ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΝΕΟΛΑΙΑΣ

ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΜΕΣΗΣ ΓΕΝΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

ΕΝΙΑΙΑ ΓΡΑΠΤΗ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ Β΄ ΤΕΤΡΑΜΗΝΟΥ 2022-23

Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 26 ΜΑΪΟΥ 2023

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (Α΄ ΣΕΙΡΑ)

ΚΩΔΙΚΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ: 2Γ

ΣΥΝΟΛΙΚΗ ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΓΡΑΠΤΗΣ ΕΞΕΤΑΣΗΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ: 90 λεπτά

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΕΝΝΕΑ (9) ΣΕΛΙΔΕΣ

ΟΔΗΓΙΕΣ ΠΡΟΣ ΤΟΥΣ ΔΙΟΡΘΩΤΕΣ

Επισημαίνεται ότι οι διορθωτές πρέπει να ακολουθούν πιστά τις οδηγίες βαθμολόγησης όσον αφορά στην κατανομή των μονάδων, χωρίς να προβαίνουν σε υποδιαίρεση της βαθμολογίας

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΛΥΣΕΙΣ
ΟΔΗΓΟΣ ΔΙΟΡΘΩΣΗΣ – Α΄ ΣΕΙΡΑ

Γενικές Οδηγίες

- Σε όλες τις ασκήσεις, όπου κρίνετε ότι κάποιες ενδιάμεσες πράξεις δεν είναι απαραίτητο να δίνονται από τους μαθητές και τις μαθήτριες και ότι αυτές μπορούν να εκτελούνται απευθείας, όπως για παράδειγμα, στην άσκηση **Α1**,

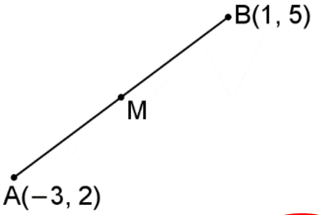
  αντί να δοθεί: $(AB) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{[1-(-3)]^2 + (5-2)^2} = \sqrt{4^2 + 3^2}$
  $= \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$ μονάδες

  να δοθεί: $(AB) = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$ μονάδες
  τότε να δίνονται όλες οι μονάδες.

- Αν σε κάποια άσκηση, μαθητής ή μαθήτρια δώσει άλλο τρόπο λύσης από αυτόν ή αυτούς που αναγράφονται στον οδηγό διόρθωσης και είναι μαθηματικά σωστός, να δίνονται όλες οι μονάδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄: **Αποτελείται από 6 ασκήσεις και βαθμολογείται με 60 μονάδες.**
Να λύσετε και τις 6 ασκήσεις.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

Α1. Δίνονται τα σημεία $A(-3,2)$ και $B(1,5)$. Να υπολογίσετε την απόσταση μεταξύ των σημείων A και B και να βρείτε τις συντεταγμένες του μέσου M του ευθύγραμμου τμήματος AB.



ΛΥΣΗ:

2 1 0,5

$$(AB) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(1+3)^2 + (5-2)^2} = \sqrt{4^2 + 3^2}$$

$$= \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5 \text{ μονάδες}$$

0,5 0,5 0,5

$$M\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right) = M\left(\frac{-3+1}{2}, \frac{2+5}{2}\right) = M\left(-1, \ \frac{7}{2}\right)$$

2 2 1

Α2. Να λύσετε το σύστημα:

$$x + 2y = 1$$
$$2x - 3y = 9$$

ΛΥΣΗ:

<u>1ος τρόπος</u>

2,5 1,5 0,5 0,5

$$\begin{cases} x + 2y = 1 \\ 2x - 3y = 9 \end{cases} \left| \begin{matrix} -2 \\ 1 \end{matrix} \right\} \Leftrightarrow \begin{cases} -2x - 4y = -2 \\ \;\; 2x - 3y = \;\; 9 \end{cases}$$

