

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ, ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΝΕΟΛΑΙΑΣ
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΜΕΣΗΣ ΤΕΧΝΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

ΕΝΙΑΙΑ ΓΡΑΠΤΗ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ Β΄ ΤΕΤΡΑΜΗΝΟΥ 2022-23
Α΄ ΤΑΞΗΣ ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΙ ΤΕΣΕΚ

ΔΕΥΤΕΡΑ 22 ΜΑΪΟΥ 2023
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ (Α΄ ΣΕΙΡΑ)

ΚΩΔΙΚΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ: Α037

ΣΥΝΟΛΙΚΗ ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΓΡΑΠΤΗΣ ΕΞΕΤΑΣΗΣ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ: 90 ΛΕΠΤΑ

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΤΡΕΙΣ (3) ΣΕΛΙΔΕΣ

ΟΔΗΓΙΕΣ (για τους εξεταζόμενους)

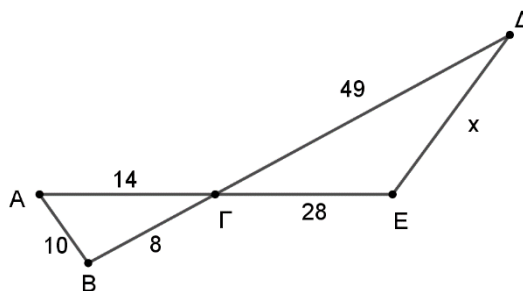
1. Στο εξώφυλλο του τετραδίου απαντήσεων να συμπληρώσετε όλα τα κενά με τα στοιχεία που ζητούνται.
2. **Να απαντήσετε σε ΟΛΑ τα ερωτήματα.**
3. **Να μην αντιγράψετε τα θέματα** στο τετράδιο απαντήσεων.
4. Να μη γράψετε πουθενά στις απαντήσεις σας το όνομά σας.
5. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα **μόνο με μπλε πένα ανεξίτηλης μελάνης**. Μολύβι επιτρέπεται, μόνο αν το ζητάει η εκφώνηση, και μόνο για σχήματα, πίνακες, διαγράμματα κλπ.
6. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής, που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.
7. Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού ή διορθωτικής ταινίας.
8. **Στη λύση των ασκήσεων πρέπει να φαίνεται όλη η αναγκαία εργασία.**

ΣΑΣ ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε και τις έξι (6) ασκήσεις του Μέρους Α΄.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

A1 . Να λύσετε την ανίσωση: $3x^2 - 5x - 2 > 0$

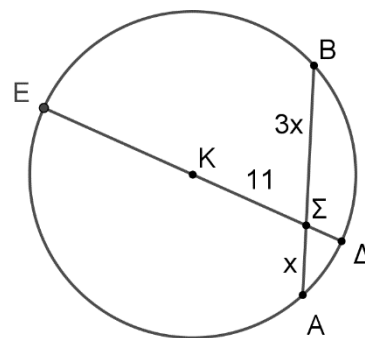
A2 . Στο επόμενο σχήμα οι ευθείες AE και $B\Delta$ τέμνονται στο σημείο Γ . Δίνονται τα μήκη των πλευρών, $AG = 14\text{ cm}$, $B\Gamma = 8\text{ cm}$, $\Gamma\Delta = 49\text{ cm}$, $\Gamma E = 28\text{ cm}$ και $AB = 10\text{ cm}$. Να βρείτε το μήκος της DE .



A3 . Δίνεται η εξίσωση $2x^2 - 6x - 1 = 0$, με λύσεις x_1 και x_2 . Χωρίς να λύσετε την εξίσωση, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$A = x_1 + x_2 + 4x_1 \cdot x_2$$

A4 . Στο σχήμα δίνεται κύκλος κέντρου K με ακτίνα $K\Delta = 13\text{ cm}$. Η ακτίνα $K\Delta$ και η χορδή AB τέμνονται στο σημείο Σ . Αν $A\Sigma = x\text{ cm}$, $\Sigma B = 3x\text{ cm}$ και $K\Sigma = 11\text{ cm}$, να υπολογίσετε την τιμή του x .



