ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΝΕΟΛΑΙΑΣ

ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΜΕΣΗΣ ΓΕΝΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΜΕΣΗΣ ΤΕΧΝΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ ΚΑΙ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΗΣ ΚΑΤΑΡΤΙΣΗΣ

ΕΝΙΑΙΑ ΓΡΑΠΤΗ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ Α΄ ΤΕΤΡΑΜΗΝΟΥ 2022-23

Α΄ ΤΑΞΗΣ ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΙ ΤΕΣΕΚ

ΔΕΥΤΕΡΑ 23 ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2023

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ (Α΄ ΣΕΙΡΑ)

ΚΩΔΙΚΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ: Α037

ΣΥΝΟΛΙΚΗ ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΓΡΑΠΤΗΣ ΕΞΕΤΑΣΗΣ: 90’ λεπτά

Οδηγός Διόρθωσης

Προτεινόμενες ΛΥΣΕΙΣ

Γενικές Οδηγίες

1. Στις λύσεις υπάρχουν τρεις στήλες. Στην πρώτη στήλη παρουσιάζεται η λύση της άσκησης. Στην δεύτερη στήλη η βαθμολογία και στην τρίτη στήλη δίνονται περαιτέρω εξηγήσεις - αναλύσεις.

2. Ακολουθείτε πιστά τον οδηγό διόρθωσης.

3. Δεν προβαίνετε σε καμία επιπρόσθετη υποδιαίρεση των μονάδων.

4. Στο τετράδιο αναγράφετε την συνολική βαθμολογία της άσκησης και όχι τη βαθμολογία για το κάθε υπό-ερώτημα.

<u>ΜΕΡΟΣ Α</u>:

Α1. Χρησιμοποιώντας ιδιότητες των ριζών και χωρίς την χρήση υπολογιστικής μηχανής, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης. Να φαίνονται όλες οι πράξεις.

$$\sqrt[3]{\mathbf{2\cdot\sqrt{16}}}\ +\ \mathbf{\sqrt{50}\ \cdot\sqrt{2}}$$

Λύση:

$\sqrt[3]{2\cdot 4}\ +\ \sqrt{50}\cdot\sqrt{2} =$ $\sqrt[3]{2\cdot 4}\ +\ \sqrt{50\cdot 2} =$ $\sqrt[3]{8}\ +\ \sqrt{100} =$ $2+10 =$ 12	**2** **3** **1** **3** **1**	Υπολογισμός $\sqrt{16}$ Δεκτό αν γραφτεί ως $\sqrt[3]{2\cdot 4}$ ή ως $\sqrt[3]{8}$) Εφαρμογή ιδιότητας $\sqrt{\alpha}\ \cdot\sqrt{\beta}=\sqrt{\alpha\cdot\beta}$ Δεκτό αν γραφτεί ως $\sqrt{50\cdot 2}$ ή ως $\sqrt{100}$ (0,5μ+0,5μ) Ορθόι πολλαπλασιασμοί $2\cdot 4=8$ και $50\cdot 2=100$ (2μ) υπολογισμός $\sqrt[3]{8}=2$ (1μ) υπολογισμός $\sqrt{100}\ =10$ Ορθή πρόσθεση
		** Αν από το $\sqrt[3]{8}\ +\ \sqrt{100}$ δώσει το 12 τότε είτε έκανε πράξεις με υπολογιστική είτε δεν φαίνονται οι πράξεις άρα θα πάρει μόνον 2 μονάδες αντί 4 μονάδες.

Α2. Να χαρακτηρίσετε κάθε μια από πιο κάτω προτάσεις $\boldsymbol{A,B,\Gamma,\Delta,E}$ ως Ορθή ή Λανθασμένη.

