

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΝΕΟΛΑΙΑΣ  
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΜΕΣΗΣ ΤΕΧΝΙΚΗΣ ΚΑΙ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ  
ΚΑΙ ΚΑΤΑΡΤΙΣΗΣ

ΕΝΙΑΙΑ ΓΡΑΠΤΗ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ Β' ΤΕΤΡΑΜΗΝΟΥ 20 22 - 20 23

Β' ΤΑΞΗΣ ΤΕΣΕΚ

ΣΕΙΡΑ Α'

ΘΕΩΡΗΤΙΚΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : Δευτέρα, 22 Μαΐου 2023

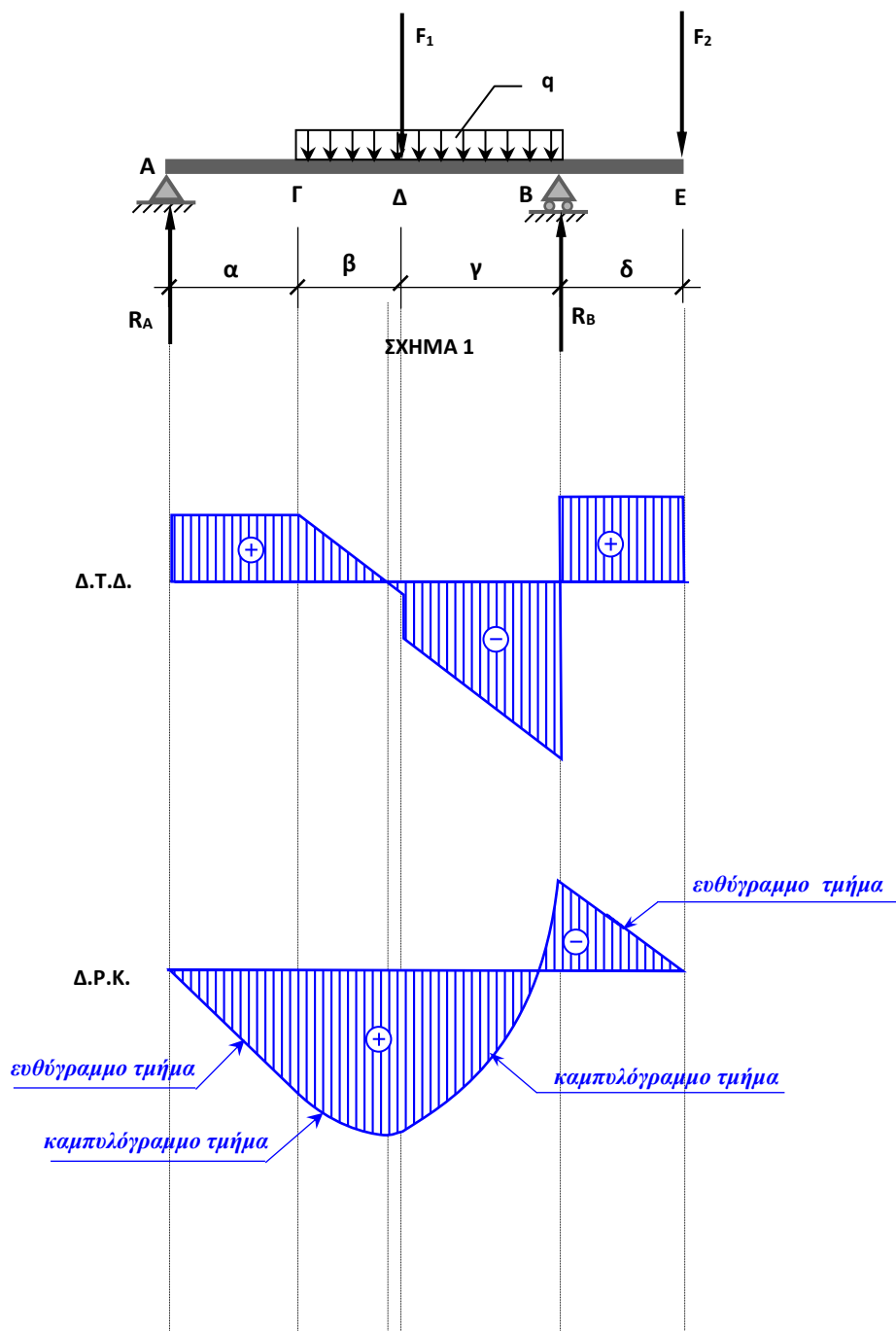
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΚΑΙ ΚΑΤΑΣΚΕΥΕΣ

ΚΩΔΙΚΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ : thdm201

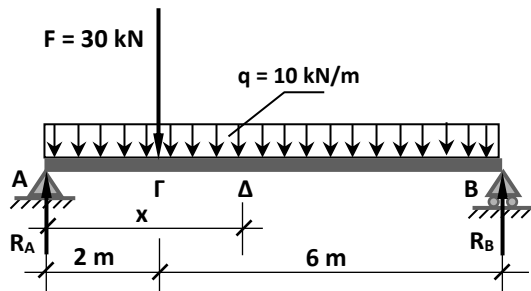
**ΛΥΣΗ ΔΟΚΙΜΙΟΥ**

**ΜΕΡΟΣ Α΄:** Περιλαμβάνει πέντε (5) ασκήσεις και κάθε άσκηση βαθμολογείται με οκτώ (8) μονάδες. Σύνολο μονάδων σαράντα (40).

1. Σε προέχουσα δοκό που φορτίζεται όπως φαίνεται στο **Σχήμα 1** σας δίνεται ότι η μέγιστη θετική ροπή κάμψης  $M_{max}$  είναι μεταξύ του  $\Gamma$  και του  $\Delta$ . Να σχεδιάσετε μια πιθανή μορφή των διαγραμμάτων των τεμνουσών δυνάμεων (**Δ.Τ.Δ.**) και των ροπών κάμψης (**Δ.Ρ.Κ.**) της δοκού και να σημειώσετε τα ευθύγραμμα και τα καμπυλόγραμμα τμήματά τους.



2. Για τη δοκό που φαίνεται στο **Σχήμα 2** να υπολογίσετε την απόσταση ( $x$ ) του σημείου  $\Delta$  από τη στήριξη  $A$ , στο οποίο η ροπή κάμψης έχει τη μέγιστη τιμή  $M_{\max}$ . Δίνεται ότι οι αντιδράσεις της δοκού έχουν τιμές  $R_A = 62,5\text{kN}$  και  $R_B = 47,5\text{kN}$ .



ΣΧΗΜΑ 2

Απόσταση  $x$  του σημείου  $\Delta$  από τη στήριξη  $A$

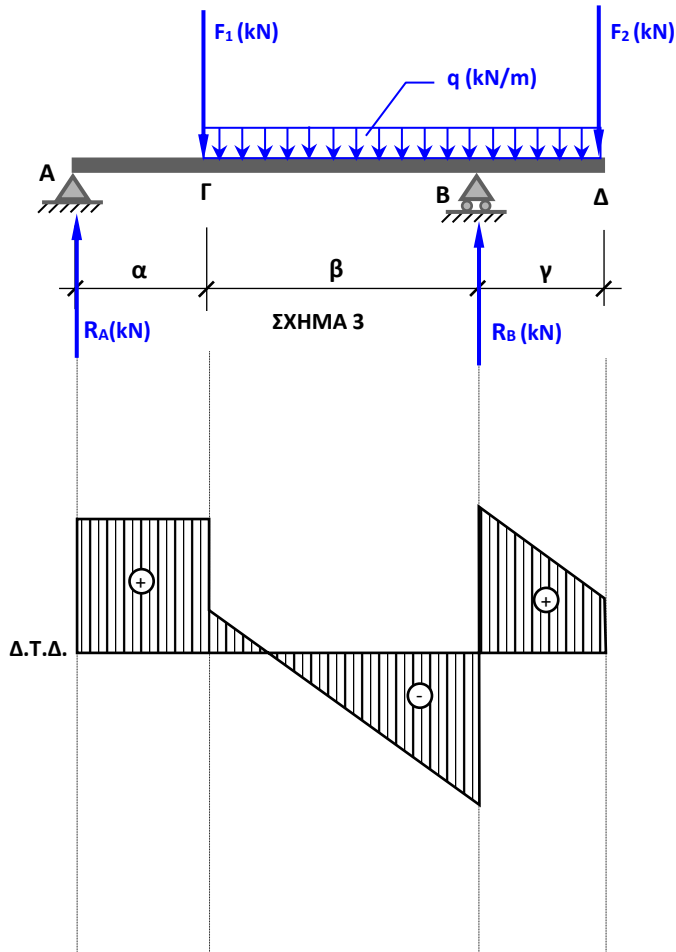
$$Q_{\Delta} = 0 \Rightarrow R_A - 30 - 10 \cdot x = 0 \Rightarrow$$

