

**ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΝΕΟΛΑΙΑΣ
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΜΕΣΗΣ ΤΕΧΝΙΚΗΣ ΚΑΙ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ
ΚΑΙ ΚΑΤΑΡΤΙΣΗΣ**

ΕΝΙΑΙΑ ΓΡΑΠΤΗ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ Α' ΤΕΤΡΑΜΗΝΟΥ 20 22 - 20 23

Β' ΤΑΞΗΣ ΤΕΣΕΚ

ΣΕΙΡΑ Α'

ΘΕΩΡΗΤΙΚΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : Δευτέρα, 23 Ιανουαρίου 2023

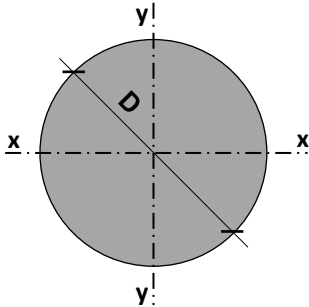
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΚΑΙ ΚΑΤΑΣΚΕΥΕΣ

ΚΩΔΙΚΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ : thdm201

ΛΥΣΕΙΣ

ΜΕΡΟΣ Α΄: Περιλαμβάνει δέκα (10) ερωτήσεις και κάθε ερώτηση βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες. Σύνολο μονάδων πενήντα (50).

1. Να υπογραμμίσετε τη σωστή απάντηση στην πιο κάτω πρόταση:
 Αν στην κυκλική διατομή του **Σχήματος 1** διπλασιάσουμε την διάμετρο, τότε η **ακτίνα αδράνειας** I_x ως προς τον κεντροβαρικό της άξονα **x-x**:



ΣΧΗΜΑ 1

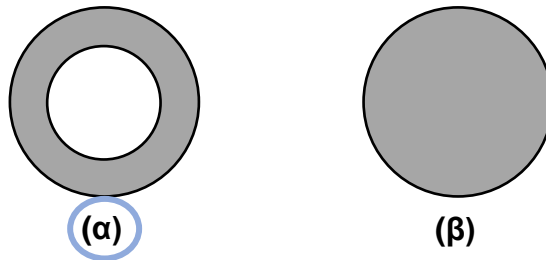
α) Θα διπλασιαστεί

β) Θα τετραπλασιαστεί

γ) Θα εξαπλασιαστεί

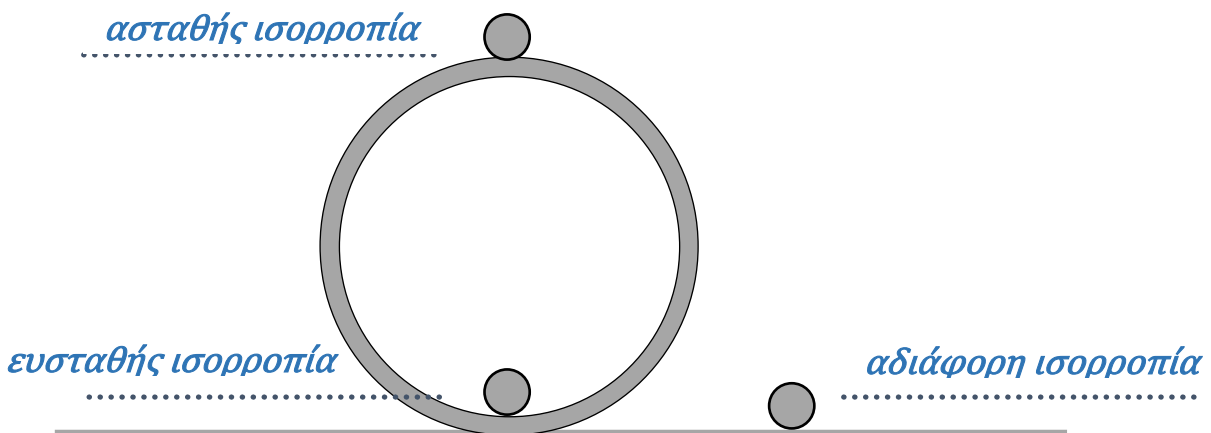
δ) Κανένα από τα πιο πάνω

2. Στο **Σχήμα 2** φαίνονται δύο κυκλικές διατομές με την ίδια εξωτερική διάμετρο. Να κυκλώσετε την διατομή με την μικρότερη **ροπή αντίστασης**.