1,5

$$-7y = 7 \Rightarrow \; y = \frac{7}{-7} \Rightarrow \; y = -1$$

2 0,5 0,5 0,5

$$x + 2y = 1 \Rightarrow x + 2(-1) = 1 \Rightarrow x - 2 = 1 \Rightarrow x = 1 + 2 \Rightarrow x = 3$$

Λύση συστήματος $(x, y) = (3, -1)$

<u>2ος τρόπος</u>

1,5

$$\begin{cases} x + 2y = 1 \\ 2x - 3y = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 - 2y \\ 2x - 3y = 9 \end{cases}$$

2 1 0,5 0,5

$$\Rightarrow 2(1 - 2y) - 3y = 9 \Rightarrow 2 - 4y - 3y = 9 \Rightarrow -7y = 9 - 2 \Rightarrow -7y = 7 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y = \frac{7}{-7} \Rightarrow y = -1$$

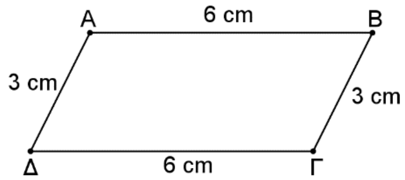
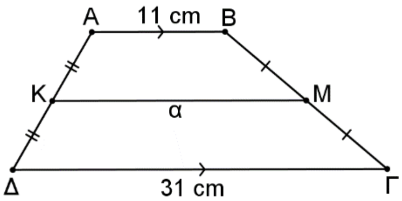
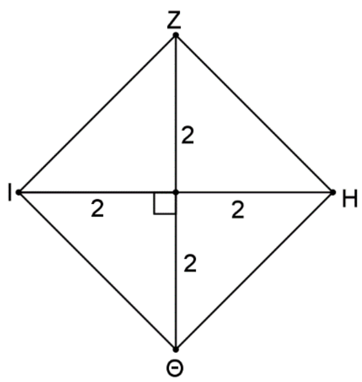
0,5 0,5

2 0,5 0,5 0,5

$$x + 2y = 1 \Rightarrow x + 2(-1) = 1 \Rightarrow x - 2 = 1 \Rightarrow x = 1 + 2 \Rightarrow x = 3$$

Λύση συστήματος $(x, y) = (3, -1)$

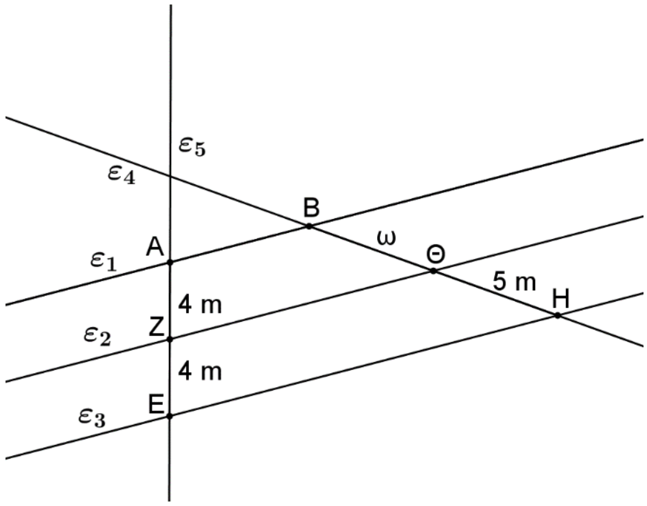
Α3. Να χαρακτηρίσετε με ΣΩΣΤΟ ή ΛΑΘΟΣ τις πιο κάτω προτάσεις, βάζοντας σε κύκλο τον κατάλληλο χαρακτηρισμό.