$$62,50 - 30 - 10x = 0 \Rightarrow$$

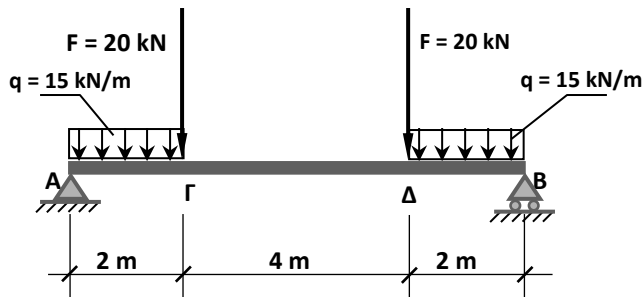
$$32,50 = 10x \Rightarrow$$

$$\underline{x = 3,25 \text{ m}}$$

3. Στο **Σχήμα 3** δίνονται μονοπροέχουσα δοκός και η σχηματική μορφή του διαγράμματος των τεμνουσών δυνάμεων ( $\Delta.Τ.Δ.$ ) της δοκού. Να σχεδιάσετε τις αντιδράσεις στις στηρίξεις και τα φορτία που καταπονούν τη δοκό, έτσι ώστε να ανταποκρίνονται στο  $\Delta.Τ.Δ.$  της.



4. Δίνεται αμφιέρειστη δοκός όπως στο **Σχήμα 4**.
- Να υπολογίσετε τις αντιδράσεις στις στηρίξεις **A** και **B**.
  - Να υπολογίσετε την Τέμνουσα δύναμη αριστερά του σημείου **Δ** ( $Q_{\Delta}^{\alpha\rho}$ ).



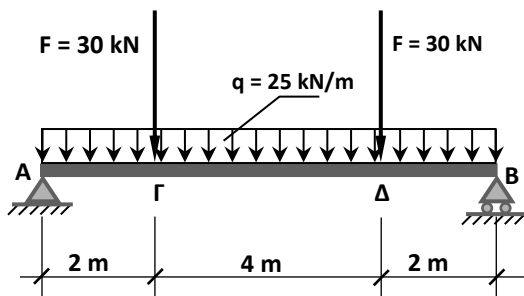
ΣΧΗΜΑ 4

*Λόγω συμμετρίας:*

$$R_A = R_B = \frac{20 + 15 \cdot 4 + 20}{2} = 50 \text{ kN}$$

$$Q_{\Delta}^{\alpha\rho} = 50 - 20 - 15 \cdot 2 = 0 \text{ kN}$$

5. Δίνεται αμφιέρειστη δοκός όπως στο **Σχήμα 5**.
- Να υπολογίσετε τις αντιδράσεις στις στηρίξεις **A** και **B**.
  - Να υπολογίσετε την Ροπή κάμψης του σημείου **Γ** ( $M_{\Gamma}$ ).



