

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΝΕΟΛΑΙΑΣ
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΜΕΣΗΣ ΤΕΧΝΙΚΗΣ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ
ΚΑΙ ΚΑΤΑΡΤΙΣΗΣ

ΕΝΙΑΙΑ ΓΡΑΠΤΗ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ Β΄ ΤΕΤΡΑΜΗΝΟΥ 2022–23
Β΄ ΤΑΞΗΣ ΤΕΣΕΚ

Παρασκευή 19 Μαΐου 2023

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ 3-ΩΡΟ ΘΕΩΡΗΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΠΡΑΚΤΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ (Α΄ ΣΕΙΡΑ)

ΚΩΔΙΚΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ: Β0043

ΣΥΝΟΛΙΚΗ ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΓΡΑΠΤΗΣ ΕΞΕΤΑΣΗΣ: 90΄ ΛΕΠΤΑ

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΤΡΕΙΣ (3) ΣΕΛΙΔΕΣ

ΟΔΗΓΙΕΣ (για τους εξεταζόμενους)

1. Στο εξώφυλλο του τετραδίου απαντήσεων να συμπληρώσετε όλα τα κενά με τα στοιχεία που ζητούνται.
2. **Να απαντήσετε ΟΛΑ τα ερωτήματα**
3. **Να μην αντιγράψετε τα θέματα** στο τετράδιο απαντήσεων.
4. Να μη γράψετε πουθενά στις απαντήσεις σας το όνομά σας.
5. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα **μόνο με μπλε πένα ανεξίτηλης μελάνης**. Μολύβι επιτρέπεται, μόνο αν το ζητάει η εκφώνηση, και μόνο για σχήματα, πίνακες, διαγράμματα κλπ.
6. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής, που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.
7. Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού ή διορθωτικής ταινίας.
8. Στη λύση των ασκήσεων πρέπει να φαίνεται **όλη η αναγκαία εργασία**.

ΣΑΣ ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΚΑΘΕ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΜΕΡΟΣ Α΄: Αποτελείται από 6 ασκήσεις και βαθμολογείται με 60 μονάδες.

Να λύσετε και τις 6 ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

A1. Να υπολογίσετε το μήκος ενός κύκλου, με ακτίνα ίση με 5 *cm*.

A2. Να βρείτε την παράγωγο των πιο κάτω συναρτήσεων:

(α) $f(x) = x + 3, x \in \mathbb{R}$

(β) $g(x) = 2x^6, x \in \mathbb{R}$

A3. Το μήκος της ακτίνας ενός κύκλου είναι 3 *cm*. Να υπολογίσετε:

(α) το εμβαδόν του κύκλου,

(β) το μήκος του τόξου που αντιστοιχεί σε επίκεντρη γωνία 120° .

A4. Να υπολογίσετε τα πιο κάτω όρια:

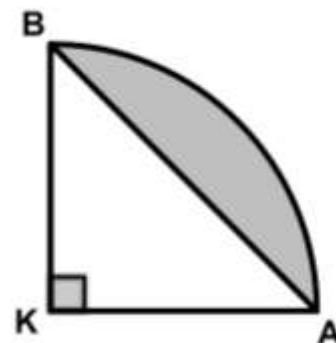
(α) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^4 + x^3 + 5x - 2)$

(4 μονάδες)

(β) $\lim_{x \rightarrow 9} \left(\frac{x^2 - 9x}{x - 9} \right)$

(6 μονάδες)

A5. Στο διπλανό σχήμα, δίνεται κυκλικός τομέας KAB ακτίνας $R = 4 \text{ cm}$, με γωνία $\widehat{AKB} = 90^\circ$ και η χορδή AB .
Να υπολογίσετε το εμβαδόν του κυκλικού τμήματος που αντιστοιχεί στη γωνία \widehat{AKB} .



A6. Τα πλευρικά όρια της συνάρτησης $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ στο $x = 2$ είναι

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 2\beta - 6 \text{ και } \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \beta + 4.$$

(α) Να υπολογίσετε την τιμή του β , $\beta \in \mathbb{R}$, ώστε να υπάρχει το $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$.

