

**ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΝΕΟΛΑΙΑΣ ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ
ΜΕΣΗΣ ΤΕΧΝΙΚΗΣ ΚΑΙ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ
ΚΑΙ ΚΑΤΑΡΤΙΣΗΣ**

ΕΝΙΑΙΑ ΓΡΑΠΤΗ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ Β' ΤΕΤΡΑΜΗΝΟΥ 20 22 - 20 23

Β' ΤΑΞΗΣ ΤΕΣΕΚ

ΣΕΙΡΑ Α'

ΘΕΩΡΗΤΙΚΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : Δευτέρα, 22 Μαΐου 2023

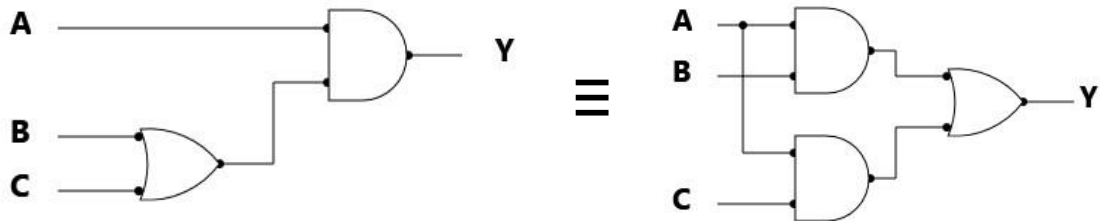
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: Ψηφιακά Ηλεκτρονικά Ι-ΤΕΜ1

ΚΩΔΙΚΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ : thiyips201

ΛΥΣΕΙΣ

ΜΕΡΟΣ Α΄: Αποτελείται από έξι (6) ερωτήσεις. Κάθε ορθή απάντηση βαθμολογείται με οκτώ (8) μονάδες.

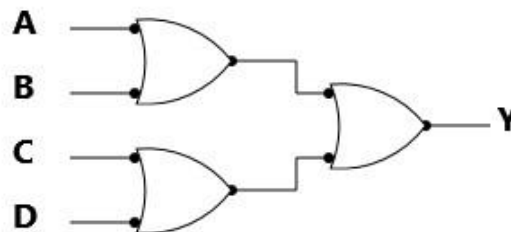
1. (α) Να επιλέξετε πιο από τα αξιώματα της άλγεβρας του Μπούλ εφαρμόστηκε για να σχεδιαστούν τα πιο κάτω ισοδύναμα λογικά κυκλώματα. (1 μονάδα)



- (i) το αξίωμα της αντιμετάθεσης
- (ii) το αξίωμα του προσεταιρισμού
- (iii)** το αξίωμα του επιμερισμού
- (iv) συνδυασμός όλων των πιο πάνω αξιωμάτων.

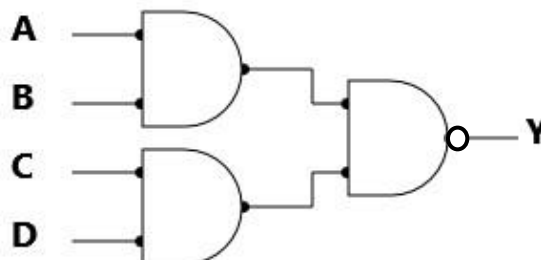
- (β) Να σχεδιάσετε τα λογικά κυκλώματα των πιο κάτω λογικών συναρτήσεων με πύλες δύο εισόδων μόνο, εφαρμόζοντας τα αξιώματα της άλγεβρας του Μπούλ. (7 μονάδες)

(i) $Y = A + B + C + D = (A + B) + (C + D)$



Κύκλωμα: 3 × 1 μονάδες για σωστή πύλη/σύμβολο, διασυνδέσεις = (3 μονάδες)
0,5 μονάδες για ποιότητα σχεδίου(είσοδοι/έξοδος/πύλες κλπ.) = (0,5 μονάδες)

(ii) $Y = \overline{A \cdot B \cdot C \cdot D} = \overline{(A \cdot B) \cdot (C \cdot D)}$