ΣΧΗΜΑ 5

*α) Λόγω συμμετρίας*

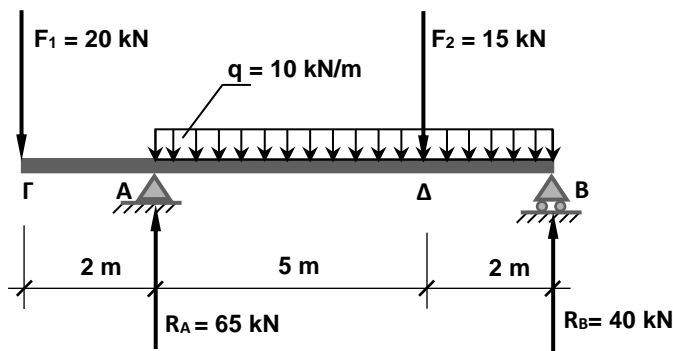
$$R_A = R_B = \frac{30 + 25 \cdot 8 + 30}{2} = 130 \text{ kN}$$

$$\beta) M_{\Gamma}^{x=2} = \frac{-25 \cdot 2^2}{2} + 130 \cdot 2 = 210 \text{ kNm}$$

ΤΕΛΟΣ ΜΕΡΟΥΣ Α'  
ΑΚΟΛΟΥΘΕΙ ΤΟ ΜΕΡΟΣ Β'

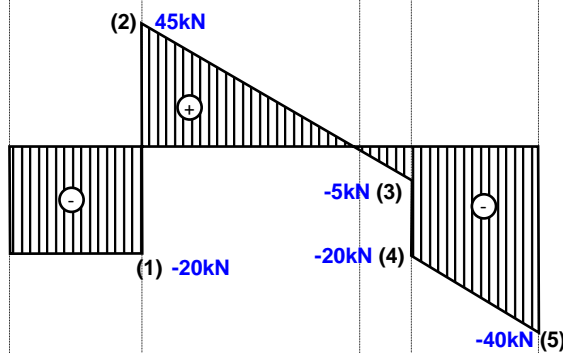
**ΜΕΡΟΣ Β΄: Περιλαμβάνει δύο (2) ασκήσεις και κάθε άσκηση βαθμολογείται με δεκαπέντε (15) μονάδες. Σύνολο μονάδων τριάντα (30).**

6. Δίνεται προέχουσα δοκός, η οποία φορτίζεται όπως φαίνεται στο **Σχήμα 6**, καθώς και τα διαγράμματα των τεμνουσών δυνάμεων και ροπών κάμψης της δοκού.
- α) Να υπολογίσετε και να αναγράψετε στο διάγραμμα τεμνουσών δυνάμεων τις τιμές των τεμνουσών στα σημεία (1), (2), (3), (4) και (5).
- β) Να υπολογίσετε και να αναγράψετε στο διάγραμμα ροπών κάμψης τις τιμές των ροπών στα σημεία (6) και (7).



ΣΧΗΜΑ 6

Δ.Τ.Δ.



α) Τέμνουσες δυνάμεις

$$Q_1 = -20 \text{ kN}$$

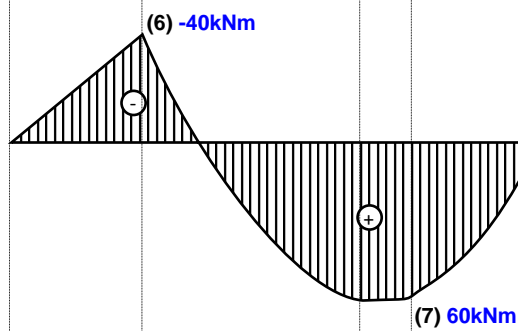
$$Q_2 = -20 + 65 = 45 \text{ kN}$$

$$Q_3 = -20 + 65 - 10 \cdot 5 = -5 \text{ kN}$$

$$Q_4 = -20 + 65 - 10 \cdot 5 - 15 = -20 \text{ kN}$$

$$Q_5 = -20 + 65 - 10 \cdot 7 - 15 = -40 \text{ kN}$$

Δ.Ρ.Κ.