(α) Το πιο κάτω τετράπλευρο $ΑΒΓΔ$ είναι παραλληλόγραμμο. 	2 ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
(β) Στο πιο κάτω σχήμα, η τιμή του α είναι ίση με $21\ cm$. 	2 ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
(γ) Κάθε τετράπλευρο που έχει τις διαγώνιούς του ίσες είναι ορθογώνιο.	2 ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
(δ) Ένα τετράπλευρο είναι ρόμβος, αν τρεις πλευρές του είναι ίσες.	2 ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
(ε) Το πιο κάτω τετράπλευρο $ΖΗΘΙ$ είναι τετράγωνο. 	2 ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ

Α4. Στα πιο κάτω σχήματα, να υπολογίσετε τις τιμές των ω και α.
Να δικαιολογήσετε πλήρως τις απαντήσεις σας.

ΛΥΣΗ:

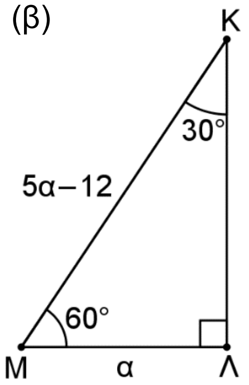
(α) $\varepsilon_1 || \varepsilon_2 || \varepsilon_3$ (4μ)



2 2

$$\left.\begin{array}{l} \varepsilon_1 || \varepsilon_2 || \varepsilon_3 \\ AZ = ZE = 4\,m \end{array}\right\} \Rightarrow B\Theta = \Theta H \Rightarrow \omega = 5\,m$$

(β) (6μ)



0,5

$$\widehat{K} = 180^\circ - (90^\circ + 60^\circ) = 30^\circ$$

1 1

$$\left.\begin{array}{l} K\Lambda M \text{ ορθογώνιο τρίγωνο} \\ \widehat{K} = 30^\circ \end{array}\right\} \Rightarrow \Lambda M = \frac{KM}{2}$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{5\alpha - 12}{2} \Rightarrow 2\alpha = 5\alpha - 12 \Rightarrow 2\alpha - 5\alpha = -12$$

1 1 0,5

$$\Rightarrow -3\alpha = -12 \Rightarrow \alpha = 4$$

0,5 0,5

A5. (α) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ε_1 που περνά από το σημείο $B(-2,9)$ και είναι παράλληλη με την ευθεία ε_2: $4y = 2x + 3$.

ΛΥΣΗ:

ε_1: $y = \lambda_1 x + \beta$ 0,5

0,5 0,5

ε_2: $4y = 2x + 3 \Rightarrow y = \frac{2x+3}{4} \Rightarrow y = \frac{x}{2} + \frac{3}{4} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{1}{2}$

$\varepsilon_1 || \varepsilon_2 \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 \Rightarrow \lambda_1 = \frac{1}{2}$ 1

1,5 0,5

$$\left.\begin{array}{l} \varepsilon_1: y = \lambda_1 x + \beta \\ \lambda_1 = \frac{1}{2} \\ B(-2,9) \text{ σημείο της } \varepsilon_1 \end{array}\right\} \quad 9 = \frac{1}{2}(-2) + \beta \Rightarrow 9 = -1 + \beta \Rightarrow \beta = 10$$

Άρα ε_1: $y = \frac{1}{2}x + 10$ 0,5

(β) Να υπολογίσετε την τιμή του κ, ώστε οι ευθείες ε_1: $y = (2\kappa + 1)x - 8$ και ε_2: $3x - 2y = 1$ να είναι κάθετες.

ΛΥΣΗ:

0,5

ε_1: $y = (2\kappa + 1)x - 8 \Rightarrow \lambda_1 = 2\kappa + 1$

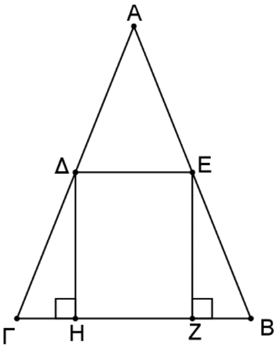
0,5 0,5 0,5 0,5

ε_2: $3x - 2y = 1 \Rightarrow -2y = 1 - 3x \Rightarrow y = \frac{1-3x}{-2} \Rightarrow y = -\frac{1}{2} + \frac{3x}{2} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{3}{2}$

