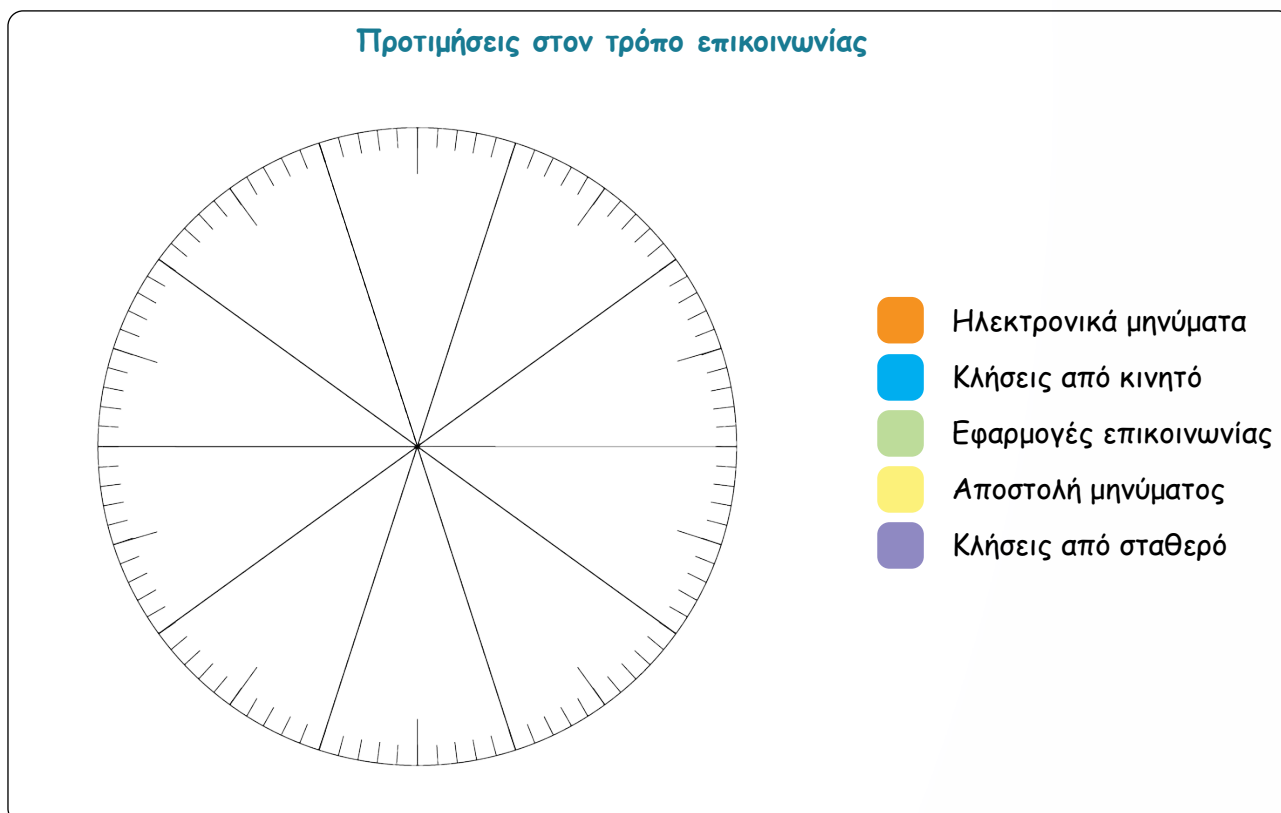


3. Ο πιο κάτω πίνακας παρουσιάζει τα αποτελέσματα μιας έρευνας σχετικά με τον τρόπο επικοινωνίας που προτιμούν οι πελάτες μιας εταιρείας τηλεπικοινωνιών.

(α) Να συμπληρώσετε τον πίνακα.

Τρόπος επικοινωνίας	Ποσοστό	Δεκαδικός	Κλάσμα
Ηλεκτρονικά μηνύματα		0,29	
Κλήσεις από κινητό	25%		
Εφαρμογές επικοινωνίας			$\frac{2}{5}$
Αποστολή μηνύματος			$\frac{1}{25}$
Κλήσεις από σταθερό		0,02	

(β) Να παρουσιάσετε τα αποτελέσματα της έρευνας στο πιο κάτω κυκλικό διάγραμμα, με βάση το υπόμνημα.



4. Σε ένα διαγώνισμα πολλαπλής επιλογής στα μαθηματικά, ο Αντρέας απάντησε ορθά στο 80% των ερωτήσεων, η Μαρία απάντησε ορθά σε 22 ερωτήσεις ενώ ο Σάββας απάντησε λανθασμένα μόνο σε 4 ερωτήσεις. Ποιο παιδί είχε την πιο ψηλή βαθμολογία, αν το διαγώνισμα είχε συνολικά 25 ερωτήσεις;

5. Να βάλετε σε κύκλο τις κάρτες που παρουσιάζουν αριθμούς που είναι ισοδύναμοι με τον αριθμό στα αριστερά, όπως στο παράδειγμα.

**Παράδειγμα:**

40%

40

$\frac{40}{100}$

$\frac{4}{10}$

$\frac{2}{5}$

0,4

0,04

(α) 60%

$\frac{60}{100}$

$\frac{6}{100}$

$\frac{3}{50}$

0,06

$\frac{3}{5}$

0,6

(β)  $\frac{4}{25}$

1,6

$\frac{16}{100}$

16%

$\frac{8}{50}$

0,16

4%

(γ) 0,08

$\frac{80}{100}$

$\frac{8}{100}$

0,800

$\frac{1}{25}$

$\frac{16}{200}$

8%

6. Να συμπληρώσετε με <, >, =.

(α)  $\frac{1}{4}$   25%

(β)  $\frac{9}{20}$   55%

(γ) 78%   $\frac{3}{5}$

(δ) 38%   $\frac{19}{50}$

(ε) 12%   $\frac{1}{5}$

(στ)  $\frac{3}{4}$   72%

(ζ) 25%  0,125

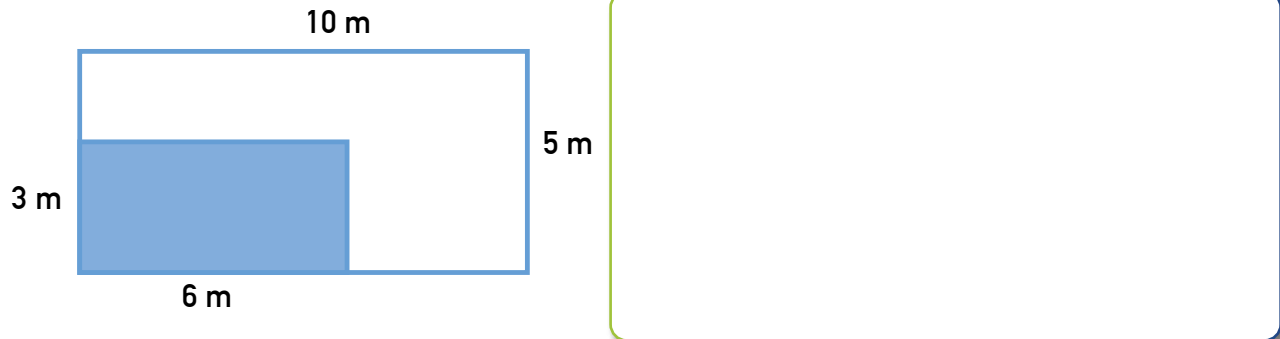
(η) 0,78  76%

(θ) 0,325  30%

7. Ο Μάρκος κατασκεύασε το πιο κάτω μοτίβο. Ποιοι θα είναι οι επόμενοι δύο όροι του μοτίβου;

0,45      $\frac{6}{10}$      75%     \_\_\_\_\_     \_\_\_\_\_

8. Τι ποσοστό της επιφάνειας του πιο κάτω σχήματος δεν είναι σκιασμένο;



9. Να υπολογίσετε την τιμή των  $A$ ,  $B$  και  $\Gamma$ , αν ισχύουν οι πιο κάτω ισότητες. Να επεξηγήσετε.

$$100\% = A + 0,7$$

$$A = \frac{1}{10} + B$$

$$B = 10\% + \Gamma$$

$$A = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$B = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\Gamma = \underline{\hspace{2cm}}$$

## Επανάληψη

1. Να επιλύσετε τα προβλήματα στο τετράδιό σας.

(α) Ο Άρης έχει στη διάθεσή του 56 κόκκινες χάντρες, 72 χρυσές χάντρες και 80 γαλάζιες χάντρες. Πόσα ίδια βραχιόλια είναι δυνατόν να ετοιμάσει; Πόσες χάντρες από το κάθε χρώμα θα υπάρχουν σε κάθε βραχιόλι;

(β) Ένα λιμάνι διαθέτει τρεις φάρους. Ο ένας αναβοσβήνει κάθε 4 δευτερόλεπτα, ο δεύτερος κάθε 10 και ο τρίτος κάθε 18. Αν στις 9:00 το βράδυ αναβόσβησαν ταυτόχρονα και οι τρεις φάροι, τι ώρα θα αναβόσβησουν ξανά ταυτόχρονα;

(α) Να συμπληρώσετε τον πίνακα, σχηματίζοντας κάθε φορά ένα κλάσμα και μετατρέποντάς το σε δεκαδικό αριθμό και ποσοστό, όπως στο παράδειγμα.

		Αριθμητής κλάσματος			
		1	2	3	4
Παρονομαστής κλάσματος	2	$\frac{1}{2} = 0,50 = 50\%$	$\frac{2}{2} = 1,0 = 100\%$	$\frac{3}{2} = 1,5 = 150\%$	$\frac{4}{2} = 2 = 200\%$
	4				
	8				
	16				

(β) Να περιγράψετε τις στρατηγικές που χρησιμοποίησατε, για να μετατρέψετε τα κλάσματα σε δεκαδικούς αριθμούς και ποσοστά.

# Νέες Έννοιες

- Για να μετατρέψουμε ένα οποιοδήποτε κλάσμα σε δεκαδικό αριθμό και ποσοστό, διαιρούμε τον αριθμητή με τον παρονομαστή του κλάσματος (κλάσμα ως πηλίκο).

$$\frac{a}{b} = a \div b, b \neq 0$$

Παραδείγματα:

$$\frac{1}{4} = 1 \div 4 = 0,25 = 25\%$$

$$\begin{array}{r} 1,00 \\ - 8 \phantom{0} \\ \hline 20 \\ - 20 \\ \hline 0 \end{array} \bigg| \begin{array}{l} 4 \\ 0,25 \end{array}$$

$$\frac{3}{5} = 3 \div 5 = 0,6 = 0,60 = 60\%$$

$$\begin{array}{r} 3,0 \\ - 30 \\ \hline 0 \end{array} \bigg| \begin{array}{l} 5 \\ 0,6 \end{array}$$

$$\frac{7}{8} = 7 \div 8 = 0,875 = 87,5\%$$

$$\begin{array}{r} 7,000 \\ - 64 \phantom{00} \\ \hline 60 \\ - 56 \\ \hline 40 \\ - 40 \\ \hline 0 \end{array} \bigg| \begin{array}{l} 8 \\ 0,875 \end{array}$$

## Παράδειγμα

1. Να μετατρέψετε τα πιο κάτω κλάσματα σε δεκαδικούς αριθμούς και ποσοστά.

(α)  $\frac{7}{20}$

(β)  $\frac{25}{32}$

**Λύση:**

(α) Α' τρόπος:

$$\frac{7}{20} = \frac{7 \cdot 5}{20 \cdot 5} = \frac{35}{100}$$

$$\text{Άρα, } \frac{7}{20} = \frac{35}{100} = 0,35 = 35\%$$

Β' τρόπος:

$$\frac{7}{20} = 7 \div 20 = 0,35$$

$$\text{Άρα, } \frac{7}{20} = 7 \div 20 = 0,35 = 35\%$$

(β)  $\frac{5}{8} = 5 \div 8 = 0,625$

$$\text{Άρα, } \frac{5}{8} = 5 \div 8 = 0,625 = 62,5\%$$

Μετατρέπουμε το κλάσμα  $\frac{7}{20}$  σε δεκαδικό κλάσμα.

Κάνουμε τη διαίρεση 7 διά 20.

$$\begin{array}{r|l} 7,00 & 20 \\ - 60 & 0,35 \\ \hline 100 & \\ - 100 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Κάνουμε τη διαίρεση 5 διά 8.

$$\begin{array}{r|l} 5,000 & 8 \\ - 48 & 0,625 \\ \hline 20 & \\ - 16 & \\ \hline 40 & \\ - 40 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Ο δεκαδικός αριθμός 0,625  
ισοδυναμεί με  $\frac{625}{1000}$ , άρα με  
62,5%.

## Δραστηριότητες



1. Να μετατρέψετε τα κλάσματα σε δεκαδικούς αριθμούς και ποσοστά.

(α)  $\frac{3}{5}$

(β)  $\frac{28}{40}$

(γ)  $2\frac{1}{4}$

(δ)  $\frac{7}{8}$

(ε)  $3\frac{5}{16}$

(στ)  $1\frac{9}{40}$

2. Να βάλετε σε κύκλο την ορθή απάντηση σε κάθε περίπτωση, όπως στο παράδειγμα.

**Παράδειγμα:**

0,7

(α)  $\frac{7}{100}$

(β) 7%

(γ) 700%

(δ)  $\frac{7}{10}$

A. 0,08

(α)  $\frac{80}{100}$

(β)  $\frac{8}{10}$

(γ)  $\frac{8}{100}$

(δ) 80%

B. 0,12

(α) 120%

(β)  $\frac{3}{25}$

(γ) 102%

(δ)  $\frac{2}{25}$

Γ. 1,4

(α)  $\frac{3}{2}$

(β) 14%

(γ)  $\frac{14}{100}$

(δ) 140%

Δ. 1,25

(α) 25%

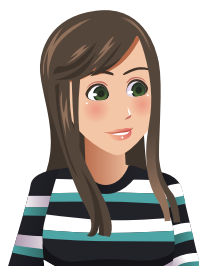
(β)  $\frac{5}{2}$

(γ) 125%

(δ)  $\frac{3}{2}$

Το 20% των φοιτητών σε μια σχολή χρησιμοποιούν το λεωφορείο για τη μεταφορά τους προς και από τη σχολή τους. Πόσοι φοιτητές χρησιμοποιούν το λεωφορείο, αν όλοι οι φοιτητές της σχολής είναι 150;

Η Ελένη, ο Μάριος και ο Ιωάννης χρησιμοποίησαν διαφορετικούς τρόπους, για να επιλύσουν το πιο πάνω πρόβλημα.



Ελένη

Διάρεσα το 150 διά 5, γιατί το 20% είναι ισοδύναμο με το ένα πέμπτο.

$$20\% \text{ του } 150 = \frac{1}{5} \cdot 150 = 30$$

Βρήκα το 1%, διαιρώντας το 150 διά 100, γιατί το 1% είναι ισοδύναμο με ένα εκατοστό. Έπειτα, πολλαπλασίασα το αποτέλεσμα που βρήκα επί 20.

$$1\% \text{ του } 150 = \frac{1}{100} \cdot 150 = 1,5$$

$$20 \cdot 1,5 = 30$$



Μάριος



Ιωάννης

Υπολόγισα το 10%, διαιρώντας το 150 διά 10, γιατί το 10% είναι ισοδύναμο με ένα δέκατο. Έπειτα, πολλαπλασίασα το αποτέλεσμα που βρήκα επί 2.

$$10\% \text{ του } 150 = \frac{1}{10} \cdot 150 = 15$$

$$2 \cdot 15 = 30$$

(α) Ποιος από τους πιο πάνω τρόπους υπολογισμού του 20% του 150 είναι ορθός; Να επεξηγήσετε.

(β) Να υπολογίσετε τα ποσοστά: 15% του 90, 25% του 180 και 40% του 320. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.



## Διερεύνηση 2



Μαρία

Η Μαρία υπολόγισε το 45% του 60 και το 60% του 45.

$$\begin{aligned}45\% \text{ του } 60 &= \frac{45}{100} \cdot 60 \\ &= \frac{9}{20} \cdot \overset{3}{\cancel{60}} \\ &= 27\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}60\% \text{ του } 45 &= \frac{60}{100} \cdot 45 \\ &= \frac{6}{10} \cdot 45 \\ &= \frac{3}{5} \cdot \overset{9}{\cancel{45}} \\ &= 27\end{aligned}$$

(α) Τι παρατηρείτε; Να εξηγήσετε γιατί συμβαίνει αυτό.

(β) Με βάση την παρατήρησή σας στο ερώτημα (α), να υπολογίσετε τα πιο κάτω ποσοστά.

72% του 50

48% του 25

32% του 75

## Δραστηριότητες

1. Να υπολογίσετε τα πιο κάτω ποσοστά.

(α)

$50\% \text{ του } 480 = \frac{1}{2} \cdot 480 =$	$50\% \text{ του } 220 = \frac{1}{2} \cdot 220 =$
$25\% \text{ του } 80 = \frac{1}{4} \cdot 80 =$	$25\% \text{ του } 360 = \frac{1}{4} \cdot 360 =$
$10\% \text{ του } 90 = \frac{1}{10} \cdot 90 =$	$10\% \text{ του } 1050 = \frac{1}{10} \cdot 1050 =$
$1\% \text{ του } 1500 = \frac{1}{100} \cdot 1500 =$	$1\% \text{ του } 2000 = \frac{1}{100} \cdot 2000 =$

(β)

$$50\% \text{ του } 600 = \underline{\hspace{2cm}} \quad 25\% \text{ του } 600 = \underline{\hspace{2cm}} \quad 10\% \text{ του } 600 = \underline{\hspace{2cm}} \quad 5\% \text{ του } 600 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$50\% \text{ του } 60 = \underline{\hspace{2cm}} \quad 25\% \text{ του } 60 = \underline{\hspace{2cm}} \quad 10\% \text{ του } 60 = \underline{\hspace{2cm}} \quad 5\% \text{ του } 60 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$50\% \text{ του } 120 = \underline{\hspace{2cm}} \quad 25\% \text{ του } 120 = \underline{\hspace{2cm}} \quad 10\% \text{ του } 120 = \underline{\hspace{2cm}} \quad 5\% \text{ του } 120 = \underline{\hspace{2cm}}$$

2. Να συμπληρώσετε, όπως στο παράδειγμα.

**Παράδειγμα:**

Το 10% του 60 είναι 6

Άρα,

Το 20% του 60 είναι  $2 \cdot 6 = 12$

Το 5% του 60 είναι  $6 \div 2 = 3$

(α)

Το 50% του 48 είναι \_\_\_\_\_

Άρα ,

Το 25% του 48 είναι \_\_\_\_\_

Το 75% του 48 είναι \_\_\_\_\_

(β)

Το 10% του 140 είναι \_\_\_\_\_

Άρα ,

Το 5% του 140 είναι \_\_\_\_\_

Το 40% του 140 είναι \_\_\_\_\_

(γ)

Το 25% του 32 είναι \_\_\_\_\_

Άρα ,

Το 75% του 32 είναι \_\_\_\_\_

Το 12,5% του 32 είναι \_\_\_\_\_

3. Να υπολογίσετε τα ποσοστά. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

(α) 50% του 72

(β) 10% του 180

(γ) 5% του 800

(δ) 35% του 50

(ε) 80% του 900

(στ) 56% του 75

(ζ) 36% του 25

(η) 12,5% του 200

(θ) 95% του 1200

4. Ο Λουκάς έγραψε την πιο κάτω ισότητα.

$$25\% \text{ του } \chi = \psi\% \text{ του } 60$$

Ποια μπορεί να είναι η τιμή των  $\chi$  και  $\psi$ ; Να βρείτε δύο διαφορετικές περιπτώσεις.

5. Να υπολογίσετε την τιμή του  $x$  σε κάθε περίπτωση.

(α)  $40\%$  του  $800 = 20\%$  του  $x$

(β)  $30\%$  του  $500 = 15\%$  του  $x$

(γ)  $90\%$  του  $150 = 15\%$  του  $x$

(δ)  $120\%$  του  $60 = 30\%$  του  $x$

## Επανάληψη

1. Να υπολογίσετε το αποτέλεσμα. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

(α)  $\frac{3}{5} + \frac{1}{8}$

(β)  $\frac{9}{10} - \frac{3}{4}$

(γ)  $\frac{3}{9} \cdot \frac{12}{20}$

(δ)  $\frac{8}{26} \cdot \frac{2}{13}$

(ε)  $1,8 + 4,52$

(στ)  $12,53 - 2,4$

(ζ)  $3,5 \cdot 8$

(η)  $0,95 \div 0,05$

2. Να επιλύσετε τα προβλήματα. Να εργαστείτε στο τετράδιο σας.

(α) Ο Γιάννης έβαλε στο αυτοκίνητό του  $18$  L βενζίνης. Η τιμή της ήταν  $\text{€}1,28$  ανά λίτρο. Πόσα πλήρωσε;

(β) Η Σοφία έχει μια κορδέλα με μήκος  $12$  m. Την έκοψε σε μικρότερα ίσα κομμάτια που το καθένα έχει μήκος  $0,25$  m. Πόσα κομμάτια κορδέλας έχει η Σοφία;

(γ) Ο κύριος Σάββας είχε  $\frac{3}{4}$  kg αλεύρι. Χρησιμοποίησε το  $\frac{1}{2}$  της ποσότητας αυτής για την παρασκευή μιας πίτσας. Πόσο αλεύρι χρησιμοποίησε;

(δ) Ένα μονοπάτι της φύσης έχει μήκος  $83\frac{2}{5}$  m. Ο Χάρης κάλυψε  $48\frac{1}{2}$  m. Πόσα χιλιόμετρα του απομένουν να περπατήσει μέχρι το τέρμα;

Κατά τη διάρκεια μιας αθλητικής διοργάνωσης, μια ομάδα καλαθόσφαιρας είχε ποσοστό επιτυχίας 75% στις ελεύθερες βολές. Ο συνολικός αριθμός των προσπαθειών της ομάδας ήταν 200.

Ο Άγγελος, η Ναταλία και ο Χρύσανθος χρησιμοποίησαν διαφορετικές στρατηγικές, για να υπολογίσουν τον αριθμό των ελεύθερων βολών που πέτυχε η ομάδα. Να περιγράψετε τη στρατηγική που χρησιμοποίησε κάθε παιδί.



Άγγελος

Επιτυχημένες βολές	75	x
Σύνολο	100	200

$$\frac{75}{100} = \frac{x}{200}$$

$$75 \cdot 200 = 100x$$

$$15\ 000 = 100x$$

$$\frac{15\ 000}{100} = \frac{100x}{100}$$

$$x = 150$$



Ναταλία

Το 75% είναι ισοδύναμο με το κλάσμα  $\frac{3}{4}$ .

$$75\% = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{3}{4} \cdot 200 = 150$$



Χρύσανθος

Το 50% του 200 είναι ίσο με 100.

Το 25% του 200 είναι ίσο με 50.

$$75\% \text{ του } 200 = 50\% \text{ του } 200 + 25\% \text{ του } 200$$

$$75\% \text{ του } 200 = 100 + 50 = 150$$

## Διερεύνηση 2

Να επιλύσετε τα προβλήματα. Να περιγράψετε τη στρατηγική που χρησιμοποιήσατε.

(α) Ο Τάσος διάβασε 20 από τις 40 σελίδες ενός λογοτεχνικού βιβλίου. Ποιο είναι το ποσοστό των σελίδων του βιβλίου που διάβασε ο Τάσος;

Σελίδες που διάβασε	x	20
Σύνολο	100	40

Απάντηση: \_\_\_\_\_

(β) Το 40% των απαντήσεων της Βάνας σε ένα διαγώνισμα ήταν ορθές. Ποιος ήταν ο συνολικός αριθμός των απαντήσεων που έδωσε η Βάνα, αν οι ορθές απαντήσεις της ήταν 20;

Ορθές απαντήσεις	40	20
Σύνολο	100	x

Απάντηση: \_\_\_\_\_

(γ) Το 40% των παιδιών σε μία τάξη έχουν κατοικίδιο ζώο. Πόσα παιδιά έχουν κατοικίδιο ζώο, αν ο συνολικός αριθμός των παιδιών στην τάξη είναι 20;

Παιδιά που έχουν κατοικίδιο	40	x
Σύνολο	100	20

Απάντηση: \_\_\_\_\_

# Νέες Έννοιες

- Επίλυση προβλημάτων με ποσοστά

## Παραδείγματα:

Ποιος αριθμός είναι το 60% του 5;

Μέρος	60	$x$
Όλο	100	5

Αναλογία

$$\frac{60}{100} = \frac{x}{5}$$

Ποιου αριθμού το 3 είναι το 60%

Μέρος	60	3
Όλο	100	$x$

Αναλογία

$$\frac{60}{100} = \frac{3}{x}$$

Τι ποσοστό του 5 είναι το 3;

Μέρος	$x$	3
Όλο	100	5

Αναλογία

$$\frac{x}{100} = \frac{3}{5}$$

## Παραδείγματα

1. Το 5% μιας παρτίδας ηλεκτρονικών υπολογιστών έχουν προβληματικό σκληρό δίσκο. Πόσοι ηλεκτρονικοί υπολογιστές έχουν προβληματικό δίσκο, αν η παρτίδα περιλαμβάνει συνολικά 600 υπολογιστές;

**Λύση:**

Η/Υ με προβληματικό δίσκο	5	$x$
Σύνολο Η/Υ	100	600

$$\frac{5}{100} = \frac{x}{600}$$

$$5 \cdot 600 = 100 \cdot x$$

$$3000 = 100x$$

$$\frac{\overset{30}{\cancel{3000}}}{\cancel{100}} = \frac{\overset{30}{\cancel{100}x}}{\cancel{100}}$$

$$x = 30$$

Οι ηλεκτρονικοί υπολογιστές που έχουν προβληματικό δίσκο είναι 30.

2. Το σύνολο των παιδιών στην τάξη της Αγγελικής είναι 20. Τα 15 παιδιά μαθαίνουν στον ελεύθερο τους χρόνο ένα μουσικό όργανο. Ποιο είναι το ποσοστό των παιδιών στην τάξη της Αγγελικής που μαθαίνει ένα μουσικό όργανο;

**Λύση:**

Παιδιά που μαθαίνουν μουσικό όργανο	$x$	15
Σύνολο παιδιών	100	20

$$\frac{x}{100} = \frac{15}{20}$$

$$20x = 15 \cdot 100$$

$$20x = 1500$$

$$\frac{\overset{75}{\cancel{20}x}}{\cancel{20}} = \frac{\overset{75}{\cancel{1500}}}{\cancel{20}}$$

$$x = 75$$

Το 75% των παιδιών στην τάξη της Αγγελικής μαθαίνουν ένα μουσικό όργανο.



3. Το βιβλιοπωλείο «Αλφαβήτα» προσφέρει τα λεξικά με έκπτωση 25%. Ο Νικόλας αγόρασε ένα λεξικό που κόστιζε €32, χωρίς την έκπτωση.

- (α) Πόσα χρήματα εξοικονόμησε;  
(β) Πόσα πλήρωσε;

**Λύση:**

(α)

Έκπτωση (€)	25	$x$
Αρχική τιμή / Αξία προϊόντος (€)	100	32

$$\frac{25}{100} = \frac{x}{32}$$

$$25 \cdot 32 = 100 \cdot x$$

$$800 = 100x$$

$$\frac{800}{100} = \frac{100x}{100}$$

$$x = 8$$

Ο Νικόλας εξοικονόμησε €8.

(β)

Τελική τιμή / Τιμή πώλησης (€)	75	$\psi$
Αρχική τιμή / Αξία προϊόντος (€)	100	32

$$\frac{75}{100} = \frac{\psi}{32}$$

$$75 \cdot 32 = 100 \cdot \psi$$

$$2400 = 100\psi$$

$$\frac{2400}{100} = \frac{100\psi}{100}$$

$$\psi = 24$$

Ο Νικόλας πλήρωσε €24.

Τα **ποσοστά** χρησιμοποιούνται, για να δηλώσουν την έκπτωση, δηλαδή τη μείωση στην αρχική τιμή ενός προϊόντος.

Για παράδειγμα, η έκφραση «έκπτωση 25%» δηλώνει ότι, αν ένα προϊόν έχει αρχική τιμή €100, τότε η μείωση στην τιμή του θα είναι €25, ενώ η τελική του τιμή θα είναι €75.

Σχηματίζουμε την αναλογία  $\frac{25}{100} = \frac{x}{32}$ , ώστε να υπολογίσουμε την τιμή του  $x$ , η οποία αντιστοιχεί στο ποσό της έκπτωσης.

Εναλλακτικά, υπολογίζουμε το 25% του 32:  
25% του 32 =  $\frac{1}{4} \cdot 32 = 8$ .

Σχηματίζουμε την αναλογία  $\frac{75}{100} = \frac{\psi}{32}$ , ώστε να υπολογίσουμε την τιμή του  $\psi$ , η οποία αντιστοιχεί στην τελική τιμή του λεξικού.

Εναλλακτικά, υπολογίζουμε το 75% του 32:  
75% του 32 =  $\frac{3}{4} \cdot 32 = 24$ .

ή  
Αφαιρούμε το ποσό της έκπτωσης από την αρχική τιμή:  
32 - 8 = 24.

4. Ο συντελεστής Φ.Π.Α για την πώληση μιας ταξιδιωτικής βαλίτσας είναι 19%. Αν η αρχική της τιμή είναι €80, τότε:

(α) Πόσος φόρος θα προστεθεί στην αρχική τιμή της βαλίτσας;

(β) Ποια είναι η τιμή πώλησής της, μετά την επιβολή του Φ.Π.Α.;

**Λύση:**

(α)

Φ.Π.Α. (€)	19	$x$
Αρχική τιμή / Αξία προϊόντος (€)	100	80

$$\frac{19}{100} = \frac{x}{80}$$

$$19 \cdot 80 = 100x$$

$$1520 = 100x$$

$$\frac{1520}{100} = \frac{100x}{100}$$

$$x = 15,20$$

**Ο Φόρος Προστιθέμενης Αξίας (Φ.Π.Α.)** είναι ένα ποσό που εισπράττεται από το κράτος και επιβάλλεται για κάθε πώληση αγαθών ή παροχή υπηρεσιών που πραγματοποιείται. Δηλώνεται με τη μορφή ποσοστού επί της αρχικής τιμής του αγαθού ή της υπηρεσίας.

Για παράδειγμα, η έκφραση «Φ.Π.Α 19%» δηλώνει ότι αν η αρχική τιμή ενός προϊόντος είναι €100, τότε θα προστεθεί φόρος €19 και η τιμή πώλησης του προϊόντος θα είναι €119.

Σχηματίζουμε την αναλογία  $\frac{19}{100} = \frac{x}{80}$ , ώστε να υπολογίσουμε την τιμή του  $x$ , η οποία αντιστοιχεί στο ποσό του φόρου.

Εναλλακτικά, υπολογίζουμε το 19% του 80:  
 $19\% \text{ του } 80 = \frac{19}{100} \cdot 80 = 15,20$ .

Ο φόρος που θα προστεθεί στην αρχική τιμή της βαλίτσας είναι €15,20.

(β)

Τελική τιμή / Τιμή πώλησης (€)	119	$\psi$
Αρχική τιμή / Αξία προϊόντος (€)	100	80

$$\frac{119}{100} = \frac{\psi}{80}$$

$$119 \cdot 80 = 100\psi$$

$$9520 = 100\psi$$

$$\frac{9520}{100} = \frac{100\psi}{100}$$

$$\psi = 95,20$$

Σχηματίζουμε την αναλογία  $\frac{119}{100} = \frac{\psi}{80}$ , ώστε να υπολογίσουμε την τιμή του  $\psi$ , η οποία αντιστοιχεί στην τελική τιμή της βαλίτσας.

Εναλλακτικά, υπολογίζουμε το 119% του 80:  
 $119\% \text{ του } 80 = \frac{119}{100} \cdot 80 = 95,20$ .

ή  
 Προσθέτουμε το ποσό του φόρου στην αρχική τιμή:  
 $80 + 15,20 = 95,20$ .

Η τιμή πώλησης της ταξιδιωτικής βαλίτσας είναι €95,20.

## Δραστηριότητες

1. Μια ομάδα χειροσφαίρισης επιχορηγήθηκε για τη φετινή χρονιά με €5000. Πιο κάτω παρουσιάζεται η ποσοστιαία κατανομή του ποσού της επιχορήγησης που αποφασίστηκε από την ομάδα.

Μπάλες / εξοπλισμός:	30%
Μεταφορές:	25%
Ενδυμασίες:	45%

Να χρησιμοποιήσετε τον πίνακα, για να υπολογίσετε το ποσό της δαπάνης που θα διατεθεί σε κάθε περίπτωση.

(α) Μπάλες και εξοπλισμός

Δαπάνη για μπάλες / εξοπλισμό	30	Χ
Σύνολο	100	5000

Απάντηση: \_\_\_\_\_

(β) Μεταφορές

Δαπάνη για μεταφορές	25	Ψ
Σύνολο	100	5000

Απάντηση: \_\_\_\_\_

(γ) Ενδυμασίες

Δαπάνη για ενδυμασίες	45	Κ
Σύνολο	100	5000

Απάντηση: \_\_\_\_\_

2. Να επιλύσετε προβλήματα.

(α) Τα 180 παιδιά ενός σχολείου παρακολούθησαν μια κινηματογραφική παράσταση. Τα 135 παιδιά δήλωσαν ότι τους άρεσε η κινηματογραφική παράσταση. Σε τι ποσοστό των παιδιών του σχολείου άρεσε η κινηματογραφική παράσταση;

Παιδιά που τους άρεσε η παράσταση	x	135
Σύνολο	100	180

Απάντηση: \_\_\_\_\_

(β) Ένα μπουκάλι με οινόπνευμα παρέμεινε ανοικτό, με αποτέλεσμα να εξατμιστεί το 22% της ποσότητας του οινοπνεύματος που περιείχε. Πόση ήταν η αρχική ποσότητα οινοπνεύματος στο μπουκάλι, αν εξατμίστηκαν 132 ml;

Οινόπνευμα που εξατμίστηκε (L)	22	132
Σύνολο (L)	100	x

Απάντηση: \_\_\_\_\_

(γ) Ο Τάσος ξόδεψε €18 από τα €30 που είχε. Ποιο είναι το ποσοστό των χρημάτων που ξόδεψε σε σχέση με τα χρήματα που είχε αρχικά;

Χρήματα που ξόδεψε (€)	x	18
Σύνολο (€)	100	30

Απάντηση: \_\_\_\_\_

3. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας, για να υπολογίσετε:

(α) Ποιος αριθμός είναι το 12% του 50;

(β) Τι ποσοστό του 300 είναι το 24;

(γ) Ποιου αριθμού το 75% είναι το 12;

(δ) Ποιος αριθμός είναι το 44% του 250;

(ε) Ποιου αριθμού το 15% είναι το 24;

(στ) Τι ποσοστό του 90 είναι το 63;

4. Να συμπληρώσετε τον πίνακα.

**Καλαθοσφαιρική ομάδα «Αστραπή»  
Επίδοση αθλητριών**

Αθλήτρια	Επιτυχημένες προσπάθειες	Συνολικός αριθμός προσπαθειών	Ποσοστό επιτυχίας
Μαρίνα	8	32	
Βασιλική		5	60%
Κατερίνα		20	75%
Λάουρα	5		20%
Βαλέρια	2		10%

5. Να επιλύσετε προβλήματα.

(α) Η τιμή ενός καναπέ χωρίς Φ.Π.Α. είναι €500. Ποια είναι η τιμή πώλησης του καναπέ με την επιβολή Φ.Π.Α. 19%;

Τελική τιμή / Τιμή πώλησης (€)	119	X
Αρχική τιμή / Αξία προϊόντος (€)	100	500

Απάντηση: \_\_\_\_\_

(β) Ένα κατάστημα ηλεκτρονικών ειδών προσφέρει εκπτώσεις. Η αρχική τιμή μιας ρομποτικής σκούπας είναι €300. Η έκπτωση στη σκούπα είναι 15%. Ποια είναι η τιμή πώλησής της μετά την έκπτωση;

Τελική τιμή / Τιμή πώλησης (€)	85	X
Αρχική τιμή / Αξία προϊόντος (€)	100	300

Απάντηση: \_\_\_\_\_

(γ) Ένας έμπορος κερδίζει 14% πάνω στην αξία των εμπορευμάτων του. Ποια είναι η τιμή πώλησης εμπορευμάτων με αρχική τιμή €5000;

Τελική τιμή / Τιμή πώλησης (€)	114	X
Αρχική τιμή / Αξία προϊόντος (€)	100	5000

Απάντηση: \_\_\_\_\_

(δ) Ένας εργολάβος εισέπραξε από την ολοκλήρωση ενός έργου €5940. Πόσο είναι το ποσό του Φ.Π.Α, αν στην είσπραξη συμπεριλαμβάνεται Φ.Π.Α. 10%;

Φ.Π.Α. (€)	10	X
Αρχική τιμή / Αξία προϊόντος (€)	100	5940

Απάντηση: \_\_\_\_\_

(ε) Κατά τη διάρκεια των εκπτώσεων, μια τηλεόραση αξίας €550 πωλήθηκε προς €440. Ποιο ήταν το ποσοστό της έκπτωσης;

Έκπτωση (€)	X	110
Αρχική τιμή / Αξία προϊόντος (€)	100	550

Απάντηση: \_\_\_\_\_

(στ) Ένας έμπορος αγόρασε προϊόντα αξίας €2500. Τα πούλησε με ζημιά 20%. Πόση ήταν η ζημιά του εμπόρου;

Ζημιά (€)	20	X
Αρχική τιμή / Αξία προϊόντος (€)	100	2500

Απάντηση: \_\_\_\_\_

6. Ένα κατάστημα ένδυσης και υπόδησης προσφέρει τα προϊόντα του με έκπτωση. Να εκφράσετε την έκπτωση στην τιμή των προϊόντων ως ποσοστό, χρησιμοποιώντας τον πίνακα σε κάθε περίπτωση.