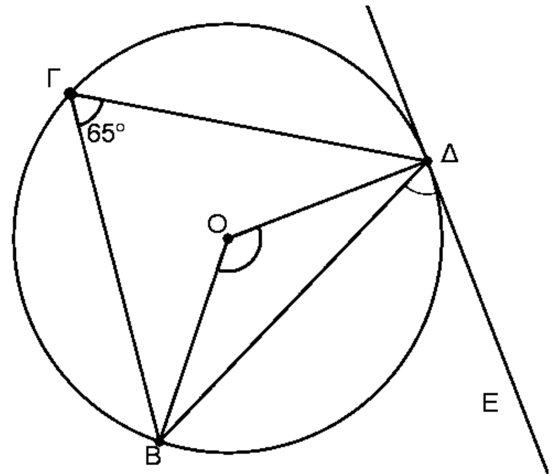
	Πρόταση
Α)	Αν για γωνία x ισχύει $\eta\mu x<0$ και $\varepsilon\varphi x>0$ τότε $\sigma\upsilon\nu x>0$
Β)	Κάθε εγγεγραμμένη γωνία κύκλου που βαίνει σε ημικύκλιο είναι ορθή.
Γ)	Το σημείο $(1{,}1)$ ανήκει στον τριγωνομετρικό κύκλο.
Δ)	Η εξίσωση $\eta\mu x=2$ έχει λύσεις.
Ε)	Αν για δυο μη μηδενικά διανύσματα $\vec{u}$ και $\vec{v}$ ισχύει $\vec{u}=-2\vec{v}$ τότε τα $\vec{u}$ και $\vec{v}$ είναι αντίρροπα διανύσματα.

Λύση:

Α) Λάθος $\boldsymbol{2\mu}$ Β) Ορθό $\boldsymbol{2\mu}$ Γ) Λάθος $\boldsymbol{2\mu}$ Δ) Λάθος $\boldsymbol{2\mu}$ Ε) Ορθό $\boldsymbol{2\mu}$

Α3. **Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος (O,R) και τα σημεία του B, Γ και Δ. Η ευθεία ΔE είναι εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο Δ. Αν $B\hat{\Gamma}\Delta = 65^\circ$, να υπολογίσετε τα μέτρα των γωνιών $B\hat{\Delta}E$ και $B\hat{O}\Delta$.**

(Να δικαιολογήσετε πλήρως τις απαντήσεις σας)



Λύση:

$B\hat{\Delta}E = 65^\circ$ *Θεώρημα χορδής εφαπτομένης*	**5**	(3μ) Εφαρμογή Θεωρήματος (2μ) Αιτιολόγηση
$B\hat{O}\Delta = 2\, B\hat{\Gamma}\Delta$ $B\hat{O}\Delta = 2 \cdot 65^\circ = 130^\circ$ *Εγγεγραμμένη γωνία μισή της αντίστοιχης επίκεντρης γωνίας*	**5**	(2μ) Εφαρμογή Θεωρημ. (1μ) Αντικατάσταση (1μ) Υπολογισμός (1μ) Αιτιολόγηση

A4. Αν $\boldsymbol{\sigma\upsilon\nu\omega = \frac{5}{13}}$ και $\boldsymbol{270^\circ < \omega < 360^\circ}$, χρησιμοποιώντας τις τριγωνομετρικές ταυτότητες, να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης:

$$\boldsymbol{A = 13\eta\mu\omega + 15\tau\varepsilon\mu\omega - 5\varepsilon\varphi\omega}$$

Λύση :