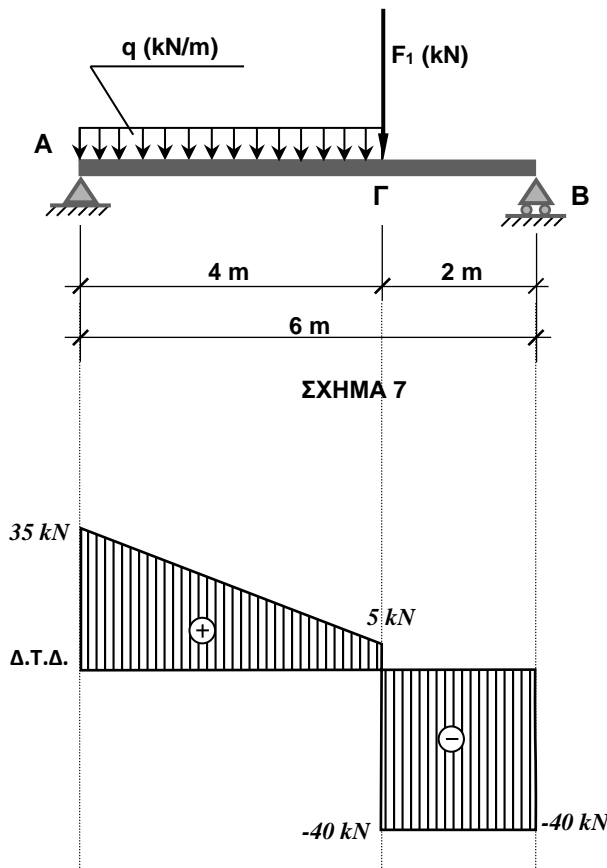
β) Ροπές κάμψης

$$M_6 = -20 \cdot 2 = -40 \text{ kNm}$$

$$M_7 = -20 \cdot 7 + 65 \cdot 5 - 10 \cdot 5 \cdot 2,5 = 60 \text{ kNm}$$

7. Δίνεται το διάγραμμα Τεμνουσών Δυνάμεων (**Δ.Τ.Δ.**) μιας αμφιέρειστης δοκού, όπως στο **Σχήμα 7**.

- Να υπολογίσετε τις κατακόρυφες αντιδράσεις  $R_A$  και  $R_B$ .
- Να υπολογίσετε το ομοιόμορφα κατανομημένο φορτίο  $q$  που καταπονεί τη δοκό.
- Να αναφέρετε σε ποιο σημείο έχω τη μέγιστη ροπή κάμψης ( $M_{max}$ ) και να υπολογίσετε το μέγεθος της.



ΣΧΗΜΑ 7

α) Από Δ.Τ.Δ.  $R_A = Q_A = 35 \text{ kN}$  και  
 $R_B = -Q_B^{αρ.} = 40 \text{ kN}$

β)  $Q_G^α = 5 \text{ kN} \Rightarrow 35 - q \cdot 4 = 5 \Rightarrow q = \frac{35-5}{4}$   
 $q = 7,5 \text{ kN/m}$

ή από το τμήμα ΑΓ:

$q = (35-5)/4 = 7,5 \text{ kN/m}$  (κλίση Δ.Τ.Δ.)

ή  $\Sigma F_y = 0$

$\Rightarrow 35 + 40 - 45 - 4 \cdot q = 0 \Rightarrow q = 7,5 \text{ kN/m}$

γ) Θέση αλλαγής πρόσημου της τέμνουσας:  $x = 4$  ή  
στο χαρακτηριστικό σημείο Γ

Μέγιστη θετική ροπή κάμψης

$M_{max} = 35 \cdot 4 - (7,5 \cdot 4) \cdot \frac{4}{2} = 80 \text{ kNm}$

ή από το εμβαδό του αριστερά τραπεζίου στο ΔΤΔ  $\Rightarrow$   
 $M_{max} = \frac{(35+5) \cdot 4}{2} = 80 \text{ kNm}$

ή από το εμβαδό του δεξιά ορθογώνιου στο ΔΤΔ  $\Rightarrow$   
 $M_{max} = 40 \cdot 2 = 80 \text{ kNm}$