(α)

Έκπτωση (€)	<del>x</del>	10
Αρχική τιμή / Αξία προϊόντος (€)	100	40



Απάντηση: \_\_\_\_\_

(β)

Έκπτωση (€)		
Αρχική τιμή / Αξία προϊόντος (€)		



Απάντηση: \_\_\_\_\_

(γ)

Έκπτωση (€)		
Αρχική τιμή / Αξία προϊόντος (€)		



Απάντηση: \_\_\_\_\_



7. Ένα κατάστημα αθλητικών ειδών προσφέρει εκπτώσεις. Να υπολογίσετε το ποσό έκπτωσης και την τελική τιμή κάθε είδους και να συμπληρώσετε τον πίνακα.

Είδος	Αρχική τιμή	Ποσοστό έκπτωσης	Ποσό έκπτωσης	Τελική τιμή
	€32	25%		
	€12	10%		
	€60	20%		
	€44	15%		

8. Να υπολογίσετε το ποσοστό της έκπτωσης σε κάθε προϊόν.

(α)



Αρχική τιμή: €150  
Τελική τιμή: €120

(β)



Αρχική τιμή: €260  
Τελική τιμή: €234

9. Να υπολογίσετε την τελική τιμή των προϊόντων, μετά την επιβολή του Φ.Π.Α.

(α)



€

Τιμή χωρίς Φ.Π.Α. 300,00

Φ.Π.Α. (19%) \_\_\_\_\_

Τιμή με Φ.Π.Α. \_\_\_\_\_

(β)



€

Τιμή χωρίς Φ.Π.Α. 900,00

Φ.Π.Α. (19%) \_\_\_\_\_

Τιμή με Φ.Π.Α. \_\_\_\_\_

(γ)



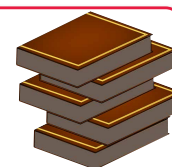
€

Τιμή χωρίς Φ.Π.Α. 175,00

Φ.Π.Α. (19%) \_\_\_\_\_

Τιμή με Φ.Π.Α. \_\_\_\_\_

(δ)



€

Τιμή χωρίς Φ.Π.Α. 140,00

Φ.Π.Α. (5%) \_\_\_\_\_

Τιμή με Φ.Π.Α. \_\_\_\_\_

10. Να επιλύσετε τα προβλήματα. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

(α) Ο βασικός συντελεστής Φ.Π.Α. σε μια χώρα είναι 25%. Ποια είναι η τιμή πώλησης ενός παιχνιδιού, αν η τιμή του χωρίς Φ.Π.Α. είναι €48;

(β) Μια εταιρεία εμφιαλώνει χυμό λεμονιού σε μπουκάλια χωρητικότητας 500 ml. Η εταιρεία αποφάσισε την κυκλοφορία συλλεκτικών μπουκαλιών με 15% μεγαλύτερη χωρητικότητα. Ποια θα είναι η χωρητικότητα κάθε συλλεκτικού μπουκαλιού;

(γ) Ο Κυριάκος πήρε αύξηση 10% στον μισθό του τη φετινή χρονιά και τώρα αμείβεται με €1650 τον μήνα. Ποιος ήταν ο μισθός του Κυριάκου την περσινή χρονιά;

(δ) Ένας ελαιοπαραγωγός είχε κέρδος 25% από την πώληση ελαιολάδου. Πόσο ήταν το κέρδος του, αν η αξία του ελαιόλαδου που πώλησε ήταν €5000;

11. Να κατασκευάσετε ένα πρόβλημα, με βάση τις πληροφορίες που παρουσιάζονται στον πίνακα σε κάθε περίπτωση.

(α)

Έκπτωση (€)	30	X
Αρχική τιμή / Αξία προϊόντος (€)	100	42

---

---

---

---

(β)

Τελική τιμή/Τιμή πώλησης (€)	119	X
Αρχική τιμή / Αξία προϊόντος (€)	100	400

---

---

---

---

(γ)

Τελική τιμή/Τιμή πώλησης (€)	125	500
Αρχική τιμή / Αξία προϊόντος (€)	100	X

---

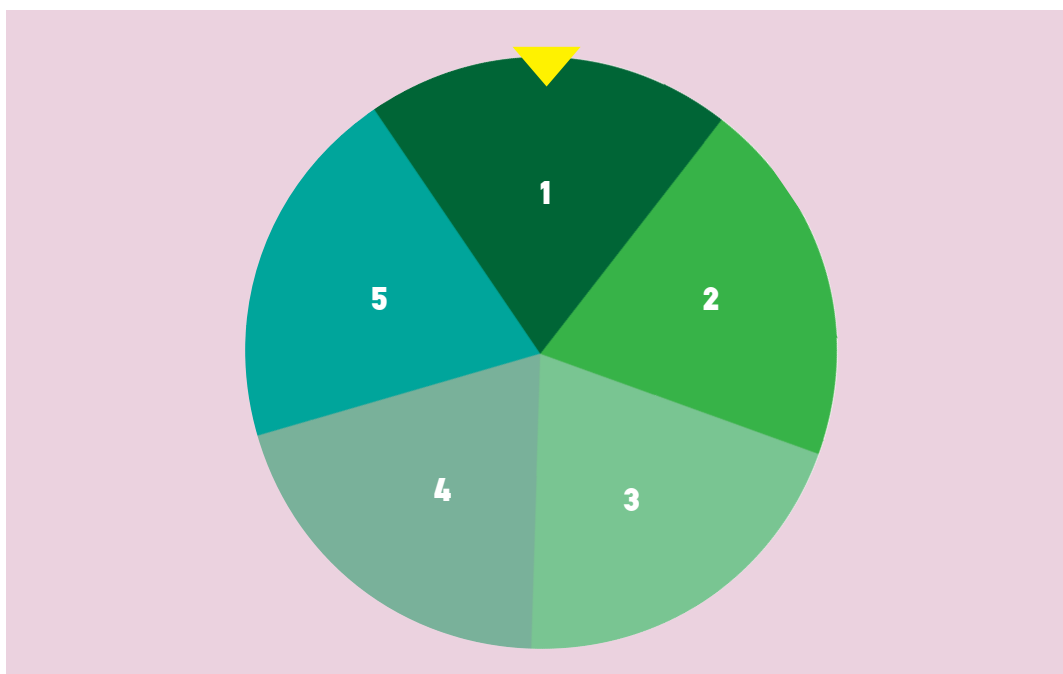
---

---

---

12. Ένα κατάστημα μείωσε κατά την περίοδο των εκπτώσεων την τιμή ενός ηλεκτρονικού υπολογιστή κατά 10%. Μετά τη λήξη της περιόδου των εκπτώσεων, αύξησε την τιμή του κατά 10%. Ο Μάνος υποστηρίζει ότι η τιμή του ηλεκτρονικού υπολογιστή, ύστερα από τη λήξη των εκπτώσεων ήταν ακριβώς η ίδια με την τιμή που είχε πριν τις εκπτώσεις. Συμφωνείτε με τον Μάνο; Να επεξηγήσετε.

Σε ένα τηλεοπτικό παιχνίδι, οι παίκτες παίζουν στον πιο κάτω τροχό της τύχης. Κάθε παίκτης επιλέγει έναν αριθμό από το 1 μέχρι το 5 και γυρίζει τον τροχό. Αν η ένδειξη του τροχού είναι ο αριθμός που επέλεξε, τότε κερδίζει ένα δώρο.



Τις προηγούμενες τέσσερις φορές, η ένδειξη του τροχού δεν ήταν ο αριθμός 5. Σίγουρα θα κερδίσω, αν επιλέξω τον αριθμό 5.



Γιάννης

Να σχολιάσετε τη σκέψη του Γιάννη.

# Διερεύνηση 1

Η Δανάη και η Ευγενία θα παίξουν το πιο κάτω παιχνίδι.

## Κανόνες παιχνιδιού

- Κάθε παίκτης θα επιλέξει στην τύχη έναν βόλο από το σακούλι.
- Η Δανάη κερδίζει έναν βαθμό, αν επιλέξει έναν κόκκινο βόλο.
- Η Ευγενία κερδίζει έναν βαθμό, αν επιλέξει έναν μπλε βόλο



(α) Να σχολιάσετε τους κανόνες του παιχνιδιού.

(β) Με ποιο τρόπο είναι δυνατόν να τροποποιηθεί το παιχνίδι, ώστε η Δανάη και η Ευγενία να έχουν την ίδια πιθανότητα να κερδίσουν;

## Διερεύνηση 2

Ο Ηλίας ανακάτεψε και τοποθέτησε ανάποδα στο θρανίο του δέκα κάρτες με αριθμούς από το 1 μέχρι το 10. Κάθε αριθμός παρουσιάζεται μόνο μία φορά.

(α) Ο Ηλίας γύρισε την πρώτη κάρτα.



Είναι πιο πιθανόν ο αριθμός στην επόμενη κάρτα να είναι μεγαλύτερος από το 3 ή μικρότερος από το 3; Να επεξηγήσετε.

(β) Ο Ηλίας γύρισε και τη δεύτερη κάρτα.



Ποια είναι η πιθανότητα ο αριθμός στην επόμενη κάρτα να είναι μεγαλύτερος από το 10;

(γ) Ο Ηλίας γύρισε και την τρίτη κάρτα.



Ποια είναι η πιθανότητα ο αριθμός στην επόμενη κάρτα να είναι μεγαλύτερος από το 4;

(δ) Ο Ηλίας γύρισε τις πρώτες έξι κάρτες.



Ποια είναι η πιθανότητα ο αριθμός στην επόμενη κάρτα να είναι μικρότερος από το 6;

# Νέες Έννοιες

- Μια διαδικασία, η οποία εκτελείται κάτω από ορισμένες συνθήκες που δεν προκαθορίζουν το αποτέλεσμα της, αλλά ένα σύνολο δυνατών αποτελεσμάτων, ονομάζεται **πείραμα τύχης**.

## Παράδειγμα:

Ρίχνουμε ένα ζάρι και καταγράφουμε την ένδειξη που εμφανίζεται.

- Το σύνολο όλων των δυνατών αποτελεσμάτων ενός πειράματος τύχης ονομάζεται **δειγματικός χώρος**.

## Παραδείγματα:

Στη ρίψη ενός συνηθισμένου ζαριού, υπάρχουν 6 δυνατά αποτελέσματα: 1, 2, 3, 4, 5 ή 6.  
Στη ρίψη ενός κέρματος, υπάρχουν 2 δυνατά αποτελέσματα: κορώνα ή γράμματα.

- Το σύνολο που περιλαμβάνει ένα ή περισσότερα αποτελέσματα ενός πειράματος τύχης ονομάζεται **δυνατό ενδεχόμενο**.

## Παράδειγμα:

Στη ρίψη ενός συνηθισμένου ζαριού, το ενδεχόμενο η ένδειξη να είναι άρτιος αριθμός, περιλαμβάνει τα αποτελέσματα 2, 4 και 6.

- Υπολογισμός πιθανότητας ενός ενδεχομένου σε ένα πείραμα τύχης.

## Παράδειγμα:

Στη ρίψη ενός συνηθισμένου ζαριού, η πιθανότητα πραγματοποίησης του ενδεχομένου η ένδειξη να είναι άρτιος αριθμός είναι:

$$P(\text{άρτιος αριθμός}) = \frac{\text{σύνολο άρτιων αριθμών}}{\text{σύνολο δυνατών αποτελεσμάτων}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 50\%$$

αφού τα ευνοϊκά αποτελέσματα είναι 3 (2, 4 ή 6) και όλα τα δυνατά αποτελέσματα είναι 6 (1, 2, 3, 4, 5 ή 6).

## Παράδειγμα

1. Σε ένα σακούλι υπάρχουν 3 πράσινοι, 5 κίτρινοι και 2 γαλάζιοι κύβοι. Ο Νίκος θα επιλέξει στην τύχη έναν κύβο από το σακούλι. Να υπολογίσετε την πιθανότητα κάθε ενδεχομένου.

### Λύση:

Το πιο πάνω πείραμα τύχης έχει 10 δυνατά αποτελέσματα ( $3 + 5 + 2 = 10$ ).

	Ενδεχόμενο	Πιθανότητα
A.	Ο κύβος που θα επιλέξει να είναι πράσινος.	$P(\text{πράσινος κύβος}) = \frac{3}{10} = 30\%$
B.	Ο κύβος που θα επιλέξει να είναι γαλάζιος ή κίτρινος.	$P(\text{γαλάζιος ή κίτρινος κύβος}) = \frac{7}{10} = 70\%$
Γ.	Ο κύβος που θα επιλέξει να είναι κόκκινος.	$P(\text{κόκκινος κύβος}) = \frac{0}{10} = 0\%$

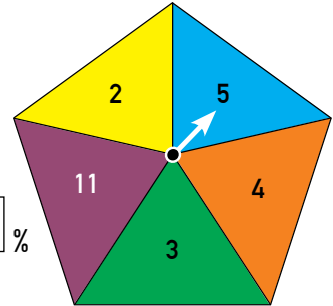


## Δραστηριότητες

1. Να υπολογίσετε πόση είναι η πιθανότητα κάθε ενδεχομένου.

(α) Η Νίκη γυρίζει το βέλος στον τροχό της τύχης. Ποια είναι η πιθανότητα το βέλος να σταματήσει σε άρτιο αριθμό;

$$P(\text{άρτιος αριθμός}) = \frac{\text{σύνολο άρτιων αριθμών}}{\text{σύνολο δυνατών αποτελεσμάτων}} = \frac{\square}{\square} = \square \%$$



(β) Ο Φάνης επιλέγει τυχαία έναν βόλο από το σακούλι. Ποια είναι η πιθανότητα να επιλέξει πράσινο βόλο;

$$P(\text{πράσινος βόλος}) = \frac{\text{σύνολο πράσινων βόλων}}{\text{σύνολο δυνατών αποτελεσμάτων}} = \frac{\square}{\square} = \square \%$$



(γ) Ο Ευάγγελος ρίχνει ένα συνηθισμένο ζάρι. Ποια είναι η πιθανότητα η ένδειξη του ζαριού να είναι αριθμός μικρότερος από το 7;



$$P(\text{αριθμός μικρότερος από το 7}) = \frac{\text{σύνολο αριθμών μικρότερων από το 7}}{\text{σύνολο δυνατών αποτελεσμάτων}} = \frac{\square}{\square} = \square \%$$

2. Η Λίζα έχει ένα κουτί που περιέχει κάρτες με αριθμούς από το 1 μέχρι το 10. Κάθε αριθμός παρουσιάζεται μόνο μία φορά. Θα επιλέξει στην τύχη μια κάρτα από το κουτί. Να υπολογίσετε την πιθανότητα κάθε ενδεχομένου.

	Ενδεχόμενο	Πιθανότητα
A.	Ο αριθμός στην κάρτα να είναι το 7.	
B.	Ο αριθμός στην κάρτα να είναι το 15.	
Γ.	Ο αριθμός στην κάρτα να είναι μεγαλύτερος από το 1.	
Δ.	Ο αριθμός στην κάρτα να είναι περιττός.	
Ε.	Ο αριθμός στην κάρτα να είναι μεγαλύτερος του 6.	
ΣΤ.	Ο αριθμός στην κάρτα να είναι μεταξύ του 0 και του 11.	
Ζ.	Ο αριθμός στην κάρτα να είναι πολλαπλάσιο του 2.	

3. Η Μυρτώ θα επιλέξει στην τύχη έναν κύβο από το διπλανό σακούλι. Να προσθέσετε ή να αφαιρέσετε κύβους στο σακούλι, ώστε:



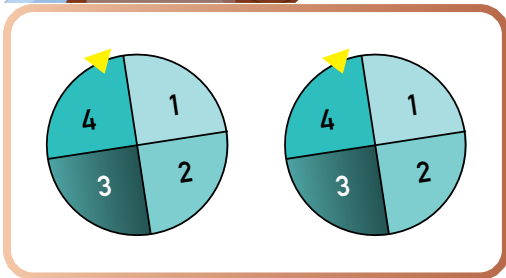
(α) η πιθανότητα επιλογής κόκκινου κύβου να είναι  $\frac{1}{3}$

(β) η πιθανότητα επιλογής μαύρου κύβου να είναι 10%

4. Τα παιδιά στην τάξη της κυρίας Χάρις θα παίξουν τόμπολα, με βάση τις πιο κάτω οδηγίες.



- Θα γυρίσω τους δύο τροχούς της τύχης και θα προσθέσω τις δύο ενδείξεις.
- Αν έχετε στην κάρτα σας το άθροισμα αυτό, να το διαγράψετε.
- Ο πρώτος μαθητής που θα διαγράψει όλους τους αριθμούς στην κάρτα του κερδίζει το παιχνίδι.



Ποια από τις πιο κάτω κάρτες δίνει μεγαλύτερη πιθανότητα σε ένα μαθητή να κερδίσει; Να εξηγήσετε.

Κάρτα Α

2	3	7
1	5	8

Κάρτα Β





5	6	3
7	4	8

Κάρτα Γ












2	7	4
8	3	6

# Δραστηριότητες ενότητας

1. Να συμπληρώσετε, όπως στο παράδειγμα.

Εικόνα	Λεκτική εκφραση	Σύμβολα
<p>Παράδειγμα:</p> 	<p>1 κίτρινη μαργαρίτα προς 3 ροζ μαργαρίτες</p>	<p>1 προς 3 <math>\frac{1}{3}</math></p>
	<p>2 τετράγωνα προς 4 κύκλους</p>	
	<p>4 γάτοι προς 7 ζώα</p>	
		<p>5 προς 2</p>

2. Να γράψετε Ορθό ή Λάθος, με βάση την εικόνα.

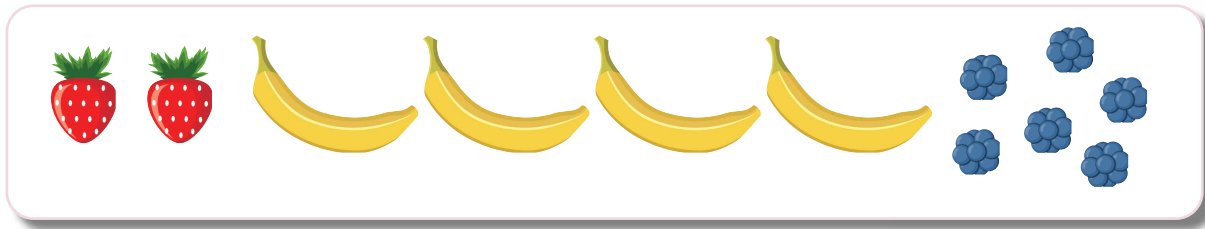
(α) Για κάθε 4 μπλε αστέρια υπάρχουν 7 κίτρινα. \_\_\_\_\_

(β) Για κάθε 7 μπλε αστέρια υπάρχουν 4 κίτρινα. \_\_\_\_\_

(γ) Τα  $\frac{11}{16}$  των τετραγώνων έχουν αστέρια. \_\_\_\_\_

(δ) Σε σύνολο 16 τετραγώνων, τα 5 είναι κενά. \_\_\_\_\_

3. Να γράψετε μια λεκτική έκφραση για κάθε λόγο, όπως στο παράδειγμα.



Παράδειγμα:

4 προς 6

4 μπανάνες προς 6 βατόμουρα

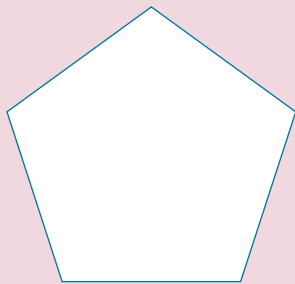
(α)  $\frac{2}{12}$  \_\_\_\_\_

(β) 12:4 \_\_\_\_\_

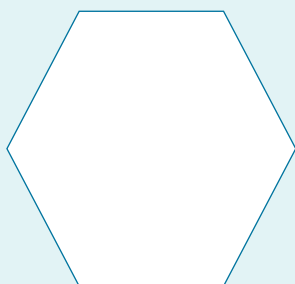
(γ) 2:4 \_\_\_\_\_

4. Να εκφράσετε τον λόγο του μήκους της πλευράς προς την περίμετρο στα πιο κάτω κανονικά πολύγωνα.

(α) Μήκος πλευράς = 5 cm



(β) Περίμετρος = 48 cm



5. Να ελέγξετε κατά πόσο οι δύο λόγοι σχηματίζουν αναλογία.

(α)  $\frac{6}{9}$  και  $\frac{8}{12}$

(β)  $\frac{2}{25}$  και  $\frac{3}{35}$

(γ)  $\frac{9}{12}$  και  $\frac{15}{20}$

(δ)  $\frac{8}{10}$  και  $\frac{12}{15}$

6. Να υπολογίσετε την τιμή του  $v$  στις πιο κάτω αναλογίες.

(α)  $\frac{6}{8} = \frac{v}{100}$

(β)  $\frac{2}{16} = \frac{5}{v}$

(γ)  $\frac{4}{9} = \frac{12}{v}$

(δ)  $\frac{v}{20} = \frac{6}{15}$

(ε)  $\frac{14}{20} = \frac{v}{30}$

7. Να επιλύσετε τα προβλήματα.

(α) Η Μυρτώ κατασκευάζει ανθοδέσμες, χρησιμοποιώντας άσπρα και κόκκινα τριαντάφυλλα. Σε κάθε ανθοδέση, για κάθε 4 άσπρα τριαντάφυλλα, τοποθετεί 5 κόκκινα τριαντάφυλλα. Πόσα κόκκινα τριαντάφυλλα θα περιέχει μια ανθοδέση με 8 άσπρα τριαντάφυλλα;

Άσπρα τριαντάφυλλα	4	8
Κόκκινα τριαντάφυλλα	5	x
Σύνολο	9	

Απάντηση: \_\_\_\_\_

(β) Στον χώρο στάθμευσης μιας εταιρείας ο λόγος των εμπορικών αυτοκινήτων προς τα επιβατικά αυτοκίνητα είναι 2:5. Πόσα επιβατικά αυτοκίνητα υπάρχουν στον χώρο στάθμευσης, αν ο συνολικός αριθμός των αυτοκινήτων είναι 42;

Εμπορικά αυτοκίνητα	2	
Επιβατικά αυτοκίνητα	5	
Σύνολο	7	

Απάντηση: \_\_\_\_\_

(γ) Ο Μάνος αναμιγνύει μπλε και κίτρινη μπογιά, για να ετοιμάσει πράσινη μπογιά. Ο λόγος της ποσότητας της μπλε μπογιάς προς την κίτρινη μπογιά είναι 2 L προς 3 L. Πόσα λίτρα μπλε και πόσα λίτρα κίτρινης μπογιάς πρέπει να αναμίξει ο Μάνος, για να ετοιμάσει 45 L πράσινης μπογιάς;

Λίτρα μπλε μπογιάς	2	
Λίτρα κίτρινης μπογιάς	3	
Λίτρα πράσινης μπογιάς	5	

Απάντηση: \_\_\_\_\_

8. Σε ένα κουτί με σχήματα μοτίβου, ο λόγος των εξαγώνων προς τα τρίγωνα είναι 9 προς 15.

(α) Πόσα είναι τα τρίγωνα, αν τα εξαγώνια σε ένα κουτί είναι 18;

(β) Πόσα είναι τα εξαγώνια, αν τα τρίγωνα σε ένα κουτί είναι 60;

9. Ο κύριος Φίλιππος έχει στη διάθεσή του 40 χάντρες χρώματος μπλε και κόκκινου, για την κατασκευή ενός κοσμήματος. Ο λόγος των μπλε προς τις κόκκινες χάντρες είναι 5:3. Να υπολογίσετε πόσες είναι οι μπλε και πόσες οι κόκκινες χάντρες που έχει ο κύριος Φίλιππος.



10. Η Ιφιγένεια έχει δύο κουτιά με ίσο αριθμό βόλων. Κάθε κουτί περιέχει κόκκινους και μπλε βόλους. Στο κουτί Α για κάθε 2 κόκκινους βόλους υπάρχουν 3 μπλε βόλοι. Στο κουτί Β για κάθε 1 κόκκινο βόλο υπάρχουν 3 μπλε βόλοι. Πόσοι είναι οι κόκκινοι βόλοι που υπάρχουν στο κουτί Α, αν στο κουτί Β υπάρχουν 15 μπλε βόλοι; Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.



11. (α) Να κατασκευάσετε ένα πρόβλημα, με βάση τις πληροφορίες που παρουσιάζονται στον πιο κάτω πίνακα.

Ποτήρια άσπρης ζάχαρης	1	x
Ποτήρια καστανής ζάχαρης	3	9
Σύνολο	4	

---



---



---



---

(β) Να κατασκευάσετε ένα πρόβλημα στο οποίο η ερώτηση είναι «Πόσοι σκύλοι υπάρχουν στο καταφύγιο, αν ο συνολικός αριθμός των ζώων είναι 32;» και να συμπληρώσετε τον πίνακα.

Αριθμός γάτων στο καταφύγιο		
Αριθμός σκύλων στο καταφύγιο		
Σύνολο		

---



---



---



---

12. Η Ελίζα θα ετοιμάσει λεμονάδα, αναμιγνύοντας συμπυκνωμένο χυμό λεμονιού και νερό. Έχει στη διάθεσή της τις πιο κάτω συνταγές, για την παρασκευή μιας δόσης.

**Μίγμα Α**

1 ποτήρι χυμός λεμονιού  
3 ποτήρια νερό

**Μίγμα Β**

1 ποτήρι χυμός λεμονιού  
5 ποτήρια συνολικά

(α) Ποιο από τα πιο πάνω μίγματα θα έχει πιο έντονη γεύση λεμονιού; Να επεξηγήσετε.

(β) Να εισηγηθείτε τις ποσότητες χυμού λεμονιού και νερού σε ένα άλλο μίγμα, ώστε να προκύψει πιο έντονη γεύση λεμονιού σε σχέση με τα μίγματα Α και Β.

13. Το αρχιτεκτονικό σχέδιο ενός σπιτιού κατασκευάστηκε με κλίμακα 1: 50.

(α) Το μήκος της κουζίνας στο σχέδιο είναι 6 cm. Ποιο είναι το πραγματικό μήκος της κουζίνας;

(β) Το πραγματικό πλάτος του μπάνιου είναι 2 m. Πόσο είναι το μήκος του μπάνιου στο σχέδιο;

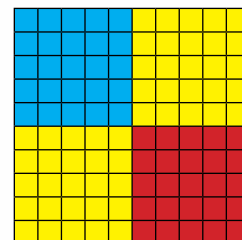
14. Να εκφράσετε με κλάσμα, δεκαδικό αριθμό και ποσοστό το μέρος των μικρών τετραγώνων που είναι χρωματισμένο με κάθε χρώμα στην εικόνα.

(α) κόκκινο

(β) μπλε

(γ) κίτρινο

(δ) κόκκινο και μπλε



15. Να συμπληρώσετε τον πίνακα, όπως στο παράδειγμα.

Κλάσμα	Δεκαδικός αριθμός	Ποσοστό	Λόγος	Εικόνα
<b>Παράδειγμα:</b> $\frac{1}{4}$	0,25	25%	1:4	
$\frac{1}{5}$				
		30%		
	0,40			

16. Να επιλύσετε τα προβλήματα. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

(α) Σε έναν διαγωνισμό, τα  $\frac{2}{5}$  των διαγωνιζομένων κέρδισαν δωρεπιταγές. Τι ποσοστό των διαγωνιζομένων κέρδισαν δωροεπιταγές;

(β) Κατά τη διάρκεια μιας αγωνιστικής περιόδου, ο Γιάννης σημείωσε τα 5 τέρματα από τα 20 που είχε σημειώσει συνολικά η ομάδα του. Ο Δημήτρης σημείωσε τα 6 τέρματα από τα 30 που είχε σημειώσει συνολικά η ομάδα του. Ποιος από τους δύο παίκτες είχε το μεγαλύτερο ποσοστό συνεισφοράς στην ομάδα του;

17. Να συμπληρώσετε με  $<$ ,  $>$ ,  $=$ .

(α)  $\frac{1}{5}$   25%

(β) 80%   $\frac{3}{4}$

(γ) 0,39  42%

(δ) 60%   $\frac{3}{5}$

(ε) 0,415  40%

(στ)  $\frac{7}{16}$   65%

(ζ) 0,4  40%

(η)  $\frac{2}{10}$   2%

(θ)  $\frac{9}{13}$   50%

18. Η Ευγενία κατασκεύασε το πιο κάτω μοτίβο. Ποιοι θα είναι οι επόμενοι δύο όροι του μοτίβου;

$\frac{1}{8}$       0,25      37,5%      \_\_\_\_\_      \_\_\_\_\_

19. Να μετατρέψετε τα κλάσματα και τους μικτούς αριθμούς σε δεκαδικούς αριθμούς και τους δεκαδικούς αριθμούς σε κλάσματα ή μικτούς αριθμούς.

(α)  $\frac{4}{5}$

(β) 0,125

(γ)  $\frac{12}{40}$

(δ) 2,5

(ε) 0,8

(στ)  $3\frac{1}{4}$

(ζ)  $\frac{3}{6}$

(η) 0,750

(θ)  $4\frac{3}{8}$

20. Να διαγράψετε τους δύο αριθμούς που δεν είναι ίσοι με τους υπόλοιπους σε κάθε περίπτωση.

(α)  $\frac{3}{10}$       0,03      0,3       $\frac{1}{3}$       30%

(β)  $\frac{8}{100}$       80%       $\frac{4}{50}$       0,08       $\frac{100}{8}$

(γ) 35%       $\frac{7}{20}$       0,14      0,35       $\frac{14}{20}$

(δ) 1,25      8%       $\frac{1}{8}$       0,125      12,5%

21. Να σειροθετήσετε τους αριθμούς, αρχίζοντας από τον μικρότερο.

(α) 52%      0,43       $\frac{7}{8}$       0,325

(β)  $\frac{2}{3}$       0,15      24%       $\frac{1}{4}$

(γ) 4,2       $\frac{19}{4}$       4,25       $4\frac{3}{8}$

22. Να υπολογίσετε τα πιο κάτω ποσοστά.

(α)

$50\% \text{ του } 140 = \frac{1}{2} \cdot 140 =$	$50\% \text{ του } 1800 = \frac{1}{2} \cdot 1800 =$
$25\% \text{ του } 40 = \frac{1}{4} \cdot 40 =$	$25\% \text{ του } 60 = \frac{1}{4} \cdot 60 =$
$5\% \text{ του } 80 = \frac{1}{20} \cdot 80 =$	$5\% \text{ του } 180 = \frac{1}{20} \cdot 180 =$

(β)

$50\% \text{ του } 200 = \underline{\hspace{2cm}}$      $25\% \text{ του } 200 = \underline{\hspace{2cm}}$      $10\% \text{ του } 200 = \underline{\hspace{2cm}}$      $5\% \text{ του } 200 = \underline{\hspace{2cm}}$

$50\% \text{ του } 480 = \underline{\hspace{2cm}}$      $25\% \text{ του } 480 = \underline{\hspace{2cm}}$      $10\% \text{ του } 480 = \underline{\hspace{2cm}}$      $5\% \text{ του } 480 = \underline{\hspace{2cm}}$

23. Να συμπληρώσετε.

(α)

Το 50% του 24 είναι  $\underline{\hspace{2cm}}$

Άρα,

Το 25% του 24 είναι  $\underline{\hspace{2cm}}$

Το 75% του 24 είναι  $\underline{\hspace{2cm}}$

(β)

Το 10% του 40 είναι  $\underline{\hspace{2cm}}$

Άρα,

Το 20% του 40 είναι  $\underline{\hspace{2cm}}$

Το 5% του 40 είναι  $\underline{\hspace{2cm}}$

(γ)

Το 10% του 120 είναι  $\underline{\hspace{2cm}}$

Άρα,

Το 5% του 120 είναι  $\underline{\hspace{2cm}}$

Το 60% του 120 είναι  $\underline{\hspace{2cm}}$

(δ)

Το 25% του 48 είναι  $\underline{\hspace{2cm}}$

Άρα,

Το 75% του 48 είναι  $\underline{\hspace{2cm}}$

Το 12,5% του 48 είναι  $\underline{\hspace{2cm}}$

24. Να υπολογίσετε τα ποσοστά. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

(α) 40% του 250

(β) 5% του 140

(γ) 25% του 600

(δ) 60% του 50

(ε) 48% του 25

(στ) 84% του 75

25. Να επιλύσετε τα προβλήματα.

(α) Η εφηβική ομάδα καλαθόσφαιρας ενός δήμου νίκησε στο 75% των παιχνιδιών που συμμετείχε μέχρι τώρα. Σε πόσα παιχνίδια συμμετείχε η ομάδα, αν οι νίκες της είναι 12;

Παιχνίδια που νίκησε η ομάδα	75	12
Σύνολο	100	x

Απάντηση: \_\_\_\_\_

(β) Η Ιωάννα έστειλε ταχυδρομικώς 320 ερωτηματολόγια για μια έρευνα. Είχαν επιστραφεί 240 συμπληρωμένα ερωτηματολόγια. Ποιο είναι το ποσοστό των ερωτηματολογίων που είχαν επιστραφεί συμπληρωμένα;

Συμπληρωμένα ερωτηματολόγια	x	240
Σύνολο	100	320

Απάντηση: \_\_\_\_\_

(γ) Ο κύριος Δημοσθένης ετοίμασε ένα δοκίμιο, το οποίο περιλάμβανε 40 ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής. Το 30% των ερωτήσεων είχε ως ορθή απάντηση την επιλογή «Β». Πόσες από τις ερωτήσεις του δοκιμίου δεν είχαν ως ορθή απάντηση την επιλογή «Β»;

Αριθμός ερωτήσεων που δεν είχαν ορθή απάντηση το «Β»	70	x
Σύνολο	100	40

Απάντηση: \_\_\_\_\_

26. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας, για να υπολογίσετε τα πιο κάτω.

- (α) Ποιος αριθμός είναι το 35% του 40;                      (β) Ποιου αριθμού το 30% είναι το 18;  
(γ) Τι ποσοστό του 48 είναι το 12;                      (δ) Τι ποσοστό του 30 είναι το 6;  
(ε) Ποιου αριθμού το 75% είναι το 90;                      (στ) Τι ποσοστό του 75 είναι το 24;  
(ζ) Ποιος αριθμός είναι το 15% του 140;                      (η) Ποιου αριθμού το 40% είναι το 16;

27. Να επιλύσετε τα προβλήματα. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

(α) Ο Νίκος αγόρασε ένα ποδήλατο αρχικής αξίας €180 με 30% έκπτωση. Πόσα αγόρασε το ποδήλατο ο Νίκος;

(β) Μια εταιρεία αγόρασε εμπορεύματα των οποίων η τιμή είναι €357, συμπεριλαμβανομένου Φ.Π.Α. 19%. Ποια ήταν η τιμή των εμπορευμάτων πριν την επιβολή Φ.Π.Α.;

(γ) Ο μηνιαίος μισθός ενός υπαλλήλου ήταν €900. Μετά από μια αύξηση στο μισθό του αμείβεται με €945 τον μήνα. Πόσο ήταν το ποσοστό της αύξησης του μισθού του;

(δ) Μια αντιπροσωπεία αυτοκινήτων πώλησε ένα αυτοκίνητο με κέρδος 20% και εισέπραξε €24 000. Πόσο κόστισε στην αντιπροσωπεία το αυτοκίνητο;

(ε) Ένας έμπορος πώλησε μια συσκευή με ζημιά 40%. Πόση ήταν η αρχική τιμή της συσκευής, αν ο έμπορος την πούλησε €540;

(στ) Ο Φάνης αγόρασε ένα πουκάμισο με έκπτωση 22% και πλήρωσε €39. Πόσο κόστιζε το πουκάμισο πριν από την έκπτωση;

(ζ) Η τιμή ενός φαρμάκου, χωρίς το Φ.Π.Α. είναι €10. Μετά την επιβολή του Φ.Π.Α. η τιμή του φαρμάκου ανέρχεται στα €10,50. Πόσο είναι το ποσοστό του Φ.Π.Α.;



28. Δύο καταστήματα οικιακών συσκευών προσφέρουν τα προϊόντα τους με έκπτωση. Ο πίνακας παρουσιάζει πληροφορίες για 4 πανομοιότυπες συσκευές που πωλούνται στα δύο καταστήματα. Ποιο κατάστημα προσφέρει τη χαμηλότερη τιμή για κάθε συσκευή; Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

Συσκευή	Κατάστημα «Ηλέκτρα»		Κατάστημα «Ιφιγένεια»	
	Αρχική τιμή	Έκπτωση	Αρχική τιμή	Έκπτωση
Καφετιέρα	€45,00	20%	€43,50	€5,00
Βραστήρας	€32,00	25%	€29,95	€4,00
Αποχυμητής	€60,00	15%	€58,75	€4,00
Ζυγαριά κουζίνας	€20,00	10%	€19,00	€2,50

29. Να συμπληρώσετε στον πίνακα το ποσό του Φ.Π.Α. και την τελική τιμή των προϊόντων και των υπηρεσιών.

Προϊόν ή Υπηρεσία	Τιμή χωρίς Φ.Π.Α.	Ποσοστό Φ.Π.Α.	Ποσό Φ.Π.Α.	Τελική τιμή
Βιβλίο	€12,00	5%		
Τρόφιμα	€4,80	5%		
Κόμιστρο ταξί	€7,00	9%		
Παπούτσια	€50,00	19%		

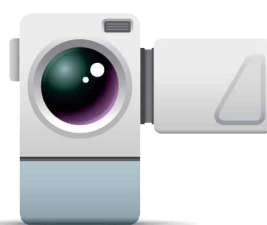
30. Να υπολογίσετε το ποσοστό της έκπτωσης σε κάθε προϊόν. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

(α)



Αρχική τιμή: €450  
Τελική τιμή: €405

(β)



Αρχική τιμή: €280  
Τελική τιμή: €224

(γ)

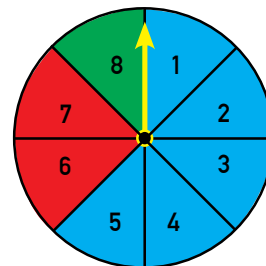


Αρχική τιμή: €240  
Τελική τιμή: €204

31. Να υπολογίσετε την πιθανότητα να συμβούν τα πιο κάτω ενδεχόμενα.