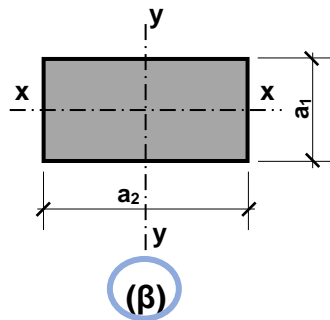
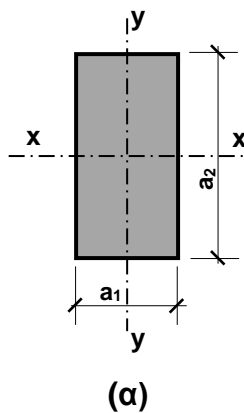
ΣΧΗΜΑ 2

3. Να επιλέξετε από τα πιο κάτω τον σωστό **τύπο ισορροπίας** της μπάλας που φαίνεται σε τρεις θέσεις στο **Σχήμα 3** και να το γράψετε δίπλα από την αντίστοιχη μπάλα:
 (ασταθής ισορροπία, αδιάφορη ισορροπία, ευσταθής ισορροπία)



ΣΧΗΜΑ 3

4. Στο **Σχήμα 4** δίνονται οι διατομές των κολόνων (**α**) και (**β**). Να ορίσετε τη διατομή με τη μεγαλύτερη **ροπή αδράνειας**, ως προς τον κεντροβαρικό άξονα **y-y** και να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.



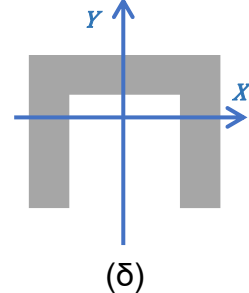
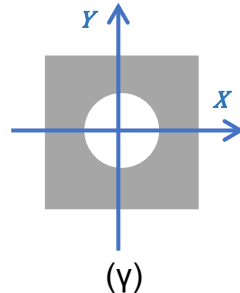
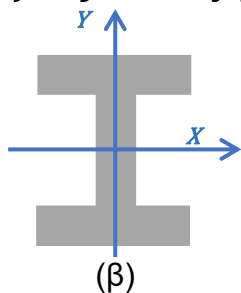
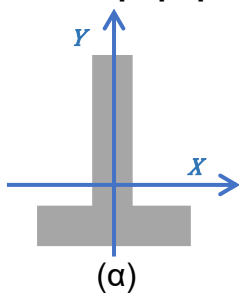
$$I_{\alpha_y} = \frac{a_2 \cdot a_1^3}{12}$$

$$I_{\beta_y} = \frac{a_1 \cdot a_2^3}{12}$$

Επειδή το ύψος είναι υψωμένο στην τρίτη και a_2 στο $\beta > a_1$ στο α

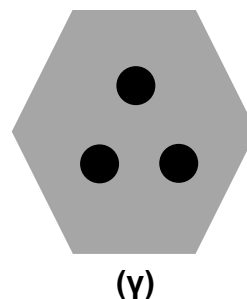
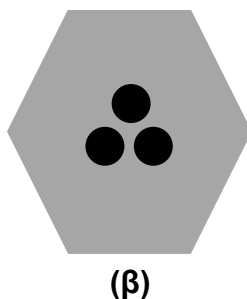
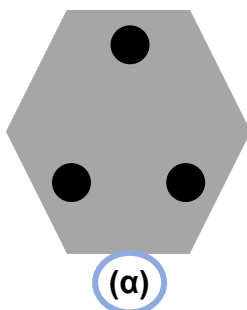
ΣΧΗΜΑ 4

5. Στις διατομές του **Σχήματος 5** σημειώστε την θέση όπου βρίσκονται περίπου οι **κεντροβαρικοί άξονες x-x και y-y**.