(6 μονάδες)

(β) Αν $\beta = 10$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης

$$A = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2} f(x).$$

(4 μονάδες)

ΤΕΛΟΣ Α΄ ΜΕΡΟΥΣ

ΜΕΡΟΣ Β΄: Βαθμολογείται με 40 μονάδες. Αποτελείται από 3 ασκήσεις.

Οι ασκήσεις B1 και B3 βαθμολογούνται με 15 μονάδες η κάθε μία ενώ η άσκηση B2 βαθμολογείται με 10 μονάδες.

Να λύσετε και τις 3 ασκήσεις.

B1. Στο πιο κάτω σχήμα, δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f .

(α) Να βρείτε τα πιο κάτω όρια:

(i) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

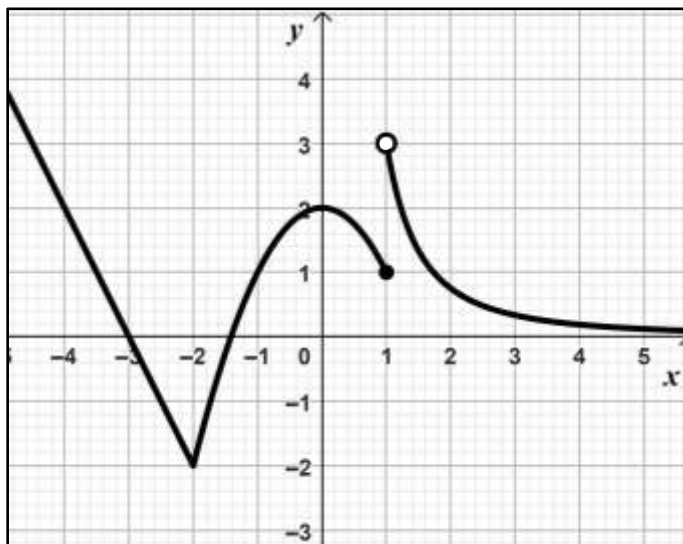
(ii) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(iii) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(iv) $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$

(v) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$

(vi) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$



(12 μονάδες)

(β) Να βρείτε, αν υπάρχει, το όριο $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$, δικαιολογώντας την απάντησή σας.

(3 μονάδες)

B2. Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο $f(x) = x + x^{-1}$, $x \in \mathbb{R} - \{0\}$.

(α) Να βρείτε την παράγωγο της συνάρτησης f . **(4 μονάδες)**

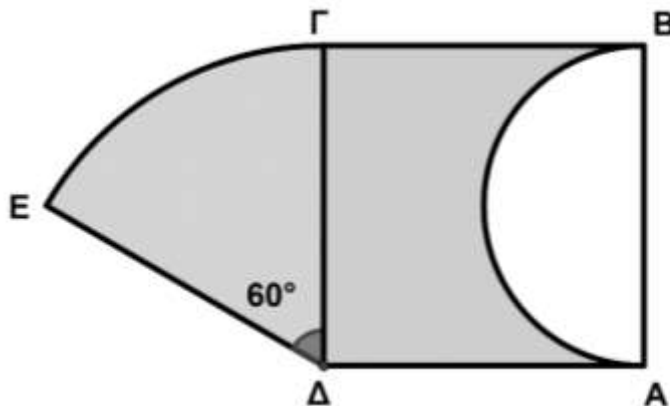
(β) Να δείξετε ότι η συνάρτηση f ικανοποιεί τη σχέση

$$xf(x) - x^2f'(x) - 2 = 0. \quad \text{συνολικά } \mathbf{(6 \text{ μονάδες})}$$

B3. Στο πιο κάτω σχήμα, δίνεται τετράγωνο $AB\Gamma\Delta$ με μήκος πλευράς 6 cm . Με διάμετρο την πλευρά AB γράφουμε ημικύκλιο εντός του τετραγώνου. Με κέντρο την κορυφή Δ και ακτίνα την πλευρά $\Delta\Gamma$ γράφουμε τόξο γωνίας 60° εκτός του τετραγώνου. Να υπολογίσετε:

(α) το εμβαδόν του σκιασμένου χωρίου, **(8 μονάδες)**

(β) την περίμετρο του σκιασμένου χωρίου. **(7 μονάδες)**



ΤΕΛΟΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟΥ ΔΟΚΙΜΙΟΥ