$\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1 \Rightarrow \eta\mu^2\omega = 1 - \sigma\upsilon\nu^2\omega$ $\eta\mu^2\omega = 1 - \left(\frac{5}{13}\right)^2 = \frac{144}{169}$ $\eta\mu\omega = \pm\sqrt{\frac{144}{169}}$ $\eta\mu\omega = \pm\frac{12}{13}$ $\eta\mu\omega = -\frac{12}{13}$ *δεκτή*	**4**	(1,5μ) Ταυτότητα (0,5μ) Αντικατάσταση (0,5μ) Υπολογισμός $\eta\mu^2\omega$ (0,5μ) Εφαρμογή ιδιότητας$\pm$ (0,5μ) Ορθός υπολογισμός ρίζας (0,5μ) Ορθή επιλογή προσήμου
$\tau\varepsilon\mu\omega = \frac{1}{\sigma\upsilon\nu\omega}$ $\tau\varepsilon\mu\omega = \frac{1}{\frac{5}{13}} = \frac{13}{5}$	**2**	(1,5μ) Ταυτότητα (0,5μ) Ορθό Αποτέλεσμα
Α' τρόπος $\varepsilon\varphi\omega = \frac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega}$ $\varepsilon\varphi\omega = \frac{-\frac{12}{13}}{\frac{5}{13}}$ $\varepsilon\varphi\omega = -\frac{12}{5}$	**2**	(1μ) Ταυτότητα (0,5μ) Αντικατάσταση (0,5μ) Τελικό Αποτέλεσμα
Β' τρόπος $\tau\varepsilon\mu^2\omega = 1 + \varepsilon\varphi^2\omega$ $\varepsilon\varphi^2\omega = \tau\varepsilon\mu^2\omega - 1$ $\varepsilon\varphi^2\omega = \left(\frac{13}{5}\right)^2 - 1$ $\varepsilon\varphi^2\omega = \frac{144}{25}$ $\varepsilon\varphi\omega = \pm\sqrt{\frac{144}{25}}$ $\varepsilon\varphi\omega = \pm\frac{12}{5}$ $\varepsilon\varphi\omega = -\frac{12}{5}$ *δεκτή*	**2**	(1μ) Ταυτότητα (0,5μ) Ορθός Υπολογισμός $\varepsilon\varphi^2\omega$ (0,5μ) Υπολογισμός ρίζας και Ορθή επιλογή προσήμου
$\boldsymbol{A = 13\eta\mu\omega + 15\tau\varepsilon\mu\omega - 5\varepsilon\varphi\omega}$ $\boldsymbol{A = 13\cdot\left(-\frac{12}{13}\right) + 15\cdot\left(\frac{13}{5}\right) - 5\left(-\frac{12}{5}\right)}$ $\boldsymbol{A = -12 + 39 + 12 = 39}$	**2**	(0,5μ) για κάθε ορθή αντικατάσταση (0,5μ) Τελικό αποτέλεσμα

Α5. Δίνονται τα σημεία $K(1,1)$ και $\Lambda(9,7)$. Αν O είναι η αρχή των αξόνων να βρείτε:

(α) τις συντεταγμένες του διανύσματος $\overrightarrow{K\Lambda}$ (3 μονάδες)
(β) το μήκος του διανύσματος $\overrightarrow{K\Lambda}$ (2 μονάδες)
(γ) το μοναδιαίο διάνυσμα που είναι αντίρροπο του $\overrightarrow{K\Lambda}$. (2 μονάδες)
(δ) τη διανυσματική ακτίνα $\overrightarrow{OM}$, όπου M μέσο του ευθύγραμμου τμήματος ΚΛ (3μονάδες)

Λύση:

(α) $\overrightarrow{K\Lambda} = \begin{pmatrix} x_\Lambda - x_K \\ y_\Lambda - y_K \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{K\Lambda} = \begin{pmatrix} 9-1 \\ 7-1 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{K\Lambda} = \begin{pmatrix} 8 \\ 6 \end{pmatrix}$ ή $\overrightarrow{K\Lambda} = 8\vec{i} + 6\vec{j}$	**3**	(1μ) Τύπος (1μ) Αντικατάσταση Υπολογισμός (0,5μ) για τετμημένη (0,5μ) για τεταγμένη
(β) $\lvert\overrightarrow{K\Lambda}\rvert = \sqrt{x^2 + y^2}$ $\lvert\overrightarrow{K\Lambda}\rvert = \sqrt{8^2 + 6^2}$ $\lvert\overrightarrow{K\Lambda}\rvert = 10$	**2**	(1μ) Τύπος (0,5μ) Εφαρμογή τύπου (0,5μ)Υπολογισμός μέτρου
(γ) $\vec{u} = -\frac{\overrightarrow{K\Lambda}}{\lvert\overrightarrow{K\Lambda}\rvert}$ $\vec{u} = -\left(\frac{8}{10}\vec{i} + \frac{6}{10}\vec{j}\right) = -\left(\frac{4}{5}\vec{i} + \frac{3}{5}\vec{j}\right)$ ή $\begin{pmatrix} -\frac{4}{5} \\ -\frac{3}{5} \end{pmatrix}$	**2**	Τύπος για μοναδιαίο (0,5μ)πηλίκο (0,5μ) πρόσημο (1μ) Εφαρμογή τύπου
(δ) *Ά τρόπος* $x_M = \frac{x_K + x_\Lambda}{2}$ $y_M = \frac{y_K + y_\Lambda}{2}$ $x_M = \frac{9+1}{2}$ $y_M = \frac{7+1}{2}$ $M(5,4)$ $\overrightarrow{OM} = 5\vec{i} + 4\vec{j}$ ή $\overrightarrow{OM} = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix}$	**3**	Τύπος Μέσου (0,5μ) +(0,5μ) (0,5μ) Εφαρμογή τύπου (0,5μ) Υπολογισμός μέσου (1μ) Μετατροπή σε διανυσματική ακτίνα
(δ) *Β' τρόπος* $\overrightarrow{OM} = \frac{\overrightarrow{OK} + \overrightarrow{O\Lambda}}{2}$ $\overrightarrow{OM} = \frac{\vec{i} + \vec{j} + 9\vec{i} + 7\vec{j}}{2} = 5\vec{i} + 4\vec{j}$ ή $\overrightarrow{OM} = \frac{\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 9 \\ 7 \end{pmatrix}}{2} = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix}$	**3**	(1μ) Τύπος Μέσου (1μ) Αντικατάσταση (1μ) ορθό αποτέλεσμα

Α6. Τον περασμένο μήνα οι δώδεκα μαθητές ενός τμήματος, ξόδεψαν στο κυλικείο του σχολείου τους τα ακόλουθα ποσά , σε ευρώ:

$$\mathbf{18, 15, 10, 9, 10, 10, 13, 9, 14, 15, 15, 18}$$

Να υπολογίσετε:

(α) τη μέση τιμή $(\bar{x})$ και την επικρατούσα τιμή (x_ε) των παρατηρήσεων **(2,5 μονάδες)**

(β) τη διάμεσο (Q_2), το πρώτο τεταρτημόριο (Q_1) και το τρίτο τεταρτημόριο (Q_3) των παρατηρήσεων **(3,5 μονάδες)**

(γ) το εύρος (R) και το ενδοτεταρτημοριακό εύρος (IQR), των πιο πάνω παρατηρήσεων. **(2 μονάδες)**

(δ) τον συντελεστή μεταβολής (CV) αν η τυπική απόκλιση (S) των παρατηρήσεων είναι $S = 3,19$ **(2 μονάδες)**

Λύση:

(α) $\bar{x} = \frac{18+15+10+9+10+10+13+9+14+15+15+18}{12}$ $\bar{x} = \frac{156}{12} = 13$	**1,5**	(1μ) Εφαρμογή τύπου (0,5μ) ορθό αποτέλεσμα
Επικρατούσα $x_\varepsilon = 10 \; και \; 15$	**1**	(0,5μ+0,5μ)
(β) *9,9,10,10,10,13,14,15,15,15,18,18* $Q_2 = \frac{x_6+x_7}{2} = \frac{13+14}{2} = 13,5$	**1,5**	(0,5μ) Αύξουσα σειρά (0,5μ) Εντοπισμός θέσης $Q2$ (0,5μ) Υπολογισμός Q_2
9,9,10,10,10,13 $Q_1 = \frac{x_3+x_4}{2} = \frac{10+10}{2} = 10$	**1**	(0,5 μ)Επιλογή 6 πρώτων και Εντοπισμός θέσης Q_1 (0,5μ) Υπολογισμός Q_1
14,15,15,15,18,18 $Q_3 = \frac{x_3+x_4}{2} = \frac{15+15}{2} = 15$	**1**	(0,5 μ)Επιλογή 6 τελευταίων και Εντοπισμός θέσης Q_3 (0,5μ) Υπολογισμός Q_3
(γ) $R = max - min$ $R = 18 - 9 = 9$	**1**	(0,5μ) Τύπος R (0,5μ) αποτέλεσμα
$IQR = Q_3 - Q_1$ $IQR = 15 - 10 = 5$	**1**	(0,5μ)Τύπος IQR (0,5μ) Αποτέλεσμα
(δ) $CV = \frac{S}{\lvert\bar{x}\rvert}$ $CV = \frac{3,19}{13}$ $CV = 24,5\%$	**2**	(1μ) Τύπος (0,5μ) Εφαρμογή τύπου (0,5μ) Υπολογισμός (δεκτό και το 0,245 ή άλλη στρογγυλοποίηση)

<u>ΜΕΡΟΣ Β</u>:

Β1. Αν $2 < x < 5$ και $-4 < y < -2$, να βρείτε, σε κάθε μια από τις πιο κάτω περιπτώσεις, το μικρότερο διάστημα στο οποίο βρίσκονται οι πραγματικοί αριθμοί.

(α) $x + y$ **(3 μονάδες)**

(β) $2x\,y$ **(4 μονάδες)**

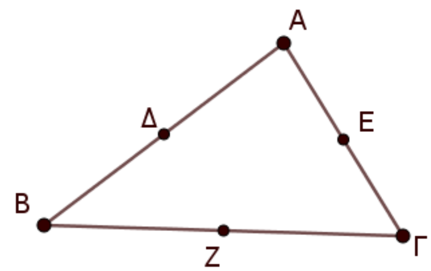
(γ) y^2 **(4 μονάδες)**

(δ) $\sqrt{x-y}$ **(4 μονάδες)**

Λύση:

(α) $2 < x < 5$ $-4 < y < -2$ $-2 < x + y < 3$	**3**	(1μ) για το (-2) (1μ) για το $< x + y <$ (1μ) για το 3
(β) $4 < 2x < 10$ $\underline{2 < -y < 4}$ $8 < -2xy < 40$ $-40 < 2xy < -8$	**4**	(1μ) Πολ/σμός με το 2 (1μ) Πολ/σμός με το -1 (1μ) Γινόμενο κατά μέλη (1μ) Τελικό αποτέλεσμα
(γ) $2 < -y < 4$ $4 < y^2 < 16$	**4**	(1μ) Πολ/σμός με το -1 (1μ) για το 4 (1μ) για το 16 (1μ) Ορθή φορά
(δ) $2 < -y < 4$ $\underline{2 < x < 5}$ $4 < x - y < 9$ $2 < \sqrt{x-y} < 3$	**4**	(0,5μ) Πολ/σμός με -1 (1μ) για το 4 (1μ) για το 9 (0,5μ) για ορθή φορά (1μ) τελικό αποτέλεσμα

B2. Δίνεται τρίγωνο $ΑΒΓ$ με $\overrightarrow{AB} = \vec{x}$ και $\overrightarrow{AΓ} = \vec{y}$.
Αν $Δ, Ε$ και $Ζ$ τα μέσα των $ΑΒ, ΑΓ$ και $ΒΓ$ αντίστοιχα:



(α) να εκφράσετε τα διανύσματα $\overrightarrow{ΒΓ}$ και $\overrightarrow{ΔΕ}$ συναρτήσει των διανυσμάτων $\vec{x}$ και $\vec{y}$ (7 μονάδες)

(β) να βρείτε το είδος του τετράπλευρου $ΒΔΕΖ$. (3 μονάδες)
(Να αιτιολογήσετε πλήρως την απάντηση σας).

