

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΝΕΟΛΑΙΑΣ

ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΜΕΣΗΣ ΓΕΝΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

**ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΜΕΣΗΣ ΤΕΧΝΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ
ΚΑΙ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΗΣ ΚΑΤΑΡΤΙΣΗΣ**

ΕΝΙΑΙΑ ΓΡΑΠΤΗ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ Β΄ ΤΕΤΡΑΜΗΝΟΥ 2022-23

Α΄ ΤΑΞΗΣ ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΙ ΤΕΣΕΚ

ΔΕΥΤΕΡΑ 22 ΜΑΪΟΥ 2023

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Κ.Κ. (Α΄ ΣΕΙΡΑ)

ΚΩΔΙΚΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ: Α043

ΣΥΝΟΛΙΚΗ ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΓΡΑΠΤΗΣ ΕΞΕΤΑΣΗΣ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ Κ.Κ. : 90 λεπτά

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4) ΣΕΛΙΔΕΣ

ΟΔΗΓΙΕΣ (για τους εξεταζομένους)

1. Στο εξώφυλλο του τετραδίου απαντήσεων να συμπληρώσετε όλα τα κενά με τα στοιχεία που ζητούνται.
2. **Να απαντήσετε σε ΟΛΑ τα ερωτήματα.**
3. **Να μην αντιγράψετε τα θέματα** στο τετράδιο απαντήσεων.
4. Να μη γράψετε πουθενά στις απαντήσεις σας το όνομά σας.
5. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα **μόνο με μπλε πένα ανεξίτηλης μελάνης**. Μολύβι επιτρέπεται, μόνο αν το ζητάει η εκφώνηση, και μόνο για σχήματα, πίνακες, διαγράμματα, γραφικές παραστάσεις κλπ.
6. Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού και διορθωτικής ταινίας.
7. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.
8. Στη λύση των ασκήσεων **να φαίνεται όλη η αναγκαία εργασία.**

ΣΑΣ ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΚΑΘΕ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

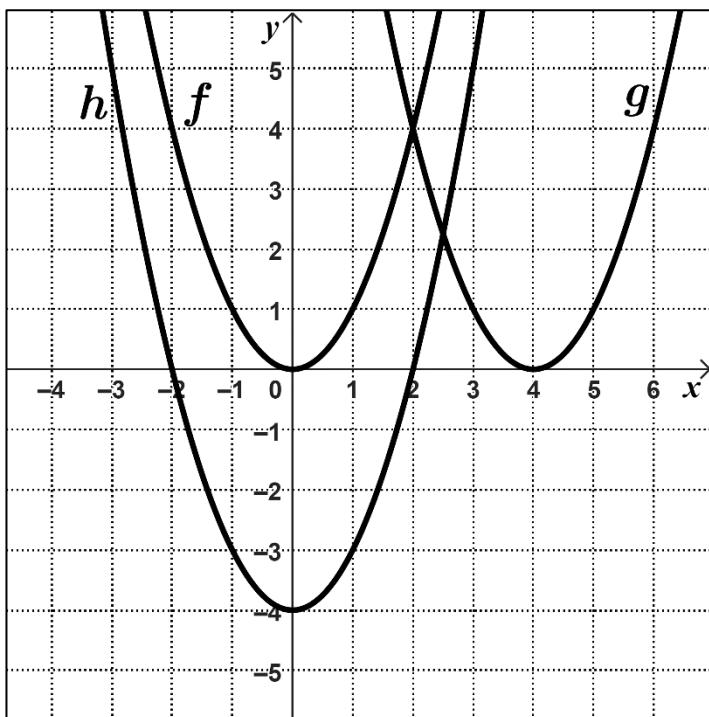
ΜΕΡΟΣ Α΄: Αποτελείται από 6 ασκήσεις και βαθμολογείται με 60 μονάδες.

Να λύσετε και τις 6 ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

A1. Να εξετάσετε αν η παραβολή με εξίσωση $f(x) = 3x^2 + 5$, $x \in \mathbb{R}$, παρουσιάζει μέγιστη ή ελάχιστη τιμή. Να δικαιολογήσετε πλήρως την απάντησή σας.

A2. Στο πιο κάτω διάγραμμα, δίνονται οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f, g και h . Η συνάρτηση f έχει τύπο $f(x) = x^2$, $x \in \mathbb{R}$, και οι συναρτήσεις g και h είναι μετατοπίσεις της f . Να συμπληρώσετε τον πιο κάτω πίνακα, με το κατάλληλο γράμμα, αντιστοιχίζοντας σε κάθε εξίσωση τη σωστή γραφική παράσταση.



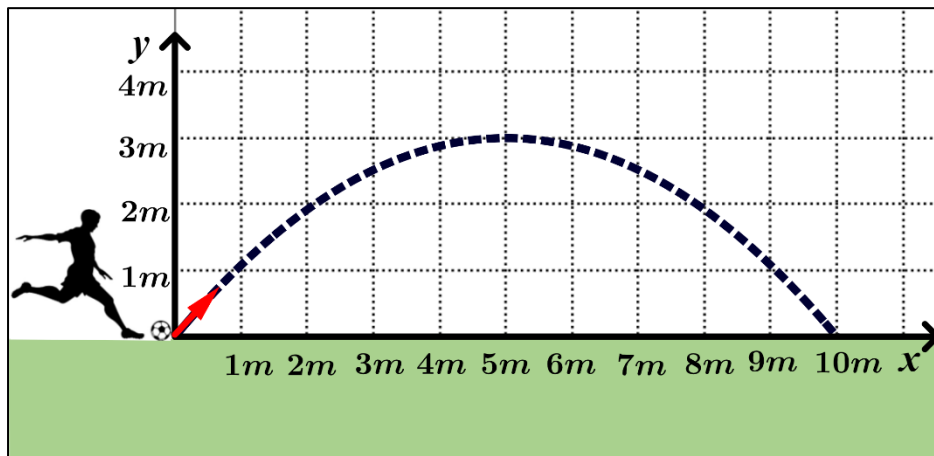
Εξίσωση	Γραφική παράσταση
$y = x^2 - 4$	
$y = (x - 4)^2$	

