

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ, ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΝΕΟΛΑΙΑΣ
ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ - ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΩΝ

Μαθηματικά

Στ' Τάξη

Μέρος 1



Συγγραφική ομάδα:	Αθανασίου Χρύσω Δεληγιάννη Ελένη Παναούρα-Μάκη Γεωργία Παντζιαρά Μαριλένα Σιακαλλή Μύρια Χειμωνή Μαρία
Επιστημονικοί συνεργάτες:	Παναούρα Ρίτα, Πανεπιστήμιο Frederick Πίπτα-Πανταζή Δήμητρα, Πανεπιστήμιο Κύπρου Πιπάλης Μάριος, Πανεπιστήμιο Κύπρου Χρίστου Κωνσταντίνος, Πανεπιστήμιο Κύπρου
Σύνδεσμος Επιθεωρητής:	Σιμημπρά-Κωνσταντίνου Ανδρούλα
Ηλεκτρονικός σχεδιασμός:	Χατζηθεοδοσίου Άντρη, Λειτουργός Υπηρεσίας Ανάπτυξης Προγραμμάτων
Ηλ. σελίδωση:	Χατζηθεοδοσίου Άντρη Λειτουργός Υπηρεσίας Ανάπτυξης Προγραμμάτων
Συντονισμός έκδοσης:	Παρπούνας Χρίστος, Συντονιστής Υπηρεσίας Ανάπτυξης Προγραμμάτων
Ευχαριστίες:	Η ομάδα ανάπτυξης των εγχειριδίων των Μαθηματικών ευχαριστεί όλους/ες τους/τις εκπαιδευτικούς για την ουσιαστική και πολύτιμη ανατροφοδότηση που παρέιχαν για την αναθεώρηση των εγχειριδίων της Στ΄ τάξης.

Α΄ Έκδοση: 2016

Β΄ Έκδοση: 2021

Ανατύπωση: 2022

Εκτύπωση: Printfair Γρ. Τέχνες ΕΠΕ

© ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ, ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΝΕΟΛΑΙΑΣ
ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ
ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΩΝ

ISBN: 978-9963-0-1732-4



Στο εξώφυλλο χρησιμοποιήθηκε ανακυκλωμένο χαρτί σε ποσοστό τουλάχιστον 50%, προερχόμενο από διαχείριση απορριμμάτων χαρτιού. Το υπόλοιπο ποσοστό προέρχεται από υπεύθυνη διαχείριση δασών.

Ο εκσυγχρονισμός στη διδασκαλία και μάθηση των Μαθηματικών, ώστε να συνάδουν με την καθημερινή ζωή και να προετοιμάζουν τα σημερινά παιδιά και αυριανούς πολίτες για την αντιμετώπιση των προκλήσεων της κοινωνίας μας, έχει πρωτεύοντα ρόλο στους σχεδιασμούς του ΥΠΠΑΝ. Στο πλαίσιο αυτό, το Αναθεωρημένο Αναλυτικό Πρόγραμμα Μαθηματικών έχει ως όραμα την ανάπτυξη μαθηματικών γνώσεων και δεξιοτήτων, όπως η επίλυση σύνθετων προβλημάτων, ο συλλογισμός, η κριτική σκέψη και η δημιουργικότητα. Η φιλοσοφία και το περιεχόμενο του Αναλυτικού Προγράμματος Μαθηματικών στηρίζεται σε διεθνώς δοκιμασμένες πρακτικές και αποτελέσματα, ενώ παράλληλα λαμβάνει υπόψη τις ιδιαιτερότητες του κυπριακού εκπαιδευτικού συστήματος και τη μετάβαση των παιδιών από τη μια βαθμίδα στην άλλη.

Ιδιαίτερη έμφαση δίνεται στην εννοιολογική κατανόηση, τη διαδικαστική επάρκεια και την ανάπτυξη θετικών στάσεων προς τα Μαθηματικά. Ταυτόχρονα, επισημαίνεται ο ρόλος της διαφοροποίησης, ώστε το μάθημα των Μαθηματικών να απευθύνεται σε όλα τα παιδιά. Κεντρικό ρόλο έχει και η αξιοποίηση της τεχνολογίας, ώστε να εμπλουτίζεται το μάθημα με τρόπο που δρα προσθετικά ως προς τα μαθησιακά αποτελέσματα και να ενισχύεται η ανάπτυξη ψηφιακών ικανοτήτων από τα παιδιά.

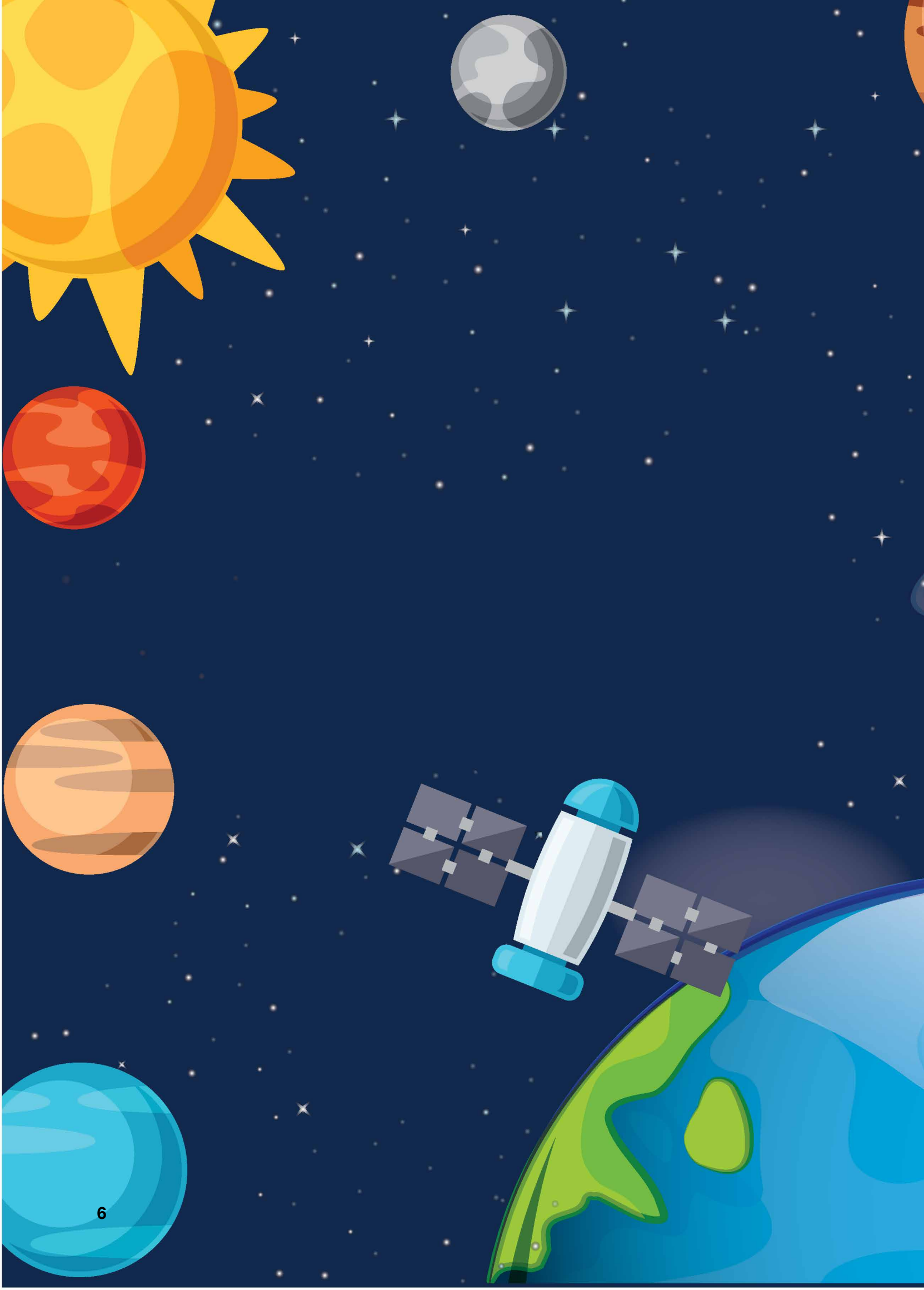
Με βάση αυτές τις προτεραιότητες, ξεκίνησε η συγγραφή των νέων εγχειριδίων των Μαθηματικών, τα οποία υιοθετούν το μοντέλο της διερευνητικής μάθησης. Τα σχολικά εγχειρίδια για τη ΣΤ' τάξη έχουν διαμορφωθεί με τρόπο που να προετοιμάζουν τα παιδιά για τα Μαθηματικά της Α' Γυμνασίου. Στην αρχή κάθε ενότητας παρατίθενται τα θέματα. Τα μαθήματα αρχίζουν με δραστηριότητες εξερεύνησης και διερεύνησης, οι οποίες υποκινούν την περιέργεια και το ενδιαφέρον των παιδιών. Ειδικότερα, οι δραστηριότητες διερεύνησης προσανατολίζουν τα παιδιά στον στόχο κάθε μαθήματος. Στη συνέχεια, παρουσιάζονται οι νέες έννοιες και παραδείγματα επίλυσης διαφόρων δραστηριοτήτων. Τα μαθήματα ολοκληρώνονται με διαβαθμισμένες δραστηριότητες, μέσα από τις οποίες επιτυγχάνεται η εξάσκηση, η εμπέδωση και η επέκταση. Το περιεχόμενο κάθε ενότητας εμπλουτίζεται περεταίρω με δραστηριότητες ενότητας και δραστηριότητες εμπλουτισμού, οι οποίες απευθύνονται στις διαφορετικές ανάγκες και προσδοκίες κάθε παιδιού.

Το ΥΠΠΑΝ εκφράζει θερμές ευχαριστίες προς την Ομάδα συγγραφής των νέων εγχειριδίων των Μαθηματικών, καθώς και προς τους/τις εκπαιδευτικούς που παρέχουν ουσιαστική ανατροφοδότηση, με σκοπό την αναθεώρηση και συνεχή βελτίωσή τους.

Δρ Μάριος Στυλιανίδης
Διευθυντής Δημοτικής Εκπαίδευσης

Περιεχόμενα

	Σελίδα
ΕΝΟΤΗΤΑ 1	7
Επανάληψη	
ΕΝΟΤΗΤΑ 2	30
Ακέραιοι αριθμοί, Προτεραιότητα πράξεων, Άλγεβρα	
ΕΝΟΤΗΤΑ 3	89
Δυνάμεις, Αριθμοί ως το δισεκατομμύριο, Διαιρετότητα	



ΕΝΟΤΗΤΑ 1



Ενότητα 1

Στην ενότητα αυτή θα θυμηθούμε:

- Στρατηγικές νοερών υπολογισμών σε προσθέσεις και αφαιρέσεις
- Κατακόρυφοι αλγόριθμοι πρόσθεσης και αφαίρεσης
- Ιδιότητες πράξεων
- Κατακόρυφοι αλγόριθμοι πολλαπλασιασμού και διαίρεσης
- Επίλυση προβλημάτων μίας και δύο πράξεων προσθετικής και πολλαπλασιαστικής δομής

- Στρατηγικές νοερών υπολογισμών πρόσθεσης και αφαίρεσης

Παραδείγματα:

$$25 + 27 = 25 + 25 + 2 = 50 + 2 = 52$$

$$199 + 36 = (199 + 1) + (36 - 1) = 200 + 35 = 235$$

$$185 - 99 = 185 - 100 + 1 = 85 + 1 = 86$$

$$238 - 139 = 239 - 139 - 1 = 100 - 1 = 99$$

- Κατακόρυφος αλγόριθμος πρόσθεσης

Παραδείγματα:

	Ε	Δ	Μ
	5	2	6
+	1	4	3
	6	6	9

	Χ	Ε	Δ	Μ
	1		1	
	3	1	2	5
+	2	9	4	6
	6	0	7	1

- Κατακόρυφος αλγόριθμος αφαίρεσης

Παραδείγματα:

	Χ	Ε	Δ	Μ
	1	9	9	7
-		4	5	3
	1	5	4	4

	Χ	Ε	Δ	Μ
	3	10	2	13
	4	0	3	3
-	1	8	2	9
	2	2	0	4

Παραδείγματα

1. Να κάνετε τις πιο κάτω πράξεις, χρησιμοποιώντας στρατηγικές νοερών υπολογισμών.

(α) $199 + 199$ (β) $403 - 299$

Λύση:

(α) $199 + 199 = 200 + 200 - 2 = 400 - 2 = 398$

(β) $403 - 299 = 403 - 300 + 1 = 103 + 1 = 104$

2. Να κάνετε τις πιο κάτω πράξεις κατακόρυφα.

(α) $243 + 325$ (β) $578 + 251$ (γ) $976 - 234$ (δ) $462 - 248$

Λύση:

$$\begin{array}{r} \text{(α)} \quad 243 \\ + 325 \\ \hline 568 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{(β)} \quad \overset{1}{5}78 \\ + 251 \\ \hline 829 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{(γ)} \quad 976 \\ - 234 \\ \hline 742 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{(δ)} \quad \overset{5}{4}\overset{12}{6}2 \\ - 248 \\ \hline 214 \end{array}$$

3. Στον τελικό αγώνα μιας αθλητικής διοργάνωσης πωλήθηκαν 8000 εισιτήρια. Στον ημιτελικό αγώνα είχαν πωληθεί 3492 εισιτήρια λιγότερα. Πόσα εισιτήρια πωλήθηκαν στον ημιτελικό αγώνα;

Λύση:

Μαθηματική πρόταση: $8000 - 3492 = \nu$


$$\begin{array}{r} 79910 \\ - 8000 \\ \hline - 3492 \\ \hline 4508 \end{array}$$

Για να βρούμε πόσα εισιτήρια πωλήθηκαν στον ημιτελικό αγώνα, υπολογίζουμε τη διαφορά $8000 - 3492$.

Απάντηση: Στον ημιτελικό αγώνα πωλήθηκαν 4508 εισιτήρια.

Δραστηριότητες

1. Να κάνετε τις πιο κάτω πράξεις, χρησιμοποιώντας στρατηγικές νοερών υπολογισμών.

$$(α) 76 + 25 =$$

$$(β) 99 + 24 =$$

$$(γ) 69 + 24 =$$

$$(δ) 365 + 350 =$$

$$(ε) 425 + 427 =$$

$$(στ) 398 + 233 =$$

$$(ζ) 350 - 52 =$$

$$(η) 202 - 99 =$$

$$(θ) 282 - 85 =$$

$$(ι) 1238 - 1139 =$$

$$(ια) 900 - 819 =$$

$$(ιβ) 1250 - 198 =$$

2. Να κάνετε τις πιο κάτω πράξεις στο τετράδιό σας, χρησιμοποιώντας τον κατακόρυφο αλγόριθμο.

$$(α) 356 + 24$$

$$(β) 48 + 756$$

$$(γ) 680 + 352$$

$$(δ) 543 + 689$$

$$(ε) 1324 + 7890$$

$$(στ) 789 + 2345$$

$$(ζ) 5432 + 453$$

$$(η) 17\,848 + 4189$$

$$(θ) 18\,640 + 15\,067$$

$$(ι) 876 - 252$$

$$(ια) 562 - 294$$

$$(ιβ) 4352 - 1941$$

$$(ιγ) 960 - 644$$

$$(ιδ) 9605 - 3234$$

$$(ιε) 9000 - 5379$$

$$(ιστ) 16\,008 - 3189$$

$$(ιζ) 72\,300 - 48\,563$$

$$(ιη) 767\,000 - 98\,463$$

3. Να συμπληρώσετε τα ψηφία που λείπουν στις πιο κάτω πράξεις.

$$(α) \begin{array}{r} 29\bigcirc \\ + 9\bigcirc5 \\ \hline 1229 \end{array}$$

$$(β) \begin{array}{r} \bigcirc680 \\ + 1\bigcirc57 \\ \hline 6037 \end{array}$$

$$(γ) \begin{array}{r} 9\bigcirc7 \\ - 327 \\ \hline 660 \end{array}$$

$$(δ) \begin{array}{r} 8658\bigcirc \\ - \bigcirc2529 \\ \hline 34058 \end{array}$$

4. Να επιλύσετε τα προβλήματα.

(α) Στους Ολυμπιακούς Αγώνες του Λονδίνου το 2012 απονεμήθηκαν 302 χρυσά, 304 αργυρά και 356 χάλκινα μετάλλια. Ποιος ήταν ο συνολικός αριθμός των μεταλλίων που απονεμήθηκαν;

Μαθηματική πρόταση: _____

Απάντηση: _____

(β) Ο συνολικός αριθμός των εισιτηρίων που πωλήθηκαν για έναν ποδοσφαιρικό αγώνα ήταν 7000. Τα άτομα που τελικά παρακολούθησαν τον αγώνα στο γήπεδο ήταν 6886. Πόσα άτομα αγόρασαν εισιτήριο, αλλά δεν προσήλθαν στο γήπεδο;

Μαθηματική πρόταση: _____

Απάντηση: _____

(γ) Το μεγαλύτερο σε έκταση νησί της Μεσογείου είναι η Σικελία, με έκταση $25\,426\text{ km}^2$. Η έκταση της Κύπρου είναι ίση με 9251 km^2 . Πόση είναι η διαφορά στην έκταση των δύο νησιών;

Μαθηματική πρόταση: _____

Απάντηση: _____

(δ) Ο ιδιοκτήτης μιας εταιρείας είχε στη διάθεσή του €40 000 για την αγορά ηλεκτρονικών υπολογιστών και εκτυπωτών. Ξόδεψε €23 867 για την αγορά ηλεκτρονικών υπολογιστών και €12 678 για την αγορά εκτυπωτών. Πόσα χρήματα του περίσσεψαν;

Μαθηματική πρόταση: _____

Απάντηση: _____

5. Ο πιο κάτω πίνακας παρουσιάζει τον μόνιμο πληθυσμό των 4 νομών της Κρήτης το 2011.

Νομός	Πληθυσμός
Ηρακλείου	305 490
Λασιθίου	75 381
Ρεθύμνου	85 609
Χανίων	156 585

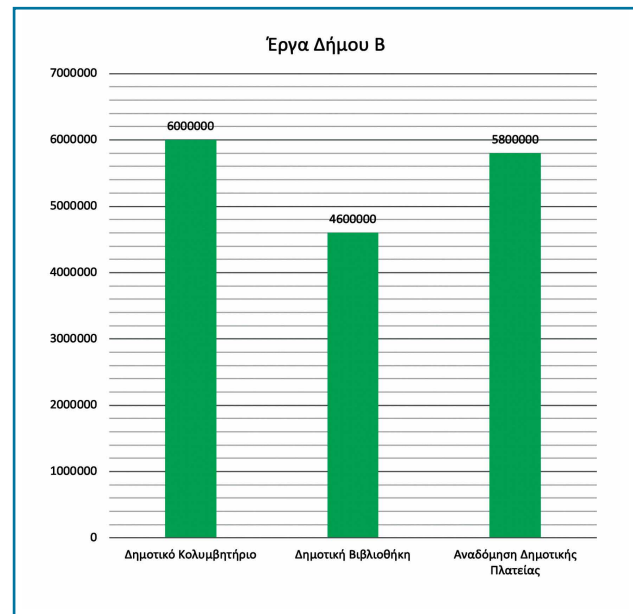
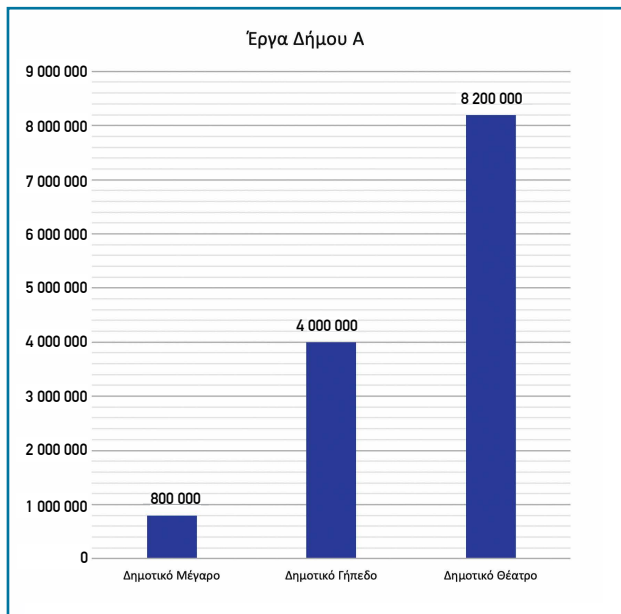


(α) Να εκτιμήσετε τον συνολικό πληθυσμό της Κρήτης.

(β) Να υπολογίσετε τον συνολικό πληθυσμό της Κρήτης.

(γ) Να υπολογίσετε τη διαφορά στον πληθυσμό του νομού με τον μεγαλύτερο πληθυσμό από τον νομό με τον μικρότερο πληθυσμό.

6. Τα πιο κάτω ραβδογράμματα παρουσιάζουν το κόστος των προγραμματισμένων έργων σε δύο δήμους.



(α) Να εκτιμήσετε σε ποιον από τους δύο δήμους το συνολικό κόστος των προγραμματισμένων έργων είναι μεγαλύτερο.

(β) Να υπολογίσετε το συνολικό κόστος των έργων σε κάθε δήμο.

(γ) Να υπολογίσετε τη διαφορά στο συνολικό κόστος των έργων στους δύο δήμους.

• Ιδιότητες της πρόσθεσης

■ Αντιμεταθετική ιδιότητα της πρόσθεσης

Όταν προσθέτω δύο αριθμούς, το αποτέλεσμα δεν επηρεάζεται από τη σειρά με την οποία προσθέτω τους αριθμούς.

Παράδειγμα:

$$3 + 5 = 5 + 3$$

$$8 = 8$$

■ Προσεταιριστική ιδιότητα της πρόσθεσης

Όταν προσθέτω τρεις ή περισσότερους αριθμούς, το αποτέλεσμα δεν επηρεάζεται από τη σειρά με την οποία κάνω τις προσθέσεις.

Παράδειγμα:

$$(6 + 3) + 7 = 6 + (3 + 7)$$

$$9 + 7 = 6 + 10$$

$$16 = 16$$

■ Το 0 είναι το ουδέτερο στοιχείο της πρόσθεσης.

Παράδειγμα:

$$5 + 0 = 5$$

$$0 + 5 = 5$$

• Ιδιότητες του πολλαπλασιασμού

- Αντιμεταθετική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού
Όταν πολλαπλασιάζω δύο αριθμούς, το αποτέλεσμα δεν επηρεάζεται από τη σειρά με την οποία πολλαπλασιάζω τους αριθμούς.

Παράδειγμα:

$$\begin{aligned}3 \cdot 4 &= 4 \cdot 3 \\12 &= 12\end{aligned}$$

Για να δείξουμε την πράξη του πολλαπλασιασμού, χρησιμοποιούμε το σύμβολο « \times » ή το σύμβολο « \cdot ». Για παράδειγμα,
 $3 \times 4 = 12$ ή $3 \cdot 4 = 12$

- Προσεταιριστική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού
Όταν πολλαπλασιάζω τρεις ή περισσότερους αριθμούς, το αποτέλεσμα δεν επηρεάζεται από τη σειρά με την οποία κάνω τους πολλαπλασιασμούς.

Παράδειγμα:

$$\begin{aligned}(2 \cdot 8) \cdot 5 &= 2 \cdot (8 \cdot 5) \\16 \cdot 5 &= 2 \cdot 40 \\80 &= 80\end{aligned}$$

- Επιμεριστική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού ως προς την πρόσθεση

Παράδειγμα:

$$\begin{aligned}4 \cdot 17 &= 4 \cdot (10 + 7) \\&= (4 \cdot 10) + (4 \cdot 7) \\&= 40 + 28 \\&= 68\end{aligned}$$

- Επιμεριστική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού ως προς την αφαίρεση

Παράδειγμα:

$$\begin{aligned}6 \cdot 28 &= 6 \cdot (30 - 2) \\&= (6 \cdot 30) - (6 \cdot 2) \\&= 180 - 12 \\&= 168\end{aligned}$$

- Το 1 είναι το ουδέτερο στοιχείο του πολλαπλασιασμού.

Παράδειγμα:

$$\begin{aligned}1 \cdot 7 &= 7 \\7 \cdot 1 &= 7\end{aligned}$$

- Το 0 είναι το απορροφητικό στοιχείο του πολλαπλασιασμού.

Παράδειγμα:

$$\begin{aligned}0 \cdot 9 &= 0 \\9 \cdot 0 &= 0\end{aligned}$$

• Αντίθετες και αντίστροφες πράξεις

- Η πρόσθεση και η αφαίρεση είναι αντίθετες πράξεις.

Παράδειγμα:

$$45 + \cancel{38} - \cancel{38} = 45$$

- Ο πολλαπλασιασμός και η διαίρεση είναι αντίστροφες πράξεις.

Παράδειγμα:

$$15 \cdot \cancel{8} \div \cancel{8} = 15$$

Παραδείγματα

1. Να χρησιμοποιήσετε τις ιδιότητες των πράξεων, για να υπολογίσετε την τιμή των πιο κάτω αριθμητικών παραστάσεων.

$$(α) 43 + 35 + 17 = ν \quad (β) 25 \cdot 19 \cdot 4 = ν \quad (γ) 7 \cdot 83 = ν$$

Λύση:

$$\begin{aligned}(α) 43 + 35 + 17 &= 35 + 43 + 17 \\ &= 35 + (43 + 17) \\ &= 35 + 60 \\ &= 95\end{aligned}$$

Εφαρμόζεται η αντιμεταθετική ιδιότητα της πρόσθεσης.

Εφαρμόζεται η προσεταιριστική ιδιότητα της πρόσθεσης.

$$\begin{aligned}(β) 25 \cdot 19 \cdot 4 &= 19 \cdot 25 \cdot 4 \\ &= 19 \cdot (25 \cdot 4) \\ &= 19 \cdot 100 \\ &= 1900\end{aligned}$$

Εφαρμόζεται η αντιμεταθετική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού.

Εφαρμόζεται η προσεταιριστική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού.

$$\begin{aligned}(γ) 7 \cdot 83 &= 7 \cdot (80 + 3) \\ &= (7 \cdot 80) + (7 \cdot 3) \\ &= 560 + 21 \\ &= 581\end{aligned}$$

Εφαρμόζεται η επιμεριστική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού ως προς την πρόσθεση.

2. Να υπολογίσετε το πηλίκο της διαίρεσης $288 \div 9$, χρησιμοποιώντας την επιμεριστική ιδιότητα.

Λύση:

$$\begin{aligned}288 \div 9 &= (270 + 18) \div 9 \\ &= (270 \div 9) + (18 \div 9) \\ &= 30 + 2 \\ &= 32 \\ &\text{ή}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}288 \div 9 &= (180 + 90 + 18) \div 9 \\ &= (180 \div 9) + (90 \div 9) + (18 \div 9) \\ &= 20 + 10 + 2 \\ &= 32\end{aligned}$$

$$288 \div 9 = 32$$

διαιρετέος

διαιρέτης

πηλίκο

3. Να υπολογίσετε την τιμή των πιο κάτω αριθμητικών παραστάσεων.

$$(α) 375 + 190 + 210 - 190 = ν$$

$$(β) (420 \div 80) \cdot 40 = ν$$

Λύση:

$$(α) 375 + \cancel{190} + 210 - \cancel{190} = 375 + 210 = 585$$

Η πρόσθεση και η αφαίρεση είναι αντίθετες πράξεις.

$$(β) (420 \div \cancel{80}) \cdot \cancel{40} = 420 \div 2 = 210$$

Ο πολλαπλασιασμός και η διαίρεση είναι αντίστροφες πράξεις.

4. Να συμπληρώσετε τον αριθμό που λείπει στις πιο κάτω αριθμητικές παραστάσεις.

$$(α) (480 \div \underline{\quad}) \cdot 90 = 240$$

$$(β) (250 \cdot \underline{\quad}) \div 7 = 750$$

Λύση:

$$(α) (480 \div \cancel{180}) \cdot \cancel{90} = 240$$

Για να προκύψει αποτέλεσμα 240, το 480 πρέπει να διαιρεθεί διά 2.

$$(β) (250 \cdot \cancel{21}) \div \cancel{7} = 750$$

Για να προκύψει αποτέλεσμα 750, το 250 πρέπει να πολλαπλασιαστεί επί 3.

Δραστηριότητες

1. Να χρησιμοποιήσετε τις ιδιότητες των πράξεων, για να υπολογίσετε την τιμή των πιο κάτω αριθμητικών παραστάσεων.

(α) $108 + 89 + 112 =$ _____

(β) $475 + 109 + 125 + 31 =$ _____

(γ) $34 + 35 + 36 + 37 =$ _____

(δ) $5 \cdot 7 \cdot 4 =$ _____

(ε) $3 \cdot 5 \cdot 23 \cdot 20 =$ _____

(στ) $15 \cdot 12 \cdot 20 =$ _____

(ζ) $6 \cdot 32 =$ _____

(η) $39 \cdot 8 =$ _____

(θ) $7 \cdot 135 =$ _____

(ι) $452 \div 4 =$ _____

(ια) $525 \div 5 =$ _____

(ιβ) $936 \div 3 =$ _____

2. Να συμπληρώσετε.

$$(α) 270 + 250 - 270 = \boxed{}$$

$$(β) 220 + 500 + 370 - 500 = \boxed{}$$

$$(γ) 252 + 2385 - 385 = \boxed{}$$

$$(δ) (6260 + 198) - 1260 = \boxed{}$$

$$(ε) (5632 + \boxed{}) - 450 = 7632$$

$$(στ) (7800 + 1300) - \boxed{} = 2300$$

$$(ζ) (1200 + 3913) - \boxed{} = 2200$$

$$(η) (\boxed{} - 510) + 4510 = 9000$$

3. Να συμπληρώσετε.

$$(α) (225 \div 25) \cdot 50 = \boxed{}$$

$$(β) (400 \cdot 15) \div 60 = \boxed{}$$

$$(γ) (720 \div 40) \cdot 80 = \boxed{}$$

$$(δ) (4 \cdot 180) \div 30 = \boxed{}$$

$$(ε) (300 \cdot \boxed{}) \div 6 = 900$$

$$(στ) (240 \div \boxed{}) \cdot 40 = 80$$

$$(ζ) (240 \cdot \boxed{}) \div 50 = 120$$

$$(η) (180 \div \boxed{}) \cdot 40 = 360$$

4. Να χρησιμοποιήσετε το γινόμενο $3 \cdot 5 \cdot 7 = 105$ και τις ιδιότητες των πράξεων, για να υπολογίσετε τα γινόμενα.

$$(α) 3 \cdot 7 \cdot 5$$

$$(β) 3 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 7$$

$$(γ) 9 \cdot 5 \cdot 7$$

$$(δ) 3 \cdot 25 \cdot 7$$

5. Να επιλύσετε τα προβλήματα στο τετράδιό σας.

(α) Ο Δημήτρης αγόρασε τον πιο κάτω εξοπλισμό για σκι.



Να υπολογίσετε το συνολικό κόστος του εξοπλισμού που αγόρασε ο Δημήτρης.

(β) Το κυλικείο ενός σχολείου παρέλαβε 4 κιβώτια με χυμούς. Σε κάθε κιβώτιο υπήρχαν 12 συσκευασίες που η καθεμιά είχε 25 χυμούς. Να υπολογίσετε τον συνολικό αριθμό των χυμών που παρέλαβε το κυλικείο του σχολείου.

(γ) Σε ένα φυτώριο καλλιεργήθηκαν 485 πετούνιες και 680 πανσέδες. Ο υπεύθυνος του φυτωρίου θα τοποθετήσει τα φυτά σε συσκευασίες. Κάθε συσκευασία θα περιέχει 5 φυτά. Να υπολογίσετε τον αριθμό των συσκευασιών που θα χρειαστεί.

(δ) Ένας θιάσος πραγματοποίησε τρεις θεατρικές παραστάσεις. Από την πρώτη παράσταση εισπράχθηκαν €2250, από τη δεύτερη €3785 και από την τρίτη €4310. Το έξοδα του θιάσου και για τις τρεις παραστάσεις ήταν €2785. Να υπολογίσετε το κέρδος του θιάσου από όλες τις θεατρικές παραστάσεις.

(ε) Σε ένα τυπογραφείο υπάρχουν 6 πακέτα κίτρινου χαρτιού και 8 πακέτα γαλάζιου χαρτιού. Κάθε πακέτο περιέχει 500 φύλλα χαρτιού. Να υπολογίσετε τον συνολικό αριθμό κίτρινων και γαλάζιων φύλλων χαρτιού που υπάρχουν στο τυπογραφείο.

6. Να συμπληρώσετε τον αριθμό που λείπει.

(α) $7 \cdot 32 = \underline{\quad} \cdot 8$

(β) $9 \cdot 100 = \underline{\quad} \cdot 20$

(γ) $12 \cdot 25 = \underline{\quad} \cdot 5$

(δ) $8 \cdot 32 = 4 \cdot \underline{\quad}$

(ε) $10 \cdot 42 = \underline{\quad} \cdot 7$

(στ) $\underline{\quad} \cdot 18 = 4 \cdot 90$

Στην Ε΄ τάξη μάθαμε ...

- Κατακόρυφος αλγόριθμος πολλαπλασιασμού

Παράδειγμα:

$$\begin{array}{r} 1024 \\ \times \quad 18 \\ \hline 8192 \rightarrow 8 \times 1024 \\ 10240 \rightarrow 10 \times 1024 \\ \hline 18432 \end{array}$$

- Κατακόρυφος αλγόριθμος διαίρεσης

Παράδειγμα:

$$\begin{array}{r} \text{Διαιρετέος} \quad 452 \quad | \quad 16 \quad \text{Διαιρέτης} \\ - \quad 32 \quad 28 \\ \hline \quad 132 \\ - \quad 128 \\ \hline \quad \quad 4 \\ \text{υπόλοιπο} \end{array}$$

πηλίκιο

Επαλήθευση: $452 = (16 \cdot 28) + 4$

Πολλαπλασιασμός και Διαίρεση

Παραδείγματα

1. Να εκτιμήσετε τα γινόμενα.

$$(α) 5 \cdot 48 = v$$

$$(β) 89 \cdot 48 = v$$

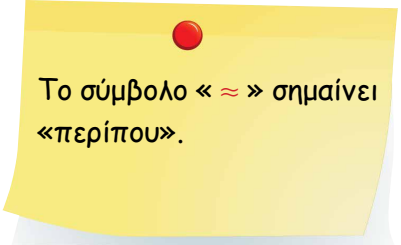
$$(γ) 589 \cdot 31 = v$$

Λύση:

$$(α) 5 \cdot 48 \approx 5 \cdot 50 = 250$$

$$(β) 89 \cdot 48 \approx 90 \cdot 50 = 4500$$

$$(γ) 589 \cdot 31 \approx 600 \cdot 30 = 18\ 000$$



Το σύμβολο « \approx » σημαίνει «περίπου».