Κύκλωμα: 3 × 1 μονάδες για σωστή πύλη/σύμβολο, διασυνδέσεις = (3 μονάδες)
0,5 μονάδες για ποιότητα σχεδίου(είσοδοι/έξοδος/πύλες κλπ.) = (0,5 μονάδες)

2. Στις πιο κάτω λογικές συναρτήσεις έγινε απλοποίηση χρησιμοποιώντας τα θεωρήματα της άλγεβρας Μπούλ (Boole). Να σημειώσετε δίπλα από κάθε λογική συνάρτηση το γράμμα **Σ** αν η πρόταση είναι **Σωστή** και το γράμμα **Λ** αν η πρόταση είναι **Λανθασμένη**.

(α) $Y = A + 1 + 0 = A$ **Λ**....

(β) $Y = A \cdot 0 + B \cdot 1 = 1$ **Λ**....

(γ) $Y = 1 \cdot \bar{A} \cdot A \cdot \bar{A} \cdot 1 = 0$ **Σ**....

(δ) $Y = AB + B = B$ **Σ**....

(ε) $Y = AB + A\bar{B} = A$ **Σ**....

(στ) $Y = \bar{\bar{\bar{A}}} \cdot \bar{\bar{A}} \cdot \bar{A} + B + B = A + B$ **Λ**....

(ζ) $Y = A(A + B) = A$ **Σ**....

(η) $Y = (A + C)(A + B) = A + BC$ **Σ**....

8 × 1 μονάδα για κάθε σωστή ανταπόκριση = (8 μονάδες)

3. Να εφαρμόσετε τα θεωρήματα Ντε Μόργκαν (De Morgan) και Μπούλ (Boole) για να μετασχηματίσετε τις πιο κάτω λογικές συναρτήσεις στην πιο απλοποιημένη τους μορφή.

$$(\alpha) Y = \overline{\overline{A} + A + \overline{B}} = \overline{\overline{A} \cdot \overline{A} \cdot \overline{B}} = \overline{A \cdot \overline{A} \cdot B} = \overline{0 \cdot B} = 0$$

(1 + 0,4 + 0,4 + 0,2 = 2 μονάδες)

$$(\beta) Y = \overline{\overline{A \cdot B \cdot \overline{B} \cdot C}} = \overline{\overline{A} + \overline{B} + \overline{\overline{B}} + \overline{C}} = \overline{\overline{A} + \overline{B} + B + \overline{C}} = \overline{\overline{A} + 1 + \overline{C}} = 1$$

(1 + 0,4 + 0,4 + 0,2 = 2 μονάδες)

$$(\gamma) Y = \overline{(A + B) \cdot (\overline{A \cdot B})} = \overline{(A + B)} + \overline{(\overline{A \cdot B})} = \overline{A} \overline{B} + \overline{\overline{A} \overline{B}} = \overline{A} \overline{B} + \overline{\overline{A} \overline{B}} = \overline{A} (\overline{B} + B) = \overline{A}$$

(1 + 0,4 + 0,4 + 0,2 = 2 μονάδες)

$$(\delta) Y = \overline{\overline{A + \overline{B \cdot \overline{C} \cdot D} + \overline{D}}} = \overline{\overline{A} \cdot \overline{\overline{B \cdot \overline{C} \cdot D}} \cdot \overline{\overline{D}}} = \overline{\overline{A} \cdot B \cdot \overline{C} \cdot D \cdot D} = \overline{\overline{A} \cdot B \cdot \overline{C} \cdot D}$$

(1 + 0,5 + 0,5 = 2 μονάδες)

4. (α) Να σημειώσετε δίπλα από κάθε πρόταση το γράμμα **Σ** αν η πρόταση είναι **Σωστή** και το γράμμα **Λ** αν η πρόταση είναι **Λανθασμένη**.