$\varepsilon_1 \perp \varepsilon_2 \Rightarrow \lambda_1 \cdot \lambda_2 = -1 \Rightarrow (2\kappa + 1) \cdot \frac{3}{2} = -1 \Rightarrow 6\kappa + 3 = -2 \Rightarrow 6\kappa = -5 \Rightarrow \kappa = -\frac{5}{6}$

0,5 0,5 1 0,5

Α6. Στο πιο κάτω σχήμα, δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $ΑΒΓ(ΑΒ = ΑΓ)$. Τα σημεία $Δ$ και $Ε$ είναι τα μέσα των πλευρών του $ΑΓ$ και $ΑΒ$ αντίστοιχα. Αν $ΔΗ \perp ΒΓ$ και $ΕΖ \perp ΒΓ$, να αποδείξετε, με πλήρη δικαιολόγηση, ότι το τετράπλευρο $ΔΕΖΗ$ είναι ορθογώνιο.



ΛΥΣΗ:

<u>1ος τρόπος</u>

$Δ\widehat{Η}Ζ = 90^\circ \ (ΔΗ \perp ΒΓ)$ 0,5

$Ε\widehat{Ζ}Η = 90^\circ \ (ΕΖ \perp ΒΓ)$ 0,5

2 $\left.\begin{array}{l} ΑΒΓ \text{ τρίγωνο} \\ Δ \text{ μέσο της } ΑΓ \\ Ε \text{ μέσο της } ΑΒ \end{array}\right\} \Rightarrow ΔΕ \parallel ΒΓ$ 3

1 1

$\Rightarrow Ε\widehat{Δ}Η = Δ\widehat{Η}Γ = 90^\circ$ (εντός εναλλάξ)

$\Rightarrow ΔΕΖΗ$ ορθογώνιο (έχει 3 ορθές γωνίες) 2

<u>2ος τρόπος</u>

$Δ\widehat{Η}Ζ = 90^\circ \ \ (ΔΗ \perp ΒΓ)$ 0,5

Συγκρίνω τα τρίγωνα $ΔΓΗ$ και $ΕΒΖ$. 0,5

(1) $\widehat{Γ} = \widehat{Β}$ (Παρά τη βάση γωνίες ισοσκελούς τριγώνου) **(Γ)**

0,5 0,5 0,5

(2) $ΔΓ = ΒΕ$ (Μισές ίσων πλευρών) **(Π)**

0,5

ή ($ΔΓ = \frac{1}{2}ΑΓ, \ ΒΕ = \frac{1}{2}ΑΒ \ και \ ΑΒ = ΑΓ$)

ή ($ΑΒ = ΑΓ$, $Δ$ μέσο της $ΑΓ$ και $Ε$ μέσο της $ΑΒ$)

0,5 0,5

(3) $Δ\widehat{Η}Γ = Ε\widehat{Ζ}Β = 90^\circ \ (ΔΗ \perp ΒΓ, ΕΖ \perp ΒΓ)$ **(Ο)**

(1), (2), (3) $\Rightarrow \overset{\Delta}{ΔΓΗ} = \overset{\Delta}{ΕΒΖ}$ (Π – Γ – Ο) 0,5

$\Rightarrow ΔΗ = ΕΖ$ (αντίστοιχα στοιχεία ίσων τριγώνων) 1

1

$$\left.\begin{array}{l} \Delta\widehat{H}Z = E\widehat{Z}B = 90^\circ \\ \Delta\widehat{H}Z, E\widehat{Z}B \text{ εντός εκτός επί τ΄ αυτά γωνίες} \end{array}\right\} \Rightarrow \Delta H || EZ$$

1

$\Rightarrow$ ΔEZH # (έχει 2 απέναντι πλευρές ίσες και παράλληλες) 1

$$\left.\begin{array}{l} \Delta EZH \ \# \\ \Delta\widehat{H}Z = 90^\circ \end{array}\right\} \Rightarrow \Delta EZH \text{ ορθογώνιο}$$