2. Να κάνετε τους πιο κάτω πολλαπλασιασμούς, χρησιμοποιώντας τον κατακόρυφο αλγόριθμο.

$$(α) 5 \cdot 127 = v$$

$$(β) 54 \cdot 25 = v$$

$$(γ) 573 \cdot 32 = v$$

Λύση:

$$(α) \begin{array}{r} 127 \\ \times 5 \\ \hline 635 \end{array}$$

$$(β) \begin{array}{r} 54 \\ \times 25 \\ \hline 270 \\ + 108 \\ \hline 1350 \end{array}$$

$$(γ) \begin{array}{r} 573 \\ \times 32 \\ \hline 1146 \\ 1719 \\ \hline 18336 \end{array}$$

3. Να εκτιμήσετε και να υπολογίσετε το πηλίκο των πιο κάτω διαιρέσεων, χρησιμοποιώντας τον κατακόρυφο αλγόριθμο. Να επαληθεύσετε την απάντησή σας.

$$(α) 475 \div 41 = v$$

$$(β) 197 \div 11 = v$$

$$(γ) 6084 \div 12 = v$$

Λύση:

$$(α) 475 \div 41 = v$$

Εκτίμηση

$$475 \div 41 \approx 480 \div 40 = 12$$

Υπολογισμός

$$\begin{array}{r} \overset{|}{\overset{|}{475}} \quad | \quad 41 \\ - 41 \quad | \quad 11 \\ \hline 65 \\ - 41 \\ \hline 24 \end{array}$$

Επαλήθευση

$$(11 \cdot 41) + 24 = 475$$

$$(β) 197 \div 11 = v$$

Εκτίμηση

$$197 \div 11 \approx 200 \div 10 = 20$$

Υπολογισμός

$$\begin{array}{r} \overset{|}{\overset{|}{197}} \quad | \quad 11 \\ - 11 \quad | \quad 17 \\ \hline 87 \\ - 77 \\ \hline 10 \end{array}$$

Επαλήθευση

$$(17 \cdot 11) + 10 = 197$$

$$(γ) 6084 \div 12 = v$$

Εκτίμηση

$$6084 \div 12 \approx 6000 \div 12 = 500$$

Υπολογισμός

$$\begin{array}{r} \overset{|}{\overset{|}{\overset{|}{\overset{|}{6084}}}} \quad | \quad 12 \\ - 60 \quad | \quad 507 \\ \hline 084 \\ - 84 \\ \hline 0 \end{array}$$

Επαλήθευση

$$507 \cdot 12 = 6084$$

Δραστηριότητες

1. Να συμπληρώσετε τα γινόμενα, όπως στο παράδειγμα.

Παράδειγμα:

$6 \cdot 3 = 18$

$6 \cdot 30 = 180$

$6 \cdot 300 = 1800$

$4 \cdot 8 = \underline{\hspace{2cm}}$

$4 \cdot 80 = \underline{\hspace{2cm}}$

$4 \cdot 8000 = \underline{\hspace{2cm}}$

$5 \cdot 9 = \underline{\hspace{2cm}}$

$5 \cdot 900 = \underline{\hspace{2cm}}$

$5 \cdot 90\,000 = \underline{\hspace{2cm}}$

$2 \cdot 7 = \underline{\hspace{2cm}}$

$20 \cdot 70 = \underline{\hspace{2cm}}$

$200 \cdot 70 = \underline{\hspace{2cm}}$

$3 \cdot 9 = \underline{\hspace{2cm}}$

$300 \cdot 90 = \underline{\hspace{2cm}}$

$30 \cdot 90\,000 = \underline{\hspace{2cm}}$

$6 \cdot 8 = \underline{\hspace{2cm}}$

$60 \cdot 8000 = \underline{\hspace{2cm}}$

$600 \cdot 800 = \underline{\hspace{2cm}}$

2. Να συμπληρώσετε.

Παράδειγμα:

$100 \div 2 = 50$

$1000 \div 2 = 500$

$10\,000 \div 2 = 5000$

$900 \div 90 = \underline{\hspace{2cm}}$

$9000 \div 90 = \underline{\hspace{2cm}}$

$90\,000 \div 90 = \underline{\hspace{2cm}}$

$300 \div 50 = \underline{\hspace{2cm}}$

$3000 \div 50 = \underline{\hspace{2cm}}$

$30\,000 \div 50 = \underline{\hspace{2cm}}$

$140 \div 20 = 7$

$1400 \div 20 = \underline{\hspace{2cm}}$

$14\,000 \div 20 = \underline{\hspace{2cm}}$

$250 \div 50 = \underline{\hspace{2cm}}$

$2500 \div 50 = \underline{\hspace{2cm}}$

$25\,000 \div 50 = \underline{\hspace{2cm}}$

$360 \div 60 = \underline{\hspace{2cm}}$

$3600 \div 60 = \underline{\hspace{2cm}}$

$36\,000 \div 60 = \underline{\hspace{2cm}}$

3. Να εκτιμήσετε και να υπολογίσετε τα πιο κάτω γινόμενα στο τετράδιό σας, χρησιμοποιώντας τον κατακόρυφο αλγόριθμο.

(α) $6 \cdot 79$

(β) $8 \cdot 85$

(γ) $7 \cdot 67$

(δ) $99 \cdot 4$

(ε) $98 \cdot 7$

(στ) $327 \cdot 8$

(ζ) $864 \cdot 7$

(η) $5347 \cdot 8$

(θ) $23 \cdot 18$

(ι) $68 \cdot 49$

(ια) $94 \cdot 28$

(ιβ) $76 \cdot 35$

(ιγ) $509 \cdot 23$

(ιδ) $695 \cdot 71$

(ιε) $547 \cdot 98$

(ιστ) $1038 \cdot 56$

4. Να εκτιμήσετε και να υπολογίσετε τα πιο κάτω πηλίκα στο τετράδιό σας, χρησιμοποιώντας τον κατακόρυφο αλγόριθμο. Να επαληθεύσετε την απάντησή σας.

(α) $736 \div 4$

(β) $848 \div 8$

(γ) $5832 \div 3$

(δ) $4466 \div 22$

(ε) $3575 \div 31$

(στ) $18\,725 \div 62$

(ζ) $48\,012 \div 12$

(η) $3631 \div 45$

(θ) $28\,056 \div 14$

(ι) $5490 \div 63$

(ια) $7201 \div 89$

(ιβ) $54\,138 \div 93$

(ιγ) $1998 \div 22$

(ιδ) $12\,086 \div 39$

(ιε) $31\,985 \div 81$

(ιστ) $7201 \div 92$

5. Να επιλύσετε τα προβλήματα στο τετράδιό σας.

<p>(α) Σε ένα θέατρο υπάρχουν συνολικά 1680 θέσεις. Πόσες θέσεις υπάρχουν σε κάθε σειρά, αν στο θέατρο υπάρχουν 35 σειρές με τον ίδιο αριθμό θέσεων η καθεμιά;</p>	<p>(β) Ένας εκτυπωτής μπορεί να εκτυπώσει 22 σελίδες σε ένα λεπτό. Πόσες σελίδες μπορεί να εκτυπώσει σε μια ώρα, αν εκτυπώνει με τον ίδιο ρυθμό;</p>
<p>(γ) Ένας δήμος διοργάνωσε παιχνίδια κρυμμένου θησαυρού για φιλανθρωπικό σκοπό. Στο παιχνίδι δήλωσαν συμμετοχή 684 άτομα, τα οποία χωρίστηκαν σε ίσες ομάδες των 12 ατόμων. Το δικαίωμα συμμετοχής κάθε ομάδας ήταν €15. Πόσα χρήματα συνολικά συγκέντρωσε ο δήμος;</p>	<p>(δ) Στην πρώτη έκδοση ενός μυθιστορήματος εκτυπώθηκαν 200 150 βιβλία. Στη δεύτερη έκδοση τα βιβλία που εκτυπώθηκαν ήταν κατά 65 180 λιγότερα. Πόσα βιβλία εκτυπώθηκαν συνολικά και στις δύο εκδόσεις του μυθιστορήματος;</p>
<p>(ε) Ένας έμπορος αυτοκινήτων αγόρασε 28 ίδια αυτοκίνητα που το καθένα κόστιζε €9457. Πόσο ήταν το κέρδος του, αν από την πώληση των αυτοκινήτων εισέπραξε συνολικά €350 000;</p>	<p>(στ) Την περασμένη Κυριακή, οι εισπράξεις από την απογευματινή παράσταση ενός θιάσου ήταν €3336. Οι εισπράξεις από τη βραδινή παράσταση ήταν €4224. Πόσα άτομα συνολικά παρακολούθησαν την παράσταση την περασμένη Κυριακή, αν η τιμή κάθε εισιτηρίου ήταν €12;</p>

6. (α) Να τοποθετήσετε τα πιο κάτω ψηφία στον κατακόρυφο πολλαπλασιασμό, ώστε να προκύψει το μεγαλύτερο δυνατό γινόμενο.

3	4	5	7	8	9
x					
<hr style="border: 0.5px solid black;"/>					

(β) Να τοποθετήσετε τα πιο κάτω ψηφία στον κατακόρυφο πολλαπλασιασμό, ώστε να προκύψει το μικρότερο δυνατό γινόμενο.

1	0	4	3	2	6
x					
<hr style="border: 0.5px solid black;"/>					

7. Να συμπληρώσετε, χρησιμοποιώντας τα σύμβολα $<$, $>$, ή $=$, χωρίς να κάνετε τις πράξεις.

(α) $5675 \div 5$ $5675 \div 3$

(β) $9106 \div 8$ $7235 \div 8$

(γ) $3333 \div 3$ $7777 \div 7$

(δ) $8107 \div 19$ $8107 \div 11$

8. Να συμπληρώσεις το μοτίβο, με βάση τον κανόνα σε κάθε περίπτωση.

(α) Πολλαπλασιάζω επί 2 και μετά προσθέτω 3.

	125	253	
--	-----	-----	--

(β) Διαιρώ δια 10 και προσθέτω 20.

	22 800	2 300	
--	--------	-------	--

(γ) Πολλαπλασιάζω επί 5 και αφαιρώ 10.

	90	440	
--	----	-----	--

9. Να συμπληρώσετε.

60 μήνες = χρόνια

72 ώρες = μέρες

84 μέρες = εβδομάδες

480 λεπτά = δευτερόλεπτα

4 χρόνια = μήνες

2 εβδομάδες = ώρες

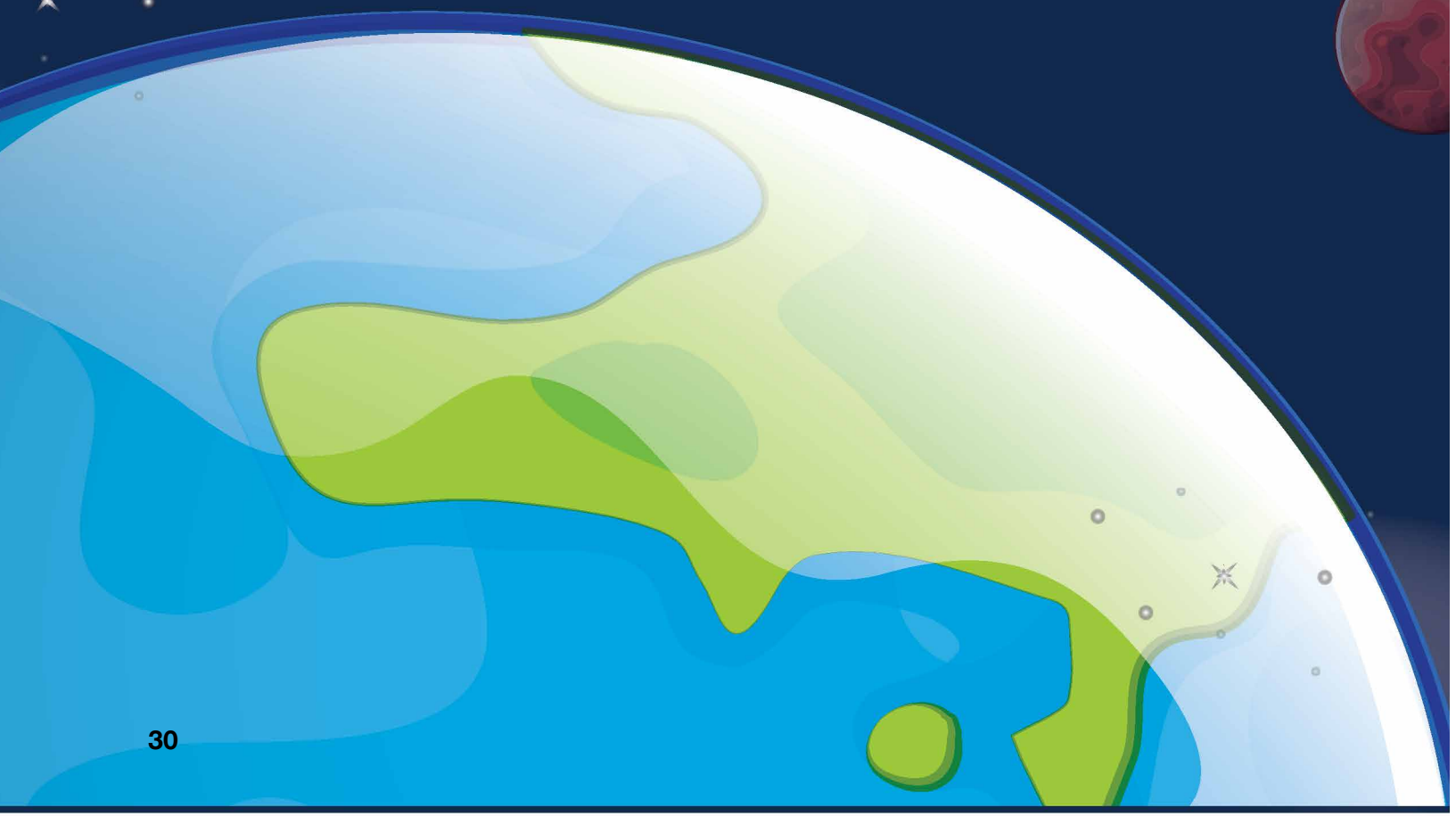
4320 λεπτά = μέρες

1 λεπτό = 60 δευτερόλεπτα
1 ώρα = 60 λεπτά
1 μέρα = 24 ώρες
1 εβδομάδα = 7 μέρες
1 χρόνος = 12 μήνες



ENOHTTA

2



Στην ενότητα αυτή θα μάθουμε:

- Να αναγνωρίζουμε, να αναπαριστούμε και να συγκρίνουμε ακέραιους αριθμούς (θετικούς και αρνητικούς).
- Να προσθέτουμε ακέραιους αριθμούς (θετικούς και αρνητικούς).
- Να εφαρμόζουμε την προτεραιότητα των πράξεων.
- Να χρησιμοποιούμε μεταβλητές.
- Να μεταφράζουμε λεκτικές εκφράσεις σε αλγεβρικές παραστάσεις και αντίστροφα.
- Να υπολογίζουμε την αριθμητική τιμή αλγεβρικών παραστάσεων.
- Να γράφουμε αλγεβρικές παραστάσεις σε απλή μορφή.
- Να γράφουμε αλγεβρικές παραστάσεις, για να αναπαραστήσουμε πληροφορίες και να επιλύσουμε προβλήματα.

Να χρησιμοποιήσετε θετικούς και αρνητικούς αριθμούς, για να αναπαραστήσετε τις πιο κάτω πληροφορίες.

Το ψηλότερο σημείο της Βόρειας Αμερικής είναι το όρος ΜακΚίνλεϊ στην Αλάσκα με ύψος 6184 m πάνω από το επίπεδο της θάλασσας. Το χαμηλότερο σημείο είναι η κοιλάδα Μπαντουότερ στην Καλιφόρνια που βρίσκεται 86 m κάτω από το επίπεδο της θάλασσας.



Το ψηλότερο σημείο της Κύπρου είναι ο Όλυμπος με ύψος 1953 m πάνω από το επίπεδο της θάλασσας. Το χαμηλότερο σημείο είναι η επιφάνεια της Αλυκής στο Ακρωτήρι Λεμεσού που βρίσκεται 3 m κάτω από το επίπεδο της θάλασσας.

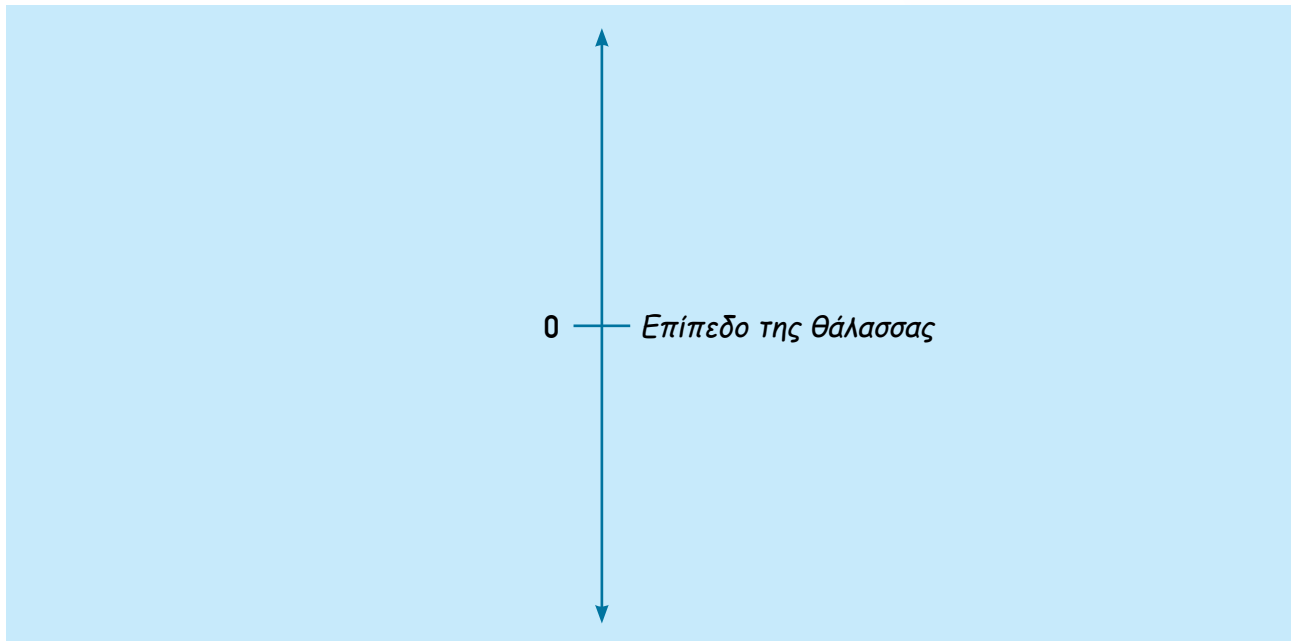


Η βάση του ηφαιστείου Μάουνα Λόα στη Χαβάη βρίσκεται 5180 m κάτω από το επίπεδο της θάλασσας. Η κορυφή του φτάνει τα 4170 m πάνω από το επίπεδο της θάλασσας.



Η Κασπία Θάλασσα είναι η μεγαλύτερη λίμνη της γης και η επιφάνειά της βρίσκεται 28 m κάτω από το επίπεδο της θάλασσας.

(α) Να τοποθετήσετε στην αριθμητική γραμμή, κατά προσέγγιση, τα σημεία που αναφέρονται στις πληροφορίες της Εξερεύνησης.



(β) Ποιο από τα πιο πάνω σημεία έχει το μεγαλύτερο υψόμετρο;

(γ) Ποιο από τα πιο πάνω σημεία βρίσκεται σε μεγαλύτερο βάθος;

(δ) Ποιο είναι το συνολικό ύψος του ηφαιστείου Μάουνα Λόα, από τη βάση μέχρι την κορυφή του; Να επεξηγήσετε.

(ε)

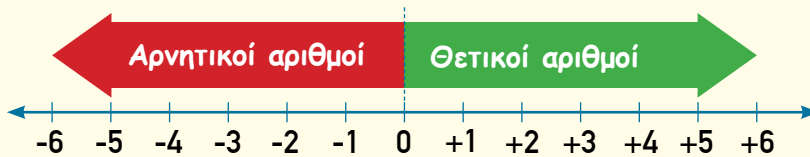


Η Ολλανδία είναι μια σχεδόν επίπεδη χώρα. Είναι μια από τις Κάτω Χώρες. Το ψηλότερο σημείο της βρίσκεται στα 322 m και το χαμηλότερο στα -7 m.

Να σχολιάσετε τη δήλωση της Αριάνας.

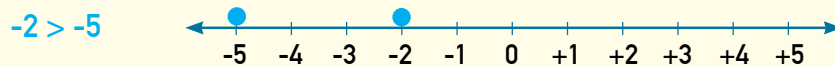
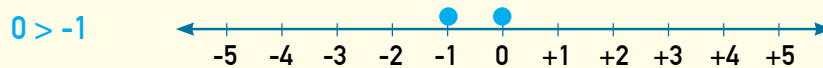
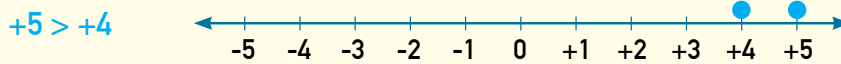
Νέες Έννοιες

- **Θετικός αριθμός:** Είναι ένας αριθμός μεγαλύτερος από το μηδέν.
- **Αρνητικός αριθμός:** Είναι ένας αριθμός μικρότερος από το μηδέν.
- **Πρόσημο αριθμού:** Είναι το σύμβολο "+" ή "-" που γράφεται πριν από τον αριθμό και τον χαρακτηρίζει ως θετικό ή αρνητικό αριθμό αντίστοιχα.



- **Σύγκριση και σειροθέτηση θετικών και αρνητικών αριθμών:**
 - Όσο πιο δεξιά βρίσκεται ένας αριθμός στην αριθμητική γραμμή τόσο πιο μεγάλος είναι.
 - Κάθε θετικός αριθμός είναι μεγαλύτερος από κάθε αρνητικό αριθμό.

Παραδείγματα:



Παραδείγματα

1. Να χρησιμοποιήσετε θετικούς και αρνητικούς αριθμούς, για να αναπαραστήσετε τις πιο κάτω πληροφορίες.

(α) 6 βαθμοί Κελσίου κάτω από το 0

(β) αύξηση κατά 20 cm

(γ) 2 μέτρα κάτω από το επίπεδο της θάλασσας

(δ) ζημιά €300

Λύση:

(α) $-6^{\circ}C$

(β) $+20$ cm ή 20 cm

(γ) -2 m

(δ) $-\text{€}300$

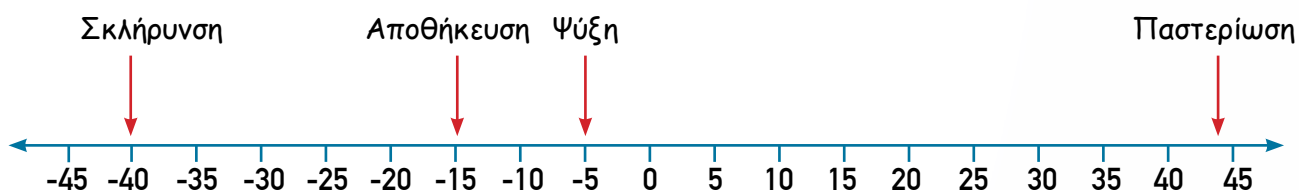
Στους θετικούς αριθμούς το πρόσημο «+» μπορεί να παραληφθεί.

2. Ο πίνακας παρουσιάζει τις θερμοκρασίες στα διάφορα στάδια παρασκευής παγωτού.

Στάδια παρασκευής παγωτού	Θερμοκρασία ($^{\circ}C$)
Παστερίωση	+ 44
Ψύξη	- 5
Σκλήρυνση	-40
Αποθήκευση	-15

Σε ποιο στάδιο παρασκευής παγωτού παρατηρείται η χαμηλότερη θερμοκρασία;

Λύση:



Η χαμηλότερη θερμοκρασία παρατηρείται στο στάδιο της Σκλήρυνσης, γιατί $-40 < -15 < -5 < +44$.

Δραστηριότητες

1. Να σημειώσετε στο θερμόμετρο τις θερμοκρασίες που αναφέρονται στις πιο κάτω πληροφορίες, όπως στο παράδειγμα.

A. Το σημείο βρασμού του νερού είναι 100°C .

B. Το σημείο στο οποίο παγώνει το νερό (σημείο πήξης) είναι 0°C .

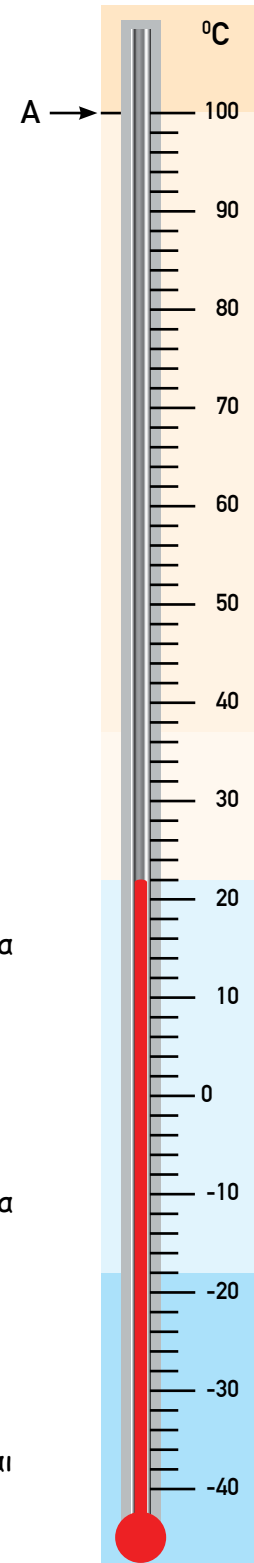
Γ. Το αλμυρό νερό παγώνει στους 18°C κάτω από το μηδέν.

Δ. Η θερμοκρασία του ανθρώπινου σώματος είναι περίπου 37°C .

Ε. Στις 3/1/1964 καταγράφηκε η χαμηλότερη μέχρι σήμερα θερμοκρασία στην Κύπρο και ήταν 13°C κάτω από το μηδέν.

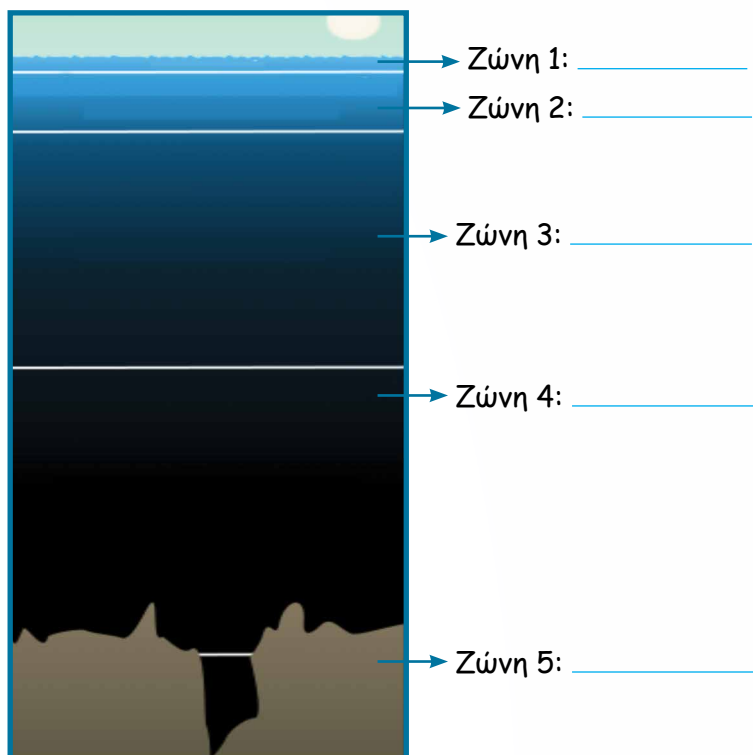
ΣΤ. Η ψηλότερη θερμοκρασία όλων των εποχών που καταγράφηκε επίσημα σημειώθηκε στην Καλιφόρνια, στις 10/7/1913 και ήταν 57°C .

Ζ. Η ιδανική θερμοκρασία για τη συντήρηση κατεψυγμένων τροφίμων είναι -18°C .



2. Οι επιστήμονες διακρίνουν πέντε παράλληλες μεταξύ τους ζώνες, από την επιφάνεια της θάλασσας μέχρι τον βυθό. Να μελετήσετε τις πληροφορίες του πίνακα και να σημειώσετε το όνομα κάθε ζώνης στο διάγραμμα.

Ζώνη	Βάθος από το οποίο αρχίζει
Βαθυπελαγική	-1001 m
Πλουτώνια	-6001 m
Αβυσσοπελαγική	-3801 m
Μεσοπελαγική	-201 m
Επιπελαγική	0 m



3. Ο πιο κάτω πίνακας παρουσιάζει τις χαμηλότερες θερμοκρασίες που καταγράφηκαν στο νησί Στόνινγκτον της Ανταρκτικής.



	Γενάρης	Φεβράριος	Μάρτιος	Απρίλιος	Μάιος	Ιούνιος	Ιούλιος	Αύγουστος	Σεπτέμβριος	Οκτώβριος	Νοέμβριος	Δεκέμβριος
Χαμηλότερη θερμοκρασία (°C)	-12	-11	-35	-27	-36	-37	-36	-37	-39	-29	-20	-13

Να σειροθετήσετε τις θερμοκρασίες, αρχίζοντας από την πιο χαμηλή.

4. (α) Να συμπληρώσετε με τα σύμβολα <, ή >.

$0 \square -1$

$+5 \square -6$

$-9 \square -7$

$-6 \square -7$

$-7 \square -2$

$0 \square +12$

$-9 \square -10$

$+4 \square -11$

$-3 \square 0$

$-15 \square +14$

$-8 \square +8$

$-13 \square +13$

(β) Να σειροθετήσετε τους αριθμούς, αρχίζοντας από τον μικρότερο.

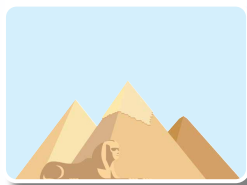
-8, 11, 6, -5, -3

7, -2, 14, -9, 2

5, -6, -7, -4, 1, 3

-12, 15, 8, -15, -23, 10

5. (α) Να τοποθετήσετε στην αριθμητική γραμμή, κατά προσέγγιση, τις ημερομηνίες κατασκευής των πιο κάτω οικοδομημάτων. Οι αρνητικοί αριθμοί παρουσιάζουν τα χρόνια πριν τη γέννηση του Χριστού (π.Χ) και οι θετικοί τα χρόνια μετά τη γέννηση του Χριστού (μ.Χ).



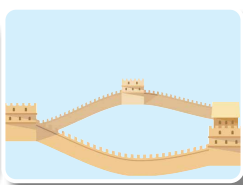
-2650

Πυραμίδα
της Γκίζας



1470

Μάτσου
Πίτσου



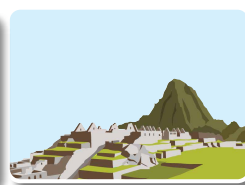
-204

Σινικό
Τείχος



-432

Παρθενώνας



1161

Άγκορ Βατ



(β) Πόσα χρόνια πέρασαν από την κατασκευή του ναού Άγκορ Βατ μέχρι την κατασκευή της αρχαίας πόλης Μάτσου Πίτσου;

(γ) Πόσα χρόνια πέρασαν από την κατασκευή του Παρθενώνα μέχρι την κατασκευή του ναού Άγκορ Βατ;

Σε ένα παιχνίδι γνώσεων, οι διαγωνιζόμενοι κερδίζουν 1 βαθμό για κάθε ορθή απάντηση και χάνουν 1 βαθμό για κάθε λανθασμένη απάντηση. Δεν κερδίζουν ούτε χάνουν βαθμούς για κάθε ερώτηση που δεν απαντούν.

Ο πιο κάτω πίνακας παρουσιάζει τις απαντήσεις κάθε διαγωνιζόμενου στον πρώτο γύρο του παιχνιδιού.

Όνομα παιδιού	Ερωτήσεις					
	1 ^η	2 ^η	3 ^η	4 ^η	5 ^η	6 ^η
Δανάη	✓	—	✗	✗	✓	✓
Κώστας	✓	✓	—	✗	✗	✗
Ιωάννης	✓	✓	✗	✗	✗	✓
Φλωρεντία	✓	✗	✓	✗	✓	✓
Μυρτώ	✓	✓	✓	✓	—	—

✓ : ορθή απάντηση

✗ : λανθασμένη απάντηση

— : καμία απάντηση

(α) Να υπολογίσετε τη συνολική βαθμολογία του κάθε παιδιού. Να περιγράψετε τον τρόπο με τον οποίο εργαστήκατε.

(β) Η συνολική βαθμολογία τριών άλλων παιδιών που συμμετείχαν στον πρώτο γύρο ήταν:

Βασιλική
+4

Φώτης
-3

Χριστίνα
0

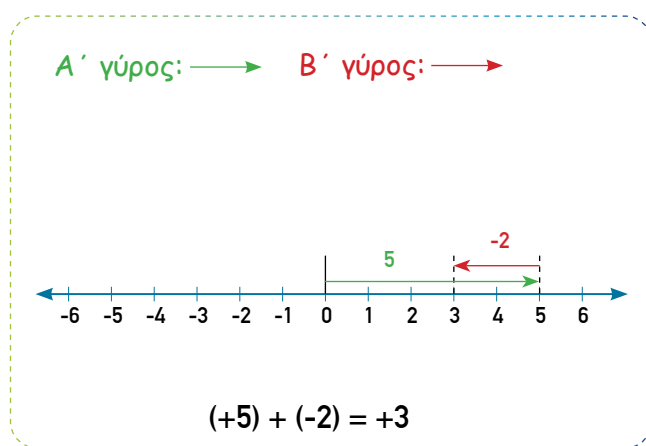
Πώς είναι δυνατόν να συγκέντρωσε κάθε παιδί τη βαθμολογία του; Να γράψετε δύο διαφορετικούς τρόπους για κάθε παιδί.

Διερεύνηση 2



Τα παιδιά παίζουν ένα ηλεκτρονικό παιχνίδι. Ο νικητής καθορίζεται με βάση τη συνολική βαθμολογία που συγκεντρώνει στους δύο γύρους του παιχνιδιού.

Ο Νίκος συγκέντρωσε στον πρώτο γύρο (+5) βαθμούς και στον δεύτερο γύρο (-2) βαθμούς. Πιο κάτω παρουσιάζεται η μέθοδος που ακολούθησε, για να υπολογίσει τη συνολική βαθμολογία που συγκέντρωσε.



(α) Να επεξηγήσετε τη μέθοδο που ακολούθησε ο Νίκος.

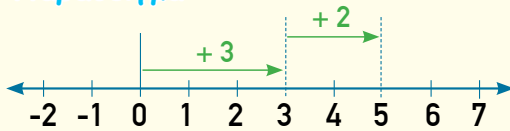
(β) Να χρησιμοποιήσετε αριθμητική γραμμή (Παράρτημα, σελ. 172), για να υπολογίσετε τη συνολική βαθμολογία που συγκέντρωσαν τα υπόλοιπα παιδιά που συμμετείχαν στο παιχνίδι.

Παίκτης	Βαθμολογία		Μαθηματική πρόταση	Συνολική Βαθμολογία
	A' γύρος	B' γύρος		
Μαρίνα	+2	+3		
Τάσος	-2	-1		
Ξένια	+1	-3		
Πάνος	+2	-2		

Νέες Έννοιες

- Το άθροισμα δύο ή περισσότερων θετικών αριθμών είναι πάντα θετικός αριθμός.

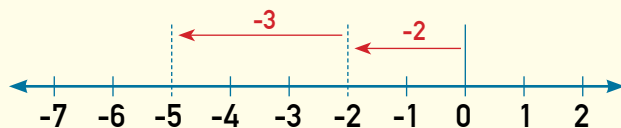
Παράδειγμα:



$$(+3) + (+2) = +5$$

- Το άθροισμα δύο ή περισσότερων αρνητικών αριθμών είναι πάντα αρνητικός αριθμός.

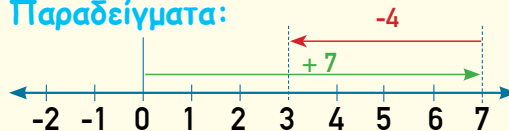
Παράδειγμα:



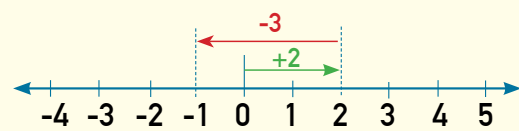
$$(-2) + (-3) = -5$$

- Το άθροισμα ενός θετικού και ενός αρνητικού αριθμού μπορεί να είναι θετικός ή αρνητικός αριθμός.