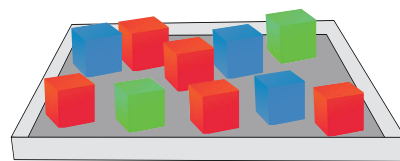
(α) Η Νικολέττα γυρίζει το βέλος στον τροχό της τύχης. Ποια είναι η πιθανότητα το βέλος να σταματήσει σε περιττό αριθμό;

$$P(\text{περιττός αριθμός}) = \frac{\text{σύνολο περιττών αριθμών}}{\text{σύνολο δυνατών αποτελεσμάτων}} = \frac{\square}{\square} = \square \%$$



(β) Ο Σάββας επιλέγει τυχαία έναν κύβο από ένα κουτί που περιέχει συνολικά 10 κύβους. Ποια είναι η πιθανότητα να επιλέξει έναν πράσινο κύβο;

$$P(\text{πράσινος κύβος}) = \frac{\text{σύνολο πράσινων κύβων}}{\text{σύνολο δυνατών αποτελεσμάτων}} = \frac{\square}{\square} = \square \%$$



(γ) Ο Φώτης επιλέγει τυχαία έναν βόλο από το σακούλι. Ποια είναι η πιθανότητα να επιλέξει κόκκινο βόλο;

$$P(\text{κόκκινος βόλος}) = \frac{\text{σύνολο κόκκινων βόλων}}{\text{σύνολο δυνατών αποτελεσμάτων}} = \frac{\square}{\square} = \square \%$$



(δ) Ο Χάρης ρίχνει ένα συνηθισμένο ζάρι. Ποια είναι η πιθανότητα η ένδειξη του ζαριού να είναι πρώτος αριθμός;

$$P(\text{πρώτος αριθμός}) = \frac{\text{σύνολο πρώτων αριθμών}}{\text{σύνολο δυνατών αποτελεσμάτων}} = \frac{\square}{\square} = \square \%$$



32. Ο πίνακας παρουσιάζει τον αριθμό των μουσικών που είναι μέλη μιας ορχήστρας.

Μουσικό όργανο	Αριθμός μουσικών
Έγχωρδο	30
Ξύλινο πνευστό	7
Χάλκινο πνευστό	10
Κρουστό	3

Επιλέγουμε τυχαία έναν από τους μουσικούς της ορχήστρας.

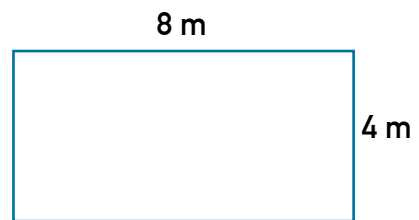
(α) Ποια είναι η πιθανότητα ο μουσικός να παίζει κρουστό όργανο;

(β) Ποια είναι η πιθανότητα ο μουσικός να παίζει πνευστό όργανο;

(γ) Ποια είναι η πιθανότητα ο μουσικός να μην παίζει έγχορδο όργανο;

## Δραστηριότητες εμπλουτισμού

1. Ένα δωμάτιο έχει ορθογώνιο σχήμα με μήκος 8 m και πλάτος 4 m, όπως φαίνεται στη διπλανή εικόνα.



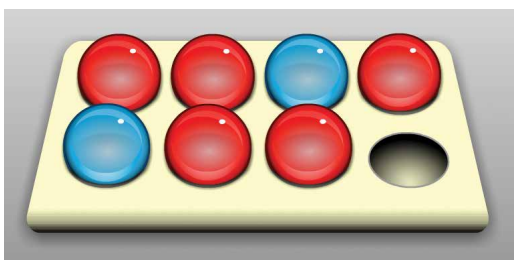
- (α) Να εκφράσετε τον λόγο του πλάτους προς το μήκος του δωματίου.

- (β) Να εκφράσετε τον λόγο του μήκους προς την περίμετρο του δωματίου.

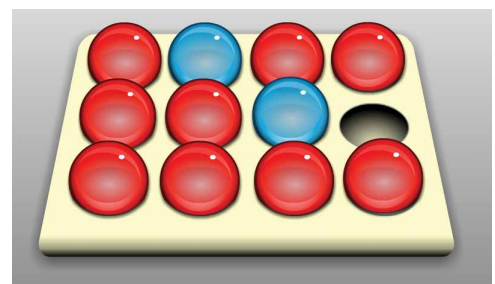
- (γ) Να εκφράσετε τον λόγο του εμβαδού προς το μήκος του δωματίου.

2. (α) Να προσθέσετε τον βόλο που λείπει σε κάθε δίσκο, ώστε ο λόγος των κόκκινων προς τους μπλε βόλους να είναι 3:1.

(i)

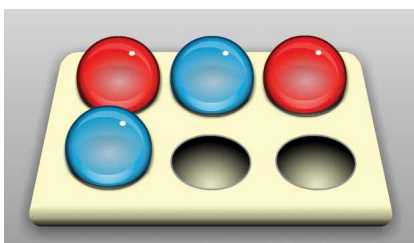


(ii)

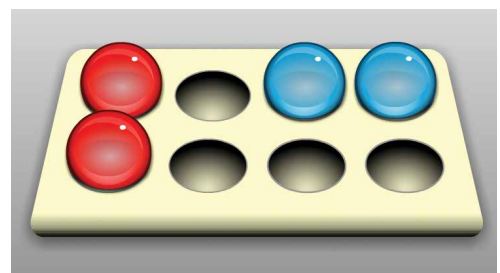


- (β) Να προσθέσετε μπλε και κόκκινους βόλους σε κάθε δίσκο, ώστε ο λόγος των κόκκινων προς τους μπλε βόλους να είναι:

(i) 1 : 2



(ii) 3 : 1

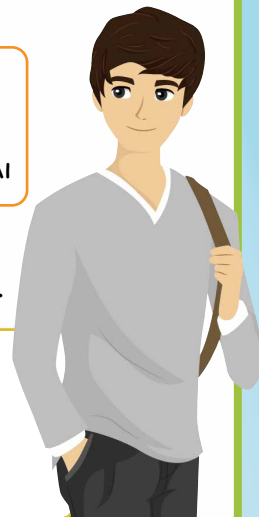


3. Ο Στέφανος βρήκε δύο συνταγές για να ετοιμάσει χυμό, χρησιμοποιώντας πορτοκάλια και καρότα.

Συνταγή Α  
2 φλιτζάνια χυμός καρότο  
3 φλιτζάνια χυμός πορτοκάλι



Συνταγή Β  
4 φλιτζάνια χυμός καρότο  
7 φλιτζάνια χυμός πορτοκάλι



(α) Σε ποια από τις δύο συνταγές θα είναι πιο έντονη η γεύση καρότου; Να επεξηγήσετε.

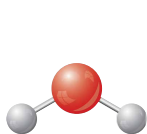
(β) Ο Στέφανος θα εκτελέσει τη Συνταγή Α και θα χρησιμοποιήσει συνολικά περισσότερα από 10 φλιτζάνια χυμό. Να υπολογίσετε την ποσότητα από κάθε είδος χυμό που είναι δυνατόν να αναμίξει ο Στέφανος.



(γ) Να γράψετε μια συνταγή που θα έχει πιο έντονη γεύση πορτοκαλιού σε σχέση με τις συνταγές που βρήκε ο Στέφανος.

4. Σε ένα σχολείο ο λόγος των κοριτσιών προς τα αγόρια είναι 6:5. Αν τα κορίτσια είναι 30 περισσότερα από τα αγόρια, να βρείτε τον αριθμό των αγοριών και τον αριθμό των κοριτσιών στο σχολείο.

5. Ο Αλέξης και η Λάουρα βρήκαν τις πιο κάτω πληροφορίες σχετικά με τον τρόπο συμβολισμού διάφορων χημικών ενώσεων.

### Ένα μόριο νερού

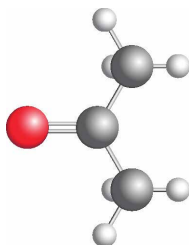





Υδρογόνο (H)   
Οξυγόνο (O) 

Συμβολισμός:  $H_2O$

2 άτομα υδρογόνου προς  
1 άτομο οξυγόνου

### Ένα μόριο ασετόν

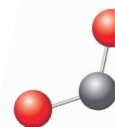




Άνθρακας (C)   
Υδρογόνο (H)   
Οξυγόνο (O) 

Συμβολισμός:  $C_3H_6O$

3 άτομα άνθρακα προς 6 άτομα  
υδρογόνου προς 1 άτομο οξυγόνου

### Ένα μόριο διοξειδίου του άνθρακα



Άνθρακας (C)   
Οξυγόνο (O) 

Συμβολισμός:  $CO_2$

1 άτομο άνθρακα προς  
2 άτομα οξυγόνου

(α) Πόσα άτομα υδρογόνου πρέπει να ενωθούν χημικά με 100 άτομα οξυγόνου, ώστε να σχηματιστούν μόρια νερού;

(β) Πόσα άτομα άνθρακα και πόσα άτομα υδρογόνου πρέπει να ενωθούν χημικά με 470 άτομα οξυγόνου, ώστε να σχηματιστούν μόρια ασετόν;

(γ) Πόσα μόρια διοξειδίου του άνθρακα μπορούν να σχηματιστούν χημικά από 800 άτομα άνθρακα και 1000 άτομα οξυγόνου;

6. Να βρείτε για ποιες τιμές του  $a$  και του  $\beta$  η αναλογία  $\frac{a}{15} = \frac{5}{\beta}$  είναι ορθή.

7. Να υπολογίσετε την τιμή του  $v$  σε κάθε περίπτωση.

(α)  $\frac{2}{v+2} = \frac{18}{27}$

(β)  $\frac{v+1}{10} = \frac{4}{8}$

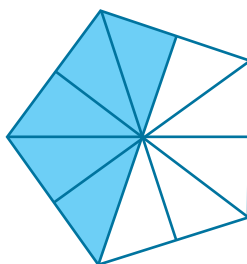
(γ)  $\frac{v}{20} = \frac{5}{v}$

8. Να υπολογίσετε το ποσοστό της επιφάνειας του σχήματος που είναι σκιασμένο σε κάθε περίπτωση.

(α)



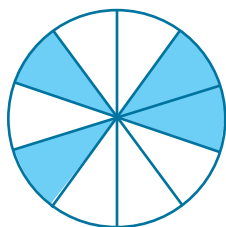

(β)



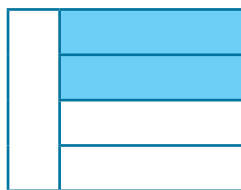

(γ)



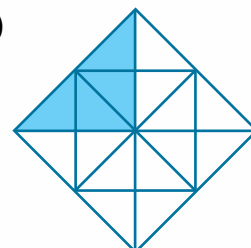

(δ)




(ε)




(στ)



9.

18% του σχήματος είναι σκιασμένο με κόκκινο χρώμα.

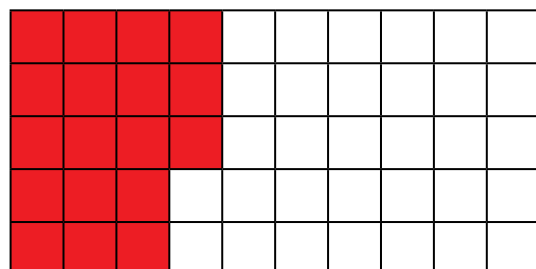


Άρης

36% του σχήματος είναι σκιασμένο με κόκκινο χρώμα.

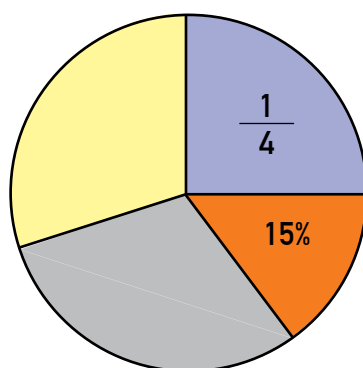


Δώρα



Με ποιο από τα δύο παιδιά συμφωνείς; Να επεξηγήσεις.

10. Τι ποσοστό της κυκλικής γραφικής παράστασης αποτελεί ο κίτρινος κυκλικός τομέας, αν ο γκρίζος και ο κίτρινος κυκλικός τομέας είναι ίσοι;





11. Η Μαρίνα έγραψε στο τετράδιό της τους 10 πρώτους τετράγωνους αριθμούς.

(α) Τι ποσοστό από τους αριθμούς αυτούς είναι άρτιοι;

(β) Τι ποσοστό από τους αριθμούς αυτούς είναι πολλαπλάσια του 5;

12. Να συμπληρώσετε με φυσικούς αριθμούς, ώστε να ισχύουν οι πιο κάτω ανισότητες.

(α)  $\frac{\square}{8} < 75\%$

(β)  $0,27 > \frac{\square}{4}$

(γ)  $30\% < \frac{3}{\square}$

(δ)  $\frac{5}{\square} > 0,52$

(ε)  $15\% > \frac{\square}{20}$

(στ)  $69\% < \frac{\square}{50} < 73\%$

13. Να υπολογίσετε το κάθε ποσοστό.

(α) 25% του κιλού

(β) 10% του λίτρου

(γ) 75% της ώρας

(δ) 15% των €1000

(ε) 50% του χιλιομέτρου

(στ) 32,5% του μέτρου

(ζ) 25% του εικοσιτετραώρου

(η) 20% των 2 κιλών

14. Στην αποθήκη ενός καταστήματος αθλητικών ειδών υπήρχαν στο τέλος του χρόνου 300 καπέλα. Η κυκλική γραφική παράσταση παρουσιάζει τα χρώματα των διαθέσιμων καπέλων.

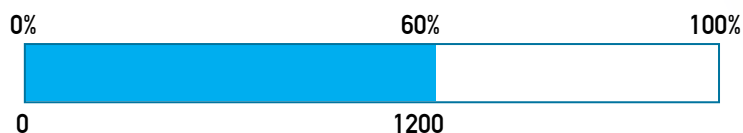


(α) Να υπολογίσετε τον αριθμό των καπέλων που είναι άσπρα.

(β) Να βρείτε σε ποιους χρωματισμούς τα διαθέσιμα καπέλα είναι λιγότερα από 50.

(γ) Να υπολογίσετε τον αριθμό των καπέλων που δεν είναι κόκκινα.

15. Μια φιλοζωική οργάνωση έθεσε ως στόχο να συγκεντρώσει ένα συγκεκριμένο ποσό χρημάτων για ένα καταφύγιο ζώων. Το διάγραμμα παρουσιάζει τα χρήματα που συγκεντρώθηκαν μέχρι τώρα.



Να υπολογίσετε πόσα χρήματα θα πρέπει να συγκεντρωθούν ακόμη, ώστε να συγκεντρωθεί το 100% του ποσού.

16. Να επιλύσετε τα προβλήματα. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

(α) Σε μια παιδική χορωδία, στην οποία συμμετείχαν περίπου 40 παιδιά, το 60% των παιδιών ήταν κορίτσια. Κατά τη φετινή χρονιά προστέθηκαν στη χορωδία 10 αγόρια. Πόσο είναι φέτος το ποσοστό των κοριτσιών στη χορωδία;

(β) Σε ένα σχολείο, 120 παιδιά, δηλαδή το 60% των μαθητών, πηγαίνουν στο σχολείο με το λεωφορείο. Μόνο το 12% των μαθητών πηγαίνουν στο σχολείο με το αυτοκίνητο, ενώ οι υπόλοιποι πηγαίνουν με τα πόδια. Πόσα παιδιά πηγαίνουν στο σχολείο με τα πόδια;

(γ) Ένα δοκίμιο περιλαμβάνει 30 ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής και 15 ερωτήσεις συμπλήρωσης. Κάθε ερώτηση βαθμολογείται με μια μονάδα. Η Αλίκη απάντησε ορθά στο 80% των ερωτήσεων πολλαπλής επιλογής και σε 12 ερωτήσεις συμπλήρωσης. Τι ποσοστό των ερωτήσεων του δοκιμίου απάντησε ορθά η Αλίκη;

17. Να υπολογίσετε την τιμή του  $a$  σε κάθε περίπτωση.

(α) 40% του 400 = 20% του  $a$

(β) 120% του 400 = 15% του  $a$

18. Ο Γιάννης αγόρασε από ένα κατάστημα δύο σακάκια με βάση την πιο κάτω προσφορά. Η αρχική τιμή για το ένα σακάκι ήταν €108 και για το άλλο σακάκι €72.

Αγοράστε ένα σακάκι και πάρτε  
το δεύτερο\* στη μισή τιμή!

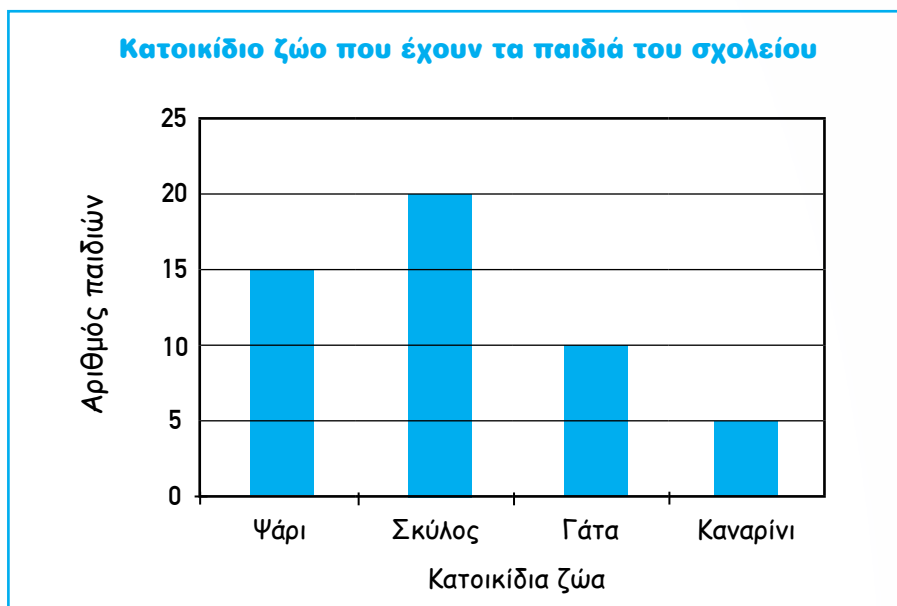
*\*ίσης ή μικρότερης αξίας*



(α) Πόσα πλήρωσε ο Γιάννης στο ταμείο;

(β) Ποιο είναι το ποσοστό της έκπτωσης που επωφελήθηκε ο Γιάννης, αγοράζοντας τα δύο σακάκια;

19. Το πιο κάτω ραβδόγραμμα παρουσιάζει τα αποτελέσματα μιας έρευνας για τα κατοικίδια ζώα που έχουν τα παιδιά ενός σχολείου.



(α) Πόσα παιδιά έλαβαν μέρος στην έρευνα;

(β) Επιλέγουμε τυχαία ένα από τα παιδιά που έλαβαν μέρος στην έρευνα.  
Να υπολογίσετε την πιθανότητα:

(ii) να έχει σκύλο ως κατοικίδιο ζώο

(iii) να έχει τετράποδο ως κατοικίδιο ζώο



# ΕΝΟΤΗΤΑ 10



Στην ενότητα αυτή θα μάθουμε:

- Να ορίζουμε και να κατασκευάζουμε τον κύκλο και τα στοιχεία του.
- Να επιλύουμε προβλήματα που εμπεριέχουν σχέσεις μεταξύ ακτίνας, διαμέτρου και μήκους κύκλου.
- Να υπολογίζουμε το μήκος κύκλου και την περίμετρο μικτόγραμμων σχημάτων.
- Να ορίζουμε και να περιγράφουμε μετασχηματισμούς, όπως η παράλληλη μεταφορά, η περιστροφή ως προς σημείο και η συμμετρία ως προς άξονα.
- Να αναγνωρίζουμε τα βασικά χαρακτηριστικά του κυλίνδρου και του κώνου.
- Να υπολογίζουμε τον όγκο ορθογώνιων παραλληλεπιπέδων.



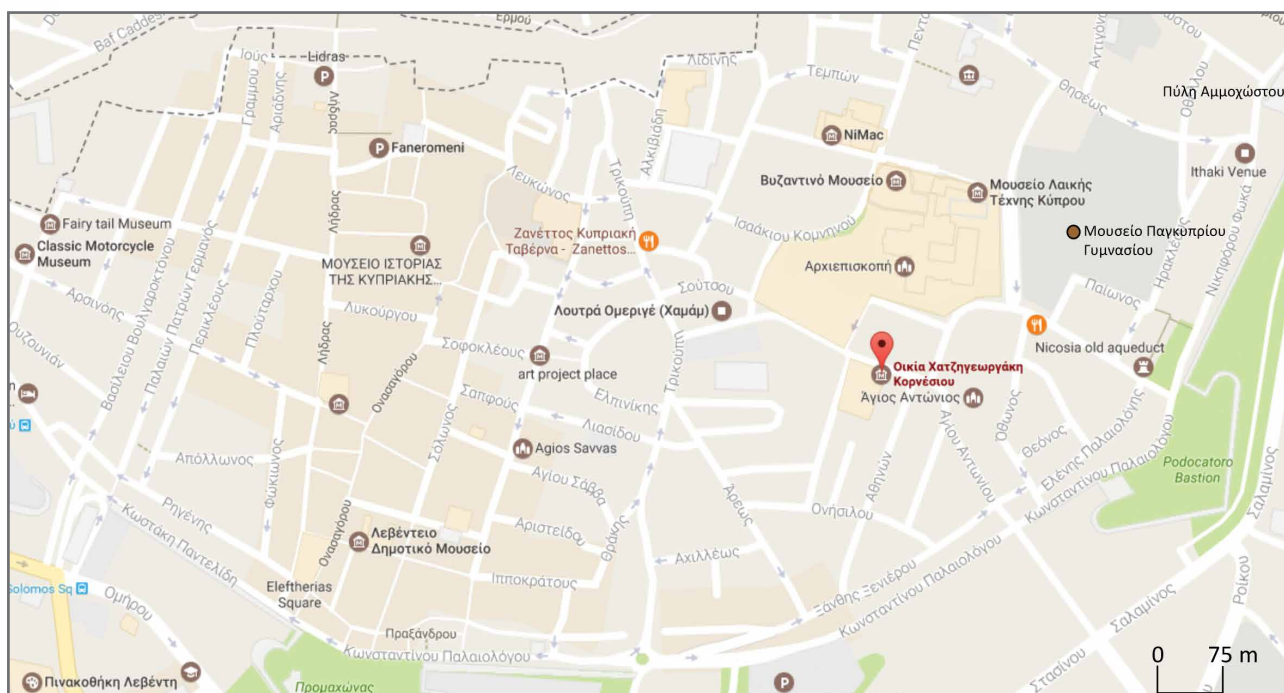
### Έχουμε μάθει:

- Να υπολογίζουμε την περίμετρο και το εμβαδόν ευθύγραμμων σχημάτων (ορθογωνίου, τετραγώνου, τριγώνου, παραλληλογράμμου).
- Να αναγνωρίζουμε στερεά σχήματα και τα στοιχεία τους.
- Να συσχετίζουμε τα τρισδιάστατα σχήματα με τις δισδιάστατες αναπαραστάσεις τους.



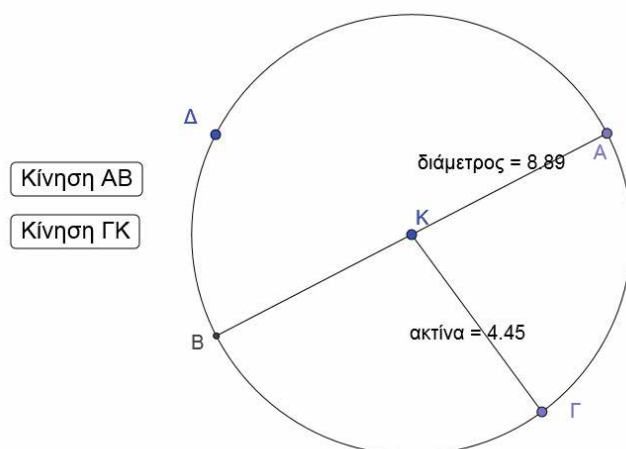
Μια ομάδα τουριστών θα επισκεφθεί τα μνημεία και τα μουσεία της Λευκωσίας που βρίσκονται σε απόσταση μικρότερη από 0,5 km από την Οικία Χατζηγεωργάκη Κορνέσιου.

Τποια μνημεία και μουσεία θα επισκεφθούν οι τουρίστες; Να επεξηγήσετε τον τρόπο εργασίας σας.





Το σημείο  $K$  είναι το **κέντρο** του κύκλου της πιο κάτω εικόνας. Το ευθύγραμμο τμήμα  $K\Gamma$  ονομάζεται **ακτίνα** του κύκλου. Το ευθύγραμμο τμήμα  $AB$  ονομάζεται **διάμετρος** του κύκλου.



- (α) Να χρησιμοποιήσετε το εφαρμογίδιο, για να σύρετε το σημείο  $\Gamma$  στον κύκλο. Ποια είναι τα χαρακτηριστικά της ακτίνας  $K\Gamma$  του κύκλου;
- (β) Να χρησιμοποιήσετε το εφαρμογίδιο, για να σύρετε το σημείο  $A$  στον κύκλο. Ποια είναι τα χαρακτηριστικά της διαμέτρου  $AB$  του κύκλου;
- (γ) Να χρησιμοποιήσετε το εφαρμογίδιο, για να μεταβάλετε το μήκος της ακτίνας του κύκλου. Να συμπληρώσετε την πρώτη γραμμή του πίνακα. Να επαναλάβετε τη διαδικασία για ακόμη 3 κύκλους.

Κύκλος	Ακτίνα	Διάμετρος	$\frac{\text{Διάμετρος}}{\text{Ακτίνα}}$
A			
B			
Γ			
Δ			

Τι παρατηρείτε για τον λόγο της διαμέτρου προς την ακτίνα;

---

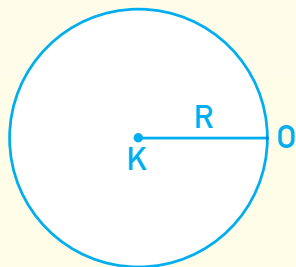


---

# Νέες Έννοιες

- **Κύκλος** ονομάζεται το σύνολο των σημείων του επιπέδου που απέχουν την ίδια απόσταση  $R$  (ακτίνα) από ένα σταθερό σημείο  $K$  (κέντρο) του επιπέδου.

**Παράδειγμα:**



Το σημείο  $K$  είναι το κέντρο του κύκλου.  
Το ευθύγραμμο τμήμα  $KO$  είναι ακτίνα του κύκλου.

- Δύο κύκλοι με την ίδια ακτίνα είναι ίσοι.
- **Διάμετρος κύκλου** ονομάζεται το ευθύγραμμο τμήμα που έχει τα άκρα του πάνω στον κύκλο και περνά από το κέντρο του κύκλου.

**Παράδειγμα:**



Το ευθύγραμμο τμήμα  $\Gamma\Delta$  είναι διάμετρος του κύκλου.

- Το κέντρο  $K$  του κύκλου είναι το μέσο κάθε διαμέτρου.

# Νέες Έννοιες

- Κάθε διάμετρος του κύκλου έχει μήκος διπλάσιο από την ακτίνα (R) του κύκλου.

Παράδειγμα:

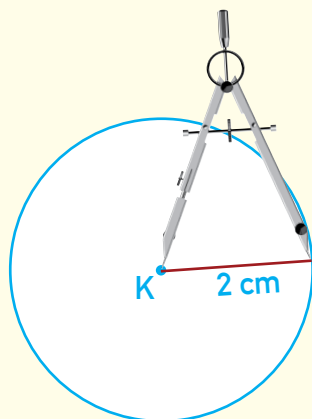


$$\Gamma\Delta = \text{ΚΓ} + \text{ΚΔ} = 2R$$

- Ένα όργανο που χρησιμοποιείται για την κατασκευή του κύκλου είναι ο **διαβήτης**.

Παράδειγμα:

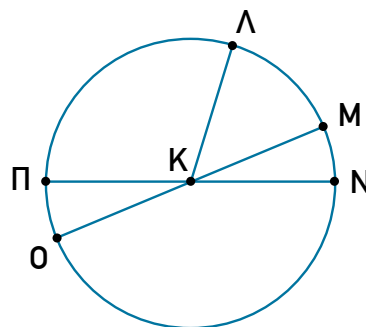
- Για να κατασκευάσουμε έναν κύκλο με ακτίνα 2 cm και κέντρο K, τοποθετούμε σημείο K που θα είναι το κέντρο του κύκλου.
- Ανοίγουμε τον διαβήτη, ώστε τα άκρα του να απέχουν μεταξύ τους απόσταση 2 cm.
- Τοποθετούμε το μεταλλικό άκρο του διαβήτη σταθερά στο σημείο K και το άλλο άκρο του διαβήτη στο χαρτί.
- Περιστρέφουμε τον διαβήτη μια ολόκληρη στροφή στο επίπεδο και το σχήμα που δημιουργείται είναι ένας κύκλος με κέντρο K και ακτίνα 2 cm.



## Παραδείγματα

1. Να ονομάσετε τα πιο κάτω στοιχεία του κύκλου:

- (α) σημείο Κ
- (β) ευθύγραμμο τμήμα ΚΜ
- (γ) ευθύγραμμο τμήμα ΠΝ
- (δ) ευθύγραμμο τμήμα ΚΟ

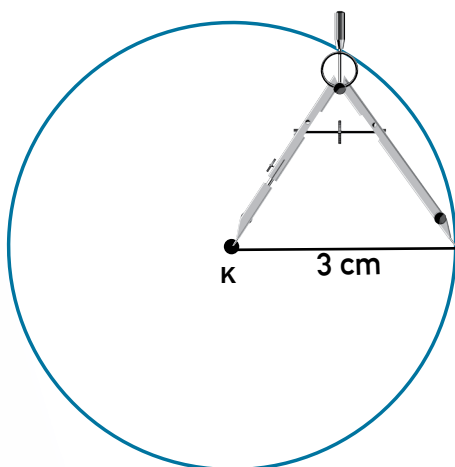


**Λύση:**

- (α) Το σημείο Κ είναι το κέντρο του κύκλου.
- (β) Το ευθύγραμμο τμήμα ΚΜ είναι ακτίνα του κύκλου.
- (γ) Το ευθύγραμμο τμήμα ΠΝ είναι διάμετρος του κύκλου.
- (δ) Το ευθύγραμμο τμήμα ΚΟ είναι ακτίνα του κύκλου.

2. Να κατασκευάσετε έναν κύκλο με διάμετρο 6 cm.

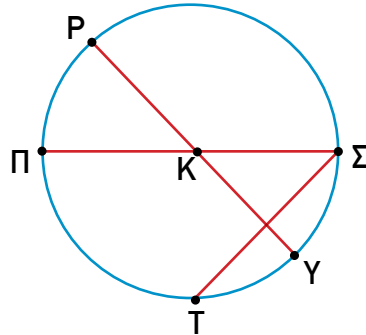
**Λύση:**



Το μήκος της ακτίνας είναι ίσο με το  $\frac{1}{2}$  του μήκους της διαμέτρου ενός κύκλου. Άρα, ανοίγουμε τον διαβήτη ώστε τα άκρα του να απέχουν μεταξύ τους 3 cm.

# Δραστηριότητες

1. Να βάλετε σε κύκλο την ορθή απάντηση.



(α) Ποιο από τα ευθύγραμμα τμήματα είναι διάμετρος του κύκλου;

A. ΠΣ

B. ΚΡ

Γ. ΤΣ

Δ. ΚΠ

(β) Ποιο από τα ευθύγραμμα τμήματα είναι ακτίνα του κύκλου;

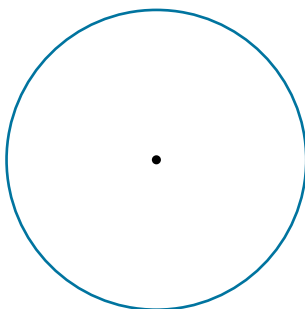
A. ΠΣ

B. ΡΥ

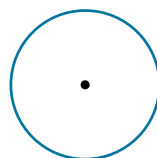
Γ. ΤΣ

Δ. ΚΠ

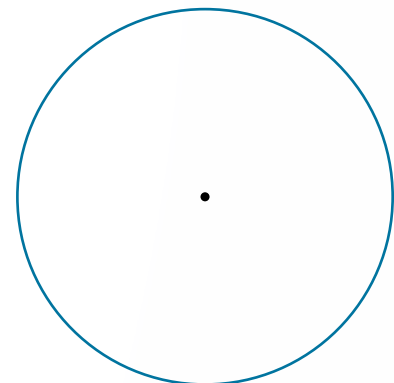
2. Σε κάθε κύκλο να κατασκευάσετε μια ακτίνα, χρησιμοποιώντας τον χάρακά σας και να συμπληρώσετε τον πίνακα.



Κύκλος 1



Κύκλος 2



Κύκλος 3

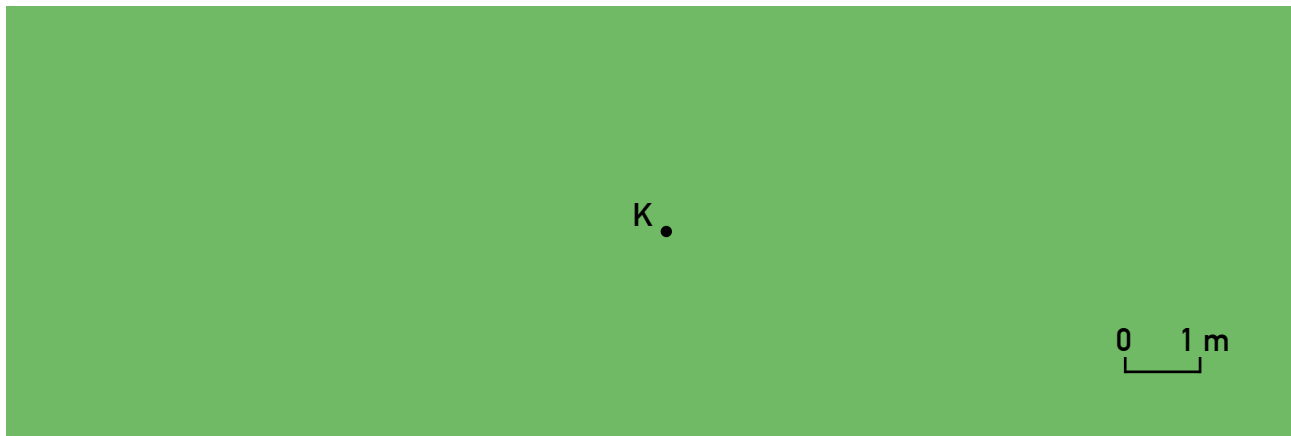
Κύκλος	Ακτίνα (cm)	Διάμετρος (cm)
1		
2		
3		

3. Να χρησιμοποιήσετε χάρακα και διαβήτη, για να κατασκευάσετε:

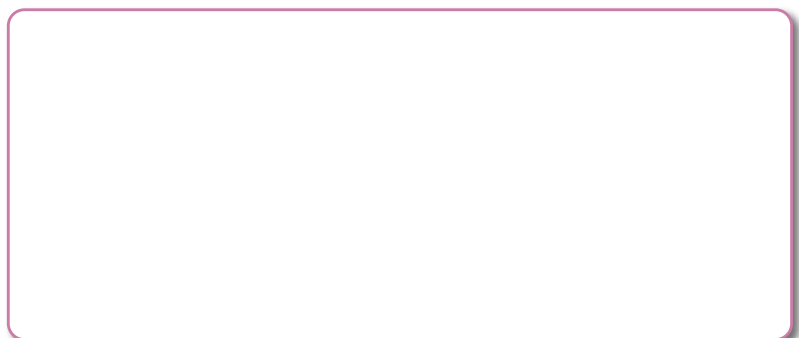
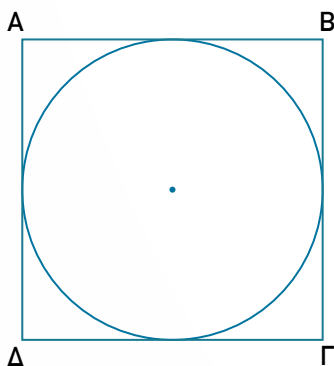
(α) κύκλο με ακτίνα 3 cm

(β) κύκλο με διάμετρο 4 cm

4. Ο κύριος Κώστας τοποθέτησε στην αυλή του μηχανισμό αυτόματου ποτίσματος, ο οποίος ποτίζει το γρασίδι σε ακτίνα 2 m. Να σχεδιάσετε την περιοχή, η οποία θα ποτίζεται, αν ο μηχανισμός θα τοποθετηθεί στο σημείο Κ.

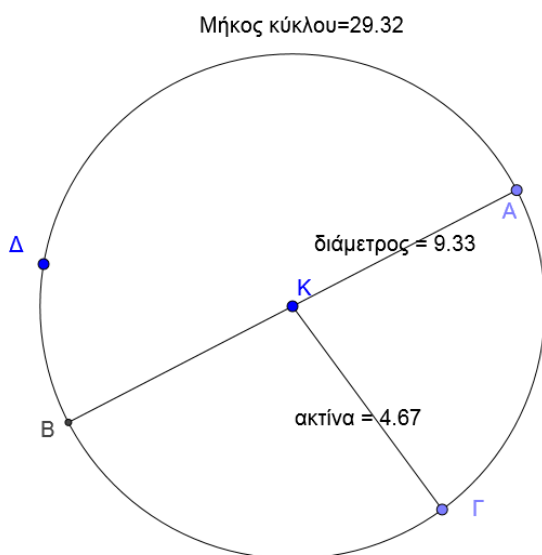


5. Να υπολογίσετε την περίμετρο του τετραγώνου ΑΒΓΔ, αν η ακτίνα του πιο κάτω κύκλου έχει μήκος 2 cm. Να επεξηγήσετε.