(3 μονάδες)

(i) Οι ελάχιστοι όροι μιας λογικής συνάρτησης είναι τα λογικά αθροίσματα που σχηματίζονται από όλους τους συνδυασμούς των μεταβλητών ή των συμπληρωμάτων τους.

.....**Λ**.....

(ii) Ο πίνακας αληθείας περιγράφει πλήρως τη λειτουργία ενός κυκλώματος.

.....**Σ**.....

(iii) Η λογική συνάρτηση από ένα πίνακα αληθείας μπορεί να διατυπωθεί σε δυο ισότιμες μορφές: στην μορφή αθροίσματος ελάχιστων όρων και στην μορφή γινομένου μέγιστων όρων.

.....**Σ**.....

3 × 1 μονάδα για κάθε σωστή ανταπόκριση = (3 μονάδες)

(β) Από τον πιο κάτω πίνακα αληθείας να δώσετε τη λογική συνάρτηση στην κανονική μορφή αθροίσματος ελάχιστων όρων.

(5 μονάδες)

ΕΙΣΟΔΟΙ			ΕΞΟΔΟΣ
A	B	C	Y
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

$$Y = \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}B\bar{C} + A\bar{B}\bar{C} + ABC$$

4 × 1 μονάδα για κάθε σωστό ελάχιστο όρο = (4 μονάδες)

1 μονάδα για σωστή συνάρτηση = (1 μονάδα)

5. (α) Να σημειώσετε δίπλα από κάθε πρόταση το γράμμα **Σ** αν η πρόταση είναι **Σωστή** και το γράμμα **Λ** αν η πρόταση είναι **Λανθασμένη**. (3 μονάδες)

(i) Ένα τετραγωνίδιο του χάρτη Καρνό διαφέρει από τα γειτονικά μόνο ως προς μια μεταβλητή. **Σ**....

(ii) Αν μια συνάρτηση έχει N μεταβλητές τότε ο χάρτης Καρνό έχει N² τετραγωνίδια. **Λ**....

(iii) Αδιάφοροι όροι είναι οι ελάχιστοι όροι που αντιστοιχούν στα τετραγωνίδια του χάρτη Καρνό που έχουν συμπληρωθεί με το σύμβολο X όπου το X σημαίνει ότι η λογική συνάρτηση έχει την τιμή μείον ένα (-1). **Λ**....

(β) Από τον πιο κάτω χάρτη Καρνό, να βρείτε τη λογική συνάρτηση στην πιο απλοποιημένη της μορφή. (5 μονάδες)

		C	
		0	1
AB	00	1	1
	01	0	0
	11	1	1
	10	1	1

Απλοποιημένη λογική συνάρτηση: $Y = A + \bar{B}$

2 × 2 μον. (1 μον. για σωστή ομάδα + 1 μον. για σωστό όρο) = (4 μονάδες)
1 μονάδα για σωστή λογική συνάρτηση βάση του χάρτη Καρνό = (1 μονάδα)

6. Να μετατρέψετε τη λογική συνάρτηση $Y = \bar{A} + \bar{A}\bar{B}\bar{C} + BC$ στην κανονική της μορφή και ακολούθως να συμπληρώσετε τον χάρτη Καρνό.

Κανονική μορφή λογικής συνάρτησης:

(6 μονάδες)

$$Y = \bar{A} + \bar{A}\bar{B}\bar{C} + BC = \bar{A}(1)(1) + \bar{A}\bar{B}\bar{C} + BC(1)$$

$$= \bar{A}(B + \bar{B})(C + \bar{C}) + \bar{A}\bar{B}\bar{C} + BC(A + \bar{A})$$

(1 μονάδα)

$$= \bar{A}(BC + B\bar{C} + \bar{B}C + \bar{B}\bar{C}) + \bar{A}\bar{B}\bar{C} + ABC + \bar{A}BC$$

(3 μονάδες)

$$= \bar{A}BC + \bar{A}B\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}BC + ABC + \bar{A}BC$$

(1 μονάδα)

$$Y = \bar{A}BC + \bar{A}B\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}\bar{B}\bar{C} + ABC$$

(1 μονάδα)

Αν ο μαθητής καταλήξει στην σωστή συνάρτηση σε κανονική μορφή χωρίς να ακολουθήσει πιστά τα πιο πάνω βήματα, τότε να δοθούν οι 6 μονάδες.