Παράδειγματα:



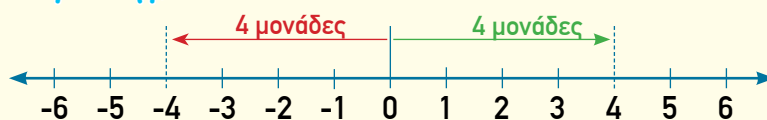
$$(+7) + (-4) = +3$$



$$(+2) + (-3) = -1$$

- Δύο αριθμοί (ένας θετικός και ένας αρνητικός) που ισαπέχουν από το μηδέν ονομάζονται **αντίθετοι**.

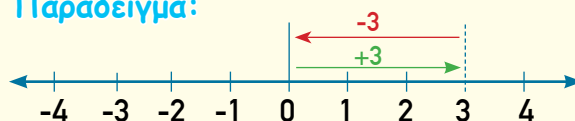
Παράδειγμα:



Το (+4) και το (-4) είναι αντίθετοι αριθμοί.

- Το άθροισμα δύο αντίθετων αριθμών ισούται με μηδέν.

Παράδειγμα:



$$(+3) + (-3) = 0$$

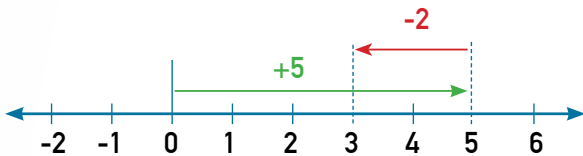
Παραδείγματα

1. Να χρησιμοποιήσετε αριθμητική γραμμή, για να αναπαραστήσετε τις πιο κάτω μαθηματικές προτάσεις και να υπολογίσετε τα αθροίσματα.

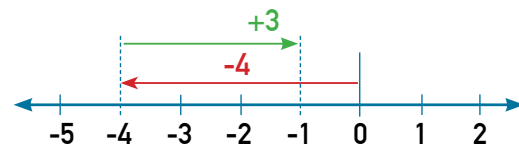
$$(α) (+5) + (-2) = ν \quad (β) (-4) + (+3) = ν \quad (γ) (-2) + (-3) = ν \quad (δ) (-2) + (-1) = ν$$

Λύση:

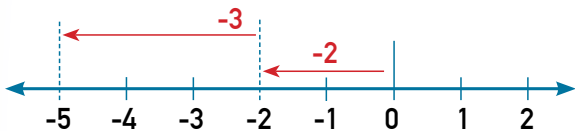
$$(α) (+5) + (-2) = +3$$



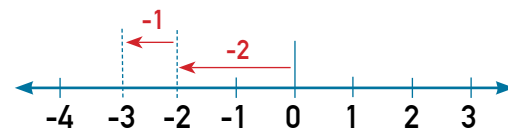
$$(β) (-4) + (+3) = -1$$



$$(γ) (-2) + (-3) = -5$$



$$(δ) (-2) + (-1) = -3$$



2. Να επιλύσετε τα προβλήματα.

(α) Ένα υποβρύχιο βρισκόταν σε βάθος 180 m. Στη συνέχεια, κινήθηκε 30 m προς την επιφάνεια της θάλασσας. Σε ποια θέση βρίσκεται τώρα;

(β) Στο πρώτο εξάμηνο ενός έτους μια εταιρεία είχε ζημιά ύψους €7000. Στο δεύτερο εξάμηνο του έτους η εταιρεία είχε κέρδος ύψους €10 000. Να υπολογίσετε το κέρδος ή τη ζημιά της εταιρείας στο τέλος του έτους.

Λύση:

$$(α) \text{ Μαθηματική πρόταση: } (-180) + (+30) = -150 \text{ m}$$

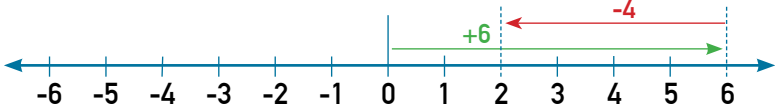
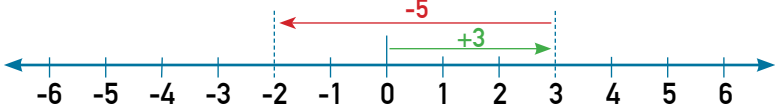
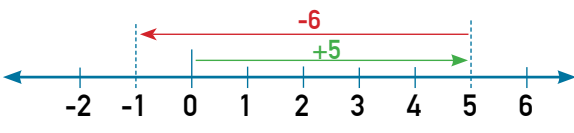
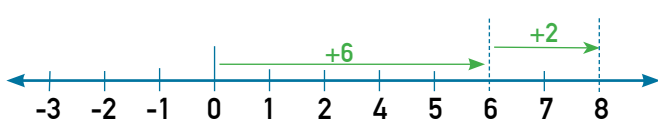
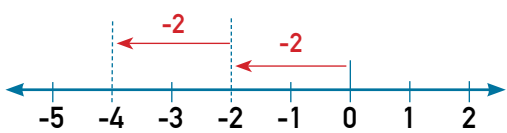
Απάντηση: Το υποβρύχιο βρίσκεται τώρα σε βάθος 150 m.

$$(β) \text{ Μαθηματική πρόταση: } (-7000) + (+10\ 000) = +3000$$

Απάντηση: Στο τέλος του έτους η εταιρεία είχε κέρδος ύψους €3000.

Δραστηριότητες

1. Να γράψετε τη μαθηματική πρόταση που αναπαριστά κάθε αριθμητική γραμμή και να υπολογίσετε το άθροισμα.

	Μαθηματική πρόταση
(α)	
	
(β)	
	
(γ)	
	
(δ)	
	
(ε)	
	

2. Να χρησιμοποιήσετε αριθμητική γραμμή, για να αναπαραστήσετε τις μαθηματικές προτάσεις και να υπολογίσετε τα αθροίσματα.

(α) $(+2) + (+4) =$



(β) $(+5) + (+1) =$



(γ) $(-6) + (+2) =$



(δ) $(-5) + (+8) =$



(ε) $(-1) + (-4) =$



(στ) $(-2) + (+2) =$



3. Να υπολογίσετε τα αθροίσματα.

(α) $(+8) + (+1) =$

(β) $(+4) + (+2) =$

(γ) $(+9) + (+14) =$

(δ) $(+11) + (+27) =$

(ε) $(+7) + (-3) =$

(στ) $(+13) + (-6) =$

(ζ) $(+9) + (-13) =$

(η) $(+2) + (-8) =$

(θ) $(-12) + (+5) =$

(ι) $(-20) + (+9) =$

(ια) $(-8) + (+25) =$

(ιβ) $(-14) + (+32) =$

(ιγ) $(-5) + (-2) =$

(ιδ) $(-22) + (-3) =$

(ιε) $(-9) + (-11) =$

(ιστ) $(-25) + (-27) =$

(ιζ) $(-3) + (+3) =$

(ιη) $(+1500) + (-1500) =$

4. Να επιλύσετε τα προβλήματα.

(α) Η Κυριακή χρωστούσε €600 στην τράπεζα. Έκανε κατάθεση €800. Πόσα χρήματα έχει τώρα στον λογαριασμό της;

Μαθηματική πρόταση: _____

Απάντηση: _____

(β) Η θερμοκρασία στην κορυφή του Τροόδους το πρωί ήταν -5°C . Πόση ήταν η θερμοκρασία το απόγευμα, αν η θερμοκρασία μειώθηκε κατά 4°C ;

Μαθηματική πρόταση: _____

Απάντηση: _____

(γ) Ένας δύτες έκανε κατάδυση 16 m κάτω από το επίπεδο της θάλασσας. Ανέβηκε 7 m και στη συνέχεια κατέβηκε 25 m, για να παρατηρήσει έναν ύφαλο. Πόσα μέτρα κάτω από το επίπεδο της θάλασσας βρίσκεται ο δύτες;

Μαθηματική πρόταση: _____

Απάντηση: _____

(δ) Η Ρένα βρισκόταν στο 2^ο υπόγειο μιας πολυκατοικίας. Ανέβηκε με τον ανελκυστήρα 6 ορόφους και μετά κατέβηκε 3 ορόφους. Σε ποιον όροφο βρίσκεται τώρα;

Μαθηματική πρόταση: _____

Απάντηση: _____

5. Να γράψετε τους 4 επόμενους όρους των πιο κάτω μοτίβων.

(α) +5, +12, +19, +26, _____, _____, _____, _____, ...

(β) +8, +4, 0, -4, _____, _____, _____, _____, ...

(γ) -12, -9, -6, -3, _____, _____, _____, _____, ...

6. Να συμπληρώσετε τον πίνακα με βάση τον κανόνα.

(α)

Είσοδος	Έξοδος
-6	
+8	
-12	
+22	
-35	

Κανόνας:

Προσθέτω +8 στον αριθμό εισόδου.

(β)

Είσοδος	Έξοδος
-5	
+7	
-9	
+12	
-25	

Κανόνας:

Προσθέτω -7 στον αριθμό εισόδου.

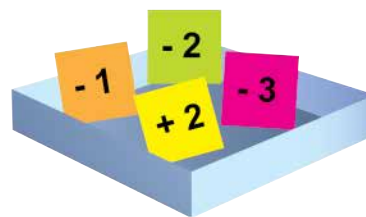
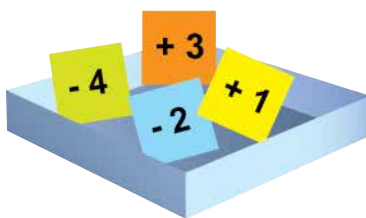
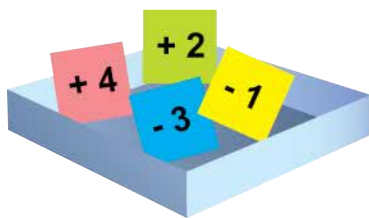
(γ)

Είσοδος	Έξοδος
+10	
0	
+2	
-6	
-2	

Κανόνας:

Προσθέτω +4 στον αριθμό εισόδου.

7.



Να επιλέξετε τρεις αριθμούς, έναν από κάθε κουτί, ώστε το άθροισμα να είναι ίσο με:

(α) 0

(β) +2

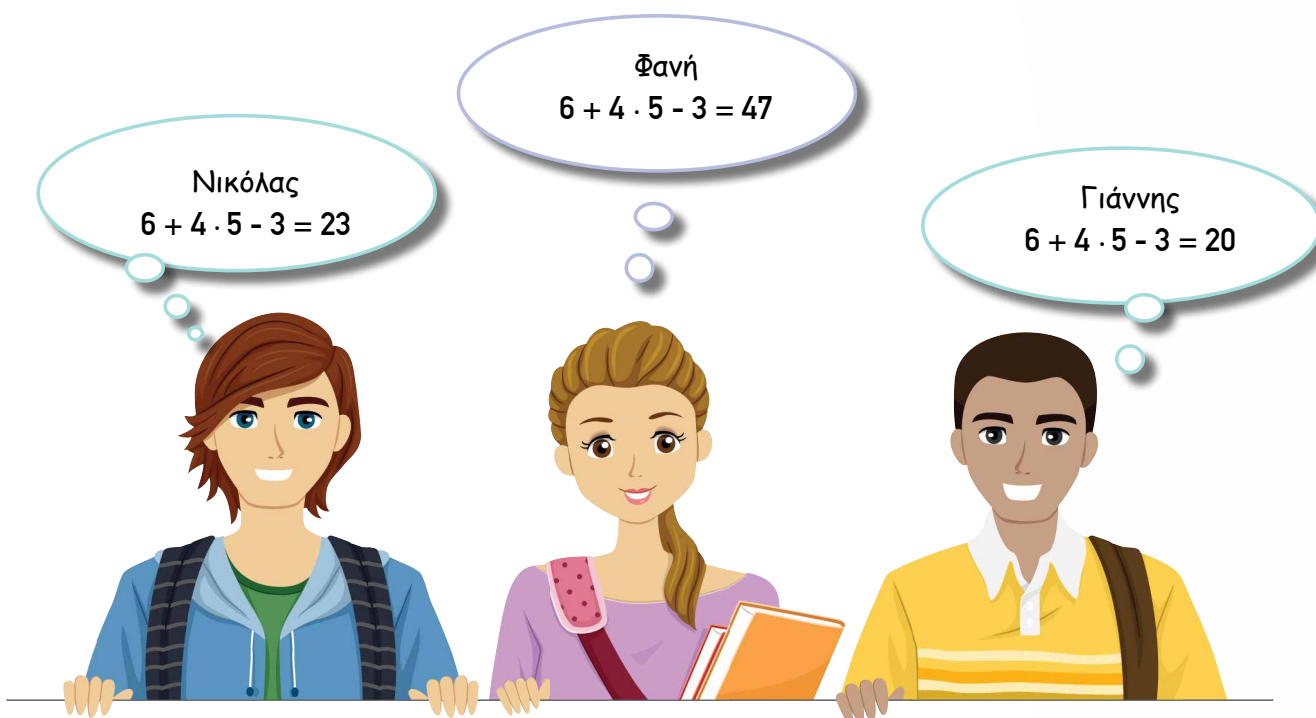
(γ) -1

Πιο κάτω παρουσιάζεται μια αριθμητική παράσταση.



$$6 + 4 \cdot 5 - 3$$

Ο Νικόλας, η Φανή και ο Γιάννης υπολόγισαν το αποτέλεσμα της αριθμητικής παράστασης.



- (α) Να συγκρίνετε τις απαντήσεις των παιδιών.
- (β) Γιατί τα παιδιά οδηγήθηκαν σε διαφορετικό αποτέλεσμα;
- (γ) Ποια ανάγκη προκύπτει με βάση τις παρατηρήσεις σας;

Νέες Έννοιες

• Στην προτεραιότητα πράξεων:

1. Αν υπάρχουν παρενθέσεις, πρώτα κάνουμε τις πράξεις στις παρενθέσεις.

Παραδείγματα:

$$(3 \cdot 4) + 2 = 12 + 2 = 14$$

$$12 \div (3 + 1) = 12 \div 4 = 3$$

2. Στη συνέχεια, κάνουμε τους πολλαπλασιασμούς και τις διαιρέσεις με τη σειρά που εμφανίζονται από τα αριστερά προς τα δεξιά.

Παραδείγματα:

$$2 \cdot 15 \div 3 = 30 \div 3 = 10$$

$$4 + 16 \div 2 \cdot 3 = 4 + 8 \cdot 3 = 4 + 24 = 28$$

3. Τέλος, κάνουμε τις προσθέσεις και τις αφαιρέσεις με τη σειρά που εμφανίζονται από τα αριστερά προς τα δεξιά.

Παραδείγματα:

$$13 - 8 + 4 - 3 = 5 + 4 - 3 = 9 - 3 = 6$$

$$12 \cdot 6 - 22 + 8 = 72 - 22 + 8 = 50 + 8 = 58$$

$$40 \div 2 \cdot 3 + (18 - 5) = 40 \div 2 \cdot 3 + 13 = 20 \cdot 3 + 13 = 60 + 13 = 73$$

Παραδείγματα

1. Να υπολογίσετε την τιμή των πιο κάτω αριθμητικών παραστάσεων.

$$(α) 9 \cdot (5 - 3)$$

$$(β) 6 + 12 \div 3$$

$$(γ) 45 + 23 - 12$$

Λύση:

$$\begin{aligned} (α) 9 \cdot (5 - 3) \\ &= 9 \cdot 2 \\ &= 18 \end{aligned}$$

Πρώτα, κάνουμε την πράξη στην παρένθεση.

$$\begin{aligned} (β) 6 + 12 \div 3 \\ &= 6 + 4 \\ &= 10 \end{aligned}$$

Πρώτα, κάνουμε τη διαίρεση και μετά την πρόσθεση.

$$\begin{aligned} (γ) 45 + 23 - 12 \\ &= 68 - 12 \\ &= 56 \end{aligned}$$

Κάνουμε τις προσθέσεις και τις αφαιρέσεις με τη σειρά που εμφανίζονται, από τα αριστερά προς τα δεξιά.

2. Να βάλετε παρενθέσεις στην πιο κάτω αριθμητική παράσταση, ώστε να είναι ορθό το αποτέλεσμα.

$$5 \cdot 4 + 8 = 60$$

Λύση:

$$5 \cdot (4 + 8) = 5 \cdot 12 = 60$$

Τοποθετούμε το $4 + 8$ σε παρένθεση, ώστε να γίνει πρώτα η πρόσθεση και μετά ο πολλαπλασιασμός.

3. Ο υπεύθυνος πωλήσεων μιας εταιρείας ηλεκτρονικών ειδών παρέλαβε 76 οθόνες αφής. Από αυτές, οι 4 ήταν ελαττωματικές. Τις υπόλοιπες τις απέστειλε στα 8 υποκαταστήματα της εταιρείας. Να υπολογίσετε τον αριθμό των συσκευών που παρέλαβε κάθε υποκατάστημα, αν το καθένα πήρε τον ίδιο αριθμό συσκευών.

Λύση:

Μαθηματική πρόταση: $(76 - 4) \div 8 = v$

$$(76 - 4) \div 8 = 72 \div 8 = 9$$

Απάντηση: Το κάθε υποκατάστημα παρέλαβε 9 οθόνες αφής.

Για να υπολογίσουμε τον αριθμό των συσκευών που παρέλαβε κάθε υποκατάστημα, υπολογίζουμε το αποτέλεσμα της μαθηματικής πρότασης $(76 - 4) \div 8 = v$

4. Να συμπληρώσετε με τα σύμβολα (+, -, ·, ÷) που λείπουν σε κάθε αριθμητική παράσταση.

(α) $14 \square 2 \square 3 = 10$

(β) $37 \square 4 \square 8 = 5$

Λύση:

(α) $14 \div 2 + 3 = 10$

(β) $37 - 4 \cdot 8 = 5$

Δραστηριότητες

1. Να υπολογίσετε την τιμή των πιο κάτω αριθμητικών παραστάσεων στο τετράδιό σας.

$$(α) 39 - 15 + 12$$

$$(β) 16 \div 4 \cdot 6$$

$$(γ) 18 + 4 \cdot 2$$

$$(δ) 7 \cdot (2 + 6)$$

$$(ε) 50 - 7 \cdot 6$$

$$(στ) 18 \div (2 + 7)$$

$$(ζ) 63 \div (10 - 3) \cdot 3$$

$$(η) (8 + 2) \cdot 6 - 5$$

$$(θ) 48 \div 4 - 2 \cdot 3$$

2. Να συμπληρώσετε.

$$(α) 9 \cdot 2 + \boxed{} = 25$$

$$(β) 16 \div \boxed{} - 5 = 3$$

$$(γ) 40 = \boxed{} + 7 \cdot 4$$

$$(δ) 4 \cdot 8 = 5 \cdot 6 + \boxed{}$$

$$(ε) (4 + 5) \cdot 3 = \boxed{} \div 2$$

$$(στ) (20 - \boxed{}) \div 2 = 3 + 4$$

$$(ζ) 15 - \boxed{} + \boxed{} = 14$$

$$(η) 4 + \boxed{} \cdot \boxed{} = 10$$

$$(θ) 20 \div \boxed{} + \boxed{} = 5$$

$$(ι) \boxed{} \cdot \boxed{} \div 4 = 20$$

3. Να βάλετε παρενθέσεις στις πιο κάτω παραστάσεις, ώστε να είναι ορθό το αποτέλεσμα.

$$(α) 36 \div 4 \cdot 3 = 3$$

$$(β) 20 \div 5 \cdot 2 + 3 = 5$$

$$(γ) 7 + 5 \cdot 2 = 24$$

$$(δ) 3 \cdot 20 - 5 = 45$$

$$(ε) 150 \div 5 + 20 \cdot 3 = 18$$

$$(στ) 9 \cdot 10 - 60 + 30 = 0$$

$$(ζ) 10 - 4 \div 2 - 1 = 6$$

$$(η) 6 \cdot 2 + 8 \div 4 = 15$$

4. Να συμπληρώσετε με τα σύμβολα (+, -, ·, ÷) που λείπουν σε κάθε αριθμητική παράσταση.

(α) $20 \square 10 \square 8 = 18$

(β) $3 \square 2 \square 4 = 11$

(γ) $50 \square 7 \square 6 = 8$

(δ) $8 \square 5 \square 4 = 10$

5. Να χρησιμοποιήσετε τους αριθμούς 2, 3 και 4 μία φορά τον καθένα και τα σύμβολα +, -, ·, ÷, όσες φορές θέλετε το καθένα, για να κατασκευάσετε αριθμητικές παραστάσεις που να έχουν αποτέλεσμα:

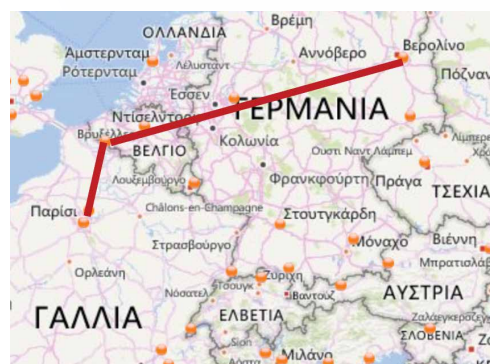
(α) 9

(β) 10

(γ) 14

6. Να επιλύσετε τα προβλήματα στο τετράδιό σας.

(α) Ο Θεοφάνης πραγματοποίησε ένα οδικό ταξίδι από το Βερολίνο προς το Παρίσι, κάνοντας στάση στις Βρυξέλλες. Διένυσε 724 km από το Βερολίνο μέχρι τις Βρυξέλλες και 312 km από τις Βρυξέλλες μέχρι το Παρίσι. Ποια ήταν η ένδειξη στο οδόμετρο του αυτοκινήτου του στην αρχή του ταξιδιού, αν στο τέλος η ένδειξη ήταν 46 455 km;



(β) Το αρχαίο θέατρο της Επιδαύρου χωριζόταν σε δύο μέρη. Το πάνω μέρος είχε 21 σειρές καθισμάτων και σε κάθε σειρά μπορούσαν να καθίσουν 285 άτομα. Το κάτω μέρος είχε 34 σειρές καθισμάτων και σε κάθε σειρά μπορούσαν να καθίσουν 176 άτομα. Να υπολογίσετε τη συνολική χωρητικότητα του αρχαίου θεάτρου της Επιδαύρου.

Επανάληψη

1. Να κάνετε τις πράξεις στο τετράδιό σας.

(α) $3245 + 835$

(β) $5136 + 1245$

(γ) $7324 + 876$

(δ) $25\ 789 - 12\ 345$

(ε) $16\ 578 - 1208$

(στ) $9000 - 1234$

(ζ) $154 \cdot 8$

(η) $3456 \cdot 30$

(θ) $125 \cdot 12$

(ι) $1359 \div 9$

(ια) $1578 \div 25$

(ιβ) $4016 \div 16$

Η Βασιλική σκέφτεται να αγοράσει ένα διαμέρισμα. Μελετά τις πιο κάτω αγγελίες.

ΠΩΛΕΙΤΑΙ ΔΙΑΜΕΡΙΣΜΑ		ΠΩΛΕΙΤΑΙ ΔΙΑΜΕΡΙΣΜΑ	
• Εμβαδόν: 60 m ²	• 2 υπνοδωμάτια	• Εμβαδόν: 80 m ²	• 2 υπνοδωμάτια
• Έτος κατασκευής: 2014	• 400 m από το κέντρο της πόλης	• Έτος κατασκευής: 2019	• 2 km από το κέντρο της πόλης
• Σαλόνι και κουζίνα	• Άνετος χώρος στάθμευσης	• Σαλόνι και κουζίνα	• Άνετος χώρος στάθμευσης
Κτηματομεσιτικό γραφείο "Επένδυση" τηλ.333 333 333		Κτηματομεσιτικό γραφείο "Επένδυση" τηλ.333 333 333	
			
€185 000		€210 000	

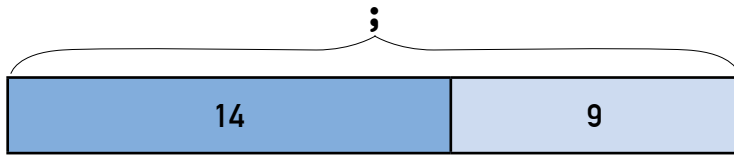
Η Βασιλική ζήτησε την άποψη ενός εκτιμητή ακινήτων σχετικά με τις τιμές πώλησης των διαμερισμάτων. Ο εκτιμητής υπολογίζει ότι το κόστος των διαμερισμάτων είναι €2000 ανά m². Επιπρόσθετα, χρησιμοποιεί τα πιο κάτω κριτήρια, για να υπολογίσει την τελική τιμή ενός διαμερίσματος:

Έτος κατασκευής	Απόσταση από το κέντρο της πόλης	Χώρος στάθμευσης
Πάνω από 15 χρονών: + €0	Περισσότερα από 10 km: + €0	Όχι: + €0
Από 5 μέχρι 15 χρονών: + €5000	Από 5 μέχρι 10 km: + €10 000	Ναι: + €30 000
Από 0 μέχρι 5 χρονών: + €10 000	Από 0,5 μέχρι 5 km: + €15 000	
	Λιγότερο από 0,5 km: + €20 000	

(α) Να γράψετε τη μαθηματική πρόταση που θα χρησιμοποιήσει ο εκτιμητής, για να υπολογίσει μια ενδεικτική τιμή για κάθε διαμέρισμα. Να χρησιμοποιήσετε παρενθέσεις μόνο όταν είναι απαραίτητο.

(β) Ποιο από τα πιο πάνω διαμερίσματα είναι η καλύτερη ευκαιρία αγοράς για τη Βασιλική; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Η Θάλεια ερμήνευσε το πιο κάτω μοντέλο, γράφοντας μια λεκτική έκφραση και μια αριθμητική παράσταση.

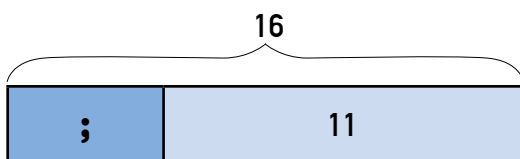


Λεκτική έκφραση: Το άθροισμα 14 συν 9

Αριθμητική παράσταση: $14 + 9$

Να γράψετε μια λεκτική έκφραση και μια αριθμητική παράσταση για κάθε μοντέλο.

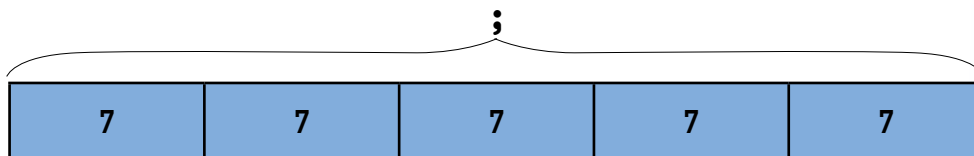
(α)



Λεκτική έκφραση: _____

Αριθμητική παράσταση: _____

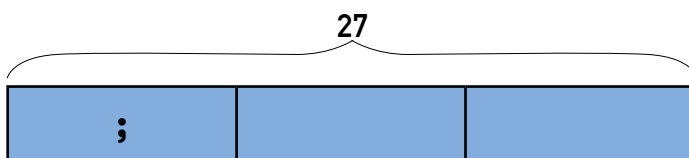
(β)



Λεκτική έκφραση: _____

Αριθμητική παράσταση: _____

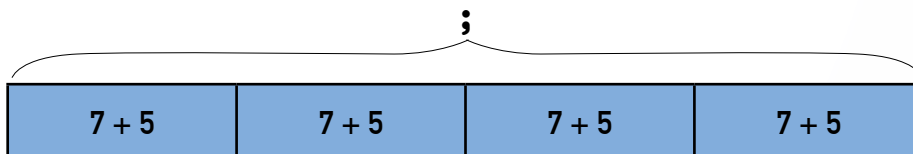
(γ)



Λεκτική έκφραση: _____

Αριθμητική παράσταση: _____

(δ)



Λεκτική έκφραση: _____

Αριθμητική παράσταση: _____

Δραστηριότητες

1. Να αντιστοιχίσετε.

Αριθμητική παράσταση	Μοντέλο	Λεκτική έκφραση
$2 \cdot 6$		προσθέτω 6 στο 2
$2 + 6$		το διπλάσιο του 6
$6 - 2$		το διπλάσιο του αθροίσματος του 2 και 6
$6 \div 2$		αφαιρώ 2 από το 6
$2 \cdot (2 + 6)$		διαιρώ το 6 διά 2

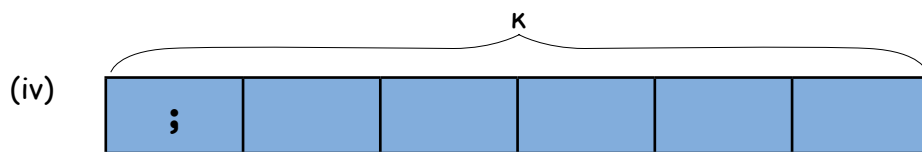
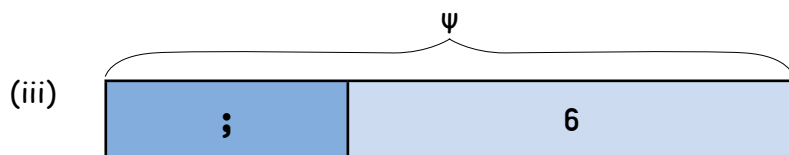
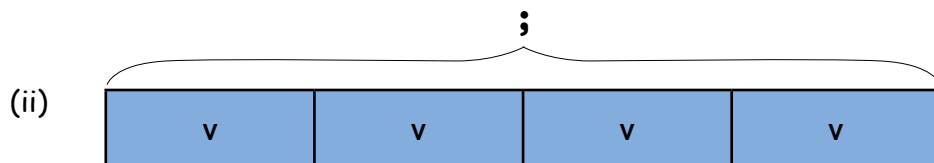
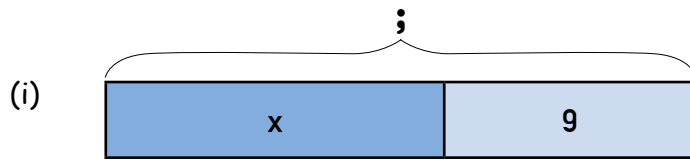
2. Να κατασκευάσετε ένα μοντέλο, για να αναπαραστήσετε τις πιο κάτω λεκτικές εκφράσεις, όπως στο παράδειγμα.

<p>Παράδειγμα: Το άθροισμα 8 συν 3</p>	<p>(α) Το πηλίκο 8 διά 4</p> <div style="border: 1px solid black; height: 20px; width: 100%;"></div>
<p>(β) Η διαφορά 5 πλην 3</p> <div style="border: 1px solid black; height: 20px; width: 100%;"></div>	<p>(γ) Το διπλάσιο του αθροίσματος 8 συν 9</p> <div style="border: 1px solid black; height: 20px; width: 100%;"></div>

Διερεύνηση 2



(α) Ποια λεκτική έκφραση αναπαριστά κάθε μοντέλο;

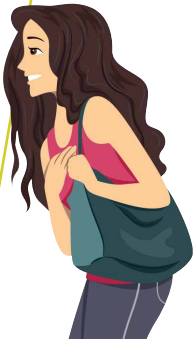



(β) Να κατασκευάσετε ένα μοντέλο, για να αναπαραστήσετε τη λεκτική έκφραση «το τριπλάσιο του αθροίσματος $a + b$ ».

Διερεύνηση 3

Ο Ευγένιος και η Έλενα παίζουν ένα παιχνίδι με κάρτες. Στόχος είναι να σχηματίσουν ζευγάρια από κάρτες που παρουσιάζουν την ίδια έκφραση. Νικητής είναι ο παίκτης που θα καταφέρει να σχηματίσει πρώτος 3 ζευγάρια.

(α) Πιο κάτω παρουσιάζονται οι κάρτες που έχουν τραβήξει μέχρι στιγμής. Ποιο από τα δύο παιδιά είναι πιο πιθανό να κερδίσει;



Κάρτες του Ευγένιου:

- $7 + v$
- Ένα κομμάτι κορδέλα έχει μήκος 7 m. Ένα άλλο κομμάτι έχει μήκος v μέτρα. Ποιο είναι το συνολικό μήκος και των δύο κομματιών;
- Ο Άρης είναι 7 χρονών. Ο αδερφός του είναι v χρόνια μικρότερος. Πόσο χρονών είναι ο αδερφός του Άρη;
- $v - 7$
- $7 - v$

Κάρτες της Έλενα:

- $2 \cdot \mu$
- Η Λουκία έχει μ ευρώ. Η Άννα έχει διπλάσια χρήματα από τη Λουκία. Πόσα χρήματα έχει η Άννα;
- $\mu - 2$
- Ο Χάρης διάβασε μ σελίδες από ένα βιβλίο. Η Ζωή διάβασε τις μισές σελίδες από τον Χάρη. Πόσες σελίδες διάβασε η Ζωή;
- $\mu \div 2$

(β) Να συμπληρώσετε μία κάρτα που θα βοηθήσει τον Ευγένιο να κερδίσει το παιχνίδι και μία κάρτα που θα βοηθήσει την Έλενα να κερδίσει το παιχνίδι.

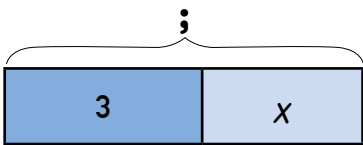
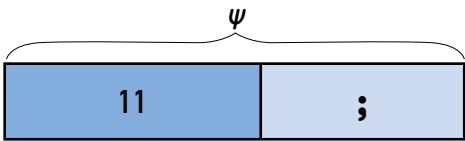
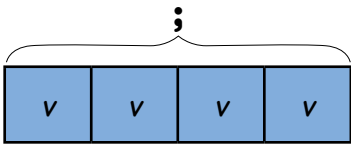
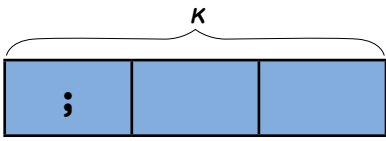
Ευγένιος

Έλενα

Νέες Έννοιες

- Για να αναπαραστήσουμε άγνωστες ποσότητες που μεταβάλλονται, χρησιμοποιούμε γράμματα ή άλλα σύμβολα, τα οποία ονομάζονται **μεταβλητές**. Μια μαθηματική έκφραση που περιλαμβάνει πράξεις με αριθμούς και μεταβλητές ονομάζεται **αλγεβρική παράσταση**.

Παραδείγματα:

Λεκτική έκφραση	Αλγεβρική παράσταση	Μοντέλο
Το άθροισμα του 3 και του x	$3 + x$	
Η διαφορά του 11 από το ψ	$\psi - 11$	
Το γινόμενο 4 επί v	$4 \cdot v$	
Το πηλίκο k διά 3	$k \div 3$	

- Σε μια αλγεβρική παράσταση που περιλαμβάνει την πράξη του πολλαπλασιασμού, δεν γράφεται το σύμβολο του πολλαπλασιασμού μεταξύ ενός αριθμού και μιας μεταβλητής ή μεταξύ μεταβλητών.

Παραδείγματα:

$$5 \cdot x = 5x$$

$$4 \cdot x \cdot \psi = 4x\psi$$

$$8 + a \cdot \beta = 8 + a\beta$$

Νέες Έννοιες

- Αν αντικαταστήσουμε σε μια αλγεβρική παράσταση όλες τις μεταβλητές με αριθμούς και κάνουμε τις πράξεις, τότε το αποτέλεσμα που θα προκύψει λέγεται **αριθμητική τιμή** της αλγεβρικής παράστασης.

Παραδείγματα:

$$A = x + 12$$

Αν $x = 3$, τότε:

$$A = x + 12 = 3 + 12 = 15$$

Αν $x = 20$, τότε:

$$A = x + 12 = 20 + 12 = 32$$

Παραδείγματα

1. Να συμπληρώσετε τον πίνακα.

Λύση:

Λεκτική έκφραση	Αλγεβρική Παράσταση
(α) προσθέτω 2 στο x	$x + 2$
(β) αφαιρώ 5 από το v	$v - 5$
(γ) διπλασιάζω το ψ	2ψ
(δ) διαιρώ το 20 δια κ	$20 \div \kappa$ ή $\frac{20}{\kappa}$
(ε) τριπλασιάζω το λ και αφαιρώ 6	$3\lambda - 6$

2. Να γράψετε μια αλγεβρική παράσταση για κάθε πρόβλημα.