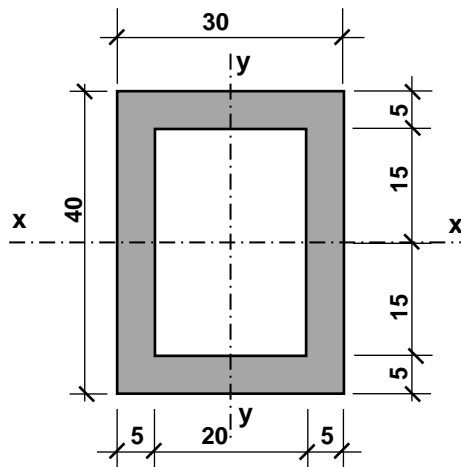
ΣΧΗΜΑ 5

6. Σε τρεις εξαγωνικές λαμαρίνες με όλα τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά τους τα ίδια, συγκολλούμε τρία ίδια κυκλικά μπουλόνια όπως φαίνεται στο **Σχήμα 6**. Να επιλέξετε την διατομή με την **μεγαλύτερη ροπή αδράνειας** ως προς τον άξονα που διέρχεται κάθετα στην επιφάνεια, από το κέντρο του εξάγωνου.



ΣΧΗΜΑ 6

7. Να επιλέξετε την ορθή από τις τέσσερις πιο κάτω απαντήσεις και να δικαιολογήσετε την απάντησή σας. Η ροπή αντίστασης ως προς τον κεντροβαρικό άξονα $y-y$, της διατομής που φαίνεται στο Σχήμα 7, είναι:



ΣΧΗΜΑ 7

- (α) $700,00 \text{ cm}^2$
 (β) $70000,00 \text{ cm}^4$
 (γ) $46,67 \text{ cm}$
 (δ) $4\,666,67 \text{ cm}^3$

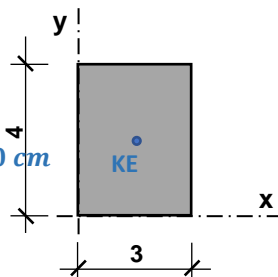
Είναι η μόνη με σωστές μονάδες (cm^3)

8. Να υπολογίσετε τις συντεταγμένες X_o και Y_o και να προσδιορίσετε στο σχέδιο τη θέση του κέντρου επιφάνειας των διατομών στο Σχήμα 8α και 8β. Οι διαστάσεις είναι σε cm .