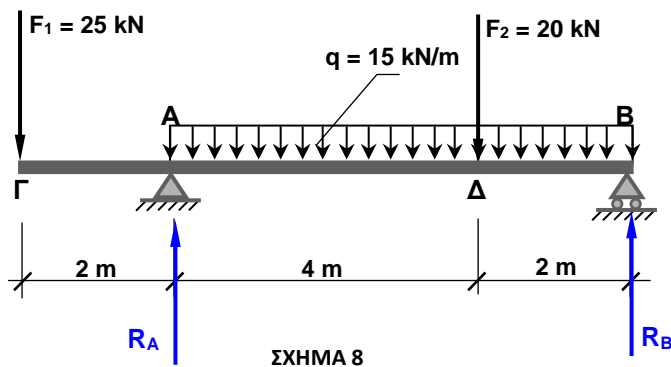
ΤΕΛΟΣ ΜΕΡΟΥΣ Β΄

ΑΚΟΛΟΥΘΕΙ ΤΟ ΜΕΡΟΣ Γ΄

ΜΕΡΟΣ Γ': Περιλαμβάνει μια (1) άσκηση και η άσκηση βαθμολογείται με τριάντα (30) μονάδες.

8. Μονοπροέχουσα δοκός φορτίζεται όπως φαίνεται στο **Σχήμα 8**.

- Να υπολογίσετε τις αντιδράσεις στις στηρίξεις **A** και **B**.
- Να υπολογίσετε τις τέμνουσες δυνάμεις και τις ροπές κάμψης στα χαρακτηριστικά σημεία **A**, **B**, **Γ** και **Δ**.
- Να σχεδιάσετε τα διαγράμματα των τεμνουσών δυνάμεων (**Δ.Τ.Δ.**) και των ροπών κάμψης (**Δ.Ρ.Κ.**) και να αναγράψετε τα μεγέθη τους στα χαρακτηριστικά σημεία **A**, **B**, **Γ** και **Δ**.
- Να υπολογίσετε την **απόσταση** από το σημείο **A** της μέγιστης θετικής ροπής κάμψης  $M_{max}$  (όχι το μέγεθος της).