Να χρησιμοποιήσετε το εφαρμογίδιο. Να σύρετε το σημείο Δ και να συμπληρώσετε την πρώτη σειρά του πίνακα. Να επαναλάβετε την ίδια διαδικασία για ακόμη τρεις κύκλους.



Κύκλος	Μήκος διαμέτρου	Μήκος κύκλου	$\frac{\text{Μήκος κύκλου}}{\text{Μήκος διαμέτρου}}$
A			
B			
Γ			
Δ			

(α) Τι παρατηρείτε για τον λόγο του μήκους του κύκλου προς το μήκος της διαμέτρου;

---



---

(β) Με ποιο τρόπο μπορείτε να υπολογίσετε το μήκος του κύκλου, αν γνωρίζετε το μήκος της διαμέτρου του;

---



---

# Νέες Έννοιες

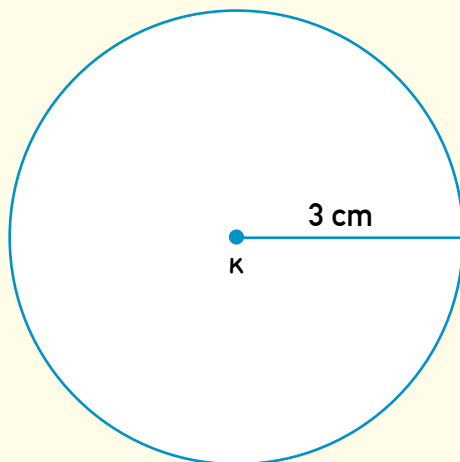
- Ο λόγος του μήκους του κύκλου προς το μήκος της διαμέτρου του είναι πάντα σταθερός και συμβολίζεται με το γράμμα "π".

$$\pi = \frac{\text{Μήκος κύκλου}}{\text{Μήκος διαμέτρου}} = 3,1415926535897932384626433\dots$$

- Το π στους υπολογισμούς το χρησιμοποιούμε συνήθως με προσέγγιση δύο δεκαδικών ψηφίων δηλαδή,  $\pi \cong 3,14$ .
- Το μήκος ενός κύκλου ( $\Gamma$ ) με ακτίνα  $R$  είναι:

$$\Gamma = \pi \cdot \text{Διάμετρος} = 2\pi R$$

Παράδειγμα:



$$\Gamma = 2\pi R$$

Μήκος ακτίνας  $R = 3 \text{ cm}$

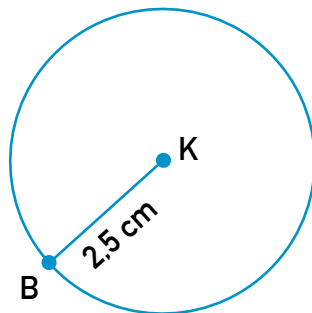
$$\Gamma = 2 \cdot \pi \cdot 3 = 6\pi \cong 6 \cdot 3,14 \cong 18,84 \text{ cm}$$

## Παραδείγματα

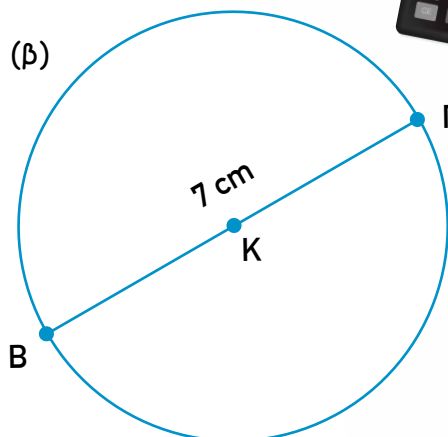


1. Να υπολογίσετε το μήκος των πιο κάτω κύκλων.

(α)



(β)



**Λύση:**

$$\Gamma = 2\pi R$$

Μήκος ακτίνας  $R = 2,5 \text{ cm}$

$$\Gamma = 2\pi \cdot 2,5 = 5\pi \cong 5 \cdot 3,14 \cong 15,7 \text{ cm}$$

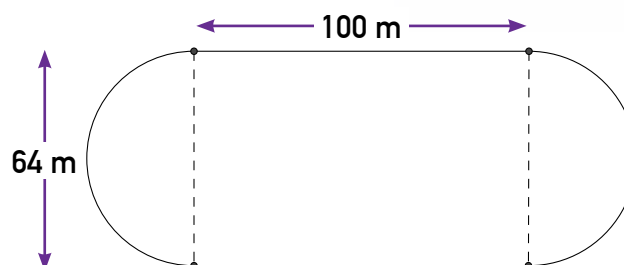
**Λύση:**

$$\Gamma = \pi \cdot \text{Διάμετρος}$$

Μήκος διαμέτρου  $= 7 \text{ cm}$

$$\Gamma = 7\pi \cong 7 \cdot 3,14 \text{ cm} \cong 21,98 \text{ cm}$$

2. Να υπολογίσετε το μήκος της περιφέρειας του γηπέδου που παρουσιάζεται στη διπλανή εικόνα.



**Λύση:**

Το μήκος του κύκλου με διάμετρο 64 m είναι ίσο με:

$$\Gamma = \pi \cdot \text{Διάμετρος} = \pi \cdot 64 \cong 3,14 \cdot 64 \cong 200,96 \text{ m}$$

Το μήκος κάθε ημικυκλίου είναι ίσο με  $200,96 \div 2 = 100,48 \text{ m}$ .

Άρα, το μήκος της περιφέρειας του γηπέδου είναι ίσο με:

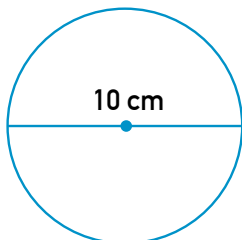
$$100,48 + 100 + 100,48 + 100 = 400,96 \text{ m}.$$

Το γήπεδο αποτελείται από ένα ορθογώνιο με μήκος 100 m και δύο ημικύκλια που το καθένα έχει διάμετρο 64 m.

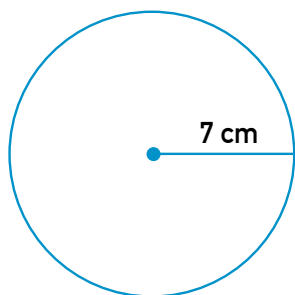
## Δραστηριότητες

1. Να υπολογίσετε το μήκος των πιο κάτω κύκλων.

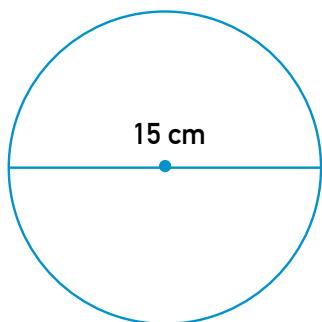
(α)



(β)



(γ)



2. Οι τροχοί του ποδηλάτου στη διπλανή εικόνα έχουν διάμετρο 80 cm. Πόση απόσταση θα καλύψει το ποδήλατο, αν οι τροχοί γυρίσουν 5 φορές;

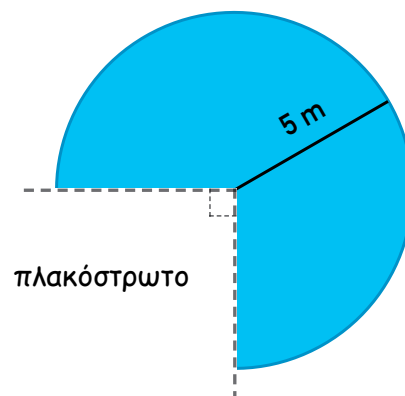


3. Σε έναν κυκλικό χώρο πρασίνου με διάμετρο 4,5 m θα τοποθετηθεί περιμετρικά περίφραξη.

(α) Να υπολογίσετε το μήκος της περίφραξης.

(β) Να υπολογίσετε το κόστος της περίφραξης, αν η περίφραξη κοστίζει €4,00 το μέτρο.

4. Να υπολογίσετε το μήκος της πιο κάτω πισίνας.

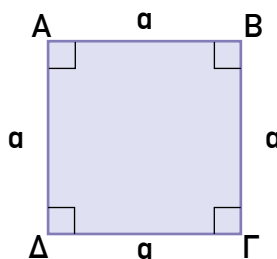


Έχουμε μάθει:

• Τετράγωνο

$$\Pi_{\text{τετραγώνου}} = 4a$$

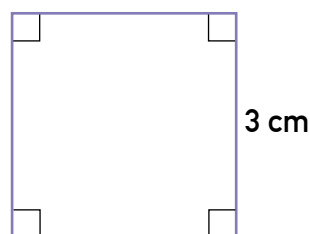
$$E_{\text{τετραγώνου}} = a^2$$



Παράδειγμα:

$$\Pi = 4 \cdot 3 = 12 \text{ cm}$$

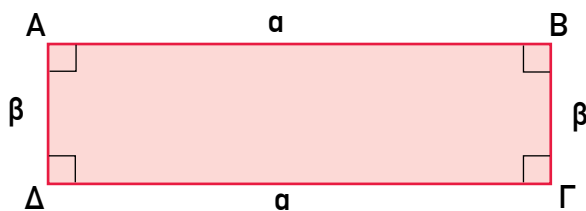
$$E = 3^2 = 9 \text{ cm}^2$$



• Ορθογώνιο

$$\Pi_{\text{ορθογωνίου}} = 2a + 2\beta = 2(a + \beta)$$

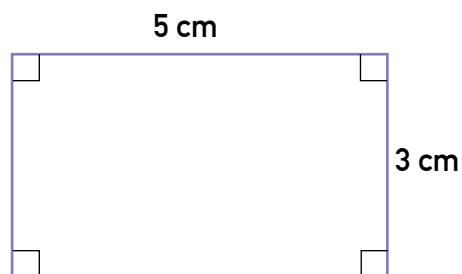
$$E_{\text{ορθογωνίου}} = a \cdot \beta$$



Παράδειγμα:

$$\Pi = 2 \cdot (5 + 3) = 2 \cdot 8 = 16 \text{ cm}$$

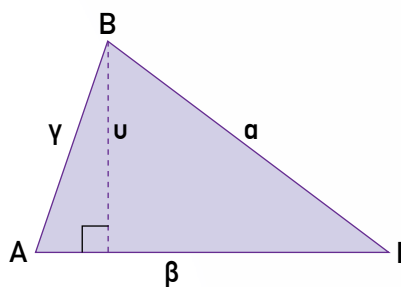
$$E = 5 \cdot 3 = 15 \text{ cm}^2$$



• Τρίγωνο

$$\Pi_{\text{τριγώνου}} = \alpha + \beta + \gamma$$

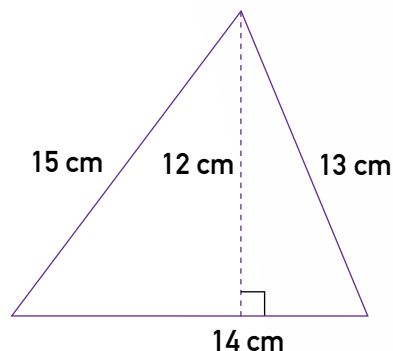
$$E_{\text{τριγώνου}} = \frac{\beta \cdot u}{2}$$



Παράδειγμα:

$$\Pi = 13 + 14 + 15 = 42 \text{ cm}$$

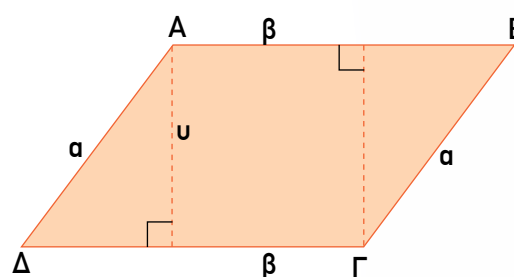
$$E = \frac{14 \cdot 12}{2} = \frac{168}{2} = 84 \text{ cm}^2$$



• Παραλληλόγραμμο

$$\Pi_{\text{παραλληλογράμμου}} = 2\alpha + 2\beta = 2(\alpha + \beta)$$

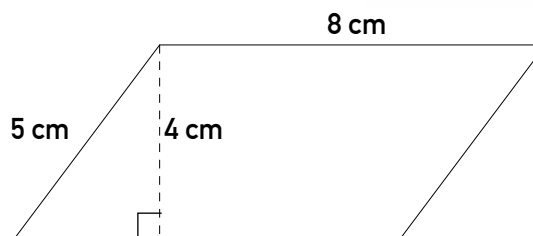
$$E_{\text{παραλληλογράμμου}} = \beta \cdot u$$



Παράδειγμα:

$$\Pi = 2 \cdot (8 + 5) = 2 \cdot 13 = 26 \text{ cm}$$

$$E = 8 \cdot 4 = 32 \text{ cm}^2$$



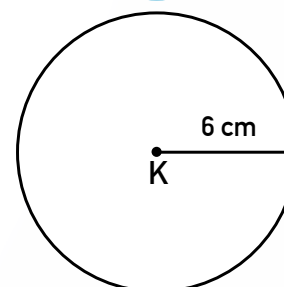
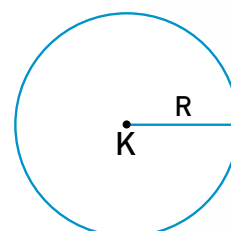
• Κύκλος

$$\Gamma = \pi \cdot \text{Διάμετρος} = 2\pi R$$

Παράδειγμα:

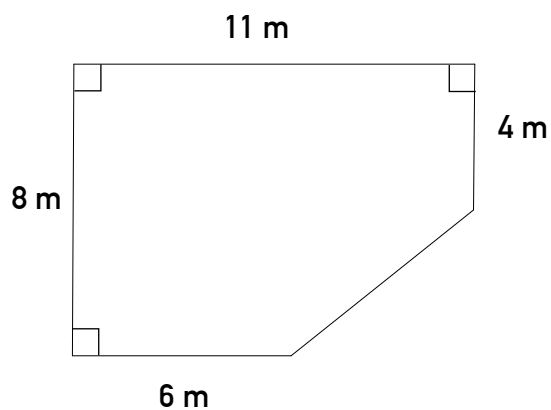
$$\text{Μήκος ακτίνας } R = 6 \text{ cm}$$

$$\Gamma = 2 \cdot \pi \cdot 6 = 12\pi \cong 12 \cdot 3,14 \cong 37,68 \text{ cm}$$

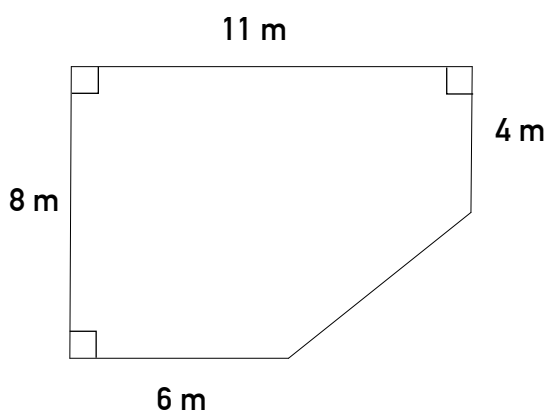


Ο Νικόλας θα τοποθετήσει χορτοτάπητα στην αυλή του σπιτιού του. Το σχεδιάγραμμα παρουσιάζει το σχήμα και τις διαστάσεις της αυλής.

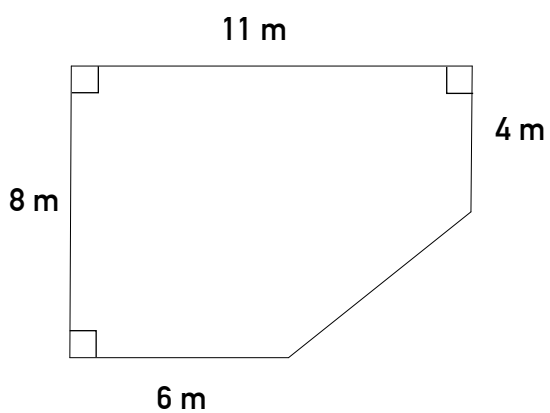
Να εισηγηθείτε δύο διαφορετικούς τρόπους, για να υπολογίσετε το εμβαδόν της επιφάνειας του χορτοτάπητα που θα τοποθετηθεί στην αυλή. Να επεξηγήσετε.



*A' τρόπος*



*B' τρόπος*



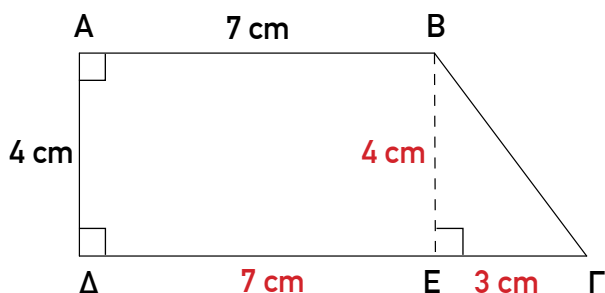


## Παράδειγμα

1. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του διπλανού σχήματος.

**Λύση:**

*A' τρόπος*

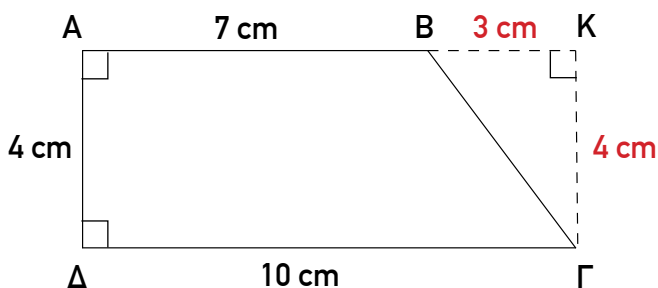


$$E_{ABED} = 7 \cdot 4 = 28 \text{ cm}^2$$

$$E_{BGE} = \frac{3 \cdot 4}{2} = \frac{12}{2} = 6 \text{ cm}^2$$

$$E_{ABΓΔ} = 28 + 6 = 34 \text{ cm}^2$$

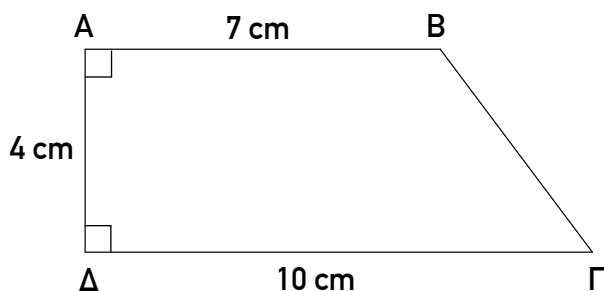
*B' τρόπος*



$$E_{AKΓΔ} = 10 \cdot 4 = 40 \text{ cm}^2$$

$$E_{BKΓ} = \frac{3 \cdot 4}{2} = \frac{12}{2} = 6 \text{ cm}^2$$

$$E_{ABΓΔ} = 40 - 6 = 34 \text{ cm}^2$$



Φέρουμε από την κορυφή Β το ευθύγραμμο τμήμα ΒΕ κάθετο στην πλευρά ΔΓ.

Υπολογίζουμε το εμβαδόν του ορθογωνίου ΑΒΕΔ και του ορθογωνίου τριγώνου ΒΓΕ.

Προσθέτουμε τα δύο εμβαδά, για να υπολογίσουμε το εμβαδόν του τετραπλεύρου ΑΒΓΔ.

Προεκτείνουμε την πλευρά ΑΒ κατά 3 cm. Από την κορυφή Γ φέρουμε το ευθύγραμμο τμήμα ΓΚ κάθετο στο ευθύγραμμο τμήμα ΑΚ.

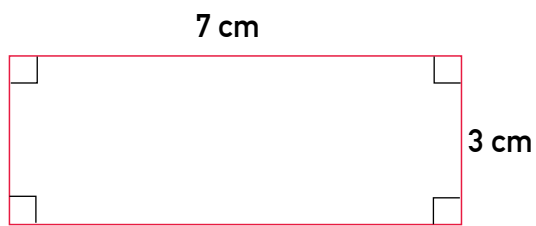
Υπολογίζουμε το εμβαδόν του ορθογωνίου ΑΚΓΔ και του ορθογωνίου τριγώνου ΒΚΓ.

Αφαιρούμε το εμβαδόν του ορθογωνίου τριγώνου ΒΚΓ από το εμβαδόν του ορθογωνίου ΑΚΓΔ.

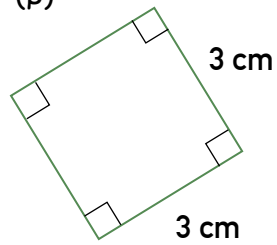
## Δραστηριότητες

1. Να υπολογίσετε το εμβαδόν των πιο κάτω σχημάτων.

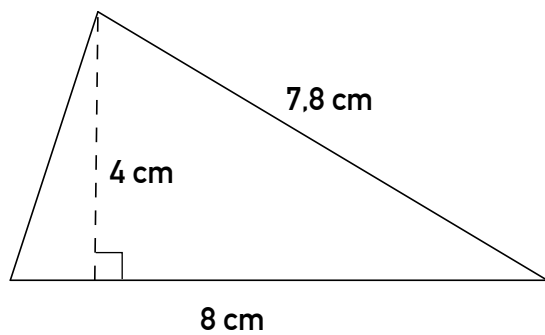
(α)



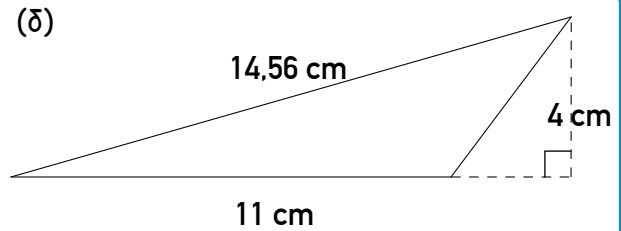
(β)



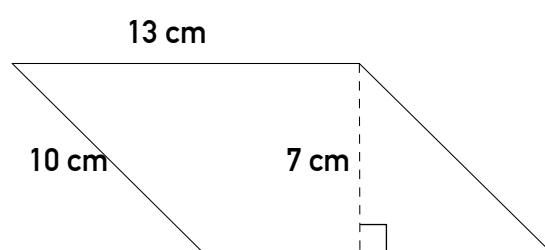
(γ)



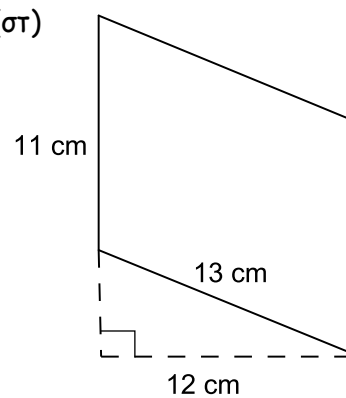
(δ)



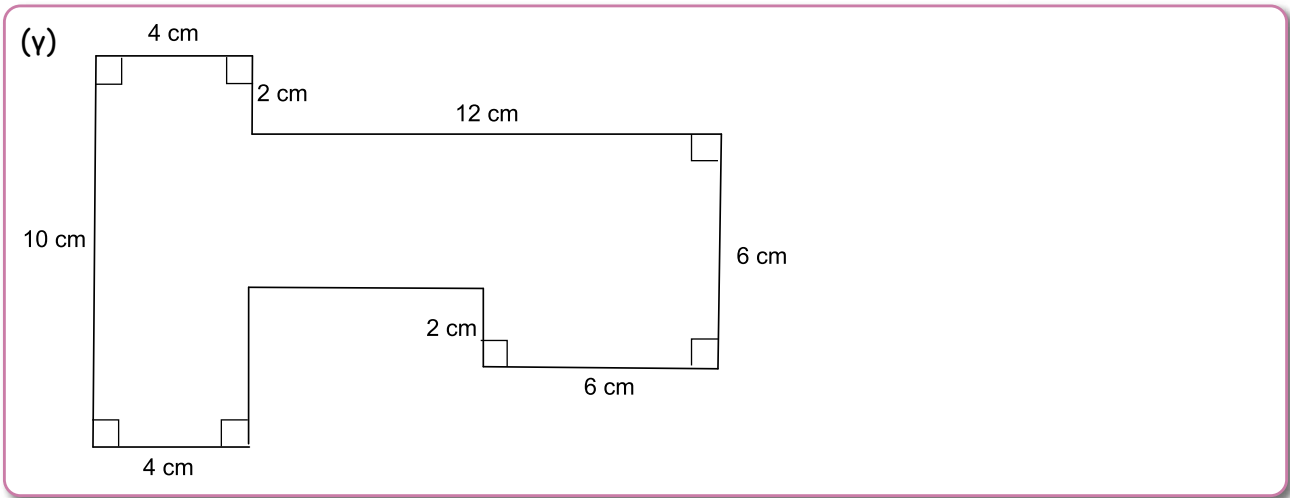
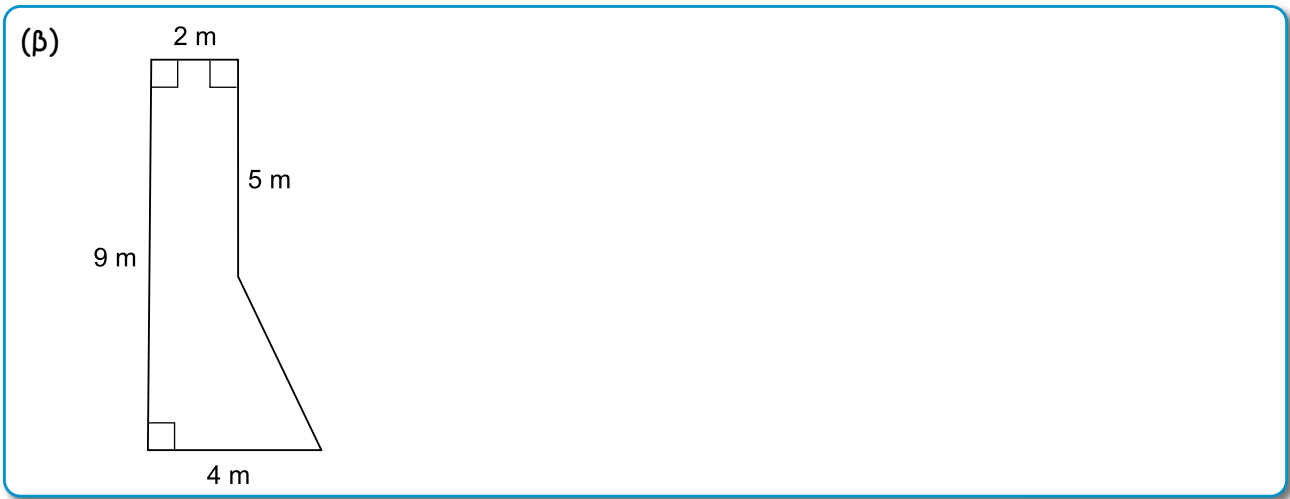
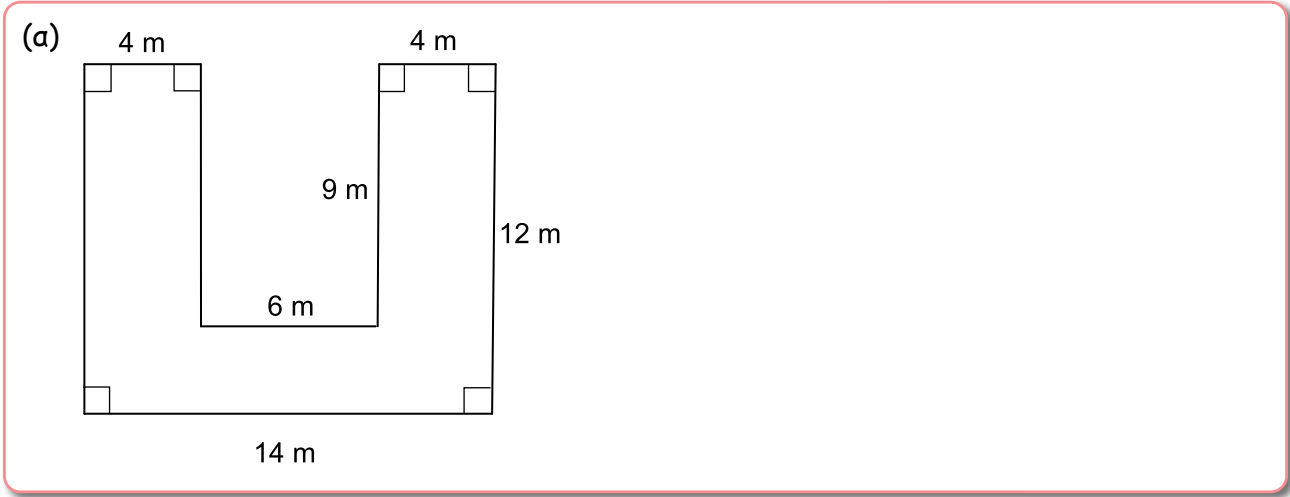
(ε)



(στ)



2. Να υπολογίσετε το εμβαδόν των πιο κάτω σχημάτων.





4. (α) Να γράψετε τις διαστάσεις όλων των ορθογώνιων με περίμετρο 24 cm στον πιο κάτω πίνακα. Οι διαστάσεις των ορθογώνιων να είναι ακέραιοι αριθμοί.

	Μήκος (cm)	Πλάτος (cm)	Περίμετρος (cm)	Εμβαδόν (cm <sup>2</sup> )
A	11	1	24	11
B				
Γ				
Δ				
Ε				
Z				

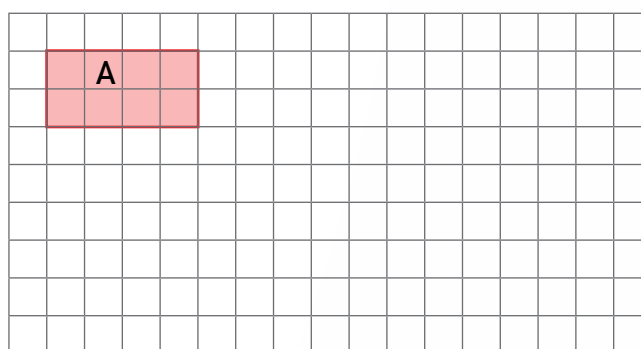
Ποιο από τα πιο πάνω ορθογώνια έχει το μεγαλύτερο εμβαδόν;

- (β) Ο Μάνος θα χρησιμοποιήσει σύρμα περίφραξης με μήκος 16 m, για να περιφράξει έναν ορθογώνιο λαχανόκηπο στην αυλή του. Ποιες πρέπει να είναι οι διαστάσεις του λαχανόκηπου, ώστε να έχει το μεγαλύτερο δυνατό εμβαδόν; Να επεξηγήσετε.

5.



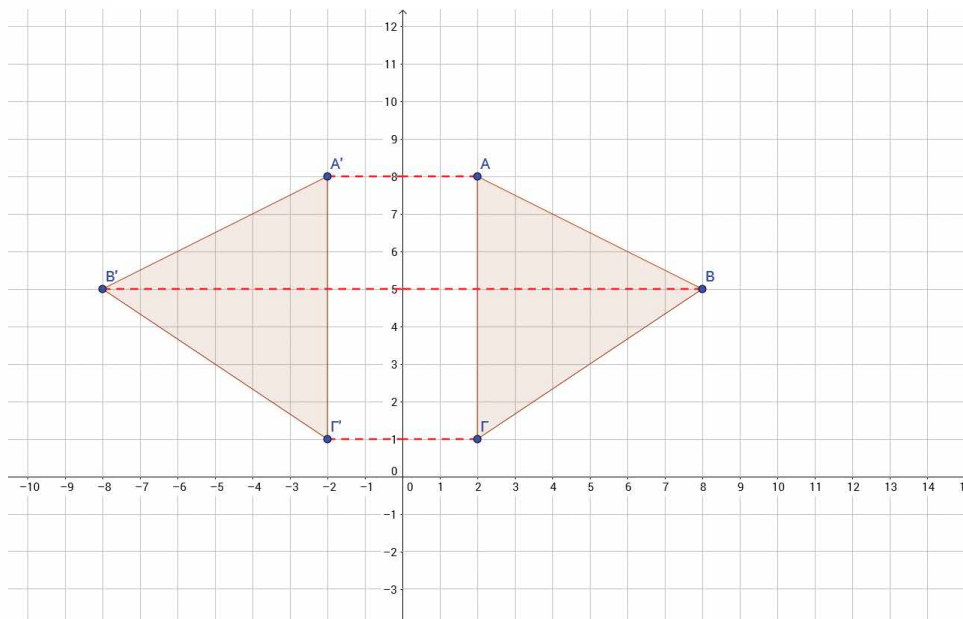
Αν διπλασιάσω τις διαστάσεις του ορθογώνιου A, τότε το εμβαδόν του θα τετραπλασιαστεί.



Συμφωνείτε με τον Δημήτρη; Να επεξηγήσετε.



Ο Τάσος και η Νίκη εργάζονται στο πιο κάτω εφαρμογίδιο. Τα σχήματα  $AB\Gamma$  και  $A'B'\Gamma'$  είναι συμμετρικά με άξονα συμμετρίας τον κατακόρυφο άξονα.



(α) Να γράψετε τις συντεταγμένες των κορυφών των σχημάτων  $AB\Gamma$  και  $A'B'\Gamma'$ .

A ( \_\_\_\_\_ , \_\_\_\_\_ )

B ( \_\_\_\_\_ , \_\_\_\_\_ )

Γ ( \_\_\_\_\_ , \_\_\_\_\_ )

A' ( \_\_\_\_\_ , \_\_\_\_\_ )

B' ( \_\_\_\_\_ , \_\_\_\_\_ )

Γ' ( \_\_\_\_\_ , \_\_\_\_\_ )

(β) Να γράψετε την απόσταση των πιο κάτω σημείων από τον άξονα συμμετρίας.

A \_\_\_\_\_

B \_\_\_\_\_

Γ \_\_\_\_\_

A' \_\_\_\_\_

B' \_\_\_\_\_

Γ' \_\_\_\_\_

Τι παρατηρείτε;

---

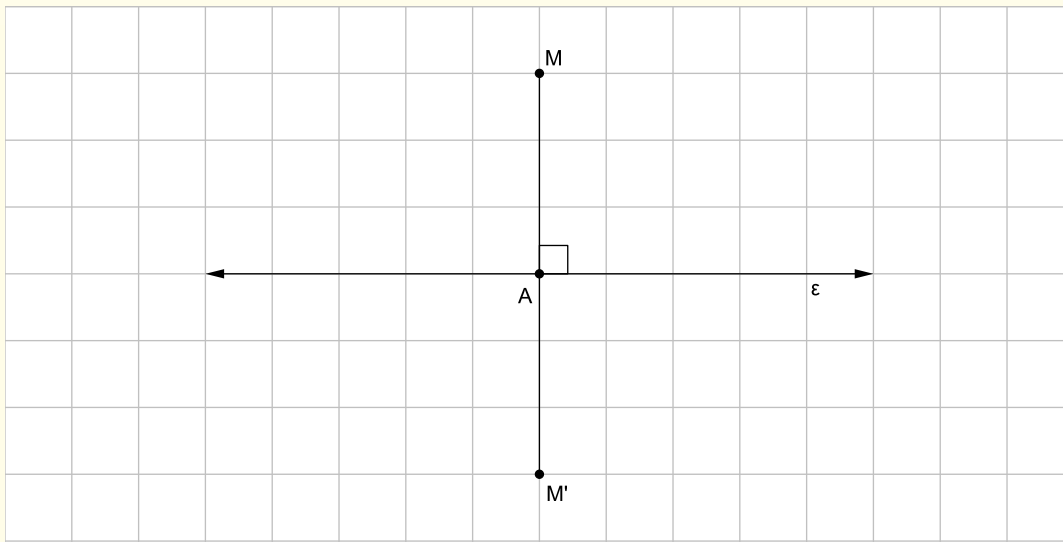


---

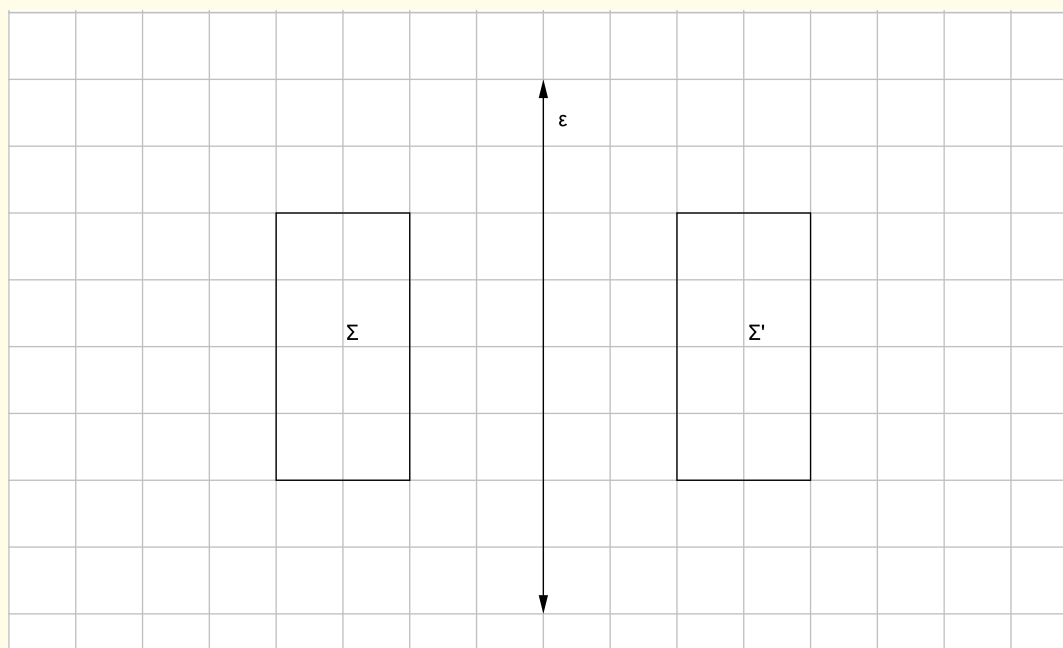
(γ) Να χρησιμοποιήσετε το εφαρμογίδιο, για να σύρετε τις κορυφές του σχήματος  $AB\Gamma$  σε διαφορετική θέση. Να εξετάσετε κατά πόσο η παρατήρησή σας στο ερώτημα (β) ισχύει και σε άλλες περιπτώσεις συμμετρικών σχημάτων.

