

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΝΕΟΛΑΙΑΣ
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΜΕΣΗΣ ΓΕΝΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΜΕΣΗΣ ΤΕΧΝΙΚΗΣ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ
ΚΑΙ ΚΑΤΑΡΤΙΣΗΣ

ΕΝΙΑΙΑ ΓΡΑΠΤΗ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ Α΄ ΤΕΤΡΑΜΗΝΟΥ 2022-23
Β΄ ΤΑΞΗΣ ΤΕΣΕΚ

ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 20 ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2023
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ 2-ΩΡΟ ΠΡΑΚΤΙΚΗΣ
ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ (Α΄ ΣΕΙΡΑ)

ΚΩΔΙΚΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ: Β0050

ΣΥΝΟΛΙΚΗ ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΓΡΑΠΤΗΣ ΕΞΕΤΑΣΗΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ 2-ΩΡΟ
ΠΡΑΚΤΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ ΤΕΣΕΚ: 90 λεπτά

Προτεινόμενες λύσεις – οδηγός διόρθωσης

ΜΕΡΟΣ Α΄:

A1.	<p>Να λύσετε το σύστημα $\begin{cases} x = 2 \\ 3x - y = 5 \end{cases}$</p> <p>Λύση:</p> $\begin{cases} x = 2 \\ 3x - y = 5 \end{cases} \Rightarrow 3 \cdot 2 - y = 5 \Rightarrow 6 - y = 5$ $\Rightarrow -y = 5 - 6 \Rightarrow -y = -1 \Rightarrow y = 1$ <p>Λύση: $(x, y) = (2, 1)$</p>	<p>Εφαρμογή μεθόδου αντικατάστασης 5</p> <p>Πράξεις (1 μονάδα για κάθε βήμα) 4</p> <p>Απάντηση 1</p>
A2.	<p>Να λύσετε την εξίσωση $x^2 - 2x - 3 = 0$</p> <p>Λύση:</p> <p>Α΄ τρόπος: $x^2 - 2x - 3 = 0$, $\alpha = 1$ $\beta = -2$ $\gamma = -3$</p> $\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3) = 4 + 12 = 16 > 0$ $x_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{-(-2) \pm \sqrt{16}}{2 \cdot 1} = \frac{2 \pm 4}{2}$ $= \begin{cases} \frac{2+4}{2} = \frac{6}{2} = 3 \\ \frac{2-4}{2} = \frac{-2}{2} = -1 \end{cases}$ $\Rightarrow x_1 = 3, x_2 = -1$ <p>Β΄ τρόπος: $x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow (x - 3) \cdot (x + 1) = 0$</p> $\Rightarrow x_1 = 3, x_2 = -1$	<p>Α΄ τρόπος:</p> <p>Εύρεση συντελεστών 1</p> <p>Τύπος διακρίνουσας 1</p> <p>Πράξεις & Αποτέλεσμα 2</p> <p>Τύπος τριωνύμου 2</p> <p>Πράξεις 2</p> <p>Λύσεις 2</p> <p>Β΄ τρόπος:</p> <p>Παραγοντοποίηση 6</p> <p>Λύσεις 4</p>