Λύση:

(α) $\overrightarrow{ΒΓ} = \overrightarrow{ΒΑ} + \overrightarrow{ΑΓ}$ $\overrightarrow{ΒΓ} = -\vec{x} + \vec{y}$	**3,5**	(1,5μ) Άθροισμα διανυσμάτων. (1μ) για $\overrightarrow{ΒΑ} = -\vec{x}$ (1μ)για $\overrightarrow{ΑΓ} = +\vec{y}$
$\overrightarrow{ΔΕ} = \overrightarrow{ΔΑ} + \overrightarrow{ΑΕ}$ $\overrightarrow{ΔΕ} = -\frac{1}{2}\vec{x} + \frac{1}{2}\vec{y}$	**3,5**	(1,5μ) Άθροισμα διανυσμάτων. (1) για $\overrightarrow{ΔΑ} = -\frac{1}{2}\vec{x}$ (1) για $\overrightarrow{ΑΕ} = +\frac{1}{2}\vec{y}$
(β) $\overrightarrow{ΒΖ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{ΒΓ} = \frac{1}{2}(-\vec{x} + \vec{y})$ $\overrightarrow{ΒΖ} = \overrightarrow{ΔΕ}$ $ΒΖ =\parallel ΔΕ$ *ή οι δύο απέναντι πλευρές ίσες και παράλληλες* Άρα $ΒΔΕΖ$ *παραλληλογραμμο*	**3**	(0,5μ)Υπολογισμός $\overrightarrow{ΒΖ}$ (1μ) Ισότητα διανυσμάτων (0,5μ) Παράλληλες πλευρές (0,5μ) ίσες πλευρές (0,5μ) Συμπέρασμα

B3. Δίνονται οι παραστάσεις A και B με $0 < \omega < \frac{\pi}{2}$ όπου :

$$A=\frac{\eta\mu(\pi-\omega)\cdot\sigma\upsilon\nu\,(\pi+\omega)\cdot\eta\mu\left(\frac{\pi}{2}+\omega\right)}{\sigma\varphi\left(\frac{3\pi}{2}+\omega\right)\cdot\sigma\upsilon\nu\,(-\omega)} \qquad \text{και} \qquad B=\frac{\varepsilon\varphi\omega-\sigma\varphi\omega}{\tau\varepsilon\mu\omega\cdot\sigma\tau\varepsilon\mu\omega}$$