# Νέες Έννοιες

- Συμμετρία ως προς άξονα
  - Τα σημεία  $M$  και  $M'$  είναι **συμμετρικά** με **άξονα συμμετρίας** την ευθεία  $\epsilon$ .
  - Τα σημεία  $M$  και  $M'$  **ισαπέχουν** από την ευθεία  $\epsilon$  (3 μονάδες).
  - Τα ευθύγραμμα τμήματα  $MA$  και  $M'A$  είναι **κάθετα** στην ευθεία  $\epsilon$ .

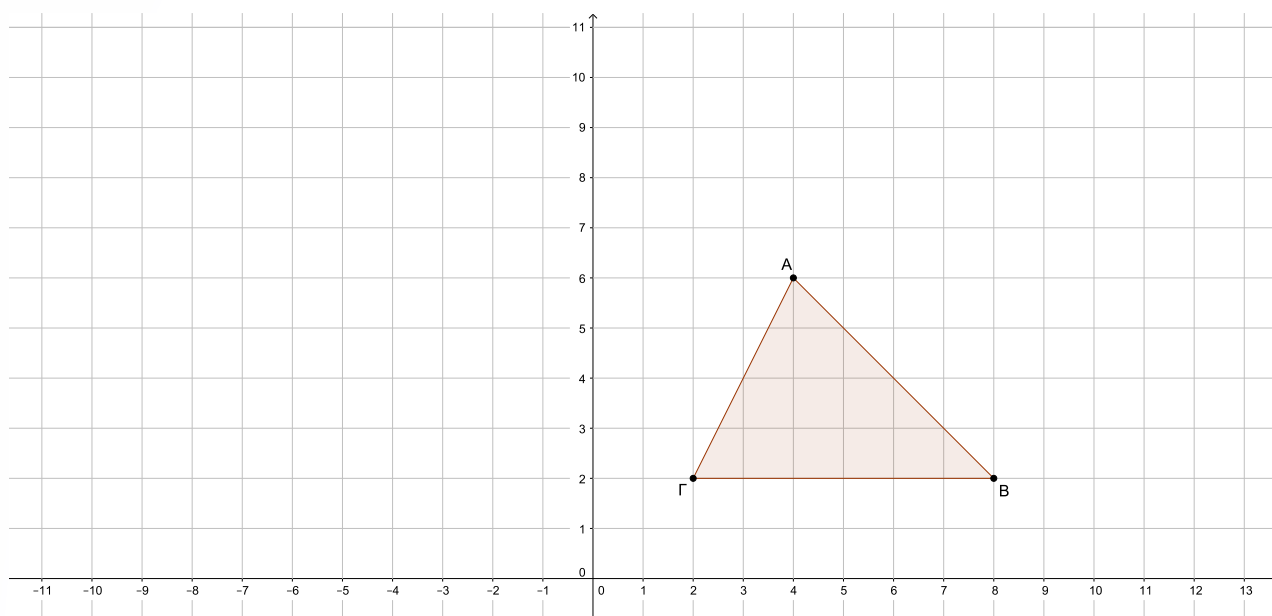


- Τα σχήματα  $\Sigma$  και  $\Sigma'$  είναι **συμμετρικά** με **άξονα συμμετρίας** την ευθεία  $\epsilon$ .
- Το σχήμα  $\Sigma'$  δημιουργείται από το σύνολο των **συμμετρικών σημείων** του σχήματος  $\Sigma$  ως προς την ευθεία  $\epsilon$ .



## Παράδειγμα

1. (α) Να γράψετε τις συντεταγμένες των κορυφών του τριγώνου ΑΒΓ.

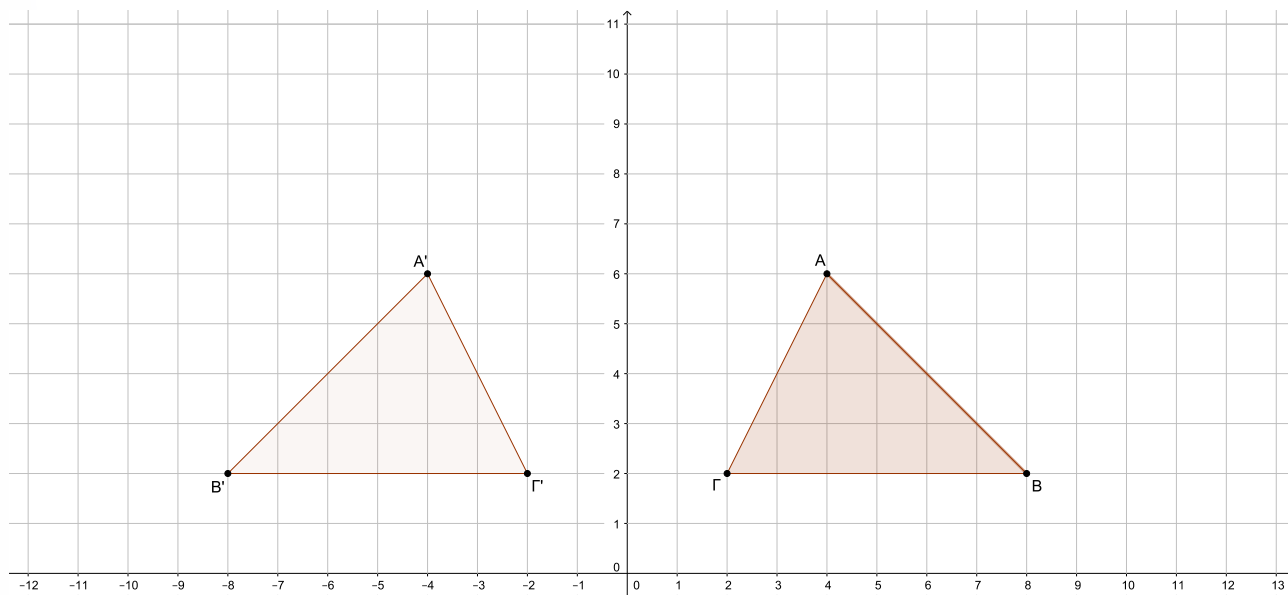


Λύση:

A (4, 6)      B (8, 2)      Γ (2, 2)

(β) Να κατασκευάσετε το συμμετρικό σχήμα του τριγώνου ΑΒΓ με άξονα συμμετρίας τον κατακόρυφο άξονα και να γράψετε τις συντεταγμένες των κορυφών του.

Λύση:



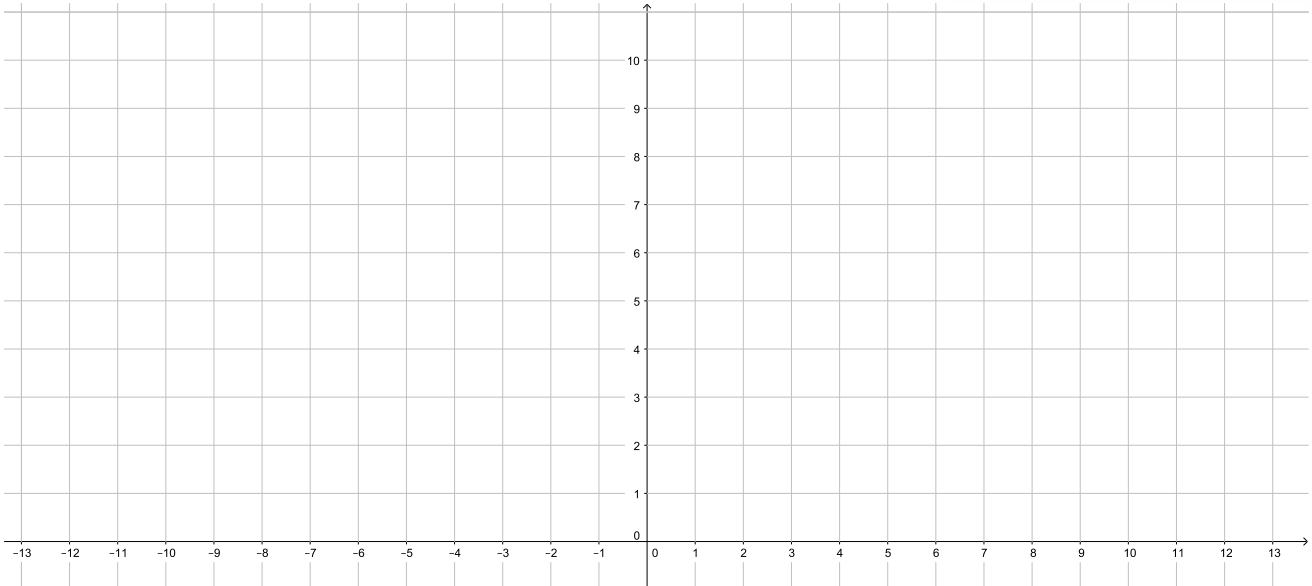
A (-4, 6)      B (-8, 2)      Γ (-2, 2)



# Δραστηριότητες

1. (α) Να κατασκευάσετε το ορθογώνιο ΑΒΓΔ με συντεταγμένες:

A (2,5)    B (6,5)    Γ (6,2)    Δ (2,2)

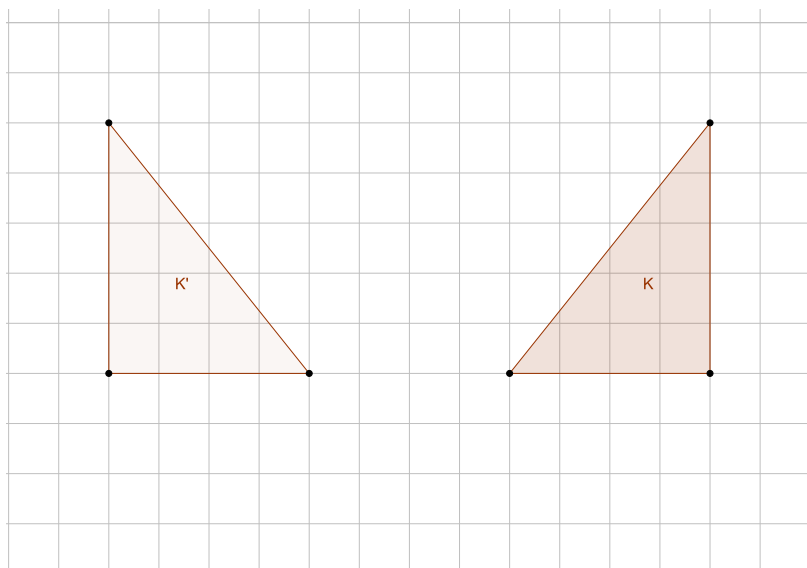


(β) Να κατασκευάσετε το συμμετρικό σχήμα του ορθογώνιου ΑΒΓΔ με άξονα συμμετρίας τον κατακόρυφο άξονα και να γράψετε τις συντεταγμένες των κορυφών του.

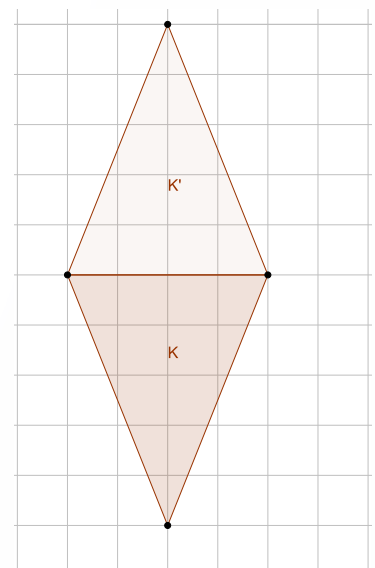
A' (\_\_\_\_, \_\_\_\_ )    B' (\_\_\_\_, \_\_\_\_ )    Γ' (\_\_\_\_, \_\_\_\_ )    Δ' (\_\_\_\_, \_\_\_\_ )

2. Το σχήμα Κ' είναι συμμετρικό του σχήματος Κ. Να σχεδιάσετε τον άξονα συμμετρίας σε κάθε περίπτωση.

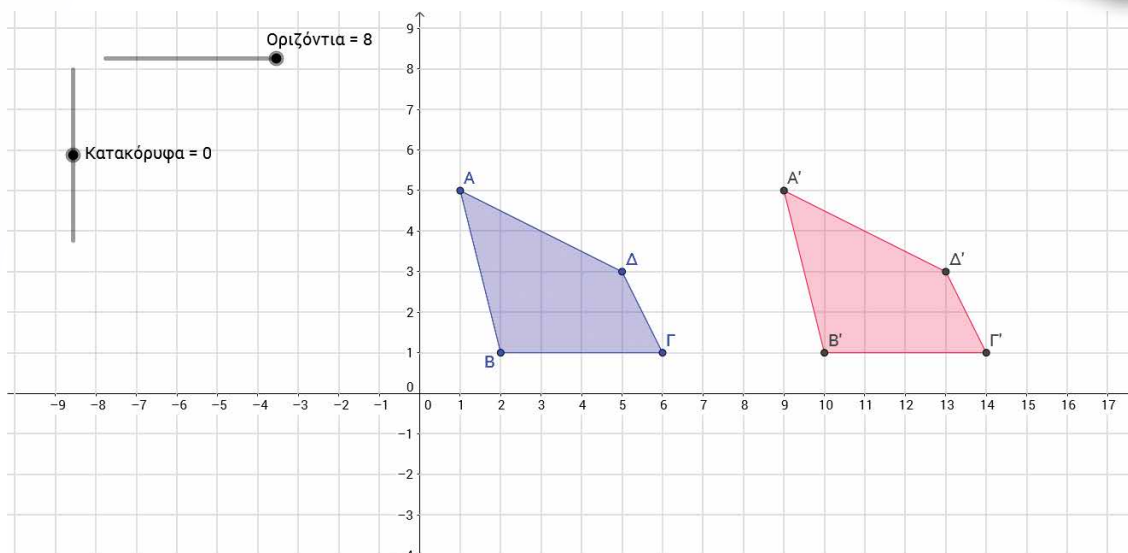
(α)



(β)



Η Πηνελόπη εργάστηκε με το πιο κάτω εφαρμογίδιο, για να μετακινήσει το σχήμα  $AB\Gamma\Delta$  8 τετράγωνα δεξιά. Από τη μεταφορά αυτή προέκυψε το σχήμα  $A'B'\Gamma'\Delta'$ .



(α) Να συγκρίνετε τα δύο σχήματα ως προς τη μορφή, το μέγεθος και τη θέση τους.

---



---

(β) Να υπολογίσετε την απόσταση μεταξύ των πιο κάτω σημείων:

A και A' \_\_\_\_\_

B και B' \_\_\_\_\_

Γ και Γ' \_\_\_\_\_

Δ και Δ' \_\_\_\_\_

Τι παρατηρείτε;

---

(γ) Να χρησιμοποιήσετε τον δρομέα στο εφαρμογίδιο, για να μεταφέρετε το σχήμα  $AB\Gamma\Delta$ :

(i) 3 τετράγωνα αριστερά

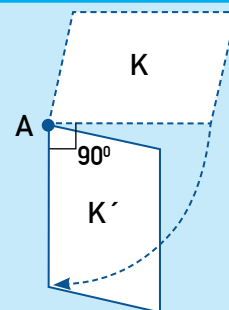
(ii) 2 τετράγωνα δεξιά

(iii) 2 τετράγωνα κάτω

Τι παρατηρείτε για την απόσταση μεταξύ των σημείων A και A', B και B', Γ και Γ' και Δ και Δ' σε κάθε περίπτωση;

# Διερεύνηση 2

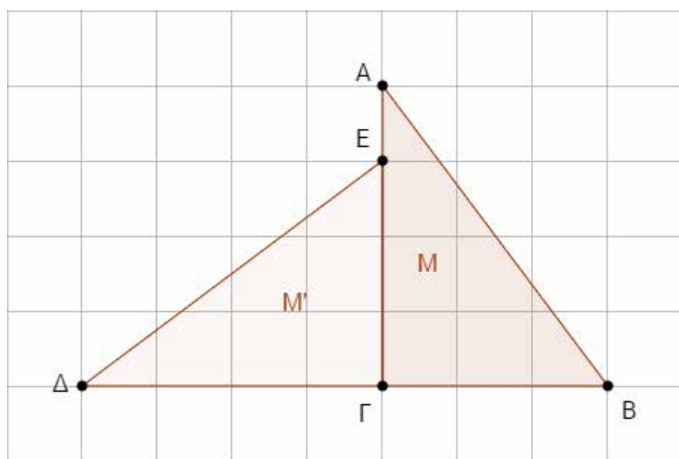
**Περιστροφή** ονομάζουμε τον μετασχηματισμό στον οποίο κάθε σημείο ενός σχήματος περιστρέφεται γύρω από ένα σταθερό σημείο του επιπέδου με γωνία περιστροφής  $\theta$ . Τα δύο σχήματα είναι ίσα μεταξύ τους.  
Για παράδειγμα, το διπλανό σχήμα περιστράφηκε γύρω από το σημείο  $A$  κατά  $90^\circ$  δεξιόστροφα.



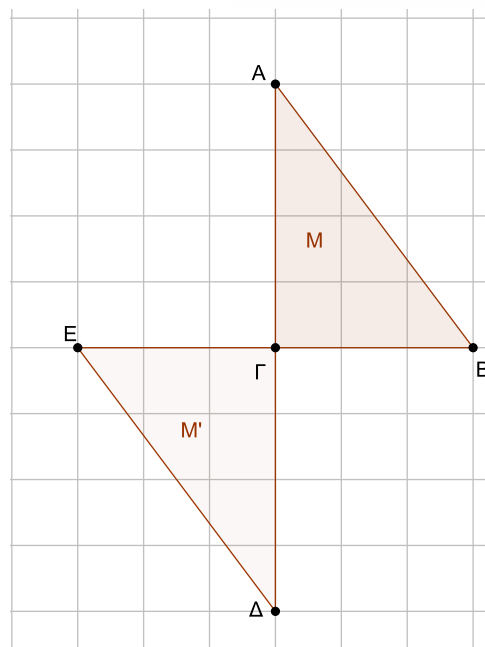
Να περιγράψετε την περιστροφή που εφαρμόζεται σε κάθε περίπτωση, ώστε το τρίγωνο  $AB\Gamma$  να βρεθεί από τη θέση  $M$  στη θέση  $M'$ .

Να προσδιορίσετε το σημείο που αποτελεί το κέντρο της περιστροφής και τη γωνία περιστροφής.

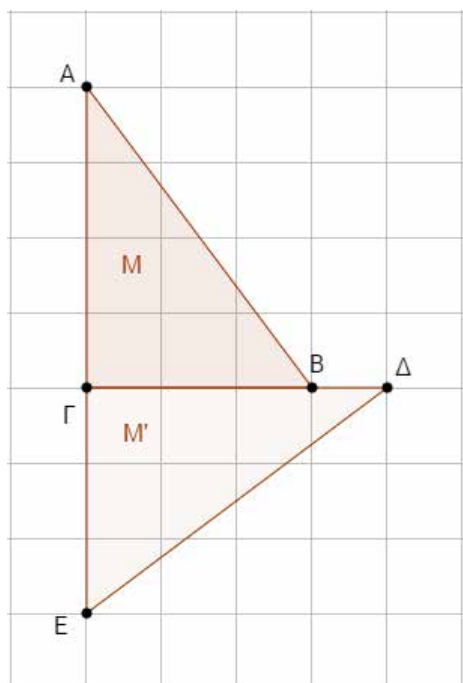
(α)



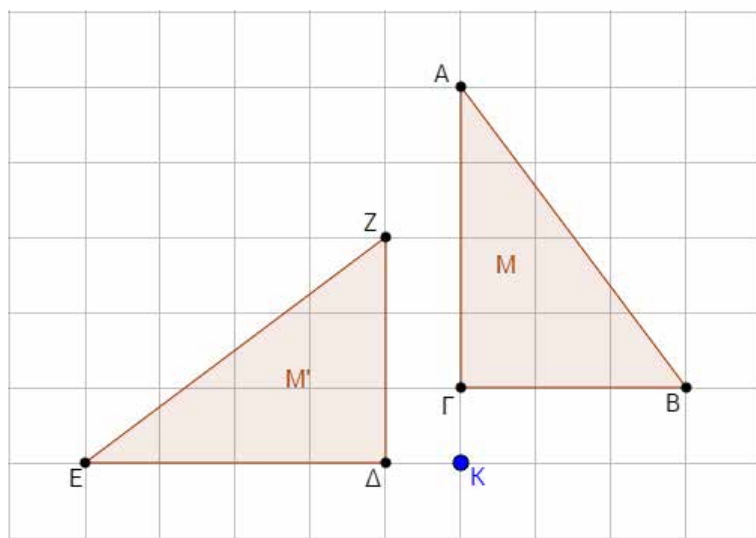
(β)



(γ)



(δ)



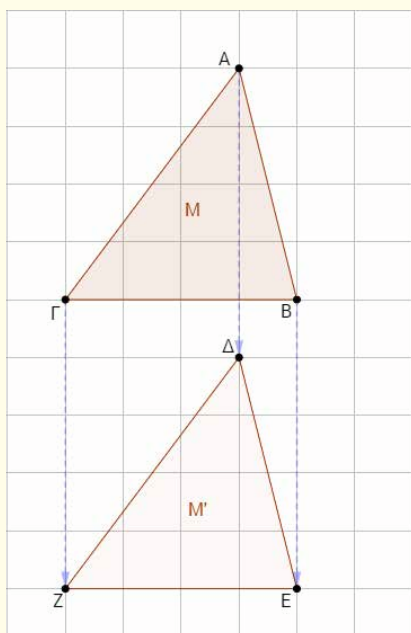
# Νέες Έννοιες

- Μετασχηματισμοί

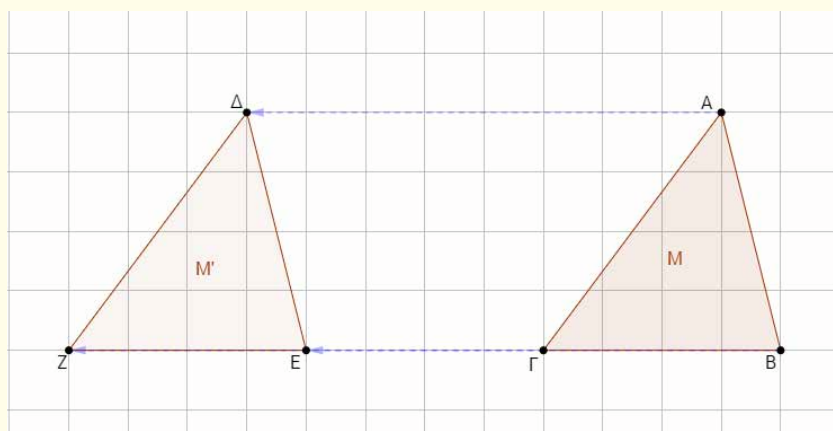
- Παράλληλη μεταφορά ονομάζουμε τον μετασχηματισμό στον οποίο κάθε σημείο ενός σχήματος μετακινείται προς την ίδια κατεύθυνση και σε ίση απόσταση. Τα δύο σχήματα είναι ίσα μεταξύ τους.

## Παραδείγματα:

Το τρίγωνο ΔΕΖ προκύπτει από μια παράλληλη μεταφορά του τριγώνου ΑΒΓ. Κάθε σημείο του τριγώνου ΑΒΓ μετακινείται 5 μονάδες προς τα κάτω.



Το τρίγωνο ΔΕΖ προκύπτει από μια παράλληλη μεταφορά του τριγώνου ΑΒΓ. Κάθε σημείο του τριγώνου ΑΒΓ μετακινείται 8 μονάδες προς τα αριστερά.

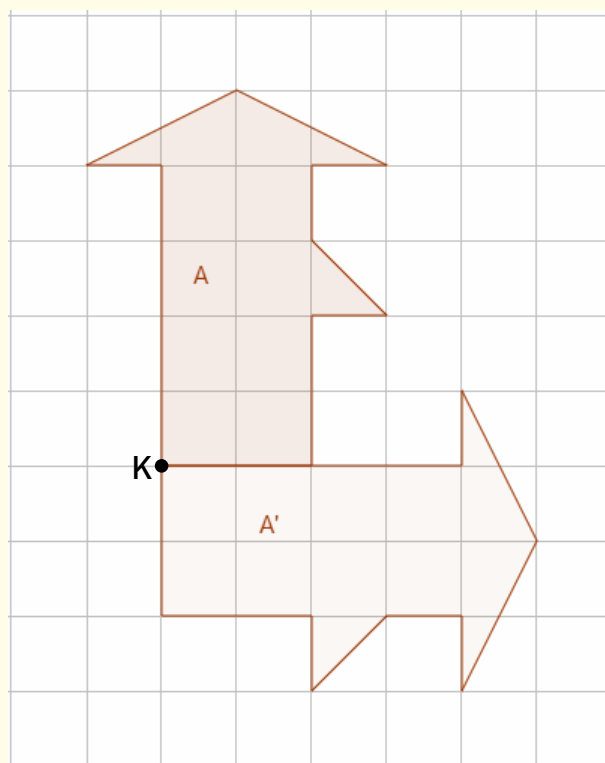


# Νέες Έννοιες

- **Περιστροφή** ονομάζουμε τον μετασχηματισμό στον οποίο κάθε σημείο ενός σχήματος περιστρέφεται γύρω από ένα σταθερό σημείο του επιπέδου (**κέντρο** του μετασχηματισμού) με **γωνία περιστροφής**  $\theta$ . Τα δύο σχήματα είναι **ίσα** μεταξύ τους.

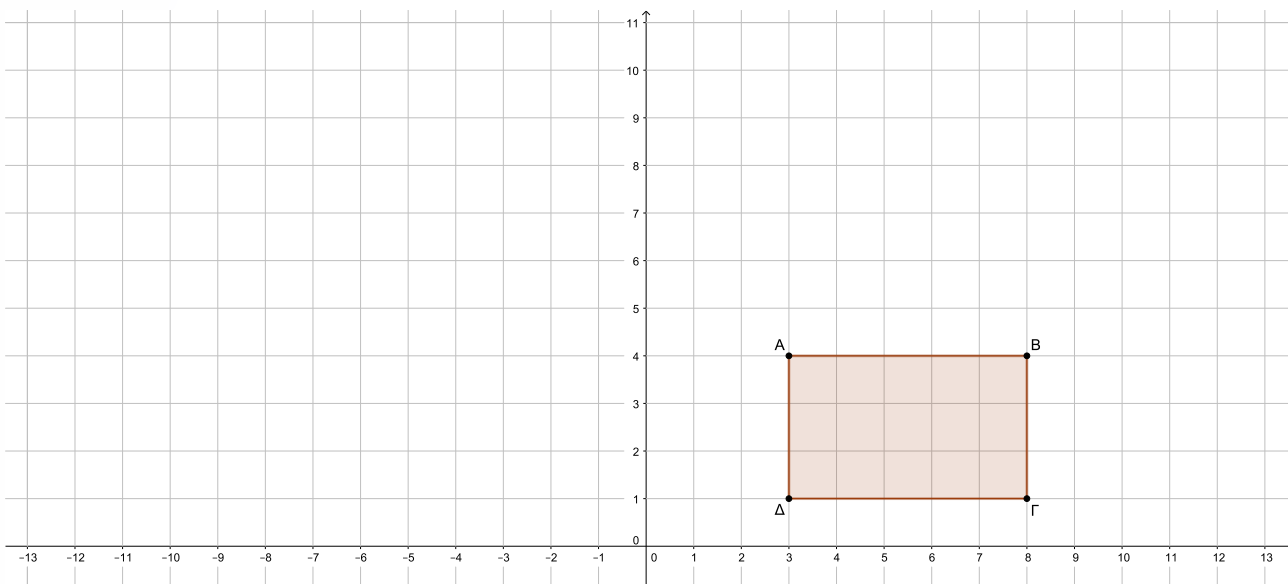
## Παράδειγμα:

Το σχήμα  $A'$  προκύπτει από μια περιστροφή του σχήματος  $A$  με κέντρο το σημείο  $K$  και γωνία  $90^\circ$  δεξιόστροφα.



## Παραδείγματα

1. (α) Να γράψετε τις συντεταγμένες του πιο κάτω ορθογωνίου.

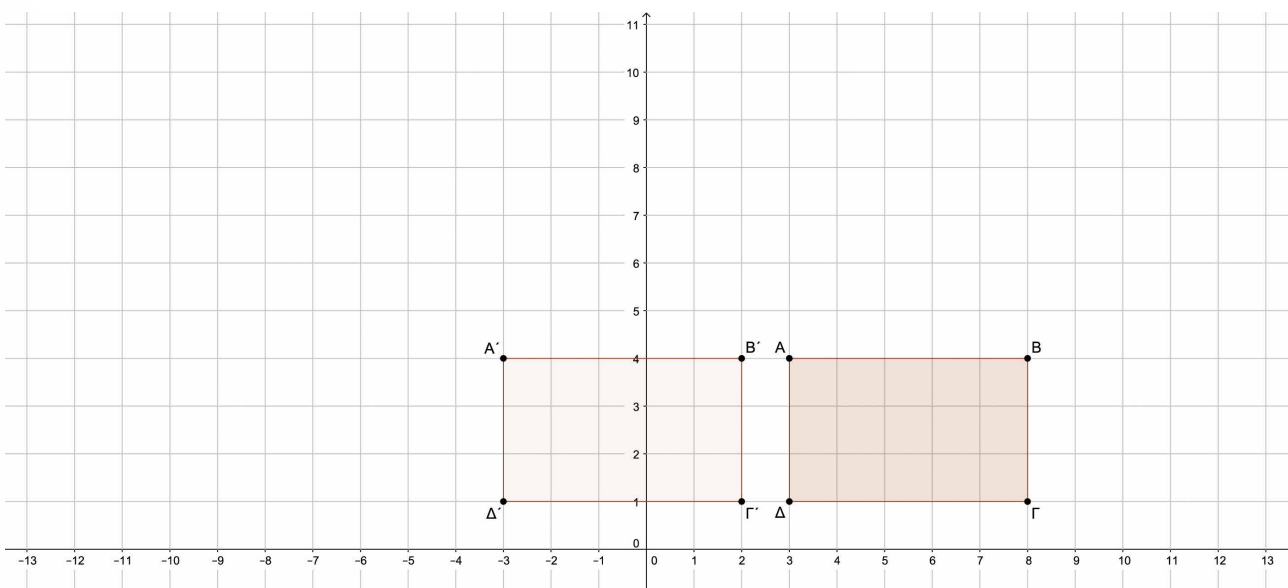


**Λύση:**

A (3,4)      B (8,4)      Γ (8,1)      Δ (3,1)

(β) Το ορθογώνιο ΑΒΓΔ θα μετακινηθεί 6 τετράγωνα αριστερά. Να κατασκευάσετε το ορθογώνιο ΕΖΗΘ που είναι το αποτέλεσμα της μεταφοράς και να γράψετε τις συντεταγμένες του.

**Λύση:**

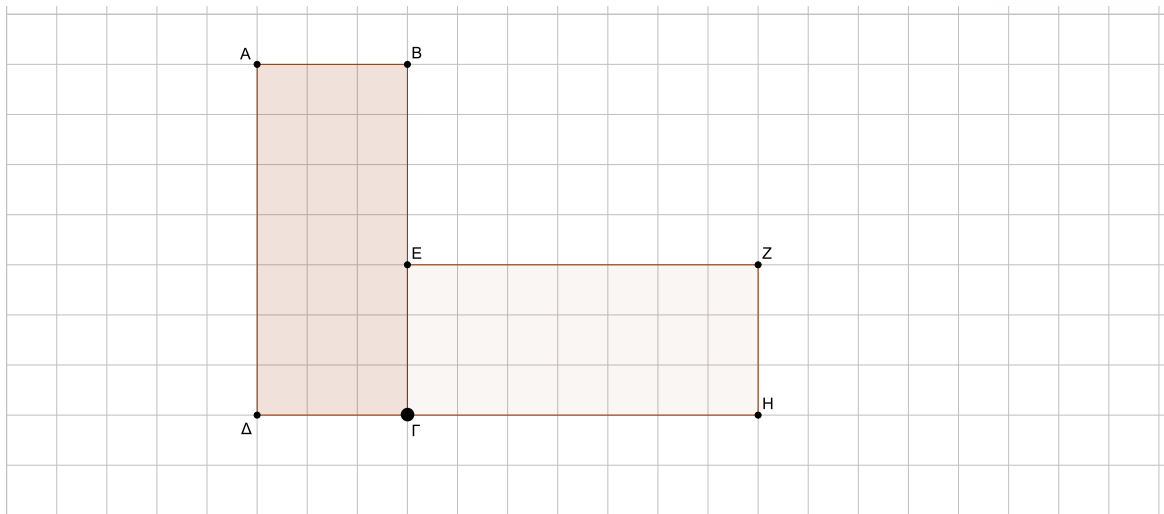


A' (-3,4)      B' (2,4)      Γ' (2,1)      Δ' (-3,1)

2. Να περιστρέψετε το ορθογώνιο ΑΒΓΔ με κέντρο το σημείο Γ και γωνία  $90^\circ$  δεξιόστροφα.



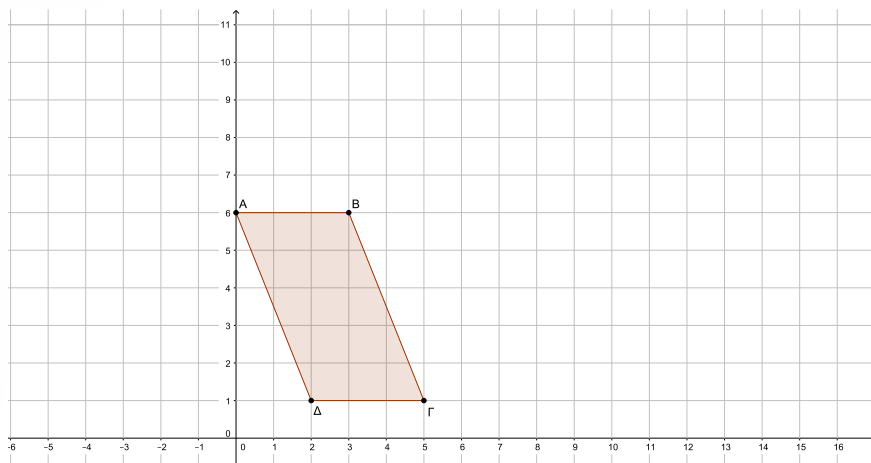
Λύση:



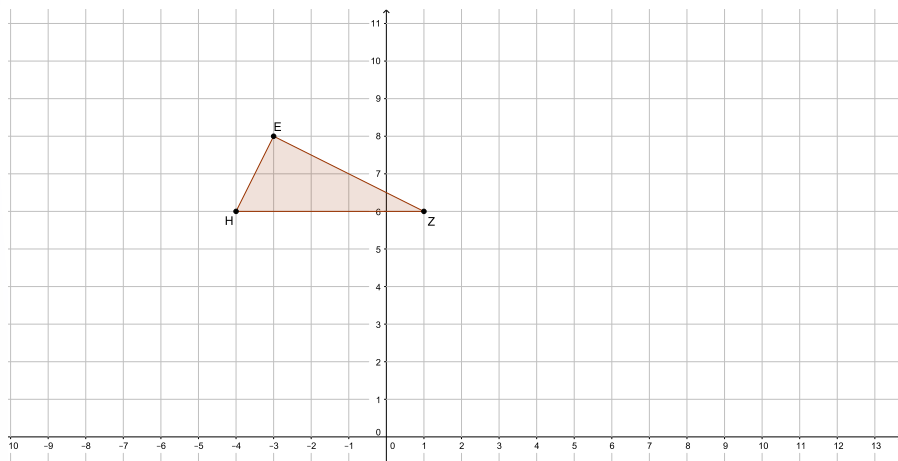
# Δραστηριότητες

1. Να κατασκευάσετε το αποτέλεσμα του μετασχηματισμού, αν το σχήμα μετακινηθεί:

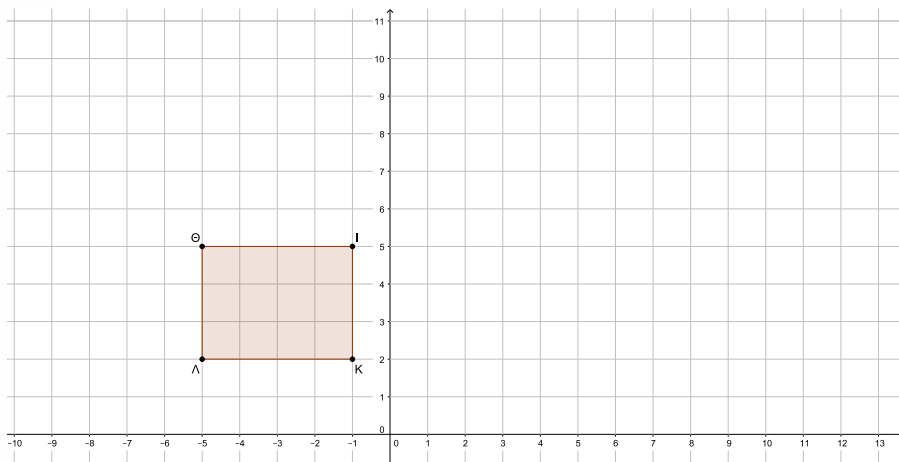
(α) 5 τετράγωνα αριστερά



(β) 3 τετράγωνα κάτω

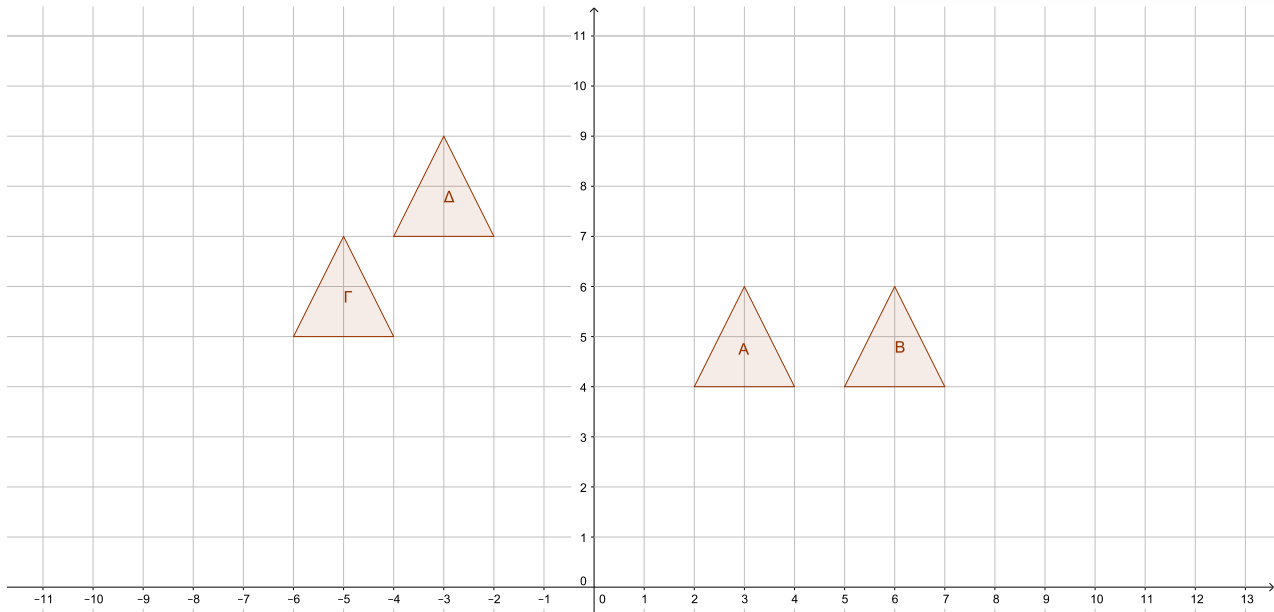


(γ) 6 τετράγωνα δεξιά και 2 τετράγωνα πάνω





2. Να συμπληρώσετε, όπως στο παράδειγμα.