1,5

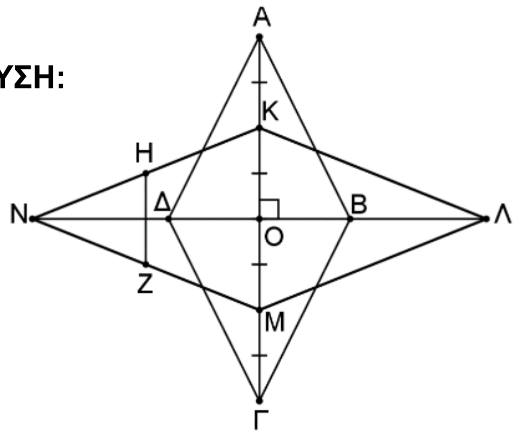
<u>ΜΕΡΟΣ Β΄:</u> Αποτελείται από 3 ασκήσεις και βαθμολογείται με 40 μονάδες.
Να λύσετε και τις 3 ασκήσεις.
Δυο ασκήσεις βαθμολογούνται με 15 μονάδες η κάθε μία και μία άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

Β1. Δίνεται ρόμβος $ΑΒΓΔ$ με $Ο$ το σημείο τομής των διαγωνίων του. Τα σημεία $Κ$ και $Μ$ είναι τα μέσα των ευθυγράμμων τμημάτων $ΟΑ$ και $ΟΓ$ αντίστοιχα. Προεκτείνουμε τη διαγώνιο $ΒΔ$ και προς τα δύο της άκρα κατά τμήματα $ΔΝ = ΒΛ$.

(α) Να αποδείξετε, με πλήρη δικαιολόγηση, ότι το τετράπλευρο $ΚΛΜΝ$ είναι ρόμβος. (8μ)

(β) Αν $Η$, $Ζ$ είναι τα μέσα των πλευρών $ΚΝ$ και $ΜΝ$ αντίστοιχα, να αποδείξετε, με πλήρη δικαιολόγηση, ότι $ΗΖ = \frac{ΑΓ}{4}$. (2μ)

ΛΥΣΗ:



Ορθή κατασκευή σχήματος

1 μονάδα

1 1

(α) $ΟΚ = ΟΜ$ (μισά ίσων τμημάτων $ΟΑ = ΟΓ$) (1)

1 1

$ΟΝ = ΟΛ$ $(ΟΝ = ΟΔ + ΔΝ, ΟΛ = ΟΒ + ΒΛ, ΟΔ = ΟΒ, ΔΝ = ΒΛ)$ (2)

$(1),(2) \Rightarrow ΚΛΜΝ\#$ (διαγώνιοι διχοτομούνται) 1

$ΑΒΓΔ$ είναι ρόμβος, άρα: $ΑΓ \perp ΒΔ \Rightarrow ΚΜ \perp ΝΛ$ 1

$$\left.\begin{matrix} ΚΛΜΝ\# \\ ΚΜ \perp ΝΛ \end{matrix}\right\} \Rightarrow ΚΛΜΝ \text{ ρόμβος}$$ 1

(β) Στο τρίγωνο $ΝΚΜ$ έχουμε:

$$\left.\begin{matrix} Η \text{ μέσο του } ΚΝ \\ Ζ \text{ μέσο του } ΜΝ \end{matrix}\right\} \Rightarrow ΗΖ = \frac{ΚΜ}{2} = \frac{ΟΚ + ΟΜ}{2} = \frac{\frac{ΑΟ}{2} + \frac{ΓΟ}{2}}{2} = \frac{\frac{ΑΓ}{2}}{2} = \frac{ΑΓ}{4}$$

0,5 0,5 0,5 0,5

Β2. Στο διπλανό σχήμα, δίνεται ο τιμοκατάλογος ενός μανάβη, ο οποίος έχει σχιστεί στο κάτω μέρος και δεν φαίνεται η τιμή των πορτοκαλιών και των μήλων. Ένας πελάτης πλήρωσε € 5,90 για 2 kg ντομάτες, 1 kg αγγουράκια, 3 kg πορτοκάλια και 2 kg μήλα. Ένας άλλος πελάτης πλήρωσε € 6 για 4 kg πατάτες, 2 kg πορτοκάλια και 3 kg μήλα.
Να υπολογίσετε την τιμή (σεντς το κιλό) των πορτοκαλιών και των μήλων.