A5 . Να απλοποιήσετε το κλάσμα:

$$A = \frac{(2x + 1)(x^2 - 5x + 6)}{2x^3 - 5x^2 - 3x}$$

A6 . Δίνεται η εξίσωση της παραβολής:

$$f(x) = (\lambda^2 + 2\lambda - 3)x^2 + (3\lambda - 1)x + \lambda^2 - 1, \quad \lambda \in \mathbb{R} - \{-3, 1\}$$

Να βρείτε τις τιμές του λ ώστε η παραβολή:

- (α) να έχει μέγιστο (4 μονάδες)
- (β) να τέμνει τον άξονα ψ/ψ στο σημείο με τεταγμένη $\psi = 15$ (3 μονάδες)
- (γ) να έχει άξονα συμμετρίας την ευθεία $x = 0$. (3 μονάδες)

ΤΕΛΟΣ Α΄ ΜΕΡΟΥΣ

ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε και τις τρεις (3) ασκήσεις του Μέρους Β΄.
Η άσκηση **B1** βαθμολογείται με 10 μονάδες και οι **B2** και **B3** ασκήσεις βαθμολογούνται με 15 μονάδες

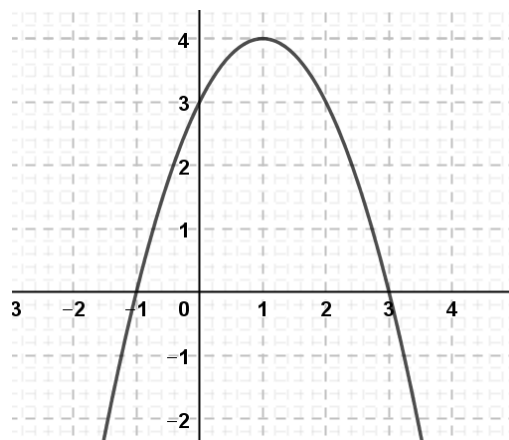
B1 . Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης

$$f(x) = ax^2 + bx + \gamma$$

Να απαντήσετε στα πιο κάτω ερωτήματα δικαιολογώντας πλήρως τις απαντήσεις σας.

(α) Να βρείτε το σύνολο τιμών της συνάρτησης f (2 μονάδες)

(β) Να βρείτε τις λύσεις της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$ (2 μονάδες)



(γ) Να βρείτε τις λύσεις της ανίσωσης $f(x) \geq 3$ (2 μονάδες)

(δ) Να βρείτε τη διακρίνουσα και το είδος των λύσεων της εξίσωσης:

$$ax^2 + bx + \gamma = (x - 1)^2 + 4 \quad ,$$

όπου $ax^2 + bx + \gamma$ είναι η συνάρτηση $f(x)$ (4 μονάδες)

B2 . Οι λύσεις της εξίσωσης $x^2 - (\lambda^2 + 2\lambda + 5)x + 3 = 0$ αποτελούν το μήκος και το πλάτος ενός ορθογωνίου παραλληλογράμμου.

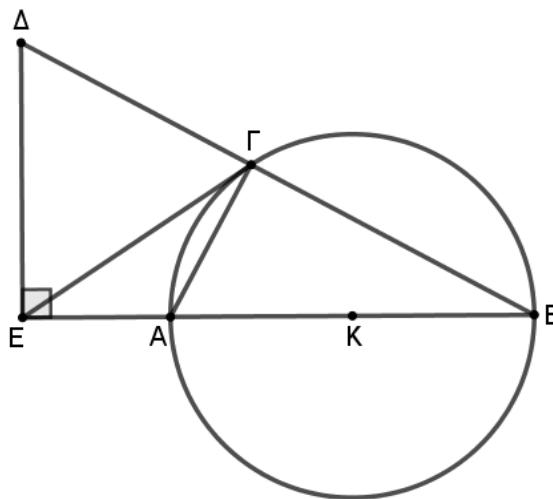
(α) Να βρείτε το εμβαδόν του ορθογωνίου παραλληλογράμμου. (5 μονάδες)

(β) Να δείξετε ότι η περίμετρος του ορθογωνίου παραλληλογράμμου συναρτήσει του λ είναι:

$$P(\lambda) = 2\lambda^2 + 4\lambda + 10 \quad (5 \text{ μονάδες})$$

(γ) Ποια είναι η ελάχιστη τιμή που μπορεί να πάρει η περίμετρος του ορθογωνίου παραλληλογράμμου; (5 μονάδες)

B3 . Δίνεται κύκλος με κέντρο K και διάμετρο AB . Από σημείο E στην προέκταση της διαμέτρου AB προς το A φέρουμε την εφαπτομένη $E\Gamma$ του κύκλου. Η κάθετη στην AB στο E τέμνει την προέκταση της $B\Gamma$ στο Δ .



(α) Να αποδείξετε ότι:

i. $\frac{E\Gamma}{EA} = \frac{EB}{E\Gamma}$ (5 μονάδες)

ii. $(B\Gamma) \cdot (B\Delta) = (BA) \cdot (BE)$ (5 μονάδες)

(β) Χρησιμοποιώντας τα πιο πάνω ή με οποιοδήποτε άλλο τρόπο να δείξετε ότι:

$$(E\Gamma)^2 + (B\Gamma) \cdot (B\Delta) = (EB)^2 \quad (5 \text{ μονάδες})$$

ΤΕΛΟΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟΥ ΔΟΚΙΜΙΟΥ