Λύση:

Πρόβλημα	Αλγεβρική Παράσταση
(α) Η θερμοκρασία το απόγευμα ήταν 11°C . Μέχρι το βράδυ, η θερμοκρασία μειώθηκε $x^{\circ}\text{C}$. Πόση ήταν η θερμοκρασία το βράδυ;	$11 - x$
(β) Σε μια τάξη υπάρχουν v παιδιά. Τα μισά από τα παιδιά είναι κορίτσια. Πόσα κορίτσια υπάρχουν στην τάξη;	$v \div 2$ ή $\frac{v}{2}$

3. Να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της αλγεβρικής παράστασης $A = 2x + 15$, αν $x = 4$.

Λύση:

$$A = 2x + 15$$

Αν $x = 4$, τότε:

$$A = 2 \cdot 4 + 15 = 8 + 15 = 23$$

Δραστηριότητες

1. Να συμπληρώσετε τον πίνακα.

	Λεκτική έκφραση	Αλγεβρική παράσταση
(α)	Προσθέτω 14 στο v	
(β)	Αφαιρώ ψ από το 8	
(γ)	Τριπλασιάζω το κ	
(δ)	Διαιρώ το v διά 4	
(ε)	Διπλασιάζω το μ και αφαιρώ 7	
(στ)	Από το 12 αφαιρώ το μισό του χ	
(ζ)		$15 + v$
(η)		$\chi - 4$
(θ)		$\mu \div 3$
(ι)		$\frac{v}{6}$
(κ)		$2\chi + 10$
(λ)		$\frac{\psi}{3} - 5$

2. Η Άννα είναι χ χρονών. Να γράψετε μια αλγεβρική παράσταση, για να αναπαράστησετε την ηλικία των υπόλοιπων μελών της οικογένειας της Άννας ως προς χ .

Ο πατέρας της είναι 27 χρόνια μεγαλύτερος από την Άννα. _____

Ο αδελφός της είναι 4 χρόνια μικρότερος από την Άννα. _____

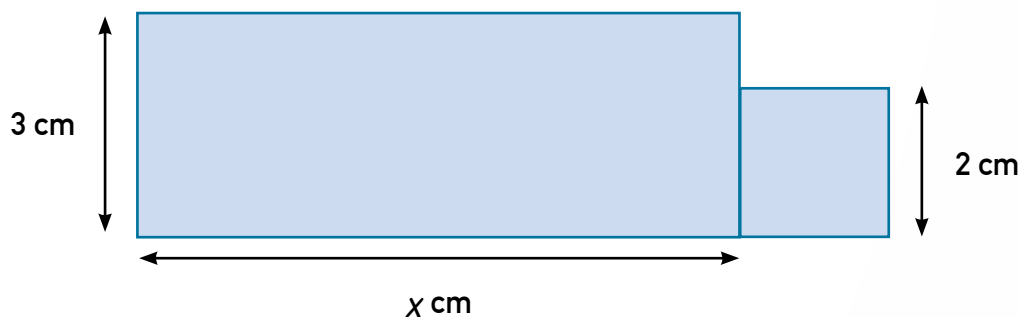
Η ηλικία της ξαδέλφης της είναι διπλάσια από την ηλικία της Άννας. _____

Η ηλικία του ξαδέλφου της είναι ίση με το $\frac{1}{3}$ της ηλικίας της Άννας. _____

3. Να γράψετε μια αλγεβρική παράσταση για κάθε πρόβλημα.

Πρόβλημα	Αλγεβρική Παράσταση
(α) Για την αναδάσωση μιας περιοχής φυτεύτηκαν κυπαρίσσια και πεύκα. Όλα τα δέντρα που φυτεύτηκαν ήταν 25. Πόσα ήταν τα κυπαρίσσια, αν τα πεύκα που φυτεύτηκαν ήταν v ;	
(β) Στις μαθητικές εκλογές ο Μάρκος πήρε διπλάσιες ψήφους από την Αντωνία. Πόσους ψήφους πήρε ο Μάρκος, αν η Αντωνία πήρε x ψήφους;	
(γ) Τα πλάτος μιας πισίνας είναι ίσο με το μισό του μήκους της. Πόσο είναι το πλάτος της πισίνας, αν το μήκος της είναι k μέτρα;	
(δ) Ο Ιάκωβος αγόρασε ένα πουκάμισο και ένα παντελόνι. Η τιμή του παντελονιού ήταν τριπλάσια από αυτή του πουκαμίσου. Πόσα κόστιζε το παντελόνι, αν το πουκάμισο κόστιζε ψ ευρώ;	
(ε) Τα χρήματα στο πορτοφόλι του Δημήτρη είναι κατά €7 περισσότερα από τα χρήματα στο πορτοφόλι της Χριστίνας. Πόσα είναι τα χρήματα στο πορτοφόλι του Δημήτρη, αν τα χρήματα στο πορτοφόλι της Χριστίνας είναι μ ;	

4. Το πιο κάτω σχήμα αποτελείται από ένα ορθογώνιο και ένα τετράγωνο. Να γράψετε μια αλγεβρική παράσταση, για να αναπαραστήσετε το εμβαδόν του σχήματος ως προς x .



Εμβαδόν σχήματος: _____

5. Να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή κάθε αλγεβρικής παράστασης.

Αλγεβρική παράσταση	Τιμή του x	Αριθμητική τιμή της αλγεβρικής παράστασης
$12 + x$	13	
$x - 8$	25	
$72 - x$	60	
$3x$	7	
$5x + 6$	2	
$x \div 8$	32	
$(2x - 6) \div 7$	10	
$25 - \frac{x}{3}$	15	
$4x - 5$	12	

6. Να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή κάθε αλγεβρικής παράστασης, αν $v = 8$.

$$A = 11 + v$$

$$B = 12 - v$$

$$\Gamma = 2v$$


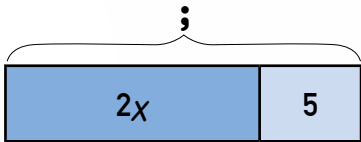

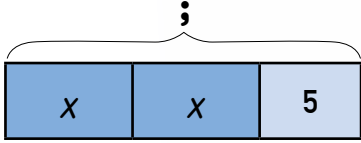

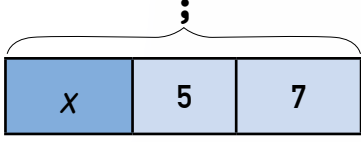

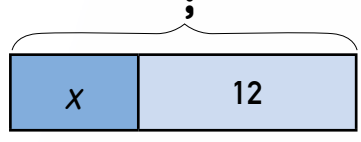
$$\Delta = \frac{v}{2}$$

$$E = 5v - 13$$

$$Z = \frac{3v}{4}$$

Τα παιδιά περιγράφουν τους βαθμούς που πήραν στους τρεις γύρους ενός ηλεκτρονικού παιχνιδιού.

(α) Να αντιστοιχίσετε την περιγραφή κάθε παιδιού με την αλγεβρική παράσταση και το μοντέλο που αναπαριστά το σύνολο των βαθμών που πήρε.

Περιγραφή	Αλγεβρική Παράσταση	Μοντέλο
<p>Στον 1ο γύρο πήρα x βαθμούς. Στον 2ο γύρο πήρα ακόμα x βαθμούς. Στον 3ο γύρο πήρα 5 βαθμούς.</p>  <p>ΣΤΕΦΑΝΗ</p>	$x + x + 5$	
<p>Στον 1ο γύρο πήρα x βαθμούς. Στον 2ο γύρο πήρα 5 βαθμούς. Στον 3ο γύρο πήρα 7 βαθμούς.</p>  <p>ΑΝΔΡΕΑΣ</p>	$x + 12$	
<p>Μέχρι τον 2ο γύρο, είχα $2x$ βαθμούς. Στον 3ο γύρο πήρα ακόμα 5 βαθμούς.</p>  <p>ΚΑΤΕΡΙΝΑ</p>	$2x + 5$	
<p>Στον 1ο γύρο πήρα x βαθμούς. Πήρα ακόμα 12 βαθμούς από τον 2ο και τον 3ο γύρο.</p>  <p>ΓΙΑΝΝΗΣ</p>	$x + 5 + 7$	

(β) Ποια παιδιά πήραν το ίδιο σύνολο βαθμών; Να επεξηγήσετε.

(γ) Να συγκρίνετε τις αλγεβρικές παραστάσεις των παιδιών που πήραν το ίδιο σύνολο βαθμών. Τι παρατηρείτε;

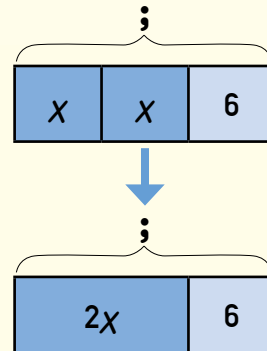
Νέες Έννοιες

- Μια αλγεβρική παράσταση είναι δυνατόν να γραφτεί σε πιο απλή μορφή.

Παραδείγματα:

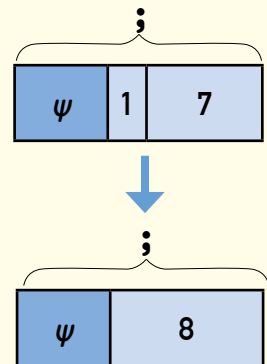
Η αλγεβρική παράσταση $x + x + 6$ γράφεται σε πιο απλή μορφή ως $2x + 6$.

$$x + x + 6 = (x + x) + 6 = 2 \cdot x + 6 = 2x + 6$$



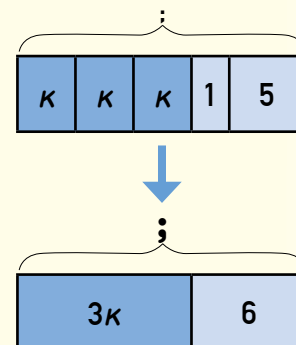
Η αλγεβρική παράσταση $\psi + 1 + 7$ γράφεται σε πιο απλή μορφή ως $\psi + 8$.

$$\psi + 1 + 7 = \psi + (1 + 7) = \psi + 8$$



Η αλγεβρική παράσταση $k + k + k + 1 + 5$ γράφεται σε πιο απλή μορφή ως $3k + 6$.

$$\begin{aligned} k + k + k + 1 + 5 &= (k + k + k) + (1 + 5) \\ &= 3 \cdot k + 6 \\ &= 3k + 6 \end{aligned}$$



Νέες Έννοιες

- Δύο αλγεβρικές παραστάσεις είναι **ισοδύναμες**, αν οι αριθμητικές τους τιμές είναι ίσες για οποιαδήποτε τιμή της μεταβλητής.

Παράδειγμα:

Τιμή μεταβλητής	Αλγεβρική Παράσταση Α $x + x + 6$	Αλγεβρική Παράσταση Β $2x + 6$
$x = 3$	$3 + 3 + 6 = 12$	$2 \cdot 3 + 6 = 6 + 6 = 12$
$x = 4$	$4 + 4 + 6 = 14$	$2 \cdot 4 + 6 = 8 + 6 = 14$
$x = 5$	$5 + 5 + 6 = 16$	$2 \cdot 5 + 6 = 10 + 6 = 16$

Παραδείγματα

1. Να γράψετε σε απλή μορφή τις πιο κάτω αλγεβρικές παραστάσεις.

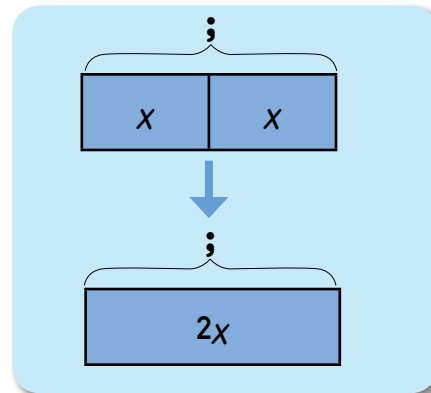
(α) $x + x$

(β) $\mu + \mu + 3 + 1$

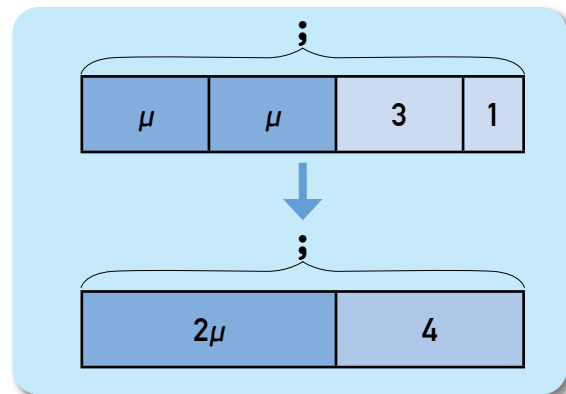
(γ) $3v + v$

Λύση:

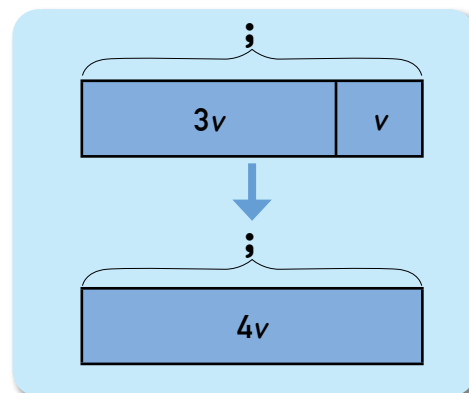
(α) $x + x = 2 \cdot x = 2x$



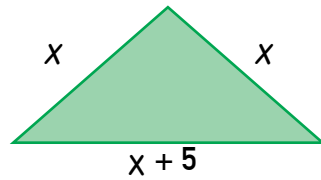
(β) $\mu + \mu + 3 + 1 = (2 \cdot \mu) + (3 + 1) = 2\mu + 4$



(γ) $3v + v = 4v$



2. Να γράψετε μια αλγεβρική παράσταση σε απλή μορφή, για να αναπαραστήσετε την περίμετρο του πιο κάτω τριγώνου ως προς x .

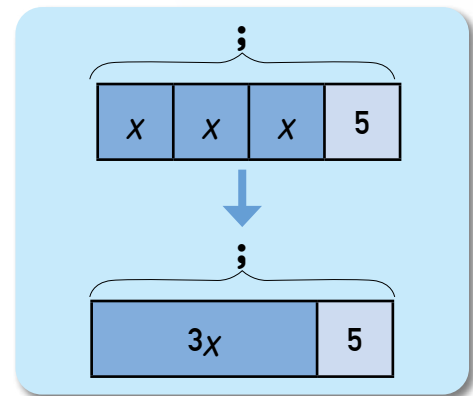


Λύση:

Για να υπολογίσουμε την περίμετρο (Π) του τριγώνου, προσθέτουμε τις πλευρές του.

$$\begin{aligned} \Pi &= x + x + (x + 5) \\ &= (x + x + x) + 5 \\ &= 3 \cdot x + 5 \\ &= 3x + 5 \end{aligned}$$

Άρα, $\Pi = 3x + 5$



3. Η Κατερίνα σκέφτηκε έναν αριθμό ψ . Πολλαπλασίασε τον αριθμό επί 3 και μετά αφείρεσε 9.

(α) Να γράψετε μια αλγεβρική παράσταση, για να αναπαραστήσετε το αποτέλεσμα των πράξεων που έκανε η Κατερίνα ως προς ψ .

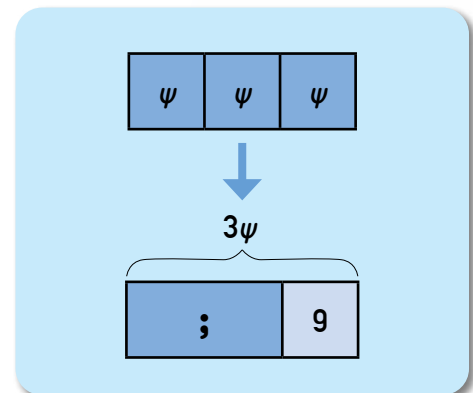
(β) Να βρείτε το αποτέλεσμα των πράξεων που έκανε η Κατερίνα, αν ο αριθμός που σκέφτηκε αρχικά ήταν το 5, δηλαδή $\psi = 5$.

Λύση:

(α) $3\psi - 9$

(β) Αν $\psi = 5$, τότε:

$$3\psi - 9 = 3 \cdot 5 - 9 = 15 - 9 = 6$$



Δραστηριότητες

1. Να γράψετε σε πιο απλή μορφή τις πιο κάτω αλγεβρικές παραστάσεις.

(α) $x + x + x + x + x$

(β) $k + k + 12$

(γ) $v + 3 + 4$

(δ) $\mu + \mu + \mu + 7 + 5$

(ε) $\psi + 9\psi$

(στ) $4v + 2v$

(ζ) $5\tau - \tau$

(η) $7\lambda - 3\lambda$

(θ) $x + 6x + 3x$

(ι) $10k - 2k - k$

(ια) $9\mu - 6\mu + \mu$

(ιβ) $13k - 3k + 2k$

(ιγ) $\psi + 3 + 4$

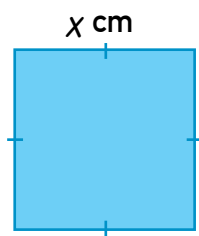
(ιδ) $5v + 3v - 7$

(ιε) $\tau + \tau + \tau + 7 + 6$

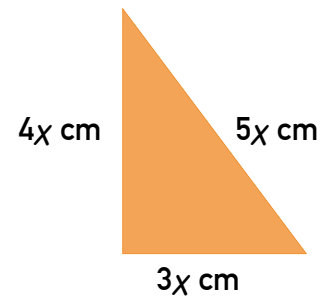
(ιστ) $8\lambda + 5 - 2\lambda + 3$

2. Να γράψετε μια αλγεβρική παράσταση σε απλή μορφή, για να αναπαραστήσετε την περίμετρο των πιο κάτω σχημάτων.

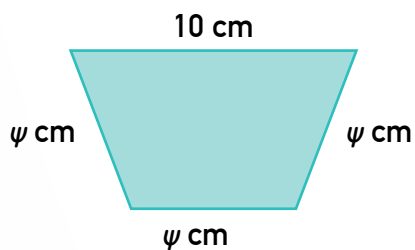
(α)



(β)



(γ)



(δ)



3. Να γράψετε μια αλγεβρική παράσταση σε απλή μορφή, για να αναπαραστήσετε κάθε πρόβλημα.

(α) Ένα δημοτικό σχολείο έχει δύο τμήματα Στ' τάξης. Στο τμήμα Στ'1 φοιτούν 8 αγόρια, ενώ τα κορίτσια είναι ψ περισσότερα από τα αγόρια. Στο τμήμα Στ'2 φοιτούν 9 αγόρια και 2ψ κορίτσια. Πόσα παιδιά φοιτούν συνολικά στην Στ' τάξη;

(β) Ένα κτήριο Α έχει ύψος $(4\psi + 1)$ μέτρα. Ένα κτήριο Β είναι 5 μέτρα ψηλότερο από το κτήριο Α. Πόσο είναι το ύψος του κτηρίου Β;

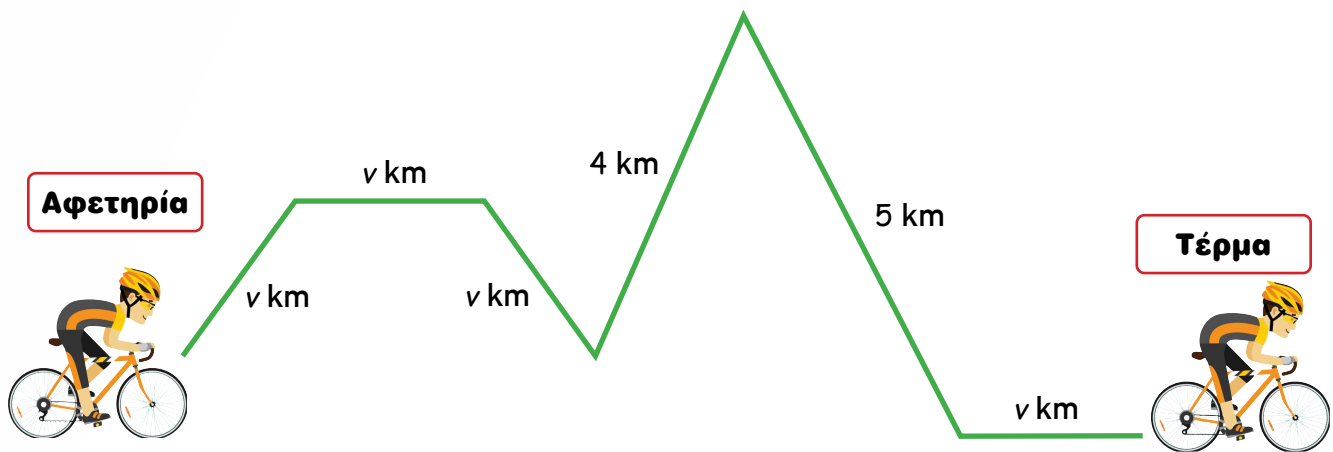
(γ) Η Άννα είναι ψ χρονών, ο Βασίλης έχει τη διπλάσια ηλικία από την Άννα και η Δανάη είναι 8 χρονών. Ποιο είναι το άθροισμα των ηλικιών και των τριών παιδιών;

(δ) Ένα ορθογώνιο έχει πλάτος μ εκατοστόμετρα και μήκος $(\mu + 4)$ εκατοστόμετρα. Πόση είναι η περίμετρος του ορθογωνίου;

4. Να συμπληρώσετε με ✓ ή ✗ και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

	ΙΣΟΔΥΝΑΜΕΣ ΑΛΓΕΒΡΙΚΕΣ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΙΣ	ΑΙΤΙΟΛΟΓΗΣΗ
(α) $6 - \chi$ και $\chi - 6$		
(β) $3 + 2\chi$ και 5χ		
(γ) $\chi + \chi$ και 2χ		
(δ) $\chi + 3\chi$ και 13χ		
(ε) $11\chi - 4\chi$ και 7χ		

5. Το πιο κάτω σχεδιάγραμμα παρουσιάζει μια ποδηλατική διαδρομή.



(α) Να γράψετε μια αλγεβρική παράσταση σε απλή μορφή, για να αναπαραστήσετε το συνολικό μήκος της διαδρομής ως προς v .

(β) Να υπολογίσετε το συνολικό μήκος της διαδρομής, αν $v = 2$.

6. Σε ένα δοκίμιο μαθηματικών η Αιμιλία πήρε $2x$ βαθμούς. Ο Κώστας πήρε διπλάσιους βαθμούς από την Αιμιλία. Η Δώρα πήρε 3 βαθμούς περισσότερους από τον Κώστα.

(α) Να γράψετε μια αλγεβρική παράσταση, για να αναπαραστήσετε τους βαθμούς που πήρε ο Κώστας ως προς x .

(β) Να γράψετε μια αλγεβρική παράσταση, για να αναπαραστήσετε τους βαθμούς που πήρε η Δώρα ως προς x .

(γ) Να υπολογίσετε πόσους βαθμούς πήρε το κάθε παιδί, αν $x = 8$.

Αιμιλία

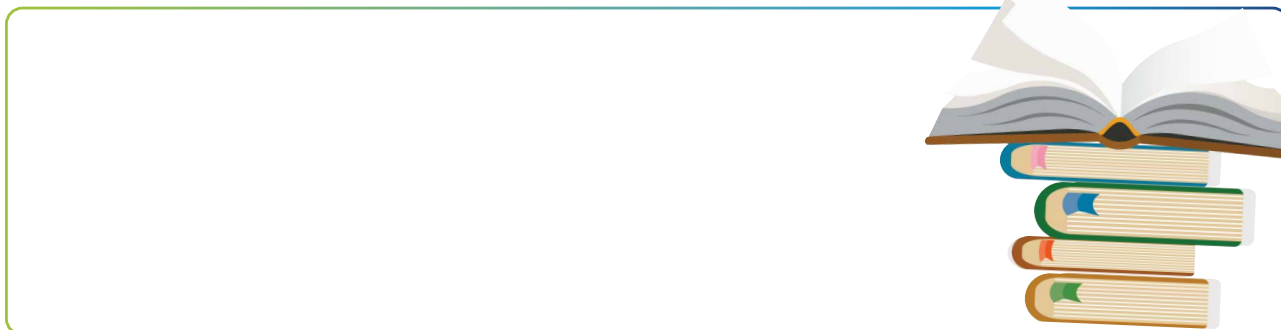
Κώστας

Δώρα

7. Η Βάσω αγόρασε 4 ίδια βιβλία επιστημονικής φαντασίας και 1 μυθιστόρημα. Το κόστος κάθε βιβλίου επιστημονικής φαντασίας ήταν x ευρώ. Το κόστος του μυθιστορήματος ήταν 6 ευρώ περισσότερα από το κόστος ενός βιβλίου επιστημονικής φαντασίας.

(α) Να γράψετε μια αλγεβρική παράσταση σε απλή μορφή, για να αναπαραστήσετε το ποσό που πλήρωσε η Βάσω για όλα τα βιβλία ως προς x .

(β) Να υπολογίσετε το ποσό που πλήρωσε η Βάσω για όλα τα βιβλία, αν $x = 5$.



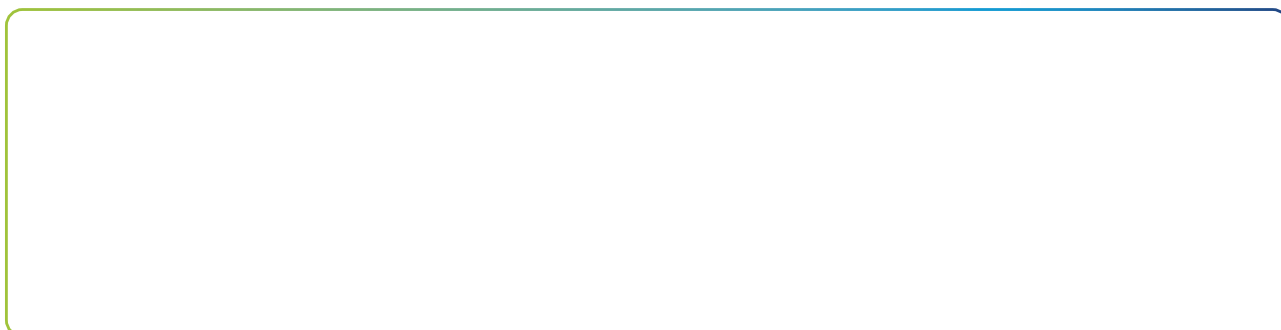
8. Ένα ορθογώνιο έχει πλάτος ψ εκατοστόμετρα και μήκος $(\psi + 8)$ εκατοστόμετρα. Ένα τετράγωνο έχει διπλάσια πλευρά από το πλάτος του ορθογωνίου.

(α) Να γράψετε μια αλγεβρική παράσταση σε απλή μορφή, για να αναπαραστήσετε την περίμετρο κάθε σχήματος ως προς ψ .

Περίμετρος ορθογωνίου: _____

Περίμετρος τετραγώνου: _____

(β) Πόσο μεγαλύτερη είναι περίμετρος του ορθογωνίου από την περίμετρο του τετραγώνου, αν $\psi = 3$;



Ο Ζαχαρίας, η Βασιλική και ο Δήμος φοιτούν στο ίδιο πανεπιστήμιο. Κάθε μέρα παίρνουν το λεωφορείο, για να πάνε στην Πανεπιστημιούπολη.

- Η Βασιλική χρειάζεται διπλάσιο χρόνο από τον Ζαχαρία.
- Ο Δήμος χρειάζεται 10 λεπτά περισσότερα από όσα χρειάζονται μαζί ο Ζαχαρίας και η Βασιλική.
- Ο συνολικός χρόνος που χρειάζονται και οι τρεις μαζί είναι 64 λεπτά.



Να εισηγηθείτε στρατηγικές για τον υπολογισμό του χρόνου που χρειάζεται κάθε άτομο, για να πάει στην Πανεπιστημιούπολη.

Νέες Έννοιες

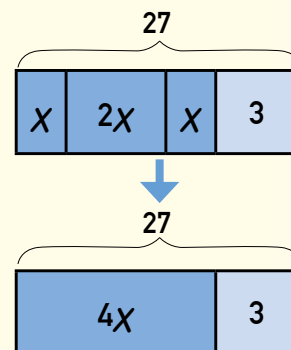
- Μια στρατηγική που μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε, για να επιλύσουμε ορισμένα προβλήματα, είναι η αναπαράσταση των πληροφοριών του προβλήματος με αλγεβρική παράσταση.

Παράδειγμα:

Σε ένα δοκίμιο μαθηματικών υπήρχαν 3 ασκήσεις. Η Χριστίνα πήρε διπλάσιους βαθμούς στη 2^η άσκηση από τους βαθμούς που πήρε στην 1^η άσκηση. Στην 3^η άσκηση πήρε 3 βαθμούς περισσότερους από τους βαθμούς που πήρε στην 1^η. Πόσους βαθμούς πήρε σε κάθε άσκηση, αν συνολικά πήρε 27 βαθμούς;

1. Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε μια μεταβλητή, για να αναπαραστήσουμε τους βαθμούς που πήρε η Χριστίνα στην πρώτη άσκηση, για παράδειγμα το x .
2. Στη συνέχεια, γράφουμε αλγεβρικές παραστάσεις, για να αναπαραστήσουμε τους βαθμούς που πήρε η Χριστίνα σε κάθε άσκηση και συνολικά, ως προς x .

Βαθμοί 1 ^{ης} άσκησης:	x
Βαθμοί 2 ^{ης} άσκησης:	$2 \cdot x = 2x$
Βαθμοί 3 ^{ης} άσκησης:	$x + 3$
Σύνολο βαθμών:	$x + 2x + x + 3 = 4x + 3$



3. Αφού η Χριστίνα πήρε συνολικά 27 βαθμούς, η αριθμητική τιμή της αλγεβρικής παράστασης $4x + 3$ είναι 27.

$$\begin{aligned}4x + 3 &= 27 \\4 \cdot x + 3 &= 27 \\ \underbrace{4 \cdot x}_{24} + 3 &= 27 \\4 \cdot 6 + 3 &= 27 \\ \text{Άρα, } x &= 6\end{aligned}$$

4. Αντικαθιστώντας την τιμή 6 σε κάθε αλγεβρική παράσταση, υπολογίζουμε πόσους βαθμούς πήρε η Χριστίνα σε κάθε άσκηση.

Βαθμοί 1 ^{ης} άσκησης:	$x = 6$
Βαθμοί 2 ^{ης} άσκησης:	$2x = 2 \cdot 6 = 12$
Βαθμοί 3 ^{ης} άσκησης:	$x + 3 = 6 + 3 = 9$

Παράδειγμα

1. Ο Βασίλης αγόρασε μήλα και πορτοκάλια. Τα πορτοκάλια που αγόρασε ήταν 7 λιγότερα από τα μήλα. Πόσα μήλα και πόσα πορτοκάλια αγόρασε ο Βασίλης, αν ο συνολικός αριθμός των φρούτων που αγόρασε ήταν 25;

Λύση:

Αριθμός μήλων: μ

Αριθμός πορτοκαλιών: $\mu - 7$

Συνολικός αριθμός φρούτων: $\mu + \mu - 7 = 2\mu - 7$

$$2\mu - 7 = 25$$

$$2 \cdot \underbrace{\mu}_{32} - 7 = 25$$

$$2 \cdot 16 - 7 = 25$$

$$\text{Άρα, } \mu = 16$$

Αριθμός μήλων: $\mu = 16$

Αριθμός πορτοκαλιών: $\mu - 7 = 16 - 7 = 9$

Ο Βασίλης αγόρασε 16 μήλα και 9 πορτοκάλια.

Χρησιμοποιούμε μια μεταβλητή, για να αναπαραστήσουμε τον αριθμό των μήλων, για παράδειγμα το μ .

Γράφουμε αλγεβρικές παραστάσεις, για να αναπαραστήσουμε τον αριθμό των πορτοκαλιών και τον συνολικό αριθμό των φρούτων, ως προς το μ .

Δραστηριότητες

1. Η Κατερίνα έχει τριπλάσια χρήματα στο πορτοφόλι της από τα χρήματα που έχει η Μαίρη. Τα δύο κορίτσια έχουν μαζί €48. Πόσα χρήματα έχει το κάθε κορίτσι;

2. Ο Χάρης έχει στην αυλή του ένα κυπαρίσσι και ένα πεύκο. Το κυπαρίσσι έχει διπλάσιο ύψος από το πεύκο. Το συνολικό ύψος και των δύο δέντρων είναι 12 m. Πόσο είναι το ύψος του κυπαρισσιού και πόσο του πεύκου;

3. Η Στέφανη είναι κατά 12 χρόνια μεγαλύτερη από τον αδελφό της. Το άθροισμα των ηλικιών και των δύο παιδιών είναι 22. Ποια είναι η ηλικία της Στέφανης και ποια είναι η ηλικία του αδελφού της;

4. Ο συνολικός αριθμός των παιδιών που φοιτούν σε ένα γυμνάσιο είναι 540. Ο αριθμός των παιδιών που φοιτούν στην Α' τάξη είναι κατά 60 μεγαλύτερος από τον αριθμό διπλό των παιδιών που φοιτούν στη Γ' τάξη. Ο αριθμός των παιδιών στη Β' τάξη είναι διπλάσιος από τον αριθμό των παιδιών στη Γ' τάξη. Πόσα παιδιά φοιτούν στην Α', στη Β' και στη Γ' τάξη;

5. Η Νίκη, ο Κυριάκος και η Αγγελική διαβάζουν το ίδιο λογοτεχνικό βιβλίο. Η Νίκη διάβασε διπλάσιες σελίδες από τον Κυριάκο. Η Αγγελική διάβασε 10 σελίδες περισσότερες από όσες διάβασαν η Νίκη και ο Κυριάκος μαζί. Ο συνολικός αριθμός των σελίδων που διάβασαν και τα τρία παιδιά είναι 76. Πόσες σελίδες διάβασε το κάθε παιδί;

Επανάληψη

1. Να υπολογίσετε την τιμή των πιο κάτω αριθμητικών παραστάσεων, χρησιμοποιώντας τις ιδιότητες των πράξεων. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

(α) $25 \cdot 12 \cdot 4$

(β) $185 + 220 + 215$

(γ) $9 \cdot 72$

(δ) $199 \cdot 4$

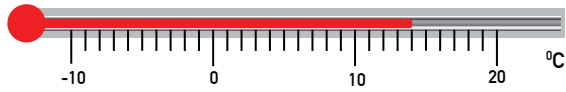
(ε) $305 \div 5$

(στ) $4824 \div 24$

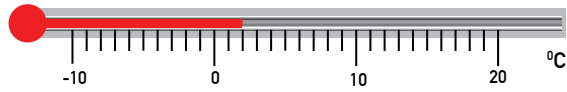
Δραστηριότητες ενότητας

1. Τα πιο κάτω θερμοόμετρα παρουσιάζουν τη θερμοκρασία έξι πόλεων, την ίδια χρονική στιγμή.

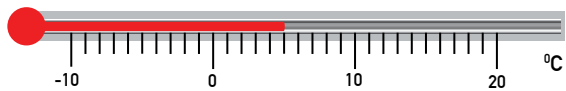
Εδιμβούργο



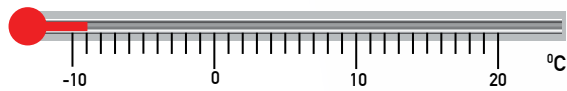
Βερολίνο



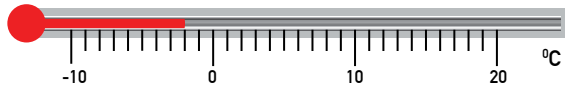
Λονδίνο



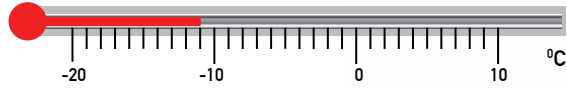
Μόσχα



Σεούλ



Στοκχόλμη



(α) Να γράψετε τη θερμοκρασία κάθε πόλης.