Χάρτης Καρνό:

(2 μονάδες)

		C	
		0	1
AB	00	1	1
	01	1	1
	11	0	1
	10	0	0

8 × 0,25 μονάδες για κάθε σωστή συμπλήρωση βάση τελικής λογικής συνάρτησης
στο μέρος (α) = (2 μονάδες)

ΜΕΡΟΣ Β΄: Αποτελείται από τέσσερις (4) ερωτήσεις. Κάθε ορθή απάντηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.

7. Να απλοποιήσετε τις πιο κάτω λογικές συναρτήσεις με αλγεβρικές μεθόδους.

$$\begin{aligned}(\alpha) Y &= (AC)(\overline{A+B}) + (\overline{AB})(A+B) + \overline{A} \\ &= (AC)(\overline{AB}) + (\overline{A+B})(A+B) + \overline{A} && (2 \text{ μονάδες}) \\ &= (A\overline{A}BC) + (\overline{AA} + \overline{AB} + \overline{AB} + \overline{BB}) + \overline{A} && (1 \text{ μονάδα}) \\ &= 0 + (0 + \overline{AB} + \overline{AB} + \overline{B}) + \overline{A} && (0,5 \text{ μονάδες}) \\ &= \overline{AB} + \overline{AB} + \overline{B} + \overline{A} && (0,5 \text{ μονάδες}) \\ &= \overline{A}(\overline{B} + 1) + \overline{B}(A + 1) \text{ ή } \overline{B}(\overline{A} + A + 1) + \overline{A} && (0,5 \text{ μονάδες}) \\ Y &= \overline{A} + \overline{B} && (0,5 \text{ μονάδες})\end{aligned}$$

Αν ο μαθητής καταλήξει στην σωστή απάντηση χωρίς να ακολουθήσει πιστά τα πιο πάνω βήματα, τότε να δοθούν οι 5 μονάδες.

$$\begin{aligned}(\beta) Y &= \overline{\overline{A\overline{C}} + (\overline{A+B\overline{C}})} + (A+B)(A+\overline{C}) \\ &= (\overline{A\overline{C}})(\overline{\overline{A+B\overline{C}}}) + AA + A\overline{C} + AB + B\overline{C} && (2 \text{ μονάδες}) \\ &= (A\overline{C})(A+B\overline{C}) + A + A\overline{C} + AB + B\overline{C} && (0,5 \text{ μονάδες}) \\ &= AA\overline{C} + AB\overline{C}\overline{C} + A + A\overline{C} + AB + B\overline{C} && (0,5 \text{ μονάδες}) \\ &= A\overline{C} + 0 + A + A\overline{C} + AB + B\overline{C} && (0,5 \text{ μονάδες}) \\ &= A\overline{C} + A + AB + B\overline{C} && (0,5 \text{ μονάδες}) \\ &= A(\overline{C} + 1 + B) + B\overline{C} && (0,5 \text{ μονάδες}) \\ &= A(1) + B\overline{C} \\ Y &= A + B\overline{C} && (0,5 \text{ μονάδες})\end{aligned}$$

Αν ο μαθητής καταλήξει στην σωστή απάντηση χωρίς να ακολουθήσει πιστά τα πιο πάνω βήματα, τότε να δοθούν οι 5 μονάδες.

8. Δίνονται οι πιο κάτω χάρτες Καρνό. Να βρείτε τη λογική συνάρτηση στην πιο απλοποιημένη της μορφή.