*α) Υπολογισμός αντιδράσεων*

$$\Sigma M_A = 0$$

$$-25 \cdot 2 + 15 \cdot 6 \cdot 3 + 20 \cdot 4 - R_B \cdot 6 = 0$$

$$-50 + 270 + 80 - 6R_B = 0$$

$$6R_B = 300$$

$$\underline{R_B = 50 \text{ kN}}$$

$$\Sigma M_B = 0$$

$$-25 \cdot 8 + R_A \cdot 6 - 15 \cdot 6 \cdot 3 - 20 \cdot 2 = 0$$

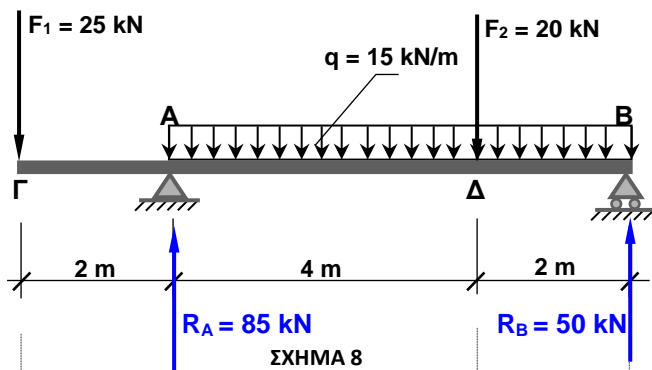
$$-200 + 6R_A - 270 - 40 = 0$$

$$6R_A = 510$$

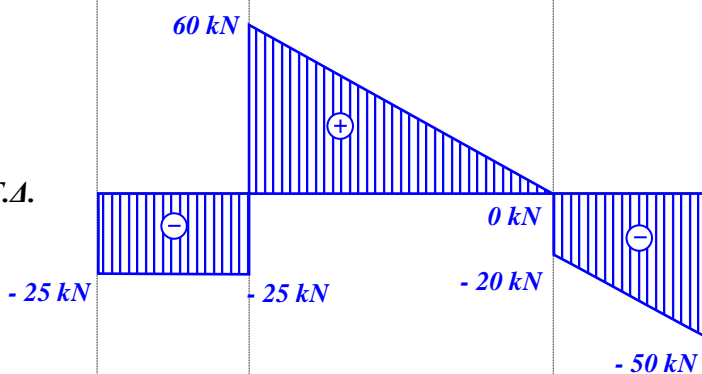
$$\underline{R_A = 85 \text{ kN}}$$

*Έλεγχος*

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow 50 + 85 - 25 - 15 \cdot 6 - 20 = 0$$

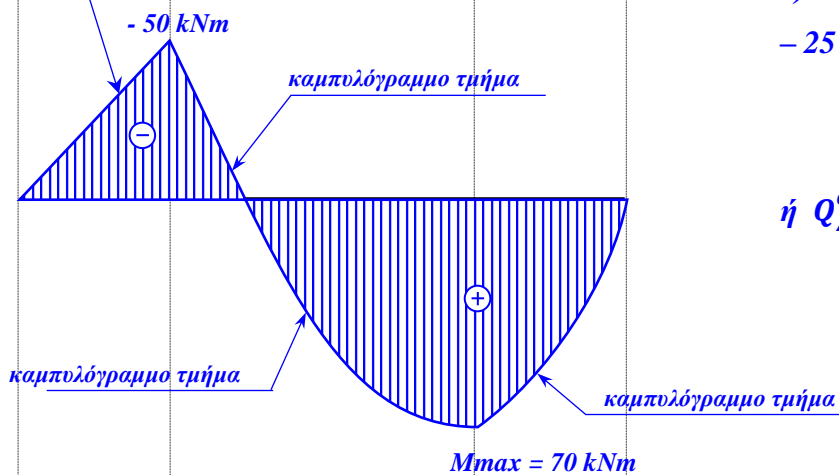


Δ.Τ.Δ.



ερθόγραμμο τμήμα

Δ.Ρ.Κ.



β) Τέμνουσες δυνάμεις

$$Q_{\Gamma}^{\delta\epsilon\xi} = -25 \text{ kN}$$

$$Q_A^{\alpha\rho} = Q_{\Gamma}^{\delta\epsilon\xi} = -25 \text{ kN}$$

$$Q_A^{\delta\epsilon\xi} = -25 + 85 = 60 \text{ kN}$$

$$Q_{\Delta}^{\alpha\rho} = -25 + 85 - 15 \cdot 4 = 0 \text{ kN}$$

$$Q_{\Delta}^{\delta\epsilon\xi} = -25 + 85 - 15 \cdot 4 - 20 = -20 \text{ kN}$$

$$Q_B^{\alpha\rho} = -25 + 85 - 15 \cdot 6 - 20 = -50 \text{ kN}$$

$$Q_B^{\delta\epsilon\xi} = -25 + 85 - 15 \cdot 6 - 20 + 50 = 0$$

Ροπές κάμψης

$$M_{\Gamma} = 0$$

$$M_A = -25 \cdot 2 = -50 \text{ kNm}$$

$$M_{\Delta} = -25 \cdot 6 + 85 \cdot 4 - 15 \cdot 4 \cdot 2 = 70 \text{ kNm}$$

$$M_B = -25 \cdot 8 + 85 \cdot 6 - 15 \cdot 6 \cdot 3 - 20 \cdot 2 = 0$$

δ) Θέση μέγιστης θετικής ροπής κάμψης

$$-25 + 85 - 15 \cdot x = 0$$

$$15x = 60$$

$$x = 4 \text{ m}$$

$$\text{ή } Q_{\Delta}^{\alpha\rho} = 0 \text{ kN άρα } x_{A\Delta} = 4 \text{ m}$$



**ΤΕΛΟΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟΥ ΔΟΚΙΜΙΟΥ**

**ΠΡΟΧΕΙΡΟ**