Εδιμβούργο:

Βερολίνο:

Λονδίνο:

Μόσχα:

Σεούλ:

Στοκχόλμη:

(β) Να σειροθετήσετε τις θερμοκρασίες, αρχίζοντας από την πόλη με τη χαμηλότερη θερμοκρασία.



2. Να υπολογίσετε τα αθροίσματα.

$(\alpha) (+6) + (+5) =$

$(\beta) (-3) + (-5) =$

$(\gamma) (-2) + (-2) =$

$(\delta) (+4) + (-2) =$

$(\epsilon) 0 + (-5) =$

$(\sigma\tau) (+8) + (-7) =$

$(\zeta) (+7) + (-7) =$

$(\eta) (+3) + (-5) =$

$(\theta) (-8) + (+10) =$

$(\iota) (+4) + (+5) + (-6) =$

$(\iota\alpha) (+5) + (+2) + (-8) + (-3) =$

$(\iota\beta) (-7) + (+5) =$

$(\iota\gamma) (+4) + (+5) + (-6) =$

$(\iota\delta) (+7) + (-2) + (-1) + (+9) =$

$(\iota\epsilon) (-8) + (-7) + (+2) =$

3. Να συμπληρώσετε τον πίνακα.

Αρχική θερμοκρασία (°C)	Μεταβολή στη θερμοκρασία (°C)	Τελική θερμοκρασία (°C)
-5	+1	
-10	-6	
0		-8
	-5	0
+7		-2
	-10	+8

4. Να συμπληρώσετε, χρησιμοποιώντας τα σύμβολα $<$, $>$ και $=$.

$(\alpha) (+5) + (-5) \square (-4) + (+2)$

$(\beta) (-6) + (+5) \square (+3) + (-4)$

$(\gamma) (+9) + (-3) \square (-2) + (+4)$

$(\delta) (-6) + (-1) \square (+3) + (-4)$

$(\epsilon) (-5) + (-5) \square (-8) + (+2)$

$(\sigma\tau) (-4) + (+6) \square (+4) + (-6)$

$(\zeta) (+10) + (-3) \square (+6) + (+1)$

$(\eta) (-100) + (+100) \square (-1) + (-99)$

$(\theta) (-12) + (-5) \square (-19) + (+2)$

$(\iota) (+24) + (-23) \square (+16) + (-15)$

5. Να επιλύσετε τα προβλήματα.

(α) Η θερμοκρασία ενός μίγματος πριν από τη διεξαγωγή ενός πειράματος ήταν $-12,5^{\circ}\text{C}$. Μετά τη διεξαγωγή του πειράματος, η θερμοκρασία του μίγματος αυξήθηκε κατά 7°C . Ποια ήταν η τελική θερμοκρασία του μίγματος;

Μαθηματική πρόταση: _____

Απάντηση: _____

(β) Το σκάκι εφευρέθηκε το 200 π.Χ. Ο κύβος του Ρούμπικ εφευρέθηκε 2114 χρόνια αργότερα. Ποια χρονολογία εφευρέθηκε ο κύβος του Ρούμπικ;

Μαθηματική πρόταση: _____

Απάντηση: _____

(γ) Η βαθμολογία ενός διαγωνιζόμενου στον πρώτο γύρο ενός τηλεπαιχνιδιού ήταν $+30$. Ποια ήταν η συνολική βαθμολογία του διαγωνιζόμενου, αν η βαθμολογία του στον δεύτερο γύρο ήταν $+15$ και στον τρίτο γύρο -25 ;

Μαθηματική πρόταση: _____

Απάντηση: _____

6. Να υπολογίσετε την τιμή των πιο κάτω αριθμητικών παραστάσεων.

(α) $12 \cdot 5 + 8 =$ _____ (β) $10 + 2 \cdot 9 + 8 =$ _____

(γ) $45 + 5 \cdot 7 =$ _____ (δ) $10 + 2 \cdot (9 + 8) =$ _____

(ε) $(8 + 16) \div 3 \div 2 =$ _____ (στ) $2 \cdot (100 - 8 + 20) =$ _____

(ζ) $120 - 2 \cdot (11 - 5) =$ _____ (η) $25 + 8 \cdot 5 \div 2 =$ _____

(θ) $6 \cdot (8 - 4) =$ _____ (ι) $(6 \cdot 5) + (2 \cdot 9) =$ _____

(ια) $(4 + 3) \cdot (2 + 2) =$ _____ (ιβ) $5 + 2 \cdot 9 =$ _____

7. Να αντιστοιχίσετε κάθε λεκτική έκφραση με μια αλγεβρική παράσταση.

(α) Προσθέτω 3 στο v	$v - 4$
(β) Προσθέτω 4 στο v	$4v + 3$
(γ) Αφαιρώ 4 από το v	$v + 4$
(δ) Πολλαπλασιάζω το v επί 4	$\frac{3}{v}$
(ε) Διαιρώ το v διά 3	$\frac{v}{3}$
(στ) Διαιρώ το 3 διά v	$4v$
(ζ) Πολλαπλασιάζω το v επί 4 και προθέτω 3	$v + 3$

8. Να γράψετε μια αλγεβρική παράσταση για κάθε λεκτική έκφραση.

(α) Διαιρώ το x διά 7

(β) Αφαιρώ 6 από το ψ

(γ) Το τριπλάσιο του κ

(δ) Προσθέτω 25 στο μ

(ε) Πολλαπλασιάζω το λ επί 8 και αφαιρώ 1

9. Να γράψετε μια λεκτική έκφραση για κάθε αλγεβρική παράσταση.

(α) $v + 6$

(β) $\psi - 4$

(γ) $8x$

(δ) $4x + 15$

(ε) $\frac{\sigma}{8} + 4$

10. Να συμπληρώσετε τον πίνακα.

Λεκτική έκφραση	Αλγεβρική παράσταση
Έστω ότι η ηλικία της Χριστίνας είναι:	x
(α) Η Μαρίνα είναι 2 χρόνια μεγαλύτερη από τη Χριστίνα.
(β) Ο Νικόλας είναι	$x + 3$
(γ) Ο Χάρης έχει διπλάσια ηλικία από τη Χριστίνα.
(δ) Ο Δημήτρης είναι 4 χρόνια μικρότερος από τη Χριστίνα.
(ε) Ο Άρης είναι 5 χρόνια μεγαλύτερος από το διπλάσιο της ηλικίας της Χριστίνας.
(στ) Η Ελένη	$3x - 4$

11. Να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή κάθε αλγεβρικής παράστασης, αν $x = 9$.

$$A = x + 11$$

$$B = 25 - x$$

$$\Gamma = 4x$$

$$\Delta = \frac{27}{x}$$

$$E = 4x + 10$$

$$Z = \frac{5x}{3}$$

12. Να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή κάθε αλγεβρικής παράστασης.

Τιμή του x	$3(x + 4)$	$3x + 4$	$x + x + 4$
2			
5			
10			

13. Να γράψετε τις πιο κάτω αλγεβρικές παραστάσεις σε απλή μορφή.

(α) $v + v$

(β) $2κ - κ$

(γ) $4x + x - 2x$

(δ) $4v - 2 + 16$

(ε) $3v + 6v - 8v$

(στ) $v + v + v + 2 + 4$

14. Να επιλύσετε τα προβλήματα στο τετράδιό σας.

(α) Ο Αντώνης διάβασε διπλάσιο αριθμό λογοτεχνικών βιβλίων από τη Φανή. Το άθροισμα των βιβλίων που διάβασαν και τα δύο παιδιά μαζί είναι 24. Πόσα βιβλία διάβασε ο Αντώνης και πόσα η Φανή;

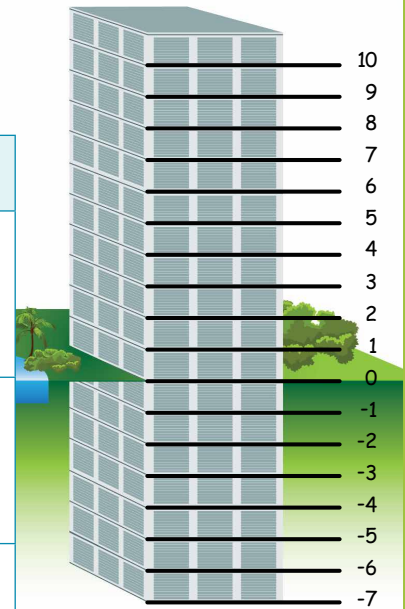
(β) Μια βαλίτσα ζυγίζει 4 kg περισσότερα από μια άλλη. Και οι δύο βαλίτσες μαζί ζυγίζουν 26 kg. Πόσο ζυγίζει κάθε βαλίτσα;

(γ) Ο Σάββας είναι 3 cm ψηλότερος από την Ελένη. Το άθροισμα του ύψους των δύο παιδιών είναι 287 cm. Ποιο είναι το ύψος κάθε παιδιού;

Δραστηριότητες εμπλουτισμού

1. Να συμπληρώσετε τον πίνακα.

Πρόβλημα	Μαθηματική πρόταση και αποτέλεσμα
Ο Κώστας βρίσκεται στον 2° όροφο του κτηρίου και θα ανεβεί με τον ανελκυστήρα 3 ορόφους. Σε ποιον όροφο θα βρεθεί;	
Η Αριάδνη βρίσκεται στον 1° όροφο του κτηρίου και θα ανεβεί με τον ανελκυστήρα 4 ορόφους. Σε ποιον όροφο θα βρεθεί;	
Η Κατερίνα βρίσκεται στον 3° υπόγειο όροφο του κτηρίου και θα ανέβει με τον ανελκυστήρα 2 ορόφους. Σε ποιον όροφο θα βρεθεί;	
Η Ελένη βρίσκεται στον 6° υπόγειο όροφο του κτηρίου και θα ανεβεί με τον ανελκυστήρα 8 ορόφους. Σε ποιον όροφο θα βρεθεί;	
_____	$(+6) + (+2) = \square$
_____	$(-5) + (+4) = \square$



2. Να συμπληρώσετε τους αριθμούς που λείπουν.

$$(α) (-10) + \square = (+2)$$

$$(β) \square + (+7) = (-11)$$

$$(γ) (-2) + \square = (-2)$$

$$(δ) \square + (-8) = (-10)$$

$$(ε) (+13) + \square = (+6)$$

$$(στ) \square + (-1) = (+8)$$

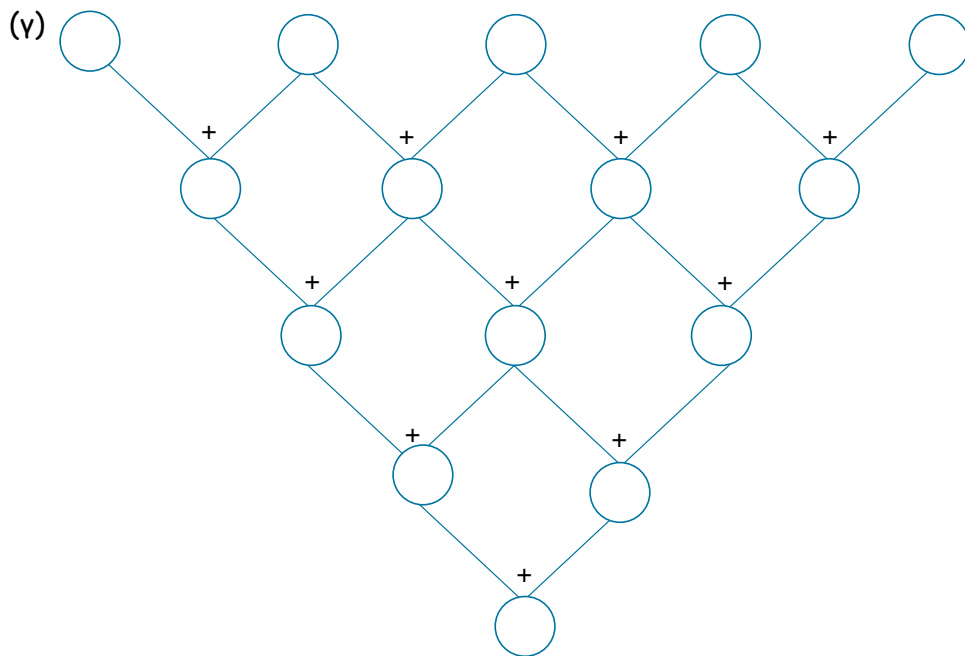
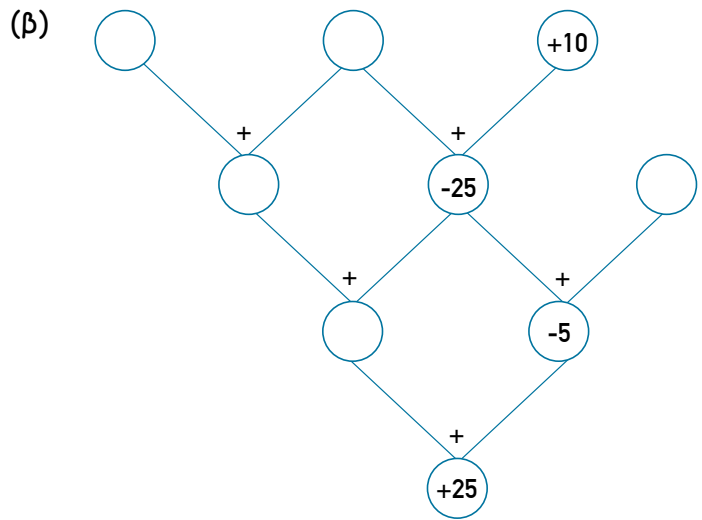
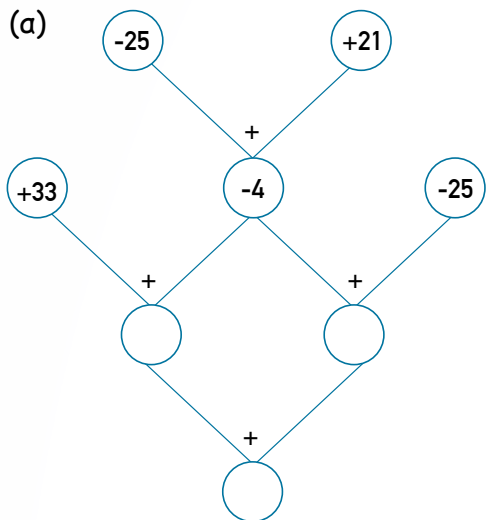
$$(ζ) \square + (+5) = (-5)$$

$$(η) 0 + \square = (-3)$$

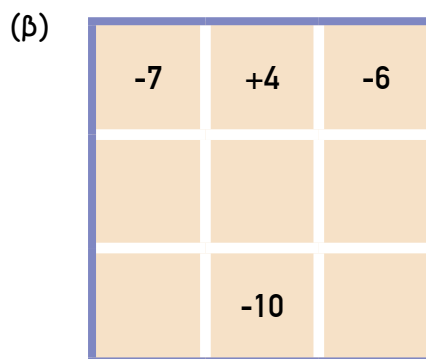
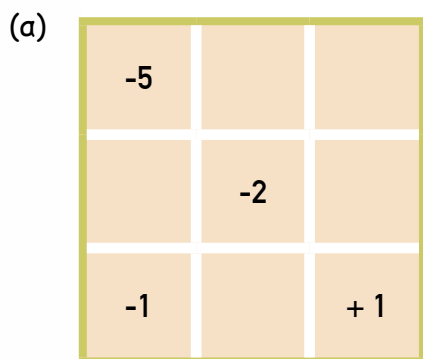
$$(θ) \square + (-6) = (+21)$$

$$(ι) (+7) + \square = (+14)$$

3. Να συμπληρώσετε.



4. Να συμπληρώσετε τα μαγικά τετράγωνα. Το άθροισμα οριζόντια, κατακόρυφα και διαγώνια σε κάθε μαγικό τετράγωνο είναι το ίδιο.



5. (α) Να υπολογίσετε το άθροισμα όλων των ακέραιων αριθμών από το -10 μέχρι το +10.

(β) Ποιο είναι το άθροισμα όλων των ακέραιων αριθμών από το -20 μέχρι το +20; Να επεξηγήσετε.

6. Να βάλετε παρενθέσεις όπου χρειάζεται στις πιο κάτω αριθμητικές παραστάσεις, ώστε να είναι ορθό το αποτέλεσμα.

(α) $18 - 11 + 3 = 10$

(β) $18 - 11 + 3 = 4$

(γ) $14 - 7 + 5 + 1 = 13$

(δ) $14 - 7 + 5 + 1 = 1$

(ε) $14 - 7 + 5 + 1 = 3$

(στ) $100 = 15 + 10 \cdot 4$

(ζ) $4 = 24 \div 4 + 2$

(η) $13 = 2 + 24 \div 2$

7. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση σε κάθε περίπτωση.

Αν το ψ είναι άρτιος αριθμός, τότε:

(α) Ο επόμενος άρτιος αριθμός είναι:

A. $\psi + 1$

B. $\psi - 1$

Γ. $\psi + 2$

Δ. $\psi - 2$

(β) Ο προηγούμενος περιττός αριθμός είναι:

A. $\psi + 1$

B. $\psi - 1$

Γ. $\psi + 2$

Δ. $\psi - 2$

(γ) Ο επόμενος περιττός αριθμός είναι:

A. $\psi + 1$

B. $\psi - 1$

Γ. $\psi + 2$

Δ. $\psi - 2$

(δ) Ο προηγούμενος άρτιος αριθμός είναι:

A. $\psi + 1$

B. $\psi - 1$

Γ. $\psi + 2$

Δ. $\psi - 2$

8. Να επιλύσετε τα προβλήματα στο τετράδιό σας.

(α) Η αποσκευή της Άννας και η αποσκευή της Βαρβάρας ζυγίζουν μαζί 24kg. Η αποσκευή της Βαρβάρας ζυγίζει τα μισά κιλά από την αποσκευή της Άννας. Πόσο ζυγίζει η αποσκευή κάθε κοριτσιού;

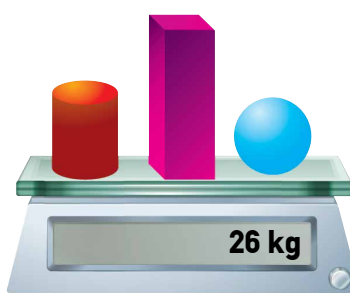
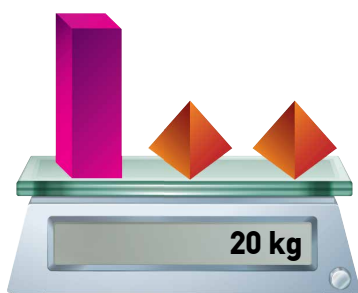
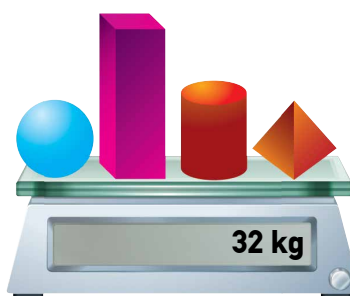
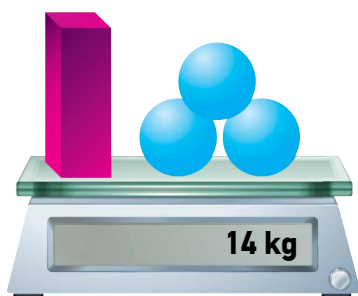
(β) Σε έναν διαγωνισμό χορού λαμβάνουν μέρος 4 χορευτικές ομάδες.

- Η Ομάδα Α έχει τους μισούς χορευτές από την Ομάδα Β.
- Η Ομάδα Β έχει 16 χορευτές περισσότερους από το άθροισμα των χορευτών των Ομάδων Γ και Δ.
- Η Ομάδα Γ έχει τριπλάσιους χορευτές από την Ομάδα Δ.
- Ο συνολικός αριθμός των χορευτών είναι 84.


Πόσους χορευτές έχει η Ομάδα Α;


(γ) Η Σοφία μάζεψε από μια υπεραγορά βαθμούς επιβράβευσης. Ο Ζήνωνας μάζεψε 12 βαθμούς περισσότερους από τη Σοφία. Η Αλίκη μάζεψε το $\frac{1}{2}$ του αθροίσματος των βαθμών που μάζεψε η Σοφία και ο Ζήνωνας. Πόσους βαθμούς μάζεψε το κάθε άτομο, αν όλα τα άτομα μάζεψαν συνολικά 426 βαθμούς;


9. Να υπολογίσετε τη μάζα κάθε αντικειμένου.



 = ____ kg

 = ____ kg

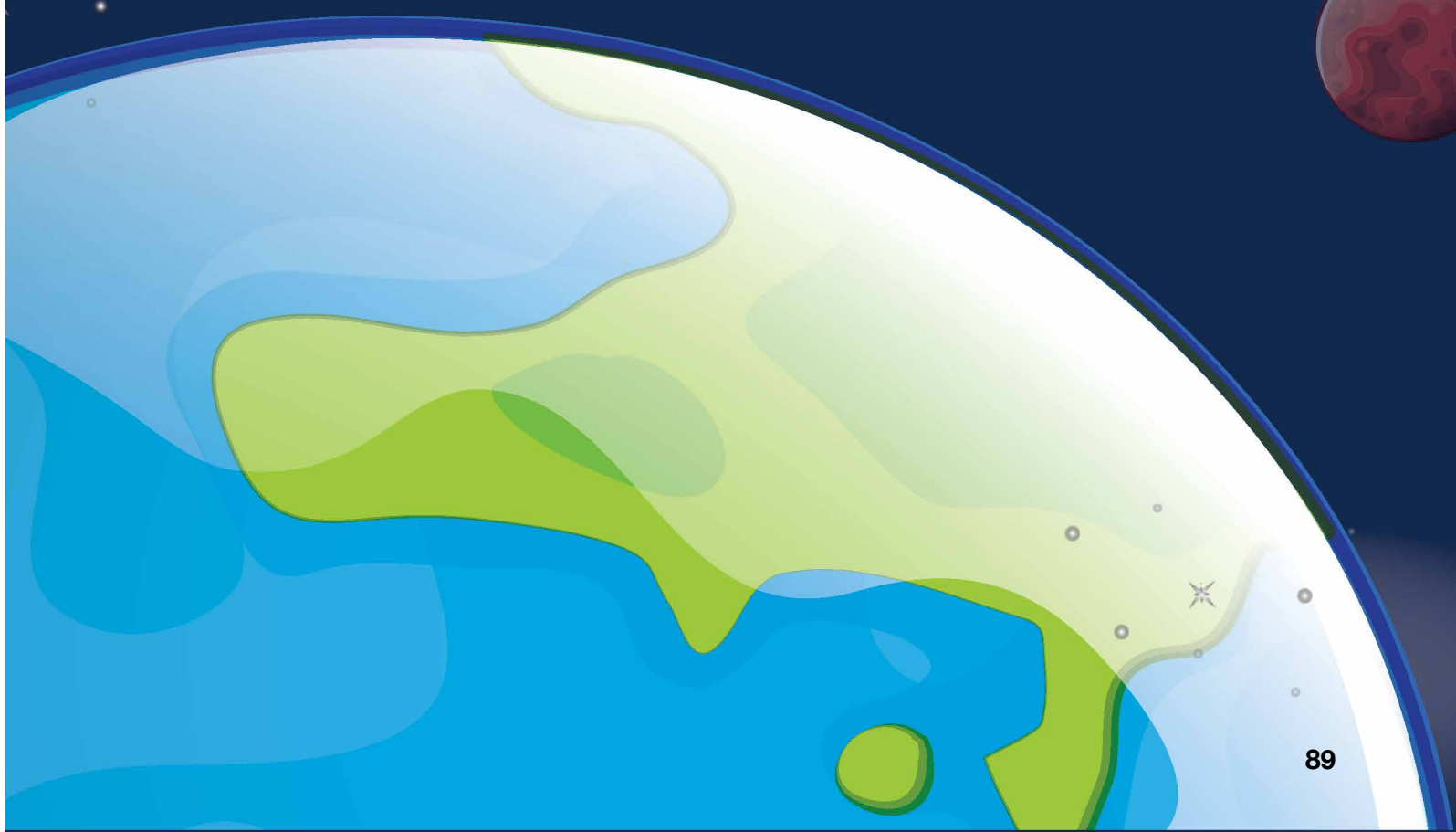
 = ____ kg

 = ____ kg



ENO'THTA

3

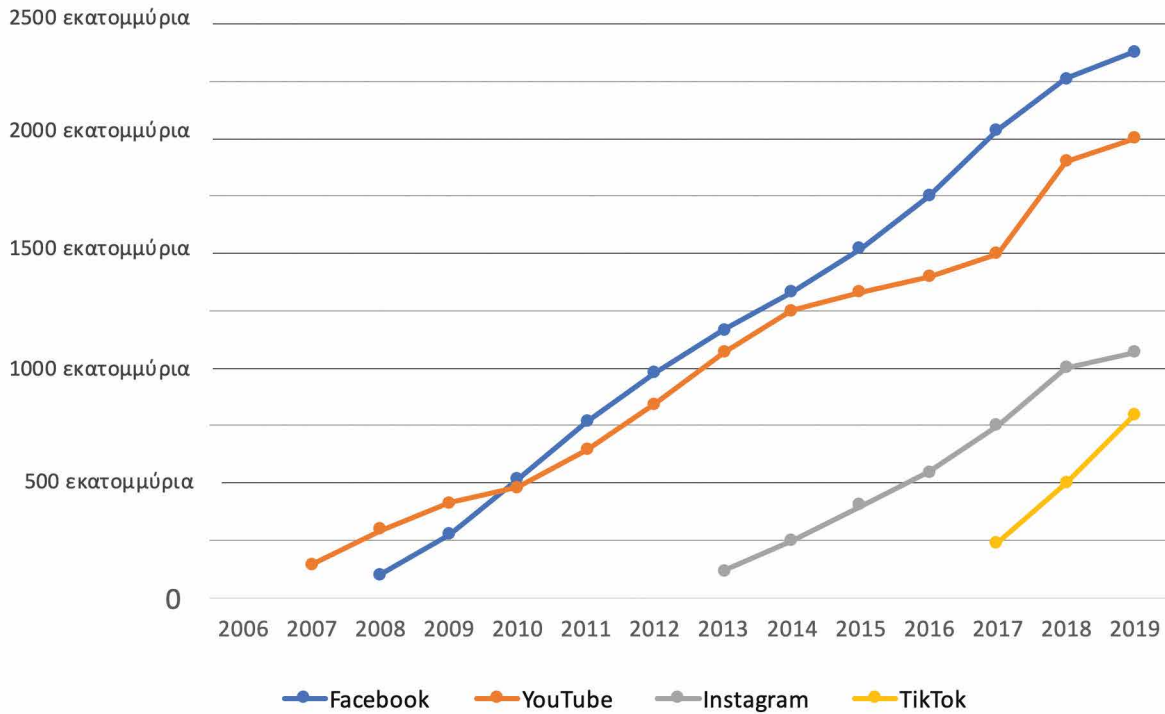


Στην ενότητα αυτή θα μάθουμε:

- Να ορίζουμε τη δύναμη ενός αριθμού και να γράφουμε αριθμούς με τη μορφή δυνάμεων αριθμούς.
- Να ορίζουμε και να εφαρμόζουμε την Ευκλείδεια Διαίρεση.
- Να διατυπώνουμε και να εφαρμόζουμε τα κριτήρια διαιρετότητας του 3 και του 9.
- Να ορίζουμε τους πρώτους και τους σύνθετους αριθμούς.
- Να αναλύουμε έναν σύνθετο αριθμό σε γινόμενο πρώτων παραγόντων.
- Να υπολογίζουμε τον Μέγιστο Κοινό Διαιρέτη (ΜΚΔ) και το Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο (ΕΚΠ) αριθμών.
- Να επιλύουμε προβλήματα, χρησιμοποιώντας τις έννοιες του ΜΚΔ και του ΕΚΠ.



Αριθμός ατόμων που χρησιμοποιούν μέσα κοινωνικής δικτύωσης κάθε χρόνο (2006-2019)



(α) Ο Φάνης θα γράψει ένα άρθρο για την εφημερίδα του σχολείου του. Επέλεξε τον τίτλο «Η άνοδος στη χρήση των μέσων κοινωνικής δικτύωσης». Να σχολιάσεις την επιλογή του τίτλου, με βάση την πιο πάνω γραφική παράσταση.

(β) Να γράψεις 4 πληροφορίες που παρουσιάζονται στη γραφική παράσταση, τις οποίες θα μπορούσε να συμπεριλάβει στο άρθρο του ο Φάνης.



Νέες Έννοιες

- Αξία θέσης ψηφίου σε μεγάλους αριθμούς

Παράδειγμα:

Χιλιάδες Εκατομμύρια			Εκατομμύρια			Χιλιάδες			Μονάδες		
Εκατοντάδες χιλιάδες εκατομμύρια	Δεκάδες χιλιάδες εκατομμύρια	Μονάδες χιλιάδες εκατομμύρια	Εκατοντάδες εκατομμύρια	Δεκάδες εκατομμύρια	Μονάδες εκατομμύρια	Εκατοντάδες χιλιάδες	Δεκάδες χιλιάδες	Μονάδες χιλιάδες	Εκατοντάδες	Δεκάδες	Μονάδες
1	2	7	3	0	1	8	9	2	5	6	4
$1 \cdot 100\,000\,000\,000$	$2 \cdot 10\,000\,000\,000$	$7 \cdot 1\,000\,000\,000$	$3 \cdot 100\,000\,000$	$0 \cdot 10\,000\,000$	$1 \cdot 1\,000\,000$	$8 \cdot 100\,000$	$9 \cdot 10\,000$	$2 \cdot 1\,000$	$5 \cdot 100$	$6 \cdot 10$	$4 \cdot 1$
100 000 000 000	20 000 000 000	7000 000 000	300 000 000	0	1 000 000	800 000	90 000	2000	500	60	4

- Διαφορετικές μορφές αναπαράστασης αριθμών

Παράδειγμα:

Συμβολική μορφή: 127 301 892 564

Αναλυτική μορφή: $(1 \cdot 100\,000\,000\,000) + (2 \cdot 10\,000\,000\,000) + (7 \cdot 1\,000\,000\,000) +$
 $(3 \cdot 100\,000\,000) + (0 \cdot 10\,000\,000) + (1 \cdot 1\,000\,000) +$
 $(8 \cdot 100\,000) + (9 \cdot 10\,000) + (2 \cdot 1\,000) +$
 $(5 \cdot 100) + (6 \cdot 10) + (4 \cdot 1)$

Λεκτική μορφή: *Εκατόν είκοσι επτά χιλιάδες τριακόσια ένα εκατομμύρια οκτακόσιες ενενήντα δύο χιλιάδες πεντακόσια εξήντα τέσσερα*

Παραδείγματα

1. (α) Να γράψετε τον αριθμό που αναφέρεται πιο κάτω σε λεκτική μορφή.

Η μεγαλύτερη σε έκταση χώρα στον κόσμο είναι η Ρωσία. Η έκταση της Ρωσίας φτάνει τα 17 098 242 km².



(β) Να γράψετε τον αριθμό που αναφέρεται πιο κάτω σε συμβολική μορφή.

Ο πληθυσμός της Ευρώπης εκτιμάται σε επτακόσια σαράντα επτά εκατομμύρια εξακόσιες τριάντα έξι χιλιάδες κατοίκους.



Λύση:

(α) Λεκτική μορφή: δεκαεπτά εκατομμύρια ενενήντα οκτώ χιλιάδες διακόσια σαράντα δύο.

(β) Συμβολική μορφή: 747 636 000

2. Να συγκρίνετε τους πιο κάτω αριθμούς.

(α) 7993

(β) 97 245

(γ) 910 023

(δ) 1 313 418

7972

97 145

910 112

913 418

Λύση:

(α) 7993 > 7972

(β) 97 245 > 97 145

(γ) 910 023 < 910 112

(δ) 1 313 418 > 913 418

Δραστηριότητες

1. Να γράψετε τους αριθμούς σε λεκτική μορφή.

5400	
42 600	
178 900	
6 780 050	
156 200 000	
4352 090 000	
24 432 170 000	
356 109 300 176	

2. Να γράψετε τους αριθμούς σε συμβολική μορφή.

δεκαπέντε χιλιάδες τριάντα δύο	_____
διακόσιες χιλιάδες πενήντα	_____
τρία εκατομμύρια σαράντα πέντε χιλιάδες	_____
εξακόσια εκατομμύρια εννιακόσιες εβδομήντα δύο χιλιάδες	_____
χίλια πεντακόσια σαράντα εκατομμύρια εκατό χιλιάδες	_____
τέσσερις χιλιάδες τριάντα εκατομμύρια οκτακόσια έξι	_____
εβδομήντα οκτώ εκατομμύρια εκατό τριάντα δύο χιλιάδες πεντακόσια τριάντα τρία	_____
διακόσιες πενήντα δύο χιλιάδες εκατομμύρια	_____

3. Να γράψετε την αξία του υπογραμμισμένου ψηφίου στους πιο κάτω αριθμούς, όπως στο παράδειγμα.

Παράδειγμα:

598 102

8000

(α) 7 093 455

(β) 96 283

(γ) 791 350

(δ) 547 890 300

(ε) 849 567

(στ) 2210 098 043

(ζ) 213 600 170 004

(η) 25 003 231 158

(θ) 9135 652 128

(ι) 72 148 007 100

(ια) 352 038 754

4. Ο κωδικός στο χρηματοκιβώτιο του Θωμά είναι ένας αριθμός μεταξύ του 7 000 000 και του 8 000 000. Ισχύουν όλες οι πιο κάτω πληροφορίες:

- Όλα τα ψηφία είναι περιττοί αριθμοί.
- Τα ψηφία στη θέση των εκατοντάδων χιλιάδων, των δεκάδων χιλιάδων και των χιλιάδων είναι τα ίδια.
- Τα ψηφία στη θέση των εκατοντάδων, των δεκάδων και των μονάδων είναι τα ίδια.
- Το άθροισμα όλων των ψηφίων του αριθμού είναι ίσο με 31.



Ποιος μπορεί να είναι ο κωδικός του χρηματοκιβωτίου του Θωμά;
Να δώσετε δύο διαφορετικές απαντήσεις.

5. Να συμπληρώσετε τους αριθμούς που λείπουν.

(α) $6\ 305\ 400 = \underline{\hspace{2cm}} + 300\ 000 + \underline{\hspace{2cm}} + 400$

(β) $7\ 001\ 001 = 7\ 000\ 000 + \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}}$

(γ) $164\ 020\ 980 = \underline{\hspace{2cm}} + 64\ 000\ 000 + \underline{\hspace{2cm}} + 900 + 80$

(δ) $1203\ 000\ 000 = \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}}$

(ε) $18\ 250\ 100\ 000 = 18\ 000\ 000\ 000 + \underline{\hspace{2cm}} + 100\ 000$

6. Να γράψετε σε συμβολική μορφή τον αριθμό που είναι:

(α) τρία εκατομμύρια μεγαλύτερος από τον αριθμό
997 000 000

(β) 100 000 000 μικρότερος από τον αριθμό
960 000 000

(γ) τριάντα χιλιάδες εκατομμύρια μεγαλύτερος από
τον αριθμό 70 000 000 000

(δ) 2 000 000 μικρότερος από τον αριθμό εβδομήντα
πέντε εκατομμύρια.

7. Να εκφράσετε λεκτικά τον κανόνα που ακολουθεί κάθε μοτίβο.

(α) 458 000, 468 000, 478 000, 488 000, 498 000

Κανόνας: _____

(β) 7 990 000, 6 970 000, 5 950 000, 4 930 000, 3 910 000

Κανόνας: _____

(γ) 8 000 000, 4 000 000, 2 000 000, 1 000 000, 500 000, 250 000

Κανόνας: _____

(δ) 1000 000 000, 3000 000 000, 9000 000 000, 27 000 000 000

Κανόνας: _____

8. Να συμπληρώσετε με το κατάλληλο σύμβολο $<$, $>$, $=$.