(α)

(4 μονάδες)

		C	
		0	1
AB	00	1	X
	01	X	1
	11	1	0
	10	X	X

Απλοποιημένη λογική συνάρτηση: $Y = \bar{A} + \bar{C}$

2 × 1,75 μον. (0,75 μον. για σωστή ομάδα + 1 μον. για σωστό όρο) = (3,5 μονάδες)
 0,5 μονάδες για σωστή λογική συνάρτηση βάση του χάρτη Καρνό = (0,5 μονάδες)

(β)

(6 μονάδες)

		CD			
		00	01	11	10
AB	00	1	0	0	1
	01	0	1	1	1
	11	0	1	1	1
	10	0	0	0	1

Απλοποιημένη λογική συνάρτηση: $Y = \bar{A}\bar{B}\bar{D} + BD + \bar{C}\bar{D}$

3 × 1,75 μον. (0,75 μον. για σωστή ομάδα + 1 μον. για σωστό όρο) = (5,25 μονάδες)
 0,75 μονάδες για σωστή λογική συνάρτηση βάση του χάρτη Καρνό = (0,75 μονάδες)

9. Στο άθλημα της Άρσης Βαρών η προσπάθεια ενός αθλητή θεωρείται έγκυρη όταν την δέχονται τουλάχιστον δυο από τους τρεις κριτές (A, B, C) και άκυρη διαφορετικά. Να σχεδιάσετε ένα συνδυαστικό κύκλωμα το οποίο να δίνει έξοδο $Y=1$ όταν μια προσπάθεια θεωρείται έγκυρη. Συμβολίστε με λογικό 1 την έγκυρη (αποδεκτή) προσπάθεια από έναν κριτή και με λογικό 0 την άκυρη προσπάθεια.

(α) Να συμπληρώσετε τον πίνακα αληθείας, και να γράψετε τη λογική συνάρτηση της εξόδου Y από τον πίνακα αληθείας. (4 μονάδες)

ΕΙΣΟΔΟΙ			ΕΞΟΔΟΣ
A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

Λογική Συνάρτηση: $Y = \bar{A}BC + A\bar{B}C + ABC\bar{C} + ABC$

Σωστή συμπλήρωση του πίνακα αληθείας (4 όροι × 0,5 μον.) = (2 μονάδες)
 Σωστή συνάρτηση βάση του πίνακα αληθείας (4 όροι × 0,5 μον.) = (2 μονάδες)

(β) Να απλοποιήσετε τη λογική συνάρτηση με τη βοήθεια του χάρτη Καρνό. (4 μονάδες)

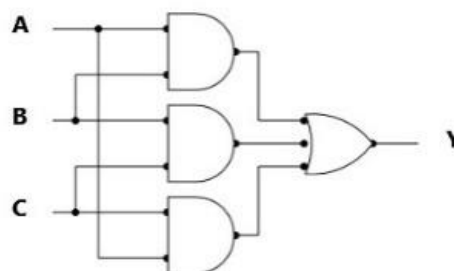
		C	
		0	1
AB	00	0	0
	01	0	1
	11	1	1
	10	0	1

Απλοποιημένη λογική συνάρτηση: $Y = AB + AC + BC$

Σωστή συμπλήρωση χάρτη Καρνό = (1 μονάδα)

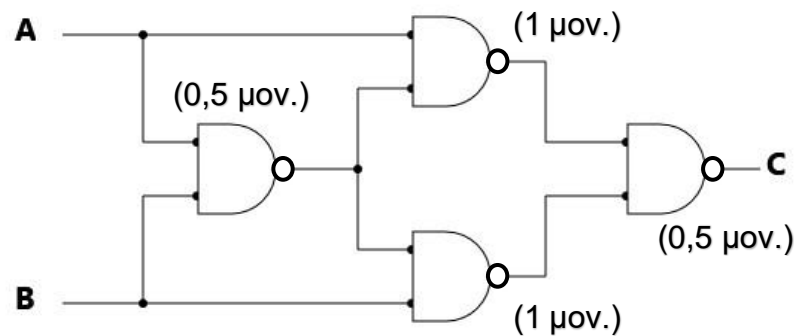
3 × 1 μον. (0,5 μον. για σωστή ομάδα + 0,5 μον. για σωστό όρο) = (3 μονάδες)
 Αν ο Καρνό συμπληρωθεί λανθασμένα, αφαιρείτε αναλογικά από την 1 μον.. Στην συνέχεια αν βρει τους 'σωστούς όρους' να δοθούν οι μονάδες που αναλογούν.