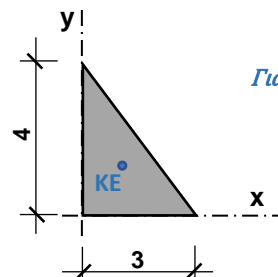
Ορθογώνιο

$$X_o = X_{op} = 3 \cdot \frac{1}{2} = 1,50 \text{ cm}$$

$$Y_o = Y_{op} = 4 \cdot \frac{1}{2} = 2,00 \text{ cm}$$



ΣΧΗΜΑ 8α



ΣΧΗΜΑ 8β

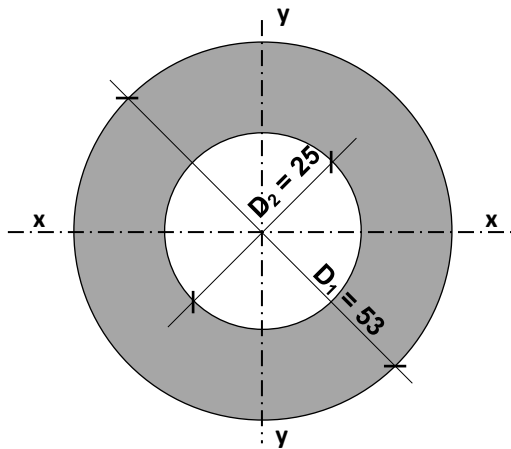
Τρίγωνο

Για κέντρο επιφάνειας τριγώνου

$$X_o = X_{tp} = 3 \cdot \frac{1}{3} = 1,00 \text{ cm}$$

$$Y_o = Y_{tp} = 4 \cdot \frac{1}{3} = 1,33 \text{ cm}$$

9. Να υπολογίσετε την **ακτίνα αδράνειας** i_x της κυκλικής κοίλης διατομής που φαίνεται στο **Σχήμα 9**.
 Δίνονται: εξωτερική διάμετρος $D_1=53 \text{ cm}$ και εσωτερική διάμετρος $D_2=25 \text{ cm}$.



ΣΧΗΜΑ 9

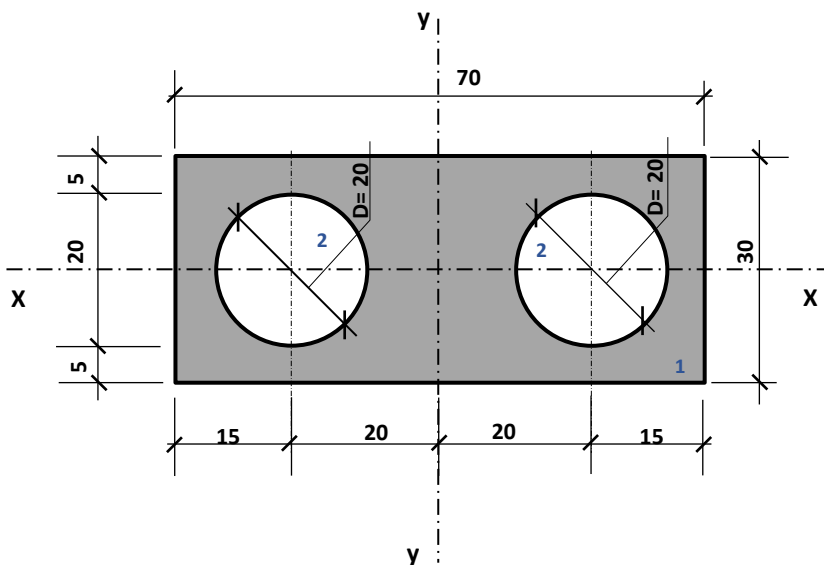
Από το τυπολόγιο δίδεται ο τύπος:

$$i_x = 0,25 \cdot \sqrt{D^2 + d^2}$$

$$i_x = 0,25 \cdot \sqrt{53^2 + 25^2} = 14,65 \Rightarrow$$

$$i_x = 14,65 \text{ cm}$$

10. Να υπολογίσετε τη **ροπή αδράνειας** της σύνθετης διατομής του **Σχήματος 10**, ως προς τον **κεντροβαρικό άξονα x-x**. Οι διαστάσεις είναι σε **cm**.



ΣΧΗΜΑ 10

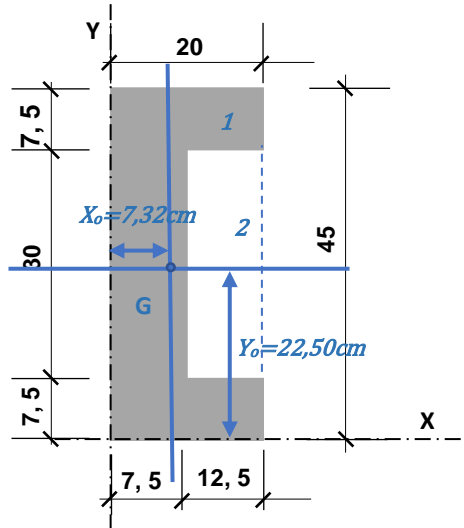
$$I_x = I_{1x} - 2 \cdot I_{2x} = \frac{70 \cdot 30^3}{12} - 2 \frac{\pi \cdot 20^4}{64} =$$

$$I_x = 157500 - 15707,96 = 141792,04 \text{ cm}^4$$

ΜΕΡΟΣ Β΄: Περιλαμβάνει τρεις (3) ερωτήσεις και κάθε ερώτηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες. Σύνολο μονάδων σαράντα (30).