ΠΡΟΙΟΝ	**σεντς το κιλό**
Ντομάτες	*65*
Αγγουράκια	*90*
Πατάτες	*55*
Πορτοκάλια	
Μήλα	

(15μ)

0,5

ΛΥΣΗ:

Τιμή πορτοκαλιών: x σεντς το κιλό

Τιμή μήλων: y σεντς το κιλό 0,5

2 0,5 0,5

$$\begin{cases} 2\cdot 65 + 90 + 3x + 2y = 590 \\ 4\cdot 55 + 2x + 3y = 600 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 220 + 3x + 2y = 590 \\ 220 + 2x + 3y = 600 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 2y = 370 \\ 2x + 3y = 380 \end{cases} \begin{vmatrix} -2 \\ 3 \end{vmatrix}$$

2 0,5 0,5 1

1

$$\begin{array}{r} -6x - 4y = -740 \\ 6x + 9y = 1140 \\ \hline 5y = 400 \Rightarrow y = \frac{400}{5} \Rightarrow y = 80 \end{array}$$

1 0,5

1 0,5

$$\Rightarrow 3x + 2\cdot 80 = 370 \Rightarrow 3x = 210 \Rightarrow x = \frac{210}{3} = 70$$

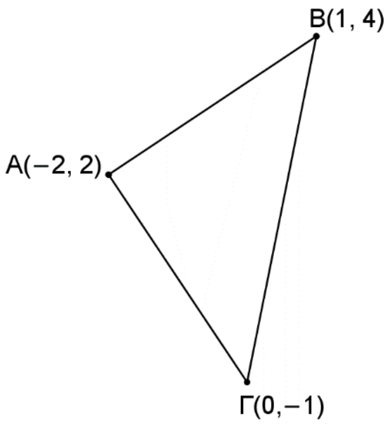
0,5

1 0,5

1

Τα πορτοκάλια κοστίζουν 70 σεντς το κιλό και τα μήλα 80 σεντς το κιλό.

Β3. Δίνεται τρίγωνο $ΑΒΓ$ με κορυφές $Α(-2,2)$, $Β(1,4)$ και $Γ(0,-1)$.



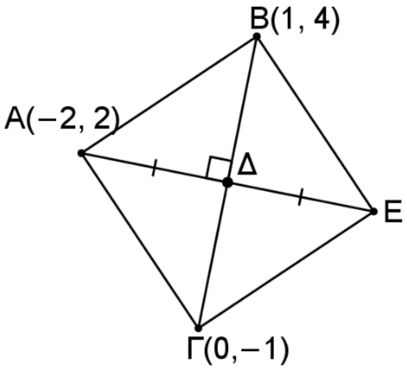
(α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $ΑΒΓ$ είναι ορθογώνιο και ισοσκελές. (4μ)

(β) Να βρείτε την εξίσωση του ύψους $ΑΔ$. (4μ)

(γ) Προεκτείνουμε το ύψος $ΑΔ$ κατά τμήμα $ΔΕ = ΑΔ$. Να υπολογίσετε τις συντεταγμένες του σημείου $Ε$. (3μ)

(δ) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $ΑΒΕΓ$ είναι τετράγωνο. (4μ)

ΛΥΣΗ:



0,5 0,5

(α) $(ΑΒ) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(1+2)^2 + (4-2)^2} = \sqrt{9+4} = \sqrt{13}$

$(ΑΓ) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(0+2)^2 + (-1-2)^2} = \sqrt{4+9} = \sqrt{13}$ 0,5