(γ) Να σχεδιάσετε το απλοποιημένο λογικό κύκλωμα. (2 μονάδες)



Κύκλωμα: 4 × 0,4 μονάδες για σωστή πύλη/σύμβολο, διασυνδέσεις = (1,6 μονάδες)
 0,4 μονάδες για ποιότητα σχεδίου(είσοδοι/έξοδοι/πύλες κλπ.) = (0,4 μονάδες)
σύμφωνα με την συνάρτηση που θα βρει στο μέρος (β)

10. α) Να γράψετε την λογική συνάρτηση του πιο κάτω λογικού κυκλώματος. (3 μονάδες)



$$Y = \overline{\overline{A(\overline{AB})} \cdot \overline{B(\overline{AB})}}$$

β) Να απλοποιήσετε την λογική συνάρτηση.

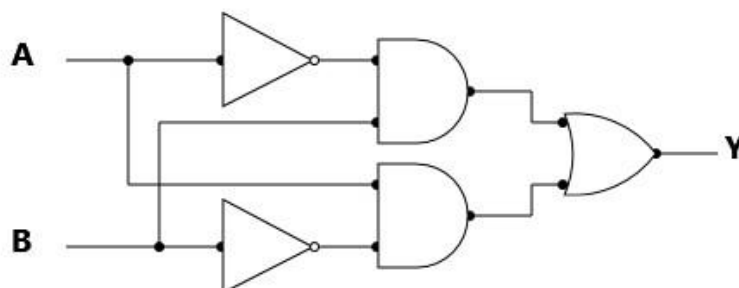
(5 μονάδες)

$$\begin{aligned} Y &= \overline{\overline{A(\overline{AB})} \cdot \overline{B(\overline{AB})}} = \\ &= \overline{\overline{A(\overline{AB})}} + \overline{\overline{B(\overline{AB})}} = && (1 \text{ μονάδα}) \\ &= A(\overline{AB}) + B(\overline{AB}) && (0,5 \text{ μονάδες}) \\ &= A(\overline{A} + \overline{B}) + B(\overline{A} + \overline{B}) && (1 \text{ μονάδα}) \\ &= A\overline{A} + A\overline{B} + \overline{A}B + B\overline{B} \\ &= 0 + A\overline{B} + \overline{A}B + 0 && (1 \text{ μονάδα}) \\ Y &= A\overline{B} + \overline{A}B && (0,5 \text{ μονάδες}) \end{aligned}$$

Αν ο μαθητής καταλήξει στην σωστή απάντηση χωρίς να ακολουθήσει πιστά τα πιο πάνω βήματα, τότε να δοθούν οι 5 μονάδες.

γ) Να σχεδιάσετε το αντίστοιχο απλοποιημένο λογικό κύκλωμα.

(2 μονάδες)



Κύκλωμα: $5 \times 0,3$ μονάδες για σωστή πύλη/σύμβολο, διασυνδέσεις = (1,5 μονάδες)
 0,5 μονάδες για ποιότητα σχεδίου(είσοδοι/έξοδοι/πύλες κλπ.) = (0,5 μονάδες)
σύμφωνα με την συνάρτηση που θα βρει στο μέρος (β)

ΜΕΡΟΣ Γ': Αποτελείται από μία (1) ερώτηση. Η ορθή απάντηση βαθμολογείται με δώδεκα (12) μονάδες.

11. Σε έναν δυαδικό κώδικα που χρησιμοποιούνται σειρές 4 δυαδικών ψηφίων (4-bit), δεν επιτρέπεται να έχουμε σειρές που έχουν σε συνεχόμενες θέσεις ψηφία με τιμή 1.