**Παράδειγμα:**

Για να μετασχηματίσουμε το τρίγωνο Α στο τρίγωνο Β:

Μετακινούμε κάθε σημείο του τριγώνου Α 3 μονάδες προς τα δεξιά.

(α) Για να μετασχηματίσουμε το τρίγωνο Β στο τρίγωνο Γ

---

---

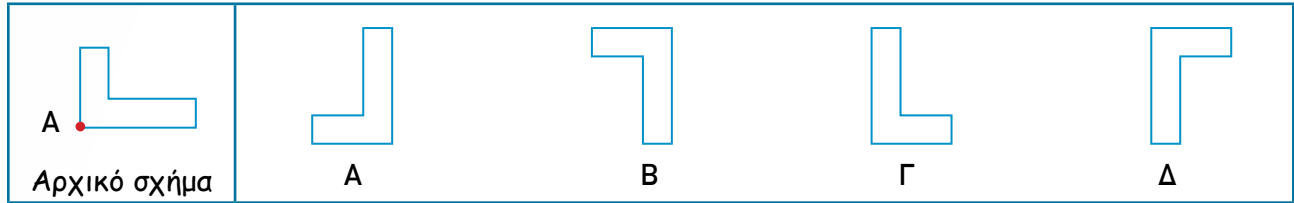
(β) Για να μετασχηματίσουμε το τρίγωνο Γ στο τρίγωνο Δ

---

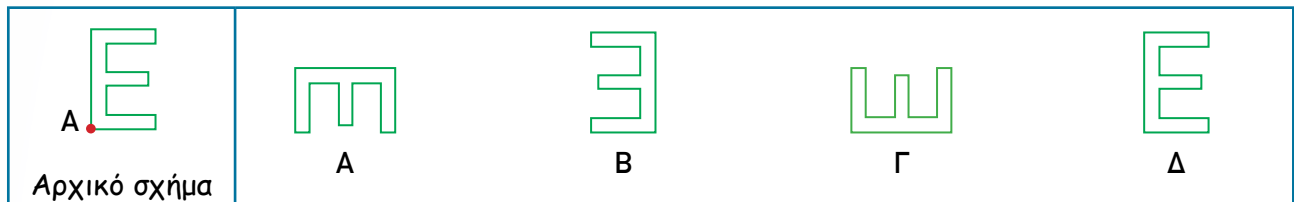
---

3. Να βάλετε σε κύκλο σχήμα που θα προκύψει, όταν το αρχικό σχήμα περιστραφεί γύρω από το σημείο A:

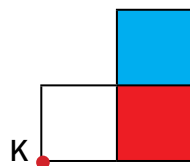
(α) αριστερόστροφα κατά  $90^\circ$



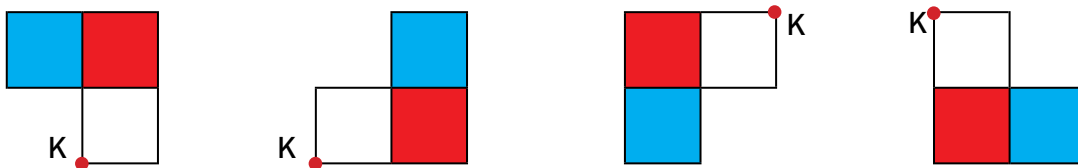
(β) δεξιόστροφα κατά  $180^\circ$



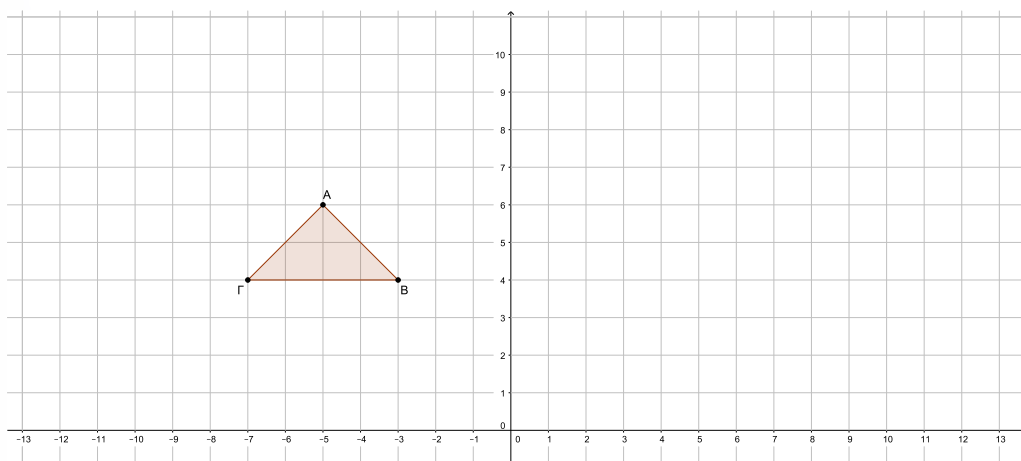
4. Το πιο κάτω σχήμα περιστράφηκε με κέντρο το σημείο K κατά  $90^\circ$  δεξιόστροφα.



Να βάλετε σε κύκλο το σχήμα που προκύπτει από την περιστροφή του.



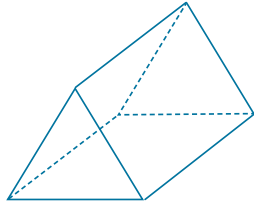
5. Το σχήμα ABΓ θα περιστραφεί δεξιόστροφα κατά  $90^\circ$  γύρω από το σημείο B. Να σχεδιάσετε το σχήμα που θα προκύψει από την περιστροφή και να γράψετε τις συντεταγμένες των κορυφών του.



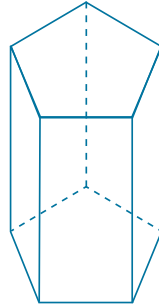
Έχουμε μάθει:

- Να αναγνωρίζουμε στερεά σχήματα, όπως:

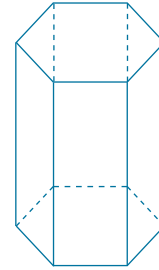
**Πρίσματα**



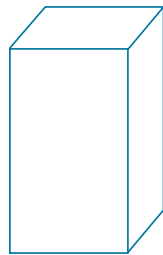
Τριγωνικό πρίσμα



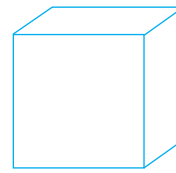
Πενταγωνικό πρίσμα



Εξαγωνικό πρίσμα

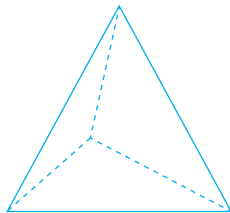


Ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο

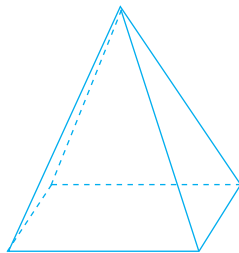


Κύβος

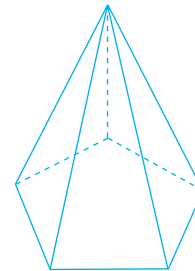
**Πυραμίδες**



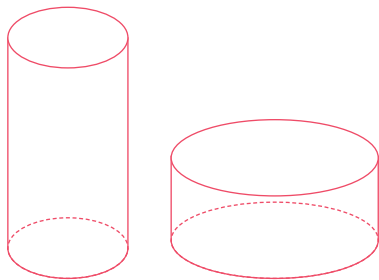
Τριγωνική πυραμίδα



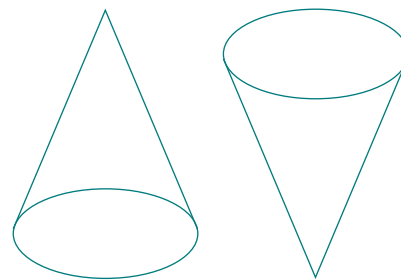
Τετραγωνική πυραμίδα



Πενταγωνική πυραμίδα

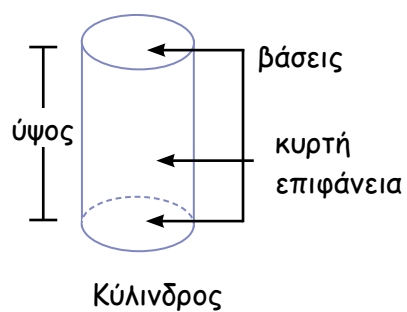
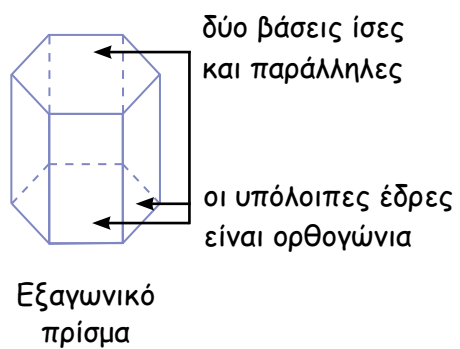
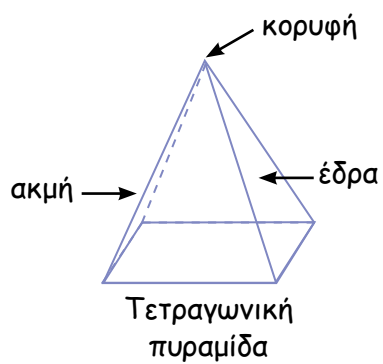
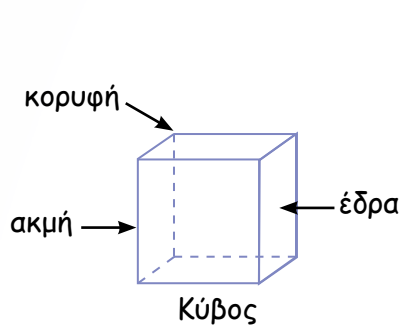


Κύλινδρος

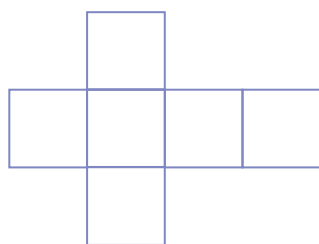


Κώνος

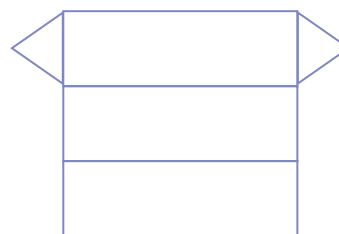
• Να αναγνωρίζουμε χαρακτηριστικά στοιχεία τους, όπως:



• Να αναγνωρίζουμε τα αναπτύγματα στερεών σχημάτων όπως:

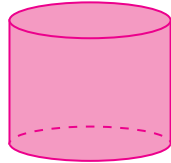


Ανάπτυγμα κύβου



Ανάπτυγμα τριγωνικού πρίσματος

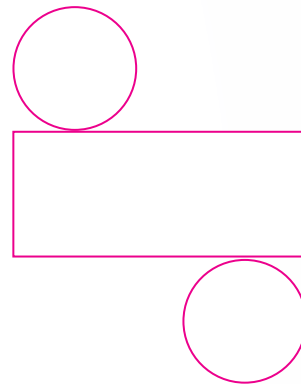
(α) Ποια από τα πιο κάτω σχήματα είναι αναπτύγματα κυλίνδρου; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας σε κάθε περίπτωση.



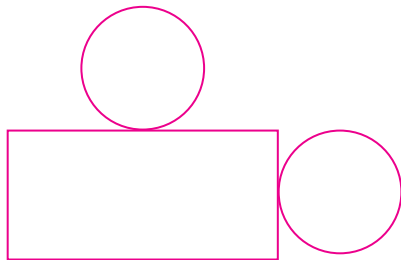
A.



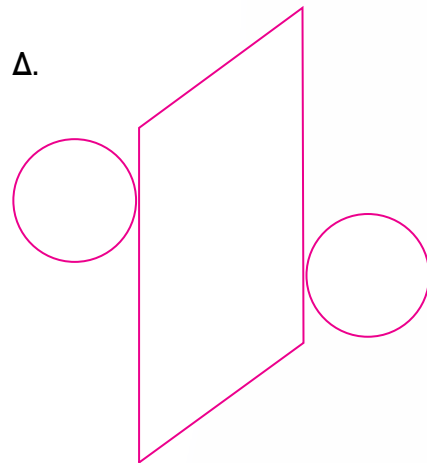
B.



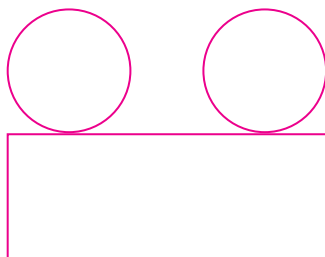
Γ.



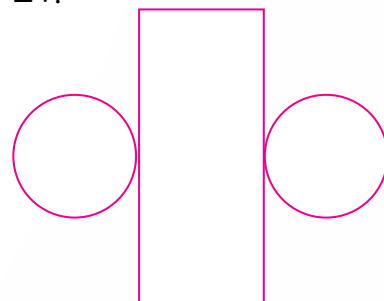
Δ.



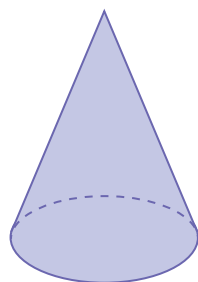
Ε.



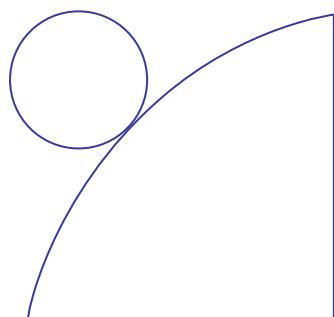
ΣΤ.



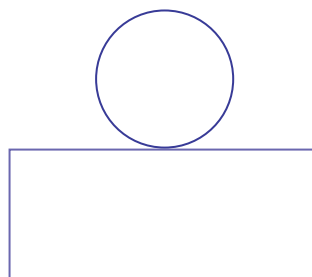
(β) Ποιο από τα πιο κάτω σχήματα είναι ανάπτυγμα κώνου; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας σε κάθε περίπτωση.



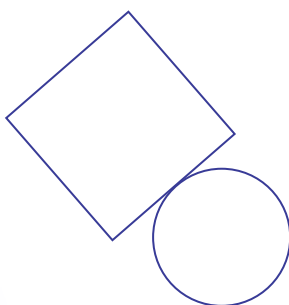
A.



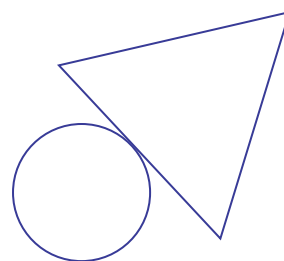
B.



Γ.



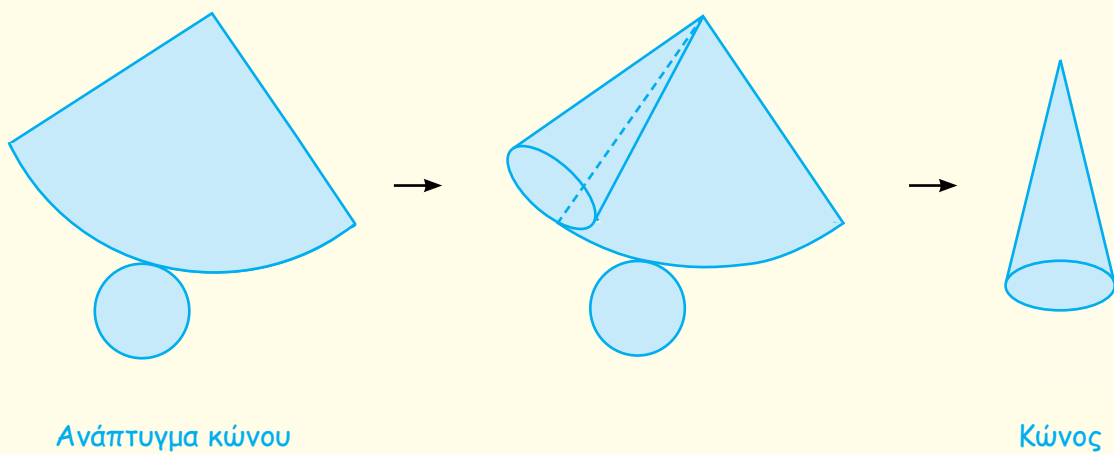
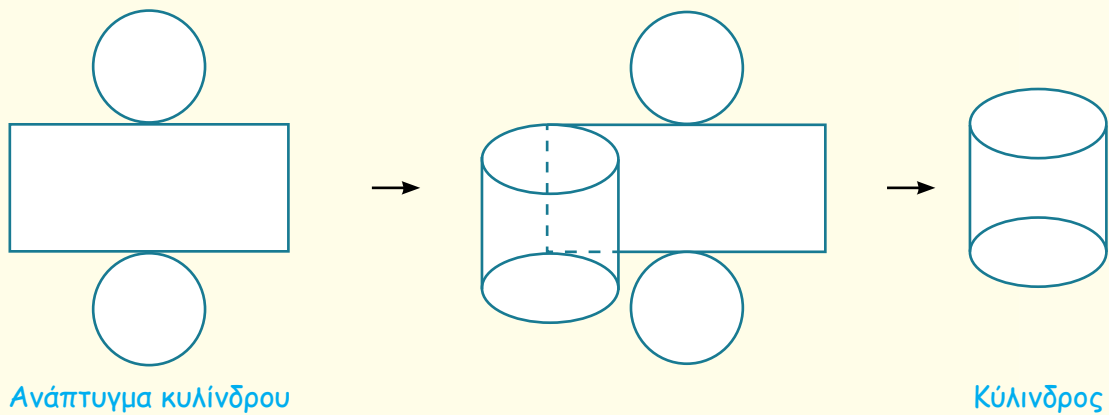
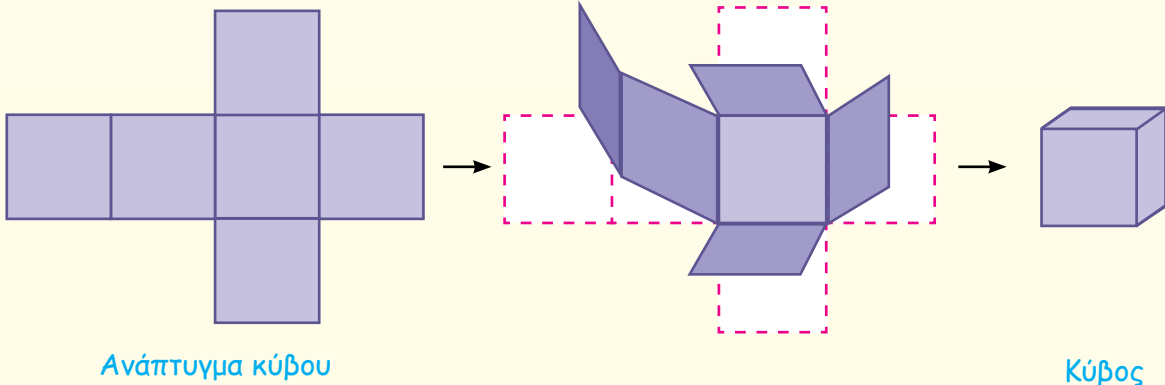
Δ.



# Νέες Έννοιες

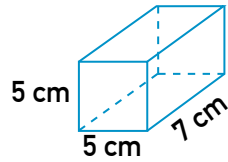
• **Ανάπτυγμα** ονομάζεται η δισδιάστατη αναπαράσταση ενός τρισδιάστατου σχήματος.

**Παραδείγματα:**

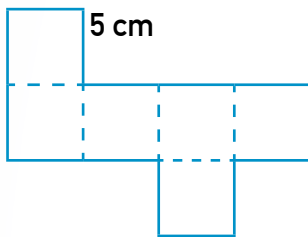


## Παράδειγμα

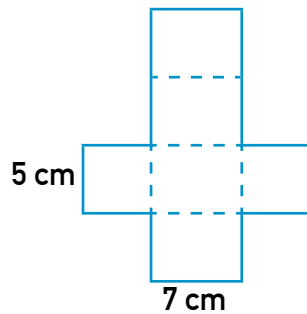
1. Ποιο από τα αναπτύγματα, όταν διπλωθεί στις διακεκομμένες γραμμές, σχηματίζει το διπλανό ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο;



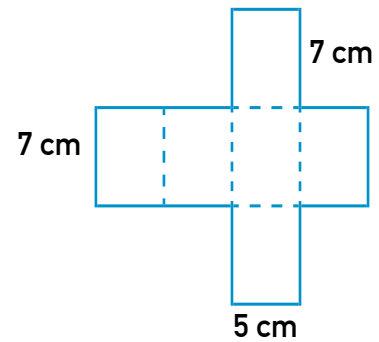
A



B

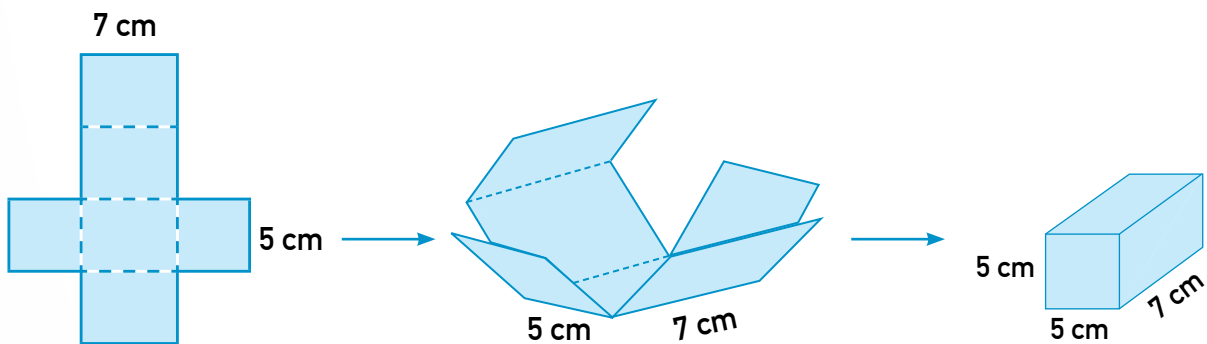


Γ



**Λύση:**

Το ανάπτυγμα Β, όταν διπλωθεί στις διακεκομμένες γραμμές, σχηματίζει το ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο.




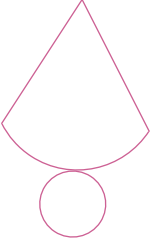
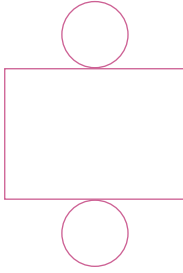
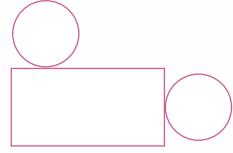
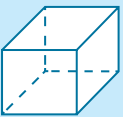
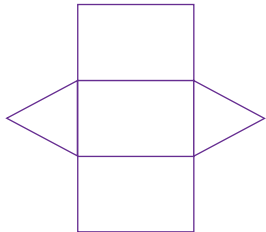
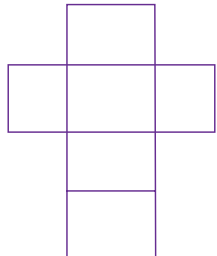
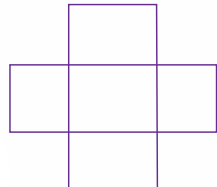

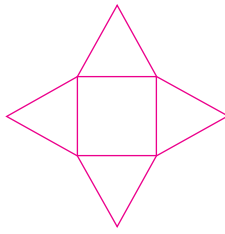
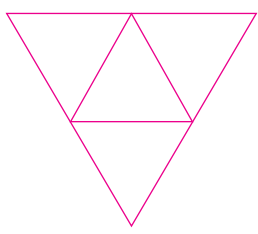
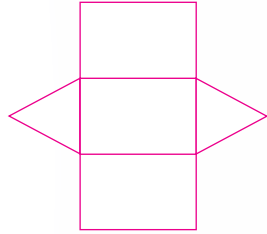
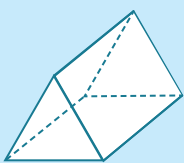
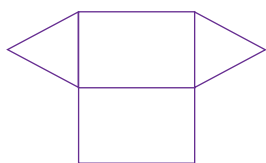
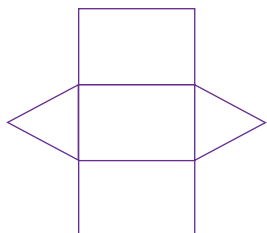
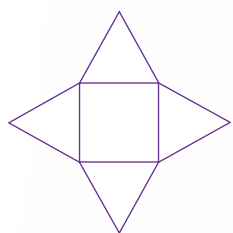

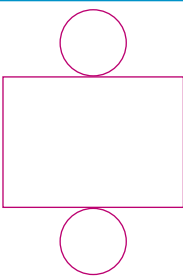
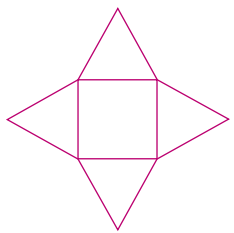
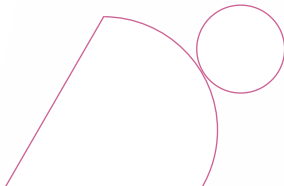

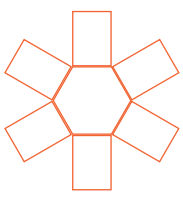
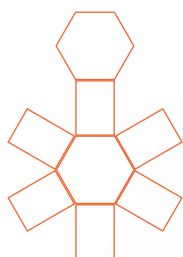
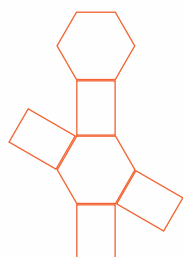
Ανάπτυγμα ορθογωνίου  
παραλληλεπιπέδου

Ορθογώνιο  
παραλληλεπίπεδο

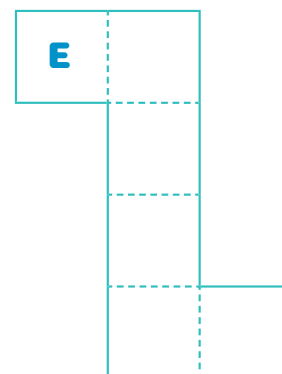
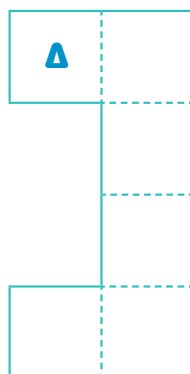
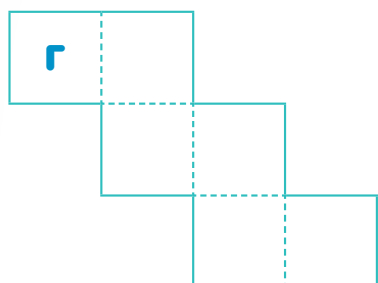


# Δραστηριότητες

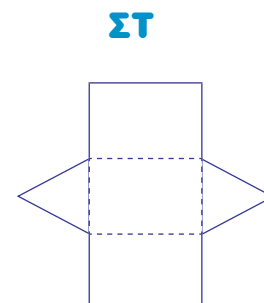
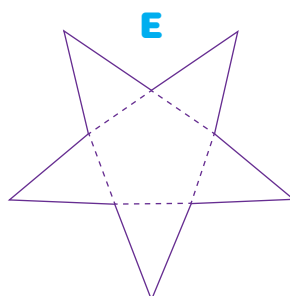
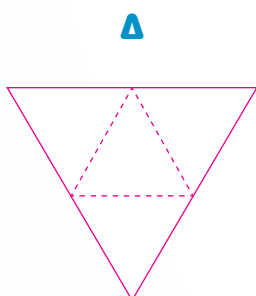
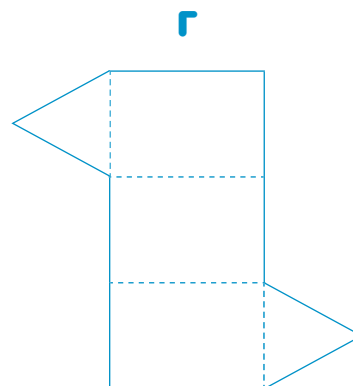
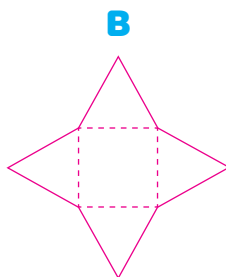
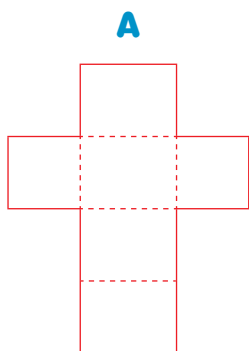
1. Να βάλετε σε κύκλο το ανάπτυγμα που ταιριάζει σε κάθε στερεό.

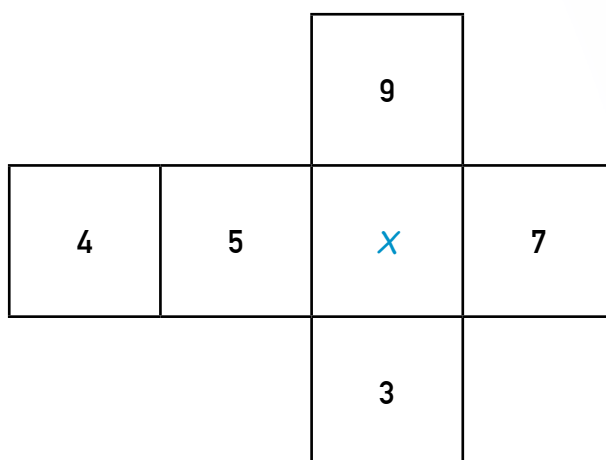
2. Να βάλετε σε κύκλο τα αναπτύγματα τα οποία όταν διπλωθούν στις διακεκομμένες γραμμές, σχηματίζουν κύβο.



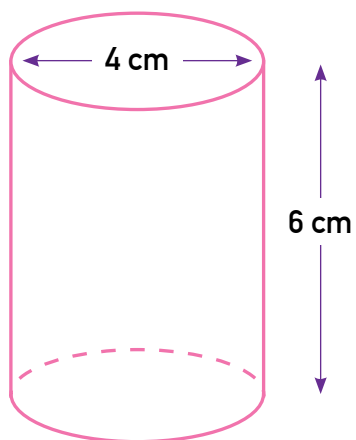
3. Να βάλετε σε κύκλο τα αναπτύγματα τα οποία όταν διπλωθούν στις διακεκομμένες γραμμές, σχηματίζουν πυραμίδα.



4. Το πιο κάτω ανάπτυγμα, όταν διπλωθεί, δίνει έναν κύβο. Οι απέναντι έδρες του κύβου έχουν άθροισμα 12. Ποιον αριθμό αναπαριστά το X;



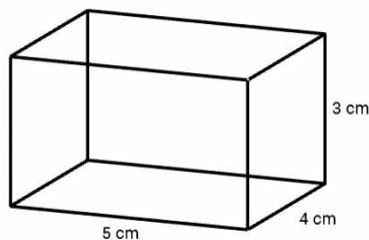
5. Να κατασκευάσετε το ανάπτυγμα του πιο κάτω κυλίνδρου.



Να χρησιμοποιήσετε το εφαρμογίδιο, για να απαντήσετε στα πιο κάτω ερωτήματα.



Υπολογισμός όγκου ορθογώνιου παραλληλεπίπεδου



Πόσοι κύβοι μοναδιαίων διαστάσεων χρειάζονται, για να γεμίσει το ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο μήκους 5 cm, πλάτους 4 cm και ύψους 3 cm; Ποιος είναι ο όγκος του;

Όγκος

(α) Πόσοι κύβοι χρειάζονται για να γεμίσει μια σειρά;

---

(β) Πόσες σειρές χρειάζονται, για να γεμίσει ένα στρώμα;

---

(γ) Πόσοι κύβοι χρειάζονται, για να γεμίσει η βάση του ορθογώνιου παραλληλεπίπεδου;

---

(δ) Ποιο είναι το εμβαδόν της βάσης του ορθογώνιου παραλληλεπίπεδου;

---

(ε) Πόσα στρώματα χρειάζονται, για να γεμίσει το ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο;

---

(στ) Πόσοι κύβοι χρειάστηκαν, για να γεμίσει το ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο;

---

(ζ) Να εισηγηθείτε δύο διαφορετικούς τρόπους για τον υπολογισμό του όγκου του ορθογώνιου παραλληλεπίπεδου, με βάση τον τρόπο που εργαστήκατε στο εφαρμογίδιο.

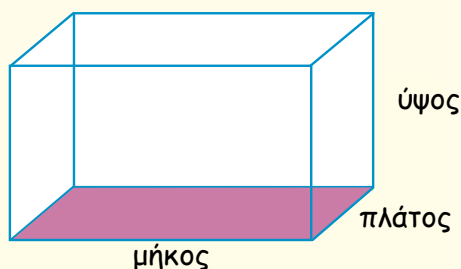
# Νέες Έννοιες

- Όγκος ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου

Ο **όγκος** ενός ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου ( $V$ ) είναι ίσος με το γινόμενο του μήκους επί το πλάτος επί το ύψος του.

$$V = \text{μήκος} \cdot \text{πλάτος} \cdot \text{ύψος}$$

ή



Ο **όγκος** ενός ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου ( $V$ ) είναι ίσος με το εμβαδόν της βάσης επί το ύψος του.

$$V = E_{\text{βάσης}} \cdot \text{ύψος}$$

## Παράδειγμα:

Το πιο κάτω ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο έχει μήκος 4 cm, πλάτος 3 cm και ύψος 5 cm.

$$V = \text{μήκος} \cdot \text{πλάτος} \cdot \text{ύψος}$$

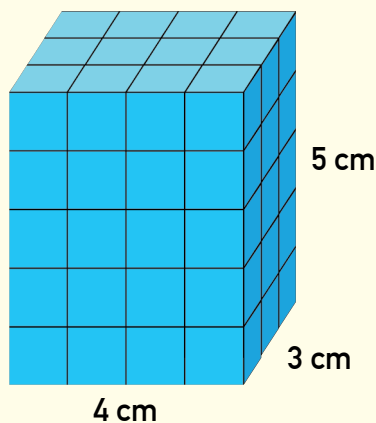
$$V = 4 \cdot 3 \cdot 5 = 60 \text{ cm}^3$$

ή

$$V = E_{\text{βάσης}} \cdot \text{ύψος}$$

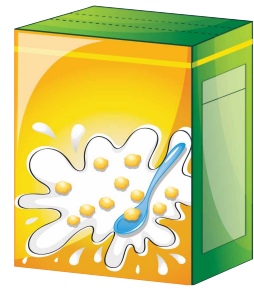
$$E_{\text{βάσης}} = 4 \cdot 3 = 12 \text{ cm}^2$$

$$V = 12 \cdot 5 = 60 \text{ cm}^3$$



## Παράδειγμα

1. Μια συσκευασία δημητριακών σχήματος ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου έχει μήκος 25 cm, πλάτος 8 cm και ύψος 30 cm. Ποιος είναι ο όγκος της συσκευασίας;



Λύση:

$$V = \text{μήκος} \cdot \text{πλάτος} \cdot \text{ύψος}$$

$$\text{Άρα, } V = 25 \cdot 8 \cdot 30 = 6000 \text{ cm}^3$$

ή

$$V = E_{\text{βάσης}} \cdot \text{ύψος}$$

$$E_{\text{βάσης}} = 25 \cdot 8 = 200 \text{ cm}^2$$

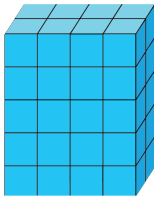
$$\text{Άρα, } V = 200 \cdot 30 = 6000 \text{ cm}^3$$

Ο όγκος της συσκευασίας είναι 6000 cm<sup>3</sup>.

