ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΝΕΟΛΑΙΑΣ
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΜΕΣΗΣ ΤΕΧΝΙΚΗΣ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ ΚΑΙ ΚΑΤΑΡΤΙΣΗΣ

ΕΝΙΑΙΑ ΓΡΑΠΤΗ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ Β΄ ΤΕΤΡΑΜΗΝΟΥ 2022-23

Β΄ ΤΑΞΗΣ ΤΕΣΕΚ

ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 19 ΜΑΙΟΥ 2023

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ 2-ΩΡΟ ΠΡΑΚΤΙΚΗΣ (Α΄ ΣΕΙΡΑ)

ΚΩΔΙΚΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ: Β0050

ΣΥΝΟΛΙΚΗ ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΓΡΑΠΤΗΣ ΕΞΕΤΑΣΗΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ 2-ΩΡΟ ΠΡΑΚΤΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ ΤΕΣΕΚ: 90 λεπτά

Προτεινόμενες Λύσεις – Οδηγός Διόρθωσης

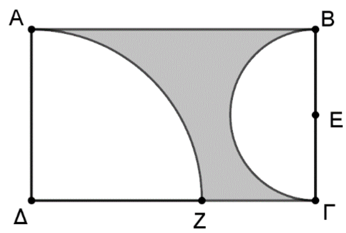
Σημείωση: **Αν παραλείψει τις μονάδες μέτρησης να αφαιρεθεί 0,5 μονάδα. Να μην αφαιρεθούν συνολικά περισσότερες από 5 μονάδες για τον ίδιο λόγο.**

ΜΕΡΟΣ Α΄:

Α1.	Να βρείτε το εμβαδόν των πιο κάτω σχημάτων: **(α)** τετραγώνου πλευράς $4\ m$ **(β)** ορθογωνίου παραλληλογράμμου μήκους $8\ cm$ και πλάτους $3\ cm$ **Λύση:** **(α)** $E = \alpha^2 = 4^2 = \mathbf{16\ m^2}$ **(β)** $E = \alpha \cdot \beta = 8 \cdot 3 = \mathbf{24\ cm^2}$	**(α)** Τύπος εμβαδού **3** Αντικατάσταση **1** Αποτέλεσμα **1** **(β)** Τύπος εμβαδού **3** Αντικατάσταση **1** Αποτέλεσμα **1**
Α2.	Να υπολογίσετε το μήκος κύκλου που έχει ακτίνα $R = 4\ cm$ **Λύση:** $\Gamma = 2 \cdot \pi \cdot R = 2 \cdot \pi \cdot 4 = \mathbf{8\pi\ cm}$	Τύπος **5** Αντικατάσταση **2** Πράξεις **2** Αποτέλεσμα **1**
Α3.	Παραλληλόγραμμο έχει εμβαδόν ίσο με $32\ cm^2$. Αν μία από τις πλευρές του ισούται με $8\ cm$, να βρείτε το ύψος του παραλληλογράμμου που αντιστοιχεί σε αυτήν την πλευρά. **Λύση:** $E = \beta \cdot \upsilon \iff 32 = 8 \cdot \upsilon \iff \upsilon = \frac{32}{8} \iff \boldsymbol{\upsilon = 4\ cm}$	Τύπος εμβαδού **5** Αντικατάσταση - πράξεις **4** Αποτέλεσμα **1**

<table>
<tr>
<td>Α4.</td>
<td>Δίνεται κύκλος ακτίνας $R = 6\ cm$. Να υπολογίσετε το εμβαδόν κυκλικού τομέα του, που αντιστοιχεί σε τόξο γωνίας 45°

<u>Λύση:</u>
$E = \frac{\pi \cdot R^2 \cdot \mu^\circ}{360^\circ} = \frac{\pi \cdot 6^2 \cdot 45^\circ}{360^\circ} = \frac{\pi \cdot 36 \cdot 45^\circ}{360^\circ} = \frac{\pi \cdot 36}{8} = \boldsymbol{\frac{9\pi}{2}\ cm^2}$</td>
<td>Τύπος εμβαδού τομέα 5
Αντικατάσταση - πράξεις 4
Αποτέλεσμα 1</td>
</tr>
<tr>
<td>Α5.</td>
<td>Η πραγματική απόσταση Λευκωσίας – Λεμεσού είναι 85 km. Πόση είναι η απόσταση των δύο πόλεων σε χάρτη με κλίμακα $1:1000000$;

<u>Λύση:</u>
$\frac{A.\Sigma.}{A.\Pi.} = \frac{1}{\alpha} \Leftrightarrow \frac{A.\Sigma.}{85km} = \frac{1}{1000000}$
$\Leftrightarrow 1000000 \cdot A.\Sigma. = 1 \cdot 85km \Leftrightarrow A.\Sigma. = \frac{85km}{1000000}$
$\Leftrightarrow A.\Sigma. = \frac{8500000\ cm}{1000000} \Leftrightarrow \boldsymbol{A.\Sigma. = 8,5\ cm}$</td>
<td>Αναλογία 5
Αντικατάσταση 1
Πράξεις 1
Μετατροπή $km \to cm$ 2
Αποτέλεσμα 1</td>
</tr>
<tr>
<td>Α6.</td>
<td>Στο διπλανό σχήμα το $AB\Gamma\Delta$ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο με μήκος $AB = \Delta\Gamma = 10\ cm$ και πλάτος $A\Delta = B\Gamma = 6\ cm$. Με κέντρο το E, μέσο της $B\Gamma$, γράφουμε ημικύκλιο και με κέντρο την κορυφή Δ γράφουμε τεταρτοκύκλιο μέσα στο ορθογώνιο.