Να σχεδιάσετε ένα συνδυαστικό κύκλωμα που θα δέχεται μια σειρά από 4-bit (A, B, C, D) και θα ελέγχει εάν αυτή η σειρά επιτρέπεται σύμφωνα με τον παραπάνω κανόνα αυτού του δυαδικού κώδικα. Αν η σειρά από 4-bit (A, B, C, D) επιτρέπεται, το κύκλωμα θα έχει έξοδο 1, ενώ αν δεν επιτρέπεται, η έξοδος θα είναι 0.

(α) Να συμπληρώσετε τον πίνακα αληθείας, που εκπληρώνει τους όρους του προβλήματος. (3 μονάδες)

ΕΙΣΟΔΟΙ				ΕΞΟΔΟΣ
A	B	C	D	Y
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

Συμπλήρωση του πίνακα αληθείας (8 όροι × 0,3 μον.) +0,6 (A – D) = (3 μονάδες.)

(β) Να γράψετε τη λογική συνάρτηση της εξόδου Y από τον πίνακα αληθείας. (2 μονάδες)

$$Y = \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D} + \bar{A}\bar{B}\bar{C}D + \bar{A}\bar{B}C\bar{D} + \bar{A}\bar{B}CD + \bar{A}B\bar{C}\bar{D} + \bar{A}B\bar{C}D + \bar{A}BC\bar{D} + \bar{A}BCD$$

Σωστή συνάρτηση βάση του πίνακα αληθείας (8 όροι × 0,25 μον.) = (2 μονάδες)

(γ) Να απλοποιήσετε τη λογική συνάρτηση με τη βοήθεια του χάρτη Καρνό.

(5 μονάδες)

		CD			
	AB	00	01	11	10
00	1	1	0	1	
01	1	1	0	0	
11	0	0	0	0	
10	1	1	0	1	

Απλοποιημένη λογική συνάρτηση: $= \bar{A}\bar{C} + \bar{B}\bar{C} + \bar{B}\bar{D}$

Σωστή συμπλήρωση χάρτη Καρνό = (1 μονάδα)

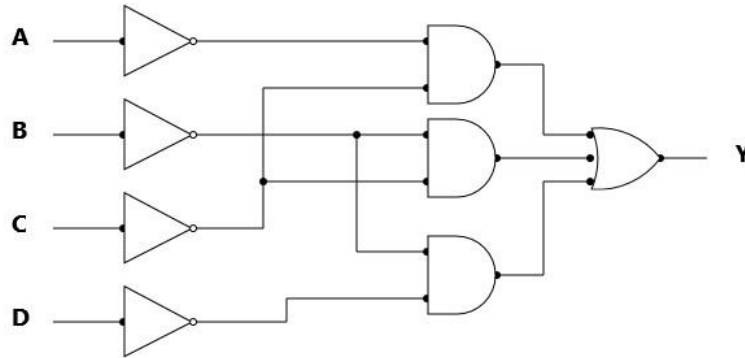
3 × 1,3 μον. (0,5 μον. για σωστή ομάδα + 0,8 μον. για σωστό όρο) ≈ (4 μονάδες)

Αν ο Καρνό συμπληρωθεί λανθασμένα, αφαιρείτε αναλογικά από την 1 μονάδα. Στη συνέχεια αν βρει τους 'σωστούς όρους' να δοθούν οι μονάδες που αναλογούν.

(δ) Να σχεδιάσετε το απλοποιημένο λογικό κύκλωμα.

(2 μονάδες)

$$Y = \bar{A}\bar{C} + \bar{B}\bar{C} + \bar{B}\bar{D}$$



Κύκλωμα: 8 × 0,2 μον. για σωστή πύλη/σύμβολο, διασυνδέσεις = (1,6 μονάδες)

0,4 μονάδες για ποιότητα σχεδίου(είσοδοι/έξοδοι/πύλες κλπ.) = (0,4 μονάδες)

σύμφωνα με την συνάρτηση που θα βρει στο μέρος (γ)

ΤΕΛΟΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟΥ ΔΟΚΙΜΙΟΥ