(α) 345 922 34 592

(β) 275 669 128 275 669 129

(γ) 44 576 493 44 577 497

(δ) 67 387 67 256

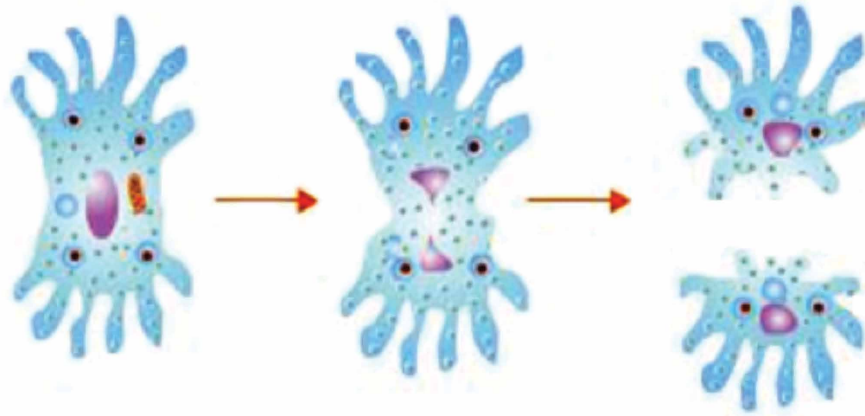
(ε) 2 767 394 201 2 769 341 222

(στ) 935 771 220 935 771 212

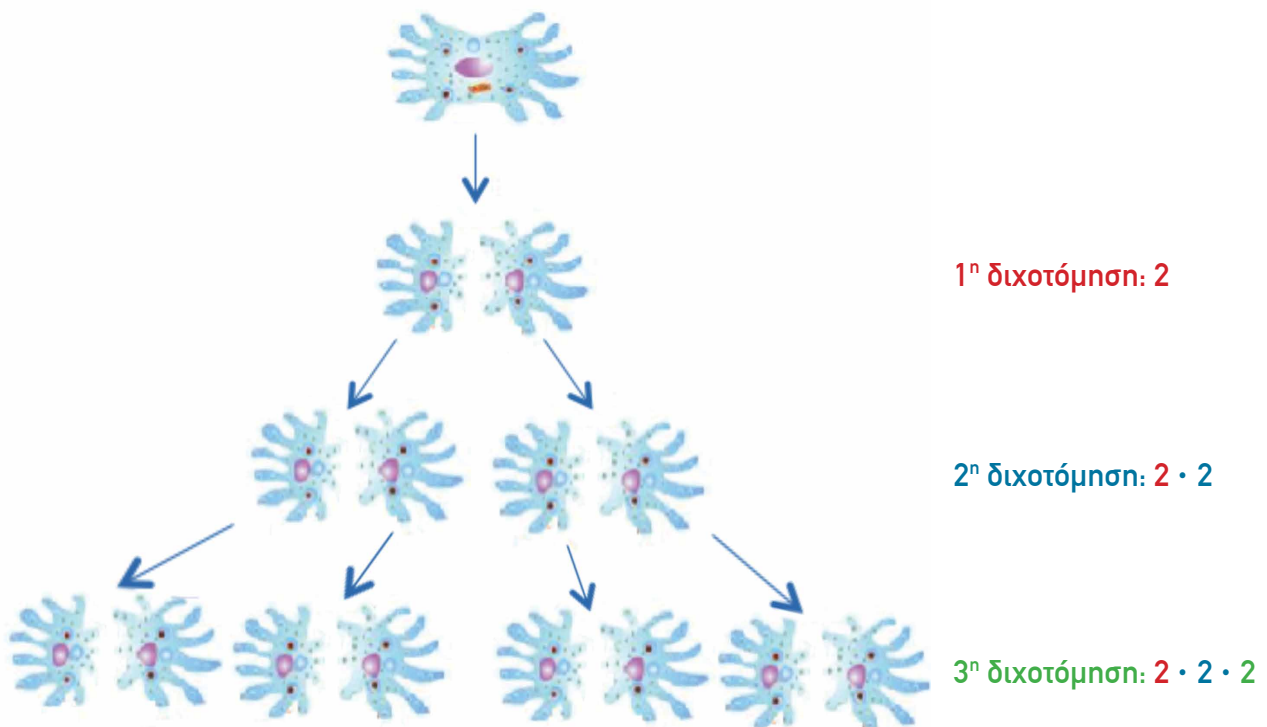
(ζ) 811 564 007 811 566 290

(η) 77 032 665 77 012 440

Ένας βιολόγος μελετά μια αμοιβάδα. Η αμοιβάδα είναι ένας μικροοργανισμός που πολλαπλασιάζεται μέσω μιας διαδικασίας διαδοχικών διχοτομήσεων. Κάθε αμοιβάδα διχοτομείται σε δύο άλλες πανομοιότυπες αμοιβάδες, όπως φαίνεται στις πιο κάτω εικόνες.



Η διαδικασία που ακολουθεί ο βιολόγος, για τον υπολογισμό του αριθμού των αμοιβάδων ύστερα από κάθε διχοτόμηση, παρουσιάζεται πιο κάτω.



(α) Να περιγράψετε τη διαδικασία που ακολουθεί ο βιολόγος για τον υπολογισμό του αριθμού των αμοιβάδων που προκύπτουν ύστερα από κάθε διχοτόμηση.

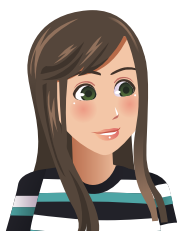
(β) Πόσες θα είναι οι αμοιβάδες ύστερα από την 4^η διχοτόμηση;

(γ) Ύστερα από ποια διχοτόμηση ο αριθμός των αμοιβάδων θα είναι 64;



(α) Να συμπληρώσετε τον πίνακα.

Δυνάμεις του 2	Δυνάμεις του 3	Δυνάμεις του 5
$2^1 = 2$	$3^1 = 3$	$5^1 = 5$
$2^2 = 2 \cdot 2 = 4$	$3^2 = 3 \cdot 3 = 9$	$5^2 = 5 \cdot 5 = 25$
$2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$	$3^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$	$5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$
$2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$	$3^4 =$ _____	$5^4 =$ _____
$2^5 =$ _____	$3^5 =$ _____	$5^5 =$ _____
$2^6 =$ _____	$3^6 =$ _____	$5^6 =$ _____



(β) Η Λίζα υπολόγισε ότι $2^7 = 128$. Με ποιο τρόπο είναι δυνατόν να υπολογίσει το 2^8 ; Να εξηγήσετε.

(γ) Ο Ιάκωβος υπολόγισε ότι $5^8 = 390\,625$. Με ποιο τρόπο είναι δυνατόν να υπολογίσει το 5^7 ; Να εξηγήσετε.



Νέες Έννοιες

- Ο επαναλαμβανόμενος πολλαπλασιασμός στον οποίο οι παράγοντες είναι ίσοι μπορεί να γραφτεί με τη μορφή **δύναμης**.

Παράδειγμα:

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^4$$

- Ο αριθμός 2 ονομάζεται **βάση** της δύναμης και ο αριθμός 4 **εκθέτης**.

$$2^4$$

← εκθέτης

↑ βάση

- Η δύναμη διαβάζεται ως «δύο στην τετάρτη» ή «η τέταρτη δύναμη του 2».
- Η πρώτη δύναμη ενός αριθμού είναι ο ίδιος ο αριθμός.

Παραδείγματα:

$$5^1 = 5$$

$$10^1 = 10$$

$$a^1 = a$$

Παραδείγματα

1. Να συμπληρώσετε τον πίνακα.

Λύση:

Δύναμη	Βάση	Εκθέτης	Αποτέλεσμα
3^2	3	2	$3^2 = 3 \cdot 3 = 9$
1^6	1	6	$1^6 = 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1$

2. Να συμπληρώσετε τον πίνακα.

Λύση:

Λεκτική μορφή	Δύναμη	Αποτέλεσμα
δύο στην τρίτη	2^3	$2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$
η τέταρτη δύναμη του τρία	3^4	$3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$

3. Ο υπεύθυνος μιας υπεραγοράς τοποθέτησε κουτιά με μπισκότα σε 5 ράφια. Κάθε ράφι είχε 5 σειρές και κάθε σειρά είχε 5 κουτιά. Να εκφράσετε τον συνολικό αριθμό των κουτιών που τοποθέτησε στα ράφια ο υπεύθυνος της υπεραγοράς με τη μορφή δύναμης και να υπολογίσετε το αποτέλεσμα.

Λύση:

$$5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$$

Υπολογίζουμε το αποτέλεσμα της δύναμης 5^3 :

5 ράφια επί 5 σειρές επί 5 κουτιά

$$5 \cdot 5 \cdot 5$$

$$5^3$$

Απάντηση: Ο υπεύθυνος της υπεραγοράς τοποθέτησε στα ράφια 125 κουτιά

4. Να υπολογίσετε το αποτέλεσμα της δύναμης 7^4 , αν $7^3 = 343$.

Λύση:

$$7^4 = \underbrace{7 \cdot 7 \cdot 7}_{7^3} \cdot 7$$

$$= 7^3 \cdot 7$$

$$= 343 \cdot 7$$

$$= 2401$$

Δραστηριότητες

1. Να συμπληρώσετε τον πίνακα, όπως στο παράδειγμα.

Δύναμη	Βάση	Εκθέτης	Αποτέλεσμα
5^3	5	3	
4^2			
10^4			
	2	3	
			$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$
7^3			
1^5			

2. Να συμπληρώσετε τον πίνακα.

Λεκτική έκφραση	Δύναμη	Αποτέλεσμα
η δεύτερη δύναμη του πέντε		
έξι στη δευτέρα		
η τρίτη δύναμη του οκτώ		
η τέταρτη δύναμη του ένα		
η έκτη δύναμη του δύο		
ένα στην εβδόμη		

3. Να επιλύσετε τα προβλήματα.

(α) Μια εταιρεία στεγάζεται σε 3 κτήρια. Κάθε κτήριο έχει 3 ορόφους και κάθε όροφος έχει 3 διαμερίσματα. Σε κάθε διαμέρισμα βρίσκονται 3 γραφεία. Να εκφράσετε τον συνολικό αριθμό γραφείων που διαθέτει η εταιρεία με τη μορφή δύναμης και να υπολογίσετε το αποτέλεσμα.

(β) Η Κατερίνα έστειλε τη Δευτέρα ένα μήνυμα σε 5 άτομα. Καθένα από τα 5 άτομα έστειλε την Τρίτη το ίδιο μήνυμα σε άλλα 5 άτομα. Αυτό το μοτίβο συνεχίστηκε και την Τετάρτη. Να εκφράσετε τον αριθμό των μηνυμάτων που στάλθηκαν την Τετάρτη με τη μορφή δύναμης και να υπολογίσετε το αποτέλεσμα.

4. Να συμπληρώσετε με τα σύμβολα $<$, $>$ ή $=$.

(α) 1^2 ____ 1^5

(β) $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$ ____ 7^3

(γ) 4^2 ____ 4^5

(δ) 10^3 ____ $10 \cdot 10 \cdot 10$

(ε) 100 ____ 10^2

(στ) $10\ 000$ ____ 10^5

(ζ) 4^3 ____ $5 \cdot 5$

(η) 6^9 ____ 6^7

(θ) 0^4 ____ 0^5

5. Να συμπληρώσετε.

(α)

Αν $8^4 = 4096$,

Τότε, $8^5 =$ _____

$8^6 =$ _____

(β)

Αν $4^8 = 65\ 536$,

Τότε, $4^7 =$ _____

$4^6 =$ _____



(γ)

Αν $9^5 = 59\ 049$,

Τότε, $9^4 =$ _____

$9^6 =$ _____

(δ)

Αν $11^4 = 14\ 641$,

Τότε, $11^3 =$ _____

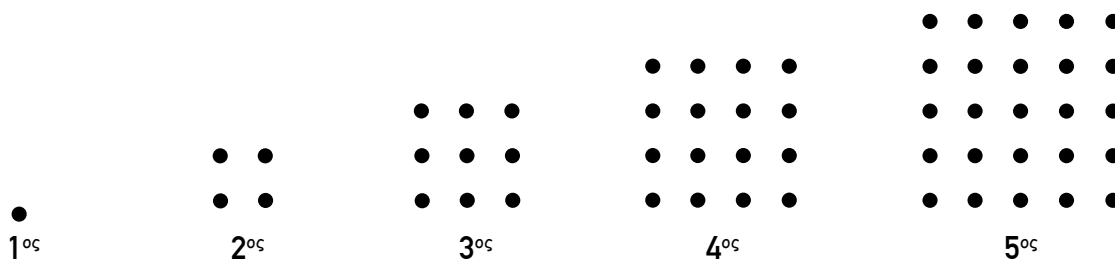
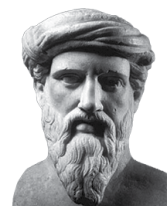
$11^5 =$ _____

6. Να υπολογίσετε την τιμή των πιο κάτω αλγεβρικών παραστάσεων.

Αλγεβρική παράσταση	Τιμή του a	Αριθμητική τιμή της αλγεβρικής παράστασης
a^3	7	
a^5	4	
5^a	3	
a^2	9	
8^a	2	
a^{10}	1	

7.

Οι Πυθαγόρειοι ήταν μαθητές του μεγάλου Έλληνα σοφού της αρχαιότητας Πυθαγόρα (6ος αιώνας π.Χ.). Οι Πυθαγόρειοι αναπαριστούσαν τους αριθμούς με τη μορφή γεωμετρικών σχημάτων, χρησιμοποιώντας κουκκίδες. Για παράδειγμα, σχημάτιζαν «τετράγωνους αριθμούς» που ήταν διατεταγμένοι σε σχήμα τετραγώνου.



(α) Να συμπληρώσετε τον πίνακα με βάση το πιο πάνω μοτίβο.

Όρος μοτίβου	1 ^{ος}	2 ^{ος}	3 ^{ος}	4 ^{ος}	5 ^{ος}	6 ^{ος}	7 ^{ος}	10 ^{ος}		
Αριθμός κουκκίδων	1	4	9							400
Αριθμός κουκκίδων ως δύναμη	1 ²	2 ²	3 ²						12 ²	

(β) Ένας από τους όρους του μοτίβου έχει 625 κουκκίδες. Πόσες κουκκίδες έχει ο αμέσως επόμενος όρος του μοτίβου;

Επανάληψη

1. Να κάνετε τις πράξεις. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

(α) $5476 + 512$

(β) $2485 + 3768$

(γ) $694 + 67\,908$

(δ) $65\,784 - 23\,602$

(ε) $7003 - 3496$

(στ) $40\,000 - 3675$

(ζ) $248 \cdot 7$

(η) $4563 \cdot 70$

(θ) $4652 \cdot 62$

(ι) $3451 \div 7$

(ια) $1478 \div 21$

(ιβ) $50\,235 \div 25$



Ο Γιάννης βρήκε τις πιο κάτω πληροφορίες για τον πλανήτη Ερμή σε μια ιστοσελίδα αστροφυσικής.

Ο πλανήτης Ερμής με αριθμούς



Ημερομηνία ανακάλυψης: Αρχαία χρόνια

Απόσταση από τον ήλιο

Συμβολική μορφή: 600 000 000 km

Αναλυτική μορφή: $6 \cdot 100\,000\,000$ km

Με μορφή δύναμης: $6 \cdot 10^8$ km



Εμβαδόν

Συμβολική μορφή: 80 000 000 km²

Αναλυτική μορφή: $8 \cdot 10\,000\,000$ km²

Με μορφή δύναμης: $8 \cdot 10^7$ km²

Μάζα

Συμβολική μορφή: 300 000 000 000 000 000 000 kg

Αναλυτική μορφή: $3 \cdot 100\,000\,000\,000\,000\,000\,000$ kg

Με μορφή δύναμης: $3 \cdot 10^{23}$ kg

Να επεξηγήσετε τις μορφές γραφής των αριθμών που εμφανίζονται στις πιο πάνω πληροφορίες.

(α) Να συμπληρώσετε τον πίνακα.

10	=	10	=	10^1
100	=	$10 \cdot 10$	=	10^2
1000	=	$10 \cdot 10 \cdot 10$	=	
10 000	=		=	
100 000	=		=	
1 000 000	=		=	
10 000 000	=		=	

(β) Ποιο μοτίβο παρατηρείτε;

(γ) Να γράψετε τους πιο κάτω αριθμούς σε μορφή δύναμης.

100 000 000 _____

1 000 000 000 000 _____

5000 _____

30 000 _____

6 000 000 _____

(δ) Να γράψετε τα πιο κάτω σε συμβολική μορφή.

10^9 _____

10^{10} _____

$2 \cdot 10^3$ _____

$4 \cdot 10^4$ _____

$9 \cdot 10^7$ _____

Νέες Έννοιες

- Οι αριθμοί 10, 100, 1000, 10 000 ... γράφονται ως δυνάμεις με βάση το 10 και εκθέτη το πλήθος των μηδενικών τους.

Συμβολική μορφή	Λεκτική μορφή	Δύναμη
10	Δέκα	10^1
100	Εκατόν	10^2
1000	Χίλια	10^3
10 000	Δέκα χιλιάδες	10^4
100 000	Εκατόν χιλιάδες	10^5
1 000 000	Ένα εκατομμύριο	10^6
10 000 000	Δέκα εκατομμύρια	10^7
100 000 000	Εκατόν εκατομμύρια	10^8
1000 000 000	Χίλια εκατομμύρια	10^9
10 000 000 000	Δέκα χιλιάδες εκατομμύρια	10^{10}
100 000 000 000	Εκατόν χιλιάδες εκατομμύρια	10^{11}
1 000 000 000 000	Ένα δισεκατομμύριο	10^{12}

Γραφή Δισεκατομμυρίου

- Το δισεκατομμύριο στην Κύπρο, με βάση σχετικές οδηγίες της Ευρωπαϊκής Ένωσης, γράφεται ως 1 000 000 000 000 ή 10^{12} και αναφέρεται στον αριθμό ένα εκατομμύριο εκατομμύρια¹.
- Ο κανόνας αυτός δεν ακολουθείται από τις Ηνωμένες Πολιτείες Αμερικής όπου το δισεκατομμύριο γράφεται ως 1 000 000 000 ή 10^9 . Στις Ηνωμένες Πολιτείες Αμερικής, ο αριθμός 1 000 000 000 000 ή 10^{12} ονομάζεται ένα τρισεκατομμύριο (αντί ένα δισεκατομμύριο).

¹ Αυτός ο τρόπος γραφής του δισεκατομμυρίου καθιερώθηκε στην Κύπρο με Κανονισμούς που εγκρίθηκαν από τη Βουλή των Αντιπροσώπων και φέρουν τον τίτλο «Οι περί Μέτρων και Σταθμών (Μονάδες Μετρήσεως) Κανονισμοί του 1990 – 2010».

Παραδείγματα

1. Να υπολογίσετε τις πιο κάτω δυνάμεις.

(α) 10^3

(β) 10^7

Λύση:

(α) $10^3 = 10 \cdot 10 \cdot 10 = 1000$

(β) $10^7 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10\ 000\ 000$

2. Να γράψετε τους πιο κάτω αριθμούς με τη μορφή δύναμης.

(α) 1 000 000

(β) 1000 000 000

Λύση:

(α) $1\ 000\ 000 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^6$

(β) $1000\ 000\ 000 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^9$

3. Να συγκρίνετε τους αριθμούς.

(α) 1000 και 10^5

(β) 10 000 και 10^4

(γ) 300 και 10^3

Λύση:

(α) 1000 και 10^5

$10^5 = 100\ 000$

Άρα, $1000 < 10^5$

(β) 10 000 και 10^4

$10^4 = 10\ 000$

Άρα, $10\ 000 = 10^4$

(γ) 300 και 10^3

$10^3 = 1000$

Άρα, $300 < 10^3$

4. Να συμπληρώσετε τον πίνακα.

Λύση:

Συμβολική μορφή	Λεκτική μορφή	Αναλυτική μορφή	Δύναμη
5 000 000	Πέντε εκατομμύρια	$5 \cdot 1\ 000\ 000$	$5 \cdot 10^6$
600 000 000	Εξακόσια εκατομμύρια	$6 \cdot 100\ 000\ 000$	$6 \cdot 10^8$

Δραστηριότητες

1. (α) Να υπολογίσετε τις πιο κάτω δυνάμεις.

$$10^2 = \underline{\hspace{15em}}$$

$$10^3 = \underline{\hspace{15em}}$$

$$10^5 = \underline{\hspace{15em}}$$

$$10^9 = \underline{\hspace{15em}}$$

(β) Να γράψετε τους πιο κάτω αριθμούς σε μορφή δύναμης.

$$10\ 000 = \underline{\hspace{15em}}$$

$$100\ 000 = \underline{\hspace{15em}}$$

$$10\ 000\ 000\ 000 = \underline{\hspace{15em}}$$

$$1\ 000\ 000\ 000\ 000 = \underline{\hspace{15em}}$$

2. Να γράψετε σε συμβολική και λεκτική μορφή τον αριθμό που αναφέρεται σε κάθε πρόταση, όπως στο παράδειγμα.

Παράδειγμα:

Ο δορυφόρος Κασίνι ταξίδεψε περίπου 10^9 χιλιόμετρα μέχρι να φτάσει στον πλανήτη Κρόνο το 2004.

Συμβολική μορφή: 1000 000 000

Λεκτική μορφή: χίλια εκατομμύρια

(α) Η διάμετρος του ήλιου είναι ίση με 10^6 χιλιόμετρα.

Συμβολική μορφή: _____

Λεκτική μορφή: _____

(β) Ο Άρης απέχει από τη Γη περίπου 10^{12} χιλιόμετρα.

Συμβολική μορφή: _____

Λεκτική μορφή: _____

(γ) Το κοντινότερο άστρο απέχει 10^{13} χιλιόμετρα από τη Γη.

Συμβολική μορφή: _____

Λεκτική μορφή: _____

3. Να υπολογίσετε το αποτέλεσμα, όπως στο παράδειγμα.

Παράδειγμα:

$$2 \cdot 10^2 = 2 \cdot 100 = 200$$

(α) $3 \cdot 10^3 =$ _____ $=$ _____

(β) $4 \cdot 10^4 =$ _____ $=$ _____

(γ) $6 \cdot 10^5 =$ _____ $=$ _____

(δ) $8 \cdot 10^6 =$ _____ $=$ _____

4. Να αντιστοιχίσετε, όπως στο παράδειγμα.

Δύναμη	Συμβολική μορφή	Λεκτική μορφή
$3 \cdot 10^4$	1 000 000	Τρεις χιλιάδες
$3 \cdot 10^3$	3000 000 000	Τρεις χιλιάδες εκατομμύρια
$3 \cdot 10^9$	30 000	Ένα εκατομμύριο
10^6	7 000 000 000 000	Τριάντα χιλιάδες
$7 \cdot 10^{12}$	3000	Επτά δισεκατομμύρια
$7 \cdot 10^{11}$	700 000 000 000	Επτακόσιες χιλιάδες εκατομμύρια

5. Να συμπληρώσετε με τα σύμβολα $<$, $>$, $=$.

(α) 1000 _____ 10^3

(β) $1\ 000\ 000$ _____ 10^7

(γ) $8 \cdot 10^3$ _____ $3 \cdot 10^3$

(δ) 10^4 _____ $10\ 000$

(ε) 350 _____ 10^2

(στ) $2 \cdot 10^5$ _____ $20 \cdot 10^4$

(ζ) $10 \cdot 1000$ _____ 10^3

(η) $40\ 000$ _____ 10^4

(θ) $3 \cdot 10^7$ _____ $4 \cdot 10^6$

(ι) $4 \cdot 10^8$ _____ $4 \cdot 10^3$

(ια) $5 \cdot 10^3$ _____ $2 \cdot 10^4$

(ιβ) $8 \cdot 10^8$ _____ $7 \cdot 10^7$

6. Να σειροθετήσετε τις κάρτες, αρχίζοντας από την κάρτα με τον μικρότερο αριθμό.

A. $500\,000 \cdot 100$

B. 50 εκατομμύρια

Γ. 3 δισεκατομμύρια

Δ. 10^9

Ε. 300^2

Ζ. $1\,000\,000\,000 \cdot 2\,000$

Η. $\frac{1}{2}$ εκατομμύριο

7. Να υπολογίσετε την τιμή των πιο κάτω αλγεβρικών παραστάσεων για $x = 10$.

(α) $x^4 =$ _____

(β) $x^{12} =$ _____

(γ) $10x =$ _____

(δ) $1^x =$ _____

(ε) $10^x =$ _____

(στ) $3x + 20 =$ _____

(ζ) $250x =$ _____

(η) $2 \cdot 10^x =$ _____

Επανάληψη

1. Να υπολογίσετε την τιμή των πιο κάτω αριθμητικών παραστάσεων. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

(α) $20 + 5 \cdot 44$

(β) $24 \div 4 - 3 \cdot 2$

(γ) $32 \div 8 + 5$

(δ) $16 - 8 \div 4 + 3$

(ε) $20 \cdot (17 + 3)$

(στ) $(25 + 27) \div 2$

(ζ) $27 \div 3 \cdot 11$

(η) $56 \div (3 + 1) \cdot 2$

(θ) $7 - 1 + 2 - 6 \div 2$

Ο κύριος Θάνος μοίρασε στα 6 εγγόνια του βόλους με δίκαιο τρόπο. Έδωσε σε κάθε εγγόνι του 5 βόλους και του περίσσεψαν μερικοί βόλοι. Ποιος μπορεί να ήταν ο αριθμός των βόλων που είχε ο κύριος Θάνος;





(α) Να αξιοποιήσετε το αποτέλεσμα που βρήκε η Ιωάννα στη διαίρεση $135 \div 3$, για να υπολογίσετε το αποτέλεσμα της διαίρεσης των πιο κάτω διαδοχικών αριθμών διά 3.

$$135 \div 3 \text{ πηλίκο } 45 \text{ και υπόλοιπο } 0$$

$$136 \div 3 \text{ _____}$$

$$137 \div 3 \text{ _____}$$

$$138 \div 3 \text{ _____}$$

$$139 \div 3 \text{ _____}$$

$$140 \div 3 \text{ _____}$$

$$141 \div 3 \text{ _____}$$



Τι παρατηρείτε;

(β) Ο Νικόλας υπολόγισε το αποτέλεσμα της διαίρεσης των πιο κάτω διαδοχικών αριθμών διά 7. Είναι δυνατόν να βρήκε σε κάποια από τις διαιρέσεις υπόλοιπο 0; Να επεξηγήσετε, χωρίς να κάνετε τις πράξεις.



$$13\ 250 \div 7$$

$$13\ 251 \div 7$$

$$13\ 252 \div 7$$

$$13\ 253 \div 7$$

$$13\ 254 \div 7$$

$$13\ 255 \div 7$$

$$13\ 256 \div 7$$

$$13\ 257 \div 7$$

Διερεύνηση 2

Ο **Ευκλείδης** ήταν ένας μεγάλος Έλληνας Μαθηματικός που έζησε στην Αλεξάνδρεια της Αιγύπτου (323 π.Χ. - 283 π.Χ.). Είναι γνωστός ως ο «πατέρας» της Γεωμετρίας. Το πιο σημαντικό έργο του Ευκλείδη είναι «Τα Στοιχεία», το οποίο αποτελείται από 13 βιβλία και περιγράφει τις μαθηματικές γνώσεις της εποχής του.



Η διαίρεση της πιο κάτω μορφής ονομάστηκε **Ευκλείδεια Διαίρεση**, προς τιμήν του Ευκλείδη.

- Όταν δοθούν δύο φυσικοί αριθμοί Δ και δ , τότε υπάρχουν δύο μοναδικοί φυσικοί αριθμοί π και υ , ώστε να ισχύει η ισότητα:

$$\Delta = \delta \cdot \pi + \upsilon$$

- Στην Ευκλείδεια Διαίρεση, το υπόλοιπο είναι πάντα ίσο ή μεγαλύτερο από το μηδέν και μικρότερο από τον διαιρέτη:

$$0 \leq \upsilon < \delta$$

Διαιρετέος

διαιρέτης

Δ

δ

.

π

.

.

.

.

υ

πηλίκιο

υπόλοιπο

Να χρησιμοποιήσετε τις πιο πάνω πληροφορίες, για να εξετάσετε ποιες από τις πιο κάτω ισότητες εκφράζουν Ευκλείδεια Διαίρεση. Στις περιπτώσεις που οι ισότητες εκφράζουν Ευκλείδεια Διαίρεση, να αναφέρετε τον Διαιρετέο, τον διαιρέτη, το πηλίκιο και το υπόλοιπο.

(α) $182 = 5 \cdot 36 + 2$

(β) $385 = 15 \cdot 23 + 40$

(γ) $303 = 7 \cdot 42 + 9$

Νέες Έννοιες

- Όταν δοθούν δύο φυσικοί αριθμοί Δ (Διαιρετέος) και δ (δαιρέτης), τότε υπάρχουν δύο άλλοι φυσικοί αριθμοί π (πηλίκo) και $υ$ (υπόλοιπο), ώστε να ισχύει η ισότητα:

$$\Delta = \delta \cdot \pi + υ$$

Η διαίρεση αυτής της μορφής ονομάζεται **Ευκλείδεια Διαίρεση**.

- Στην Ευκλείδεια Διαίρεση, το **υπόλοιπο** είναι πάντα **ίσο ή μεγαλύτερο από το μηδέν** και **μικρότερο από τον δαιρέτη**.

$$0 \leq υ < \delta$$

Παράδειγμα:

$$45 = 7 \cdot 6 + 3$$

Διαιρετέος	45		7	δαιρέτης
	- 42		6	
	3			πηλίκo
υπόλοιπο				

- Αν το υπόλοιπο είναι ίσο με μηδέν ($υ = 0$), τότε η διαίρεση ονομάζεται **Τέλεια Διαίρεση**:

$$\Delta = \delta \cdot \pi$$

Παράδειγμα:

$$42 = 7 \cdot 6$$

Διαιρετέος	42		7	δαιρέτης
	- 42		6	
	0			πηλίκo
υπόλοιπο				

Παραδείγματα

1. Ένας αριθμός διαιρείται με το 25. Δίνει πηλίκο 12 και υπόλοιπο 9. Ποιος είναι ο αριθμός;

Λύση:

Χρησιμοποιούμε την ισότητα της Ευκλείδειας Διάρσεσης, για να υπολογίσουμε τον Διαιρετέο.

$$\begin{aligned}\Delta &= \delta \cdot \pi + \upsilon \\ &= 25 \cdot 12 + 9 \\ &= 300 + 9 \\ &= 309\end{aligned}$$

Ο αριθμός είναι το 309.

2. Να εξετάσετε κατά πόσο είναι ορθό το αποτέλεσμα κάθε Ευκλείδειας Διάρσεσης.

	Διάρσεση	Πηλίκο	Υπόλοιπο
(α)	$485 \div 4$	121	1
(β)	$263 \div 3$	86	2
(γ)	$356 \div 5$	70	6

Λύση:

$$\begin{aligned}\text{(α)} \Delta &= \delta \cdot \pi + \upsilon \\ &= 4 \cdot 121 + 1 \\ &= 485\end{aligned}$$

Το αποτέλεσμα είναι ορθό.

$$\begin{aligned}\text{(β)} \Delta &= \delta \cdot \pi + \upsilon \\ &= 3 \cdot 86 + 2 \\ &= 260\end{aligned}$$

Το αποτέλεσμα δεν είναι ορθό, γιατί με βάση το πηλίκο ($\pi = 86$) και το υπόλοιπο ($\upsilon = 2$), ο Διαιρετέος έπρεπε να ήταν το 260 και όχι το 263.

(γ) Το υπόλοιπο είναι μεγαλύτερο από τον διαιρέτη. Άρα, το αποτέλεσμα δεν είναι ορθό.

Για να είναι ορθό το αποτέλεσμα πρέπει:

- Να ισχύει η ισότητα της Ευκλείδειας Διάρσεσης.
- Το υπόλοιπο να είναι ίσο ή μεγαλύτερο από το 0 και μικρότερο από τον διαιρέτη.

Δραστηριότητες

1. Να βρείτε τους αριθμούς.

(α) Ένας αριθμός διαιρείται με το 8. Δίνει πηλίκο 74 και υπόλοιπο 3. Ποιος είναι ο αριθμός;

(β) Ένας αριθμός διαιρείται με το 11. Δίνει πηλίκο 40 και υπόλοιπο 8. Ποιος είναι ο αριθμός;

(γ) Ένας αριθμός διαιρείται με το 13. Δίνει πηλίκο 25 και υπόλοιπο 0. Ποιος είναι ο αριθμός;

2. Να εξετάσετε κατά πόσο είναι ορθό το αποτέλεσμα κάθε Ευκλείδειας Διάρησης.

	Διαίρεση	Πηλίκο	Υπόλοιπο	ΟΡΘΟ/ΛΑΘΟΣ	Αιτιολόγηση
(α)	$423 \div 4$	105	3		
(β)	$376 \div 7$	53	5		
(γ)	$1236 \div 12$	102	12		
(δ)	$4928 \div 7$	704	0		
(ε)	$639 \div 13$	48	2		
(στ)	$900 \div 75$	12	0		

3. Να επιλύσετε τα προβλήματα.

(α) Διακόσιοι ογδόντα πέντε τουρίστες θα μεταφερθούν στο αεροδρόμιο με λεωφορεία. Κάθε λεωφορείο διαθέτει 52 θέσεις.

i. Πόσα λεωφορεία θα γεμίσουν εντελώς; _____

ii. Πόσα λεωφορεία χρειάζονται για τη μεταφορά των τουριστών; _____

(β) Οι 120 μαθητές ενός σχολείου θα επισκεφθούν ένα μουσείο. Ένας εκπαιδευτικός μπορεί να συνοδεύσει μέχρι και 25 μαθητές.

i. Πόσες ομάδες των 25 ακριβώς μαθητών θα σχηματιστούν; _____

ii. Πόσοι εκπαιδευτικοί χρειάζονται; _____

4. Σε ένα εκπαιδευτικό ταξίδι θα συμμετέχουν 576 παιδιά και 32 εκπαιδευτικοί. Κάθε ξεναγός θα αναλαμβάνει ομάδες των 55 ατόμων.

Με ποιο από τα πιο κάτω παιδιά συμφωνείς; Να επεξηγήσεις.

Χρειάζονται 10 ξεναγοί.



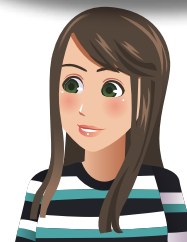
Νικόλας

Χρειάζονται 11 ξεναγοί.



Ρέα

Χρειάζονται 12 ξεναγοί.



Ανθή

5. Να γράψετε ποια είναι τα δυνατά υπόλοιπα των πιο κάτω διαιρέσεων, χωρίς να κάνετε τις πράξεις.

(α) $186 \div 7$ _____

(β) $175 \div 8$ _____

(γ) $4182 \div 3$ _____

(δ) $\kappa \div 9$ _____

(ε) $\mu \div 6$ _____

(στ) $\nu \div 12$ _____

6. Ο Αλέξης ετοίμασε ν αριθμό γλυκών.

- Ο αριθμός των γλυκών που ετοίμασε είναι μεγαλύτερος από 50 και μικρότερος από 60.
- Τοποθέτησε τα γλυκά σε κουτιά, τα οποία χωρούσαν 6 γλυκά το καθένα.
- Του περίσσεψαν μερικά γλυκά, αλλά δεν ήταν αρκετά, για να γεμίσει ακόμα ένα κουτί.



(α) Να βρείτε όλες τις δυνατές τιμές που μπορεί να πάρει το ν .

(β) Γιατί είναι αδύνατον να περισσέψουν 7 γλυκά; Να επεξηγήσετε.