A3.	<p>Να υπολογίσετε το εμβαδόν τριγώνου $AB\Gamma$, αν $\alpha = 4 \text{ cm}$, $\beta = 7 \text{ cm}$ και $\hat{\Gamma} = 30^\circ$</p> <p>Λύση:</p> $E = \frac{\alpha \cdot \beta \cdot \eta\mu\Gamma}{2} = \frac{4 \cdot 7 \cdot \eta\mu 30^\circ}{2} = \frac{28 \cdot 0,5}{2} = \frac{14}{2} = 7 \text{ cm}^2$	<p>Τύπος εμβαδού 5</p> <p>Αντικατάσταση & πράξεις 3</p> <p>Αποτέλεσμα 2</p> <p>(να αφαιρεθεί 0,5 αν δεν βάλει μονάδες)</p>
A4.	<p>Να γίνουν οι επόμενες μετατροπές:</p> <p>(α) $3,2 \text{ m} = \text{_____ cm}$ (β) $0,43 \text{ km} = \text{_____ m}$</p> <p>(γ) $30^\circ = \text{_____ rad}$ (δ) $1,1 \text{ kg} = \text{_____ g}$</p> <p>(ε) $53000 \text{ cm}^2 = \text{_____ m}^2$</p> <p>Λύση:</p> <p>(α) $3,2 \text{ m} = 320 \text{ cm}$ (β) $0,43 \text{ km} = 430 \text{ m}$</p> <p>(γ) $30^\circ = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$ (δ) $1,1 \text{ kg} = 1100 \text{ g}$</p> <p>(ε) $53000 \text{ cm}^2 = 5,3 \text{ m}^2$</p>	<p>Σε κάθε περίπτωση 2 μονάδες</p> <p>(να αφαιρεθεί 0,5 αν δεν βάλει μονάδες, για κάθε περίπτωση)</p>
A5.	<p>Δίνεται η εξίσωση $3x^2 - 9x + 2 = 0$</p> <p>Χωρίς να τη λύσετε, να υπολογίσετε τις τιμές των πιο κάτω παραστάσεων:</p> <p>(α) $x_1 + x_2$</p> <p>(β) $x_1 \cdot x_2$</p> <p>(γ) $5x_1 + 5x_2 - 3x_1 \cdot x_2$</p> <p>(δ) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$</p> <p>(ε) $3x_1^2 \cdot x_2 + 3x_1 \cdot x_2^2$</p> <p>Λύση:</p> $3x^2 - 9x + 2 = 0, \quad \alpha = 3 \quad \beta = -9 \quad \gamma = 2$ <p>(α) $x_1 + x_2 = S = -\frac{\beta}{\alpha} = -\frac{(-9)}{3} = 3$</p> <p>(β) $x_1 \cdot x_2 = P = \frac{\gamma}{\alpha} = \frac{2}{3}$</p> <p>(γ) $5x_1 + 5x_2 - 3x_1 \cdot x_2 = 5(x_1 + x_2) - 3x_1 \cdot x_2 = 5S - 3P =$ $= 5 \cdot 3 - 3 \cdot \frac{2}{3} = 15 - 2 = 13$</p>	<p>(α)</p> <p>Τύπος αθροίσματος 1</p> <p>Αποτέλεσμα 1</p> <p>(β)</p> <p>Τύπος γινομένου 1</p> <p>Αποτέλεσμα 1</p> <p>(γ)</p> <p>Παραγοντοποίηση 0,5</p> <p>Εισαγωγή των S και P 0,5</p> <p>Πράξεις 0,5</p> <p>Αποτέλεσμα 0,5</p>

	<p>(δ) $\frac{x_2}{x_1} + \frac{x_1}{x_2} = \frac{x_2+x_1}{x_1 \cdot x_2} = \frac{S}{P} = \frac{3}{\frac{2}{3}} = \frac{9}{2}$</p> <p>(ε) $3x_1^2 \cdot x_2 + 3x_1 \cdot x_2^2 = 3 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot (x_1 + x_2) = 3 \cdot P \cdot S =$ $= 3 \cdot \frac{2}{3} \cdot 3 = 6$</p>	<p>(δ) Ομώνυμα 0,5 Εισαγωγή των S και P 0,5 Πράξεις 0,5 Αποτέλεσμα 0,5</p> <p>(ε) Παραγοντοποίηση 0,5 Εισαγωγή των S και P 0,5 Πράξεις 0,5 Αποτέλεσμα 0,5</p> <p>(αν δεν γίνει αντικατάσταση των S και P αλλά προχωρήσει ορθά στις πράξεις να δοθούν οι μονάδες)</p>
<p>A6.</p>	<p>Δώδεκα παιδιά, αγόρια και κορίτσια, θα μοιραστούν 76 ευρώ. Το κάθε κορίτσι θα πάρει 7 ευρώ και το κάθε αγόρι 5 ευρώ. Να βρείτε πόσα είναι τα κορίτσια και πόσα είναι τα αγόρια. (Να λύσετε το πρόβλημα με σύστημα)</p> <p>Λύση: αγόρια: x κορίτσια: ψ</p> $\begin{cases} x + \psi = 12 \\ 5x + 7\psi = 76 \end{cases} \begin{array}{l} -5 \\ 1 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} -5x - 5\psi = -60 \\ \underline{5x + 7\psi = 76} \end{array} +$ $\Rightarrow 2\psi = 16 \Rightarrow \psi = \frac{16}{2} \Rightarrow \boxed{\psi = 8}$ $x + \psi = 12 \Rightarrow x + 8 = 12 \Rightarrow x = 12 - 8 \Rightarrow \boxed{x = 4}$ <p>Απάντηση: Τα αγόρια είναι 4 και τα κορίτσια είναι 8</p>	<p>Εισαγωγή μεταβλητών 1 Εύρεση 1^{ης} εξίσωσης 2 2^{ης} εξίσωσης 2 Εφαρμογή μεθόδου λύσης συστήματος 2 Υπολογισμός x 1,5 Υπολογισμός ψ 1,5</p>