Να υπολογίσετε το εμβαδόν της σκιασμένης επιφάνειας (συναρτήσει του π).

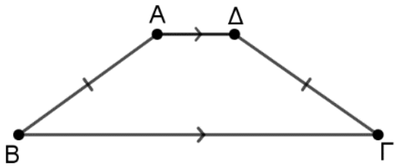
<u>Λύση:</u>
$E_{\sigma\kappa.} = E_{o\rho\theta.} - E_{\eta\mu.} - E_{\tau\varepsilon\tau\alpha\rho\tau.}$
$E_{o\rho\theta.} = \alpha \cdot \beta = 10 \cdot 6 = 60\ cm^2$
$E_{\eta\mu.} = \frac{\pi \cdot R^2}{2} = \frac{\pi \cdot 3^2}{2} = \frac{9\pi}{2}\ cm^2$
$E_{\tau\varepsilon\tau\alpha\rho\tau.} = \frac{\pi \cdot r^2}{4} = \frac{\pi \cdot 6^2}{4} = \frac{36\pi}{4} = 9\pi\ cm^2$
Άρα, $E_{\sigma\kappa.} = 60 - \frac{9\pi}{2} - 9\pi = \boldsymbol{\left(60 - \frac{27\pi}{2}\right)\ cm^2}$</td>
<td>Σχέση $E_{\sigma\kappa.}$ 3
Τύπος- υπολογισμός $E_{o\rho\theta.}$ 2
Τύπος- υπολογισμός $E_{\eta\mu\iota.}$ 2
Τύπος- υπολογισμός $E_{\tau\varepsilon\tau\alpha\rho\tau.}$ 2
Αποτέλεσμα 1</td>
</tr>
</table>

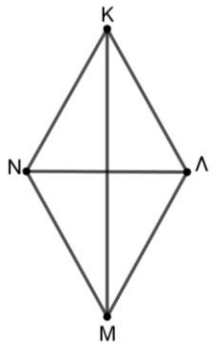
ΜΕΡΟΣ Β΄:

Β1. Ισοσκελές τραπέζιο $ΑΒΓΔ$ $(ΑΔ \parallel ΒΓ)$ με βάσεις $\beta_1 = 3\ cm$ και $\beta_2 = 15\ cm$, είναι ισεμβαδικό με ρόμβο $ΚΛΜΝ$ με διαγώνιους $\delta_1 = 9\ cm$ και $\delta_2 = 16\ cm$. Να βρείτε:

(α) το ύψος του τραπεζίου **(9 μονάδες)**

(β) την περίμετρο του τραπεζίου **(6 μονάδες)**





<u>Λύση:</u>

(α) ισεμβαδικά $\Leftrightarrow$ $E_{ρόμβου} = E_{τραπεζίου}$

$$E_{ρόμβου} = \frac{\delta_1 \cdot \delta_2}{2} = \frac{9 \cdot 16}{2} = 72\ cm^2 \quad \Longrightarrow E_{τραπεζίου} = 72\ cm^2$$

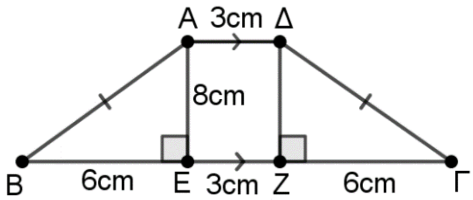
$$E_{τραπεζίου} = \frac{(\beta_1 + \beta_2) \cdot \upsilon}{2} \quad \Leftrightarrow \quad 72 = \frac{(3 + 15) \cdot \upsilon}{2}$$

$$\Leftrightarrow \quad 72 = \frac{18 \cdot \upsilon}{2} \quad \Leftrightarrow \quad 72 = 9\upsilon \ \Longrightarrow \upsilon = \frac{72}{9} \ \Longrightarrow \boldsymbol{\upsilon = 8\ cm}$$

(α)

- Σχέση εμβαδών **2**
- Τύπος- υπολογισμός $E_{ρόμβου}$ **2**
- Τύπος $E_{τραπεζίου}$ **1**
- Αντικατάσταση - πράξεις **3**
- Αποτέλεσμα **1**

(β)