7. Να εξετάσετε ποιες από τις πιο κάτω ισότητες εκφράζουν Ευκλείδεια Διάρηση. Στις περιπτώσεις που οι ισότητες εκφράζουν Ευκλείδεια Διάρηση, να αναφέρετε τον Διαιρετέο, τον διαιρέτη, το πηλίκο και το υπόλοιπο.

$$(α) 104 = 4 \cdot 25 + 4$$

$$(β) 143 = 5 \cdot 28 + 3$$

$$(γ) 353 = 19 \cdot 18 + 11$$

8. Να αντιστοιχίσετε τους αριθμούς με την κατάλληλη θέση, ώστε να ισχύει η ισότητα της Ευκλείδειας Διάρησης.

12

181

14

13

Δ

=

δ

·

π

+

υ

9. Σε μια Ευκλείδεια Διάρηση, ο διαιρέτης είναι το 6 και το πηλίκο είναι το 5. Να βρείτε όλες τις δυνατές τιμές που μπορεί να πάρει ο Διαιρετέος.

Έχουμε μάθει:

- **Κριτήρια διαιρετότητας** είναι οι κανόνες με τους οποίους μπορούμε να διακρίνουμε κατά πόσο ένας αριθμός διαιρείται ακριβώς από κάποιον άλλο αριθμό.

- **Κριτήριο διαιρετότητας με το 2**

Ένας αριθμός διαιρείται με το 2, αν και μόνο αν το ψηφίο των μονάδων του είναι 0, 2, 4, 6 ή 8.

Παράδειγμα:

Ο αριθμός 5346 διαιρείται με το 2, γιατί το ψηφίο των μονάδων του είναι 6.

- **Κριτήριο διαιρετότητας με το 5**

Ένας αριθμός διαιρείται με το 5, αν και μόνο αν το ψηφίο των μονάδων του είναι 0 ή 5.

Παράδειγμα:

Ο αριθμός 475 διαιρείται με το 5, γιατί το ψηφίο των μονάδων του είναι το 5.

- **Κριτήριο διαιρετότητας με το 10**

Ένας αριθμός διαιρείται με το 10, αν και μόνο αν το ψηφίο των μονάδων του είναι 0.

Παράδειγμα:

Ο αριθμός 1540 διαιρείται με το 10, γιατί το ψηφίο των μονάδων του είναι 0.

- **Κριτήριο διαιρετότητας με το 4**

Ένας αριθμός διαιρείται με το 4, αν και μόνο αν ο αριθμός που σχηματίζεται από τα δύο τελευταία ψηφία του διαιρείται με το 4.

Παράδειγμα:

Ο αριθμός 3524 διαιρείται με το 4, γιατί ο αριθμός 24 που σχηματίζεται από τα δύο τελευταία ψηφία του διαιρείται με το 4.

Διερεύνηση 1

(α) Να εξετάσετε ποιοι από τους πιο κάτω διψήφιους αριθμούς διαιρούνται με το 3 και να τους βάλετε σε κύκλο.

24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31



(β) Να εξετάσετε ποιοι από τους πιο κάτω τριψήφιους αριθμούς διαιρούνται με το 3 και να τους βάλετε σε κύκλο.

124, 125, 126, 127, 128, 129, 130, 131

(γ) Να εξετάσετε ποιοι από τους πιο κάτω τετραψήφιους αριθμούς διαιρούνται με το 3 και να τους βάλετε σε κύκλο.

1124, 1125, 1126, 1127, 1128, 1129, 1130, 1131

(δ) Να διατυπώσετε μια υπόθεση για το κριτήριο διαιρετότητας με το 3.

(ε) Να συμπληρώσετε τον πίνακα.

Αριθμός	Άθροισμα ψηφίων	Διαιρείται με το 3;	Αριθμός	Άθροισμα ψηφίων	Διαιρείται με το 3;
24	$2 + 4 = 6$		128	$1 + 2 + 8 = 11$	
25			129		
26			130		
27			131		
28			1124		
29			1125		
30			1126		
31			1127		
124			1128		
125			1129		
126			1130		
127			1131		

(στ) Να διατυπώσετε το κριτήριο διαιρετότητας με το 3.

(ζ) Να χρησιμοποιήσετε το κριτήριο διαιρετότητας με το 3, για να βρείτε πενταψήφιους αριθμούς που διαιρούνται με το 3.

--

Διερεύνηση 2

Ο Φάνης και η Αλίκη προσπαθούν να βρουν έναν κανόνα που θα τους βοηθά να διακρίνουν κατά πόσο ένας αριθμός διαιρείται με το 9.

(α) Τα παιδιά κατασκεύασαν τον πιο κάτω πίνακα και χρωμάτισαν τους αριθμούς που διαιρούνται με το 9.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25	26	27
28	29	30	31	32	33	34	35	36
37	38	39	40	41	42	43	44	45
46	47	48	49	50	51	52	53	54
55	56	57	58	59	60	61	62	63
64	65	67	67	68	69	70	71	72
73	74	75	76	77	78	79	80	81
82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99
100	101	102	103	104	105	106	107	108
109	110	111	112	113	114	115	116	117
118	119	120	121	122	123	124	125	126



(β) Να παρατηρήσετε τους αριθμούς που χρωμάτισαν τα παιδιά και να διατυπώσετε έναν κανόνα με τον οποίο μπορείτε να ελέγχετε κατά πόσο ένας αριθμός διαιρείται με το 9.

(γ) Ο αριθμός 126 διαιρείται με το 9. Να εξηγήσετε κατά πόσο όλοι οι αριθμοί που σχηματίζονται με τα ψηφία 1, 2 και 6 διαιρούνται με το 9.

(δ) Να εισηγηθείτε έναν εύκολο τρόπο, για να βρείτε το υπόλοιπο της διαίρεσης των πιο κάτω αριθμών με το 9.

(i) 19

(ii) 96

(iii) 59

(ε) Ο Φάνης και η Αλίκη υποστηρίζουν ότι οι αριθμοί που διαιρούνται με το 9 διαιρούνται και με το 3. Συμφωνείτε; Να επεξηγήσετε.

Νέες Έννοιες

- **Κριτήριο διαιρετότητας με το 3**

Ένας αριθμός διαιρείται με το 3, αν και μόνο αν το άθροισμα των ψηφίων του διαιρείται με το 3.

Παράδειγμα:

Ο αριθμός 534 διαιρείται με το 3, γιατί το άθροισμα των ψηφίων του $5 + 3 + 4 = 12$ διαιρείται με το 3.

- **Κριτήριο διαιρετότητας με το 9**

Ένας αριθμός διαιρείται με το 9, αν και μόνο αν το άθροισμα των ψηφίων του διαιρείται με το 9.

Παράδειγμα:

Ο αριθμός 1845 διαιρείται με το 9, γιατί το άθροισμα των ψηφίων του $1 + 8 + 4 + 5 = 18$ διαιρείται με το 9.

Παραδείγματα

1. Δίνονται οι αριθμοί 21, 65, 321. Να βρείτε τους αριθμούς που διαιρούνται με το 3.

Λύση:

Για να εξετάσουμε κατά πόσο ένας αριθμός διαιρείται με το 3, ελέγχουμε αν το άθροισμα των ψηφίων του διαιρείται με το 3.

Αριθμός	Άθροισμα ψηφίων	Διαιρείται με το 3;
21	$2 + 1 = 3$	ΝΑΙ
65	$6 + 5 = 11$	ΟΧΙ
321	$3 + 2 + 1 = 6$	ΝΑΙ

2. Δίνονται οι αριθμοί 702, 1962, 3736.

(α) Να βρείτε τους αριθμούς που διαιρούνται με το 9.

(β) Ποιοι αριθμοί διαιρούνται και με το 3 και με το 9;

Λύση:

(α) Για να εξετάσουμε κατά πόσο ένας αριθμός διαιρείται με το 9, ελέγχουμε αν το άθροισμα των ψηφίων του διαιρείται με το 9.

Αριθμός	Άθροισμα ψηφίων	Διαιρείται με το 9;
702	$7 + 0 + 2 = 9$	ΝΑΙ
1962	$1 + 9 + 6 + 2 = 18$	ΝΑΙ
3736	$3 + 7 + 3 + 6 = 19$	ΟΧΙ

(β) Όλοι οι αριθμοί που διαιρούνται με το 9 διαιρούνται και με το 3. Άρα, οι αριθμοί 702 και 1962 διαιρούνται και με το 3.

3. Να βρείτε το ψηφίο που λείπει, αν ο πιο κάτω τετραψήφιος αριθμός διαιρείται με το 3 αλλά δεν διαιρείται με το 9.

$$3 \ 9 \ \square \ 5$$

Λύση:

Για να διαιρείται ο αριθμός με το 3 και όχι με το 9, πρέπει το άθροισμα των ψηφίων του αριθμού να είναι πολλαπλάσιο του 3 και όχι του 9. Επομένως, το ψηφίο που λείπει είναι το 4 ή το 7, ώστε το άθροισμα των ψηφίων του αριθμού να είναι 21 ($3 + 9 + 4 + 5 = 21$) ή 24 ($3 + 9 + 7 + 5 = 24$) αντίστοιχα.

Δραστηριότητες

1. (α) Να χρησιμοποιήσετε κόκκινο χρώμα, για να βάλετε σε κύκλο τους αριθμούς που διαιρούνται με το 3.

(β) Να χρησιμοποιήσετε πράσινο χρώμα, για να βάλετε σε κύκλο τους αριθμούς που διαιρούνται με το 9.

420

278

657

123

54

3543

33

4002

81

2. Να συμπληρώσετε το ψηφίο που λείπει ώστε:

(α) Ο κάθε αριθμός να διαιρείται με το 3.

533

678

30 6

3 47

(β) Ο κάθε αριθμός να διαιρείται με το 9.

67

876

265

98 9

(γ) Ο κάθε αριθμός να διαιρείται με το 3, αλλά να μην διαιρείται με το 9.

4

18

36 3

87 9 7

3. Να συμπληρώσετε με ✓, όπως στο παράδειγμα.

	Διαιρείται με το:					
	2	3	4	5	9	10
Παράδειγμα: 45		✓		✓	✓	
60						
234						
405						
6548						
17 823						
32 770						
12 996						

4. Να επιλύσετε τα προβλήματα. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

(α) Σε ένα φορτηγό υπάρχουν 1845 kg φρούτα. Τα φρούτα βρίσκονται σε ίδιες συσκευασίες που είναι όλες γεμάτες. Πόσα κιλά είναι δυνατόν να χωρέει η κάθε συσκευασία, αν μια συσκευασία χωρέει λιγότερο από 10 kg φρούτα;

(β) Σε μια αίθουσα εκδηλώσεων θα τοποθετηθούν καθίσματα. Τα καθίσματα μπορούν να τοποθετηθούν σε 9 σειρές, ώστε κάθε σειρά να έχει τον ίδιο αριθμό καθισμάτων και να μην περισσεύει κανένα κάθισμα. Να βρείτε τις δυνατές τιμές του αριθμού των καθισμάτων, αν γνωρίζετε ότι κυμαίνονται μεταξύ του 100 και του 120.

5. Να βρείτε τους αριθμούς, με βάση τις πληροφορίες που δίνονται

(α)

- Είναι τριψήφιος αριθμός μικρότερος του 400.
- Διαιρείται με το 3 και με το 10.
- Το ψηφίο των δεκάδων του είναι το 5.

(β)

- Είναι τριψήφιος αριθμός μικρότερος του 400.
- Διαιρείται με το 3, το 9 και το 5.
- Δεν διαιρείται με το 10.
- Το ψηφίο των εκατοντάδων του είναι το 2.

Επανάληψη

1. Να αντιστοιχίσετε.

Το άθροισμα του κ και του 3

3κ

3 φορές το κ

$\kappa - 3$

Η διαφορά του 3 από το κ

$\kappa + 3$

Το μισό του κ συν 3

$\frac{\kappa}{2} + 3$



Τον 3ο αιώνα π.Χ. ο Ερατοσθένης, ένας Έλληνας μαθηματικός, ανέπτυξε μια μέθοδο για την εύρεση των πρώτων αριθμών, γνωστή ως «Το κόσκινο του Ερατοσθένη».



(α) Να ακολουθήσετε τα βήματα της μεθόδου του Ερατοσθένη, για να εντοπίσετε όλους τους πρώτους αριθμούς μέχρι το 100.

Οι πρώτοι αριθμοί έχουν μόνο δύο διαιρέτες, τον εαυτό τους και το 1.

1. Να διαγράψετε τα πολλαπλάσια του 2, εκτός από το 2.
2. Να διαγράψετε τα πολλαπλάσια του 3, εκτός από το 3.
3. Να διαγράψετε τα πολλαπλάσια του 5, εκτός από το 5.
4. Να διαγράψετε τα πολλαπλάσια του 7, εκτός από το 7.
5. Πρώτοι αριθμοί είναι αυτοί που απομένουν.

Ο αριθμός 1 δεν είναι πρώτος ούτε σύνθετος αριθμός.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

(β) Ο Ερατοσθένης παρατήρησε ότι δεν είναι ανάγκη να εξετάσει και να διαγράψει τα πολλαπλάσια του 4, του 6 και του 8. Να επεξηγήσετε γιατί συμβαίνει αυτό.

Νέες Έννοιες

- **Πρώτος αριθμός** είναι κάθε αριθμός μεγαλύτερος από το 1 που έχει μόνο δύο διαιρέτες, τον εαυτό του και το 1.

Παράδειγμα:

Ο αριθμός 23 διαιρείται μόνο με το 1 και με τον εαυτό του.

Άρα, ο αριθμός 23 είναι πρώτος.

- **Σύνθετος αριθμός** είναι κάθε αριθμός μεγαλύτερος από το 1 που έχει περισσότερους από δύο διαιρέτες.

Παράδειγμα:

Ο αριθμός 35, εκτός από τον εαυτό του και το 1, διαιρείται με το 5 και το 7.

Άρα, ο αριθμός 35 είναι σύνθετος.

Παράδειγμα

1. Να εξετάσετε ποιοι από τους αριθμούς 41, 45, και 47 είναι πρώτοι.

Λύση:

- Το 41 έχει διαιρέτες μόνο τους αριθμούς 1 και 41. Επομένως, είναι πρώτος.
- Το 45, εκτός από το 1 και το 45, έχει διαιρέτες τους αριθμούς 3, 5, 9, και 15. Επομένως, είναι σύνθετος.
- Το 47 έχει διαιρέτες μόνο τους αριθμούς 1 και 47. Επομένως, είναι πρώτος.

2. Να βρείτε πόσα χρήματα έχει ο Τάσος στο πορτοφόλι του, με βάση τις πιο κάτω πληροφορίες.

- Είναι σύνθετος αριθμός.
- Είναι μεγαλύτερος από 20 και μικρότερος από 30.
- Διαιρείται με το 3 και με το 9.

Λύση:

Οι σύνθετοι αριθμοί από το 20 μέχρι το 30 είναι: 21, 22, 24, 25, 26, 27, 28.

Ο μόνος αριθμός που διαιρείται με το 3 και με το 9 είναι το 27.

Άρα, ο Τάσος έχει στο πορτοφόλι του €27.

Δραστηριότητες

1. Να βρείτε τους διαιρέτες κάθε αριθμού και να γράψετε κατά πόσο ο αριθμός είναι πρώτος ή σύνθετος. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

(α) 24

(β) 75

(γ) 40

(δ) 53

(ε) 17

(στ) 33

(ζ) 141

(η) 567

2. (α) Να συμπληρώσετε στον πίνακα τους αριθμούς από το 2 - 20.

	Πρώτοι αριθμοί	Σύνθετοι αριθμοί
Άρτιοι αριθμοί		
Περιττοί αριθμοί		

(β) Να χρησιμοποιήσετε τον πίνακα, για να εξετάσετε την ορθότητα των πιο κάτω δηλώσεων.

(i) Όλοι οι άρτιοι αριθμοί είναι και σύνθετοι.

ΟΡΘΟ

ΛΑΘΟΣ

(ii) Όλοι οι περιττοί αριθμοί είναι και πρώτοι.

ΟΡΘΟ

ΛΑΘΟΣ

(iii) Δεν υπάρχει διψήφιος πρώτος αριθμός που έχει στις μονάδες το ψηφίο 5.

ΟΡΘΟ

ΛΑΘΟΣ

3. (α) Να βρείτε πόσα κιλά ζυγίζει η βαλίτσα του Ιωάννη.

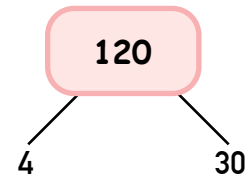
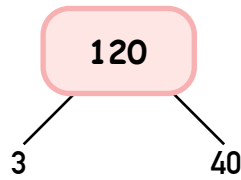
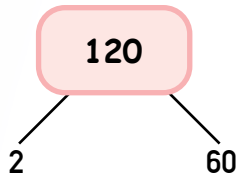
- Η μάζα της σε κιλά είναι σύνθετος αριθμός.
- Είναι μεγαλύτερος από 10 και μικρότερος από 20.
- Διαιρείται με το 3 και το 9.

(β) Να βρείτε την ηλικία του θείου της Κατερίνας.

- Η ηλικία του σε χρόνια είναι πρώτος αριθμός.
- Αν αλλάξουν θέση τα ψηφία, διαιρείται με το 5.
- Το άθροισμα των ψηφίων είναι 14.



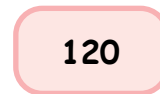
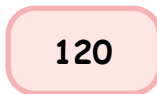
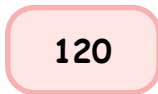
(α) Να αναλύσετε τον αριθμό 120 σε γινόμενο πρώτων παραγόντων. Να ξεκινήσετε από 6 διαφορετικά γινόμενα.



120 = _____

120 = _____

120 = _____



120 = _____

120 = _____

120 = _____

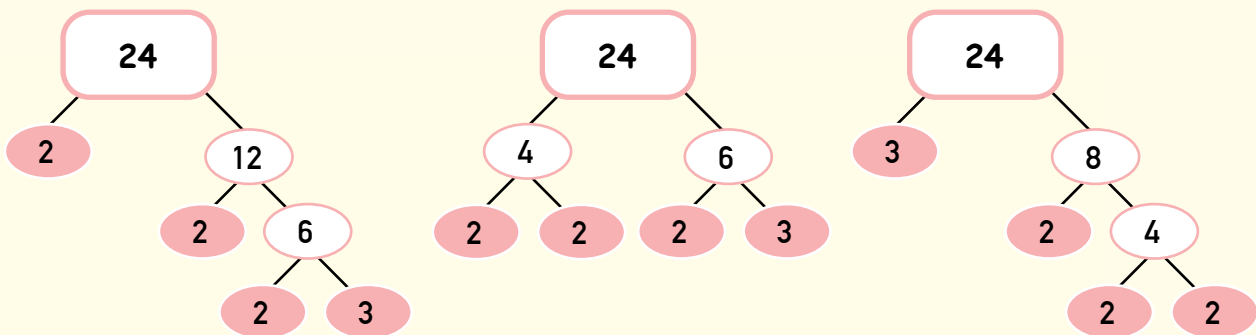
(β) Με πόσους τρόπους είναι δυνατόν να γραφτεί ένας αριθμός σε γινόμενο πρώτων παραγόντων;

Νέες Έννοιες

- Κάθε σύνθετος αριθμός γράφεται με μοναδικό τρόπο ως γινόμενο **πρώτων παραγόντων**.

Παράδειγμα:

Το 24 μπορεί να αναλυθεί σε γινόμενο πρώτων παραγόντων, χρησιμοποιώντας δένδροδιάγραμμα, όπως πιο κάτω:



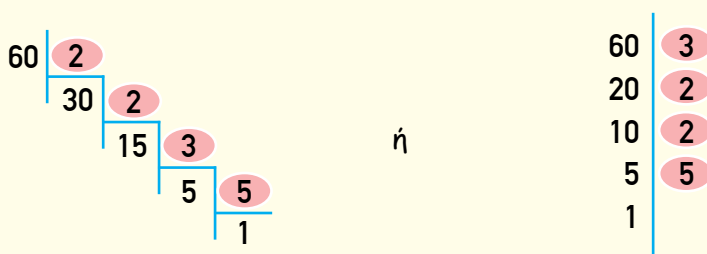
Ο μοναδικός τρόπος γραφής του αριθμού 24 σε γινόμενο πρώτων παραγόντων είναι:

$$24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^3 \cdot 3.$$

- Για να αναλύσουμε έναν σύνθετο αριθμό σε γινόμενο πρώτων παραγόντων, εκτός από το δένδροδιάγραμμα, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τη μέθοδο των διαδοχικών διαιρέσεων. Με τη μέθοδο αυτή, εκτελούμε διαδοχικά διαιρέσεις με **πρώτους αριθμούς**, μέχρι να καταλήξουμε σε πηλίκο ίσο με το 1.

Παράδειγμα:

Με τη μέθοδο των διαδοχικών διαιρέσεων, ο αριθμός 60 διαιρείται διαδοχικά με πρώτους αριθμούς.

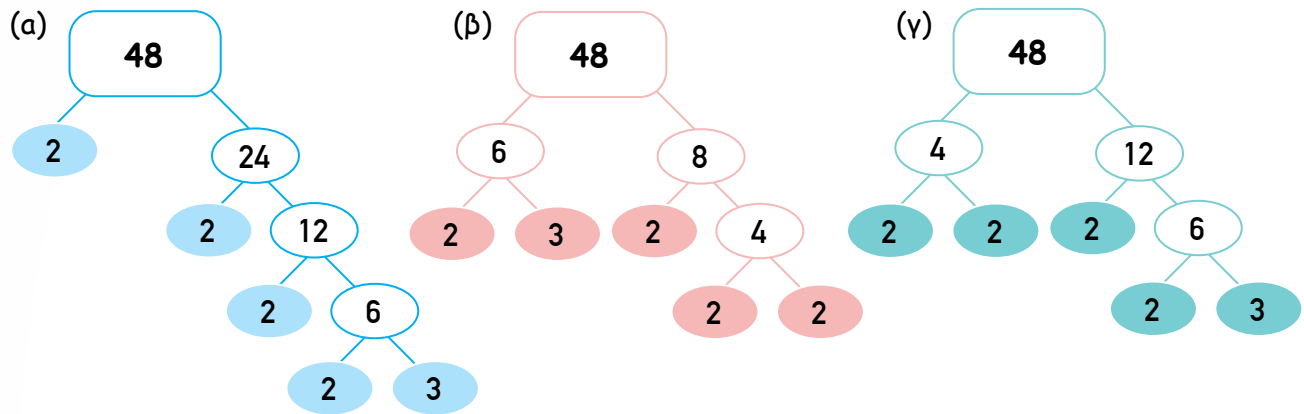


Επομένως, $60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$.

Παραδείγματα

1. Να αναλύσετε τον αριθμό 48 σε γινόμενο πρώτων παραγόντων, χρησιμοποιώντας δένδροδιάγραμμα και ξεκινώντας από διαφορετικούς παράγοντες κάθε φορά.

Λύση:



$$48 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^4 \cdot 3$$

$$48 = 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^4 \cdot 3$$

$$48 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^4 \cdot 3$$

2. Να αναλύσετε τον αριθμό 56 σε γινόμενο πρώτων παραγόντων, χρησιμοποιώντας τη μέθοδο των διαδοχικών διαιρέσεων.

Λύση:

Για να αναλύσουμε τον αριθμό σε γινόμενο πρώτων παραγόντων, χρησιμοποιώντας τη μέθοδο των διαδοχικών διαιρέσεων, βρίσκουμε τους πρώτους αριθμούς που είναι διαιρέτες του και εκτελούμε διαδοχικά διαιρέσεις, όπως πιο κάτω.

$$\begin{array}{r|l} 56 & 2 \\ 28 & 2 \\ 14 & 2 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

ή

$$\begin{array}{r} 56 \overline{) 7} \\ \underline{56} \\ 8 \overline{) 2} \\ \underline{8} \\ 4 \overline{) 2} \\ \underline{4} \\ 2 \overline{) 2} \\ \underline{2} \\ 1 \end{array}$$

$$56 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7 = 2^3 \cdot 7$$

$$56 = 7 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3 \cdot 7$$

Δραστηριότητες

1. Να αναλύσετε τον αριθμό 36 σε γινόμενο πρώτων παραγόντων, χρησιμοποιώντας δένδροδιάγραμμα και ξεκινώντας από διαφορετικούς παράγοντες κάθε φορά.

36

36

36

$36 = \underline{\hspace{2cm}}$

$36 = \underline{\hspace{2cm}}$

$36 = \underline{\hspace{2cm}}$

2. Να χρησιμοποιήσετε δένδροδιάγραμμα, για να αναλύσετε τους αριθμούς σε γινόμενο πρώτων παραγόντων. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

(α) 27

(β) 20

(γ) 63

(δ) 45

(ε) 75

(στ) 28

(ζ) 100

(η) 150

(θ) 180

3. Να χρησιμοποιήσετε τη μέθοδο των διαδοχικών διαιρέσεων, για να αναλύσετε τους πιο κάτω αριθμούς σε γινόμενο πρώτων παραγόντων. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

(α) 58

(β) 72

(γ) 84

(δ) 64

(ε) 48

(στ) 90

(ζ) 81

(η) 160

(θ) 225

4. Να συμπληρώσετε, χρησιμοποιώντας πρώτους αριθμούς.

$(α) 36 = 2 \cdot \square \cdot 3 \cdot \square$

$(β) 44 = \square \cdot 2 \cdot 11$

$(γ) 2 \cdot \square \cdot \square = 42$

$(δ) 18 = 3^2 \cdot \square$

$(ε) \square^2 \cdot 5 = 45$

$(στ) \square^3 \cdot \square = 40$

5. Να χρησιμοποιήσετε τις πληροφορίες που δίνονται, για να γράψετε τους αριθμούς σε γινόμενο πρώτων παραγόντων.

(α) Αν $400 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 = 2^4 \cdot 5^2$

Τότε $800 = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$

(β) Αν $2700 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5^2$

Τότε $270 = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$

(β) Αν $4800 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 = 2^6 \cdot 3 \cdot 5^2$

Τότε $1200 = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$

Τότε $120 = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$

6. Να βρείτε όλους του διαιρέτες του 420, αξιοποιώντας την ανάλυση του αριθμού σε γινόμενο πρώτων παραγόντων.

$$420 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$$

Επανάληψη

1. Να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή κάθε αλγεβρικής παράστασης, αν $k = 6$.
Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

(α) $12 + k$

(β) $k - 2$

(γ) $5k$

(δ) $4k \div 2$

(ε) $\frac{2k}{3}$

(στ) k^2

Τα παιδιά θα διακοσμήσουν την αίθουσα εκδηλώσεων του σχολείου τους. Έχουν στη διάθεσή τους 12 κόκκινα και 18 μπλε μπαλόνια και θα ετοιμάσουν ίδιες κατασκευές, χρησιμοποιώντας όλα τα μπαλόνια. Ο Μιχάλης έκανε το πιο κάτω σχέδιο, για να δείξει με ποιο τρόπο είναι δυνατόν να χρησιμοποιήσουν όλα τα μπαλόνια.



(α) Είναι δυνατόν τα παιδιά να ετοιμάσουν διαφορετικό αριθμό ίδιων κατασκευών από αυτόν που εισηγείται ο Μιχάλης; Να επεξηγήσετε.

(β) Ποιος είναι ο μέγιστος αριθμός ίδιων κατασκευών που είναι δυνατόν να ετοιμάσουν τα παιδιά, αν έχουν στη διάθεσή τους 12 κόκκινα και 18 μπλε μπαλόνια;

(γ) Να επεξηγήσετε τη στρατηγική που ακολουθήσατε, για να απαντήσετε στα πιο πάνω ερωτήματα.

Νέες Έννοιες

- **Μέγιστος Κοινός Διαιρέτης (ΜΚΔ)** δύο ή περισσότερων αριθμών ονομάζεται ο μεγαλύτερος κοινός διαιρέτης των αριθμών αυτών.
- Για να υπολογίσουμε τον ΜΚΔ δύο ή περισσότερων αριθμών, καταγράφουμε όλους τους διαιρέτες κάθε αριθμού. Στη συνέχεια, εντοπίζουμε τον μεγαλύτερο διαιρέτη που είναι κοινός σε όλους τους αριθμούς.

Παράδειγμα:

Διαιρέτες 16: 1, 2, 4, 8, 16

Διαιρέτες 36: 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36

Ο μεγαλύτερος κοινός διαιρέτης του 16 και του 36 είναι το 4.

$\text{ΜΚΔ}(16, 36) = 4$

Παράδειγμα

1. Ένας ανθοπώλης έχει 24 άσπρα, 42 κόκκινα και 36 κίτρινα τριαντάφυλλα. Θα χρησιμοποιήσει όλα τα τριαντάφυλλα, για να φτιάξει ίδιες ανθοδέσμες.

(α) Ποιος είναι ο μεγαλύτερος δυνατός αριθμός από ίδιες ανθοδέσμες που μπορεί να φτιάξει;

(β) Πόσα τριαντάφυλλα από το κάθε χρώμα θα υπάρχουν σε κάθε ανθοδέσμη;

Λύση:

(α)

Διαιρέτες του 24: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24

Διαιρέτες του 42: 1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42

Διαιρέτες του 36: 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36

Ο μεγαλύτερος κοινός διαιρέτης του 24, του 42 και του 36 είναι το 6.

$$\text{ΜΚΔ}(24, 42, 36) = 6$$

Ο μεγαλύτερος δυνατός αριθμός από ίδιες ανθοδέσμες που μπορεί να φτιάξει ο ανθοπώλης είναι 6.

(β)

$$\text{Άσπρα τριαντάφυλλα: } 24 \div 6 = 4$$

$$\text{Κόκκινα τριαντάφυλλα: } 42 \div 6 = 7$$

$$\text{Κίτρινα τριαντάφυλλα: } 36 \div 6 = 6$$

Διαιρούμε κάθε αριθμό διά 6, για να υπολογίσουμε πόσα τριαντάφυλλα από κάθε χρώμα θα υπάρχουν σε κάθε ανθοδέσμη.

Σε κάθε ανθοδέσμη θα υπάρχουν 4 άσπρα, 7 κόκκινα και 6 κίτρινα τριαντάφυλλα.

Δραστηριότητες

1. Να βρείτε τον ΜΚΔ των αριθμών. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

(α) 3 και 7

(β) 4 και 8

(γ) 6 και 12

(δ) 16 και 20

(ε) 14 και 10

(στ) 6, 9 και 12

(ζ) 6, 8 και 16

(η) 24, 40 και 28

2. Να επιλύσετε τα προβλήματα.

(α) Τα παιδιά στην τάξη της Στεφανίας έφεραν στο σχολείο 16 σοκολατάκια και 24 μπισκότα. Θα χρησιμοποιήσουν όλα τα γλυκά, για να ετοιμάσουν ίδια πακέτα για τη χριστουγεννιάτικη κλήρωση του σχολείου τους.

(i) Ποιος είναι ο μεγαλύτερος δυνατός αριθμός ίδιων πακέτων που μπορούν να ετοιμάσουν;

(ii) Πόσα γλυκά από το κάθε είδος θα υπάρχουν σε κάθε πακέτο;

(β) Ο υπάλληλος μιας φρουταρίας θα ετοιμάσει ίδια καλάθια με φρούτα. Έχει στη διάθεσή του 36 μήλα, 18 ροδάκινα και 27 νεκταρίνια.

(i) Ποιος είναι ο μεγαλύτερος δυνατός αριθμός ίδιων καλάθιων που μπορεί να ετοιμάσει;

(ii) Πόσα φρούτα από το κάθε είδος θα υπάρχουν στο κάθε καλάθι;

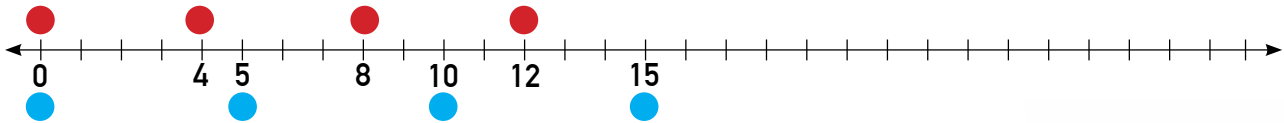
3. Να βρείτε τον ΜΚΔ των πιο κάτω αριθμών.

(α) 5, 7 και 19

(β) 8, 24 και 96



Η Δανάη παρατήρησε ότι τα προειδοποιητικά λαμπάκια για τα αεροσκάφη σε δύο ψηλά κτήρια της πόλης της, αναβόσβησαν μαζί στις 8:00 μ.μ. Στη συνέχεια, κατέγραψε στο πιο κάτω διάγραμμα σε πόσα δευτερόλεπτα αναβόσβησε ξανά το λαμπάκι σε κάθε κτήριο για τα επόμενα 15 δευτερόλεπτα.



(α) Να συμπληρώσετε το διάγραμμα.

(β) Να απαντήσετε στις ερωτήσεις.

(i) Κάθε πόσα δευτερόλεπτα αναβοσβήνει το κάθε λαμπάκι;

(ii) Ύστερα από πόσα δευτερόλεπτα τα δύο λαμπάκια θα αναβοσβήσουν ξανά μαζί; Να επεξηγήσετε.

(iii) Πόσες φορές θα αναβοσβήσουν μαζί τα λαμπάκια στα πρώτα 100 δευτερόλεπτα μετά τις 8:00 μ.μ.; Να επεξηγήσετε.

(γ) Να περιγράψετε τη στρατηγική που χρησιμοποιήσατε, για να απαντήσετε στα πιο πάνω ερωτήματα.

Νέες Έννοιες

- **Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο (ΕΚΠ)** δύο ή περισσότερων φυσικών αριθμών ονομάζεται το μικρότερο, μη μηδενικό, κοινό πολλαπλάσιο των αριθμών αυτών.
- Για να υπολογίσουμε το ΕΚΠ δύο ή περισσότερων αριθμών, καταγράφουμε τα πολλαπλάσια κάθε αριθμού. Στη συνέχεια, εντοπίζουμε το ελάχιστο πολλαπλάσιο που είναι κοινό σε όλους τους αριθμούς.

Παράδειγμα:

Να βρείτε το ΕΚΠ του 9 και του 12.

Πολλαπλάσια 9: 9, 18, 27, **36**, 45, 54, 63, **72**, 81, 90, 99, **108**, 117,

Πολλαπλάσια 12: 12, 24, **36**, 48, 60, **72**, 84, 96, **108**, 120, ...

Το ελάχιστο κοινό πολλαπλάσιο του 9 και του 12 είναι το **36**.

$\text{ΕΚΠ}[9,12] = 36$.

Παράδειγμα

1. Ο Μάριος ανεβαίνει στον μεγάλο τροχό και η Εύη στον μικρό τροχό ενός πάρκου. Για να κάνει μια ολόκληρη στροφή, ο μεγάλος τροχός χρειάζεται 60 δευτερόλεπτα και ο μικρός 40 δευτερόλεπτα.



- (α) Σε πόσα δευτερόλεπτα τα δύο παιδιά θα βρεθούν ξανά στο σημείο εκκίνησης την ίδια στιγμή, αν οι δύο τροχοί ξεκίνησαν ταυτόχρονα τις διαδρομές τους;
- (β) Πόσες ολόκληρες στροφές θα έχει κάνει ο κάθε τροχός, όταν τα δύο παιδιά βρεθούν ξανά στο σημείο εκκίνησης την ίδια στιγμή;

Λύση:

- (α)
Πολλαπλάσια του 60: 60, **120**, 180, 240, 300, ...
Πολλαπλάσια του 40: 40, 80, **120**, 160, 200 ...
ΕΚΤ [60, 40] = 120

Για να βρούμε σε πόσα δευτερόλεπτα τα δύο παιδιά θα βρεθούν ξανά στο σημείο εκκίνησης την ίδια στιγμή, πρέπει να υπολογίσουμε το ελάχιστο κοινό πολλαπλάσιο του 60 και του 40.

Τα δύο παιδιά θα βρεθούν ξανά στο σημείο εκκίνησης την ίδια στιγμή σε 120 δευτερόλεπτα (2 λεπτά).

- (β) Ο μεγάλος τροχός χρειάζεται 60 δευτερόλεπτα, για να κάνει μια ολόκληρη στροφή. Άρα, σε 120 δευτερόλεπτα θα έχει κάνει 2 ολόκληρες στροφές ($120 \div 60 = 2$).