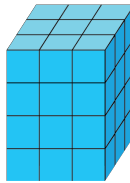
## Δραστηριότητες

1. Να υπολογίσετε τον όγκο των πιο κάτω ορθογωνίων παραλληλεπίπεδων με 2 διαφορετικούς τρόπους.

(α)



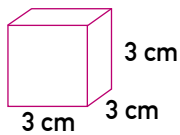
(β)



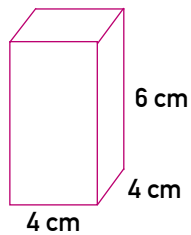
(γ)



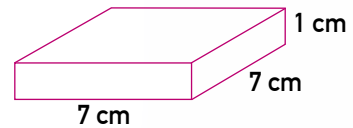
(δ)



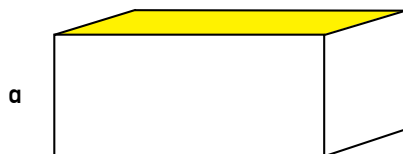
(ε)



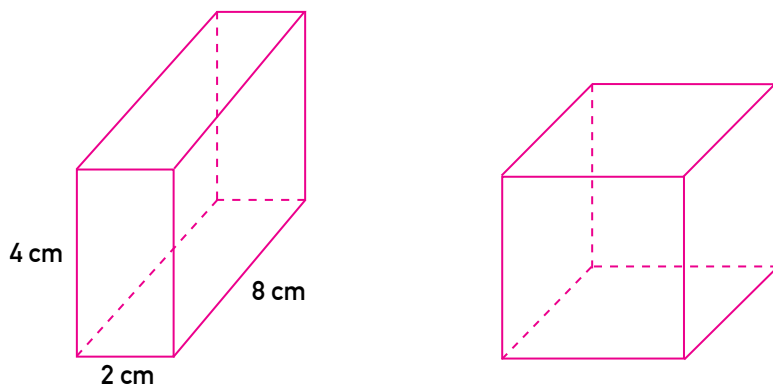
(στ)



2. Ο όγκος του πιο κάτω ορθογωνίου παραλληλεπίπεδου είναι  $42 \text{ cm}^3$  και το μήκος της ακμής  $a$  είναι  $3 \text{ cm}$ . Να υπολογίσετε το εμβαδόν της έδρας με κίτρινο χρώμα.

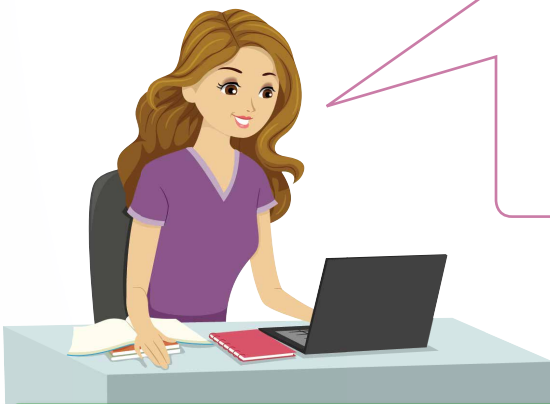
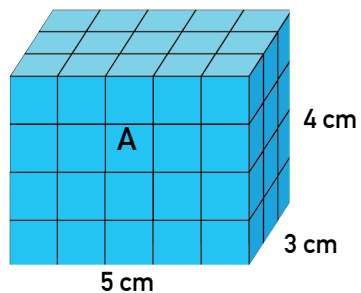


3. Το ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο και ο κύβος στην πιο κάτω εικόνα έχουν τον ίδιο όγκο. Να υπολογίσετε το μήκος της ακμής του κύβου.



4.

Ο όγκος του ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου Α θα διπλασιαστεί, αν διπλασιαστούν οι διαστάσεις του.



Συμφωνείτε με τη Μαρίνα; Να επεξηγήσετε.

---

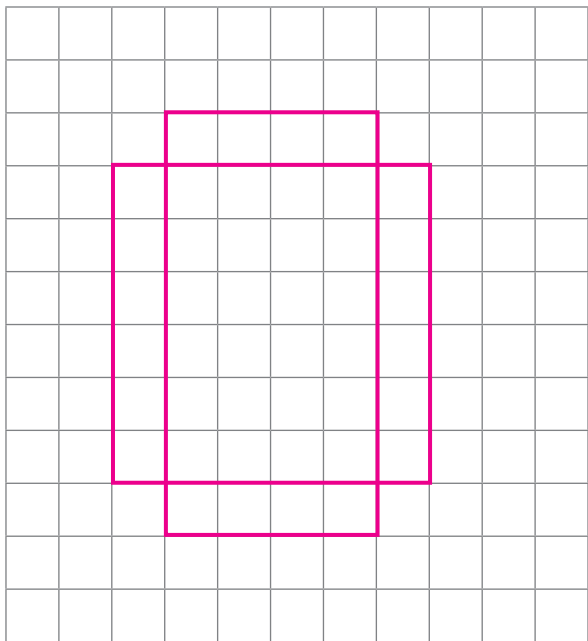
---

---

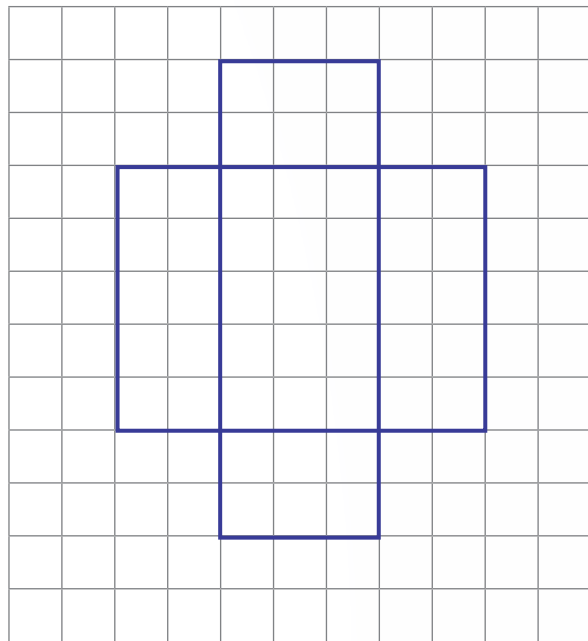


5. Ο Θεοφάνης έχει τα πιο κάτω αναπτύγματα, τα οποία όταν διπλωθούν, σχηματίζουν κιβώτια ανοικτά από πάνω. Ποιο από τα αναπτύγματα, όταν διπλωθεί, θα δώσει το κιβώτιο με τον μεγαλύτερο όγκο; Να επεξηγήσετε.

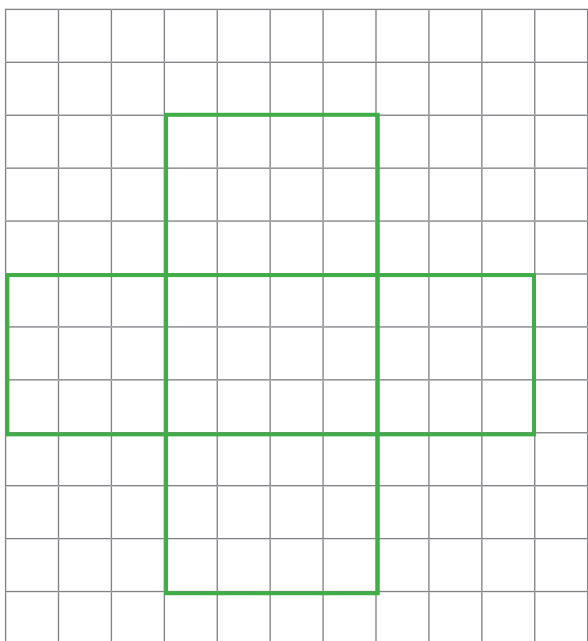
Α.



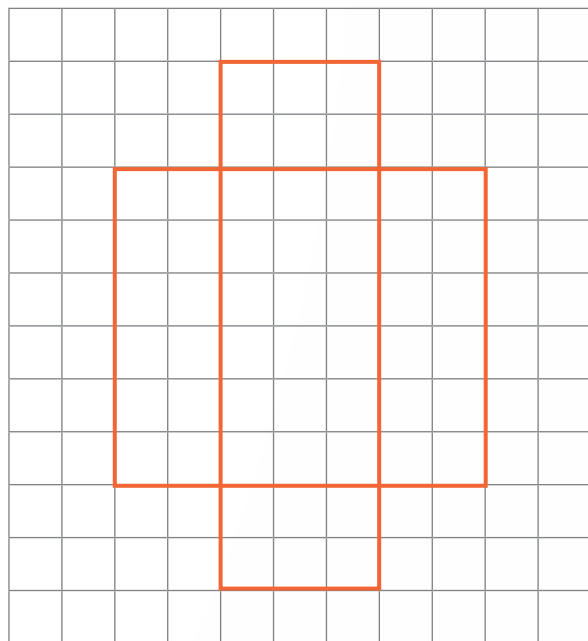
Β.



Γ.

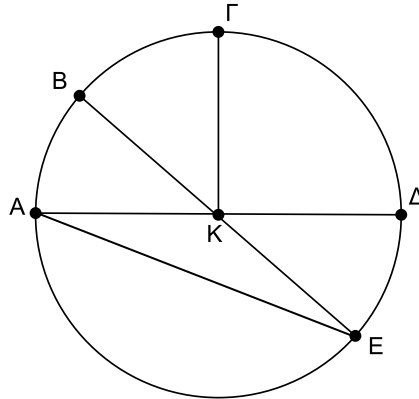


Δ.



# Δραστηριότητες ενότητας

1. Να αντιστοιχίσετε, όπως στο παράδειγμα.



**Ακτίνα κύκλου**

**Διάμετρος κύκλου**

Ευθύγραμμο τμήμα ΚΓ

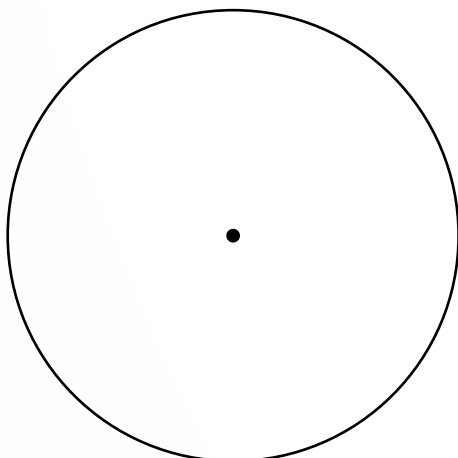
Ευθύγραμμο τμήμα ΑΔ

Ευθύγραμμο τμήμα ΚΒ

Ευθύγραμμο τμήμα ΑΕ

Ευθύγραμμο τμήμα ΒΕ

2. Να κατασκευάσετε μια ακτίνα και μια διάμετρο στον πιο κάτω κύκλο, χρησιμοποιώντας τον χάρακά σας και να τις ονομάσετε.



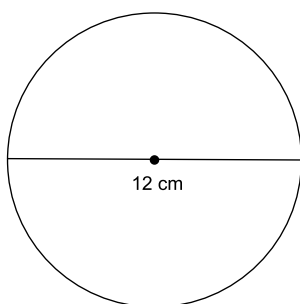
Ακτίνα κύκλου: \_\_\_\_\_

Διάμετρος κύκλου: \_\_\_\_\_

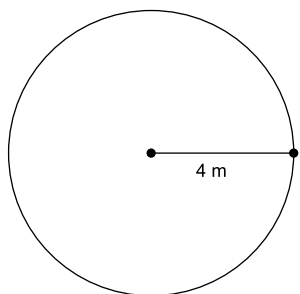
3. Να χρησιμοποιήσετε χάρακα και διαβήτη, για να κατασκευάσετε έναν κύκλο με ακτίνα 2 cm.

4. Να υπολογίσετε το μήκος των πιο κάτω κύκλων.

(α)



(β)



5. Να συμπληρώσετε τον πίνακα.

Αντικείμενο σε σχήμα κύκλου	Ακτίνα	Διάμετρος	Μήκος
Ρολόι τοίχου	10 cm		
Ρολόι χειριού		40 mm	
Χαλί	75 cm		
Τροχός ποδηλάτου			94,2 cm

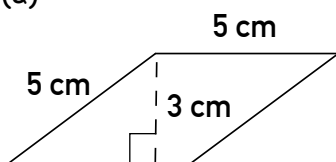
6. Να επιλύσετε τα προβλήματα. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

(α) Ένας ξυλουργός θα τοποθετήσει ξύλινη κορνίζα σε έναν κυκλικό καθρέφτη με ακτίνα 30 cm. Να υπολογίσετε το μήκος της ξύλινης κορνίζας που θα χρειαστεί ο ξυλουργός.

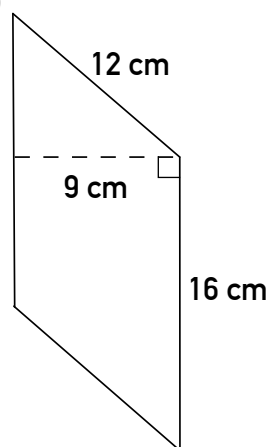
(β) Η ρόδα «London Eye» στο Λονδίνο έχει διάμετρο 120 m. Να υπολογίσετε την απόσταση που καλύπτει ένα βαγόνι, μετά από μια πλήρη περιστροφή της ρόδας.

7. Να υπολογίσετε την περίμετρο και το εμβαδόν των πιο κάτω σχημάτων.

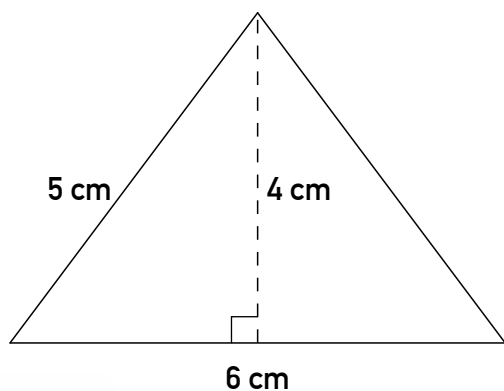
(α)



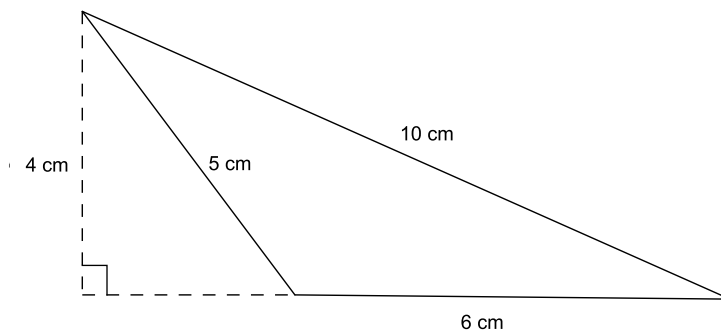
(β)



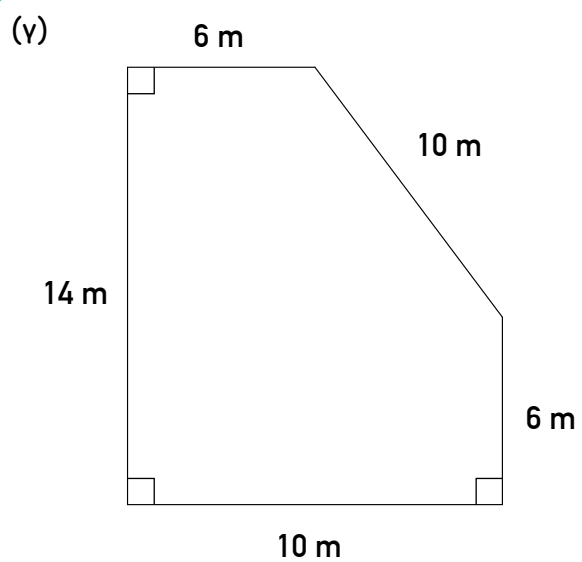
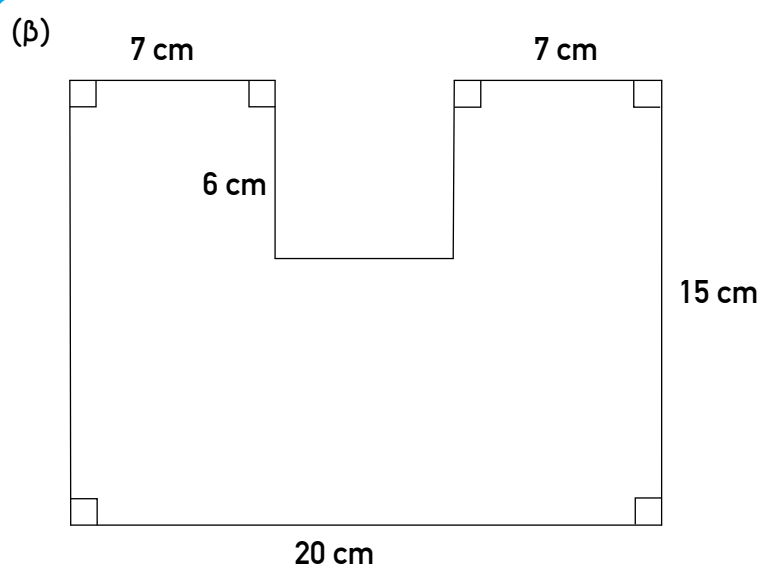
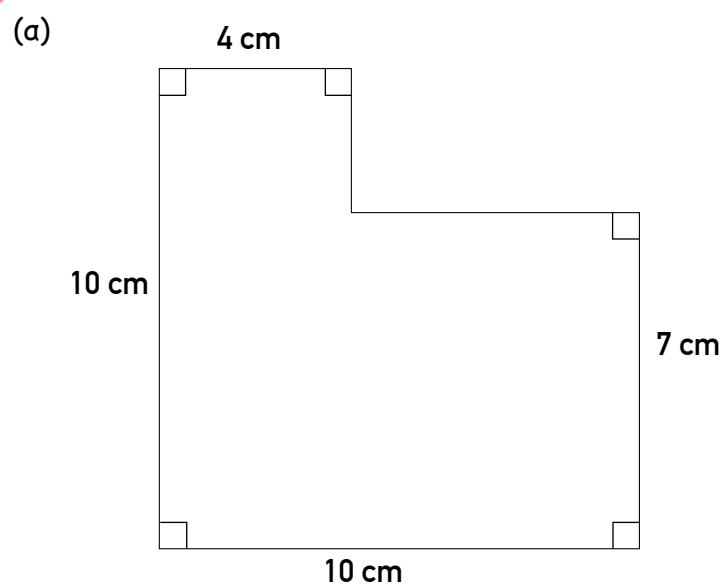
(γ)



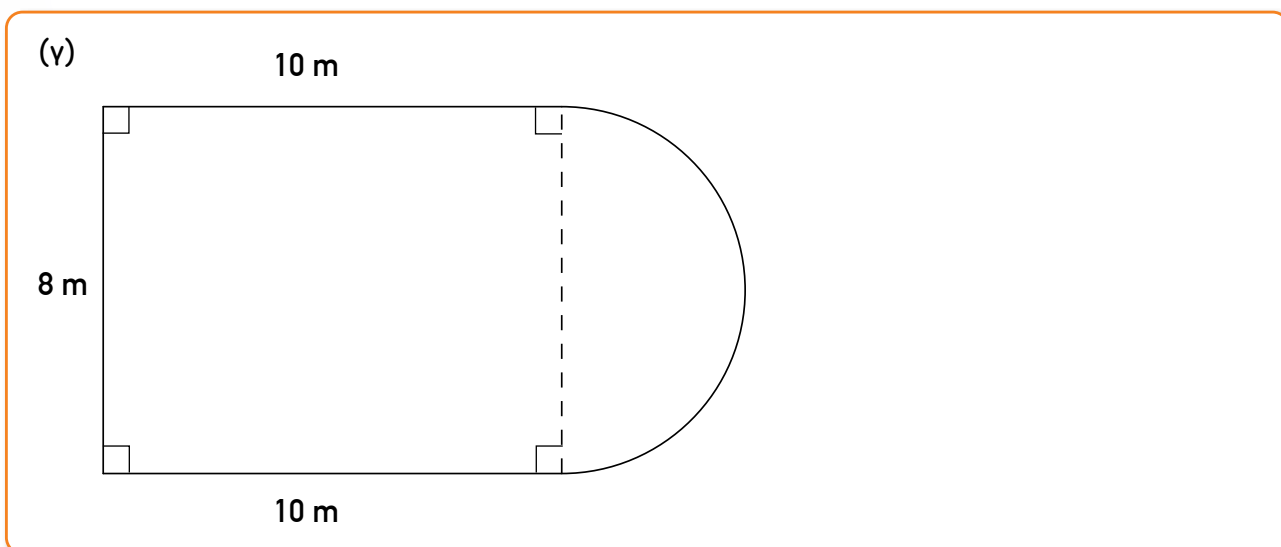
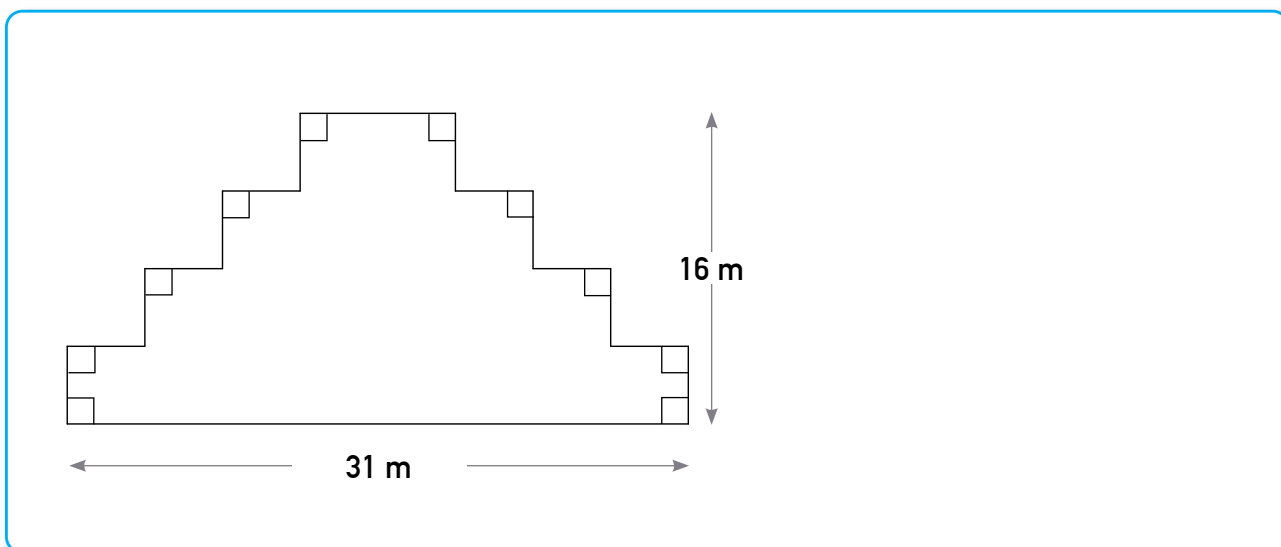
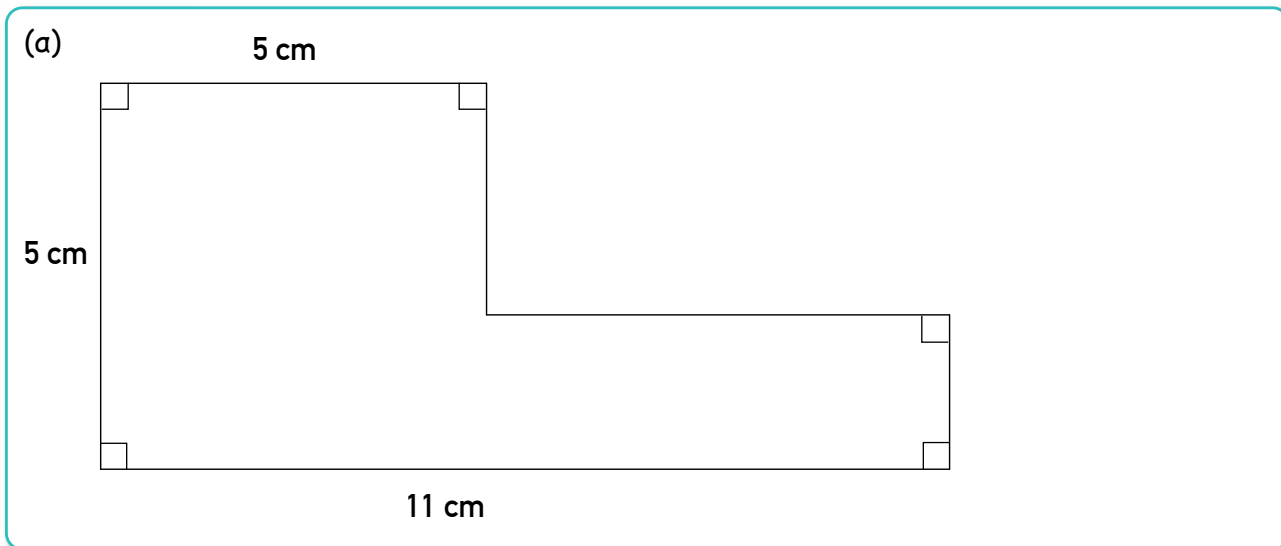
(δ)



8. Να υπολογίσετε το εμβαδόν των πιο κάτω σχημάτων.



9. Να υπολογίσετε την περίμετρο των πιο κάτω σχημάτων.

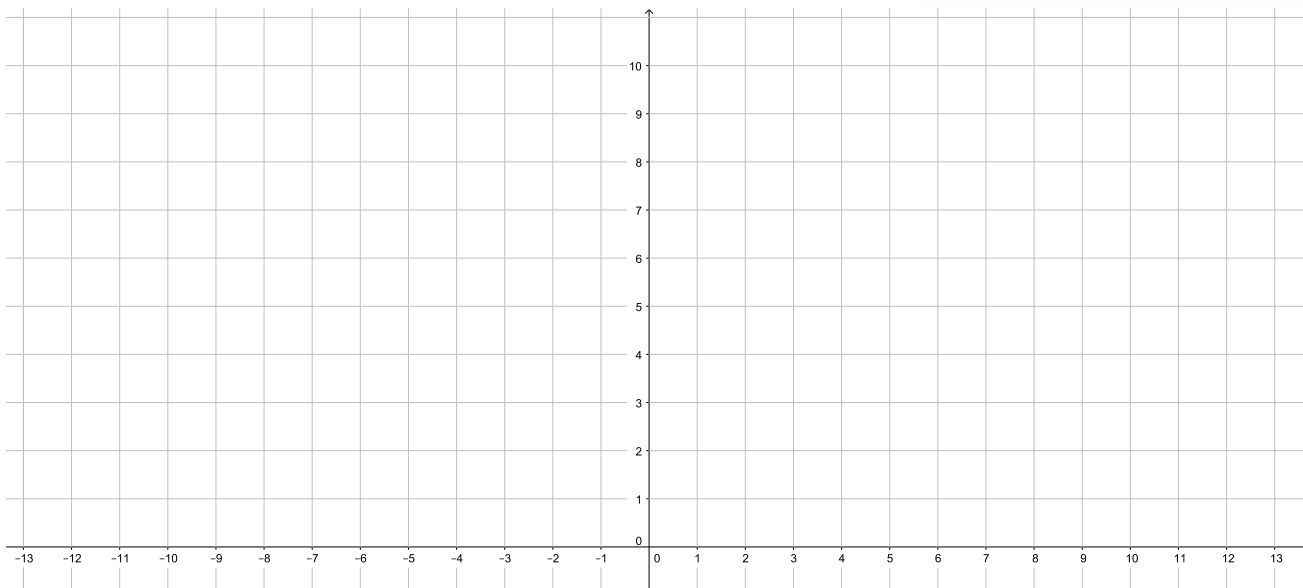


10. (α) Να κατασκευάσετε το τρίγωνο ΚΛΜ με συντεταγμένες:

Κ (4,3)

Λ (8,1)

Μ (3,1)



(β) Να κατασκευάσετε το συμμετρικό σχήμα του τριγώνου ΚΛΜ με άξονα συμμετρίας τον κατακόρυφο άξονα και να γράψετε τις συντεταγμένες των κορυφών του.

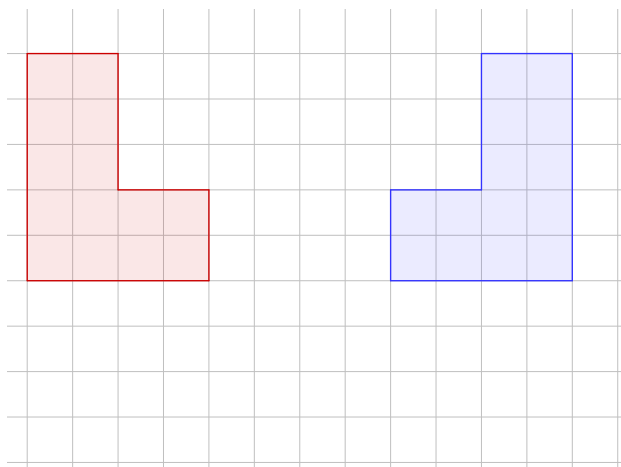
Κ' ( \_\_\_\_\_ , \_\_\_\_\_ )

Λ' ( \_\_\_\_\_ , \_\_\_\_\_ )

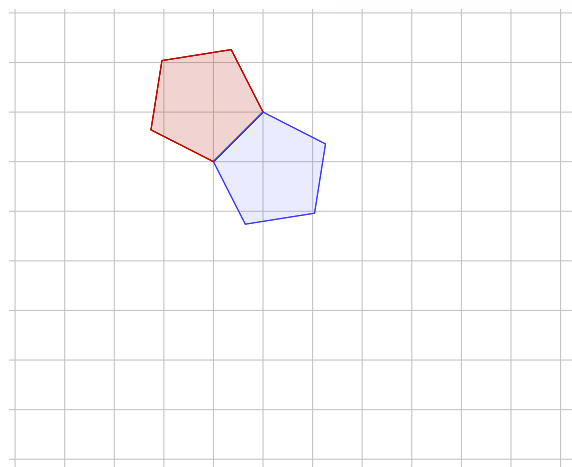
Μ' ( \_\_\_\_\_ , \_\_\_\_\_ )

11. Το μπλε σχήμα είναι συμμετρικό του κόκκινου σχήματος. Να σχεδιάσετε τον άξονα συμμετρίας σε κάθε περίπτωση.

(α)

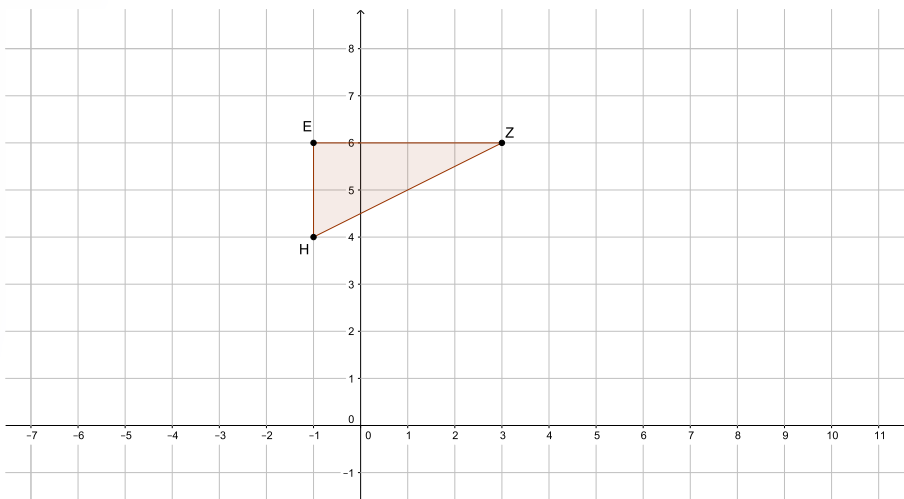


(β)

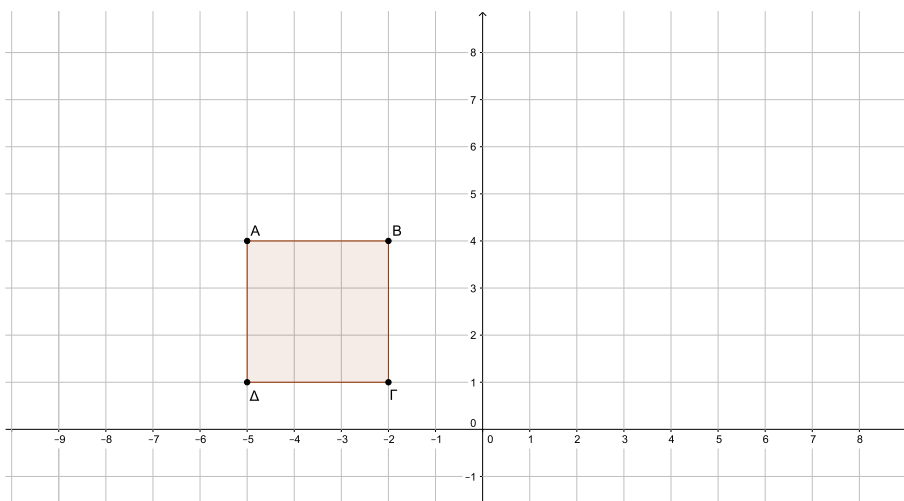


12. Να κατασκευάσετε το αποτέλεσμα του μετασχηματισμού, αν το σχήμα μετακινηθεί:

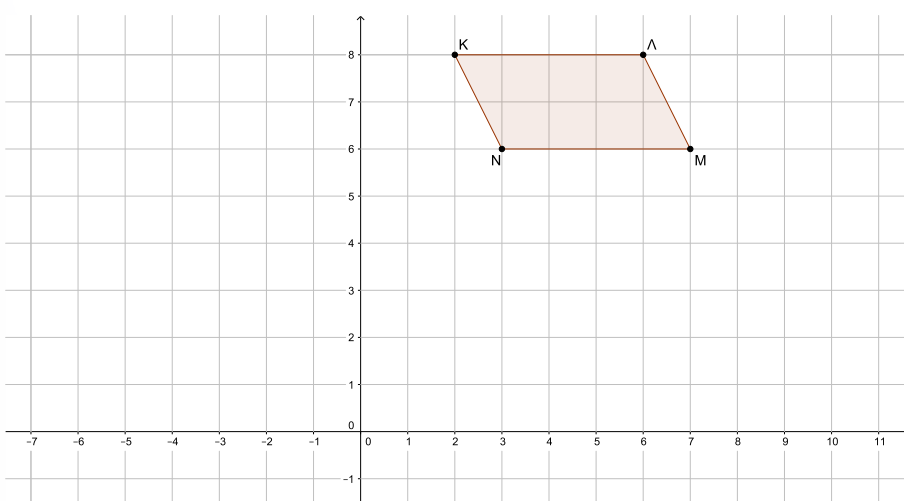
(α) 4 τετράγωνα κάτω



(β) 3 τετράγωνα αριστερά



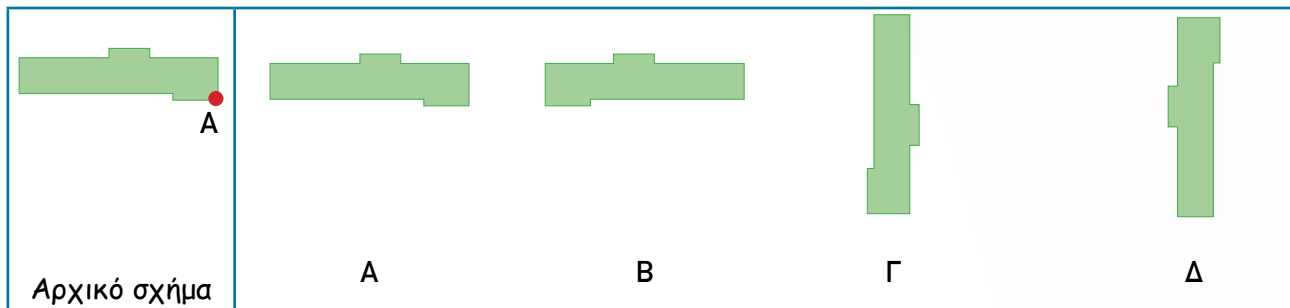
(γ) 3 τετράγωνα κάτω



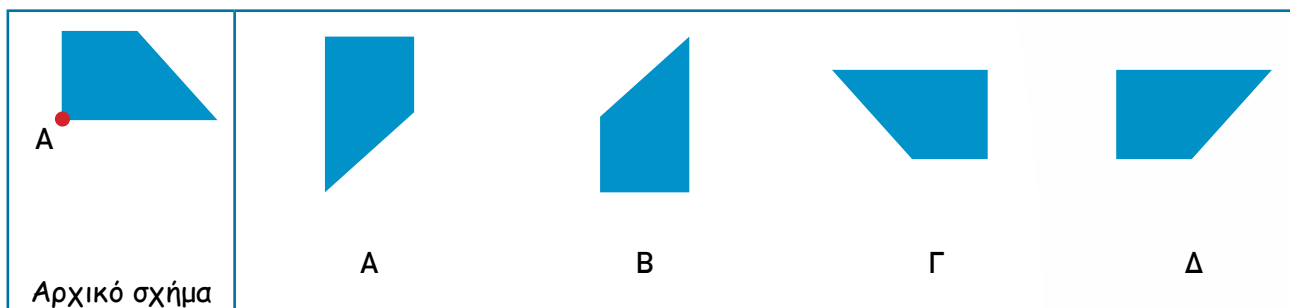


13. Ποιο σχήμα θα προκύψει, όταν το αρχικό σχήμα περιστραφεί γύρω από το σημείο A:

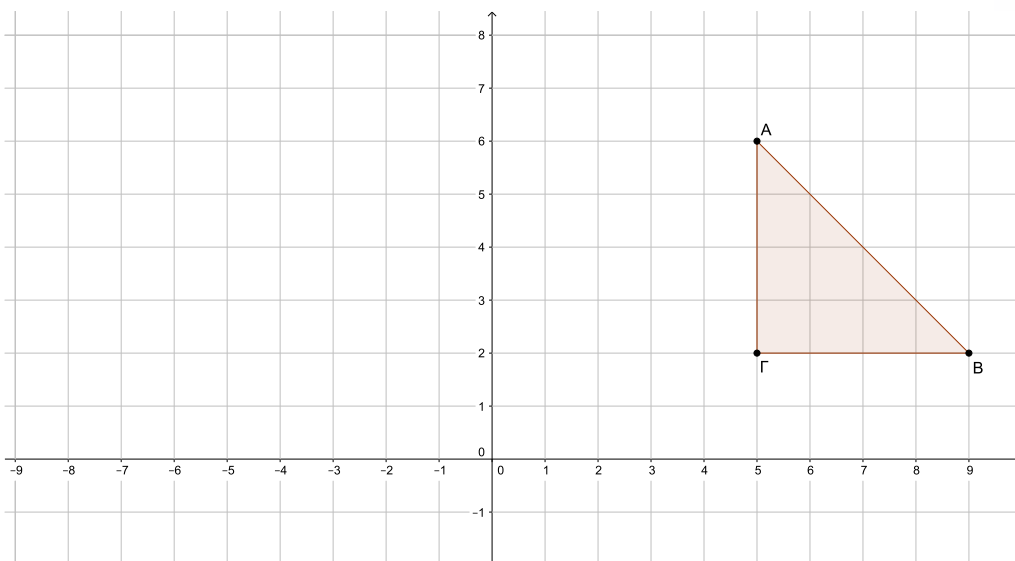
(α) δεξιόστροφα κατά  $90^\circ$ :



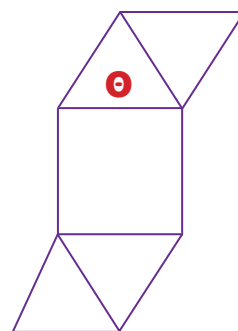
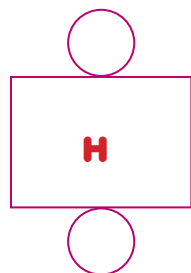
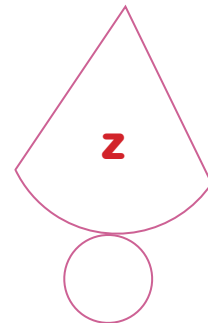
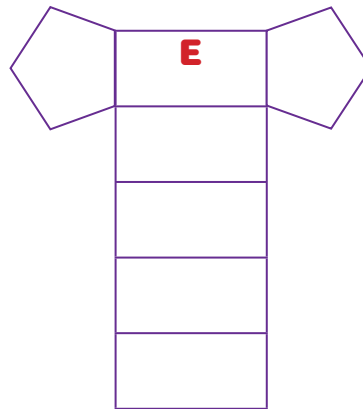
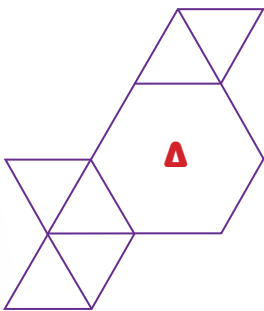
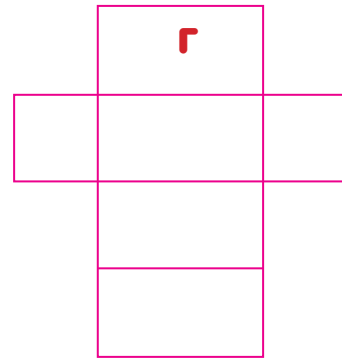
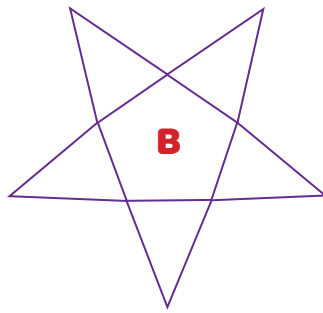
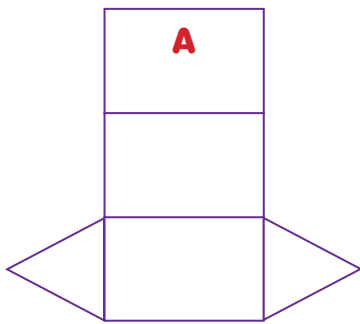
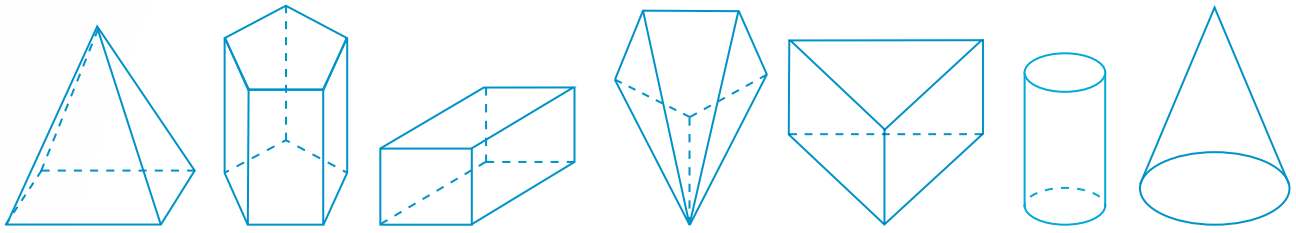
(β) αριστερόστροφα κατά  $180^\circ$ :



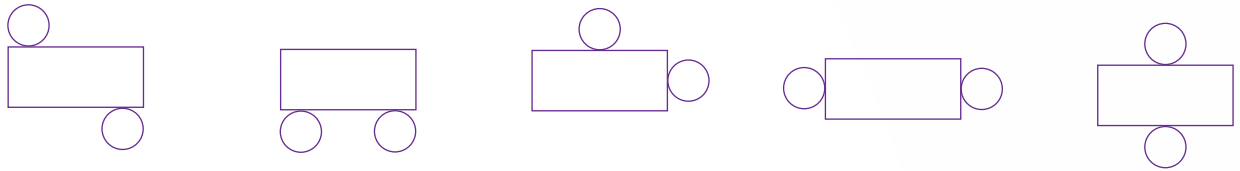
14. Το σχήμα ABΓ θα περιστραφεί αριστερόστροφα κατά  $90^\circ$  γύρω από το σημείο Γ. Να σχεδιάσετε το σχήμα που θα προκύψει από την περιστροφή και να γράψετε τις συντεταγμένες των κορυφών του.



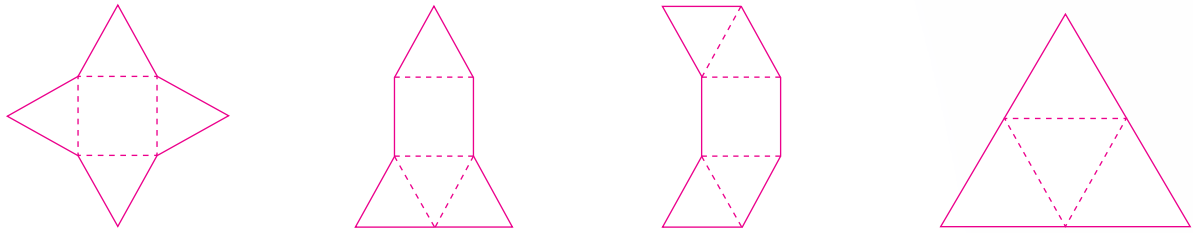
15. Να γράψετε το ανάπτυγμα που αντιστοιχεί σε κάθε στερεό.



16. Να βάλετε σε κύκλο τα αναπτύγματα τα οποία, όταν διπλωθούν σχηματίζουν κύλινδρο.



17. Να βάλετε σε κύκλο τα αναπτύγματα τα οποία, όταν διπλωθούν στις διακεκομμένες γραμμές, σχηματίζουν πυραμίδα.



A

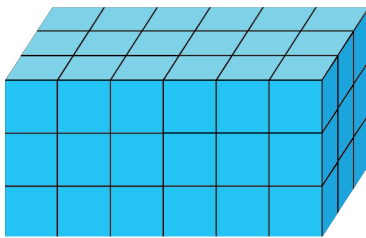
B

Γ

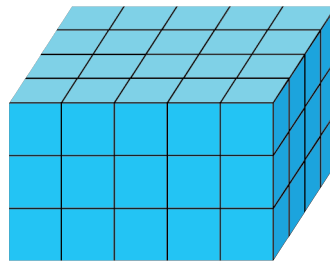
Δ

18. Να υπολογίσετε τον όγκο των ορθογωνίων παραλληλεπιπέδων με δύο διαφορετικούς τρόπους.

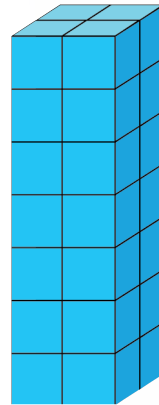
(α)



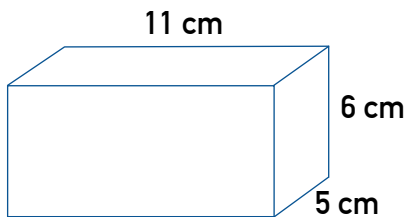

(β)



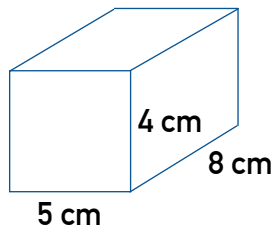

(γ)



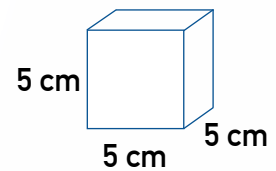

(δ)



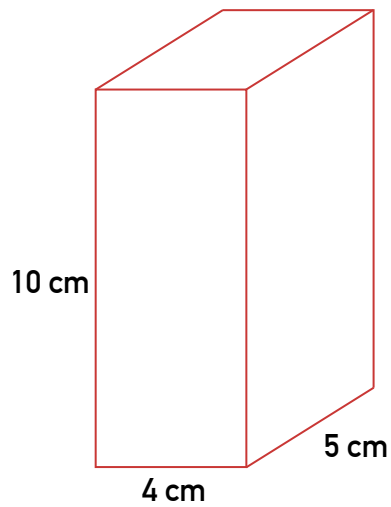

(ε)



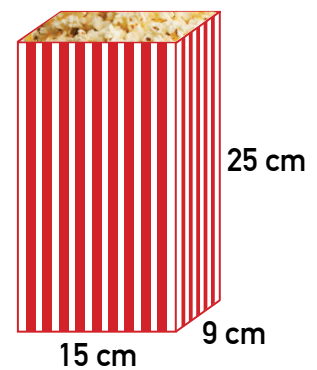

(στ)



19. Το εμβαδόν βάσης ενός ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου είναι  $25 \text{ cm}^2$ . Να υπολογίσετε το ύψος του ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου, αν έχει τον ίδιο όγκο με το πιο κάτω σχήμα.



20. Στον κινηματογράφο «Κόσμος» θα κυκλοφορήσει μια νέα συσκευασία πώλησης ποπ κορν σε σχήμα κύβου. Η νέα συσκευασία θα έχει τον ίδιο όγκο με τη συσκευασία της διπλανής εικόνας. Ποιες θα είναι οι διαστάσεις της νέας συσκευασίας;



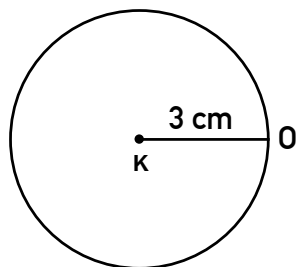
## Δραστηριότητες εμπλουτισμού

1. Να σχεδιάσετε τα σημεία  $A$ ,  $B$  και  $\Gamma$  στο πιο κάτω σχήμα, ώστε:

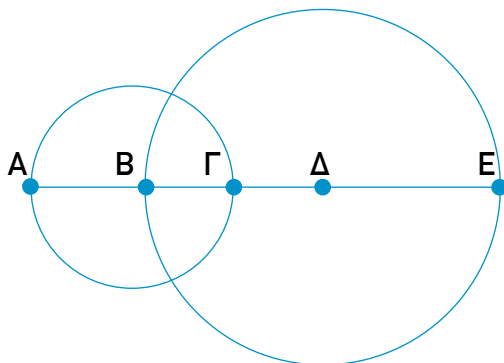
(α) η απόσταση του σημείου  $A$  από το κέντρο του κύκλου να είναι  $2\text{ cm}$

(β) η απόσταση του σημείου  $B$  από το κέντρο του κύκλου να είναι  $3\text{ cm}$

(γ) η απόσταση του σημείου  $\Gamma$  από το κέντρο του κύκλου να είναι  $4\text{ cm}$



2. Ο κύκλος με κέντρο το σημείο  $B$  έχει ακτίνα  $4\text{ cm}$  και ο κύκλος με κέντρο το σημείο  $\Delta$  έχει ακτίνα  $7\text{ cm}$ .



Να υπολογίσετε το μήκος των ευθύγραμμων τμημάτων:

$ΑΓ = \dots\dots\dots$        $ΒΕ = \dots\dots\dots$        $ΒΓ = \dots\dots\dots$

$ΒΔ = \dots\dots\dots$        $ΓΔ = \dots\dots\dots$        $ΑΕ = \dots\dots\dots$

3. Να βρείτε σε κάθε περίπτωση τον λόγο του μήκους του κύκλου  $M$  προς το μήκος του κύκλου  $K$ .

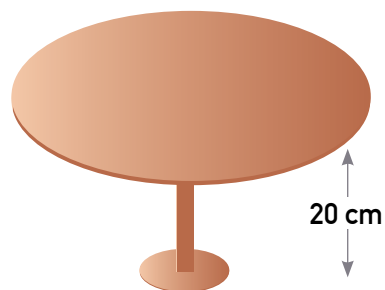
(α) Ο κύκλος  $K$  έχει ακτίνα  $\chi$ . Ο κύκλος  $M$  έχει ακτίνα  $2\chi$ .

(β) Ο κύκλος  $K$  έχει διάμετρο  $\psi$ . Ο κύκλος  $M$  έχει διάμετρο  $2\psi$ .

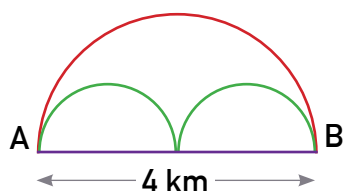
(γ) Ο κύκλος  $K$  έχει ακτίνα  $\omega$ . Ο κύκλος  $M$  έχει ακτίνα  $3\omega$ .

4. Να επιλύσετε τα προβλήματα. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

(α) Η κυρία Αθηνά θα αγοράσει τραπεζομάντιλο για ένα κυκλικό τραπέζι που έχει διάμετρο 80 cm. Θέλει το τραπεζομάντιλο να πέφτει από την άκρη του τραπεζιού 20 cm γύρω γύρω. Πόση θα πρέπει να είναι η ακτίνα του τραπεζομάντιλου που θα αγοράσει;



(β) Ο Θανάσης και η Στέλλα μελετούν τον χάρτη ενός δασικού πάρκου. Για να τρέξουν από το σημείο Α στο σημείο Β, θα πρέπει να επιλέξουν ανάμεσα στις δύο πιο κάτω διαδρομές:



Η πρώτη διαδρομή ακολουθεί ένα μεγάλο ημικύκλιο (στον χάρτη είναι σημειωμένη με κόκκινο χρώμα). Η δεύτερη διαδρομή ακολουθεί δύο μικρά ημικύκλια (στον χάρτη είναι σημειωμένη με πράσινο χρώμα).

Ποια από τις δύο διαδρομές είναι μεγαλύτερη; Να επεξηγήσετε.

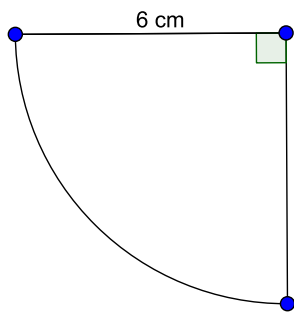
(γ) Ο μεγάλος τροχός του ποδηλάτου έχει διάμετρο 80 cm, ενώ ο μικρός τροχός έχει διάμετρο 40 cm.

- (i) Πόση απόσταση θα καλύψει το ποδήλατο, αν ο μεγάλος τροχός γυρίσει 2 φορές;
- (ii) Πόση απόσταση θα καλύψει το ποδήλατο, αν ο μικρός τροχός γυρίσει 10 φορές;

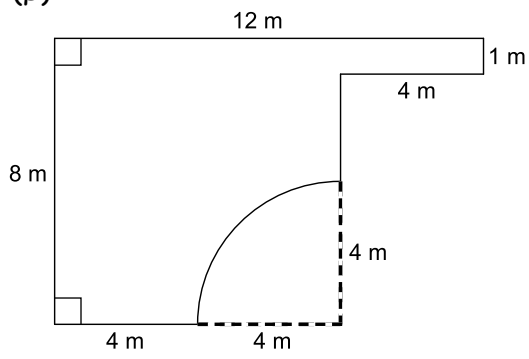


5. Να υπολογίσετε την περίμετρο των πιο κάτω σχημάτων.

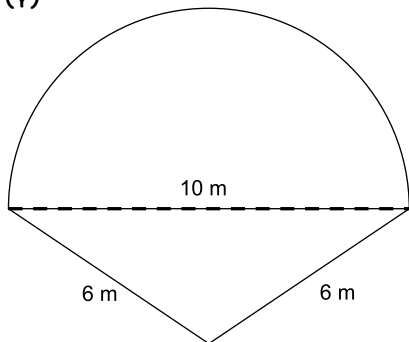
(α)



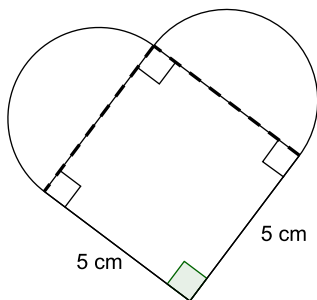
(β)



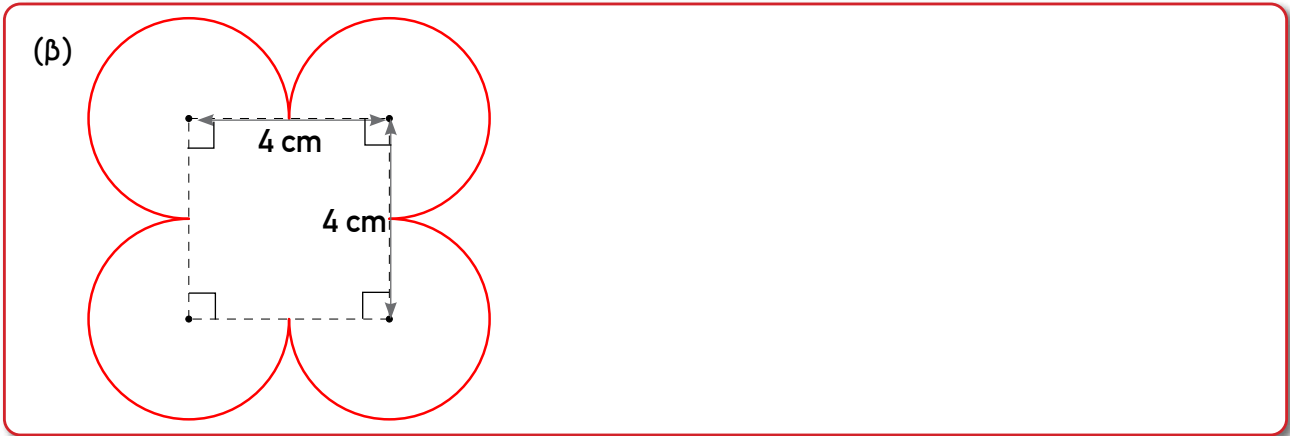
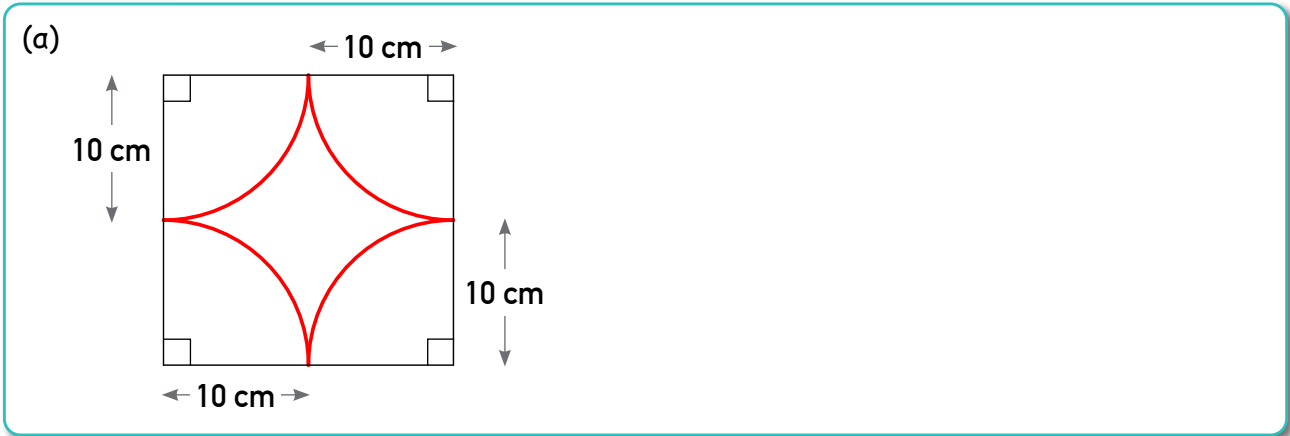
(γ)



(δ)



6. Να υπολογίσετε το μήκος της κόκκινης γραμμής σε κάθε περίπτωση.

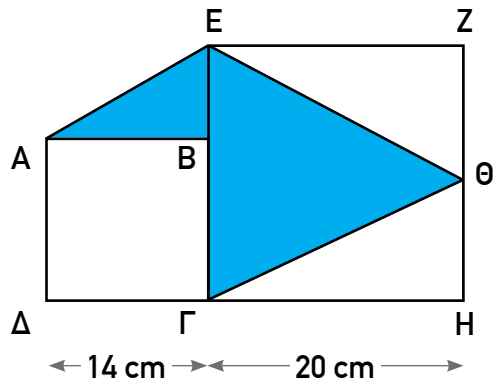


7. Τέσσερα ίσα ορθογώνια τρίγωνα με βάση 10 cm και ύψος 25 cm, τοποθετήθηκαν όπως φαίνεται στην πιο κάτω εικόνα. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της άσπρης επιφάνειας.

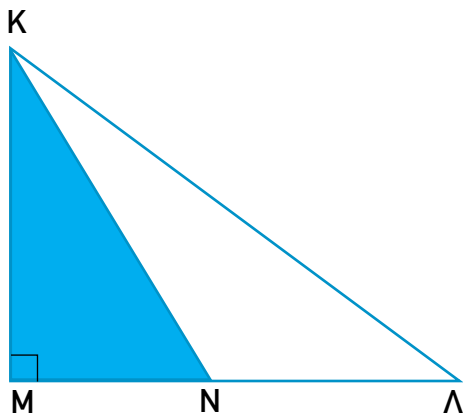




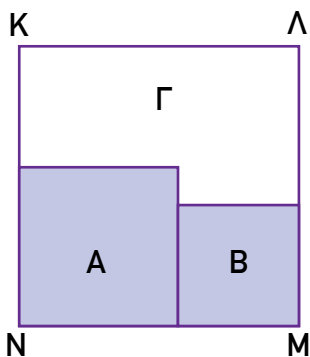
8. Στο πιο κάτω σχήμα, τα  $ΑΒΓΔ$  και  $ΕΖΗΓ$  είναι τετράγωνα. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της σκιασμένης επιφάνειας.



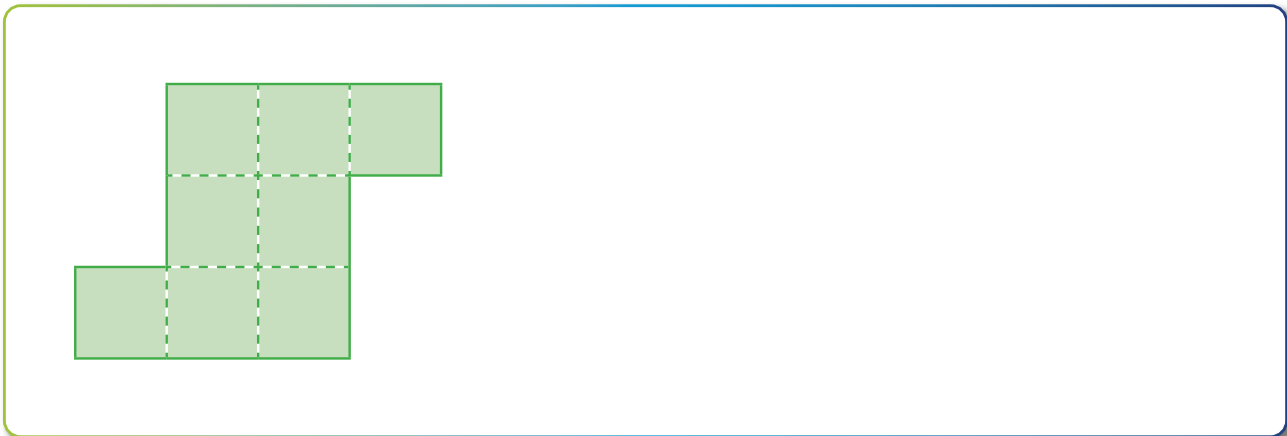
9. Το τρίγωνο  $ΚΝΜ$  έχει εμβαδόν  $20 \text{ cm}^2$  και το τρίγωνο  $ΚΛΜ$  έχει εμβαδόν  $44 \text{ cm}^2$ . Να βρείτε το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος  $ΝΛ$ , αν το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος  $ΜΝ$  είναι  $5 \text{ cm}$ .



10. Το τετράγωνο  $ΚΛΜΝ$  αποτελείται από το τετράγωνο  $A$  με εμβαδόν  $16 \text{ m}^2$ , το τετράγωνο  $B$  με εμβαδόν  $9 \text{ m}^2$  και το σχήμα  $\Gamma$ . Να βρείτε την περίμετρο του σχήματος  $\Gamma$ .

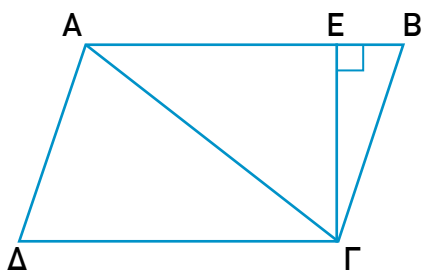


11. Το πιο κάτω σχήμα είναι κατασκευασμένο από 8 μικρά τετράγωνα. Η περίμετρος του σχήματος είναι 56 μονάδες. Ποιο είναι το εμβαδόν ενός μικρού τετραγώνου;



12. Να βάλετε σε κύκλο την ορθή απάντηση.

(α) Ποιος είναι ο λόγος του εμβαδού του τριγώνου ΑΒΓ προς το εμβαδόν του παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ;



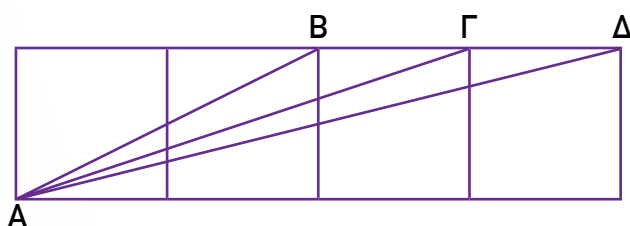
A. 2:3

B. 1:1

Γ. 1:2

Δ. 2:1

(β) Στο πιο κάτω σχήμα κάθε τετράγωνο έχει εμβαδόν  $1 \text{ cm}^2$ . Ποιος είναι ο λόγος του εμβαδού του τριγώνου ΑΒΓ προς το εμβαδόν του τριγώνου ΑΓΔ;



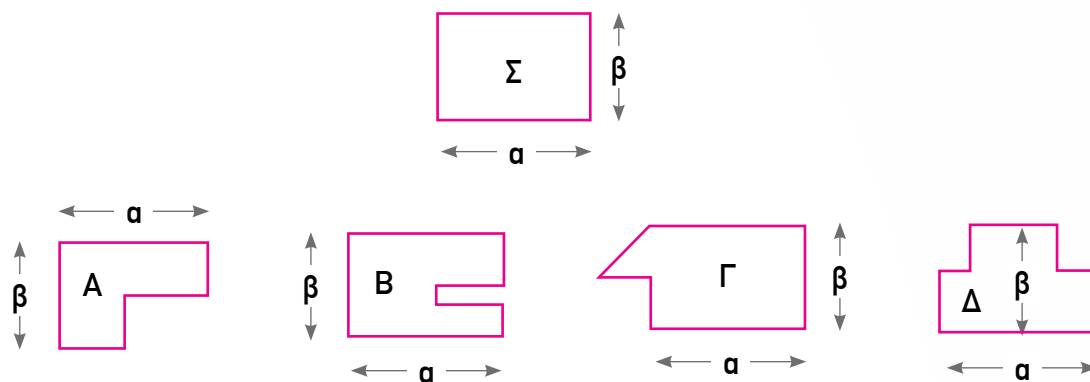
A. 2:3

B. 1:1

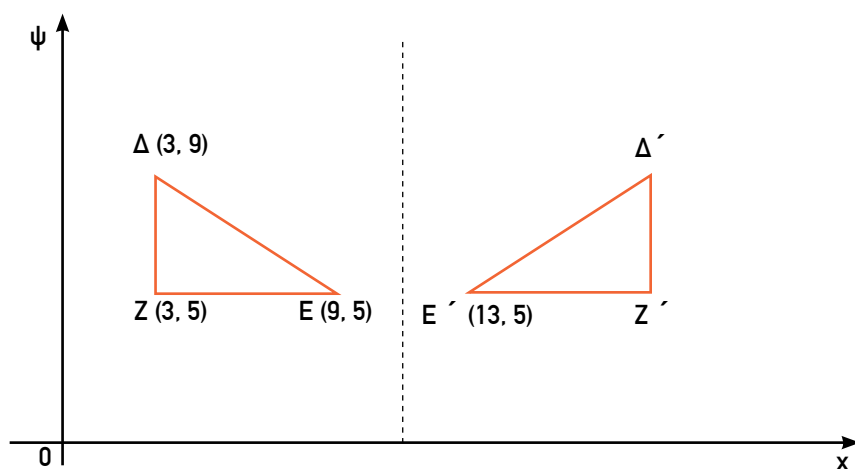
Γ. 1:2

Δ. 2:1

13. Ποια από τα πιο κάτω σχήματα έχουν την ίδια περίμετρο με το σχήμα Σ;



14. Το ορθογώνιο τρίγωνο  $\Delta'Z'E'$  είναι συμμετρικό του τριγώνου  $\Delta EZ$  με άξονα συμμετρίας τη διακεκομμένη γραμμή. Να γράψετε τις συντεταγμένες των κορυφών  $\Delta'$  και  $Z'$  του τριγώνου  $\Delta'Z'E'$ .

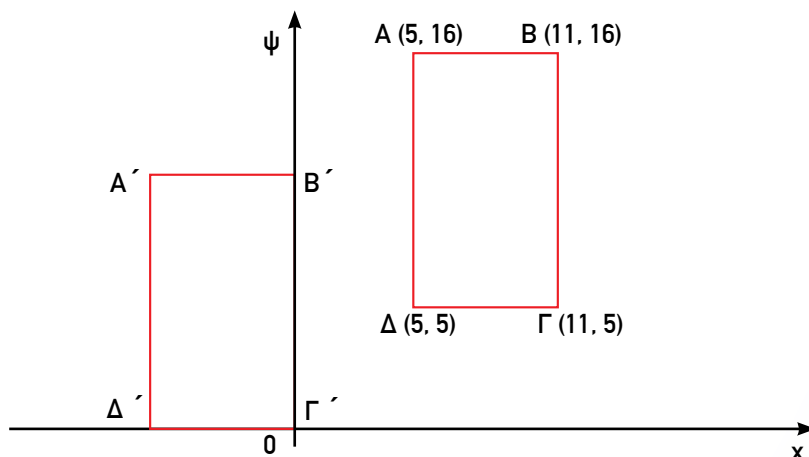


$\Delta'$  ( \_\_\_\_ , \_\_\_\_ )

$E'$  ( 13 , 5 )

$Z'$  ( \_\_\_\_ , \_\_\_\_ )

15. Το ορθογώνιο  $ΑΒΓΔ$  έχει μεταφερθεί, ώστε το σημείο  $\Gamma'$  να βρίσκεται στο σημείο  $(0,0)$ . Να γράψετε τις συντεταγμένες του ορθογωνίου  $Α'Β'Γ'Δ'$ .



$A'$  ( \_\_\_\_ , \_\_\_\_ )

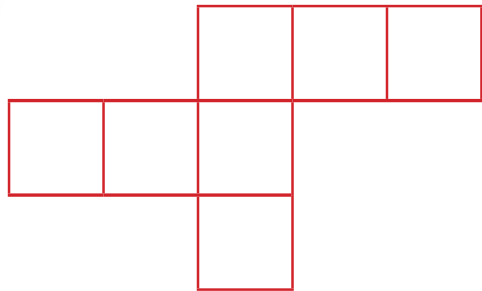
$B'$  ( \_\_\_\_ , \_\_\_\_ )

$\Gamma'$  ( \_\_\_\_ , \_\_\_\_ )

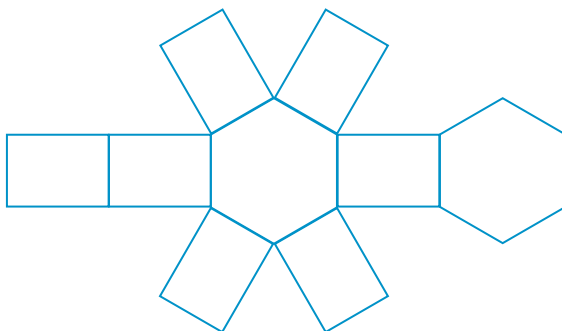
$\Delta'$  ( \_\_\_\_ , \_\_\_\_ )

16. Να αφαιρέσετε ένα πολύγωνο από κάθε ανάπτυγμα, ώστε όταν διπλωθεί να σχηματίζει:

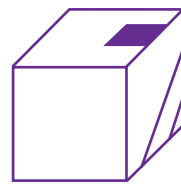
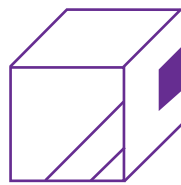
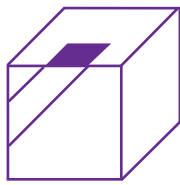
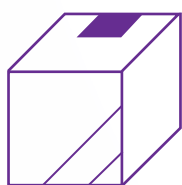
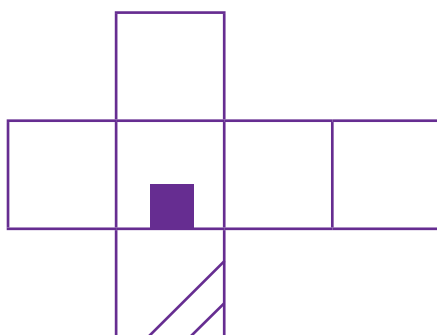
(α) κύβο



(β) εξαγωνικό πρίσμα



17. Σε ποιον κύβο ανήκει το ανάπτυγμα; Να τον βάλετε σε κύκλο.



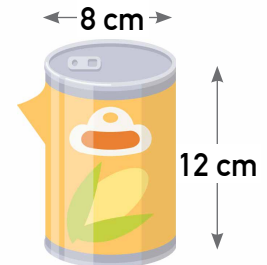
18. Να επιλύσετε τα προβλήματα. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

(α) Ένα ενυδρείο έχει σχήμα ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο. Το μήκος του είναι  $1,20\text{ m}$ , το πλάτος του είναι  $60\text{ cm}$  και το ύψος του  $80\text{ cm}$ . Να υπολογίσετε τον όγκο του νερού στο ενυδρείο, αν το νερό φτάνει σε ύψος  $70\text{ cm}$ .

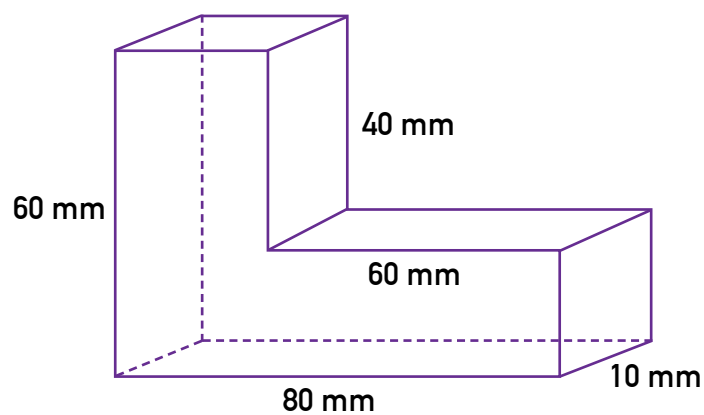
(β) Μια κυλινδρική κονσέρβα έχει ύψος  $12\text{ cm}$  και διάμετρο βάσης  $8\text{ cm}$ .

(i) Γύρω από την κονσέρβα τοποθετείται αυτοκόλλητη ετικέτα που καλύπτει ολόκληρη την επιφάνεια. Να υπολογίσετε το μήκος της ετικέτας.

(ii) Το υλικό της παράπλευρης επιφάνειας που απαιτείται για την κατασκευή της κονσέρβας κοστίζει  $\text{€}0,25$  το τετραγωνικό μέτρο. Ποιο είναι το κόστος της κατασκευής  $1000$  κονσέρβων;



19. Να υπολογίσετε τον όγκο του πιο κάτω στερεού.



20. Το πιο κάτω στερεό έχει όγκο  $165\text{ cm}^3$ . Να υπολογίσετε την τιμή του  $x$ .