ΜΕΡΟΣ Β΄:

<p>B1.</p>	<p>(α) Να αναλύσετε το τριώνυμο $3x^2 - 7x + 2$ σε γινόμενο παραγόντων. (7 μονάδες)</p> <p>(β) Να απλοποιήσετε το κλάσμα $\frac{x^2 - 2x}{3x^2 - 7x + 2}$ (3 μονάδες)</p> <p>Λύση:</p> <p>(α) $3x^2 - 7x + 2 = 0, \quad \alpha = 3 \quad \beta = -7 \quad \gamma = 2$</p> $\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = (-7)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 2 = 49 - 24 = 25 > 0$ $x_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{-(-7) \pm \sqrt{25}}{2 \cdot 3} = \frac{7 \pm 5}{6}$ $= \begin{cases} \frac{7+5}{6} = \frac{12}{6} = 2 \\ \frac{7-5}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \end{cases}$ $3x^2 - 7x + 2 = 3 \cdot (x - 2) \cdot \left(x - \frac{1}{3}\right)$ $= (x - 2) \cdot \left(3 \cdot x - 3 \cdot \frac{1}{3}\right) = (x - 2) \cdot (3x - 1)$ <p>(β)</p> $\frac{x^2 - 2x}{3x^2 - 7x + 2} = \frac{x \cdot (x - 2)}{(x - 2) \cdot (3x - 1)} = \frac{x}{3x - 1}$ <p>Περιορισμοί: $x - 2 \neq 0 \Rightarrow x \neq 2$ και $3x - 1 \neq 0 \Rightarrow x \neq \frac{1}{3}$</p>	<p>(α)</p> <p>Εύρεση συντελεστών 0,5</p> <p>Τύπος διακρίνουσας 1</p> <p>Πράξεις 0,5</p> <p>Αποτέλεσμα 0,5</p> <p>Τύπος τριωνύμου 1</p> <p>Πράξεις 1</p> <p>Λύσεις 0,5</p> <p>Ανάλυση Τριωνύμου 1,5</p> <p>Τελική μορφή 0,5</p> <p>(β)</p> <p>Παραγοντοποίηση αριθμητή 1,5</p> <p>Απλοποίηση 0,5</p> <p>Αποτέλεσμα 0,5</p> <p>Περιορισμοί 0,5</p>
<p>B2.</p>	<p>Να λύσετε το σύστημα $\begin{cases} 2(x + \psi) - x - \psi = 2 \\ \frac{x-2}{5} - \frac{\psi+1}{2} = -4 \end{cases}$ (15 μονάδες)</p> <p>Λύση:</p> $2(x + \psi) - x - \psi = 2 \Leftrightarrow 2x + 2\psi - x - \psi = 2$ $\Leftrightarrow x + \psi = 2 \quad (1)$ $\frac{x-2}{5} - \frac{\psi+1}{2} = \frac{-4}{1} \Leftrightarrow 2 \cdot (x - 2) - 5 \cdot (\psi + 1) = -4 \cdot 10$ $\Leftrightarrow 2x - 4 - 5\psi - 5 = -40 \Leftrightarrow 2x - 5\psi = -40 + 4 + 5$ $\Leftrightarrow 2x - 5\psi = -31 \quad (2)$	<p>Πράξεις και μετασχηματισμός της εξίσωσης στη μορφή $ax + b\psi = \gamma$ 3</p> <p>Ομώνυμα 2</p> <p>Πράξεις και μετασχηματισμός της εξίσωσης στη μορφή $ax + b\psi = \gamma$ 4</p>