(α) Να δείξετε ότι $A=\sigma\upsilon\nu^2\omega$ **(7 μονάδες)**

(β) Να δείξετε ότι $B=2\eta\mu^2\omega-1$ **(5 μονάδες)**

(γ) Αν $4A+4B=3$ να δείξετε ότι $\varepsilon\varphi^2\omega=3$ **(3 μονάδες)**

Λύση

(α) $A=\frac{(+\eta\mu\omega)(-\sigma\upsilon\nu\omega)(+\sigma\upsilon\nu\omega)}{(-\varepsilon\varphi\omega)(\sigma\upsilon\nu\omega)}$	**5**	Αναγωγή στο πρώτο τεταρτημόριο (0,5μ)Για ορθό πρόσημο σε κάθε παρένθεση (0,5μ) για κάθε ορθό τριγωνομετρικό αριθμό
$A=+\frac{\eta\mu\omega\cdot\sigma\upsilon\nu\omega\cdot\sigma\upsilon\nu\omega}{\left(\frac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega}\right)\cdot\sigma\upsilon\nu\omega}$ $A=\sigma\upsilon\nu^2\omega$	**2**	(0,5μ) Πρόσημο παράστασης (0,5μ) Εφαρμ. Ταυτότητας $\varepsilon\varphi\omega=\frac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega}$ (1μ) Τελικό αποτέλεσμα
(β) $B=\frac{\frac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega}-\frac{\sigma\upsilon\nu\omega}{\eta\mu\omega}}{\frac{1}{\sigma\upsilon\nu\omega}\frac{1}{\eta\mu\omega}}=$	**2**	Εφαρμογή ταυτοτήτων (0,5μ) για εφω (0,5μ) για σφω (0,5μ) για τεμω (0,5μ) για στεμω
$\frac{\frac{\eta\mu^2\omega-\sigma\upsilon\nu^2\omega}{\eta\mu\omega\cdot\sigma\upsilon\nu\omega}}{\frac{1}{\eta\mu\omega\cdot\sigma\upsilon\nu\omega}}$	**0,5**	Ομώνυμα
$B=\frac{\eta\mu^2\omega-\sigma\upsilon\nu^2\omega}{1}$ $B=\eta\mu^2\omega-\sigma\upsilon\nu^2\omega$	**1**	Απλοποίηση παρονομαστών
$B=\eta\mu^2\omega-(1-\eta\mu^2\omega)$ $B=2\eta\mu^2\omega-1$	**1,5**	(1μ) Ταυτότητα $\sigma\upsilon\nu^2\omega=1-\eta\mu^2\omega$ (0,5μ) Τελικό αποτέλεσμα

(γ) Α τρόπος $4A+4B=3$ $4συν^2ω+8ημ^2ω-4=3$ $4συν^2ω+8(1-συν^2ω)-4=3$ $4συν^2ω=1$ $συν^2ω=\frac{1}{4}$	**1,5**	(0,5μ) Αντικατάσταση Α και Β (0,5μ) Εφαρμογή Ταυτότητας (0,5μ) Υπολογισμός $συν^2ω$
$τεμ^2ω=4$ $1+εφ^2ω=τεμ^2ω$ $1+εφ^2ω=4$ $εφ^2ω=3$	**1,5**	(0,5μ) Εφαρμογή ταυτότητας (0,5μ) Εφαρμογή ταυτότητας (0,5μ) Τελικό αποτέλεσμα
(γ) Β τρόπος $4A+4B=3$ $4συν^2ω+8ημ^2ω-4=3$ $4συν^2ω+8(1-συν^2ω)-4=3$ $4συν^2ω=1$ $συν^2ω=\frac{1}{4}$	**1,5**	(0,5μ) Αντικατάσταση Α και Β (0,5μ) Εφαρμογή Ταυτότητας (0,5μ) Υπολογισμός $συν^2ω$
$ημ^2ω+συν^2ω=1$ $ημ^2ω=1-\left(\frac{1}{4}\right)=\frac{3}{4}$ $εφ^2ω=\frac{ημ^2ω}{συν^2ω}$ $εφ^2ω=\frac{\frac{3}{4}}{\frac{1}{4}}=3$	**1,5**	(0,5μ) Εφαρμογή Ταυτότητας (0,5μ) Υπολογισμός $ημ^2ω$ (0,5μ) Εφαρμογή Ταυτότητας και υπολογισμός
(γ) Γ τρόπος $4A+4B=3$ $4συν^2ω+8ημ^2ω-4=3$ $4συν^2ω+8ημ^2ω=7$ $\frac{4συν^2ω}{συν^2ω}+\frac{8ημ^2ω}{συν^2ω}=\frac{7}{συν^2ω}$, $όπου\ συνω\neq 0$ $4+8εφ^2ω=7τεμ^2ω$ $4+8εφ^2ω=7(1+εφ^2ω)$ $εφ^2ω=3$	**3**	(0,5μ) Αντικατάσταση Α και Β γνωστούς – αγνώστους (1μ) Διαίρεση με $συν^2ω$ (0,5μ) Εφαρμογή ταυτοτήτων (0,5μ) Μετατροπή $τεμ^2ω$ σε $εφω$ (0,5μ) Πράξεις και τελικό αποτέλεσμα