Διαιρούμε τα 120' διά 60' και διά 40' αντίστοιχα, για να υπολογίσουμε πόσες ολόκληρες στροφές θα έχει κάνει κάθε τροχός.

Ο μικρός τροχός χρειάζεται 40 δευτερόλεπτα, για να κάνει μια ολόκληρη στροφή. Άρα, σε 120 δευτερόλεπτα θα έχει κάνει 3 ολόκληρες στροφές ($120 \div 40 = 3$).

Δραστηριότητες

1. Να βρείτε το ΕΚΤ των αριθμών. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

(α) 2 και 5

(β) 4 και 16

(γ) 9 και 10

(δ) 2, 3 και 4

(ε) 5 και 20

(στ) 7 και 11

(ζ) 3, 4 και 8

(η) 12 και 16

2. Να επιλύσετε τα προβλήματα.

(α) Η Βερόνικα έχει μάθημα κολύμβησης κάθε 5 μέρες και μάθημα καταδύσεων κάθε 3 μέρες. Αν στις 5 Μαΐου είχε μάθημα κολύμβησης και μάθημα κατάδυσης, να βρείτε την επόμενη ημερομηνία που είχε και τα δύο μαθήματα.

(β) Από την κεντρική πλατεία μιας πόλης, αναχωρούν καθημερινά λεωφορεία με προορισμό τα μουσεία και λεωφορεία με προορισμό την παραλιακή περιοχή. Τα λεωφορεία με προορισμό τα μουσεία αναχωρούν κάθε 15 λεπτά. Τα λεωφορεία με προορισμό την παραλιακή περιοχή αναχωρούν κάθε 25 λεπτά. Στις 9 το πρωί, αναχωρούν λεωφορεία και για τους δύο προορισμούς. Να βρείτε σε πόσα λεπτά θα ξανασυμβεί αυτό.

3. (α) Να βρείτε το ΕΚΤ:

(i) του 8 και του 48

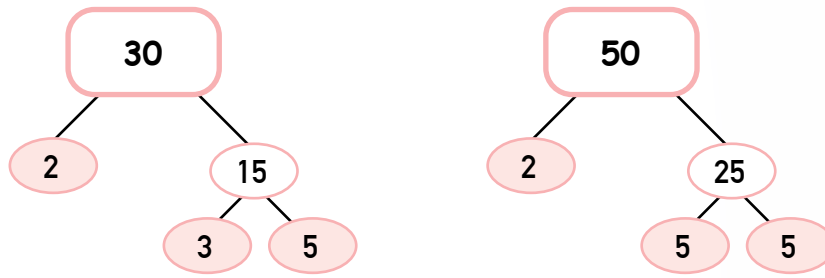
(ii) του 6 και του 18

(iii) του 6 και του 15

(β) Είναι δυνατόν το ΕΚΤ δύο αριθμών να είναι ένας από τους δύο αριθμούς; Να επεξηγήσετε, δίνοντας παραδείγματα.

(α) Να βρείτε τον ΜΚΔ των αριθμών 30 και 50.

(β) Η Αλίκη, για να βρει τον ΜΚΔ του 30 και του 50, ανέλυσε τους αριθμούς σε γινόμενο πρώτων παραγόντων.



$$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$$

$$50 = 2 \cdot 5 \cdot 5$$

(i) Ποιοι είναι οι κοινοί πρώτοι παράγοντες των δύο αριθμών;

(ii) Πώς μπορεί η Αλίκη να αξιοποιήσει τους κοινούς πρώτους παράγοντες των δύο αριθμών, για να υπολογίσει τον ΜΚΔ τους;

(γ) Να βρείτε με τη μέθοδο της ανάλυσης σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τον ΜΚΔ του 60 και του 100.

Διερεύνηση 2

(α) Να βρείτε το ΕΚΤ των αριθμών 45 και 60.

(β) Ο Δημοσθένης και η Νάγια ανέλυσαν τους αριθμούς 45 και 60 σε γινόμενο πρώτων παραγόντων. Για να βρουν το ΕΚΤ των δύο αριθμών, εργάστηκαν όπως πιο κάτω:

$$45 = 3 \cdot 5 \cdot 3$$

$$60 = 3 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2$$



Το ΕΚΤ είναι ίσο με το γινόμενο
 $3 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2$

Το ΕΚΤ είναι ίσο με το γινόμενο
 $(3 \cdot 5) \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2$



Με ποιο από τα δύο παιδιά συμφωνείτε; Να επεξηγήσετε.

(γ) Να βρείτε το ΕΚΤ των αριθμών 36 και 48, χρησιμοποιώντας την ανάλυση σε γινόμενο πρώτων παραγόντων.

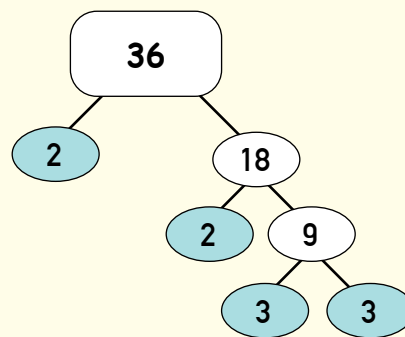
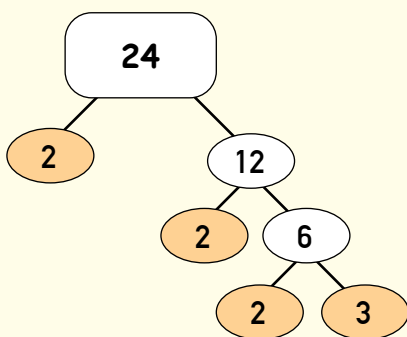
(δ) Να επεξηγήσετε με ποιο τρόπο η ανάλυση των αριθμών σε γινόμενο πρώτων παραγόντων μπορεί να αξιοποιηθεί για τον υπολογισμό του ΕΚΤ τους.

Νέες Έννοιες

Για να βρούμε τον ΜΚΔ και το ΕΚΠ δύο ή περισσότερων φυσικών αριθμών, μπορούμε να αναλύσουμε κάθε αριθμό σε γινόμενο πρώτων παραγόντων.

- Για να υπολογίσουμε τον ΜΚΔ, σχηματίζουμε το γινόμενο των κοινών πρώτων παραγόντων τους με εκθέτη καθενός τον μικρότερο από τους εκθέτες του.

Παράδειγμα:



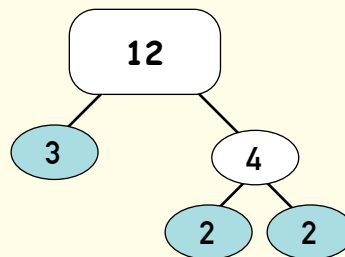
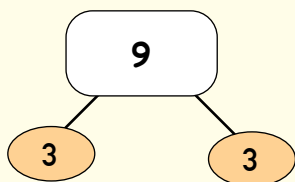
$$24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^3 \cdot 3$$

$$36 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3^2$$

$$\text{ΜΚΔ}(24, 36) = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3 = 4 \cdot 3 = 12$$

- Για να υπολογίσουμε το ΕΚΠ, σχηματίζουμε το γινόμενο όλων των πρώτων παραγόντων τους με εκθέτη καθενός τον μεγαλύτερο από τους εκθέτες του.

Παράδειγμα:



$$9 = 3 \cdot 3 = 3^2$$

$$12 = 3 \cdot 2 \cdot 2 = 3 \cdot 2^2$$

$$\text{ΕΚΠ}[9, 12] = 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 = 3^2 \cdot 2^2 = 9 \cdot 4 = 36$$

Παράδειγμα

1. Να υπολογίσετε τον ΜΚΔ και το ΕΚΠ του 180 και του 126.

Λύση:

Αναλύουμε τους αριθμούς σε γινόμενο πρώτων παραγόντων.

$$\begin{array}{r|l} 180 & 2 \\ 90 & 3 \\ 30 & 3 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 126 & 2 \\ 63 & 3 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$$180 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$$

$$126 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 = 2^1 \cdot 3^2 \cdot 7$$

$$\text{ΜΚΔ}(180, 126) = 2^1 \cdot 3^2 = 18$$

Για να υπολογίσουμε τον ΜΚΔ, σχηματίζουμε το γινόμενο των **κοινών** πρώτων παραγόντων τους με εκθέτη καθενός τον **μικρότερο** από τους εκθέτες του.

$$180 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$$

$$126 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 = 2^1 \cdot 3^2 \cdot 7$$

$$\text{ΕΚΠ}[180, 126] = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 = 1260$$

Για να υπολογίσουμε το ΕΚΠ, σχηματίζουμε το γινόμενο όλων των πρώτων παραγόντων τους με εκθέτη καθενός τον **μεγαλύτερο** από τους εκθέτες του.

Δραστηριότητες

1. Να υπολογίσετε τον ΜΚΔ και το ΕΚΤ των πιο κάτω αριθμών, χρησιμοποιώντας τη μέθοδο της ανάλυσης σε γινόμενο πρώτων παραγόντων. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

(α) 7 και 56

(β) 8 και 42

(γ) 20 και 22

(δ) 16 και 60

(ε) 44 και 14

(στ) 60 και 48

(ζ) 4, 12 και 18

(η) 5, 10 και 15

(θ) 9, 15 και 21

2. Να επιλύσετε τα προβλήματα. Να εργαστείτε στο τετράδιο σας.

(α) Ο Αλέξης πηγαίνει ποδηλασία κάθε 12 μέρες και κολύμπι κάθε 6 μέρες. Αν σήμερα έκανε και ποδηλασία και κολύμπι, να υπολογίσετε σε πόσες μέρες θα ασχοληθεί ξανά την ίδια μέρα και με τα δύο αθλήματα.

(β) Ένας όμιλος τέχνης αποτελείται από 24 αγόρια και 32 κορίτσια. Τα μέλη θα χωριστούν σε ομάδες ίδιου μεγέθους, ώστε σε κάθε ομάδα να συμμετέχουν και αγόρια και κορίτσια. Ποιος είναι ο μέγιστος αριθμός ίδιων ομάδων που μπορούν να σχηματιστούν; Πόσα αγόρια και πόσα κορίτσια θα έχει κάθε ομάδα;

(γ) Η οικογένεια της Αιμιλίας αγόρασε 2 καινούρια αυτοκίνητα. Σήμερα έγινε αλλαγή λαδιού και στα 2 αυτοκίνητα. Το πρώτο χρειάζεται αλλαγή λαδιού κάθε 4000 km και το δεύτερο κάθε 6000 km. Στα πόσα χιλιόμετρα θα χρειαστούν ξανά αλλαγή λαδιού και τα δύο αυτοκίνητα μαζί την ίδια μέρα;

3. (α) Ο Μάριος έχει δύο κορδέλες, όπως φαίνεται στη διπλανή εικόνα. Θα κόψει και τις δύο κορδέλες σε κομμάτια που να έχουν ίδιο μήκος, ώστε να μην περισσέψει καθόλου κορδέλα.

Ποιο είναι το μεγαλύτερο μήκος που μπορούν να έχουν τα κομμάτια;

(β) Σε πόσα κομμάτια θα κοπεί η κορδέλα Α και σε πόσα η κορδέλα Β;

Κορδέλα Α: 84 cm



Κορδέλα Β: 116 cm



4. (α) Να υπολογίσετε το γινόμενο του 30 και του 56.

(β) Να υπολογίσετε το γινόμενο του ΜΚΔ και του ΕΚΤ του 30 και του 56.

(γ) Τι παρατηρείτε για τις απαντήσεις που βρήκατε στα ερωτήματα (α) και (β);

(δ) Να επιλέξετε δύο δικούς σας αριθμούς και να επαναλάβετε το (α) και (β).

Τι παρατηρείτε; Γιατί συμβαίνει αυτό;

Επανάληψη

1. Να γράψετε τις πιο κάτω αλγεβρικές παραστάσεις σε απλή μορφή. Να εργαστείτε στο τετράδιο σας.

(α) $k + k + k$

(β) $x + 7 - 2$

(γ) $t + t + 3$

(δ) $2\psi + 3\psi$

(ε) $\frac{k}{2} + \frac{k}{2} + 9$

(στ) $5v + 2v - v$

2. Ο Χρύσανθος συγκέντρωσε x βαθμούς σε ένα ηλεκτρονικό παιχνίδι. Η Λυδία συγκέντρωσε διπλάσιους βαθμούς από τον Χρύσανθο. Ο συνολικός αριθμός των βαθμών που συγκέντρωσαν και τα δύο παιδιά είναι 123. Πόσους βαθμούς συγκέντρωσε κάθε παιδί;

1. Η Κατερίνα σκέφτεται έναν αριθμό.

- Ο αριθμός είναι διψήφιος, μικρότερος από το 40.
- Όταν ο αριθμός αυτός διαιρεθεί με το 2, τότε δίνει υπόλοιπο 0.
- Όταν ο αριθμός αυτός διαιρεθεί με το 3, τότε δίνει υπόλοιπο 1.
- Όταν ο αριθμός αυτός διαιρεθεί με το 4, τότε δίνει υπόλοιπο 0.
- Όταν ο αριθμός αυτός διαιρεθεί με το 5, τότε δίνει υπόλοιπο 3.

Ποιον αριθμό σκέφτεται η Κατερίνα;



2. Τα παιδιά ενός δημοτικού σχολείου είναι περισσότερα από 100 και λιγότερα από 150. Αν χωριστούν σε ομάδες των 12, των 15 ή των 20 παιδιών, τότε πάντα περισσεύουν 5 παιδιά. Πόσα είναι όλα τα παιδιά του σχολείου;

3. Τα χρήματα που έχει η Χριστίνα στο πορτοφόλι της είναι περισσότερα από €30 και λιγότερα από €50. Είναι 2 περισσότερα από ένα πολλαπλάσιο του 7 ή 7 περισσότερα από ένα πολλαπλάσιο του 2. Πόσα χρήματα έχει η Χριστίνα;

4. Να χρησιμοποιήσεις τα ψηφία **1**, **2**, **3**, **4** και **5** μία φορά το καθένα, για να σχηματίσεις έναν πενταψήφιο αριθμό που να διαιρείται με το 5 και:

- όταν αφαιρεθεί το τελευταίο ψηφίο, τότε σχηματίζεται ένας τετραψήφιος αριθμός που διαιρείται με το 4 και
- όταν αφαιρεθεί το τελευταίο ψηφίο από τον προηγούμενο αριθμό, τότε σχηματίζεται ένας τριψήφιος αριθμός που διαιρείται με το 3 και
- όταν αφαιρεθεί το τελευταίο ψηφίο από τον προηγούμενο αριθμό, τότε σχηματίζεται ένας πρώτος αριθμός μεγαλύτερος από 20.

5. Ένας τριψήφιος αριθμός, μεγαλύτερος από 200 και μικρότερος από 400, είναι πολλαπλάσιο του 5 και του 4. Αν το άθροισμα των ψηφίων του είναι 7, τότε ποιο είναι το γινόμενο των ψηφίων του;

Δραστηριότητες ενότητας

1. Να συμπληρώσετε τον πίνακα.

Συμβολική μορφή αριθμού	Λεκτική μορφή αριθμού
13 840	<hr/> <hr/>
4 320 061	<hr/> <hr/>
1234 000 300	<hr/> <hr/>
340 100 300 000	<hr/> <hr/>
<hr/>	διακόσιες τριάντα χιλιάδες οκτακόσια
<hr/>	σαράντα δύο εκατομμύρια ογδόντα χιλιάδες εκατόν σαράντα τρία
<hr/>	χίλια εκατομμύρια επτακόσιες τριάντα χιλιάδες πεντακόσια έξι
<hr/>	δεκατέσσερις χιλιάδες εκατομμύρια τριακόσιες χιλιάδες είκοσι πέντε

2. Να σειροθετήσετε τους αριθμούς, αρχίζοντας από τον μικρότερο.

35 500 000	33 500 000	330 000 000
3 000 000 000 000	325 900 000	930 000 000

3. Να συμπληρώσετε, όπως στο παράδειγμα.

Παράδειγμα:
 $3^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$

(α) $7^2 =$ _____

(β) $2^4 =$ _____

(γ) $4^3 =$ _____

(δ) $1^6 =$ _____

4. Να συμπληρώσετε τον πίνακα.

Λεκτική έκφραση	Δύναμη	Αποτέλεσμα
η δεύτερη δύναμη του έξι		
πέντε στην τρίτη		
η δεύτερη δύναμη του εννέα		
ένα στην ογδόη		

5. Να συμπληρώσετε, όπως στο παράδειγμα.

Παράδειγμα:
 $4 \cdot 4 \cdot 4 = 4^3$

(α) $4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 =$ _____

(β) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 =$ _____

(γ) $10 \cdot 10 \cdot 10 =$ _____

(δ) $20 \cdot 20 =$ _____

(ε) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 =$ _____

(στ) $1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 =$ _____

(ζ) $5 \cdot 5 \cdot 5 =$ _____

6. Να σειροθετήσετε τις δυνάμεις, αρχίζοντας από αυτή που δίνει το μικρότερο αποτέλεσμα.

$2^5, 2^3, 1^{14}, 5^2, 10^3, 5^3$

7. Να υπολογίσετε την τιμή των πιο κάτω αλγεβρικών παραστάσεων.

Αλγεβρική παράσταση	Τιμή του a	Αριθμητική τιμή της αλγεβρικής παράστασης
a^2	8	
a^4	2	
3^a	3	
a^3	4	
5^a	2	
a^8	1	

8. (α) Να υπολογίσετε τις πιο κάτω δυνάμεις.

$$10^2 = \underline{\hspace{10cm}}$$

$$10^6 = \underline{\hspace{10cm}}$$

$$10^7 = \underline{\hspace{10cm}}$$

$$10^{12} = \underline{\hspace{10cm}}$$

(β) Να γράψετε τους πιο κάτω αριθμούς σε μορφή δύναμης.

$$1000 = \underline{\hspace{10cm}}$$

$$100\ 000\ 000 = \underline{\hspace{10cm}}$$

$$10\ 000\ 000\ 000 = \underline{\hspace{10cm}}$$

$$10\ 000\ 000\ 000\ 000 = \underline{\hspace{10cm}}$$

9. Να βρείτε την τιμή του v , σε κάθε περίπτωση.

$$(α) 10 \cdot v \cdot 10 = 10^3$$

$$v = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(β) 100\ 000 = 10^v$$

$$v = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(γ) 10\ 000\ 000 = 10^v$$

$$v = \underline{\hspace{2cm}}$$

10. Να συμπληρώσετε τον πίνακα, όπως στο παράδειγμα.

Συμβολική μορφή	Λεκτική μορφή	Αναλυτική μορφή	Δύναμη
Παράδειγμα: 5 000 000	Πέντε εκατομμύρια	$5 \cdot 1\,000\,000$	$5 \cdot 10^6$
800 000			
9 000 000 000 000			
30 000 000			
	Χίλια εκατομμύρια		
		$2 \cdot 10\,000\,000$	
			$7 \cdot 10^3$
			$9 \cdot 10^6$

11. Να συμπληρώσετε τον πίνακα, όπως στο παράδειγμα.

Διαιρετέος Δ	διαιρέτης δ	πηλίκο π	υπόλοιπο υ	$\Delta = \delta \cdot \pi + \upsilon$
Παράδειγμα: 45	6	7	3	$45 = 6 \cdot 7 + 3$
64	5			
	5	20	4	
	12	11	3	
72		10		
208		17		

12. Να εξετάσετε ποιες από τις πιο κάτω ισότητες εκφράζουν Ευκλείδεια Διαίρεση. Στις περιπτώσεις που οι ισότητες εκφράζουν Ευκλείδεια Διαίρεση, να αναφέρετε τον Διαιρετέο, τον διαιρέτη, το πηλίκο και το υπόλοιπο.

$$(α) 251 = 14 \cdot 17 + 13$$

$$(β) 92 = 7 \cdot 12 + 8$$

$$(γ) 144 = 6 \cdot 23 + 6$$

13. Να βρείτε το υπόλοιπο των πιο κάτω διαιρέσεων, χωρίς να κάνετε τις πράξεις.

$$(α) 250 \div 5$$

$$(β) 136 \div 5$$

$$(γ) 185 \div 5$$

$$(δ) 324 \div 5$$

$$(ε) 1025 \div 5$$

$$(στ) 4678 \div 5$$

14. Να συμπληρώσετε τον πίνακα.

	42	56	63	137	162	714	3762	7529
Διαιρείται με το 3;	✓							
Διαιρείται με το 9;								

15. Να συμπληρώσετε το ψηφίο που λείπει ώστε:

(α) ο κάθε αριθμός να διαιρείται με το 3

$521 \square$

$\square 784$

$40 \square 6$

$9 \square 17$

(β) ο κάθε αριθμός να διαιρείται με το 9

$8 \square 2$

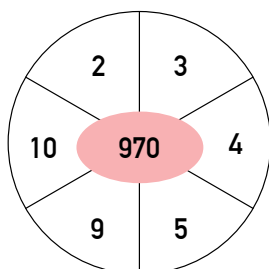
$362 \square$

$27 \square 75$

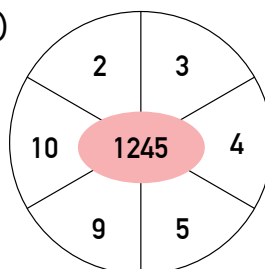
$56 \square 28$

16. Να σκιάσετε τους διαιρέτες κάθε αριθμού.

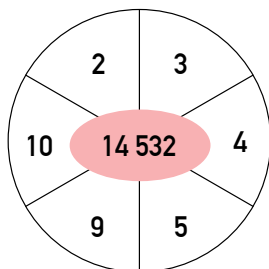
(α)



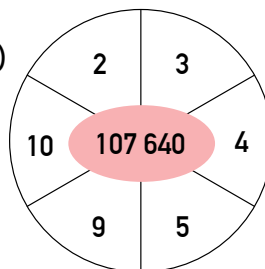
(β)



(γ)



(δ)



17. Να σχηματίσετε δύο τετραψήφιους αριθμούς ώστε:

(α) να διαιρούνται με το 3 και με το 2

(β) να είναι άρτιοι και να διαιρούνται με το 9

(γ) να διαιρούνται με το 3 και με το 10

(δ) να διαιρούνται με το 9 και με το 5

(ε) να μην διαιρούνται ούτε με το 3 ούτε με το 2

18. (α) Να γράψετε τους μονοψήφιους αριθμούς που είναι πρώτοι αριθμοί.

(β) Να γράψετε τους σύνθετους αριθμούς μεταξύ του 50 και 100 που έχουν το ψηφίο 3 στη θέση των μονάδων.

19. Να χρησιμοποιήσετε δένδροδιάγραμμα, για να αναλύσετε τους αριθμούς σε γινόμενο πρώτων παραγόντων.

36

54

240

36 = _____

54 = _____

240 = _____

20. Να χρησιμοποιήσετε τη μέθοδο των διαδοχικών διαιρέσεων, για να αναλύσετε τους αριθμούς σε γινόμενο πρώτων παραγόντων.

28

81

250

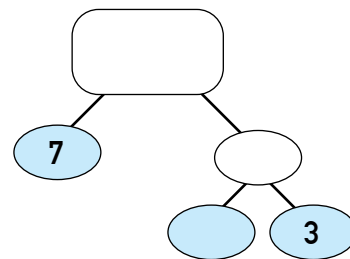
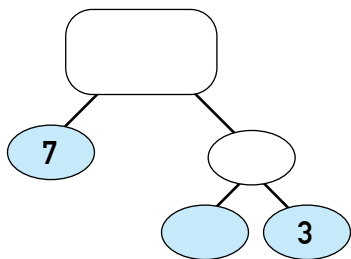
28 = _____

81 = _____

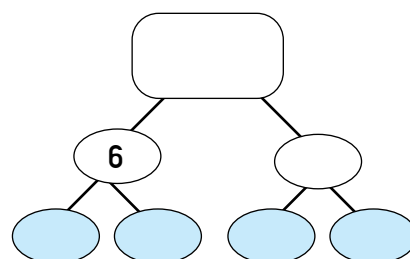
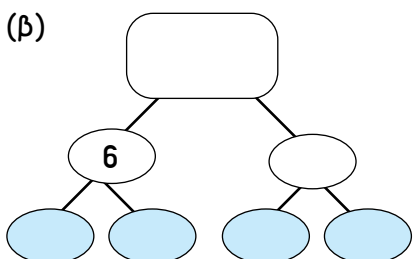
250 = _____

21. Να συμπληρώσετε κάθε δένδροδιάγραμμα με δύο διαφορετικούς τρόπους.

(α)



(β)



22. Να βρείτε τον ΜΚΔ και το ΕΚΠ των πιο κάτω αριθμών. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

(α) 36, 72

(β) 12, 28

(γ) 140, 77

(δ) 75, 120

(ε) 8, 12 και 20

(στ) 48, 60 και 84

(ζ) 15, 20 και 30

(η) 18, 36 και 54

23. Να επιλύσετε τα προβλήματα. Να εργαστείτε στο τετράδιό σας.

(α) Η Στεφανία ετοιμάζει κουτιά πρώτων βοηθειών. Ποιος είναι ο μέγιστος αριθμός ίδιων κουτιών που μπορεί να ετοιμάσει, αν έχει στη διάθεσή της 20 επιδέσμους, 16 αντισηπτικά και 12 σετ γάντια;

(β) Στην κουζίνα ενός εστιατορίου ετοιμάζουν μακαρόνια κάθε 9 λεπτά, σαλάτα κάθε 4 λεπτά και μπιφτέκια κάθε 6 λεπτά. Ο μάγειρας του εστιατορίου ετοίμασε και τα τρία φαγητά στις 7:00 μ.μ. και συνέχισε την ετοιμασία των φαγητών με τον ίδιο ρυθμό. Πότε θα ετοιμάσει ξανά και τα τρία φαγητά μαζί;

(γ) Σε ένα επαρχιακό κέντρο υγείας υπάρχουν 16 γιατροί και 24 νοσηλευτές. Ποιος είναι ο μεγαλύτερος δυνατός αριθμός ίδιων επιτροπών που μπορούν να σχηματιστούν, ώστε να συμμετέχουν σε καθεμία από αυτές γιατροί και νοσηλευτές;

Δραστηριότητες εμπλουτισμού

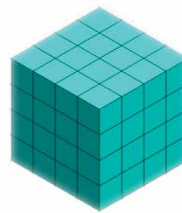
1. (α) Να συμπληρώσετε τον πίνακα, για να υπολογίσετε τον συνολικό αριθμό κύβων σε κάθε σχήμα του μοτίβου.



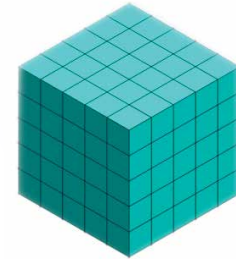
Σχήμα 1



Σχήμα 2



Σχήμα 3



Σχήμα 4

Σχήμα 1	$2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3 = 8$
Σχήμα 2	
Σχήμα 3	
Σχήμα 4	

(β) Πόσοι κύβοι θα υπάρχουν στο Σχήμα 8 του μοτίβου; Να επεξηγήσετε.

2. Να γράψετε κάθε αριθμό με τη μορφή δύναμης. Να βρείτε δύο διαφορετικούς τρόπους, όπως στο παράδειγμα.

Παράδειγμα:

81

$$81 = 3^4$$

$$81 = 9^2$$

(α) 16

(β) 64

(γ) 256

(δ) 625

3. Να γράψετε το αποτέλεσμα με τη μορφή δύναμης.

(α) $10\,000 \cdot 1000 =$ _____

(β) $1\,000\,000 \cdot 10\,000 =$ _____

(γ) $1000 \cdot 10 \cdot 10 =$ _____

(δ) $1000 \cdot 1\,000\,000 =$ _____

4.



Αν υπολογίσω τη δεύτερη δύναμη ενός οποιουδήποτε αριθμού, τότε το αποτέλεσμα θα είναι πάντα μεγαλύτερο από τη βάση της δύναμης. Για παράδειγμα, $5^2 = 25$.

Συμφωνείτε με τον Φάνη; Να επεξηγήσετε.

5. Να βάλετε σε κύκλο τα πολλαπλάσια του αριθμού, που είναι γραμμένοι στα αριστερά.

3	9	14	21	58	159	425
5	20	43	75	98	154	320
10	35	80	120	542	670	800
25	40	50	125	175	240	350

6. Να βρείτε τους παράγοντες κάθε αριθμού, όπως στο παράδειγμα.

Παράδειγμα

18

$$1 \cdot 18 = 18$$

$$2 \cdot 9 = 18$$

$$3 \cdot 6 = 18$$

Παράγοντες του 18:

1, 2, 3, 6, 9, 18

24

Παράγοντες του 24:

35

Παράγοντες του 35:

60

Παράγοντες του 60:

7. (α) Να βάλετε σε κύκλο τα κοινά πολλαπλάσια του 3 και του 4.

6

16

30

12

14

24

(β) Να βάλετε σε κύκλο τους κοινούς διαιρέτες του 36 και του 48.

1

6

12

2

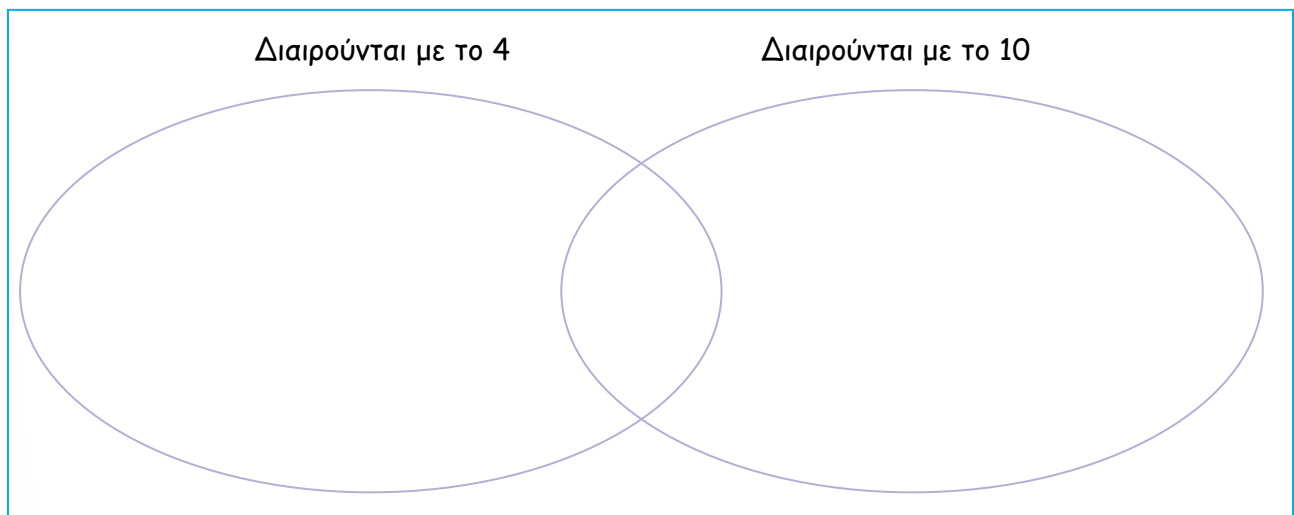
5

4

8. Ο Φάνης τοποθέτησε μπισκότα σε 35 συσκευασίες. Κάθε συσκευασία περιείχε τον ίδιο αριθμό μπισκότων. Ποιος είναι ο μικρότερος δυνατός αριθμός μπισκότων που είχε στη διάθεσή του ο Φάνης, αν περίσσεψαν 6 μπισκότα;

9. Να συμπληρώσετε το βέννειο διάγραμμα με τους πιο κάτω αριθμούς.

115, 116, 120, 168, 450, 753, 800, 928, 1008, 110



10. Να συμπληρώσετε τον πίνακα με τους πιο κάτω αριθμούς.

16, 18, 27, 37, 120, 180, 281, 288, 352, 411, 432, 540

	Διαιρούνται με το 9	Δεν διαιρούνται με το 9
Διαιρούνται με το 4		
Δεν διαιρούνται με το 4		

11. Ο αριθμός x είναι ο μικρότερος διψήφιος αριθμός, ο οποίος όταν διαιρεθεί με το 2, το 3, το 4, το 5 και το 6 δίνει υπόλοιπο. Όταν διαιρεθεί με το 7, δεν δίνει υπόλοιπο. Ποιος είναι ο αριθμός x ;

12. (α) Να βρείτε τον πλησιέστερο αριθμό στο 4876 που διαιρείται με το 3.

(β) Να βρείτε τον μικρότερο και τον μεγαλύτερο τετραψήφιο αριθμό που διαιρείται με το 9.

(γ) Να βρείτε τον μεγαλύτερο πενταψήφιο αριθμό που διαιρείται με το 3, αλλά δεν διαιρείται με το 9.

13. Ο Ιάκωβος εργάστηκε με τον ακόλουθο τρόπο, για να εξετάσει κατά πόσο ο αριθμός 624 διαιρείται με το 4.

$$\begin{aligned} 624 &= 6 \cdot 100 + 24 \\ &= \underbrace{6 \cdot 4 \cdot 25} + 24 \\ &\quad \text{Πολλαπλάσιο του 4} \end{aligned}$$

Όλα τα πολλαπλάσια του 100 διαιρούνται με το 4. Άρα, χρειάζεται να εξετάσω μόνο αν το 24 διαιρείται με το 4.

$$24 \div 4 = 6$$

Επομένως, ο αριθμός 624 διαιρείται με το 4.



Να χρησιμοποιήσετε τον τρόπο του Ιάκωβου, για να εξετάσετε κατά πόσο ο αριθμός 6696 διαιρείται με το 4.

14. Η Χριστίνα άρχισε να τοποθετεί στο πιο κάτω τετράγωνο τους αριθμούς 1-9, μία φορά τον καθένα, ώστε το άθροισμα σε κάθε σειρά και σε κάθε στήλη να είναι πρώτος αριθμός. Να συμπληρώσετε τους αριθμούς που λείπουν.

2		
	4	9
5		

15.

Σκέφτομαι έναν αριθμό. Τον ανέλυσα σε γινόμενο με 3 πρώτους παράγοντες.



Σοφία

Σκέφτομαι έναν αριθμό. Τον ανέλυσα σε γινόμενο με 6 πρώτους παράγοντες. Άρα, ο δικός μου αριθμός είναι μεγαλύτερος.



Ευγένιος

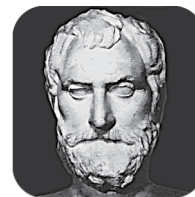
Έχει δίκαιο ο Ευγένιος; Να επεξηγήσετε, δίνοντας παραδείγματα.

16. Δίνεται ο ΜΚΔ και το ΕΚΤ δύο αριθμών. Να βρείτε τους αριθμούς.

(α) ΜΚΔ = 6, ΕΚΤ = 36

(β) ΜΚΔ = 3, ΕΚΤ = 90

17. Ο αρχαίος Έλληνας μαθηματικός Ευκλείδης ανακάλυψε μια διαφορετική μέθοδο για τον υπολογισμό του ΜΚΔ δύο ακέραιων αριθμών.



Για να υπολογίσουμε τον ΜΚΔ του 110 και του 80 με τη μέθοδο του Ευκλείδη, εργαζόμαστε όπως πιο κάτω:

$$\begin{array}{r|l} 110 & 80 \\ - 80 & 1 \\ \hline & 30 \end{array} \longrightarrow \begin{array}{r|l} 80 & 30 \\ - 60 & 2 \\ \hline & 20 \end{array} \longrightarrow \begin{array}{r|l} 30 & 20 \\ - 20 & 1 \\ \hline & 10 \end{array} \longrightarrow \begin{array}{r|l} 20 & 10 \\ - 20 & 2 \\ \hline & 0 \end{array}$$

Επομένως, ο ΜΚΔ του 110 και του 80 είναι το 10.

Να χρησιμοποιήσετε τη μέθοδο του Ευκλείδη, για να βρείτε τον ΜΚΔ του 90 και του 150.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