	<p>(1) $\begin{cases} x + \psi = 2 \\ 2x - 5\psi = -31 \end{cases} \begin{array}{l} 5 \\ 1 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} 5x + 5\psi = 10 \\ 2x - 5\psi = -31 \end{array} +$</p> <p>$\Rightarrow 7x = -21 \Rightarrow x = \frac{-21}{7} \Rightarrow \boxed{x = -3}$</p> <p>$x + \psi = 2 \Rightarrow -3 + \psi = 2 \Rightarrow \psi = 2 + 3 \Rightarrow \boxed{\psi = 5}$</p> <p>Λύση: $(x, \psi) = (-3, 5)$</p>	<p>Εφαρμογή μεθόδου λύσης συστήματος 2</p> <p>Υπολογισμός x 2</p> <p>Υπολογισμός ψ 2</p>
<p>B3.</p>	<p>Δίνεται η εξίσωση $3x^2 - (\lambda + 3)x + 2\lambda - 1 = 0$, $\lambda \in \mathbb{R}$</p> <p>Να βρείτε τις τιμές του λ ώστε η εξίσωση:</p> <p>(α) να έχει ρίζες αντίθετες (5 μονάδες)</p> <p>(β) να έχει ρίζες αντίστροφες (5 μονάδες)</p> <p>(γ) να έχει μια ρίζα το 1 (5 μονάδες)</p> <p>Λύση:</p> <p>$3x^2 - (\lambda + 3)x + 2\lambda - 1 = 0$, $\lambda \in \mathbb{R}$,</p> <p>$\alpha = 3$ $\beta = -(\lambda + 3)$ $\gamma = 2\lambda - 1$</p> <p>(α) ρίζες αντίθετες $S = 0$</p> <p>$S = -\frac{\beta}{\alpha} = -\frac{-(\lambda+3)}{3} = \frac{\lambda+3}{3}$</p> <p>$S = 0 \Rightarrow \frac{\lambda+3}{3} = 0 \Rightarrow \lambda + 3 = 0 \Rightarrow \boxed{\lambda = -3}$</p> <p>(β) ρίζες αντίστροφες $P = 1$</p> <p>$P = \frac{\gamma}{\alpha} = \frac{2\lambda-1}{3}$</p> <p>$P = 1 \Rightarrow \frac{2\lambda-1}{3} = 1 \Rightarrow 2\lambda - 1 = 1 \cdot 3 \Rightarrow 2\lambda = 3 + 1$</p> <p>$\Rightarrow 2\lambda = 4 \Rightarrow \lambda = \frac{4}{2} \Rightarrow \boxed{\lambda = 2}$</p> <p>(γ) έχει μια ρίζα το 1 $\Rightarrow 3 \cdot 1^2 - (\lambda + 3) \cdot 1 + 2\lambda - 1 = 0$</p> <p>$\Rightarrow 3 \cdot 1 - \lambda - 3 + 2\lambda - 1 = 0$</p> <p>$\Rightarrow -\lambda + 2\lambda = -3 + 3 + 1 \Rightarrow \boxed{\lambda = 1}$</p>	<p>(α)</p> <p>$S = 0$ 1</p> <p>Τύπος S 1</p> <p>Αντικατάσταση 1</p> <p>Πράξεις 1,5</p> <p>Αποτέλεσμα 0,5</p> <p>(β)</p> <p>$P = 1$ 1</p> <p>Τύπος P 1</p> <p>Αντικατάσταση 1</p> <p>Πράξεις 1,5</p> <p>Αποτέλεσμα 0,5</p> <p>(γ)</p> <p>Αντικατάσταση $x = 1$ 2</p> <p>Πράξεις 2</p> <p>Αποτέλεσμα 1</p>