11. Να υπολογίσετε τις συντεταγμένες X_0 και Y_0 και να προσδιορίσετε στο σχέδιο τη θέση του κέντρου επιφάνειας της διατομής του Σχήματος 11.

Οι διαστάσεις είναι σε cm.



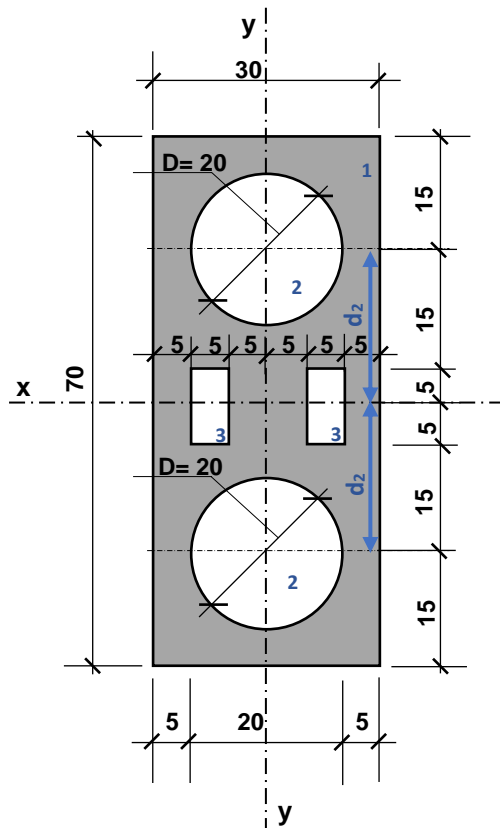
ΣΧΗΜΑ 11

$$\text{Συνολικό εμβαδό } A = 20 \cdot 45 - 30 \cdot 12,5 = 900 - 375 = 525 \text{ cm}^2$$

$$X_0 = \frac{\Sigma A_i \cdot x_i}{A} = \frac{900 \cdot 10 - 375 \cdot 13,75}{900 - 375} = \frac{20250 - 8437,5}{525} = 7,32 \Rightarrow X_0 = 7,32 \text{ cm}$$

$$Y_0 = 22,50 \text{ cm} \quad \text{Λόγω συμμετρίας}$$

12. Να υπολογίσετε την ροπή αντίστασης W_x , ως προς τον κεντροβαρικό άξονα x-x της σύνθετης διατομής του Σχήματος 12. Οι διαστάσεις είναι σε cm.