Να μεταφέρετε τον συμπληρωμένο πίνακα στο τετράδιο απαντήσεων

A3. Να λύσετε την ανίσωση: $(x - 3)(x + 4) < 0$

A4. Ένας ποδοσφαιριστής κλωτσά μια μπάλα, η οποία διαγράφει παραβολική τροχιά και χτυπά στο έδαφος σε απόσταση $10m$ από αυτόν, όπως φαίνεται στο πιο κάτω σχήμα. Αν η τροχιά της μπάλας έχει εξίσωση $f(x) = ax^2 + \beta x + \gamma$, $x \in [0,10]$, $a \neq 0$, με τη βοήθεια του σχήματος, να βρείτε:

- (α) το πρόσημο του a (4 μονάδες)
 (β) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της παραβολής (3 μονάδες)
 (γ) το μέγιστο ύψος στο οποίο φτάνει η μπάλα (3 μονάδες)



A5. Να απλοποιήσετε το κλάσμα: $\frac{2x^2 - 3x - 2}{x^2 - 2x}$

A6. Το άθροισμα των ηλικιών του Πέτρου και της Μαρίας είναι 23 και το γινόμενο των ηλικιών τους 120. Αν ο Πέτρος είναι μεγαλύτερος από τη Μαρία, να βρείτε την ηλικία του καθενός.

ΤΕΛΟΣ ΜΕΡΟΥΣ Α΄

ΑΚΟΛΟΥΘΕΙ ΤΟ ΜΕΡΟΣ Β΄

ΜΕΡΟΣ Β': Αποτελείται από 3 ασκήσεις και βαθμολογείται με 40 μονάδες.

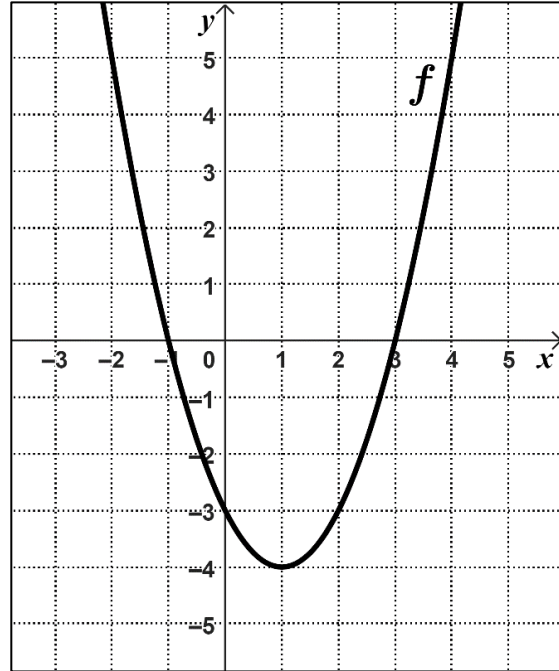
Να λύσετε και τις 3 ασκήσεις.

Η άσκηση Β1 βαθμολογείται με 10 μονάδες και οι ασκήσεις Β2 και Β3 βαθμολογούνται με 15 μονάδες η κάθε μία.

B1. Στο διπλανό διάγραμμα, δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης f με τύπο $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$, $x \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$.

Να βρείτε:

- (α) την τιμή του γ
- (β) το σύνολο τιμών της συνάρτησης f
- (γ) το πρόσημο της διακρίνουσας της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$
- (δ) τις λύσεις x_1, x_2 της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$
- (ε) τις λύσεις της ανίσωσης $f(x) \leq 0$



(10 μονάδες)

B2. Αν x_1, x_2 είναι οι πραγματικές λύσεις της εξίσωσης $x^2 - 6x + 4 = 0$, χωρίς να λύσετε την εξίσωση, να υπολογίσετε την τιμή των πιο κάτω παραστάσεων:

- (α) $x_1 + x_2$ (3 μονάδες)
- (β) $x_1 \cdot x_2$ (3 μονάδες)
- (γ) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ (4 μονάδες)
- (δ) $(x_1 - 3)(x_2 - 3)$ (5 μονάδες)

B3. Δίνεται η εξίσωση $x^2 + (\kappa - 2)x + 5 - \kappa = 0$, $\kappa \in \mathbb{R}$.

(α) Να υπολογίσετε την τιμή του κ , $\kappa \in \mathbb{R}$, για κάθε περίπτωση ξεχωριστά, ώστε η εξίσωση να έχει:

(i) λύση τον αριθμό 3 **(4 μονάδες)**

(ii) λύσεις αντίστροφες **(4 μονάδες)**

(β) Για ποιες τιμές του κ , $\kappa \in \mathbb{R}$, η εξίσωση έχει λύσεις πραγματικές και άνισες;

(7 μονάδες)

ΤΕΛΟΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟΥ ΔΟΚΙΜΙΟΥ