πυθαγόρειο θεώρημα στο τρίγωνο $ΑΒΕ$:

$$(AB)^2 = (AE)^2 + (BE)^2 \ \Leftrightarrow \ (AB)^2 = 8^2 + 6^2$$

$$\Leftrightarrow (AB)^2 = 64 + 36 \Leftrightarrow \ (AB)^2 = 100$$

$$\Leftrightarrow (AB) = \sqrt{100} = 10\ cm$$

$ΑΒΓΔ$ ισοσκελές τραπέζιο $\Longrightarrow$ $AB = ΔΓ = 10\ cm$

$$\Pi_{τραπεζίου} = (AB) + (ΒΓ) + (ΓΔ) + (ΔΑ)$$

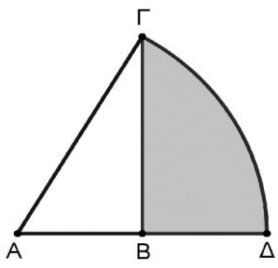
$$= 10 + 15 + 10 + 3 = \boldsymbol{38\ cm}$$

(β)

- Πυθαγ. Θεώρ. **1**
- Υπολογισμός ΒΕ **1**
- Πράξεις **1**
- Αποτέλεσμα **1**
- Υπολογισμός περιμέτρου τραπεζίου **2**

<table>
<tr>
<td>Β2.</td>
<td>

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $ΑΒΓ$ $(\hat{B} = 90^\circ)$ με $\hat{A} = 60^\circ$, $ΑΓ = 8\ cm$ και $ΑΒ = 4\ cm$. Να βρείτε το εμβαδόν της σκιασμένης περιοχής. **(10 μονάδες)**



<u>Λύση:</u>

$E_{σκ.} = E_{τομέα} - E_{τριγώνου}$

$$E_{τομέα} = \frac{\pi \cdot R^2 \cdot \mu^\circ}{360^\circ} = \frac{\pi \cdot 8^2 \cdot 60^\circ}{360^\circ} = \frac{\pi \cdot 64 \cdot 60^\circ}{360^\circ} = \frac{\pi \cdot 64}{6} = \boldsymbol{\frac{32\pi}{3}\ cm^2}$$

Πυθαγόρειο θεώρημα στο τρίγωνο $ΑΒΓ$:

$$(ΑΓ)^2 = (ΑΒ)^2 + (ΒΓ)^2 \iff 8^2 = 4^2 + (ΒΓ)^2$$

$$\iff 64 = 16 + (ΒΓ)^2 \iff (ΒΓ)^2 = 64 - 16$$

$$\iff (ΒΓ)^2 = 48 \iff (ΒΓ) = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}\ cm$$

$$E_{τριγώνου} = \frac{(βάση)\cdot(ύψος)}{2} = \frac{(ΑΒ)\cdot(ΒΓ)}{2} = \frac{4 \cdot 4\sqrt{3}}{2} = \boldsymbol{8\sqrt{3}\ cm^2}$$

Άρα, $\boldsymbol{E_{σκ.} = \left(\frac{32\pi}{3} - 8\sqrt{3}\right)\ cm^2}$

</td>
<td>

Σχέση $E_{σκ.}$ **2**

Τύπος- υπολογισμός $E_{τομέα}$ **2**

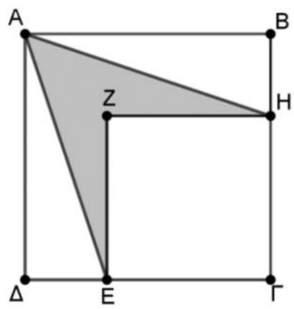
Πυθαγ. Θεώρ. **2**

Τύπος-υπολογισμός $E_{τριγώνου}$ **2**

Αποτέλεσμα **2**

</td>
</tr>
<tr>
<td>Β3.</td>
<td>

Στο διπλανό σχήμα τα $ΑΒΓΔ$ και $ΖΗΓΕ$ είναι τετράγωνα. Αν $ΒΗ = 12\ cm$ και $ΗΓ = 40\ cm$, να υπολογίσετε το εμβαδόν του σκιασμένου τμήματος $ΑΗΖΕ$. **(15 μονάδες)**



<u>Λύση:</u>

$E_{σκ.} = E_{τετραγ.ΑΒΓΔ} - E_{τριγ.ΑΔΕ} - E_{τριγ.ΑΒΗ} - E_{τετραγ.ΓΕΖΗ}$

$E_{τετραγ.ΑΒΓΔ} = \alpha^2 = 52^2 = 2704\ cm^2$

$E_{τετραγ.ΓΕΖΗ} = \beta^2 = 40^2 = 1600\ cm^2$

$$E_{τριγ.ΑΔΕ} = E_{τριγ.ΑΒΗ} = \frac{(βάση)\cdot(ύψος)}{2} = \frac{12 \cdot 52}{2} = 312\ cm^2$$

Άρα, $E_{σκ.} = 2704 - 312 - 312 - 1600 = \boldsymbol{480\ cm^2}$

</td>
<td>

Σχέση $E_{σκ.}$ **4**

Τύπος- υπολογισμός $E_{τετραγ.ΑΒΓΔ}$ **2**

Τύπος-υπολογισμός $E_{τετραγ.ΓΕΖΗ}$ **2**

Τύπος-υπολογισμός $E_{τριγ.ΑΔΕ}$ και $E_{τριγ.ΑΒΗ}$ **4**

Αντικατάσταση **2**
Αποτέλεσμα **1**

</td>
</tr>
</table>