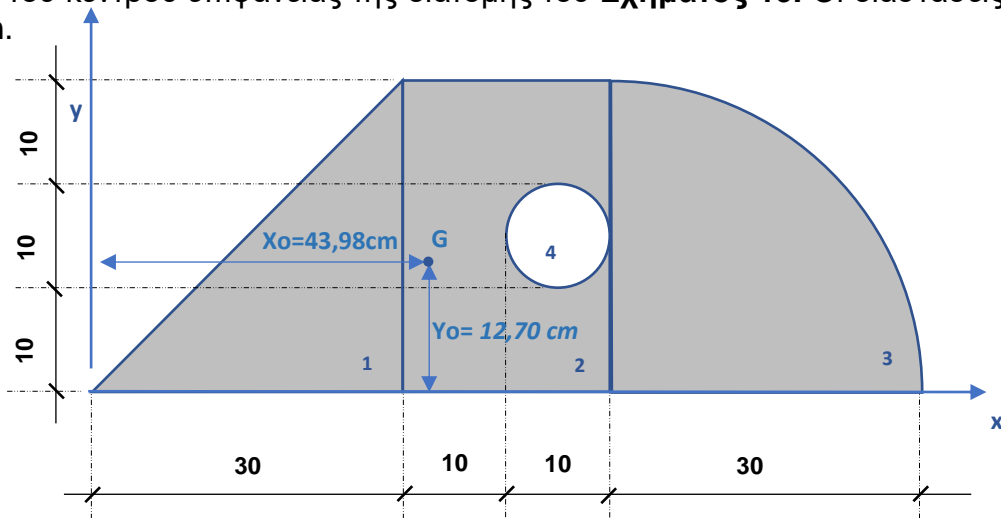
ΣΧΗΜΑ 12

$$\begin{aligned} I_x &= I_{1x} - 2 \cdot (I_{2x} + A_2 \cdot d_2^2) - 2 \cdot (I_{3x}) = \\ &= \frac{30 \cdot 70^3}{12} - 2 \cdot \left(\frac{\pi \cdot 20^4}{64} + \pi \cdot 10^2 \cdot 20^2 \right) - 2 \cdot \left(\frac{5 \cdot 10^3}{12} \right) = \\ &= 857500 - 2 \cdot (133517,69) - 2 \cdot (416,67) = \\ I_x &= 589631,29 \text{ cm}^4 \end{aligned}$$

$$W_x = \frac{I_x}{Y_{max}} = \frac{589631,29}{35} = 16846,61 \Rightarrow$$

$$W_x = 16846,61 \text{ cm}^3$$

13. Να υπολογίσετε τις συντεταγμένες X_0 και Y_0 και να προσδιορίσετε στο σχέδιο τη θέση του κέντρου επιφάνειας της διατομής του Σχήματος 13. Οι διαστάσεις είναι σε cm.



ΣΧΗΜΑ 13

Η άσκηση μπορεί να λυθεί και χωρίς την χρήση του πιο κάτω πίνακα.

Σχήμα	Εμβαδόν A_i	Απόσταση x_i	Απόσταση y_i	$A_i \cdot x_i$	$A_i \cdot y_i$
1	450	20	10	9000	4500
2	600	40	15	24000	9000
3	706,85	62,73	12,73	44340,7	8998,2
4	-78,54	45	15	-3534,3	-1178,1
Σύνολο	$A = 1678,31$			$\Sigma A_i \cdot x_i = 73806,4$	$\Sigma A_i \cdot y_i = 21320,10$

Για κέντρο βάρους του ημικυκλίου:

$$X_{\eta\mu} = Y_{\eta\mu} = \frac{4R}{3\pi} = \frac{4 \cdot 30}{3\pi} = 12,73 \text{ cm}$$

Για κέντρο βάρους του τριγώνου:

$$X_{\tau\rho} = Y_{\tau\rho} = 30 \cdot \frac{1}{3} = 10,00 \text{ cm}$$

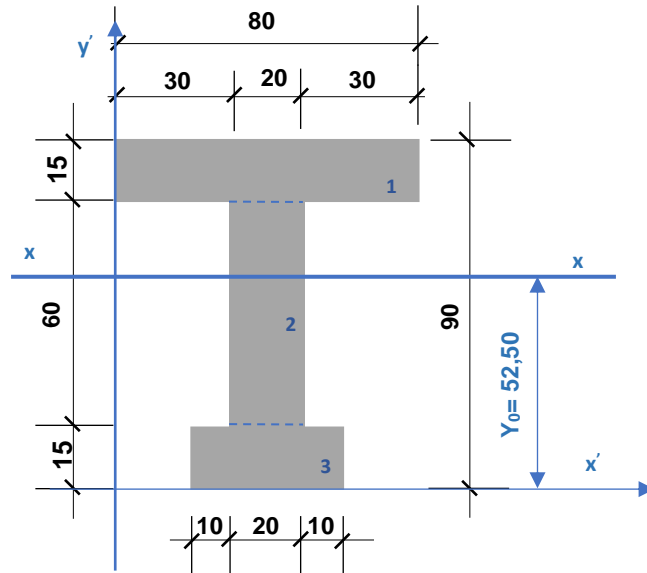
$$X_0 = \frac{\Sigma A_i \cdot x_i}{A} = \frac{73806,4}{1678,31} = 43,98 \Rightarrow X_0 = 43,98 \text{ cm}$$

$$Y_0 = \frac{\Sigma A_i \cdot y_i}{A} = \frac{21320,10}{1678,31} = 12,70 \Rightarrow Y_0 = 12,70 \text{ cm}$$

ΜΕΡΟΣ Γ΄: Περιλαμβάνει μία (1) άσκηση η οποία βαθμολογείται με είκοσι (20) μονάδες.