$(ΑΒ) = (ΑΓ) \Rightarrow$ Το τρίγωνο $ΑΒΓ$ είναι ισοσκελές. 0,5

Για να δείξουμε ότι το τρίγωνο $ΑΒΓ$ είναι ορθογώνιο έχουμε:

<u>1^{ος} Τρόπος</u>

0,5

$(ΓΒ) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(1-0)^2 + (4+1)^2} = \sqrt{1+25} = \sqrt{26}$

$(ΑΒ)^2 + (ΑΓ)^2 = 13 + 13 = 26 = (ΓΒ)^2 \Rightarrow$ Το τρίγωνο $ΑΒΓ$ είναι ορθογώνιο.

1 0,5

<u>2ος τρόπος</u>

$\lambda_{AB} = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \frac{4-2}{1+2} = \frac{2}{3}$ 0,5

$\lambda_{A\Gamma} = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \frac{-1-2}{0+2} = -\frac{3}{2}$ 0,5

0,5

$\lambda_{AB} \cdot \lambda_{A\Gamma} = -1 \Rightarrow$ Το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο ($\hat{A} = 90°$).

0,5

0,5 0,5 0,5 0,5

(β) $\lambda_{B\Gamma} = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \frac{-1-4}{0-1} = \frac{5}{1} \Rightarrow \lambda_{A\Delta} = -\frac{1}{5}$ (διότι $B\Gamma \perp A\Delta$)

Εξίσωση $A\Delta$: $y = -\frac{1}{5}x + \beta$ 0,5

0,5

$2 = -\frac{1}{5}(-2) + \beta \Rightarrow \beta = 2 - \frac{2}{5} = \frac{8}{5}$ 0,5

Εξίσωση $A\Delta$: $\boxed{y = -\frac{1}{5}x + \frac{8}{5}}$ 0,5

0,5

(γ) Το σημείο Δ είναι το μέσο του $B\Gamma$ (διότι το $A\Delta$ είναι ύψος προς την βάση ισοσκελούς τριγώνου, άρα θα είναι και διάμεσος).

0,5 0,5

$$\Delta\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right) = \Delta\left(\frac{1+0}{2}, \frac{4-1}{2}\right) = \Delta\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$$

ή

Οι συντεταγμένες του σημείου Δ μπορούν, επίσης, να υπολογιστούν με επίλυση συστήματος.

Το σημείο Δ είναι και μέσο του AE (διότι $\Delta E = A\Delta$), άρα:

0,5 0,5

$\frac{x_A+x_E}{2} = x_\Delta \Rightarrow \frac{-2+x_E}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow x_E = 3$ και $\frac{y_A+y_E}{2} = y_\Delta \Rightarrow \frac{2+y_E}{2} = \frac{3}{2} \Rightarrow y_E = 1$

$\Rightarrow E(3,1)$ 0,5

(δ) Το $ΑΒΕΓ$ είναι παραλληλόγραμμο διότι οι διαγώνιοι του διχοτομούνται.

ή

$$ΒΔ = ΔΓ, \qquad ΑΔ = ΔΕ \Rightarrow ΑΒΓΔ\#$$

1

Επειδή είναι παραλληλόγραμμο και έχει και μια ορθή γωνία ($\hat{A} = 90^\circ$) είναι ορθογώνιο. (**1**)

ή

$ΑΒΕΓ\#,\ \hat{A} = 90^o \Rightarrow ΑΒΕΓ$ ορθογώνιο.

1

Επειδή είναι παραλληλόγραμμο και έχει 2 διαδοχικές πλευρές ($ΑΒ = ΑΓ$) ίσες είναι ρόμβος. (**2**)

ή

$ΑΒΕΓ\#,\ ΑΒ = ΑΓ \Rightarrow ΑΒΕΓ$ ρόμβος

1

Το $ΑΒΕΓ$ είναι τετράγωνο διότι είναι ορθογώνιο και ρόμβος.

1

ή

από $(\mathbf{1}), (\mathbf{2}) \Rightarrow ΑΒΕΓ$ τετράγωνο.