14. Για τη σύνθετη διατομή του **Σχήματος 14** δίνονται οι διαστάσεις σε **cm**.

- α) Να προσδιορίσετε τη θέση του **κεντροβαρικού άξονα x-x**
 β) Να υπολογίσετε την **ροπή αδράνειας**, ως προς τον κεντροβαρικό άξονα **x-x**.



ΣΧΗΜΑ 14

Λύση της άσκηση με την χρήση του πιο κάτω πίνακα.

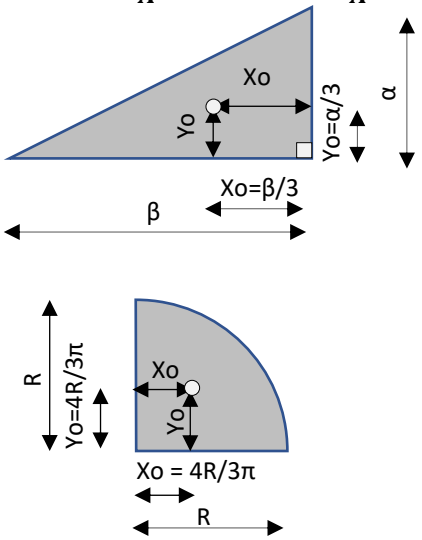
Η άσκηση μπορεί να λυθεί και χωρίς την χρήση του πιο κάτω πίνακα.

Σχήμα	Εμβαδόν A_i	Απόσταση y_i	$A_i \cdot y_i$	I_{x_i}	d_{y_i}	$A_i \cdot d_{y_i}^2$
1	1200	82,5	99000	22500	30	1080000
2	1200	45	54000	360000	7,5	67500
3	600	7,5	4500	11250	45	1215000
Σύνολο	$A=$ 3000		$\Sigma A_i \cdot y_i =$ 157500	$\Sigma I_{x_i} =$ 393750		$\Sigma A_i \cdot d_{y_i}^2 =$ 2362500

$$1\alpha) Y_0 = \frac{\Sigma A_i \cdot y_i}{A} = \frac{157500}{3000} = 52,50 \Rightarrow Y_0 = 52,50 \text{ cm}$$

$$1\beta) I_x = 393750 + 2362500 = 2756250 \text{ cm}^4$$

ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ

<p>Κέντρο επιφάνειας</p>	$x_o = \frac{\sum A_i \cdot x_i}{A}, \quad y_o = \frac{\sum A_i \cdot y_i}{A}$ 
<p>Ροπές αδράνειας</p>	$I_x = \frac{b \cdot h^3}{12} \quad I_y = \frac{h \cdot b^3}{12} \quad I_x = I_y = \frac{\pi \cdot D^4}{64}$
<p>Θεώρημα Στάινερ</p>	$I_{x'} = I_x + A \cdot d_y^2 \quad I_{y'} = I_y + A \cdot d_x^2$
<p>Ακτίνα αδράνειας</p>	$i_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}} \quad i_x = \frac{h}{\sqrt{12}}$ $i_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}} \quad i_y = \frac{b}{\sqrt{12}}$ $i_x = i_y = 0,25 \cdot D \quad i_x = i_y = 0,25 \cdot \sqrt{D^2 + d^2}$
<p>Ροπές αντίστασης</p>	$W_x = \frac{I_x}{y} \quad W_x = \frac{b \cdot h^2}{6}$ $W_x = W_y = \frac{\pi \cdot D^3}{32} \quad W_x = W_y = \frac{\pi \cdot (D^4 - d^4)}{32 \cdot D}$

ΤΕΛΟΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟΥ ΔΟΚΙΜΙΟΥ